

DOI: <https://doi.org/10.15407/emodel.44.06.021>
УДК 621.397.335.1

Е.В. Фауре, д-р техн. наук, **Б.А. Ступка**, аспірант
Черкаський державний технологічний університет
Україна, 18006, Черкаси, б-р Шевченка, 460
e-mail: b.a.stupka.fitis20@chdtu.edu.ua

Залежність ефективності кадрової синхронізації нероздільних факторіальних кодів від параметрів синхронізації

Реалізовано принципи встановлення кадрової синхронізації нероздільних факторіальних кодів. Застосовано операції перемішування отриманих з каналу зв'язку фрагментів для підвищення ефективності отримання меж перестановок. Запропоновано алгоритм встановлення кадрового синхронізму з параметрами, визначеними за верхньої межі ймовірності бітової помилки в каналі зв'язку $p_{0_max} = 0,495$, для середовищ з ймовірністю бітової помилки $p_0 \leq 0,495$. Визначено параметри алгоритму встановлення кадрового синхронізму за верхньої межі ймовірності бітової помилки в каналі зв'язку $p_{0_max} = 0,4$.

Оцінено ефективність використання операції перемішування отриманих з каналу зв'язку фрагментів. Порівнюється ефективність реалізації алгоритмів встановлення кадрового синхронізму з параметрами, визначеними за верхньої межі ймовірності бітової помилки в каналі зв'язку $p_{0_max} = 0,495$ та $p_{0_max} = 0,4$, для середовищ з ймовірністю бітової помилки $p_0 \leq 0,4$. Надано рекомендації для вибору параметрів алгоритму синхронізації, які можуть бути використані для підвищення ефективності алгоритмів встановлення циклового синхронізму при проектуванні телекомунікаційних систем з нероздільним факторіальним кодуванням даних в умовах дії в каналі зв'язку природних або штучно створених інтенсивних завад.

К л ю ч о в і с л о в а: факторіальне кодування, кадрова синхронізація, перестановка, синхрослово, завада високої інтенсивності.

Процедура кадрової синхронізації є невід'ємною частиною всіх стандартних протоколів мережевої взаємодії. Розвиток телекомунікаційних систем зумовлює необхідність постійно зменшувати час входження в

© Фауре Е.В., Ступка Б.А., 2022

синхронізм для зменшення витрат часу на процедуру встановлення з'єднання в загальному часі сеансу зв'язку. Ця обставина стимулює постійний пошук нових технічних рішень, спрямованих на досягнення мети.

У роботах [1—4] висвітлено базові принципи побудови нероздільних факторіальних кодів і їх характеристики, проте не приділено уваги встановленню кадрового синхронізму [5—7], де кадром є перестановка, тобто кодове слово нероздільного факторіального коду.

Описаний у [8, 9] метод дозволяє реалізувати кадрову синхронізацію для систем передавання даних з короткими пакетами [10—14], зокрема побудованих на основі нероздільного факторіального кодування даних. Результати дослідження, описаного в [9], підтвердили ефективність застосування розробленого методу для каналів з високою інтенсивністю завад. Досліджено особливості та кількісні параметри системи синхронізації для ймовірності правильної синхронізації $P_{\text{true}} \geq 0,9997$ і ймовірності хибної синхронізації $P_{\text{false}} \leq 3 \cdot 10^{-4}$ за ймовірності бітової помилки в каналі зв'язку $p_0 \leq 0,495$.

Основні особливості реалізації запропонованого в [9] методу полягають у наступному:

1. Синхрословом є перестановка π довжини M з максимальним значенням мінімальної відстані Хеммінга до всіх циклічних зсувів перестановки π .

2. Приймач накопичує з каналу зв'язку K блоків по l фрагментів з M символів з наступною мажоритарною [15, 16] та кореляційною обробкою [17—19] накопичених фрагментів; значення K і l змінюються відповідно до визначеної методики.

3. Попередньо встановлений мінімальний поріг ймовірності правильної синхронізації P_{true} обмежує кількості накопичених фрагментів.

Застосована в [9] операція перемішування прийнятих з каналу зв'язку та накопичених фрагментів продемонструвала позитивний ефект і дозволила зменшити середній час пошуку меж кадрів. Разом з тим, незважаючи на ґрунтовне дослідження, параметри алгоритму кадрової синхронізації обмежено одним випадком для $p_0 = 0,495$.

Метою цього дослідження є оцінка ефективності методу кадрової синхронізації [9] нероздільного факторіального коду за допомогою визначення та аналізу показників синхронізації з параметрами, обчисленими для різних граничних ймовірностей бітової помилки p_0 .

Ефективність методу кадрової синхронізації будемо оцінювати на двох модельних системах передавання даних із наступними обмеженнями:

- довжина синхрослова-перестановки $M = 8$, довжина синхрослова в двійковому вигляді за рівномірного кодування символів перестановки $n = 24$;
- комунікаційний канал є двійковим симетричним [20] з незалежними бітовими помилками;
- імовірність бітової помилки в каналі зв'язку p_0 обмежено значеннями 0,495 і 0,4;
- імовірність встановлення правильного синхронізму P_{true} не повинна бути менше 0,9997 ($P_{\text{true}} \geq 0,9997$) для будь-якого заданого значення ймовірності бітової помилки;
- імовірність встановлення хибного синхронізму P_{false} не повинна перевищувати $3 \cdot 10^{-4}$ ($P_{\text{false}} \leq 3 \cdot 10^{-4}$) для будь-якого заданого значення ймовірності бітової помилки.

Вибір параметрів синхронізації. Значення кількості блоків K та коефіцієнта накопичення l для $p_{0_max} = 0,495$ визначено в [9, табл. 5]. Для визначення значень K та l для $p_{0_max} = 0,4$ скористаємося методикою, наведеною в [9], за якою початкове значення K та межі інтервалів $[l_{\min}(i); l_{\max}(i)]$ обирають так, щоб ймовірність хибної синхронізації мала вигляд

$$P_{\text{false_final}}(n; d_{\text{lim}}; p_0; l; K) = \sum_{i=1}^K P_{\text{false_sum}}(n; d_{\text{lim}}; p_0; l_{\min}(i); l_{\max}(i); i) \leq P_{\text{false_max}}, \quad (1)$$

де n — довжина синхрослова; d_{lim} — максимальна кратність бітових помилок, що не призводять до хибної ідентифікації синхрослова; $P_{\text{false_max}}$ — задане граничне значення ймовірності хибної кадрової синхронізації; $P_{\text{false_sum}}$ — імовірність помилкового фазування при послідовному збільшенні значень коефіцієнта накопичення від $l_{\min}(i)$ до $l_{\max}(i)$ для i блоків,

$$P_{\text{false_sum}}(n; d_{\text{lim}}; p_0; l_{\min}(i); l_{\max}(i); i) \leq \sum_{j=l_{\min}(i)}^{l_{\max}(i)} P_{\text{false}}(n; d_{\text{lim}}; p_0; j; i); \quad (2)$$

$P_{\text{false}}(n; d_{\text{lim}}; p_0; j; i)$ — імовірність хибної синхронізації у випадку прийому з каналу зв'язку i блоків, що містять j (j — непарне) фрагментів по n біт.

Обмеження для окремих доданків $P_{\text{false_final}}(n; d_{\text{lim}}; p_0; l; K)$ можна задати в такому вигляді:

$$P_{\text{false_sum}}(n; d_{\text{lim}}; p_0; l_{\text{min}}(i); l_{\text{max}}(i); i) \leq \gamma_i P_{\text{false_max}},$$

де $\gamma_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^K \gamma_i = 1$. Визначення меж відрізків $[l_{\text{min}}(i); l_{\text{max}}(i)]$ починається з $i = 1$.

Максимальне значення $l_{\text{max}}(1)$ вибираємо як мінімальне значення l , за якого ймовірність правильної синхронізації для $K = 1$ не менша за задане значення $P_{\text{true_min}}$, тобто

$$l_{\text{max}}(1) = \min(l) : P_{\text{true}}(n; d_{\text{lim}}; p_0; l; 1) \geq P_{\text{true_min}}.$$

Для модельного прикладу при $n = 24$, $d_{\text{lim}} = 5$ для $P_{\text{true_min}} = 0,9997$ і $p_{0_max} = 0,4$ отримаємо значення $l_{\text{max}}(1) = 75$. Нижні межі відрізків $[l_{\text{min}}(i); l_{\text{max}}(i)]$ значень l , відповідних кількості блоків i , обирають як мінімальні значення $l_{\text{min}}(i)$, для яких виконується умова (2), тобто

$$l_{\text{min}}(i) = \min(l) : P_{\text{false_sum}}(n; d_{\text{lim}}; p_0; l; l_{\text{max}}(i); i) \leq \gamma_i P_{\text{false_max}}.$$

Верхні межі відрізків $l_{\text{max}}(i+1)$ обчислюють за значеннями $l_{\text{min}}(i)$ наступним чином:

$$l_{\text{max}}(i+1) = \lceil l_{\text{min}}(i)(i/(i+1)) \rceil,$$

якщо $\lceil l_{\text{min}}(i)(i/(i+1)) \rceil$ — непарне,

$$l_{\text{max}}(i+1) = \lceil l_{\text{min}}(i)(i/(i+1)) \rceil - 1,$$

якщо $\lceil l_{\text{min}}(i)(i/(i+1)) \rceil$ — парне. Для аналізованого модельного прикладу $P_{\text{false_max}} = 3 \cdot 10^{-4}$.

Значення K визначатимемо відповідно до виразу (1) як мінімальне значення, за якого

$$\sum_{j=1}^{\lfloor 75/K \rfloor} P_{\text{false}}(24; 5; 0,4; j; K) \leq P_{\text{false_max}},$$

якщо j — непарне. Для $K = \{1; 2; 3\}$ такі суми наступні:

$$\sum_{j=1}^{75} P_{\text{false}}(24; 5; 0,4; j; 1) = 2,56 \cdot 10^{-1},$$

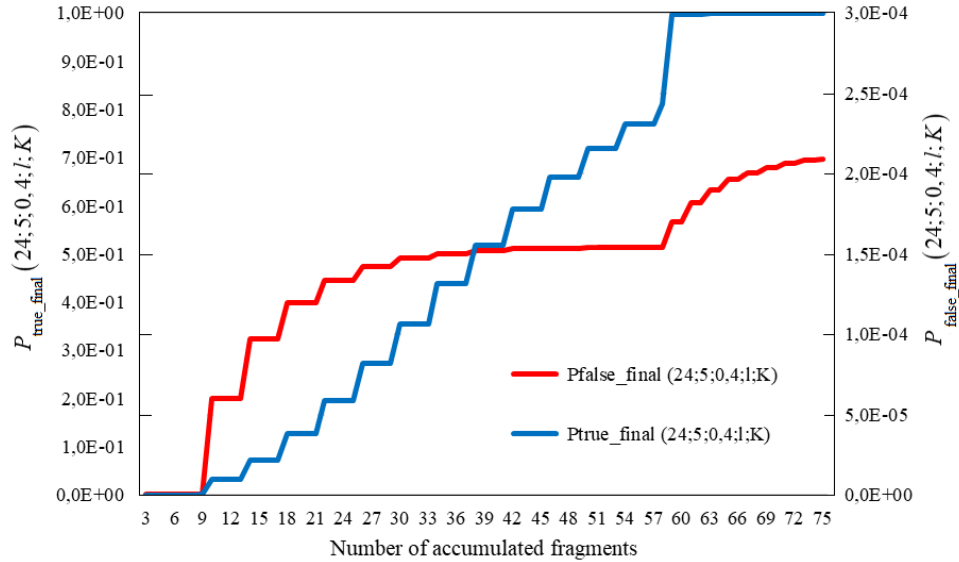


Рис. 1. Графіки залежності оцінок імовірностей правильної та хибної синхронізації від кількості накопичених фрагментів для адаптивного процесу синхронізації

$$\sum_{j=1}^{37} P_{\text{false}}(24; 5; 0, 4; j; 2) = 3,96 \cdot 10^{-4},$$

$$\sum_{j=1}^{25} P_{\text{false}}(24; 5; 0, 4; j; 3) = 7,99 \cdot 10^{-7},$$

звідки витікає, що $K = 3$ та

$$P_{\text{false_sum}}(24; 5; 0, 4; 1; l_{\text{max}}(3); 3) \ll \sum_{i=1}^2 P_{\text{false_sum}}(n; d_{\text{lim}}; p_0; l_{\text{min}}(i); l_{\text{max}}(i); i).$$

Приймемо $\gamma_1 = 1/4$, $\gamma_2 = 3/4$. Тоді межі відрізків $[l_{\text{min}}(i); l_{\text{max}}(i)]$ набувають таких значень:

i	...	1	2	3
$l_{\text{min}}(i)$...	59	5	1
$l_{\text{max}}(i)$...	75	29	3

Кількість накопичених фрагментів $L_{fr} = Kl$, а кількість накопичених біт — $L = Kln$.

На рис. 1 наведено графіки залежності оцінок імовірностей правильної та хибної синхронізації від кількості накопичених фрагментів за заданих обмежень для $K = \{1; 2; 3\}$ та визначених точок переходу між ними.

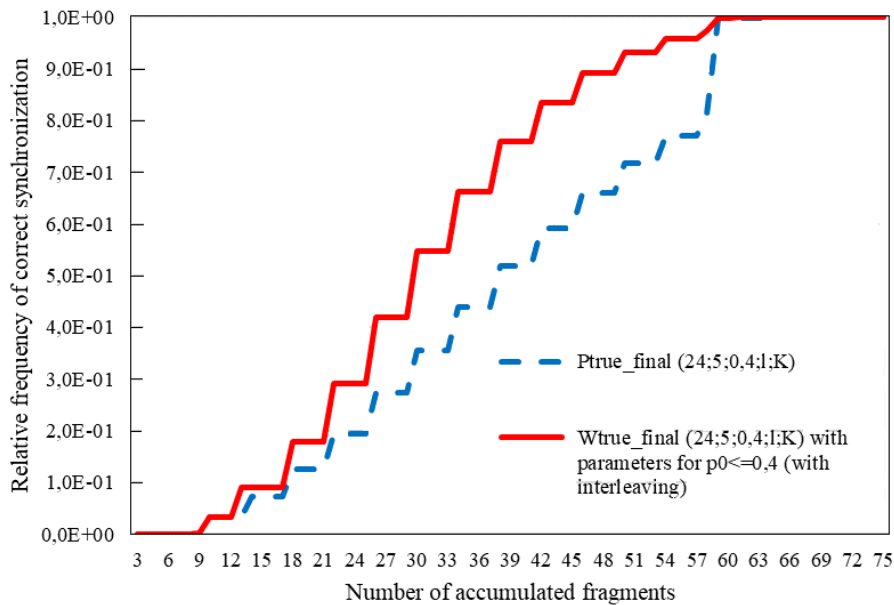


Рис. 2. Графіки залежності відносної частоти встановлення кадрового синхронізму від кількості накопичених фрагментів (при їх перемішуванні)

Експериментальні результати. На рис. 2 наведено графік експериментально визначеної інтегральної функції часу входження в синхронізм (відносної частоти встановлення правильного кадрового синхронізму) $W_{\text{true_final}}(24; 5; p_0; l; K)$ від кількості накопичених фрагментів $L_{fr} = Kl$ (при їх перемішуванні) для ймовірності бітової помилки $p_0 = 0,4$, а також графік теоретичної оцінки знизу ймовірності правильної синхронізації $P_{\text{true_final}}$ для параметрів системи синхронізації при $p_{0_max} = 0,4$.

Зауваження. Під час експериментального дослідження розробленого методу граничної ймовірності бітової помилки $p_0 = 0,4$ встановлення хибного кадрового синхронізму для 10000 випробувань траплялося в середньому один раз. Для 100000 таких же випробувань кількість випадків хибного кадрового синхронізму складала 16—18 разів. Така ситуація повністю відповідає визначеній умові $P_{\text{false}} \leq 3 \cdot 10^{-4}$.

Аналіз поданих на рис. 2 результатів свідчить про відносно грубу оцінку $P_{\text{true_final}}$ в [9]. Водночас оцінка є справедливою.

Результати, наведені на рис. 3, свідчать, що застосування операції перемішування фрагментів перед кожним наступним етапом формування блоків дає позитивний ефект. Встановлення меж кадрів із застосуванням

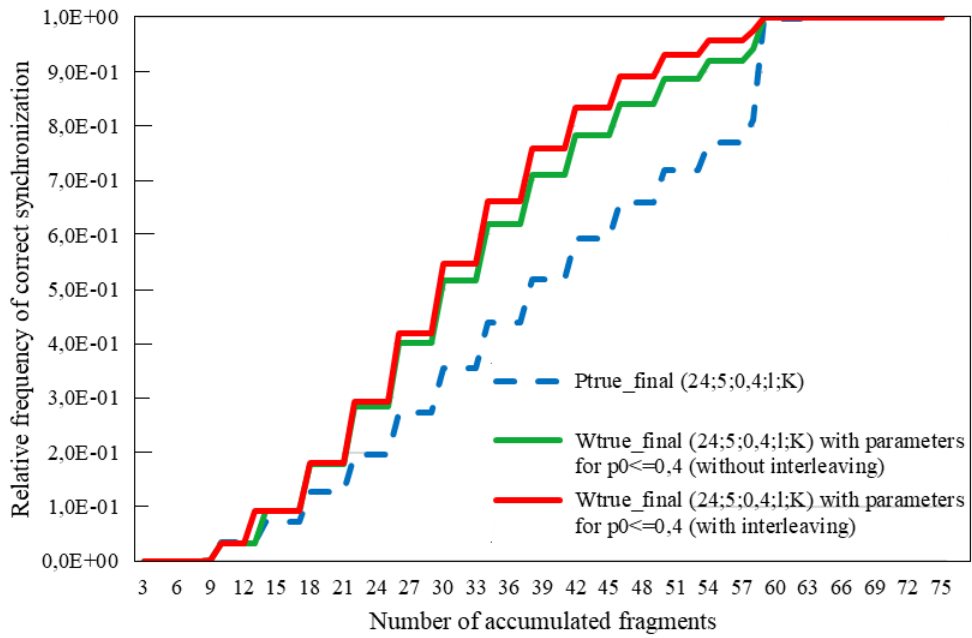


Рис. 3. Графіки залежності відносної частоти встановлення кадрового синхронізму від кількості накопичених фрагментів з перемішуванням та без перемішування при $p_0 \leq 0,4$

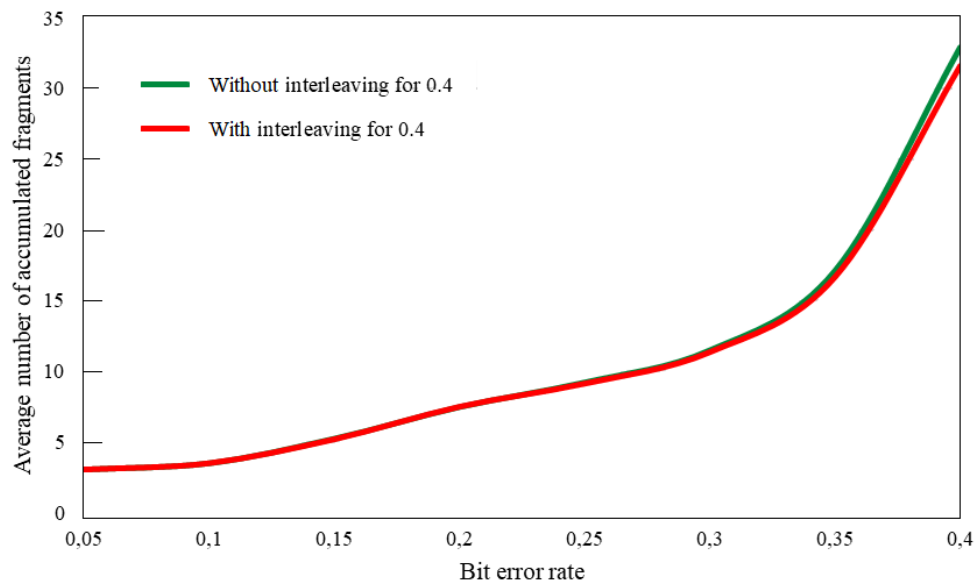


Рис. 4. Графіки залежності середньої кількості накопичених фрагментів до встановлення кадрового синхронізму \overline{L}_{fr} від імовірності бітової помилки $p_0 \leq 0,4$

перемішування буде швидшим, оскільки вимагає меншої кількості накопичених фрагментів L_{fr} (середня кількість фрагментів 31,57 з перемішуванням фрагментів проти 33,01 без перемішування).

Графіки на рис. 4 свідчать, що різниця між середньою кількістю накопичених фрагментів $\overline{L_{fr}}$ при використанні алгоритму з перемішуванням та алгоритму без перемішування збільшується зі збільшенням імовірності бітової помилки. При $p_0 = 0,4$ вона досягає максимального значення 1,44 фрагменти.

Порівняємо показники систем кадрової синхронізації в моменти зміни значень K і l , визначені для $p_{0_max} = 0,4$ і $p_{0_max} = 0,495$. Для цього рис. 3 доповнено графіком залежності відносної частоти встановлення кадрового синхронізму від кількості накопичених фрагментів L_{fr} для системи синхронізації з перемішуванням фрагментів, параметри якої визначено для $p_{0_max} = 0,495$. Наведені на рис. 5 графіки свідчать про те, що значення K та l , а також порядок їх зміни відіграють важливу роль в швидкодії алгоритму синхронізації.

Визначимо різницю між мінімальною кількістю накопичених фрагментів L_{fr} для системи синхронізації з перемішуванням фрагментів, параметри якої визначено для $p_{0_max} = 0,495$, та системи синхронізації з перемішуванням фрагментів, параметри якої визначено для $p_{0_max} = 0,4$, за якої досягається значення відносної частоти $W_{true_final}(24, 5, 0,4, l, K) = 0,9997$. У першому випадку $L_{fr} = 172$, у другому — $L_{fr} = 69$. Отже, різниця в необхідній кількості накопичених фрагментів для досягнення відносної частоти встановлення правильного синхронізму на заданому рівні 0,9997 дорівнює 103 фрагментам, а їх відношення складає 2,49. Час встановлення синхронізму, мабуть, буде значно меншим для системи синхронізації з перемішуванням фрагментів, параметри якої визначено для $p_{0_max} = 0,4$.

На рис. 6 показано залежність середнього значення кількості накопичених фрагментів до встановлення кадрового синхронізму $\overline{L_{fr}}$ від імовірності бітової помилки $p_0 \leq 0,4$ для систем синхронізації з параметрами K та l , визначеними для $p_{0_max} = 0,495$ і $p_{0_max} = 0,4$, з перемішуванням і без перемішування накопичених фрагментів.

Графіки на рис. 6 свідчать про те, що різниця між середнім значенням кількості накопичених фрагментів для систем синхронізації з перемішуванням і без перемішування накопичених фрагментів збільшується

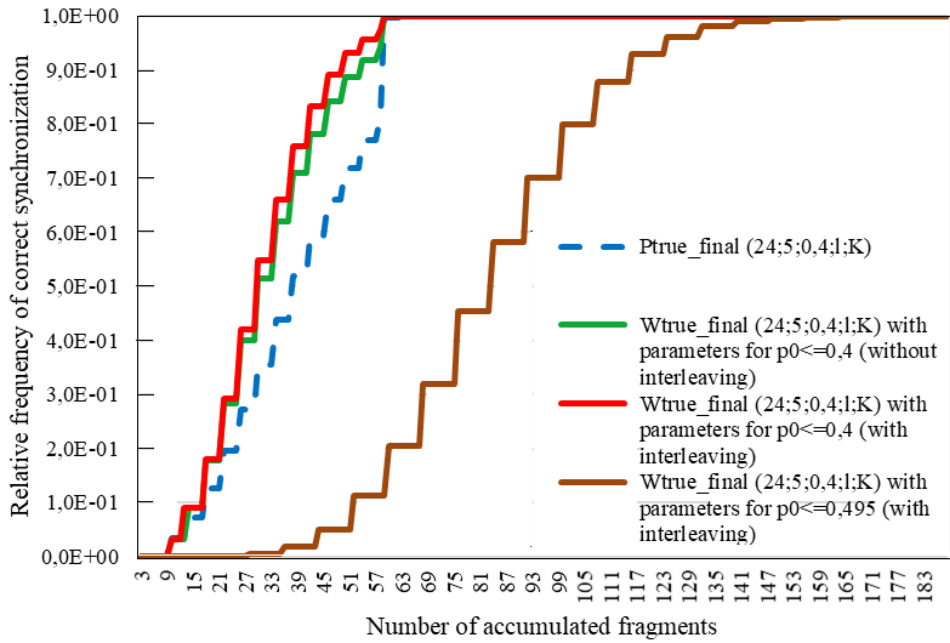


Рис. 5. Графіки залежності відносної частоти встановлення кадрового синхронізму від кількості накопичених фрагментів

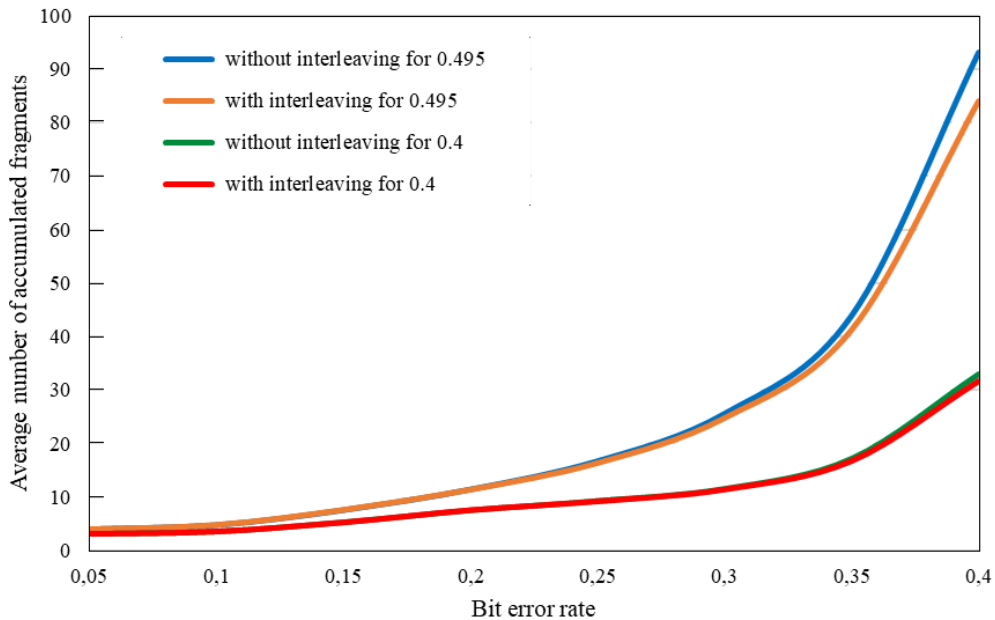


Рис. 6. Графіки середньої кількості накопичених фрагментів для $p_0 \leq 0,4$

зі збільшенням імовірності бітової помилки. Для систем синхронізації з параметрами, визначеними $p_{0_max} = 0,495$, ця різниця дорівнює 9,1 фрагментам за $p_0 = 0,4$ і 2,6 фрагментам за $p_0 = 0,35$. Для систем синхронізації з параметрами, визначеними при $p_{0_max} = 0,4$, відповідні значення дорівнюють 1,4 і 0,4. Ці показники також свідчать про те, що перемішування має більш значний позитивний ефект для системи синхронізації з параметрами при $p_{0_max} = 0,495$.

За вихідними даними для побудови цих графіків визначено, що за ймовірності бітової помилки $p_0 = 0,4$ для встановлення кадрового синхронізму системою синхронізації з перемішуванням накопичених фрагментів і параметрами, визначеними для $p_{0_max} = 0,4$, потрібно в середньому на 52,5 фрагменти менше, ніж для системи з параметрами, визначеними при $p_{0_max} = 0,495$.

Порівнюючи отримані результати різниці середньої кількості накопичених фрагментів для систем при $p_{0_max} = 0,4$ і $p_{0_max} = 0,495$ з використанням перемішування і без нього, можна зазначити, що використання точного значення ймовірності бітової помилки ($p_{0_max} = 0,4$) для визначення послідовності значень K і l дає більший ефект, ніж використання перемішування фрагментів для системи синхронізації з параметрами, визначеними для неточного значення ймовірності бітової помилки ($p_{0_max} = 0,495$). Водночас, це не означає справедливості такого твердження для інших значень p_0 і p_{0_max} , проте максимально точне знання ймовірності бітової помилки в каналі зв'язку дозволить максимально ефективно визначити процедуру зміни значень K і l .

У випадку, коли ймовірність бітової помилки в каналі зв'язку не є постійною, доцільно орієнтуватися на її максимальне значення. Використання ж адаптивної процедури зміни параметрів системи синхронізації в залежності від завадової ситуації в каналі зв'язку може дозволити підвищити ефективність системи кадрової синхронізації. Проте в цьому випадку потрібно враховувати ризик збільшення частоти хибної синхронізації внаслідок збільшення ймовірності бітової помилки та інерційності процесу зміни параметрів.

Висновки

За допомогою розробленої моделі системи кадрової синхронізації нероздільних факторіальних кодів експериментально досліджено ефект вико-

ристання перемішування отриманих з каналу зв'язку та накопичених фрагментів. Запропонований алгоритм встановлення синхронізму із застосуванням перемішування фрагментів вимагає меншої кількості накопичених фрагментів, внаслідок чого підвищується швидкість входження в синхронізм. Для підвищення ефективності методу синхронізації ймовірність бітової помилки повинна бути максимально точно визначена. У випадку, якщо її значення має змінний характер, доцільно орієнтуватися на максимальне значення.

Застосування адаптивної процедури зміни параметрів системи синхронізації в залежності від заводої ситуації в каналі зв'язку може бути напрямом подальших досліджень.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. *Faure Э.В.* Факториальное кодирование с восстановлением данных // Вісник Черкаського державного технологічного університету, 2016, **1**, вип. 2, с. 33—39. DOI: 10.24025/2306-4412.2.2016.82932.
2. *Faure E.V.* Factorial coding with error correction / E.V. Faure, A.I. Shcherba, A.A. Kharin // Radio Electronics, Computer Science, Control, 2017, No 3, pp. 130—138. DOI: 10.15588/1607-3274-2017-3-15.
3. *Faure E.V.* Factorial code with a given number of inversions / E.V. Faure, A.I. Shcherba, A.A. Kharin // Ibid, 2018, No 2, pp. 143—153. DOI: 10.15588/1607-3274-2018-2-16.
4. *Jamil Samih Al-Azzeh et al.* Telecommunication Systems with Multiple Access Based on Data Factorial Coding // International Journal on Communications Antenna and Propagation (IRECAP), 2020, Vol. 10, No 2, pp. 102—113. DOI: 10.15866/irecap.v10i2.17216.
5. *Ling F.* Synchronization in Digital Communication Systems / Fuyun Ling, John Proakis. Cambridge, United Kingdom. NY, USA: Cambridge University Press, 2017, 396 p.
6. *Bloessl B.* mSync: Physical Layer Frame Synchronization without Preamble Symbols / Bastian Bloessl, Falko Dressler // IEEE Transactions on Mobile Computing, 2018, Vol. 17, No 10, pp. 2321—2333. DOI: 10.1109/tmc.2018.2808968.
7. *Nguyen A.T.P.* On the optimization of resources for short frame synchronization / Alex The Phuong Nguyen, Frédéric Guilloud, Raphaël Le Bidan // Annals of Telecommunications, 2020, Vol. 75, No 11—12, pp. 635—640. DOI: 10.1007/s12243-020-00787-y.
8. *Faure E.* Permutation-Based Frame Synchronisation Method for Short Packet Communication Systems / Emil Faure, Anatoly Shcherba, Bohdan Stupka // 2021 11th IEEE International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications (IDAACS), Cracow, Poland, 22–25 September 2021 p. [S. l.], 2021, pp. 1073—1077. DOI: 10.1109/idaacs53288.2021.9660996.
9. *Jamil Al-Azzeh et al.* Permutation-based frame synchronization method for data transmission systems with short packets // Egyptian Informatics Journal, 2022, pp. 529—545. DOI: 10.1016/j.eij.2022.05.005.
10. Short-Packet Transmission // Information Theoretic Perspectives on 5G Systems and Beyond. [S. l.], 2022, pp. 339—393. DOI: 10.1017/9781108241267.010.
11. *Nguyen A.T.P.* Trade-Off Between Frame Synchronization and Channel Decoding for Short Packets / Alex The Phuong Nguyen, Raphael Le Bidan, Frederic Guilloud // IEEE Communications Letters, 2019, Vol. 23, No 6, pp. 979—982. DOI: 10.1109/lcomm.2019.2913363.

12. Feng C. Reliable and Secure Short-Packet Communications / Chen Feng, Hui-Ming Wang, H. Vincent Poor // *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2021, pp. 1913–1926. DOI: 10.1109/twc.2021.3108042.
13. Alexandru-Sabin Bana et al. Short Packet Structure for Ultra-Reliable Machine-Type Communication: Tradeoff between Detection and Decoding // *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, Calgary, AB, 15–20 April 2018 [S. 1.], 2018, pp. 6608–6612. DOI: 10.1109/icassp.2018.8461650.
14. Durisi G. Toward Massive, Ultrareliable, and Low-Latency Wireless Communication With Short Packets / Giuseppe Durisi, Tobias Koch, Petar Popovski // *Proceedings of the IEEE*, 2016, Vol. 104, No 9, pp. 1711–1726. DOI: 10.1109/jproc.2016.2537298.
15. Knuth D.E. *The Art of Computer Programming*. Upper Saddle River, NJ: Addison-Wesley Professional, 2008, Vol. 4, Fascicle 0: Introduction to Combinatorial Algorithms and Boolean Functions, 224 p.
16. Пат. JPH01296825A Японія. Majority circuit / I. Yoshinori; заявник та патентовласник Fujitsu Ltd. № JP12750588A ; заявл. 25.05.1988; опубл. 30.11.1989.
17. Terrell T. J. *Digital Signal Processing* / Trevor J. Terrell, Lik-Kwan Shark. London : Macmillan Education UK, 1996. DOI: 10.1007/978-1-349-13735-0.
18. Tan L. *Digital Signal Processing: Fundamentals and Applications* / Li Tan, Jean Jiang. [S. 1.]: // Elsevier Science & Technology, 2018, 920 p.
19. Galati G. Signal design and processing for noise radar / G. Galati, G. Pavan, C. Wasserzler // *EURASIP J. Adv. Signal Process*, 2022, Vol. 2022, No 1, pp. 52. DOI: 10.1186/s13634-022-00884-1.
20. Ibe O. *Fundamentals of Applied Probability and Random Processes* / Oliver Ibe. [S. 1.]: // Elsevier Science & Technology Books, 2014, 456 p.

Отримано 21.11.22;
після доопрацювання 25.11.22

REFERENCES

1. Faure, E.V. (2016), “Factorial coding with data recovery”, *Visnyk Cherkaskoho derzhavnoho tekhnolohichnoho universytetu*, Vol. 1, no. 2, pp. 33–39, DOI: 10.24025/2306-4412.2016.82932.
2. Faure, E.V. (2017), “Factorial coding with error correction”, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, Vol. 3, pp. 130–138, DOI: 10.15588/1607-3274-2017-3-15.
3. Faure, E.V., Shcherba, A.I. and Kharin, A.A. (2018), “Factorial code with a given number of inversions”, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, Vol. 2, pp. 143–153, DOI: 10.15588/1607-3274-2018-2-16.
4. Al-Aazeh, J., Ayyoub, B., Faure, E., Shvydkiy, V., Kharin, O. and Lavdanskyi, A. (2020), “Telecommunication systems with multiple access based on data factorial coding”, *International Journal on Communications Antenna and Propagation*, Vol. 10, no. 2, pp. 102–113, DOI: 10.15866/irecap.v10i2.17216.
5. Ling, F. (2017), *Synchronization in digital communication systems*, Cambridge University Press, NY, USA.
6. Bloessl, B. and Dressler, F. (2018), “mSync: Physical Layer Frame Synchronization without Preamble Symbols”, *IEEE Transactions on Mobile Computing*, October 2018, Vol. 17, no. 10, pp. 2321–2333, DOI: 10.1109/TMC.2018.2808968.
7. Nguyen, A.T.P., Guilloud, F. and Le Bidan, R. (2020), “On the optimization of resources for short frame synchronization”, *Annals of Telecommunications*, Vol. 75, no. 11–12, pp. 635–640, DOI: 10.1007/s12243-020-00787-y.

8. Faure, E., Shcherba, A. and Stupka, B. (2021), “Permutation–Based Frame Synchronisation Method for Short Packet Communication Systems”, *2021 11th IEEE International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications (IDAACS)*, September 2021, Krakow, Poland, pp. 1073–1077, DOI: 10.1109/IDAACS53288.2021.9660996.
9. Al-Aazzeh, J., Faure, E., Shcherba, A. and Stupka, B. (2022), “Permutation–based frame synchronization method for data transmission systems with short packets”, *Egyptian Informatics Journal*, Vol. 23, no. 3, pp. 529–545, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.eij.2022.05.005>.
10. Durisi, D., Liva, G. and Polyanskiy, Y. (2022), “Short-Packet Transmission”, *Information Theoretic Perspectives on 5G Systems and Beyond*, pp. 339–393, DOI: 10.1017/9781108241267.010.
11. Nguyen, A.T.P., Le Bidan, R. and Guilloud, F. (2019), “Trade-Off Between Frame Synchronization and Channel Decoding for Short Packets”, *IEEE Communications Letters*, June 2019, Vol. 23, no. 6, pp. 979–982, DOI: 10.1109/LCOMM.2019.2913363.
12. Feng, C., Wang, H.-M. and Poor, H.V. (2022), “Reliable and Secure Short–Packet Communications”, *IEEE Transactions on Wireless Communications*, March 2022, Vol. 21, no. 3, pp. 1913–1926, DOI: 10.1109/TWC.2021.3108042.
13. Bana, A.-S., Trillingsgaard, K.F., Popovski, P. and de Carvalho, E. (2018), “Short Packet Structure for Ultra–Reliable Machine–Type Communication: Tradeoff between Detection and Decoding”, *2018 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, Calgary, AB, April 2018, pp. 6608–6612, DOI: 10.1109/ICASSP.2018.8461650.
14. Durisi, G., Koch, T. and Popovski, P. (2016), “Toward Massive, Ultrareliable, and Low–Latency Wireless Communication with Short Packets”, *Proceedings of the IEEE*, September 2016, Vol. 104, no. 9, pp. 1711–1726, DOI: 10.1109/JPROC.2016.2537298.
15. Knuth, D.E. (2008), *The Art of Computer Programming: Introduction to combinatorial algorithms and Boolean functions*, Vol. 4A, Addison–Wesley, Upper Saddle River, NJ.
16. Yoshinori, I. (1989), Patent JPH01296825A, “Majority circuit”, No. JP12750588A ; application date May 25, 1988; publication date November 30, 1989.
17. Terrell, T.J. and Shark, L.-K. (1996), *Digital Signal Processing*, Macmillan Education, London, UK, DOI: 10.1007/978-1-349-13735-0.
18. Tan, L. and Jiang, J. (2019), *Digital Signal Processing. Fundamentals and Applications*. 3rd ed., Elsevier Science & Technology, DOI: 10.1016/C2017-0-02319-4.
19. Galati, G., Pavan, G. and Wasserzier, C. (2022), “Signal design and processing for noise radar”, *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, Vol. 2022, no. 1, pp. 52, DOI: 10.1186/s13634-022-00884-1.
20. Ibe, O.C. (2014), *Fundamentals of applied probability and random processes*. 2nd edition, Elsevier/AP, Boston, Amsterdam.

Received 21.11.22;
after revision 25.11.22

E.V. Faure, B.A. Stupka

EVALUATION OF FRAME SYNCHRONIZATION
EFFICIENCY FOR NON-SEPARABLE FACTORIAL CODES
DEPENDING ON SYNCHRONIZATION PARAMETERS

This paper aims at implementing the principles of establishing frame synchronism for non-separable factorial codes, as well as applying the operation of interleaving fragments received from the communication channel to increase the efficiency of finding permutation boundaries. We apply the algorithm for establishing frame synchronism with parameters defined for the

upper limit of the communication channel bit error probability $p_{0_max} = 0,495$, for environments with a bit error probability $p_0 \leq 0,495$. The parameters of the algorithm for establishing frame synchronism with the upper limit of the communication channel bit error probability $p_{0_max} = 0,4$ are determined. The efficiency of using the interleaving operation of fragments received from the communication channel is evaluated. The efficiency of implementing algorithms for establishing frame synchronism with parameters determined for the upper limit of the communication channel bit error probability $p_{0_max} = 0,495$ and $p_{0_max} = 0,4$ is compared, for environments with a bit error probability $p_0 \leq 0,4$. We give recommendations for selecting the synchronization algorithm parameters for communication channels where the bit error probability upper limit $p_0 \leq 0,4$ is known, and for channels where this value is variable. These recommendations can be used to improve the efficiency of algorithms for establishing frame synchronism when designing telecommunication systems with non-separable data factorial coding in conditions of natural or artificially created high-level communication channel noise.

К e y w o r d s: factorial coding, frame synchronization, permutation, syncword, high-level noise.

ФАУРЕ Еміль Віталійович, д-р техн. наук, професор, проректор з науково-дослідної роботи та міжнародних зв'язків, професор кафедри інформаційної безпеки та комп'ютерної інженерії Черкаського державного технологічного університету, який закінчив у 2005 р. Область наукових досліджень — методологія захисту інформації на основі факторіального кодування даних, методи та засоби криптографічного перетворення інформації.

СТУПКА Богдан Анатолійович, аспірант кафедри інформаційної безпеки та комп'ютерної інженерії Черкаського державного технологічного університету. В 2020 закінчив Черкаський державний технологічний університет. Область наукових досліджень — факторіальне кодування даних, канали зв'язку із завадою високої інтенсивності, кадрова синхронізація.