

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЧЕРКАСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ І СИСТЕМ

**ТЕХНОЛОГІЇ ТА СИСТЕМИ ПІДТРИМКИ
ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ
НЕВИЗНАЧЕНОСТІ**

ПРАКТИКУМ

для здобувачів освітнього ступеня «бакалавр»
зі спеціальностей 122 Комп'ютерні науки та
126 Інформаційні системи та технології
усіх форм навчання

Черкаси
2019

УДК 519.816 : 004.383.8] (07)
Т 38

*Затверджено вченою радою ФІТІС
протокол №5 від 14.02.2019 р.
згідно з рішенням кафедри
інформаційних технологій
проектування,
протокол №8 від 10.01.2019 р.*

Упорядник Єгорова О.В., к.т.н.

Рецензент Оксамитна Л.П., к.т.н., доцент

Т38 Технології та системи підтримки прийняття рішень в умовах невизначеності. Практикум для здобувачів освітнього ступеня «бакалавр» зі спеціальностей 122 Комп'ютерні науки та 126 Інформаційні системи та технології усіх форм навчання [Електронний ресурс] / [упоряд. Єгорова О.В.] ; М-во освіти і науки України, Черкас. держ. технол. ун-т. Черкаси: ЧДТУ, 2019 - 90 с.

Лабораторний практикум спрямований на формування у здобувачів вищої освіти бакалаврського освітнього рівня вмінь щодо вибору та використання методів розв'язання задач в умовах неповної інформації для вирішення практичних проблем.

УДК 519.816 : 004.383.8] (07)

Навчальне електронне видання
комбінованого використання

**ТЕХНОЛОГІЇ ТА СИСТЕМИ ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ
РІШЕНЬ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ
ПРАКТИКУМ**

для здобувачів освітнього ступеня «бакалавр»
зі спеціальностей 122 Комп'ютерні науки та
126 Інформаційні системи та технології
усіх форм навчання

Упорядник
Єгорова Ольга В'ячеславівна

В авторській редакції

ЗМІСТ

| | |
|--|----|
| ВСТУП..... | 4 |
| ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №1 | |
| <i>Методи побудови функцій належності нечітких множин.....</i> | 5 |
| ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №2 | |
| <i>Нечіткі величини та арифметичні операції над ними.....</i> | 19 |
| ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №3 | |
| <i>Лінгвістичні змінні та їх застосування в організаційно-економічному аналізі .</i> | 33 |
| ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №4 | |
| <i>Алгоритми нечіткого логічного виведення.....</i> | 46 |
| ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №5 | |
| <i>Нечітка система підтримки прийняття рішень</i> | 67 |
| ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №6 | |
| <i>Нечітка кластеризація.....</i> | 78 |
| ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №7 | |
| <i>Нечітко-очікувані величини та арифметичні операції над ними</i> | 84 |
| ВИКОРИСТАНА ЛІТЕРАТУРА..... | 90 |

ВСТУП

Протягом багатьох тисяч років людям доводиться вибирати дії, які б внесли цілеспрямованість у їх життя. Аналізувати множину альтернатив можна, якщо існує спосіб порівняння альтернатив між собою і визначення серед них домінуючих. Проте завжди існують фактори, при яких результати дій не є детермінованими, а ступінь можливого впливу цих факторів на результати дій невідома. Як наслідок, виникає необхідність достатнього забезпечення знаннями процесу прийняття рішень щодо певної проблемної ситуації.

Метою викладання навчальної дисципліни «Технології та системи підтримки прийняття рішень в умовах невизначеності» є теоретична та практична підготовка студентів у напрямку вибору та використання технологій підтримки прийняття рішень в умовах невизначеності; набуття практичних навичок розробки інструментальних засобів вирішення проблем, що супроводжуються неповнотою, неоднозначністю, відсутністю даних.

Основне завдання дисципліни «Технології та системи підтримки прийняття рішень в умовах невизначеності» полягає у тому, щоб забезпечити розуміння і засвоєння студентами сучасних технологій підтримки прийняття рішень в умовах невизначеності та ризику; сформувані навички вибору релевантних моделей та методів зменшення невизначеності на етапах життєвого циклу складних систем; визначення принципів, елементної бази та структури систем підтримки прийняття рішень, які функціонуватимуть в умовах неповної інформації та будуть спрямовані на оцінку рівня ризику тих або інших управлінських рішень.

Метою лабораторних робіт є набуття студентами практичних навичок щодо побудов функцій належності нечітких множин; виконання арифметичних операцій над нечіткими множинами; застосування лінгвістичних змінних в організаційно-економічному аналізі; розв'язання задач, вихідні дані яких представлені нечітко, з використанням алгоритмів нечіткого логічного виведення; розробки нечітких системи підтримки прийняття рішень; кластеризації об'єктів при заданій кількості кластерів в умовах невизначеності; виконання арифметичних операцій над нечітко-очікуваними величинами.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №1

Методи побудови функцій належності нечітких множин

Мета роботи: Навчитись будувати функції належності нечітких множин на основі висновків одного та декількох експертів.

Порядок виконання роботи

1. Вивчити теоретичні відомості.
2. Разом з викладачем вибрати варіант завдання.
3. Виконати завдання до лабораторної роботи згідно свого варіанту.
4. Скласти та оформити звіт.

Теоретичні відомості

Протягом останнього десятиліття для опису процесів інтелектуальної діяльності та підтримки процесів прийняття рішень умовах невизначеності і неповноти вхідної інформації широко використовується теорія нечітких множин.

Нечітка підмножина $A \subset X$ є набором пар $A = \{(x, \mu_A(x))\}$, де $x \in X$ і $\mu_A : X \rightarrow [0;1]$ – функція належності, яка є суб'єктивною мірою відповідності елемента x нечіткій підмножині A , X – універсальна множина, що описує предметну область.

В науковій літературі виділяють дві групи методів побудови функцій належності нечітких множин: *прямі* і *непрямі*.

Прямі методи характеризуються тим, що експерт або група експертів задає правила визначення значень функції належності $\mu_A(x)$ кожного елемента x універсальної множини X . При цьому, досить задати лише вид та характерні значення функції належності нечіткої множини.

Існує три способи прямого задання функцій належності нечітких множин: *представлення графіками, таблицями або формулами*.

Непрямі методи використовуються для представлення у вигляді функцій належності нечітких множин понять, що не мають універсальних елементарних властивостей, які можна було б виміряти. Наприклад, не існує універсальних елементарних вимірюваних властивостей, що описують поняття «краса».

До непрямих методів побудови функцій належності нечітких множин належать: метод попарного порівняння, статистичний метод обробки експертної інформації, метод експертного оцінювання, параметричний метод та метод рангових оцінок.

Метод попарного порівняння базується на обробці матриці експертних попарних порівнянь елементів універсальної множини. Експерт оцінює переваги одного елемента над іншим за відношенням до властивості нечіткої множини. Для встановлення відносної важливості елементів використовується

шкала відносної важливості Т. Сааті $\left(\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\} \cup \left\{ \frac{1}{k} \right\}_{k=1,9} \right)$.

0 – елементи не можна порівнювати.

1 – рівна важливість елементів.

3 – помірна перевага одного елемента над іншим.

5 – істотна або сильна перевага одного елемента над іншим.

7 – значна перевага одного елемента над іншим.

9 – дуже сильна перевага одного елемента над іншим.

2, 4, 6, 8 – проміжні значення, які застосовуються у компромісних випадках.

Метод побудови функції належності нечіткої множини на основі попарних порівнянь містить наступні кроки.

Крок 1. Задати кількість елементів універсальної множини, ввести позначення елементів універсальної множини та значення рівня переваги одного елемента над іншим.

Позначимо елементи універсальної множини, що описує предметну область, як $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, де n – число елементів, $i = \overline{1, n}$.

Оцінку елемента x_i у порівнянні з елементом x_j за відношенням до деякої властивості α позначимо як a_{ij} , $i, j = \overline{1, n}$.

Крок 2. Сформуванати матрицю попарних порівнянь елементів $S = \|a_{ij}\|$ розміру $n \times n$ з використанням шкали Т. Сааті.

$$S = \begin{matrix} & x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{matrix} & \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Матриця S є діагональною та обернено симетричною, оскільки $a_{nn} = 1$ і $a_{ij} = \frac{1}{a_{ji}}$, $\forall i, j = \overline{1, n}$.

Крок 3. Обчислити власний вектор $W = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ матриці S , який відповідає максимальному числу матриці S , шляхом розв'язання системи рівнянь

$$\begin{cases} S \cdot W = \lambda_{\max} \cdot W \\ w_1 + w_2 + \dots + w_n = 1 \end{cases}$$

де λ_{\max} – максимальне власне число матриці S .

Вектор $W = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ і є вектором, який вказує на міру належності елементів x_1, x_2, \dots, x_n , $i = \overline{1, n}$, нечіткій множині.

Крок 4. Виконати нормування одержаної функції належності нечіткої множини, якщо вона субнормальна.

Крок 5. Записати одержану нечітку множину.

Приклад 1.1. Нехай універсальна множина $X = \{5, 11, 17, 23\}$ відповідає поняттю «частка безробітного населення в країні». Необхідно побудувати функцію належності нечіткої множини «гранично допустимий рівень безробіття в країні».

Розв'язання. Універсальною множиною для нечіткої множини «гранично допустимий рівень безробіття в країні» є числовий відрізок $[5; 23]$ (%). Нехай експерт виділив для цієї множини такі лінгвістичні терми: «незначний», «помірний», «значний» та «гранично допустимий».

Терм «незначний» може набувати значень на півінтервалі $[5; 9,5)$.

Терм «помірний» може набувати значень на півінтервалі $[9,5; 14)$.

Терм «значний» може набувати значень на півінтервалі $[14; 18,5)$.

Терм «гранично допустимий» може набувати значень на відрізку $[18,5; 23]$

Матриця попарних порівнянь лінгвістичних термів, які характеризують рівень безробіття в країні, набуде вигляду

$$S = \begin{matrix} & \begin{matrix} 5 & 11 & 17 & 23 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 5 \\ 11 \\ 17 \\ 23 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1/3 & 1/5 & 1/9 \\ 3 & 1 & 3/5 & 3/9 \\ 5 & 5/3 & 1 & 5/9 \\ 9 & 9/3 & 9/5 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}.$$

Максимальне власне число матриці S становить $\lambda_{\max} = 4$.

Власний вектор матриці попарних порівнянь дорівнює

$$W = \begin{pmatrix} 0,093 \\ 0,279 \\ 0,464 \\ 0,836 \end{pmatrix}.$$

Після нормування власний вектор матриці попарних порівнянь набуде вигляду

$$W^H = \begin{pmatrix} 0,111 \\ 0,333 \\ 0,556 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Записуємо функцію належності нечіткої множини «гранично допустимий рівень безробіття в країні»

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0,111, & \text{якщо } 5 \leq x < 9, \\ 0,333, & \text{якщо } 9 \leq x < 14,5, \\ 0,556, & \text{якщо } 14,5 \leq x < 18,5, \\ 1, & \text{якщо } 18,5 \leq x < 23. \end{cases}$$

Записуємо нечітку множину «гранично допустимий рівень безробіття в країні»

$$A = \frac{0,111}{5} + \frac{0,333}{11} + \frac{0,556}{17} + \frac{1}{23}.$$

Розв'язання задачі в СКМ Mathcad наведено на рис. 1.1.

1. Задаємо матрицю попарних порівнянь S

$$S := \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3} & \frac{1}{5} & \frac{1}{9} \\ 3 & 1 & \frac{3}{5} & \frac{3}{9} \\ 5 & \frac{5}{3} & 1 & \frac{5}{9} \\ 9 & \frac{9}{3} & \frac{9}{5} & 1 \end{pmatrix}$$

2. Обчислюємо власні числа матриці попарних порівнянь

$$\text{eigenvals}(S) = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

3. Обчислюємо максимальне власне число матриці

$$\lambda_{\max} := \max(\text{eigenvals}(S))$$

4. Обчислюємо власний вектор матриці попарних порівнянь

$$\text{eigenvec}(S, \lambda_{\max}) = \begin{pmatrix} 0.093 \\ 0.279 \\ 0.464 \\ 0.836 \end{pmatrix}$$

5. Виконуємо нормування власного вектора матриці попарних порівнянь

$$W := \frac{\text{eigenvec}(S, \lambda_{\max})}{\max(\text{eigenvec}(S, \lambda_{\max}))} \quad W = \begin{pmatrix} 0.111 \\ 0.333 \\ 0.556 \\ 1 \end{pmatrix}$$

6. Записуємо нечітку множину

$$A := \frac{0.111}{5} + \frac{0.333}{11} + \frac{0.556}{17} + \frac{1}{23}$$

Рисунок 1.1 – Розв'язання задачі побудови функції належності нечіткої множини «гранично допустимий рівень безробіття в країні» в СКМ Mathcad

Розв'язання задачі в СКМ MATLAB наведено на рис. 1.2.

```

Command Window
New to MATLAB? See resources for Getting Started.
>> S=[1 1/3 1/5 1/9; 3 1 3/5 3/9; 5 5/3 1 5/9; 9 9/3 9/5 1];
>> [V,D]=eig(S,'nobalance');
>> W=V((1:size(D)),2)/max(V((1:size(D)),2))

W =

    0.1111
    0.3333
    0.5556
    1.0000

fx >> |

```

Рисунок 1.2 – Розв'язання задачі побудови функції належності нечіткої множини «гранично допустимий рівень безробіття в країні» в СКМ MATLAB

Відповідь: поняттю «гранично допустимий рівень безробіття в країні»

відповідає нечітка множина $A = \frac{0,111}{5} + \frac{0,333}{11} + \frac{0,556}{17} + \frac{1}{23}$.

Статистичний метод обробки експертної інформації. Нехай існує деяка універсальна множина $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, $i = \overline{1, n}$. Її елементи можна охарактеризувати нечіткими термами $\Phi = \{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_k\}$, $j = \overline{1, k}$. До процесу побудови функції належності нечіткої множини залучено M експертів. Позначимо q_{ij}^m – висновок m -го експерта про наявність у елемента x_i властивостей φ_j , $m = \overline{1, M}$, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, k}$, нечіткої множини. Припустимо, що

$$q_{ij}^m = \begin{cases} 1, & \text{якщо } m\text{-й експерт дав стверджувальну відповідь про наявність у} \\ & \text{елемента } x_i \text{ властивості } \varphi_j \text{ нечіткої множини;} \\ 0, & \text{в іншому випадку.} \end{cases}$$

Результати експертного опитування представляють у вигляді табл. 1.1.

Таблиця 1.1 – Результати експертного опитування

| Експерти | Терми | Елементи нечіткої множини | | | |
|------------|-------------|---------------------------|------------|-----|------------|
| | | x_1 | x_2 | ... | x_n |
| Експерт №1 | φ_1 | q_{11}^1 | q_{21}^1 | ... | q_{n1}^1 |
| | φ_2 | q_{12}^1 | q_{22}^1 | ... | q_{n2}^1 |
| | ... | ... | ... | ... | ... |
| | φ_k | q_{1k}^1 | q_{2k}^1 | ... | q_{nk}^1 |
| Експерт №2 | φ_1 | q_{11}^2 | q_{21}^2 | ... | q_{n1}^2 |
| | φ_2 | q_{12}^2 | q_{22}^2 | ... | q_{n2}^2 |
| | ... | ... | ... | ... | ... |
| | φ_k | q_{1k}^2 | q_{2k}^2 | ... | q_{nk}^2 |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| Експерт №M | φ_1 | q_{11}^M | q_{21}^M | ... | q_{n1}^M |
| | φ_2 | q_{12}^M | q_{22}^M | ... | q_{n2}^M |
| | ... | ... | ... | ... | ... |
| | φ_k | q_{1k}^M | q_{2k}^M | ... | q_{nk}^M |

За даними табл. 1.1 розраховують міру належності елементів нечіткій множині

$$\mu_{\varphi_j}(x_i) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M q_{ij}^m, \quad m = \overline{1, M}, \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, k}.$$

Тоді, загальна формула одержання нечіткої множини набуде вигляду

$$A_{\varphi_j} = \{(x_i, \mu_{\varphi_j}(x_i))\}.$$

Приклад 1.2. Використовуючи статистичний метод обробки експертної інформації, необхідно побудувати функції належності термів «дешевий», «середній», «дорогий» для оцінки вартості твердого сиру у супермаркетах та відповідну їм нечітку множину. Результати опитування п'яти експертів наведені у табл. 1.2.

Таблиця 1.2 – Результати експертного опитування

| Експерти | Терм | Вартість твердого сиру (грн./кг) | | | | |
|------------|----------|----------------------------------|---------|---------|---------|---------|
| | | 100-150 | 150-200 | 200-250 | 250-300 | 300-350 |
| Експерт №1 | дешевий | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| | середній | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| | дорогий | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| Експерт №2 | дешевий | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | середній | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| | дорогий | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| Експерт №3 | дешевий | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | середній | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| | дорогий | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| Експерт №4 | дешевий | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| | середній | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| | дорогий | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| Експерт №5 | дешевий | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | середній | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| | дорогий | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

Розв'язання: Результати обробки експертних висновків, що наведені в табл.1.2, представимо у вигляді табл. 1.3.

Таблиця 1.3 – Результати обробки експертних висновків

| Функція належності | Терм | Вартість твердого сиру (грн./кг) | | | | |
|------------------------------|----------|----------------------------------|---------|---------|---------|---------|
| | | 100-150 | 150-200 | 200-250 | 250-300 | 300-350 |
| $\mu_{\text{дешевий}}(x_i)$ | дешевий | 4 | 2 | 1 | 0 | 0 |
| | | 0,8 | 0,4 | 0,2 | 0 | 0 |
| $\mu_{\text{середній}}(x_i)$ | середній | 1 | 3 | 4 | 3 | 0 |
| | | 0,2 | 0,6 | 0,8 | 0,6 | 0 |
| $\mu_{\text{дорогий}}(x_i)$ | дорогий | 0 | 0 | 0 | 2 | 5 |
| | | 0 | 0 | 0 | 0,4 | 1 |

За даними табл. 1.3 запишемо нечіткі множини, які характеризують вартість твердого сиру у супермаркетах,

$$A_{\text{дешевий}} = \frac{0,8}{100 - 150} + \frac{0,4}{150 - 200} + \frac{0,2}{200 - 250},$$

$$A_{\text{середній}} = \frac{0,2}{100 - 150} + \frac{0,6}{150 - 200} + \frac{0,8}{200 - 250} + \frac{0,6}{250 - 300},$$

$$A_{\text{дорогий}} = \frac{0,4}{250 - 300} + \frac{1}{300 - 350}.$$

Графік функцій належності термів, які характеризують вартість твердого сиру у супермаркетах, наведено на рис. 1.3.

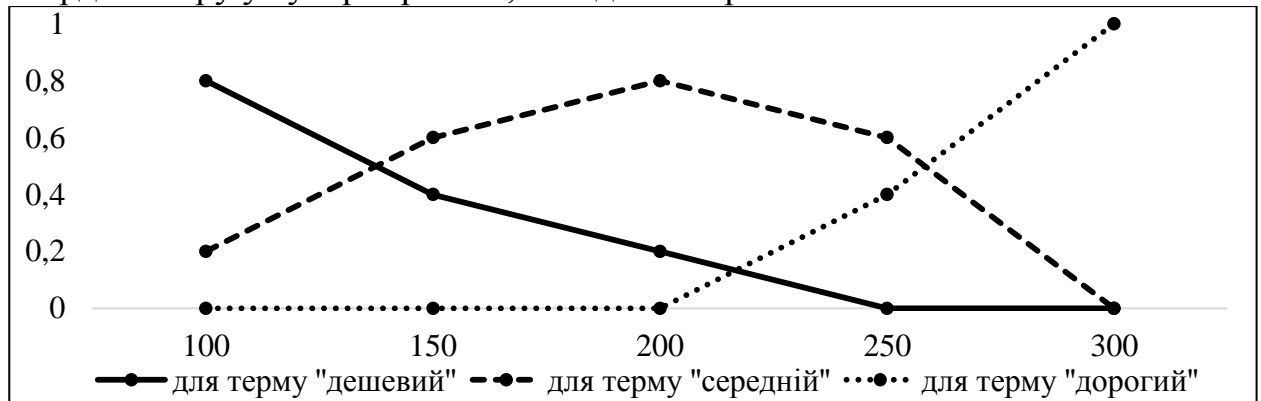


Рисунок 1.3 – Графіки функцій належності термів, які характеризують вартість твердого сиру у супермаркетах

Розв'язання задачі в СКМ Mathcad наведено на рис. 1.4.

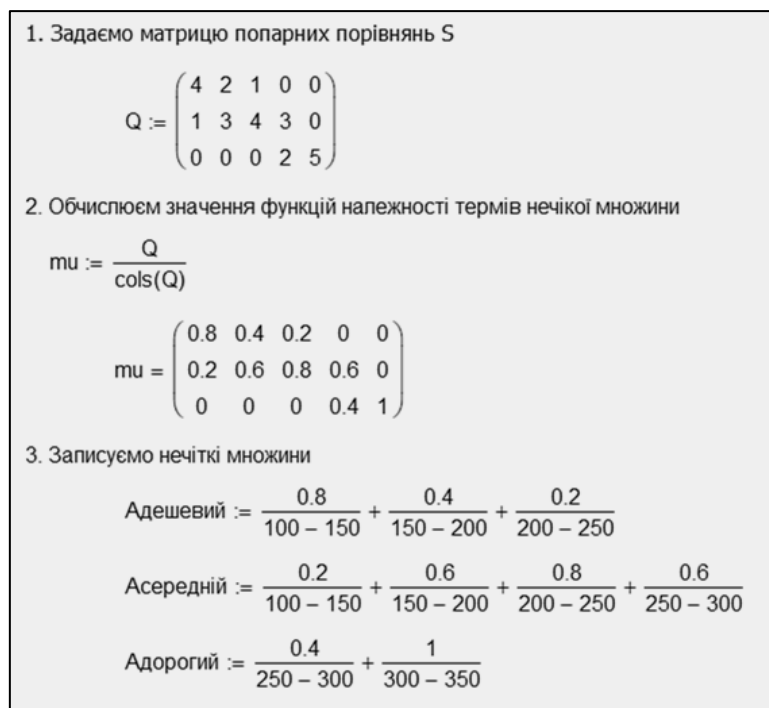


Рисунок 1.4 – Розв'язання задачі побудови функцій належності термів, які характеризують вартість твердого сиру в супермаркетах, в СКМ Mathcad

Розв'язання задачі в СКМ MATLAB наведено на рис. 1.5.

```

Command Window
New to MATLAB? See resources for Getting Started.
>> Q=[4 2 1 0 0; 1 3 4 3 0; 0 0 0 2 5];
>> [n1, n2]=size(Q);
>> mu=Q/n2

mu =

    0.8000    0.4000    0.2000         0         0
    0.2000    0.6000    0.8000    0.6000         0
         0         0         0    0.4000    1.0000

fx >> |

```

Рисунок 1.5 – Розв’язання задачі побудови функцій належності термів, які характеризують вартість твердого сиру в супермаркетах, в СКМ MATLAB

Відповідь: поняттю «вартість сиру у супермаркеті» відповідають три нечіткі множини

$$\begin{aligned}
 A_{\text{дешевий}} &= \frac{0,8}{100 - 150} + \frac{0,4}{150 - 200} + \frac{0,2}{200 - 250}, \\
 A_{\text{середній}} &= \frac{0,2}{100 - 150} + \frac{0,6}{150 - 200} + \frac{0,8}{200 - 250} + \frac{0,6}{250 - 300}, \\
 A_{\text{дорогий}} &= \frac{0,4}{250 - 300} + \frac{1}{300 - 350}.
 \end{aligned}$$

Метод ранжування базується на ідеї розподілу міри належності елементів універсальної множини відповідно до їх рангів.

Рангом елемента $x_i \in X$ називається число $r_i(x_i)$, $i = \overline{1, n}$, яке вказує на важливість цього елемента у формуванні властивості, яка описується нечітким термом φ_j , $j = \overline{1, k}$. При цьому, вважаємо, що чим більшим є ранг елемента, тим більшою є міра впевненості у належності елемента нечіткій множині.

Метод побудови функції належності на основі ранжування містить наступні кроки.

Крок 1. Задати лінгвістичну змінну T .

Крок 2. Визначити універсальну множину $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, $i = \overline{1, n}$, на якій задається лінгвістична змінна T .

Крок 3. Задати сукупність нечітких термів $\Phi = \{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_k\}$, $j = \overline{1, k}$, для оцінки лінгвістичної змінної T .

Крок 4. Для кожного терму φ_j , $j = \overline{1, k}$, сформулювати матрицю

$$q_{\varphi_j} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{r_2}{r_1} & \frac{r_3}{r_1} & \dots & \frac{r_n}{r_1} \\ \frac{r_1}{r_2} & 1 & \frac{r_3}{r_2} & \dots & \frac{r_n}{r_2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{r_1}{r_n} & \frac{r_2}{r_n} & \frac{r_3}{r_n} & \dots & 1 \end{bmatrix}.$$

Крок 5. Обчислити значення елементів функції належності для кожного терму φ_j , використовуючи формули

$$\begin{aligned} \mu_{\varphi_1}(x_i) &= \left(1 + \frac{r_2}{r_1} + \frac{r_3}{r_1} + \dots + \frac{r_n}{r_1} \right)^{-1}, \\ \mu_{\varphi_2}(x_i) &= \left(\frac{r_1}{r_2} + 1 + \frac{r_3}{r_2} + \dots + \frac{r_n}{r_2} \right)^{-1}, \\ &\dots \\ \mu_{\varphi_k}(x_i) &= \left(\frac{r_1}{r_n} + \frac{r_2}{r_n} + \frac{r_3}{r_n} + \dots + 1 \right)^{-1}. \end{aligned}$$

Крок 6. Записати одержані нечіткі множини.

Наведені формули дозволяють обчислювати значення функцій належності двома способами:

- 1) з використанням абсолютних оцінок рівнів r_i , $i = \overline{1, n}$, які визначаються за 9-ти бальною шкалою (1 – найменший ранг, 9 – найбільший ранг);
- 2) з використанням відносних оцінок рангів $a_{iu} = \frac{r_i}{r_u}$, де $i, u = \overline{1, n}$.

Приклад 1.3. Розв'яжемо задачу із прикладу 1.1 з використанням методу ранжування.

Розв'язання: Нехай лінгвістичній змінній $T =$ «рівень безробіття в країні» відповідає універсальна множина $X = \{5, 11, 17, 23\}$.

Виділимо для цієї лінгвістичної змінної такі лінгвістичні терми: $\varphi_1 =$ «незначний», $\varphi_2 =$ «помірний», $\varphi_3 =$ «значний» та $\varphi_4 =$ «гранично допустимий». Враховуючи довжину універсальної множини $[5; 23]$ (%), припустимо, що терм «незначний» може набувати значень на півінтервалі $[5; 9,5)$, терм «помірний» – на півінтервалі $[9,5; 14)$, терм «значний» – на півінтервалі $[14; 18,5)$, терм «гранично допустимий» – на відрізку $[18,5; 23]$.

Формуємо матрицю попарних порівнянь абсолютних оцінок елементів універсальної множини для лінгвістичного терму «гранично допустимий рівень безробіття у країні»

$$q_{\varphi_4} = \begin{matrix} & 5 & 11 & 17 & 23 \\ 5 & \left[\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 5/3 & 9/1 \end{array} \right] \\ 11 & \left[\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 5/3 & 9/3 \end{array} \right] \\ 17 & \left[\begin{array}{cccc} 1/5 & 3/5 & 1 & 9/5 \end{array} \right] \\ 23 & \left[\begin{array}{cccc} 1/9 & 3/9 & 5/9 & 1 \end{array} \right] \end{matrix}.$$

Обчислюємо значення елементів функцій належності для лінгвістичного терму «гранично допустимий рівень безробіття у країні»

$$\mu_{\varphi_4}(x_1) = \left(1 + \frac{7}{9} + \frac{5}{3} + \frac{9}{1}\right)^{-1} = 0,079,$$

$$\mu_{\varphi_4}(x_2) = \left(1 + 1 + \frac{5}{3} + \frac{9}{3}\right)^{-1} = 0,15,$$

$$\mu_{\varphi_4}(x_3) = \left(\frac{1}{5} + \frac{3}{5} + 1 + \frac{9}{5}\right)^{-1} = 0,278,$$

$$\mu_{\varphi_4}(x_4) = \left(\frac{1}{9} + \frac{3}{9} + \frac{5}{9} + 1\right)^{-1} = 0,5.$$

Після нормування функція належності нечіткої множини «гранично допустимий рівень безробіття в країні» набуде вигляду

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0,158, & \text{якщо } 5 \leq x < 9, \\ 0,3, & \text{якщо } 9 \leq x < 14,5, \\ 0,556, & \text{якщо } 14,5 \leq x < 18,5 \\ 1, & \text{якщо } 18,5 \leq x < 23. \end{cases}$$

Записуємо нечітку множину

$$A = \frac{0,158}{5} + \frac{0,3}{11} + \frac{0,556}{17} + \frac{1}{23}.$$

Розв'язання задачі в СКМ Mathcad наведено на рис. 1.6.

1. Задаємо матрицю попарних порівнянь q

$$q := \begin{pmatrix} 1 & 1 & \frac{5}{3} & \frac{9}{1} \\ 1 & 1 & \frac{5}{3} & \frac{9}{3} \\ \frac{1}{5} & \frac{3}{5} & 1 & \frac{9}{5} \\ \frac{1}{9} & \frac{3}{9} & \frac{5}{9} & 1 \end{pmatrix}$$

2. Будуємо процедуру для обчислення значення елементів функцій належності та їх нормування

```

ORIGIN := 1    mu(q) := a ← 0
for i ∈ 1..rows(q)
  for j ∈ 1..cols(q)
    mui,j ← ∑k=1cols(q) qi,k
    mui,j-1
    max(mu-1)

```

3. Виводимо нормовані значення елементів функцій належності

$$\text{mu}(q) = \begin{pmatrix} 0,158 \\ 0,3 \\ 0,556 \\ 1 \end{pmatrix}$$

4. Записуємо нечітку множину

$$A := \frac{0,158}{5} + \frac{0,3}{11} + \frac{0,556}{17} + \frac{1}{23}$$

Рисунок 1.6 – Розв'язання задачі побудови функції належності нечіткої множини «гранично допустимий рівень безробіття в країні» в СКМ Mathcad

Розв'язання задачі в СКМ MATLAB наведено на рис. 1.6.

```

Command Window
New to MATLAB? See resources for Getting Started.
>> q=[1 1 5/3 9/1; 1 1 5/3 9/3; 1/5 3/5 1 9/5; 1/9 3/9 5/9 1];
>> mu=sum(q,2).^(-1)/(max(sum(q,2).^(-1)))

mu =

    0.1579
    0.3000
    0.5556
    1.0000

fx >>
    
```

Рисунок 1.7 – Розв'язання задачі побудови функції належності нечіткої множини «гранично допустимий рівень безробіття в країні» в СКМ MATLAB

Відповідь: поняттю «гранично допустимий рівень безробіття в країні»

відповідає нечітка множина $A = \frac{0,158}{5} + \frac{0,3}{11} + \frac{0,556}{17} + \frac{1}{23}$.

Завдання до роботи

1. На універсальній множині $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, $i = \overline{1, n}$, побудувати функцію належності нечіткої множини A та її графік з використанням методу попарного порівняння. Варіанти завдань наведені в табл. 1.4.

Таблиця 1.4 – Варіанти завдань

| Номер варіанта | Універсальна множина, X | Нечітка змінна, A | Лінгвістичний терм |
|----------------|---------------------------|---|--------------------|
| 1 | 41, 53, 65, 70, 80 | кава ($^{\circ}\text{C}$) | холодна |
| 2 | 4, 6, 10, 12, 15 | вартість проїзду у громадському транспорті (грн.) | висока |
| 3 | 3, 12, 18, 23, 35 | температура повітря ($^{\circ}\text{C}$) | комфортна |
| 4 | 18, 32, 48, 56, 84 | площа квартири (м^2) | мала |
| 5 | 5, 8, 11, 13, 18 | урожайність зернових культур (ц/га) | середня |
| 6 | 5, 10, 20, 30, 50 | потужність виробництва (т/добу) | висока |
| 7 | 1, 7, 23, 36, 50 | мінералізація води (г/дм^3) | солонувата |
| 8 | 23, 52, 74, 88, 102 | обсяг журналу (сторінок) | середній |
| 9 | 17, 29, 43, 56, 74 | відносна вологість повітря (%) | висока |
| 10 | 3, 5, 10, 12, 20 | досвід роботи (років) | малий |

| Номер варіанта | Універсальна множина, X | Нечітка змінна, A | Лінгвістичний терм |
|----------------|---------------------------|---|--------------------|
| 11 | 2, 6, 8, 12, 17 | темپ виконання вправи (кількість повторень на одиницю часу) | середній |
| 12 | 60, 257, 415, 589, 740 | відстань між містами (км) | велика |
| 13 | 1, 4, 10, 15, 23 | телефонна розмова (хв.) | змістовна |
| 14 | 0.4, 1.2, 2.3, 3, 4.1 | термін окупності інвестицій (років) | низький |
| 15 | 3, 7, 12, 15, 18 | вага поштового відправлення (кг) | середня |
| 16 | 30, 60, 80, 120, 180 | швидкість руху автомобіля (км/год) | висока |
| 17 | 1, 2, 3, 4, 5 | термін кредитування (років) | низький |
| 18 | 15, 30, 45, 60, 90 | екологічна експертиза (днів) | середньотривала |
| 19 | 65, 70, 80, 85, 90 | чай ($^{\circ}\text{C}$) | гарячий |
| 20 | 1, 2, 3, 4, 5,6 | тривалість тестування рівня знань (год.) | довготривале |

2. Провести опитування M експертів. Результати експертного опитування представити у вигляді табл. 1.1. За результатами експертного опитування на універсальній множині $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, $i = \overline{1, n}$, побудувати функції належності нечітких множин та їх графіки з використанням статистичного методу обробки експертної інформації. Початкові дані для проведення опитування наведені в табл. 1.5.

Таблиця 1.5 – Початкові дані для проведення опитування

| Номер варіанта | Кількість експертів, M | Універсальна множина, X | Нечітка змінна, A | Лінгвістичні терми |
|----------------|--------------------------|---------------------------|---|---|
| 1 | 4 | 4, 8, 15, 17, 20 | інтенсивність обслуговування покупців (осіб/год.) | мала, середня, велика |
| 2 | 5 | 1, 2, 8, 16, 24 | глибина кольору (біт/піксел) | найменша, середня, найбільша |
| 3 | 4 | 400, 300, 210, 150, 50 | рівність дорожнього покриття (см/км) | незадовільна, задовільна, добра, відмінна |

Продовження табл. 1.5

| Номер варіанта | Кількість експертів | Універсальна множина, X | Нечітка змінна, A | Лінгвістичні терми |
|----------------|---------------------|-----------------------------|---|---|
| 4 | 5 | -147, -100, 0, 50, 150 | яскравість зображення (кд/м ³) | мала, середня, велика |
| 5 | 4 | 380, 450, 570, 620, 750 | довжина хвилі випромінювання (нм) | мала, середня, велика |
| 6 | 5 | 60, 80, 100, 120, 150 | швидкість відгуку електронної дошки (пар координат/с) | низька, середня, висока |
| 7 | 6 | 14, 22, 31, 64, 82 | якість продукції (%) | низька, середня, висока |
| 8 | 5 | -127, -27, 0, 57, 100 | контрастність зображення (лк) | відсутня, мала, середня, велика |
| 9 | 4 | 21, 32, 44, 56, 73 | вартість навчання (тис. грн.) | низька, середня, висока, дуже висока |
| 10 | 5 | 7, 20, 40, 50, 70 | чіткість зображення (ліній/мм) | мала, середня, велика |
| 11 | 6 | 12, 16, 22, 28, 37 | ширина зображення (см) | мала, середня, велика |
| 12 | 4 | 0.01, 0.06, 0.1, 0.225, 0.4 | рентабельність капіталу підприємства | дуже мала, мала, середня, велика, дуже велика |
| 13 | 4 | 0.3, 0.81, 1.6, 2.7, 3.5 | вартість водоочищення (грн./л) | дуже низька, низька, середня, висока |
| 14 | 5 | 300, 400, 700, 2000, 4000 | освітленість приміщення (лк) | мала, середня, висока |
| 15 | 5 | 1.4, 1.8, 2.0, 2.3, 3.0 | щільність ґрунту (г/см ³) | легка, середня, важка |
| 16 | 6 | 5, 33, 51, 78, 93 | рівень інтермодуляційних спотворень (%) | низький, середній, високий |

| Номер варіанта | Кількість експертів | Універсальна множина, X | Нечітка змінна, A | Лінгвістичні терми |
|----------------|---------------------|---------------------------|--|--|
| 17 | 5 | 65, 67, 70, 72, 75 | динамічний діапазон симфонічного оркестру (дБ) | низький, середній, високий |
| 18 | 4 | -2, -8, -28, -36, -54 | рівень шуму (дБ) | низький, середній, високий |
| 19 | 6 | 12, 28, 3, 85, 90 | чисельність працівників (осіб) | низька, середня, висока |
| 20 | 5 | 7, 10, 14, 21, 48 | тривалість стажування (днів) | короткострокова, середньострокова, довгострокова |

3. На універсальній множині $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, $i = \overline{1, n}$, побудувати функцію належності нечіткої множини A та її графік з використанням методу ранжування. Варіанти завдань наведені в табл. 1.4.

Зміст звіту

1. Титульний аркуш.
2. Тема і мета роботи.
3. Короткі теоретичні відомості.
4. Протокол розв'язання завдання 1.
5. Протокол розв'язання завдання 2.
6. Протокол розв'язання завдання 3.
7. Висновки.

Контрольні питання

1. Дайте означення нечіткої множини і поясніть її сутність.
2. Наведіть приклад нечіткої множини.
3. Які основні групи утворюють методи побудови функцій належності нечітких множин?
4. Дайте характеристику прямим методам побудови функцій належності нечітких множин.
5. Наведіть приклад прямого методу побудови функції належності нечіткої множини.
6. Дайте характеристику непрямим методам побудови функцій належності нечітких множин.
7. Наведіть приклад непрямих методів побудови функції належності нечіткої множини.

8. В чому полягає сутність методу побудови функції належності нечіткої множини на основі попарних порівнянь?
9. В чому полягає сутність статистичного методу обробки експертної інформації?
10. Опишіть побудову функції належності нечіткої множини з використанням методу ранжування.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №2

Нечіткі величини та арифметичні операції над ними

Мета роботи: Навчитись виконувати операції над нечіткими величинами.

Порядок виконання роботи

1. Вивчити теоретичні відомості.
2. Разом з викладачем вибрати варіант завдання.
3. Виконати завдання до лабораторної роботи згідно свого варіанту.
4. Скласти та оформити звіт.

Теоретичні відомості

Процес нечіткого моделювання базується на кількісному представленні вхідних та вихідних змінних системи у вигляді нечітких множин. Така форма подання інформації потребує розгляду спеціальних нечітких множин, які задаються на множині дійсних чисел та володіють деякими специфічними властивостями. Найбільш загальним поняттям в цьому контексті є поняття нечіткої величини.

Нечіткою величиною називається нечітка множина $A = \{(x, \mu_A(x))\}$, що задана на множині дійсних чисел \mathfrak{R} . Іншими словами, функція належності нечіткої величини є відображенням $\mu_A(x): \mathfrak{R} \rightarrow [0,1]$.

Прикладами нечітких величин є нечіткі множини з функціями належності, що наведені на рис. 2.1.

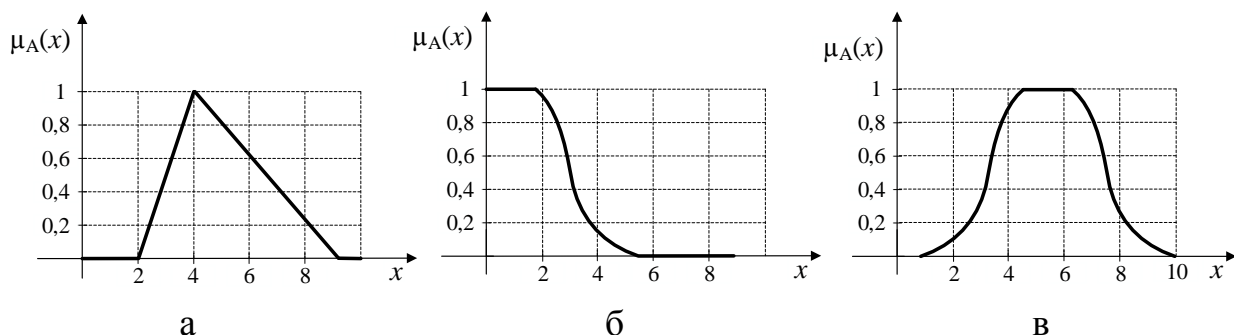


Рисунок 2.1 – Графік нечіткої величини: а – з трикутною функцією належності, б – з Z-подібною функцією належності, в – з П-подібною функцією належності

Нечітким інтервалом називається нечітка величина з опуклою функцією належності.

Прикладами нечітких інтервалів є нечіткі множини з функціями належності, що наведені на рис. 2.2., 2.1 б, 2.1 в.

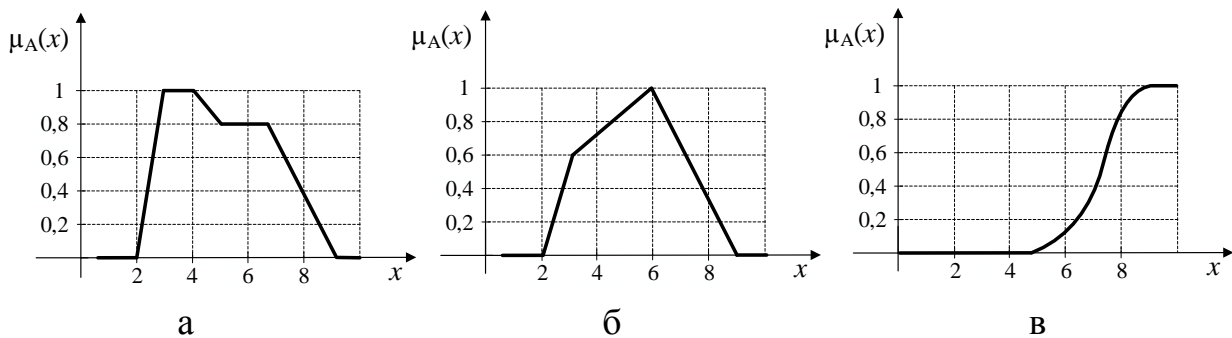


Рисунок 2.2 – Графіки нечітких інтервалів

Нечітким числом називається нечітка величина з опуклою унімодальною функцією належності.

Прикладами нечітких чисел є нечіткі множини з функціями належності, що наведені на рис. 2.3.

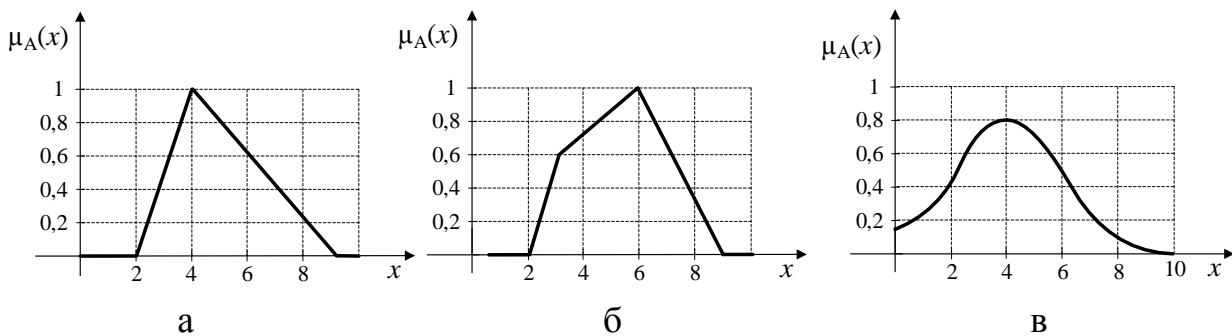


Рисунок 2.3 – Графіки нечітких чисел

В загальному випадку, з використанням принципу узагальнення Заде, для нечітких чисел та інтервалів мають місце арифметичні операції додавання, віднімання, множення та ділення.

Сумою (різницею) нечітких чисел a і b називається нечітка множина $a \pm b = \int_{u=x \pm y} \min(\mu_a(x), \mu_b(y)) / u$.

Добутком нечітких чисел a і b називається нечітка множина $a \cdot b = \int_{u=x \cdot y} \min(\mu_a(x), \mu_b(y)) / u$.

Часткою нечітких чисел a і b називається нечітка множина $a \div b = \int_{u=x \div y (y \neq 0)} \min(\mu_a(x), \mu_b(y)) / u$.

В практичній діяльності для спрощення обчислень використовуються нечіткі числа та нечіткі інтервали у формі аналітичної апроксимації, виконаної за допомогою **(L-R)-функцій**.

Функцією L-типу (R-типу) називається задана на множині дійсних чисел функція $L: \mathfrak{R} \rightarrow [0,1]$ ($R: \mathfrak{R} \rightarrow [0,1]$), яка спадає на підмножині невід'ємних дійсних чисел і задовольняє наступні умови:

1) умова парності: $L(-x) = L(x)$, $R(-x) = R(x)$;

2) умова нормування $L(0) = R(0) = 1$.

Нечітким числом (L-R-типу) називається нечітка величина $A_{LR} = \{(x, \mu_{A_{LR}}(x))\}$ з функцією належності у формі композиції L-функції та R-функції вигляду

$$\mu_{A_{LR}}(x) = \begin{cases} L\left(\frac{a-x}{\alpha}\right), & \text{якщо } x \leq a, \\ R\left(\frac{x-a}{\beta}\right), & \text{якщо } x \geq a, \end{cases} \quad (2.1)$$

де $\alpha > 0$, $\beta > 0$, a – модальне значення нечіткого числа, α – лівий коефіцієнт скошеності, β – правий коефіцієнт скошеності.

Арифметичні операції над двома нечіткими числами L-R-типу $A_{LR} = (a, \alpha, \beta)$ і $C_{LR} = (c, \gamma, \delta)$ виконуються за правилами:

1) додавання:

$$(a, \alpha, \beta)_{LR} + (c, \gamma, \delta)_{LR} = (a + c, \alpha + \gamma, \beta + \delta)_{LR}; \quad (2.2)$$

2) віднімання (якщо $(a, \alpha, \beta)_{LR} = (-a, \alpha, \beta)_{LR}$):

$$(a, \alpha, \beta)_{LR} - (c, \gamma, \delta)_{LR} = (a - c, \alpha + \delta, \beta + \gamma)_{LR}; \quad (2.3)$$

3) множення (якщо $a > 0$, $b > 0$):

$$(a, \alpha, \beta)_{LR} \cdot (c, \gamma, \delta)_{LR} \approx (a \cdot c, a \cdot \gamma + c \cdot \alpha, a \cdot \delta + c \cdot \beta)_{LR}; \quad (2.4)$$

4) множення (якщо $a < 0$, $b > 0$):

$$(a, \alpha, \beta)_{LR} \cdot (c, \gamma, \delta)_{LR} \approx (a \cdot c, c \cdot \alpha - a \cdot \delta, c \cdot \beta - a \cdot \gamma)_{LR}; \quad (2.5)$$

5) множення (якщо $a < 0$, $b < 0$):

$$(a, \alpha, \beta)_{LR} \cdot (c, \gamma, \delta)_{LR} \approx (a \cdot c, (-c \cdot \beta - a \cdot \delta), (-c \cdot \alpha - a \cdot \gamma))_{LR}; \quad (2.6)$$

б) розрахунок оберненого нечіткого числа (якщо $x > 0$, $a > 0$):

$$(a, \alpha, \beta)_{LR}^{-1} = \left(\frac{1}{a}, \frac{\beta}{a^2}, \frac{\alpha}{a^2} \right)_{LR}; \quad (2.7)$$

7) ділення (якщо $x > 0$, $a > 0$, $b > 0$):

$$(a, \alpha, \beta)_{LR} / (c, \gamma, \delta)_{LR} \approx \left(\frac{a}{c}, \frac{a \cdot \delta + c \cdot \alpha}{c^2}, \frac{a \cdot \gamma + c \cdot \beta}{c^2} \right)_{LR}. \quad (2.8)$$

Приклад 2.1. Нехай $A_{LR} = (a, \alpha, \beta) = (7, 3, 2)$ і $C_{LR} = (c, \gamma, \delta) = (10, 4, 5)$.
Необхідно виконати арифметичні операції над числами A_{LR} і C_{LR} .

Розв'язання: Виконаємо арифметичні операції на числами A_{LR} і C_{LR} , використовуючи формули (2.2)-(2.8):

- 1) додавання $(7, 3, 2) + (10, 4, 5) = (17, 7, 7)$;
- 2) віднімання $(7, 3, 2) - (10, 4, 5) = (-3, 8, 6)$;
- 3) множення $(7, 3, 2) \cdot (10, 4, 5) = (70, 58, 55)$;
- 4) ділення

$$(7, 3, 2) \div (10, 4, 5) = \left(\frac{7}{10}, \frac{7 \cdot 5 + 10 \cdot 3}{10^2}, \frac{7 \cdot 4 + 10 \cdot 2}{10^2} \right) = (0.7, 0.65, 0.48).$$

Нечітким інтервалом (L-R-типу) називається нечітка величина $B_{LR} = \{(x, \mu_{B_{LR}}(x))\}$ з функцією належності у формі композиції L-функції та R-функції вигляду

$$\mu_{B_{LR}}(x) = \begin{cases} L\left(\frac{a-x}{\alpha}\right), & \text{якщо } x \leq a, \\ 1, & \text{якщо } a < x < b, \\ R\left(\frac{x-b}{\beta}\right), & \text{якщо } x \geq b, \end{cases} \quad (2.9)$$

де $\alpha > 0$, $\beta > 0$, a – нижнє модальне значення нечіткого інтервалу, b – верхнє модальне значення нечіткого інтервалу, α – лівий коефіцієнт скошеності, β – правий коефіцієнт скошеності.

Трикутним нечітким числом $A = (a, b, c)$ називається **нормальне** нечітке число із трикутною функцією належності вигляду

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x \leq a, \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{якщо } a \leq x \leq b, \\ \frac{c-x}{c-b}, & \text{якщо } b \leq x \leq c, \\ 0, & \text{якщо } x \geq c. \end{cases} \quad (2.10)$$

Графік функції належності трикутного нечіткого числа наведено на рис. 2.4.

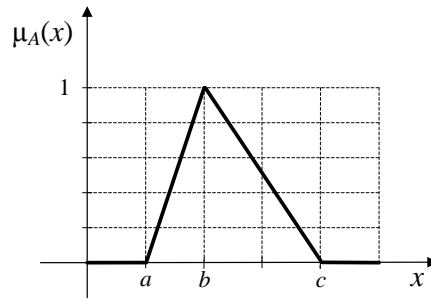


Рисунок 2.4 – Графічне представлення трикутного нечіткого числа

Арифметичні операції над двома трикутними нечіткими числами $A_i = (a_i, b_i, c_i)$ і $C_j = (a_j, b_j, c_j)$ виконуються за правилами:

1) додавання:

$$(a_i, b_i, c_i) + (a_j, b_j, c_j) = (a_i + a_j, b_i + b_j, c_i + c_j); \quad (2.11)$$

2) віднімання (якщо $(a_i, b_i, c_i) = (-a_j, b_j, c_j)$):

$$(a_i, b_i, c_i) - (a_j, b_j, c_j) = (a_i - a_j, b_i - b_j, c_i - c_j); \quad (2.12)$$

3) множення (якщо $a > 0, b > 0$):

$$(a_i, b_i, c_i) \cdot (a_j, b_j, c_j) = \begin{pmatrix} b_i \cdot a_j - b_i \cdot b_j + a_i \cdot b_j, \\ b_i \cdot b_j, \\ b_i \cdot c_j - b_i \cdot b_j + c_i \cdot b_j \end{pmatrix}; \quad (2.13)$$

4) множення (якщо $a < 0, b > 0$):

$$(a_i, b_i, c_i) \cdot (a_j, b_j, c_j) = \begin{pmatrix} a_i \cdot b_j - b_i \cdot b_j + b_i \cdot c_j, \\ b_i \cdot b_j, \\ c_i \cdot b_j - b_i \cdot b_j + b_i \cdot a_j \end{pmatrix}; \quad (2.14)$$

5) множення (якщо $a < 0, b < 0$):

$$(a_i, b_i, c_i) \cdot (a_j, b_j, c_j) = \begin{pmatrix} c_i \cdot b_j - b_i \cdot b_j + b_i \cdot c_j, \\ b_i \cdot b_j, \\ a_i \cdot b_j - b_i \cdot b_j + b_i \cdot a_j \end{pmatrix}; \quad (2.15)$$

б) розрахунок оберненого нечіткого числа (якщо $x > 0, a > 0$):

$$(a, b, c)^{-1} = \left(\frac{2 \cdot b - c}{b^2}, \frac{1}{b}, \frac{2 \cdot b - a}{b^2} \right); \quad (2.16)$$

7) ділення (якщо $x > 0, a > 0, b > 0$):

$$(a_i, b_i, c_i) \div (a_j, b_j, c_j) = \left(\begin{array}{c} \frac{a_i \cdot b_j + b_i \cdot b_j - b_i \cdot c_j}{b_j^2}, \\ \frac{b_i}{b_j}, \\ \frac{b_i \cdot b_j - b_i \cdot a_j + c_i \cdot b_j}{b_j^2} \end{array} \right). \quad (2.17)$$

Трапецієподібним нечітким інтервалом $A = (a, b, c, d)$ називається **нормальний** нечіткий інтервал із трапецієподібною функцією належності вигляду

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x \leq a, \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{якщо } a \leq x \leq b, \\ 1, & \text{якщо } b \leq x \leq c, \\ \frac{d-x}{d-c}, & \text{якщо } c \leq x \leq d, \\ 0, & \text{якщо } x \geq d. \end{cases} \quad (2.18)$$

Графік функції належності трапецієподібного нечіткого інтервалу наведено на рис. 2.5.

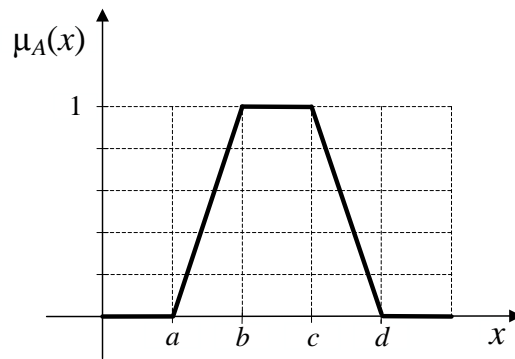


Рисунок 2.5 – Трапецієподібний нечіткий інтервал

Арифметичні операції над двома **трапецієподібними** нечіткими інтервалами $A_i = (a_i, b_i, c_i, d_i)$ і $C_j = (a_j, b_j, c_j, d_j)$ виконуються за правилами:

1) додавання

$$(a_i, b_i, c_i, d_i) + (a_j, b_j, c_j, d_j) = (a_i + a_j, b_i + b_j, c_i + c_j, d_i + d_j); \quad (2.19)$$

2) віднімання

$$(a_i, b_i, c_i, d_i) - (a_j, b_j, c_j, d_j) = (a_i - b_j - d_j + c_j, b_i - b_j, c_i - c_j, d_i + b_j - a_j - c_j); \quad (2.20)$$

3) розрахунок оберненого нечіткого числа (якщо $x > 0$, $a > 0$):

$$(a, b, c, d)^{-1} = \left(\frac{2 \cdot c - d}{c^2}, \frac{1}{c}, \frac{1}{b}, \frac{2 \cdot b - a}{b^2} \right); \quad (2.21)$$

4) множення

$$(a_i, b_i, c_i, d_i) \cdot (a_j, b_j, c_j, d_j) = \begin{pmatrix} b_i \cdot a_j - b_i \cdot b_j + a_i \cdot b_j, \\ b_i \cdot b_j, \\ c_i \cdot c_j, \\ c_i \cdot d_j - c_i \cdot c_j + d_i \cdot c_j \end{pmatrix}; \quad (2.22)$$

5) ділення

$$(a_i, b_i, c_i, d_i) \div (a_j, b_j, c_j, d_j) = \begin{pmatrix} \frac{b_i \cdot c_j - b_i \cdot d_j + a_i \cdot c_j}{c_j^2}, \\ b_i / c_j, \\ c_i / b_j, \\ \frac{c_i \cdot b_j - c_i \cdot a_j + d_i \cdot b_j}{b_j^2} \end{pmatrix}. \quad (2.23)$$

Узагальненим трикутним нечітким числом $A = (a, b, c, h)$ називається трикутне нечітке число із функцією належності вигляду

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x \leq a, \\ \frac{h \cdot (x - a)}{b - a}, & \text{якщо } a \leq x \leq b, \\ \frac{h \cdot (c - x)}{c - b}, & \text{якщо } b \leq x \leq c, \\ 0, & \text{якщо } x \geq c, \end{cases} \quad (2.24)$$

де a, b, c – параметри функції належності, h – висота.

Узагальненим трапецієподібним нечітким інтервалом $A = (a, b, c, d, h)$ називається трапецієподібний нечіткий інтервал із функцією належності вигляду

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x \leq a, \\ \frac{h \cdot (x - a)}{b - a}, & \text{якщо } a \leq x \leq b, \\ h, & \text{якщо } b \leq x \leq c, \\ \frac{h \cdot (d - x)}{d - c}, & \text{якщо } c \leq x \leq d, \\ 0, & \text{якщо } x \geq d. \end{cases} \quad (2.25)$$

де a, b, c, d – параметри функції належності, h – висота.

Арифметичні операції над двома узагальненими нечіткими інтервалами $A_i = (a_i, b_i, c_i, d_i, h_i)$ і $C_j = (a_j, b_j, c_j, d_j, h_j)$ виконуються за правилами:

1) додавання

$$A_i + C_j = \left(\begin{array}{l} a_i + a_j, \\ a_i + a_j + \frac{(b_i - a_i) \cdot \min(h_i, h_j)}{h_i} + \frac{(b_j - a_j) \cdot \min(h_i, h_j)}{h_j}, \\ d_i + d_j - \frac{(d_i - c_i) \cdot \min(h_i, h_j)}{h_i} - \frac{(d_j - c_j) \cdot \min(h_i, h_j)}{h_j}, \\ d_i + d_j, \\ \min(h_i, h_j) \end{array} \right); \quad (2.26)$$

2) віднімання

$$A_i - C_j = \left(\begin{array}{l} a_i - a_j, \\ a_i - c_j + \frac{(b_i - a_i) \cdot \min(h_i, h_j)}{h_i} + \frac{(c_j - b_j) \cdot \min(h_i, h_j)}{h_j}, \\ c_i - a_j - \frac{(c_i - b_i) \cdot \min(h_i, h_j)}{h_i} - \frac{(b_j - a_j) \cdot \min(h_i, h_j)}{h_j}, \\ c_i - a_j, \\ \min(h_i, h_j) \end{array} \right). \quad (2.27)$$

Приклад 2.2. У формуванні прибутку торговельної мережі беруть участь 4 магазини, про які відомо наступне:

Магазин A – абсолютно надійний і стабільний, фінансовий результат від продажу товарів становить від 100 до 140 тис. грн.;

Магазин B – стабільний, залежно від споживчого попиту фінансовий результат від продажу товарів становить від 70 до 170 тис. грн., причому більша впевненість у тому, що сума виручки складе від 110 до 150 тис. грн.

Магазин C – стабільний, але не надійний, найбільша впевненість є в тому, що фінансовий результат від продажу товарів становитиме 160 тис. грн, але можлива і повна його відсутність.

Магазин D – ненадійний і нестабільний, напевне фінансовий результат від продажу товарів становитиме від 50 до 70 тис. грн, із зменшенням впевненості в одержанні фінансового результату із ростом суми.

Необхідно встановити можливий прибуток торговельної мережі.

Розв'язання: Різні джерела прибутку торговельної мережі переставимо за допомогою нечітких величин, які будемо інтерпретувати як узагальнені нечіткі інтервали.

Нечіткі величини, що відповідають умовам задачі, представимо так:

$$A = (100, 100, 140, 140, 1),$$

$$B = (70, 110, 150, 170, 1),$$

$$C = C_1 \cup C_2 = (160, 160, 160, 160, 0.8) \cup (0, 0, 0, 0, 0.2),$$

$$D = D_1 \cup D_2 = (0, 0, 0, 0, 0.8) \cup (50, 50, 50, 70, 0.2).$$

Відповідні графіки функцій належності мають такий вигляд (рис. 2.6).

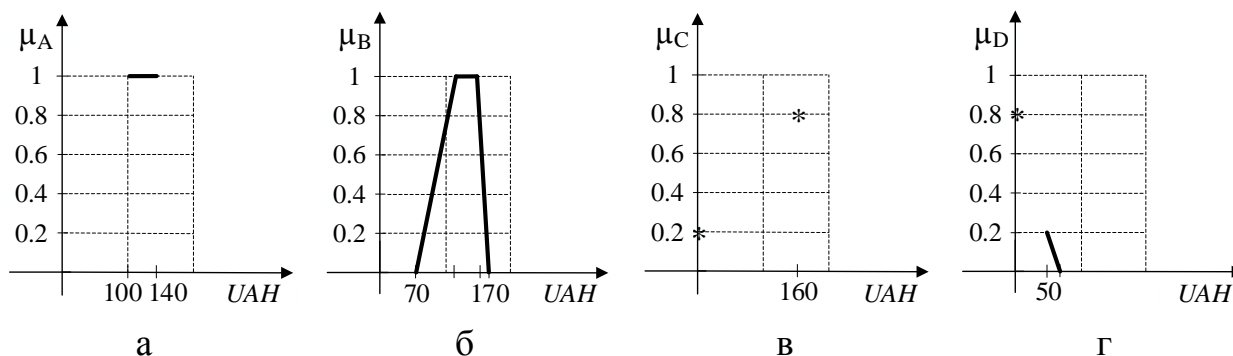


Рисунок 2.6 – Графіки функцій належності нечітких величин, що характеризують фінансовий результат: а – магазину А, б – магазину В, в – магазину С, г – магазину D

Можливі чотири варіанти одержання прибутку:

$$P_1 = A + B + C_1 + D_1, P_2 = A + B + C_1 + D_2, P_3 = A + B + C_2 + D_1, P_4 = A + B + C_2 + D_2.$$

Загальний прибуток торговельної мережі обчислюємо за формулою

$$P = P_1 \cup P_2 \cup P_3 \cup P_4.$$

Можливий фінансовий результат від продажу товарів декількома магазинами розраховуємо за формулою (2.26)

$$A + B = (170, 210, 290, 310, 1),$$

$$C_1 + D_1 = (160, 160, 160, 160, 0.8),$$

$$C_1 + D_2 = (210, 210, 210, 230, 0.2),$$

$$C_2 + D_1 = (0, 0, 0, 0, 0.2),$$

$$C_2 + D_2 = (50, 50, 50, 70, 0.2),$$

$$P_1 = A + B + C_1 + D_1 = (330, 362, 454, 470, 0.8),$$

$$P_2 = A + B + C_1 + D_2 = (380, 388, 516, 540, 0.2),$$

$$P_3 = A + B + C_2 + D_1 = (170, 178, 306, 310, 0.2),$$

$$P_4 = A + B + C_2 + D_2 = (220, 228, 286, 310, 0.2).$$

Загальний прибуток торговельної мережі становитиме

$$P = (330, 362, 454, 470, 0.8) \cup (380, 388, 516, 540, 0.2) \cup (170, 178, 306, 310, 0.2) \cup (220, 228, 286, 310, 0.2).$$

Результуючий графік нечіткої величини, що характеризує прибуток торговельної мережі наведено на рис. 2.7.

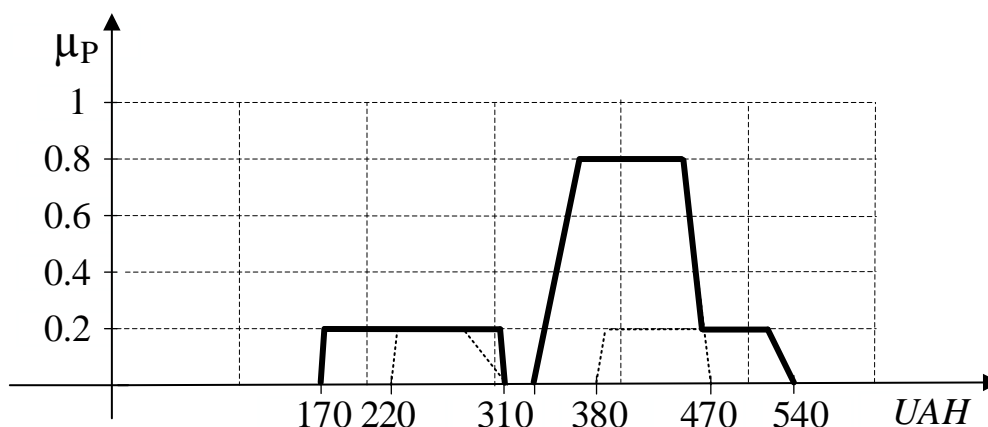


Рисунок 2.7 – Графік функції належності нечіткої величини, що характеризує прибуток торговельної мережі

Відповідь: Наведені вище результати розрахунків свідчать, що область найбільш можливого прибутку торговельної мережі знаходиться в діапазоні 362-454 тис. грн.; перевищення суми в 454 тис. грн. можливе, але впевненість у цьому зменшується із ростом суми; невелика впевненість у тому, що прибуток не становитиме більше 178-306 тис. грн. (рівень 0.2); в будь-якому випадку фінансовий результат діяльності торговельної мережі не може опуститися нижче 170 тис. грн. і піднятися вище 470 тис. грн.

Завдання до роботи

1. Дано два нечіткі числа L-R-типу $A_{LR} = (a, \alpha, \beta)$ і $C_{LR} = (c, \gamma, \delta)$. Обчислити суму, різницю, добуток, частку та обернені значення цих нечітких чисел. Варіанти завдань наведені в табл. 2.1.

Таблиця 2.1 – Варіанти завдань

| Номер варіанта | Нечітке число $A_{LR} = (a, \alpha, \beta)$ | Нечітке число $C_{LR} = (c, \gamma, \delta)$ |
|----------------|---|--|
| 1 | (8,2,5) | (9,0,1) |
| 2 | (9,3,4) | (7,0,0) |
| 3 | (6,4,1) | (4,0,1) |
| 4 | (2,0,5) | (1,6,3) |
| 5 | (7,5,9) | (5,4,0) |
| 6 | (5,8,1) | (1,1,6) |
| 7 | (8,3,0) | (5,9,1) |
| 8 | (5,4,2) | (1,1,1) |
| 9 | (4,8,4) | (1,0,5) |
| 10 | (7,6,1) | (5,8,1) |

| Номер варіанта | Нечітке число $A_{LR} = (a, \alpha, \beta)$ | Нечітке число $C_{LR} = (c, \gamma, \delta)$ |
|----------------|---|--|
| 11 | (6,3,0) | (5,7,2) |
| 12 | (4,7,5) | (1,7,2) |
| 13 | (3,0,3) | (2,7,1) |
| 14 | (7,1,7) | (1,7,5) |
| 15 | (7,4,2) | (0,2,3) |
| 16 | (7,1,7) | (5,1,0) |
| 17 | (9,7,5) | (1,1,1) |
| 18 | (6,0,7) | (4,1,0) |
| 19 | (9,6,5) | (5,0,3) |
| 20 | (8,5,1) | (5,2,1) |

2. Дано два трикутні нечіткі числа $A_i = (a_i, b_i, c_i)$ і $C_j = (a_j, b_j, c_j)$. Обчислити суму, різницю, добуток, частку та обернені значення цих нечітких чисел. Варіанти завдань наведені в табл. 2.2.

Таблиця 2.2 – Варіанти завдань

| Номер варіанта | Нечітке число $A_i = (a_i, b_i, c_i)$ | Нечітке число $C_j = (a_j, b_j, c_j)$ |
|----------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| 1 | (4,6,8) | (5,6,9) |
| 2 | (0,2,3) | (6,8,9) |
| 3 | (0,1,3) | (2,4,5) |
| 4 | (0,5,7) | (7,9,11) |
| 5 | (2,4,6) | (6,9,13) |
| 6 | (1,3,7) | (2,4,8) |
| 7 | (5,6,10) | (3,6,8) |
| 8 | (7,8,9) | (5,9,11) |
| 9 | (2,5,8) | (5,10,13) |
| 10 | (3,4,9) | (4,6,9) |
| 11 | (4,10,14) | (5,10,17) |
| 12 | (3,6,9) | (5,10,19) |
| 13 | (0,4,7) | (5,8,10) |
| 14 | (6,10,12) | (0,3,5) |
| 15 | (5,9,10) | (2,4,10) |
| 16 | (5,10,14) | (0,4,8) |
| 17 | (1,5,7) | (5,8,12) |
| 18 | (6,8,10) | (2,4,7) |
| 19 | (3,7,10) | (5,7,9) |
| 20 | (4,6,10) | (7,10,13) |

3. Дано два нечіткі трапецієподібні інтервали $A_i = (a_i, b_i, c_i, d_i)$ і $C_j = (a_j, b_j, c_j, d_j)$. Обчислити суму, різницю, добуток, частку та обернені значення цих нечітких чисел. Варіанти завдань наведені в табл. 2.3.

Таблиця 2.3 – Варіанти завдань

| Номер варіанта | Нечіткий інтервал $A_i = (a_i, b_i, c_i, d_i)$ | Нечіткий інтервал $C_j = (a_j, b_j, c_j, d_j)$ |
|----------------|--|--|
| 1 | (2,5,8,10) | (3,5,7,9) |
| 2 | (0,2,4,7) | (1,4,6,8) |
| 3 | (0,3,6,10) | (2,5,8,11) |
| 4 | (0,4,5,7) | (0,3,6,8) |
| 5 | (2,4,9,11) | (0,2,5,8) |
| 6 | (2,4,5,9) | (3,6,9,12) |
| 7 | (1,5,7,10) | (3,5,7,8) |
| 8 | (0,2,4,7) | (1,3,7,11) |
| 9 | (0,1,5,8) | (4,7,9,13) |
| 10 | (3,5,6,9) | (0,1,4,8) |
| 11 | (3,5,8,10) | (1,2,6,15) |
| 12 | (0,2,4,9) | (2,5,10,12) |
| 13 | (5,7,9,14) | (0,2,4,5) |
| 14 | (2,6,8,9) | (2,3,5,8) |
| 15 | (2,4,7,10) | (4,6,9,13) |
| 16 | (1,3,7,9) | (5,9,12,15) |
| 17 | (4,6,8,11) | (2,6,9,14) |
| 18 | (4,7,10,14) | (5,9,12,16) |
| 19 | (3,5,9,12) | (4,6,8,14) |
| 20 | (2,6,10,14) | (5,8,11,16) |

3. У формуванні прибутку торговельної мережі беруть участь 4 магазини. Нечіткі величини, що характеризують фінансовий результат магазинів від продажу товарів наведено у табл. 2.4. Необхідно встановити можливий прибуток торговельної мережі.

Зміст звіту

1. Титульний аркуш.
2. Тема і мета роботи.
3. Короткі теоретичні відомості.
4. Протокол розв'язання завдання 1.
5. Протокол розв'язання завдання 2.
6. Протокол розв'язання завдання 3.
7. Протокол розв'язання завдання 4.
8. Висновки.

Контрольні питання

1. Сформулюйте означення нечіткої величини і поясніть її сутність.
2. Наведіть приклад нечіткої величини.
3. Сформулюйте означення нечіткого інтервалу і поясніть його сутність.
4. Наведіть приклад нечіткого інтервалу.
5. Сформулюйте означення нечіткого числа і поясніть його сутність.
6. Наведіть приклад нечіткого числа.
7. Яка головна відмінність у застосуванні нечітких інтервалів та нечітких чисел?
8. Сформулюйте означення L-R-функції і поясніть її сутність.
9. Сформулюйте означення нечіткого числа L-R-типу і поясніть його сутність.
10. Дайте характеристику арифметичним операціям над нечіткими числами L-R-типу.
11. Сформулюйте означення нечіткого інтервалу L-R-типу і поясніть його сутність.
12. Сформулюйте означення трикутного нечіткого числа.
13. Дайте характеристику арифметичним операціям над трикутними нечіткими числами.
14. Сформулюйте означення трапецієподібного нечіткого інтервалу.
15. Дайте характеристику арифметичним операціям над трапецієподібними нечіткими інтервалами.
16. Сформулюйте означення узагальненого трикутного нечіткого числа.
17. Сформулюйте означення узагальненого трапецієподібного інтервалу.
18. Дайте характеристику арифметичним операціям над узагальненими трапецієподібними нечіткими інтервалами.
19. Яким чином виконується операція додавання узагальнених трапецієподібних інтервалів?
20. Опишіть алгоритм за яким здійснюється побудова результуючої функції належності при здійсненні арифметичних операцій над узагальненими трапецієподібними інтервалами.

Таблиця 2.4 – Фінансовий результат магазинів

| Номер варіанта | Фінансовий результат, тис. грн. | | | | | |
|-------------------|---------------------------------|---------------------|-----------------------|----------------|---------------------------|----------------|
| | Магазин А | Магазин В | Магазин С | | Магазин D | |
| | | | C ₁ | C ₂ | D ₁ | D ₂ |
| 1 | (120,120,120,120,1) | (120,150,170,200,1) | (40,60,90,120,0.8) | (0,0,0,0,0.2) | (20,20,20,40,0.3) | (0,0,0,0,0.7) |
| 2 | (130,130,130,130,1) | (120,160,180,190,1) | (50,70,100,130,0.8) | (0,0,0,0,0.2) | (30,30,30,30,50,0.3) | (0,0,0,0,0.7) |
| 3 | (140,140,140,140,1) | (120,170,190,210,1) | (70,80,110,150,0.8) | (0,0,0,0,0.2) | (40,40,40,40,60,0.3) | (0,0,0,0,0.7) |
| 4 | (150,150,150,150,1) | (130,180,200,230,1) | (80,90,120,170,0.8) | (0,0,0,0,0.2) | (50,50,50,50,70,0.3) | (0,0,0,0,0.7) |
| 5 | (160,160,160,160,1) | (120,190,210,250,1) | (80,100,130,180,0.8) | (0,0,0,0,0.2) | (60,60,60,60,80,0.3) | (0,0,0,0,0.7) |
| 6 | (170,170,170,170,1) | (120,200,220,270,1) | (100,110,140,220,0.8) | (0,0,0,0,0.2) | (70,70,70,70,90,0.3) | (0,0,0,0,0.7) |
| 7 | (180,180,180,180,1) | (130,210,230,290,1) | (110,120,150,200,0.8) | (0,0,0,0,0.2) | (80,80,80,80,100,0.3) | (0,0,0,0,0.7) |
| 8 | (190,190,190,190,1) | (120,220,240,310,1) | (100,130,160,230,0.8) | (0,0,0,0,0.2) | (90,90,90,110,0.3) | (0,0,0,0,0.7) |
| 9 | (200,200,200,200,1) | (140,230,250,330,1) | (90,140,170,240,0.8) | (0,0,0,0,0.2) | (100,100,100,120,0.3) | (0,0,0,0,0.7) |
| 10 | (210,210,210,210,1) | (130,240,250,340,1) | (80,150,180,260,0.8) | (0,0,0,0,0.2) | (110,110,110,130,0.3) | (0,0,0,0,0.7) |
| 11 | (220,220,220,220,1) | (110,140,170,230,1) | (50,120,170,290,0.8) | (0,0,0,0,0.2) | (120,120,120,120,140,0.3) | (0,0,0,0,0.7) |
| 12 | (230,230,230,230,1) | (120,150,180,240,1) | (50,120,180,310,0.8) | (0,0,0,0,0.2) | (30,30,30,70,0.3) | (0,0,0,0,0.7) |
| 13 | (240,240,240,240,1) | (130,160,190,250,1) | (60,120,190,330,0.8) | (0,0,0,0,0.2) | (40,40,40,80,0.3) | (0,0,0,0,0.7) |
| 14 | (250,250,250,250,1) | (140,170,210,260,1) | (70,120,200,300,0.8) | (0,0,0,0,0.2) | (50,50,50,110,0.3) | (0,0,0,0,0.7) |
| 15 | (260,260,260,260,1) | (150,180,220,270,1) | (70,130,210,340,0.8) | (0,0,0,0,0.2) | (60,60,60,60,100,0.3) | (0,0,0,0,0.7) |
| 16 | (270,270,270,270,1) | (160,190,230,280,1) | (70,140,220,350,0.8) | (0,0,0,0,0.2) | (70,70,70,70,80,0.3) | (0,0,0,0,0.7) |
| 17 | (280,280,280,280,1) | (170,200,250,290,1) | (50,150,230,300,0.8) | (0,0,0,0,0.2) | (90,90,90,140,0.3) | (0,0,0,0,0.7) |
| 18 | (290,290,290,290,1) | (180,210,260,300,1) | (50,120,240,310,0.8) | (0,0,0,0,0.2) | (100,100,100,140,0.3) | (0,0,0,0,0.7) |
| 19 | (300,300,300,300,1) | (190,220,270,310,1) | (70,120,250,320,0.8) | (0,0,0,0,0.2) | (110,110,110,150,0.3) | (0,0,0,0,0.7) |
| 20 | (310,310,310,310,1) | (200,230,280,330,1) | (80,120,260,360,0.8) | (0,0,0,0,0.2) | (30,30,30,70,0.3) | (0,0,0,0,0.7) |

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №3

Лінгвістичні змінні та їх застосування в організаційно-економічному аналізі

Мета роботи: Навчитись виконувати операції над лінгвістичними змінними.

Порядок виконання роботи

1. Вивчити теоретичні відомості.
2. Разом з викладачем вибрати варіант завдання.
3. Виконати завдання до лабораторної роботи згідно свого варіанту.
4. Скласти та оформити звіт.

Теоретичні відомості

Лінгвістичною змінною називається п'ятірка $\langle x, T(x), U, S, M \rangle$, де x – назва лінгвістичної змінної, $T(x)$ – терм-множина, яка є сукупністю найменувань значень змінної x , причому кожній із цих назв відповідає нечітка підмножина X , визначена на універсальній множині U , S – синтаксичне правило створення назв X для значень змінної x , M – семантичне правило перетворення кожного елемента терм-множини $T(x)$ в нечітку підмножину X універсальної множини U .

Лінгвістичним термом називається слово або сукупність слів, що є значеннями змінної x . Кожний терм є назвою нечіткої підмножини X універсальної множини U .

Терм, який складається із одного або декількох впорядкованих слів, називається *атомарним* термом.

Терм, який складається із одного або декількох атомарних термів, називається *складеним* термом.

Конкатенацією називається операція об'єднання елементів складеного терму.

Підтермом називається результат конкатенації деяких елементів складеного терму.

Синтаксичним правилом називається алгоритмічна процедура, яка дозволяє із певного набору слів одержувати всі можливі значення лінгвістичної змінної.

Семантичним правилом називається алгоритмічна процедура побудови функцій належності нечітких підмножин μ_x для термів X , одержаних за допомогою синтаксичного правила S , на універсальній множині U .

Існує два способи задання семантичних правила. Перший спосіб передбачає модифікацію нечіткої підмножини X шляхом застосування оператора нечіткості

$$X = \frac{\sum_u (\mu_x(u))^a}{u},$$

де a – дійсне число, $u \in U$.

Другий спосіб передбачає застосування операції розтягу DIL до нечіткої підмножини X

$$DIL(X) = X^{0.5}.$$

Приклад 3.1. Нехай лінгвістична змінна $x = \text{"вік"}$ визначена на універсальній множині $U = [0,100]$, кожний елемент якої відповідає кількості прожитих людиною років.

Лінгвістична змінна x набуває не числових, а лінгвістичних значень із множини U : *"молодий"*, *"немолодий"*, *"старий"*, *"дуже старий"*, *"не молодий і не старий"* тощо. Фраза *"вік" = "молодий"* означає, що лінгвістичній змінній присвоєно значення *"молодий"*.

Слова, що є значеннями лінгвістичної змінної, називаються термами і об'єднуються в терм-множини. Так, терм-множина лінгвістичної змінної *"вік"* складається із слів:

$$\begin{aligned} T(\text{"вік"}) = & \text{"старий"} \cup \text{"дуже старий"} \cup \text{"не старий"} \cup \\ & \cup \text{"більше або менше молодий"} \cup \text{"досить молодий"} \cup \\ & \cup \text{"не дуже молодий і не дуже старий"} . \end{aligned}$$

Атомарними термами є терми *"молодий"* і *"старий"*.

Атомарні терми утворюють складені терми: *"більш – менш молодий"* (підтерми *"більше або менше"* і *"молодий"*), *"дуже старий"* (підтерми *"дуже"* і *"старий"*).

Проілюструємо особливості **моделювання лінгвістичних змінних** на прикладі розрахунку ризику банкрутства підприємства.

Введемо лінгвістичну змінну $g = \text{«ризик банкрутства підприємства»}$. Для змінної g універсальною множиною є відрізок $[0; 1]$, множиною значень змінної g – терм-множина $G = \{G_1, G_2, G_3, G_4, G_5\}$, де

$G_1 = \text{«ризик банкрутства гранично допустимий»}$;

$G_2 = \text{«ризик банкрутства високий»}$;

$G_3 = \text{«ризик банкрутства середній»}$;

$G_4 = \text{«ризик банкрутства незначний»}$;

$G_5 = \text{«ризик банкрутства відсутній»}$.

Кожний терм із множини G є назвою нечіткої підмножини на відріжку $[0; 1]$. Будемо розглядати ці нечіткі підмножини як узагальнені трапецієподібні нечіткі інтервали (рис. 3.1).

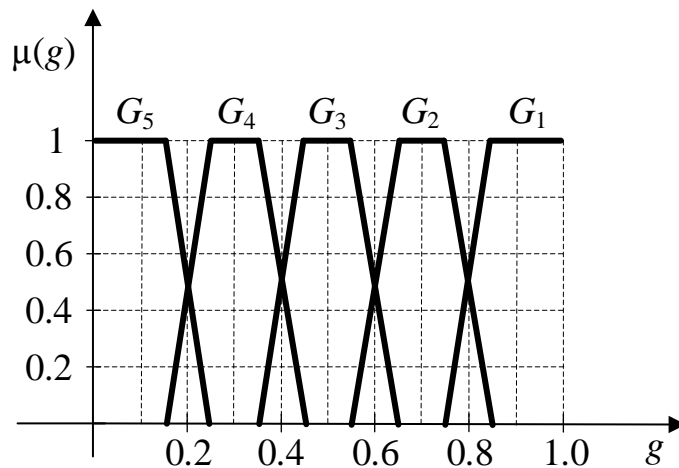


Рисунок 3.1 – Функція належності підмножин терм-множини

Використовуючи формулу функції належності узагальненого трапецієподібного нечіткого інтервалу $x = (a_1, a_2, a_3, a_4)$

$$\mu(x) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x < a_1; \\ \frac{x - a_1}{a_2 - a_1}, & \text{якщо } a_1 \leq x < a_2; \\ 1, & \text{якщо } a_2 \leq x \leq a_3; \\ \frac{x - a_4}{a_3 - a_4}, & \text{якщо } a_3 < x \leq a_4; \\ 0, & \text{якщо } x > a_4, \end{cases} \quad (3.1)$$

побудуємо функції належності термів із множини G (табл. 3.1).

Таблиця 3.1 – Функції належності підмножин терм-множини G

| Терм G_k | Функція належності нечіткої множини G_k |
|---|---|
| $G_5 =$ «ризик банкрутства відсутній» $G_5 \in [0; 0.25]$ | $\mu_5 = \begin{cases} 1, & \text{якщо } 0 \leq g < 0.15; \\ 10(0.25 - g), & \text{якщо } 0.15 < g < 0.25; \end{cases}$ |
| $G_4 =$ «ризик банкрутства незначний» $G_4 \in [0.15; 0.45]$ | $\mu_4 = \begin{cases} 1 - 10(0.25 - g), & \text{якщо } 0.15 < x \leq 0.25; \\ 1, & \text{якщо } 0.25 < x \leq 0.35; \\ 10(0.45 - g), & \text{якщо } 0.35 < x \leq 0.45; \end{cases}$ |
| $G_3 =$ «ризик банкрутства середній» $G_3 \in [0.35; 0.65]$ | $\mu_3 = \begin{cases} 1 - 10(0.45 - g), & \text{якщо } 0.35 < x \leq 0.45; \\ 1, & \text{якщо } 0.45 < x \leq 0.55; \\ 10(0.65 - g), & \text{якщо } 0.55 < x \leq 0.65; \end{cases}$ |
| $G_2 =$ «ризик банкрутства високий» $G_2 \in [0.55; 0.85]$ | $\mu_2 = \begin{cases} 1 - 10(0.65 - g), & \text{якщо } 0.55 < x \leq 0.65; \\ 1, & \text{якщо } 0.65 < x \leq 0.75; \\ 10(0.85 - g), & \text{якщо } 0.75 < x \leq 0.85; \end{cases}$ |

| Терм G_k | Функція належності нечіткої множини G_k |
|---|---|
| $G_1 = \text{«ризик банкрутства гранично допустимий»}$ $G_1 \in [0.75; 1]$ | $\mu_1 = \begin{cases} 1 - 10(0.85 - g), & \text{якщо } 0.75 \leq g < 0.85; \\ 1, & \text{якщо } 0.85 \leq g \leq 1. \end{cases}$ |

Примітка. У формулах функцій належності відкинуті інтервали на яких функція належності приймає нульове значення.

Значення функції належності є мірою істинності терму G_k , $k = \overline{1,5}$.

Істинність висловлювання про ризик банкрутства підприємства оцінюємо шляхом аналізу фінансових показників діяльності підприємства. Фінансові показники підбираємо так, щоб збільшення значення кожного показника X_i , $i = \overline{1,n}$, вказувало на зменшення ризику банкрутства підприємства, інакше такий показник необхідно замінити на спряжений.

Використаємо систему із шести показників:

X_1 – коефіцієнт автономії (визначається як співвідношення власного капіталу і фінансових ресурсів підприємства);

X_2 – коефіцієнт забезпеченості оборотних активів власними коштами (визначається як співвідношення чистого оборотного капіталу і оборотних коштів);

X_3 – коефіцієнт швидкої ліквідності (визначається як співвідношення суми оборотних активів без урахування товарно-матеріальних запасів і поточних зобов'язань);

X_4 – коефіцієнт абсолютної ліквідності (визначається як співвідношення найбільш ліквідної частини активів і поточних (короткострокових) зобов'язань);

X_5 – коефіцієнт оборотності активів (визначається як співвідношення виручки від реалізації і середньорічної суми активів);

X_6 – коефіцієнт рентабельності капіталу (визначається як співвідношення чистого прибутку підприємства за період і середньої вартості власного капіталу підприємства за цей період).

Кожний фінансовий показник – числова змінна, або, змінна, що набуває значень на визначеному числовому відрізку. Кожну таку змінну будемо розглядати як множину-носії лінгвістичної змінної V_i , що містить терми:

V_{i1} – «дуже мале значення показника X_i »;

V_{i2} – «мале значення показника X_i »;

V_{i3} – «середнє значення показника X_i »;

V_{i4} – «велике значення показника X_i »;

V_{i5} – «дуже велике значення показника X_i ».

Вважатимемо, що кожна лінгвістична змінна має трапецієподібну функцію належності, яка визначена четвіркою $x = (a_1, a_2, a_3, a_4)$, тобто функція належності кожного терму B_{ij} має вигляд (3.1).

Експертні оцінки усіх термів B_{ij} ($i = \overline{1,6}, j = \overline{1,5}$) наведені у табл. 3.2.

Таблиця 3.2 – Експертні оцінки фінансових показників діяльності підприємства

| Показник | Терм | | | | |
|----------|---------------------------------|-------------------------|--------------------------|-------------------------|------------------------------------|
| | B_{i1} | B_{i2} | B_{i3} | B_{i4} | B_{i5} |
| X_1 | (0; 0; 0.1; 0.2) | (0.1; 0.2; 0.25; 0.3) | (0.25; 0.3; 0.45; 0.5) | (0.34; 0.5; 0.6; 0.7) | (0.6; 0.7; 1; 1) |
| X_2 | (-1; -1; 0.005; 0) | (-0.005; 0; 0.09; 0.11) | (0.09; 0.11; 0.3; 0.35) | (0.3; 0.35; 0.45; 0.5) | (0.45; 0.5; 1; 1) |
| X_3 | (0; 0; 0.5; 0.6) | (0.5; 0.6; 0.7; 0.8) | (0.7; 0.8; 0.9; 1) | (0.9; 1; 1.3; 1.5) | (1.3; 1.5; ∞ ; ∞) |
| X_4 | (0; 0; 0.01; 0.03) | (0.03; 0.03; 0.08; 0.1) | (0.08; 0.1; 0.3; 0.35) | (0.3; 0.35; 0.5; 0.6) | (0.5; 0.6; ∞ ; ∞) |
| X_5 | (0; 0; 0.12; 0.14) | (0.12; 0.14; 0.18; 0.2) | (0.18; 0.2; 0.3; 0.4) | (0.3; 0.4; 0.5; 0.8) | (0.5; 0.8; ∞ ; ∞) |
| X_6 | ($-\infty$; $-\infty$; 0; 0) | (0; 0; 0.006; 0.01) | (0.006; 0.01; 0.06; 0.1) | (0.06; 0.1; 0.225; 0.4) | (0.225; 0.4; ∞ ; ∞) |

Далі обчислюємо спостережуване значення вагового коефіцієнта p_k кожного терму G_k лінгвістичної змінної g

$$p_5 = r_5 \cdot \sum_{i=1}^6 \mu_{i1}, p_4 = r_4 \cdot \sum_{i=1}^6 \mu_{i2}, p_3 = r_3 \cdot \sum_{i=1}^6 \mu_{i3}, p_2 = r_2 \cdot \sum_{i=1}^6 \mu_{i4}, p_1 = r_1 \cdot \sum_{i=1}^6 \mu_{i5},$$

де $k = \overline{1,5}$, – кількість термів терм-множини G , $r_k = \frac{1}{n}$ – ваговий коефіцієнт, що вказує значимість лінгвістичного терму B_{ij} , n – кількість фінансових показників діяльності підприємства.

Значення змінної g розраховуємо за формулою

$$g = \sum_{k=1}^5 p_k \bar{g}_k, \quad k = \overline{1,5},$$

де \bar{g}_k – середина проміжку, що є носієм терму $G_k \in (a_{k1}, a_{k4}]$

Схематично перехід від фінансових показників діяльності підприємства до лінгвістичних оцінок ризику банкрутства підприємства наведено на рис. 3.2.

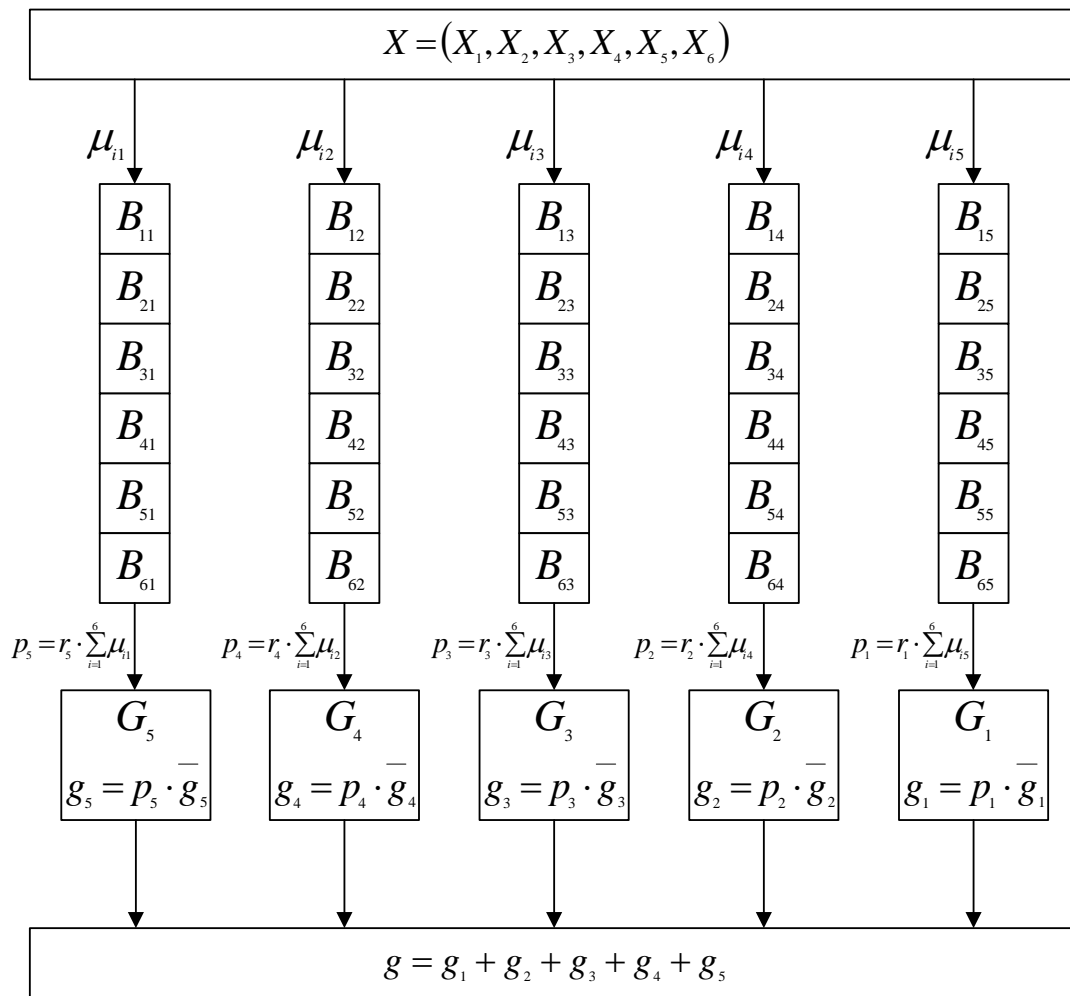


Рисунок 3.2 – Схема переходу від фінансових показників до висловлювань про ризик банкрутства

Приклад 3.2. Фінансові показники роботи підприємства наведені в табл. 3.3.

Таблиця 3.3 – Фінансові показники діяльності підприємства

| Назва показника | Позначення показника | Спостережувані значення показників | |
|---|----------------------|------------------------------------|------------|
| | | I квартал | II квартал |
| Коефіцієнт автономії | X_1 | 0.619 | 0.566 |
| Коефіцієнт забезпечення оборотних активів власними засобами | X_2 | 0.294 | 0.262 |
| Коефіцієнт швидкої ліквідності | X_3 | 0.670 | 0.622 |
| Коефіцієнт абсолютної ліквідності | X_4 | 0.112 | 0.048 |
| Коефіцієнт оборотності активів | X_5 | 2.876 | 3.46 |
| Коефіцієнт рентабельності капіталу | X_6 | 0.113 | 0.008 |

Необхідно обчислити значення функції належності лінгвістичної змінної $g = \text{«ризик банкрутства підприємства»}$ за I та II квартали.

Розв'язання: Кожний фінансовий показник X_i будемо розглядати як множини-носії лінгвістичної змінної B_i , що містить терми:

B_{i1} – «дуже мале значення показника X_i »;

B_{i2} – «мале значення показника X_i »;

B_{i3} – «середнє значення показника X_i »;

B_{i4} – «велике значення показника X_i »;

B_{i5} – «дуже велике значення показника X_i ».

Значення показників X_i оцінюємо за даними табл. 3.2. Так, значення показника $X_1 = 0.619$ може бути оцінено як $B_{15} = (0.6; 0.7; 1; 1)$ – «дуже велике значення показника X_1 ».

Значення показника $X_2 = 0.294$ може бути оцінено як $B_{23} = (0.09; 0.11; 0.3; 0.35)$ – «середнє значення показника X_2 ».

Значення показника $X_3 = 0.670$ може бути оцінено як $B_{32} = (0.5; 0.6; 0.7; 0.8)$ – «мале значення показника X_3 ».

Значення показника $X_4 = 0.112$ може бути оцінено як $B_{43} = (0.08; 0.1; 0.3; 0.35)$ – «середнє значення показника X_4 ».

Значення показника $X_5 = 2.876$ може бути оцінено як $B_{55} = (0.5; 0.8; \infty; \infty)$ – «дуже велике значення показника X_5 ».

Значення показника $X_6 = 0.113$ може бути оцінено як $B_{64} = (0.06; 0.1; 0.225; 0.4)$ – «велике значення показника X_6 ».

Кожна лінгвістична змінна має трапецієподібну функцію належності, яка визначена четвіркою $x = (a_1, a_2, a_3, a_4)$. Значення функції належності кожного терму B_{ij} обчислюємо за формулою (3.1)

$$\mu_{15} = \frac{x - 0.6}{0.7 - 0.6} \Big|_{x=0.619} = \frac{0.019}{0.1} = 0.19,$$

$$\mu_{23} = 1, \quad \mu_{32} = 1, \quad \mu_{43} = 1, \quad \mu_{55} = 1, \quad \mu_{64} = 1.$$

Результати первинної обробки фінансових показників підприємства за I квартал зведемо до табл. 3.4.

Таблиця 3.4 – Первинна обробка фінансових показників підприємства за I квартал

| Позначення показника | Спостережуване значення показника | Терм-множина показника | Значення функції належності |
|----------------------|-----------------------------------|------------------------------------|-----------------------------|
| X_1 | 0.619 | $B_{15} = (0.6; 0.7; 1; 1)$ | $\mu_{15} = 0.19$ |
| X_2 | 0.294 | $B_{23} = (0.09; 0.11; 0.3; 0.35)$ | $\mu_{23} = 1$ |

| Позначення показника | Спостережуване значення показника | Терм-множина показника | Значення функції належності |
|----------------------|-----------------------------------|---------------------------------------|-----------------------------|
| X_3 | 0.670 | $B_{32} = (0.5; 0.6; 0.7; 0.8)$ | $\mu_{32} = 1$ |
| X_4 | 0.112 | $B_{43} = (0.08; 0.1; 0.3; 0.35)$ | $\mu_{43} = 1$ |
| X_5 | 2.876 | $B_{55} = (0.5; 0.8; \infty; \infty)$ | $\mu_{55} = 1$ |
| X_6 | 0.113 | $B_{64} = (0.06; 0.1; 0.225; 0.4)$ | $\mu_{64} = 1$ |

Значення функції належності лінгвістичної змінної g = «ризик банкрутства підприємства» за I квартал обчислюємо за схемою зображеною на рис. 3.2. Результати розрахунків представимо у вигляді табл. 3.5.

Таблиця 3.5 – Функції належності лінгвістичної змінної g = «ризик банкрутства підприємства» за I квартал

| Вагові коефіцієнти термів G_k | Носій k -го терму G_k лінгвістичної змінної g | Середина проміжку G_k, \bar{g}_k | Значення лінгвістичної змінної g на k -му проміжку, $g_k = p_k \bar{g}_k$ |
|--|---|------------------------------------|---|
| $p_5 = r_5 \cdot \sum_{i=1}^6 \mu_{i1} = 0$ | $G_5 \in [0; 0.25]$ | 0.125 | 0 |
| $p_4 = r_4 \cdot \sum_{i=1}^6 \mu_{i2} = \frac{1}{6} \cdot \mu_{32} = \frac{1}{6} \approx 0.16667$ | $G_4 \in [0.15; 0.45]$ | 0.3 | 0.05 |
| $p_3 = r_3 \cdot \sum_{i=1}^6 \mu_{i3} = \frac{1}{6} (\mu_{23} + \mu_{43}) = \frac{2}{6} \approx 0.33333$ | $G_3 \in [0.35; 0.65]$ | 0.5 | 0.16667 |
| $p_2 = r_2 \cdot \sum_{i=1}^6 \mu_{i4} = \frac{1}{6} \cdot \mu_{64} = \frac{1}{6} \approx 0.16667$ | $G_2 \in [0.55; 0.85]$ | 0.7 | 0.11667 |
| $p_1 = r_1 \cdot \sum_{i=1}^6 \mu_{i5} = \frac{1}{6} (\mu_{15} + \mu_{55}) = \frac{1.19}{6} \approx 0.19833$ | $G_1 \in [0.75; 1]$ | 0.875 | 0.17359 |
| $g = \sum_{k=1}^5 g_k = 0.50693$ | | | |

Використовуючи дані, наведені в табл. 3.1, знайдемо значення функцій належності $\mu_k(g)$ для $g = 0.50693$:

$$\mu_3(0.50693) = 1 \Big|_{g=0.50693} = 1.$$

Таким чином, у I кварталі підприємство перебувало у стані

$$G_3(\mu_3 = 1) \text{ «ризик банкрутства середній»}.$$

Результати первинної обробки фінансових показників підприємства за II квартал зведемо до табл. 3.6.

Таблиця 3.6 – Первинна обробка фінансових показників підприємства за II квартал

| Позначення показника | Спостережуване значення показника | Терм-множина показника | Значення функції належності |
|----------------------|-----------------------------------|---------------------------------------|-----------------------------|
| X_1 | 0.566 | $B_{14} = (0.34; 0.5; 0.6; 0.7)$ | $\mu_{14} = 1$ |
| X_2 | 0.262 | $B_{23} = (0.09; 0.11; 0.3; 0.35)$ | $\mu_{23} = 1$ |
| X_3 | 0.622 | $B_{32} = (0.5; 0.6; 0.7; 0.8)$ | $\mu_{32} = 1$ |
| X_4 | 0.048 | $B_{42} = (0.03; 0.03; 0.08; 0.1)$ | $\mu_{42} = 1$ |
| X_5 | 3.46 | $B_{55} = (0.5; 0.8; \infty; \infty)$ | $\mu_{55} = 1$ |
| X_6 | 0.008 | $B_{63} = (0.006; 0.01; 0.06; 0.1)$ | $\mu_{63} = 0.5$ |

Значення функції належності лінгвістичної змінної g «ризик банкрутства підприємства» за II квартал обчислюємо за схемою зображеною на рис. 3.2. Результати розрахунків представимо у вигляді табл. 3.7.

Таблиця 3.7 – Функції належності лінгвістичної змінної g «ризик банкрутства підприємства» за II квартал

| Вагові коефіцієнти термів G_k | Носій k -го терму G_k лінгвістичної змінної g | Середина проміжку G_k, g_k | Значення лінгвістичної змінної g на k -му проміжку, $g_k = p_k g_k$ |
|---|---|------------------------------|---|
| $p_5 = r_5 \cdot \sum_{i=1}^6 \mu_{i1} = 0$ | $G_5 \in [0; 0.25]$ | 0.125 | 0 |
| $p_4 = r_4 \cdot \sum_{i=1}^6 \mu_{i2} = \frac{1}{6} \cdot (\mu_{32} + \mu_{42}) = \frac{2}{6} = 0.33333$ | $G_4 \in [0.15; 0.45]$ | 0.3 | 0.09999 |
| $p_3 = r_3 \cdot \sum_{i=1}^6 \mu_{i3} = \frac{1}{6} \cdot (\mu_{23} + \mu_{63}) = \frac{1.5}{6} = 0.25$ | $G_3 \in [0.35; 0.65]$ | 0.5 | 0.125 |
| $p_2 = r_2 \cdot \sum_{i=1}^6 \mu_{i4} = \frac{1}{6} \cdot \mu_{14} = \frac{1}{6} \approx 0.16667$ | $G_2 \in [0.55; 0.85]$ | 0.7 | 0.11667 |
| $p_1 = r_1 \cdot \sum_{i=1}^6 \mu_{i5} = \frac{1}{6} \cdot \mu_{55} = \frac{1}{6} \approx 0.16667$ | $G_1 \in [0.75; 1]$ | 0.875 | 0.1458 |
| $g = \sum_{k=1}^5 g_k = 0.48746$ | | | |

Використовуючи дані, наведені в табл. 3.1, знайдемо значення функцій належності $\mu_k(g)$ для $g = 0.48746$:

$$\mu_3(0.48746) = 1 \Big|_{g=0.48746} = 1.$$

Таким чином, у II кварталі підприємство перебувало у стані

$G_3(\mu_3 = 1)$ «ризик банкрутства середній».

Відповідь: у I та II кварталах ризик банкрутства підприємства був середнім.

Завдання до роботи

Фінансові показники діяльності підприємства за I та II квартали поточного року наведені в табл. 3.8. Необхідно:

- 1) виконати первинну обробку фінансових показників діяльності підприємства за I квартал;
- 2) знайти значення функції належності лінгвістичної змінної «ризик банкрутства підприємства» за I квартал;
- 3) виконати первинну обробку фінансових показників діяльності підприємства за II квартал;
- 4) знайти значення функції належності лінгвістичної змінної «ризик банкрутства підприємства» за II квартал;
- 5) зробити висновки про фінансовий стан підприємства у I і II кварталах поточного року та порівняти ризик банкрутства підприємства за ці періоди.

Зміст звіту

1. Титульний аркуш.
2. Тема і мета роботи.
3. Короткі теоретичні відомості.
4. Протокол розв'язання завдання до роботи.
5. Висновки.

Контрольні питання

1. Сформулюйте означення лінгвістичної змінної і поясніть її сутність.
2. Наведіть приклад лінгвістичної змінної.
3. Сформулюйте означення лінгвістичного терму і поясніть його сутність.
4. Сформулюйте означення синтаксичного правила і поясніть його сутність.
5. Сформулюйте означення семантичного правила і поясніть його сутність.
6. Яка головна відмінність у застосуванні семантичного та синтаксичного правил?
7. Сформулюйте означення атомарного терму.
8. Сформулюйте означення складеного терму.
9. Як називається операція об'єднання елементів складеного терму?
10. Дайте характеристику способам задання семантичних правил.
11. Опишіть алгоритм за яким здійснюється розрахунок ризику банкрутства підприємства на основі моделювання лінгвістичної змінної.

Таблиця 3.8 – Показники фінансової діяльності підприємства

| Назва показника | Позначення показника | Номер варіанта | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|----------------------|----------------|------------|-----------|------------|-----------|------------|-----------|------------|-----------|------------|-----------|------------|-----------|------------|-----------|------------|-----------|------------|
| | | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | 5 | | 6 | | 7 | | 8 | | 9 | |
| | | I квартал | II квартал | I квартал | II квартал | I квартал | II квартал | I квартал | II квартал | I квартал | II квартал | I квартал | II квартал | I квартал | II квартал | I квартал | II квартал | I квартал | II квартал |
| Коефіцієнт автономії | X_1 | 0.15 | 0.1 | 0.16 | 0.05 | 0.2 | 0.15 | 0.12 | 0.02 | 0.02 | 0.15 | 0.16 | 0.12 | 0.4 | 0.15 | 0.15 | 0.6 | 0.15 | 0.15 |
| Коефіцієнт забезпечення оборотних активів власними засобами | X_2 | 0.32 | 0 | 0.001 | 0.32 | 0.12 | 0.1 | 0.02 | 0 | 0.5 | 0.1 | 0.02 | 0.001 | 0.51 | 0.32 | 0.1 | 0.3 | 0.82 | 0.002 |
| Коефіцієнт швидкої ліквідності | X_3 | 0.92 | 1.7 | 1.6 | 0.92 | 1.64 | 1.7 | 1.0 | 1.6 | 1.6 | 1.2 | 1.4 | 0.92 | 1.3 | 0.9 | 1.7 | 1.2 | 0.42 | 1.3 |
| Коефіцієнт абсолютної ліквідності | X_4 | 0.7 | 0.55 | 0.55 | 0.7 | 0.53 | 0.35 | 0.45 | 0.55 | 0.55 | 0.35 | 0.73 | 0.45 | 0.35 | 0.7 | 0.35 | 0.41 | 0.9 | 0.5 |
| Коефіцієнт оборотності і активів | X_5 | 1.0 | 0.8 | 0.8 | 0.2 | 0.88 | 0.82 | 0.98 | 0.8 | 0.8 | 0.4 | 0.6 | 0.87 | 0.73 | 1.0 | 0.82 | 0.5 | 0 | 0.67 |
| Коефіцієнт рентабельності капіталу | X_6 | 0.3 | 0.11 | 0.1 | 0.3 | 0.11 | 0.15 | 0.21 | 0.1 | 0.1 | 0.5 | 0.1 | 0.21 | 0.18 | 0.3 | 0.15 | 0.2 | 0.3 | 0.22 |

| Назва показника | Позначення показника | Номер варіанта | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|----------------------|----------------|------------|-----------|------------|-----------|------------|-----------|------------|-----------|------------|-----------|------------|-----------|------------|-----------|------------|-----------|------------|
| | | 10 | | 11 | | 12 | | 13 | | 14 | | 15 | | 16 | | 17 | | 18 | |
| | | I квартал | II квартал | I квартал | II квартал | I квартал | II квартал | I квартал | II квартал | I квартал | II квартал | I квартал | II квартал | I квартал | II квартал | I квартал | II квартал | I квартал | II квартал |
| Коефіцієнт автономії | X_1 | 0.20 | 0.13 | 0.21 | 0.07 | 0.26 | 0.20 | 0.16 | 0.03 | 0.03 | 0.20 | 0.21 | 0.16 | 0.52 | 0.20 | 0.20 | 0.78 | 0.19 | 0.19 |
| Коефіцієнт забезпечення оборотних активів власними засобами | X_2 | 0.42 | 0 | 0 | 0.42 | 0.02 | 0.13 | 0.03 | 0.00 | 0.65 | 0.13 | 0.03 | 0 | 0.66 | 0.42 | 0.13 | 0.39 | 1.06 | 0 |
| Коефіцієнт швидкої ліквідності | X_3 | 1.20 | 2.21 | 2.08 | 1.20 | 2.13 | 2.21 | 1.30 | 2.08 | 2.08 | 1.56 | 1.82 | 1.20 | 1.69 | 1.17 | 2.21 | 1.56 | 0.54 | 1.69 |
| Коефіцієнт абсолютної ліквідності | X_4 | 0.91 | 0.72 | 0.72 | 0.91 | 0.69 | 0.46 | 0.59 | 0.72 | 0.72 | 0.46 | 0.95 | 0.59 | 0.46 | 0.91 | 0.46 | 0.53 | 1.17 | 0.65 |
| Коефіцієнт оборотності і активів | X_5 | 1.30 | 1.04 | 1.04 | 0.26 | 1.14 | 1.07 | 1.27 | 1.04 | 1.04 | 0.52 | 0.78 | 1.13 | 0.95 | 1.30 | 1.07 | 0.65 | 0 | 0.87 |
| Коефіцієнт рентабельності капіталу | X_6 | 0.39 | 0.14 | 0.13 | 0.39 | 0.14 | 0.20 | 0.27 | 0.13 | 0.13 | 0.65 | 0.13 | 0.27 | 0.23 | 0.39 | 0.20 | 0.26 | 0.39 | 0.28 |

| Назва показника | Позначення показника | Номер варіанта | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|----------------------|----------------|------------|-----------|------------|-----------|------------|-----------|------------|-----------|------------|-----------|------------|-----------|------------|-----------|------------|-----------|------------|
| | | 19 | | 20 | | 21 | | 22 | | 23 | | 24 | | 25 | | 26 | | 27 | |
| | | I квартал | II квартал | I квартал | II квартал | I квартал | II квартал | I квартал | II квартал | I квартал | II квартал | I квартал | II квартал | I квартал | II квартал | I квартал | II квартал | I квартал | II квартал |
| Коефіцієнт автономії | X_1 | 0.23 | 0.15 | 0.24 | 0.08 | 0.30 | 0.23 | 0.18 | 0.03 | 0.03 | 0.23 | 0.24 | 0.18 | 0.60 | 0.23 | 0.23 | 0.90 | 0.23 | 0.23 |
| Коефіцієнт забезпечення оборотних активів власними засобами | X_2 | 0.48 | 0 | 0 | 0.48 | 0.02 | 0.15 | 0.03 | 0 | 0.75 | 0.15 | 0.03 | 0 | 0.77 | 0.48 | 0.15 | 0.45 | 1.23 | 0 |
| Коефіцієнт швидкої ліквідності | X_3 | 1.38 | 2.55 | 2.40 | 1.38 | 2.46 | 2.55 | 1.50 | 2.40 | 2.40 | 1.80 | 2.10 | 1.38 | 1.95 | 1.35 | 2.55 | 1.80 | 0.63 | 1.95 |
| Коефіцієнт абсолютної ліквідності | X_4 | 1.05 | 0.83 | 0.83 | 1.05 | 0.80 | 0.53 | 0.68 | 0.83 | 0.83 | 0.53 | 1.10 | 0.68 | 0.53 | 1.05 | 0.53 | 0.62 | 1.35 | 0.75 |
| Коефіцієнт оборотності і активів | X_5 | 1.50 | 1.20 | 1.20 | 0.30 | 1.32 | 1.23 | 1.47 | 1.20 | 1.20 | 0.60 | 0.90 | 1.31 | 1.10 | 1.50 | 1.23 | 0.75 | 0.00 | 1.01 |
| Коефіцієнт рентабельності капіталу | X_6 | 0.45 | 0.17 | 0.15 | 0.45 | 0.17 | 0.23 | 0.32 | 0.15 | 0.15 | 0.75 | 0.15 | 0.32 | 0.27 | 0.45 | 0.23 | 0.30 | 0.45 | 0.33 |

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №4

Алгоритми нечіткого логічного виведення

Мета роботи: Навчитися розв'язувати задачі, вихідні дані яких представлені нечітко, з використанням алгоритмів нечіткого логічного виведення.

Порядок виконання роботи

1. Вивчити теоретичні відомості.
2. Разом з викладачем вибрати варіант завдання.
3. Виконати завдання до лабораторної роботи згідно свого варіанту.
4. Скласти та оформити звіт.

Теоретичні відомості

Нечітким логічним виведенням називається одержання висновку у вигляді нечіткої множини, що відповідає поточним значенням входів, з використанням нечіткої бази знань та нечітких операцій.

Нечітке логічне виведення здійснюється у **4 етапи**. На першому етапі будують функції належності, які визначають міру істинності кожної передумови кожного правила. Далі здійснюють логічне виведення, яке полягає у тому, що виходячи із значень істинності для передумов правила, обчислюють висновок кожного правила. На третьому етапі здійснюють композицію всіх нечітких підмножин, які відповідають кожній змінній виведення. На останньому етапі здійснюють дефазифікацію нечіткого набору виведень в чітке число.

Відомо декілька алгоритмів нечіткого логічного виведення:

- алгоритм Мамдані;
- алгоритм Цукамото;
- алгоритм Такажі і Сугено;
- алгоритм Ларсена;
- спрощений алгоритм.

Алгоритм Мамдані. Припустимо, що базу знань складають два нечітких правила виду:

$$P_1 : \text{якщо } x \in A_1 \text{ і } y \in B_1, \text{ то } z \in C_1,$$

$$P_2 : \text{якщо } x \in A_2 \text{ і } y \in B_2, \text{ то } z \in C_2.$$

Крок 1. Визначаємо міри істинності $A_1(x_0)$, $A_2(x_0)$, $B_1(y_0)$, $B_2(y_0)$ (рис. 4.1).

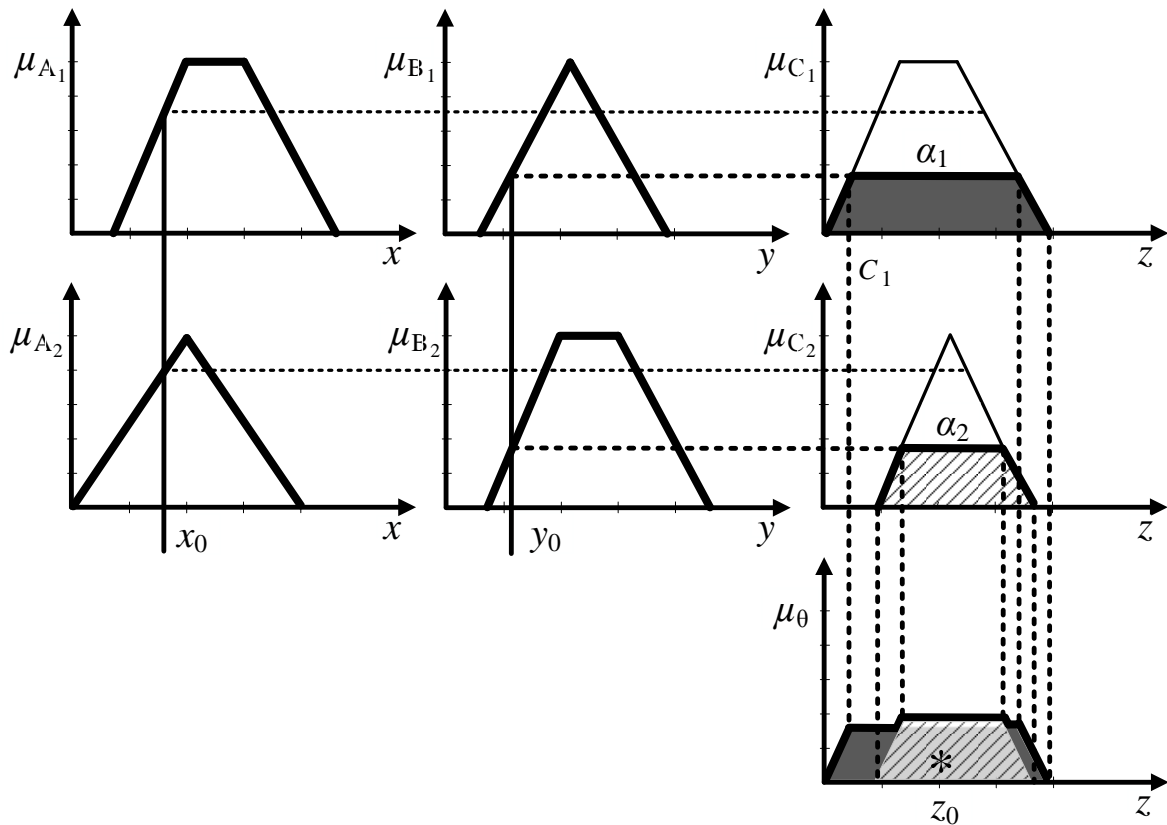


Рисунок 4.1 – Реалізація алгоритму нечіткого логічного виведення Мамдані

Крок 2. Знаходимо рівні «відтинання» для передумов кожного з правил

$$\alpha_1 = A_1(x_0) \wedge B_1(y_0),$$

$$\alpha_2 = A_2(x_0) \wedge B_2(y_0).$$

Крок 3. Знаходимо функції належності

$$C'_1(z) = (\alpha_1 \wedge C_1(z)),$$

$$C'_2(z) = (\alpha_2 \wedge C_2(z)).$$

Крок 4. Виконуємо об'єднання знайдених функцій і знаходимо результуючу нечітку множину для вихідної змінної з функцією належності

$$\mu_\theta(z) = C(z) = C'_1(z) \vee C'_2(z) = (\alpha_1 \wedge C_1(z)) \vee (\alpha_2 \wedge C_2(z)).$$

Крок 5. Виконуємо дефазифікацію, наприклад, за методом центра ваги і

знаходимо чітке значення $z_0 = \frac{\int_{\underline{z}}^{\bar{z}} z \cdot \mu_\theta(z) dz}{\int_{\underline{z}}^{\bar{z}} \mu_\theta(z) dz}$, де інтервал $[\underline{z}, \bar{z}]$ є носієм функції

належності.

Приклад 4.1. Базу знань складають два нечітких правила виду:

$$P_1 : \text{якщо } x \in A_1 \text{ і } y \in B_1, \text{ то } z \in C_1,$$

P_2 : якщо $x \in A_2$ і $y \in B_2$, то $z \in C_2$,

де $A_1 = (10, 20, 40, 70, 1)$, $A_2 = (20, 40, 50, 1)$, $B_1 = (20, 30, 60, 1)$, $B_2 = (20, 40, 50, 70, 1)$, $C_1 = (10, 30, 50, 60, 1)$, $C_2 = (10, 30, 60, 1)$ – узагальнені нечіткі трикутні числа та узагальнені нечіткі трапецієподібні інтервали.

Знайти чітке значення z_0 , використовуючи нечітке логічне виведення Мамдані, якщо $x_0 = 45$, $y_0 = 35$.

Розв'язання: Будемо графіки функцій належності нечітких величин для передумов кожного з правил (рис. 4.2).

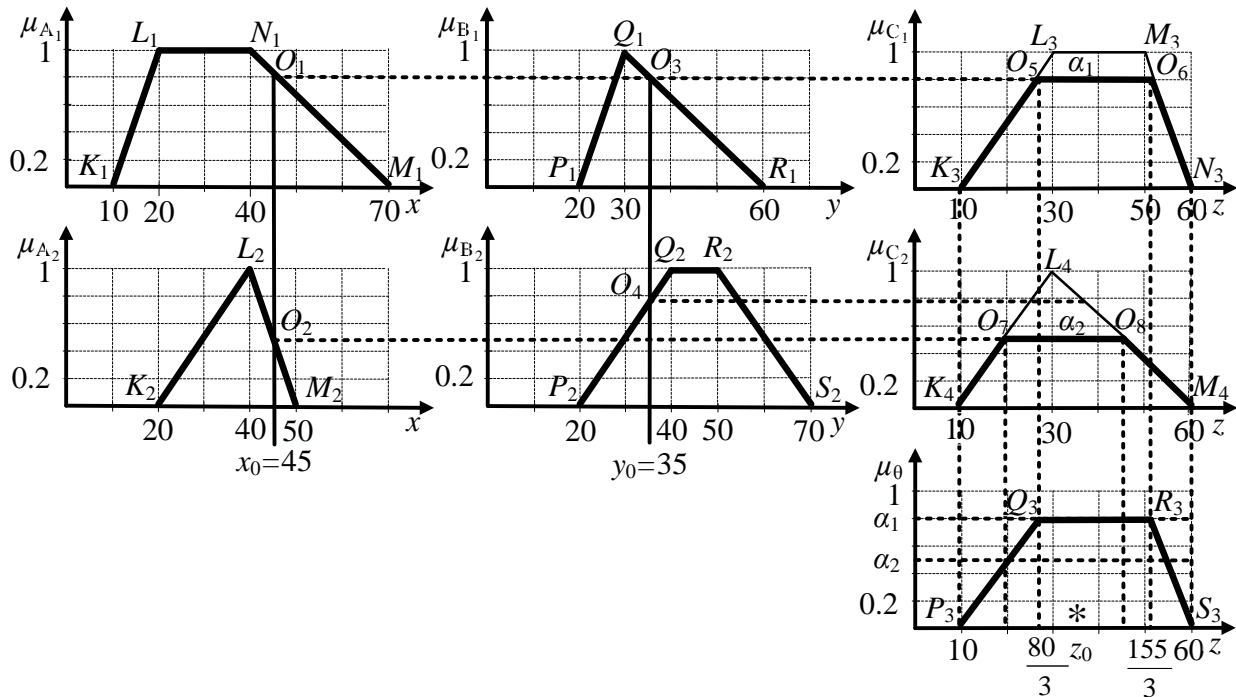


Рисунок 4.2 – Реалізація нечіткого логічного виведення за алгоритмом Мамдані

Міри істинності кожної передумови кожного з правил обчислимо як координати точок O_1 , O_2 , O_3 та O_4 . Для цього використаємо рівняння прямої, яка проходить через дві точки з координатами (x_1, y_1) і (x_2, y_2) :

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}.$$

Розглянемо відрізок M_1N_1 . Координати точок – кінців відрізка: $M_1(40, 1)$, $N_1(70, 0)$, тоді рівняння прямої, яка проходить через ці точки, набуде вигляду

$$\begin{aligned} \frac{x - 40}{70 - 40} &= \frac{y - 1}{0 - 1} \\ y &= 1 - \frac{x - 40}{30} \\ y &= \frac{7}{3} - \frac{x}{30}. \end{aligned}$$

Підставимо $x_0 = 45$ в рівняння відповідної прямої:

$$y(x_0) = y(O_1) = 1 - \frac{45 - 40}{30} = \frac{5}{6} \Rightarrow A_1(x_0) = \frac{5}{6}.$$

Розглянемо відрізок L_2M_2 . Координати точок – кінців відрізка: $L_2(40,1)$, $M_2(50,0)$, тоді рівняння прямої, яка проходить через ці точки, набуде вигляду

$$\begin{aligned} \frac{x - 40}{50 - 40} &= \frac{y - 1}{0 - 1} \\ y &= 1 - \frac{x - 40}{10} \\ y &= 5 - \frac{x}{10}. \end{aligned}$$

Підставимо $x_0 = 45$ в рівняння відповідної прямої:

$$y(x_0) = y(O_2) = 5 - \frac{45}{10} = 5 - 4,5 = 0,5 = \frac{1}{2} \Rightarrow A_2(x_0) = \frac{1}{2}.$$

Розглянемо відрізок Q_1R_1 . Координати точок – кінців відрізка: $Q_1(30,1)$, $R_1(60,0)$, тоді рівняння прямої, яка проходить через ці точки, набуде вигляду

$$\begin{aligned} \frac{x - 30}{60 - 30} &= \frac{y - 1}{0 - 1} \\ y &= 1 - \frac{x - 30}{30} \\ y &= 2 - \frac{x}{30}. \end{aligned}$$

Підставимо $y_0 = 35$ в рівняння відповідної прямої:

$$y(y_0) = y(O_3) = 1 - \frac{35 - 30}{30} = \frac{5}{6} \Rightarrow B_1(y_0) = \frac{5}{6}.$$

Розглянемо відрізок P_2Q_2 . Координати точок – кінців відрізка: $P_2(20,0)$, $Q_2(40,1)$, тоді рівняння прямої, яка проходить через ці точки, набуде вигляду

$$\begin{aligned} \frac{x - 20}{40 - 20} &= \frac{y - 0}{1 - 0} \\ y &= \frac{1}{20}(x - 20) \\ y &= \frac{x}{20} - 1. \end{aligned}$$

Підставимо $y_0 = 35$ в рівняння відповідної прямої:

$$y(y_0) = y(O_4) = \frac{35}{20} - 1 = \frac{3}{4} \Rightarrow B_2(y_0) = \frac{3}{4}.$$

Обчислимо рівні «відтинання» для передумов кожного з правил

$$\alpha_1 = \min \left\{ \frac{5}{6}; \frac{5}{6} \right\} = \frac{5}{6}, \quad \alpha_2 = \min \left\{ \frac{1}{2}; \frac{3}{4} \right\} = \frac{1}{2}.$$

Для розрахунку значень функції належності $C'_1(z) = (\alpha_1 \wedge C_1(z))$ побудуємо рівняння прямих, що проходять через точки O_5 та O_6 .

Розглянемо відрізок K_3L_3 . Координати точок – кінців відрізка: $K_3(10,0)$, $L_3(30,1)$, тоді рівняння прямої, яка проходить через ці точки, набуде вигляду

$$z = \frac{x}{20} - \frac{1}{2}.$$

Обчислюємо значення функції належності $C_1^{/1}(z)$

$$\begin{cases} C_1^{/1}(z) = \frac{x}{20} - \frac{1}{2}, \\ \alpha_1 = \frac{5}{6}, \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{20} - \frac{1}{2} = \frac{5}{6} \Rightarrow x = \frac{80}{3} \Rightarrow C_1^{/1}(z) = \frac{80}{3}.$$

Розглянемо відрізок M_3N_3 . Координати точок – кінців відрізка: $M_3(50,1)$, $N_3(60,0)$, тоді рівняння прямої, яка проходить через ці точки, набуде вигляду

$$z = 6 - \frac{x}{10}.$$

Обчислюємо значення функції належності $C_1^{/2}(z)$

$$\begin{cases} C_1^{/2}(z) = 6 - \frac{x}{10}, \\ \alpha_1 = \frac{5}{6}, \end{cases} \Rightarrow 6 - \frac{x}{10} = \frac{5}{6} \Rightarrow x = \frac{155}{3} \Rightarrow C_1^{/2}(z) = \frac{155}{3}.$$

Значення функції належності $C'_2(z) = (\alpha_2 \wedge C_2(z))$ не розраховуємо, а рівняння прямих, що проходять через точки O_7 та O_8 не будуємо, оскільки із рис. 4.2 видно, що після об'єднання функція належності $C'_1(z)$ поглине функцію належності $C'_2(z)$.

Виконуємо об'єднання знайдених функцій належності $C_1^{/1}(z)$ та $C_1^{/2}(z)$ і знаходимо результуючу нечітку множину для вихідної змінної з функцією належності

$$\mu_{\theta}(z) = C(z) = C_1^{/1}(z) \vee C_1^{/2}(z) = (\alpha_1 \wedge C_1^1(z)) \vee (\alpha_1 \wedge C_1^2(z)),$$

яка на рис. 4.2 представлена трапецією $P_3Q_3R_3S_3$.

Чітке значення вихідної змінної – точку z_0 шукаємо як центр мас трапеції $P_3Q_3R_3S_3$. Для цього прирівнюємо площу лівої та правої частини трапеції $P_3Q_3R_3S_3$ відносно точки z_0 (рис. 4.2).

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{6} \cdot \left(\left(z_0 - \frac{80}{3} \right) + (z_0 - 10) \right) &= \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{6} \cdot \left(\left(\frac{155}{3} - z_0 \right) + (60 - z_0) \right), \\ 2z_0 - \frac{110}{3} &= \frac{335}{3} - 2z_0, \\ 4z_0 &= \frac{445}{3}, \\ z_0 &= \frac{445}{12}. \end{aligned}$$

Відповідь: $z_0 = \frac{445}{12}$.

Алгоритм Цукамото. Припустимо, що базу знань складають два нечітких правила виду:

$$P_1 : \text{якщо } x \in A_1 \text{ і } y \in B_1, \text{ то } z \in C_1,$$

$$P_2 : \text{якщо } x \in A_2 \text{ і } y \in B_2, \text{ то } z \in C_2,$$

де $C_1(z)$ і $C_2(z)$ – монотонні функції.

Крок 1. Визначаємо міри істинності $A_1(x_0)$, $A_2(x_0)$, $B_1(y_0)$, $B_2(y_0)$ (рис. 4.3).

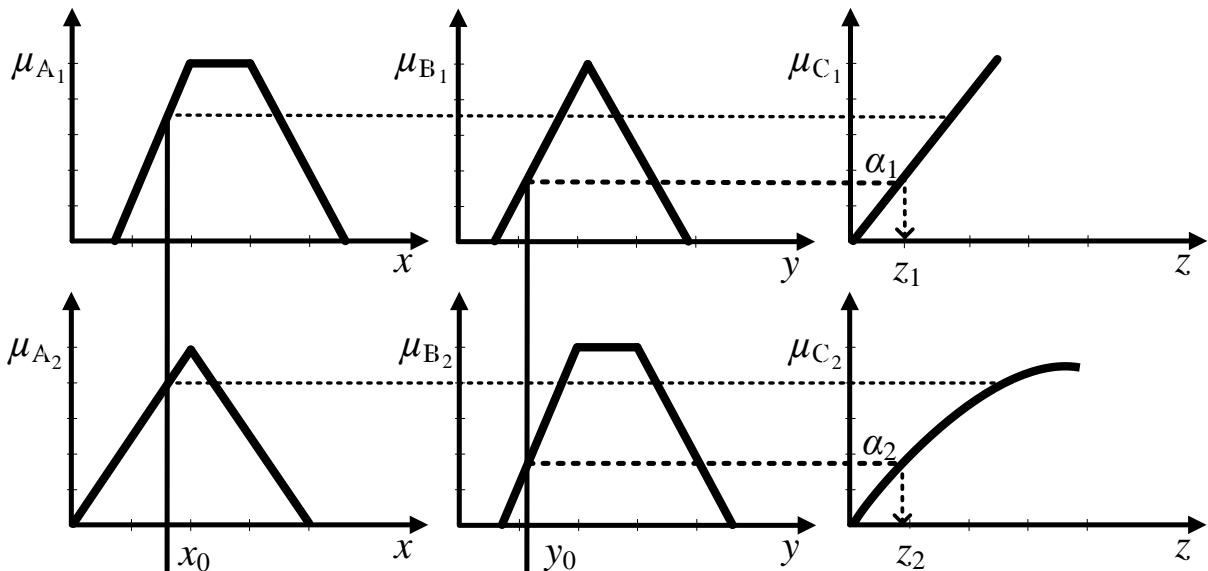


Рисунок 4.3 – Реалізація алгоритму нечіткого логічного виведення Цукамото

Крок 2. Знаходимо рівні «відтинання» α_1 та α_2 і через розв’язання рівнянь $\alpha_1 = C_1(z_1)$, $\alpha_2 = C_2(z_2)$ – чіткі значення (z_1 і z_2) для кожного із вихідних правил.

Крок 3. Визначаємо чітке значення вихідної змінної (як зважене середнє z_1 і z_2):

$$z_0 = \frac{\alpha_1 z_1 + \alpha_2 z_2}{\alpha_1 + \alpha_2} \quad (\text{у загальному випадку } z_0 = \frac{\sum_{i=1}^n \alpha_i z_i}{\sum_{i=1}^n \alpha_i}).$$

Приклад 4.2. Базу знань складають два нечітких правила виду:

P_1 : якщо $x \in A_1$ і $y \in B_1$, то $z \in C_1$,

P_2 : якщо $x \in A_2$ і $y \in B_2$, то $z \in C_2$,

де $A_1 = (10, 20, 40, 70, 1)$, $A_2 = (20, 40, 50, 1)$, $B_1 = (20, 30, 60, 1)$, $B_2 = (20, 40, 50, 70, 1)$ – узагальнені нечіткі трикутні числа та узагальнені нечіткі трапецієподібні інтервали, $C_1: z = \frac{1}{18}t$, $C_2: z = \sqrt{\frac{1}{40}}t$ – монотонні функції.

Знайти чітке значення z_0 , використовуючи нечіткий висновок Цукамото, якщо $x_0 = 45$ і $y_0 = 35$.

Розв'язання: Будуємо графіки функцій належності нечітких величин для передумов кожного з правил (рис. 4.4).

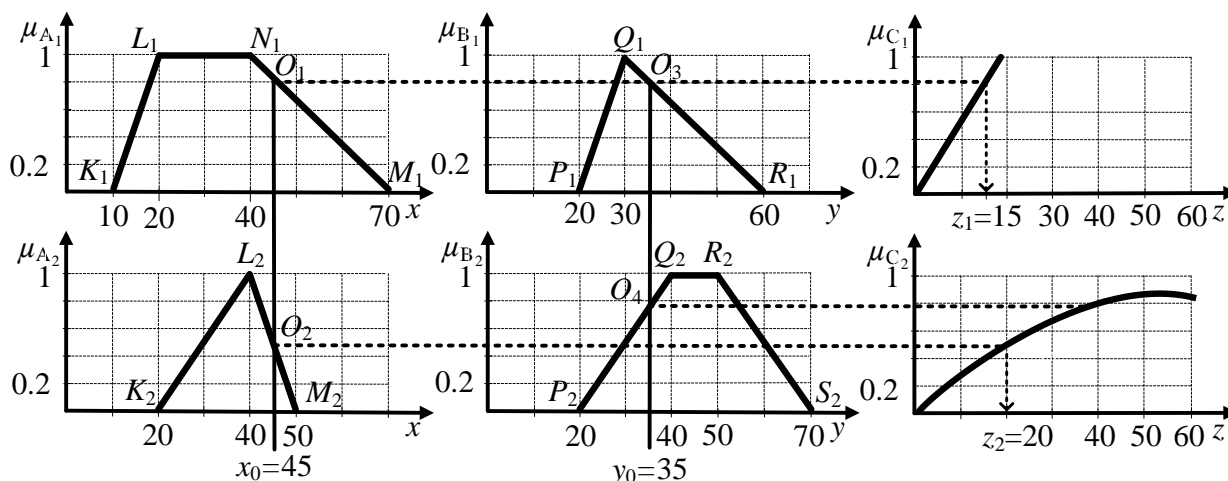


Рисунок 4.4 – Реалізація нечіткого логічного виведення за алгоритмом Цукамото

Як у прикладі 4.1, міри істинності кожної передумови кожного з правил обчислюємо як координати точок O_1 , O_2 , O_3 та O_4 .

$$\text{Рівняння } M_1 N_1: y = \frac{7}{3} - \frac{x}{30}, \quad A_1(x_0) = \frac{5}{6}.$$

$$\text{Рівняння } L_2 M_2: y = 5 - \frac{x}{10}, \quad A_2(x_0) = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Рівняння } Q_1 R_1: y = 2 - \frac{x}{30}, \quad B_1(y_0) = \frac{5}{6}.$$

$$\text{Рівняння } P_2 Q_2: y = \frac{x}{20} - 1, \quad B_2(y_0) = \frac{3}{4}.$$

Обчислюємо рівні «відтинання» для передумов кожного з правил

$$\alpha_1 = \min \left\{ \frac{5}{6}; \frac{5}{6} \right\} = \frac{5}{6}, \quad \alpha_2 = \min \left\{ \frac{1}{2}; \frac{3}{4} \right\} = \frac{1}{2}.$$

Розраховуємо чіткі значення z_1 і z_2 для кожного із вихідних правил через розв'язання рівнянь:

$$\begin{array}{ll} \alpha_1 = C_1(z) & \alpha_2 = C_2(z) \\ \frac{5}{6} = \frac{1}{18}t & \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{1}{40}}t \\ t = 15 & t = 20 \\ \Downarrow & \Downarrow \\ z_1 = 15 & z_2 = 20 \end{array}$$

Визначаємо чітке значення вихідної змінної z_0

$$z_0 = \frac{\frac{5}{6} \cdot 15 + \frac{1}{2} \cdot 20}{\frac{5}{6} + \frac{1}{2}} = \frac{\frac{75}{6} + 10}{\frac{8}{6}} = \frac{135}{8} = 16\frac{7}{8}.$$

Відповідь: $z_0 = 16\frac{7}{8}$.

Алгоритм Сугено і Такажі. Припустимо, що базу знань складають два нечітких правила виду:

Π_1 : якщо $x \in A_1$ і $y \in B_1$, то $z_1 = a_1x + b_1y$,

Π_2 : якщо $x \in A_2$ і $y \in B_2$, то $z_2 = a_2x + b_2y$.

Крок 1. Визначаємо міри істинності $A_1(x_0)$, $A_2(x_0)$, $B_1(y_0)$, $B_2(y_0)$ (рис. 4.5).

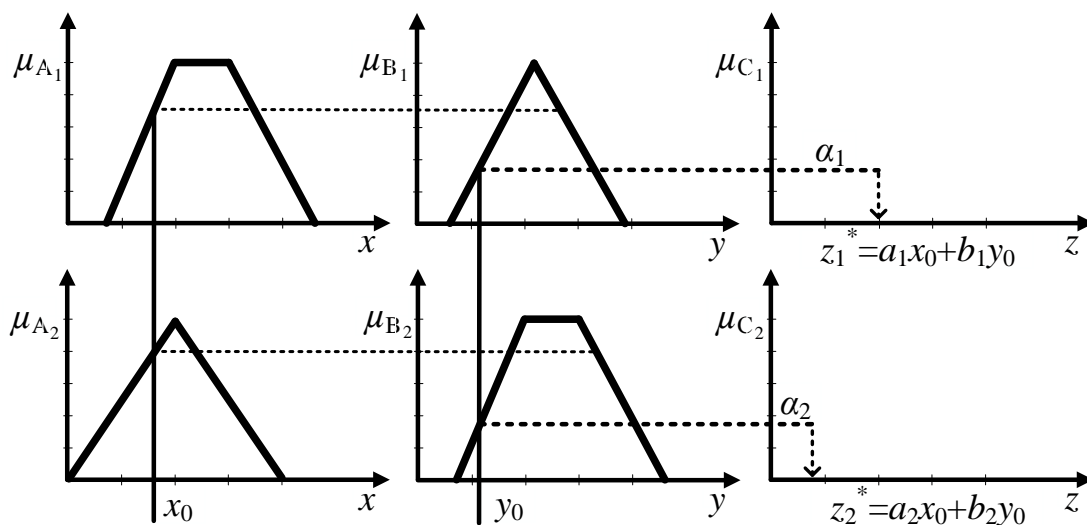


Рисунок 4.5 – Реалізація алгоритму нечіткого логічного виведення Сугено і Такажі

Крок 2. Знаходимо рівні «відтинання» для передумов кожного з правил

$$\alpha_1 = A_1(x_0) \wedge B_1(y_0),$$

$$\alpha_2 = A_2(x_0) \wedge B_2(y_0)$$

та обчислюємо значення функцій

$$z_1^* = a_1 x_0 + b_1 y_0,$$

$$z_2^* = a_2 x_0 + b_2 y_0.$$

Крок 3. Визначаємо чітке значення вихідної змінної

$$z_0 = \frac{\alpha_1 z_1^* + \alpha_2 z_2^*}{\alpha_1 + \alpha_2}.$$

Приклад 4.3. Базу знань складають два нечітких правила виду:

$$П_1 : \text{якщо } x \in A_1 \text{ і } y \in B_1, \text{ то } z_1 = a_1 x + b_1 y,$$

$$П_2 : \text{якщо } x \in A_2 \text{ і } y \in B_2, \text{ то } z_2 = a_2 x + b_2 y,$$

де $A_1 = (10, 20, 40, 70, 1)$, $A_2 = (20, 40, 50, 1)$, $B_1 = (20, 30, 60, 1)$, $B_2 = (20, 40, 50, 70, 1)$ – узагальнені нечіткі трикутні числа та узагальнені нечіткі трапецієподібні інтервали, $a_1 = 0,5$, $a_2 = 0,2$, $b_1 = 0,7$, $b_2 = 0,3$ – чіткі числа.

Знайти чітке значення z_0 , використовуючи нечіткий висновок Сугено і Такажі, якщо $x_0 = 45$ і $y_0 = 35$.

Розв'язання: Будуємо графіки функцій належності нечітких величин для передумов кожного з правил (рис. 4.6).

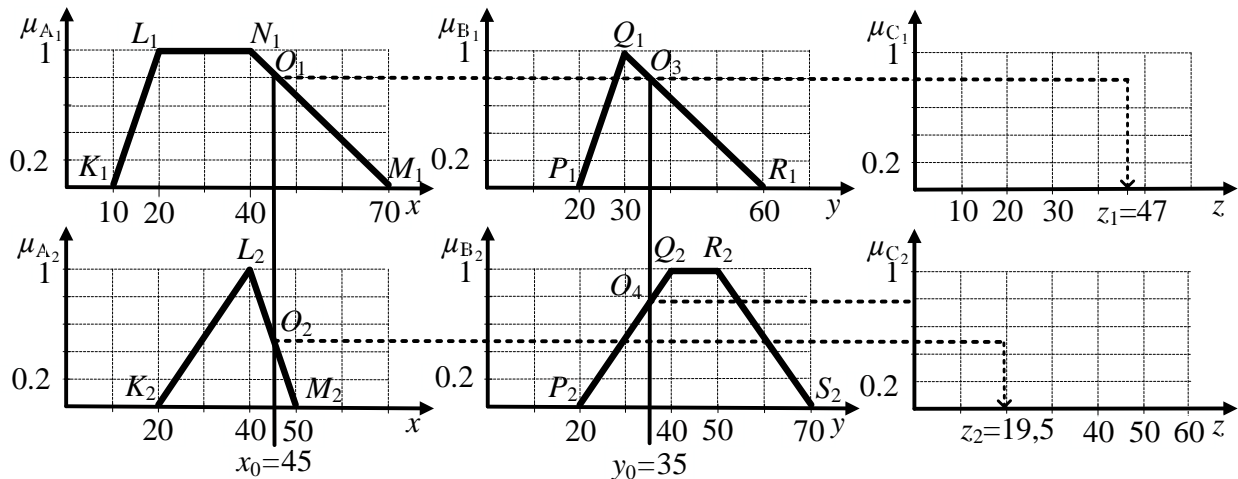


Рисунок 4.6 – Реалізація нечіткого логічного виведення за алгоритмом Сугено і Такажі

Як у прикладі 4.1, міри істинності кожної передумови кожного з правил обчислюємо як координати точок O_1 , O_2 , O_3 та O_4 .

$$\text{Рівняння } M_1 N_1: y = \frac{7}{3} - \frac{x}{30}, \quad A_1(x_0) = \frac{5}{6}.$$

$$\text{Рівняння } L_2M_2: y = 5 - \frac{x}{10}, A_2(x_0) = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Рівняння } Q_1R_1: y = 2 - \frac{x}{30}, B_1(y_0) = \frac{5}{6}.$$

$$\text{Рівняння } P_2Q_2: y = \frac{x}{20} - 1, B_2(y_0) = \frac{3}{4}.$$

Обчислюємо рівні «відтинання» для передумов кожного з правил

$$\alpha_1 = \min \left\{ \frac{5}{6}; \frac{5}{6} \right\} = \frac{5}{6}, \quad \alpha_2 = \min \left\{ \frac{1}{2}; \frac{3}{4} \right\} = \frac{1}{2}.$$

Розраховуємо значення функцій

$$z_1^* = 0.5 \cdot 45 + 0.7 \cdot 35 = 47,$$

$$z_2^* = 0.2 \cdot 45 + 0.3 \cdot 35 = 19.5.$$

Визначаємо чітке значення вихідної змінної

$$z_0 = \frac{\frac{5}{6} \cdot 47 + \frac{1}{2} \cdot 19.5}{\frac{5}{6} + \frac{1}{2}} = 36.69.$$

Відповідь: $z_0 = 36.69$.

Алгоритм Ларсена. Припустимо, що базу знань складають два нечітких правила виду:

$$П_1: \text{якщо } x \in A_1 \text{ і } y \in B_1, \text{ то } z_1 = C_1,$$

$$П_2: \text{якщо } x \in A_2 \text{ і } y \in B_2, \text{ то } z_2 = C_2,$$

де $C_i, i = \overline{1,2}$ – чіткі числа.

Крок 1. Визначаємо міри істинності $A_1(x_0), A_2(x_0), B_1(y_0), B_2(y_0)$ (рис. 4.7).

Крок 2. Знаходимо рівні «відтинання» для передумов кожного з правил

$$\alpha_1 = A_1(x_0) \wedge B_1(y_0),$$

$$\alpha_2 = A_2(x_0) \wedge B_2(y_0)$$

та функції належності

$$\alpha_1 C_1(z) \text{ і } \alpha_2 C_2(z).$$

Крок 3. Знаходимо результуючу нечітку підмножину з функцією належності

$$\mu_z(z) = C(z) = (\alpha_1 C_1(z)) \vee (\alpha_2 C_2(z))$$

(у загальному випадку $\mu_z(z) = \bigvee_{i=1}^n (\alpha_i C_i(z))$).

Крок 4. Визначаємо чітке значення вихідної змінної.

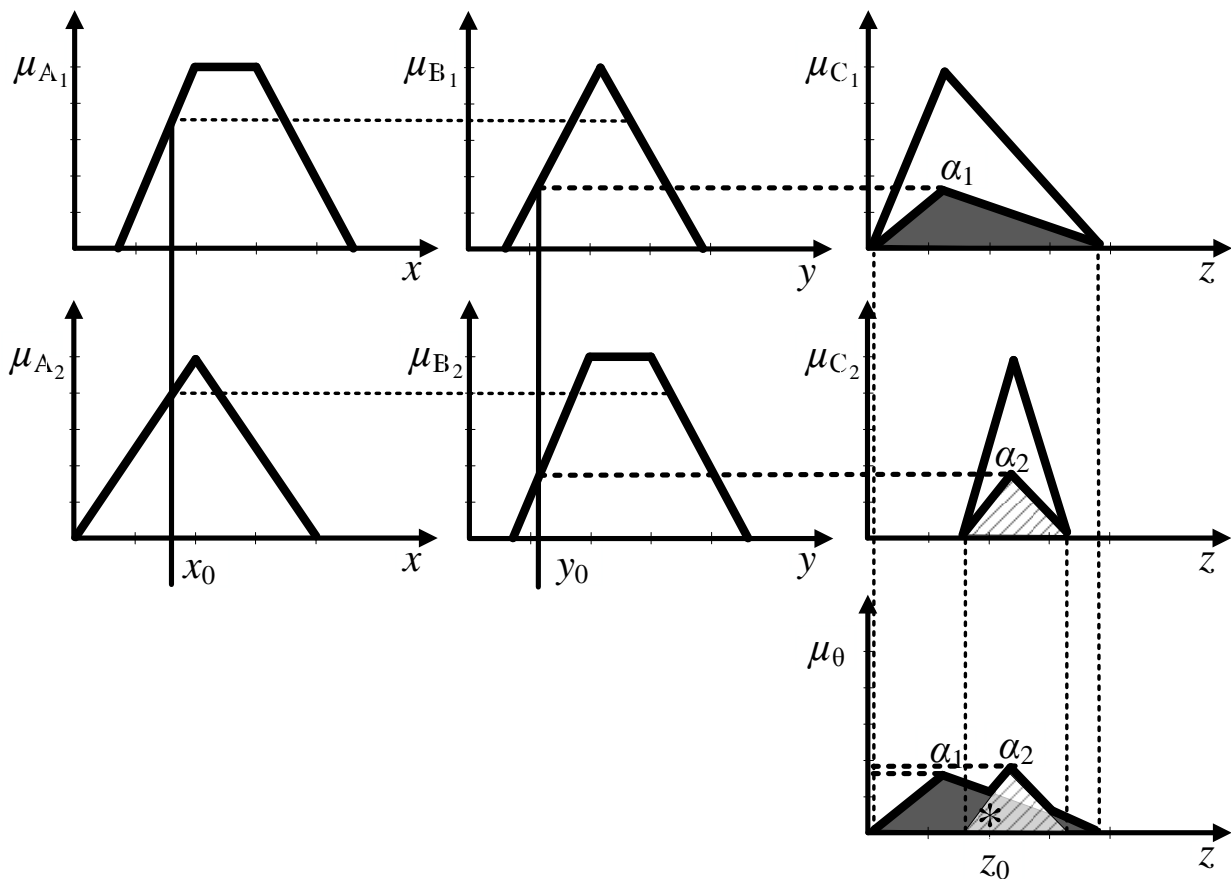


Рисунок 4.7 – Реалізація алгоритму нечіткого логічного виведення Ларсена

Приклад 4.4. Базу знань складають два нечітких правила виду:

Π_1 : якщо $x \in A_1$ і $y \in B_1$, то $z_1 = C_1$,

Π_2 : якщо $x \in A_2$ і $y \in B_2$, то $z_2 = C_2$,

де $A_1 = (10, 20, 40, 70, 1)$, $A_2 = (20, 40, 50, 1)$, $B_1 = (20, 30, 60, 1)$, $B_2 = (20, 40, 50, 70, 1)$ – узагальнені нечіткі трикутні числа та узагальнені нечіткі трапецієподібні інтервали, $C_1 = 25$, $C_2 = 17$ – чіткі числа.

Знайти чітке значення z_0 , використовуючи нечіткий висновок Ларсена, якщо $x_0 = 45$ і $y_0 = 35$.

Розв'язання: Будуємо графіки функцій належності нечітких величин для передумов кожного з правил (рис. 4.8).

Як у прикладі 4.1, міри істинності кожної передумови кожного з правил обчислюємо як координати точок O_1 , O_2 , O_3 та O_4 .

$$\text{Рівняння } M_1N_1: y = \frac{7}{3} - \frac{x}{30}, A_1(x_0) = \frac{5}{6}.$$

$$\text{Рівняння } L_2M_2: y = 5 - \frac{x}{10}, A_2(x_0) = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Рівняння } Q_1R_1: y = 2 - \frac{x}{30}, B_1(y_0) = \frac{5}{6}.$$

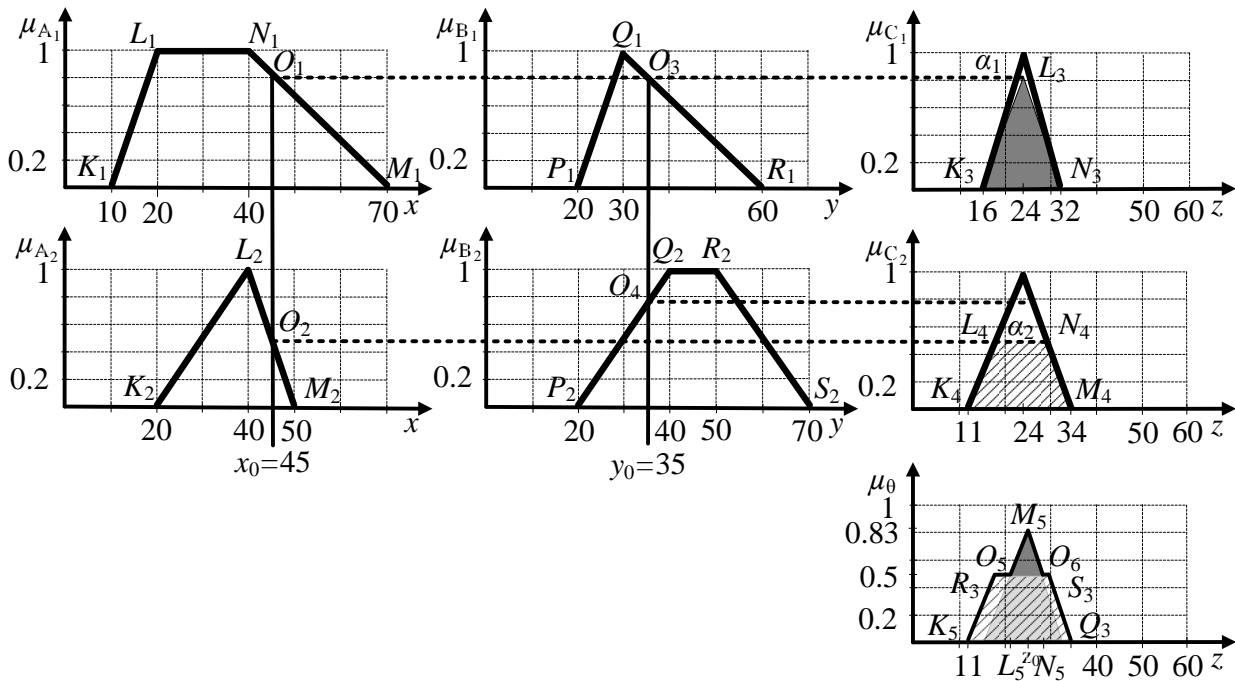


Рисунок 4.8 – Реалізація нечіткого логічного виведення за алгоритмом Ларсена

$$\text{Рівняння } P_2Q_2 : y = \frac{x}{20} - 1, B_2(y_0) = \frac{3}{4}.$$

Обчислюємо рівні «відтинання» для передумов кожного з правил

$$\alpha_1 = \min \left\{ \frac{5}{6}; \frac{5}{6} \right\} = \frac{5}{6} \text{ і } \alpha_2 = \min \left\{ \frac{1}{2}; \frac{3}{4} \right\} = \frac{1}{2}.$$

У результаті обчислення значення функції належності $\alpha_1 C_1(z)$ одержимо фігуру $K_3 L_3 N_3$, а функції належності $\alpha_2 C_2(z)$ – фігуру $K_4 L_4 N_4 M_4$ (рис. 4.8).

Виконуємо об'єднання функцій належності $\alpha_1 C_1(z)$ і $\alpha_2 C_2(z)$ (фігур $K_3 L_3 N_3$ і $K_4 L_4 N_4 M_4$) і знаходимо результуючу нечітку підмножину з функцією належності

$$\mu_z(z) = C(z) = (\alpha_1 C_1(z)) \vee (\alpha_2 C_2(z)),$$

яка на рис. 4.8 представлена фігурою $K_5 R_3 O_5 M_5 O_6 S_3 Q_3 N_5 L_5$.

Чітке значення вихідної змінної – точку z_0 шукаємо як центр мас фігури $K_5 R_3 O_5 M_5 O_6 S_3 Q_3 N_5 L_5$.

Для цього шукаємо координати точок $K_5, R_3, O_5, M_5, O_6, S_3, Q_3, N_5, L_5$ та довжину відрізків $K_5 R_3, R_3 O_5, O_5 M_5, M_5 O_6, O_6 S_3, S_3 Q_3$

$$K_5(11;0), R_3(17.5;0.5), O_5(20.8;0.5), M_5\left(24;\frac{5}{6}\right), O_6(27.2;0.5), S_3(29;0.5), Q_3(34;0),$$

$$K_5 R_3 = 6.52, R_3 O_5 = 3.3, O_5 M_5 = 3.22, M_5 O_6 = 3.22, O_6 S_3 = 1.8, S_3 Q_3 = 5.02.$$

Обчислюємо площу фігур $K_5R_3O_5L_5$, $L_5O_5M_5z_0$, $z_0M_5O_6N_5$, $N_5O_6S_3Q_3$

$$S_{K_5R_3O_5L_5} = \frac{1}{2} \cdot O_5L_5 \cdot R_3O_5 \cdot K_5L_5 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot (3.3 + 9.8) = 3.275,$$

$$S_{L_5O_5M_5z_0} = \frac{1}{2} \cdot L_5z_0 \cdot L_5O_5 \cdot z_0M_5 = \frac{1}{2} \cdot (z_0 - 20.8) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5(z_0 - 20.8)}{24},$$

$$S_{z_0M_5O_6N_5} = \frac{1}{2} \cdot z_0N_5 \cdot M_5z_0 \cdot O_6N_5 = \frac{1}{2} \cdot (27.2 - z_0) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5(27.2 - z_0)}{24},$$

$$S_{N_5O_6S_3Q_3} = \frac{1}{2} \cdot O_6N_5 \cdot O_6S_3 \cdot N_5Q_3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot (1.8 + 6.8) = 2.15$$

Прирівняємо суму площ фігур $K_5R_3O_5L_5$ і $L_5O_5M_5z_0$ та суму площ фігур $z_0M_5O_6N_5$ і $N_5O_6S_3Q_3$ відносно точки z_0 (рис. 4.8).

$$3.275 + \frac{5(z_0 - 20.8)}{24} = 2.15 + \frac{5(27.2 - z_0)}{24},$$

$$z_0 = 21.30.$$

Відповідь: $z_0 = 21.30$

Спрощений алгоритм. Припустимо, що базу знань складають два нечітких правила виду:

Π_1 : якщо $x \in A_1$ і $y \in B_1$, то $z_1 = C_1$,

Π_2 : якщо $x \in A_2$ і $y \in B_2$, то $z_2 = C_2$,

де C_i , $i = \overline{1,2}$ – чіткі числа.

Крок 1. Визначаємо міри істинності $A_1(x_0)$, $A_2(x_0)$, $B_1(y_0)$, $B_2(y_0)$ (рис. 4.9).

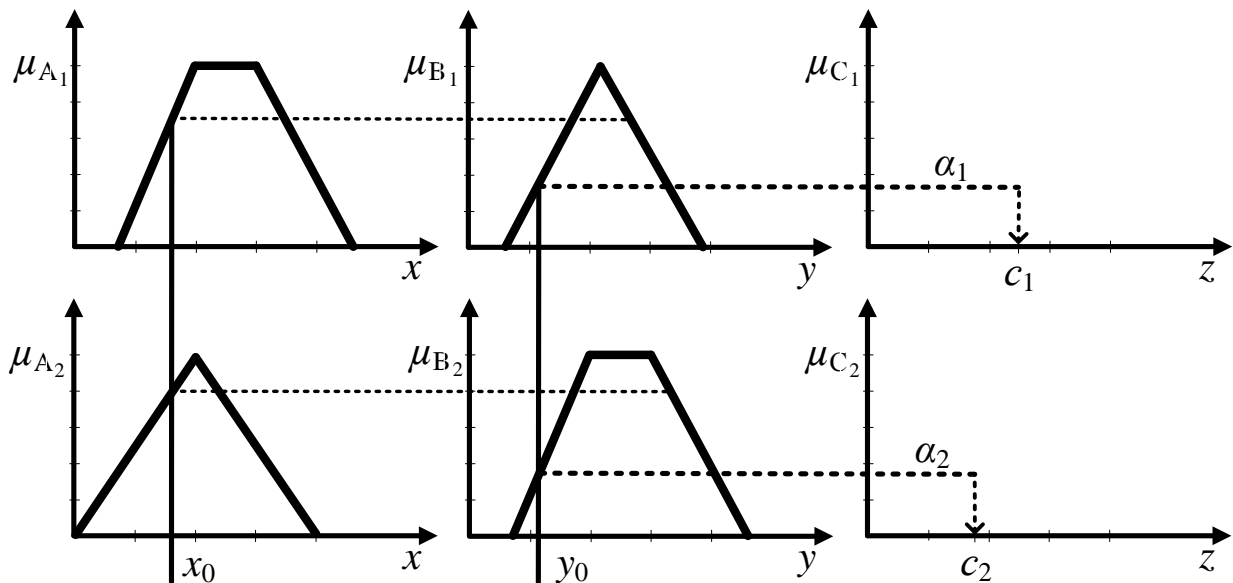


Рисунок 4.9 – Реалізація спрощеного алгоритму нечіткого логічного виведення

Крок 2. Знаходимо рівні «відтинання» для передумов кожного з правил

$$\alpha_1 = A_1(x_0) \wedge B_1(y_0),$$

$$\alpha_2 = A_2(x_0) \wedge B_2(y_0).$$

Крок 3. Визначаємо чітке значення вихідної змінної

$$z_0 = \frac{\alpha_1 C_1 + \alpha_2 C_2}{\alpha_1 + \alpha_2}.$$

Приклад 4.5. Базу знань складають два нечітких правила виду:

$$П_1 : \text{якщо } x \in A_1 \text{ і } y \in B_1, \text{ то } z_1 = C_1,$$

$$П_2 : \text{якщо } x \in A_2 \text{ і } y \in B_2, \text{ то } z_2 = C_2,$$

де $A_1 = (10, 20, 40, 70, 1)$, $A_2 = (20, 40, 50, 1)$, $B_1 = (20, 30, 60, 1)$, $B_2 = (20, 40, 50, 70, 1)$ – узагальнені нечіткі трикутні числа та узагальнені нечіткі трапецієподібні інтервали, $C_1 = 25$, $C_2 = 17$ – чіткі числа.

Знайти чітке значення z_0 , використовуючи спрощений нечіткий висновок, якщо $x_0 = 45$ і $y_0 = 35$.

Розв'язання: Будуємо графіки функцій належності нечітких величин для передумов кожного з правил (рис. 4.10).

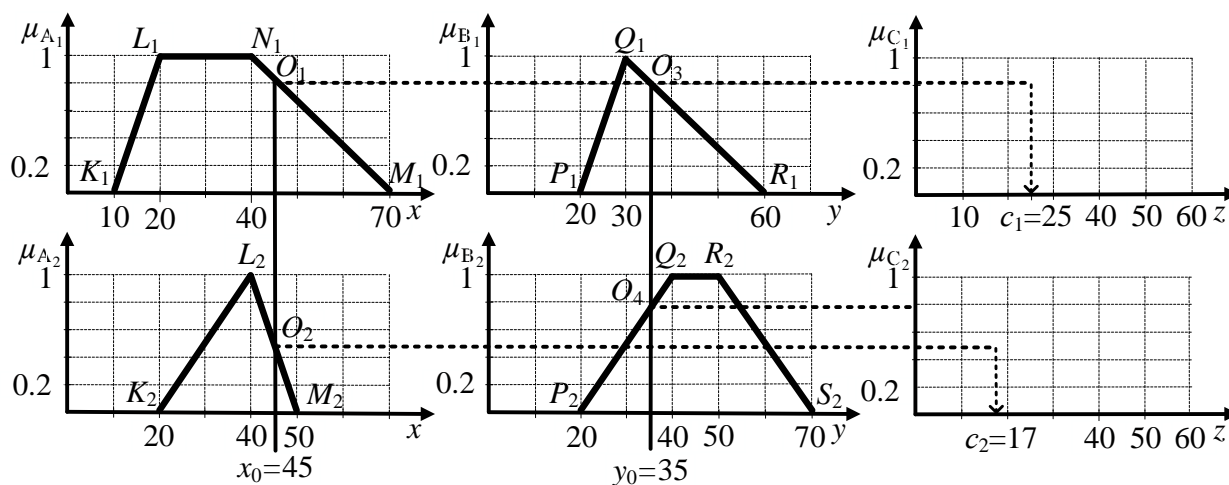


Рисунок 4.10 – Реалізація нечіткого логічного виведення за спрощеним алгоритмом

Як у прикладі 4.1, міри істинності кожної передумови кожного з правил обчислюємо як координати точок O_1 , O_2 , O_3 та O_4 .

$$\text{Рівняння } M_1N_1: y = \frac{7}{3} - \frac{x}{30}, A_1(x_0) = \frac{5}{6}.$$

$$\text{Рівняння } L_2M_2: y = 5 - \frac{x}{10}, A_2(x_0) = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Рівняння } Q_1R_1: y = 2 - \frac{x}{30}, B_1(y_0) = \frac{5}{6}.$$

$$\text{Рівняння } P_2Q_2: y = \frac{x}{20} - 1, B_2(y_0) = \frac{3}{4}.$$

Обчислюємо рівні «відтинання» для передумов кожного з правил

$$\alpha_1 = \min \left\{ \frac{5}{6}; \frac{5}{6} \right\} = \frac{5}{6}, \quad \alpha_2 = \min \left\{ \frac{1}{2}; \frac{3}{4} \right\} = \frac{1}{2}.$$

Визначаємо чітке значення вихідної змінної

$$z_0 = \frac{\frac{5}{6} \cdot 25 + \frac{1}{2} \cdot 17}{\frac{5}{6} + \frac{1}{2}} = 22.$$

Відповідь: $z_0 = 22$.

Завдання до роботи

1. Базу знань складають два нечітких правила виду:

$$P_1: \text{якщо } x \in A_1 \text{ і } y \in B_1, \text{ то } z \in C_1,$$

$$P_2: \text{якщо } x \in A_2 \text{ і } y \in B_2, \text{ то } z \in C_2,$$

де $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2$ – узагальнені нечіткі трикутні числа та узагальнені нечіткі трапецієподібні інтервали.

Знайти чітке значення z_0 , використовуючи нечітке логічне виведення Мамдані, якщо відомі значення x_0 і y_0 . Варіанти завдань наведені в табл. 4.1.

2. Базу знань складають два нечітких правила виду:

$$P_1: \text{якщо } x \in A_1 \text{ і } y \in B_1, \text{ то } z \in C_1,$$

$$P_2: \text{якщо } x \in A_2 \text{ і } y \in B_2, \text{ то } z \in C_2,$$

де A_1, A_2, B_1, B_2 – узагальнені нечіткі трикутні числа та узагальнені нечіткі трапецієподібні інтервали, $C_1: z = kt$, $C_2: z = \sqrt{qt}$ – монотонні функції.

Знайти чітке значення z_0 , використовуючи нечіткий висновок Цукамото, якщо відомі значення x_0 і y_0 . Варіанти завдань наведені в табл. 4.2.

3. Базу знань складають два нечітких правила виду:

$$P_1: \text{якщо } x \in A_1 \text{ і } y \in B_1, \text{ то } z_1 = a_1x + b_1y,$$

$$P_2: \text{якщо } x \in A_2 \text{ і } y \in B_2, \text{ то } z_2 = a_2x + b_2y,$$

де A_1, A_2, B_1, B_2 – узагальнені нечіткі трикутні числа та узагальнені нечіткі трапецієподібні інтервали, a_1, a_2, b_1, b_2 – чіткі числа.

Знайти чітке значення z_0 , використовуючи нечіткий висновок Сугено і Такажі, якщо відомі значення x_0 і y_0 . Варіанти завдань наведені в табл. 4.3.

4. Базу знань складають два нечітких правила виду:

$$П_1 : \text{якщо } x \in A_1 \text{ і } y \in B_1, \text{ то } z_1 = C_1,$$

$$П_2 : \text{якщо } x \in A_2 \text{ і } y \in B_2, \text{ то } z_2 = C_2,$$

де A_1, A_2, B_1, B_2 – узагальнені нечіткі трикутні числа та узагальнені нечіткі трапецієподібні інтервали, C_1, C_2 – чіткі числа.

Знайти чітке значення z_0 , використовуючи спрощений нечіткий висновок, якщо відомі значення x_0 і y_0 . Варіанти завдань наведені в табл. 4.4.

Зміст звіту

1. Титульний аркуш.
2. Тема і мета роботи.
3. Короткі теоретичні відомості.
4. Протокол розв'язання завдання 1.
5. Протокол розв'язання завдання 2.
6. Протокол розв'язання завдання 3.
7. Протокол розв'язання завдання 4.
8. Висновки.

Контрольні питання

1. Поясніть суть нечіткого логічного виведення.
2. Опишіть алгоритм нечіткого логічного виведення Мамдані.
3. Опишіть алгоритм нечіткого логічного виведення Цукамото.
4. Опишіть алгоритм нечіткого логічного виведення Такажі і Сугено.
5. Опишіть алгоритм нечіткого логічного виведення Ларсена.
6. Опишіть спрощений алгоритм нечіткого логічного виведення.

Таблиця 4.1 – Варіанти завдань до задачі 1

| Варіанти завдань | A_1 | A_2 | B_1 | B_2 | C_1 | C_2 | x_0 | y_0 |
|------------------|-----------------|--------------|-----------------|-----------------|-----------------|--------------|--------|-------|
| 1 | (7,10,20,25,1) | (5,10,15,1) | (23,33,39,1) | (10,20,27,36,1) | (8,15,25,30,1) | (16,20,25,1) | 9 | 28 |
| 2 | (7,12,22,26,1) | (10,15,27,1) | (23,31,36,1) | (8,13,22,30,1) | (8,15,25,30,1) | (21,25,29,1) | 2 3 | 27 |
| 3 | (10,15,24,27,1) | (10,15,20,1) | (16,24,33,40,1) | (20,30,35,1) | (10,20,40,45,1) | (25,30,33,1) | 1 2 | 22 |
| 4 | (12,16,26,30,1) | (10,16,20,1) | (20,27,30,1) | (19,26,41,45,1) | (15,25,45,50,1) | (20,30,40,1) | 1 4 | 23 |
| 5 | (13,18,28,30,1) | (13,18,25,1) | (18,25,30,1) | (20,28,33,40,1) | (10,20,30,40,1) | (20,28,35,1) | 1 5 | 24 |
| 6 | (16,20,30,35,1) | (15,20,28,1) | (18,23,30,1) | (21,26,32,40,1) | (25,35,45,55,1) | (30,42,50,1) | 1 8 | 24 |
| 7 | (15,20,27,31,1) | (18,22,30,1) | (17,21,30,1) | (17,22,27,34,1) | (15,30,40,47,1) | (27,35,43,1) | 1 9 | 18 |
| 8 | (18,24,34,42,1) | (16,24,31,1) | (15,19,25,1) | (8,16,22,37,1) | (15,24,30,35,1) | (23,28,35,1) | 2 1 | 24 |
| 9 | (20,26,34,40,1) | (18,26,30,1) | (7,15,20,1) | (10,16,22,28,1) | (20,30,40,50,1) | (25,34,40,1) | 2 3 | 12 |
| 10 | (23,28,38,45,1) | (20,28,35,1) | (10,15,20,1) | (10,18,25,35,1) | (6,15,25,35,1) | (0,10,26,1) | 2 4 | 14 |
| 11 | (10,21,27,35,1) | (8,18,25,1) | (7,13,20,1) | (3,12,18,28,1) | (5,16,28,40,1) | (12,20,26,1) | 1 1 | 10 |
| 12 | (8,15,25,32,1) | (11,22,30,1) | (3,13,20,1) | (5,12,18,27,1) | (0,10,20,40,1) | (7,15,25,1) | 2 7 | 8 |
| 13 | (10,17,27,35,1) | (20,24,30,1) | (6,10,20,1) | (0,8,17,25,1) | (0,7,15,23,1) | (0,16,28,1) | 2 8 | 7 |
| 14 | (12,19,29,35,1) | (14,25,30,1) | (8,17,30,1) | (9,19,26,30,1) | (5,15,24,32,1) | (5,13,19,1) | 1 6 | 28 |
| 15 | (14,21,31,40,1) | (14,18,25,1) | (7,15,23,1) | (10,18,23,30,1) | (5,10,20,28,1) | (0,7,15,1) | 1 6 | 12 |
| 16 | (8,15,24,30,1) | (13,18,28,1) | (18,25,35,1) | (0,10,18,30,1) | (0,10,15,20,1) | (8,16,32,1) | 2 5 | 27 |
| 17 | (3,12,18,28,1) | (7,13,20,1) | (8,18,25,1) | (10,21,27,35,1) | (0,15,25,30,1) | (12,20,26,1) | 9 | 15 |
| 18 | (5,9,18,28,1) | (16,24,31,1) | (8,16,24,1) | (18,24,34,40,1) | (5,14,20,25,1) | (13,18,25,1) | 2 0 | 20 |
| 19 | (4,15,20,23,1) | (8,15,24,1) | (3,12,20,1) | (5,12,18,25,1) | (0,7,15,20,1) | (4,12,22,1) | 1 0 | 7 |
| 20 | (5,12,16,20,1) | (10,15,25,1) | (13,26,32,1) | (11,18,28,34,1) | (5,13,20,27,1) | (0,10,20,1) | 1 8 | 15 |

Таблиця 4.2 – Варіанти завдань до задачі 2

| Варіант и завдань | A_1 | A_2 | B_1 | B_2 | C_1 | C_2 | x_0 | y_0 | k | q |
|-------------------------|-----------------|--------------|-----------------|-----------------|-----------------|--------------|--------|--------|------|------|
| 1 | (7,10,20,25,1) | (5,10,15,1) | (23,33,39,1) | (10,20,27,36,1) | (8,15,25,30,1) | (16,20,25,1) | 9 | 2 8 | 1/11 | 1/40 |
| 2 | (7,12,22,26,1) | (10,15,27,1) | (23,31,36,1) | (8,13,22,30,1) | (8,15,25,30,1) | (21,25,29,1) | 2 3 | 2 7 | 1/12 | 1/39 |
| 3 | (10,15,24,27,1) | (10,15,20,1) | (16,24,33,40,1) | (20,30,35,1) | (10,20,40,45,1) | (25,30,33,1) | 1 2 | 2 2 | 1/13 | 1/38 |
| 4 | (12,16,26,30,1) | (10,16,20,1) | (20,27,30,1) | (19,26,41,45,1) | (15,25,45,50,1) | (20,30,40,1) | 1 4 | 2 3 | 1/14 | 1/37 |
| 5 | (13,18,28,30,1) | (13,18,25,1) | (18,25,30,1) | (20,28,33,40,1) | (10,20,30,40,1) | (20,28,35,1) | 1 5 | 2 4 | 1/15 | 1/36 |
| 6 | (16,20,30,35,1) | (15,20,28,1) | (18,23,30,1) | (21,26,32,40,1) | (25,35,45,55,1) | (30,42,50,1) | 1 8 | 2 4 | 1/16 | 1/35 |
| 7 | (15,20,27,31,1) | (18,22,30,1) | (17,21,30,1) | (17,22,27,34,1) | (15,30,40,47,1) | (27,35,43,1) | 1 9 | 1 8 | 1/17 | 1/34 |
| 8 | (18,24,34,42,1) | (16,24,31,1) | (15,19,25,1) | (8,16,22,37,1) | (15,24,30,35,1) | (23,28,35,1) | 2 1 | 2 4 | 1/18 | 1/33 |
| 9 | (20,26,34,40,1) | (18,26,30,1) | (7,15,20,1) | (10,16,22,28,1) | (20,30,40,50,1) | (25,34,40,1) | 2 3 | 1 2 | 1/19 | 1/32 |
| 10 | (23,28,38,45,1) | (20,28,35,1) | (10,15,20,1) | (10,18,25,35,1) | (6,15,25,35,1) | (0,10,26,1) | 2 4 | 1 4 | 1/20 | 1/31 |
| 11 | (10,21,27,35,1) | (8,18,25,1) | (7,13,20,1) | (3,12,18,28,1) | (5,16,28,40,1) | (12,20,26,1) | 1 1 | 1 0 | 1/21 | 1/30 |
| 12 | (8,15,25,32,1) | (11,22,30,1) | (3,13,20,1) | (5,12,18,27,1) | (0,10,20,40,1) | (7,15,25,1) | 2 7 | 8 | 1/22 | 1/12 |
| 13 | (10,17,27,35,1) | (20,24,30,1) | (6,10,20,1) | (0,8,17,25,1) | (0,7,15,23,1) | (0,16,28,1) | 2 8 | 7 | 1/23 | 1/14 |
| 14 | (12,19,29,35,1) | (14,25,30,1) | (8,17,30,1) | (9,19,26,30,1) | (5,15,24,32,1) | (5,13,19,1) | 1 6 | 2 8 | 1/24 | 1/37 |
| 15 | (14,21,31,40,1) | (14,18,25,1) | (7,15,23,1) | (10,18,23,30,1) | (5,10,20,28,1) | (0,7,15,1) | 1 6 | 1 2 | 1/25 | 1/36 |
| 16 | (8,15,24,30,1) | (13,18,28,1) | (18,25,35,1) | (0,10,18,30,1) | (0,10,15,20,1) | (8,16,32,1) | 2 5 | 2 7 | 1/26 | 1/15 |
| 17 | (3,12,18,28,1) | (7,13,20,1) | (8,18,25,1) | (10,21,27,35,1) | (0,15,25,30,1) | (12,20,26,1) | 9 | 1 5 | 1/27 | 1/14 |
| 18 | (5,9,18,28,1) | (16,24,31,1) | (8,16,24,1) | (18,24,34,40,1) | (5,14,20,25,1) | (13,18,25,1) | 2 0 | 2 0 | 1/28 | 1/13 |

| | | | | | | | | | | |
|----|--------------------|------------------|------------------|---------------------|--------------------|-----------------|--------|--------|------|------|
| 19 | (4,15,20,2 3,1) | (8,15,2 4,1) | (3,12,20, 1) | (5,12,18, 25,1) | (0,7,15,2 0,1) | (4,12,2 2,1) | 1 0 | 7 | 1/29 | 1/19 |
| 20 | (5,12,16,2 0,1) | (10,15, 25,1) | (13,26,3 2,1) | (11,18,2 8,34,1) | (5,13,20, 27,1) | (0,10,2 0,1) | 1 8 | 1 5 | 1/30 | 1/13 |

Таблиця 4.3 – Варіанти завдань до задачі 3

| Варі анти завда нь | A_1 | A_2 | B_1 | B_2 | C_1 | C_2 | x_0 | y_0 | a_1 | a_2 | b_1 | b_2 |
|-----------------------------|---------------------|------------------|---------------------|---------------------|---------------------|------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1 | (7,10,20, 25,1) | (5,10,1 5,1) | (23,33,3 9,1) | (10,20,2 7,36,1) | (8,15,25, 30,1) | (16,20, 25,1) | 9 2 | 8 2 | 0 1 | 0 8 | 0 3 | 0 5 |
| 2 | (7,12,22, 26,1) | (10,15, 27,1) | (23,31,3 6,1) | (8,13,22, 30,1) | (8,15,25, 30,1) | (21,25, 29,1) | 2 3 | 2 7 | 0 2 | 0 7 | 0 4 | 0 5 |
| 3 | (10,15,2 4,27,1) | (10,15, 20,1) | (16,24,3 3,40,1) | (20,30,3 5,1) | (10,20,4 0,45,1) | (25,30, 33,1) | 1 2 | 2 2 | 0 3 | 0 6 | 0 3 | 0 2 |
| 4 | (12,16,2 6,30,1) | (10,16, 20,1) | (20,27,3 0,1) | (19,26,4 1,45,1) | (15,25,4 5,50,1) | (20,30, 40,1) | 1 4 | 2 3 | 0 4 | 0 5 | 0 3 | 0 2 |
| 5 | (13,18,2 8,30,1) | (13,18, 25,1) | (18,25,3 0,1) | (20,28,3 3,40,1) | (10,20,3 0,40,1) | (20,28, 35,1) | 1 5 | 2 4 | 0 5 | 0 4 | 0 3 | 0 2 |
| 6 | (16,20,3 0,35,1) | (15,20, 28,1) | (18,23,3 0,1) | (21,26,3 2,40,1) | (25,35,4 5,55,1) | (30,42, 50,1) | 1 8 | 2 4 | 0 6 | 0 3 | 0 8 | 0 2 |
| 7 | (15,20,2 7,31,1) | (18,22, 30,1) | (17,21,3 0,1) | (17,22,2 7,34,1) | (15,30,4 0,47,1) | (27,35, 43,1) | 1 9 | 1 8 | 0 7 | 0 2 | 0 3 | 0 5 |
| 8 | (18,24,3 4,42,1) | (16,24, 31,1) | (15,19,2 5,1) | (8,16,22, 37,1) | (15,24,3 0,35,1) | (23,28, 35,1) | 2 1 | 2 4 | 0 8 | 0 1 | 0 2 | 0 5 |
| 9 | (20,26,3 4,40,1) | (18,26, 30,1) | (7,15,20, 1) | (10,16,2 2,28,1) | (20,30,4 0,50,1) | (25,34, 40,1) | 2 3 | 1 2 | 0 9 | 0 5 | 0 2 | 0 7 |
| 10 | (23,28,3 8,45,1) | (20,28, 35,1) | (10,15,2 0,1) | (10,18,2 5,35,1) | (6,15,25, 35,1) | (0,10,2 6,1) | 2 4 | 1 4 | 0 1 | 0 6 | 0 2 | 0 5 |
| 11 | (10,21,2 7,35,1) | (8,18,2 5,1) | (7,13,20, 1) | (3,12,18, 28,1) | (5,16,28, 40,1) | (12,20, 26,1) | 1 1 | 1 0 | 0 2 | 0 5 | 0 4 | 0 5 |
| 12 | (8,15,25, 32,1) | (11,22, 30,1) | (3,13,20, 1) | (5,12,18, 27,1) | (0,10,20, 40,1) | (7,15,2 5,1) | 2 7 | 8 7 | 0 . | 0 . | 0 . | 0 . |

| | | | | | | | | | | | | | |
|----|---------------------|------------------|------------------|---------------------|--------------------|------------------|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | 3 | 4 | 5 | 1 |
| 13 | (10,17,2 7,35,1) | (20,24, 30,1) | (6,10,20, 1) | (0,8,17,2 5,1) | (0,7,15,2 3,1) | (0,16,2 8,1) | 2 | 7 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| | | | | | | | 8 | | · | · | · | · | · |
| | | | | | | | | | 4 | 7 | 5 | 2 | |
| 14 | (12,19,2 9,35,1) | (14,25, 30,1) | (8,17,30, 1) | (9,19,26, 30,1) | (5,15,24, 32,1) | (5,13,1 9,1) | 1 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| | | | | | | | 6 | 8 | · | · | · | · | · |
| | | | | | | | | | 5 | 2 | 8 | 3 | |
| 15 | (14,21,3 1,40,1) | (14,18, 25,1) | (7,15,23, 1) | (10,18,2 3,30,1) | (5,10,20, 28,1) | (0,7,15 ,1) | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| | | | | | | | 6 | 2 | · | · | · | · | · |
| | | | | | | | | | 6 | 1 | 4 | 3 | |
| 16 | (8,15,24, 30,1) | (13,18, 28,1) | (18,25,3 5,1) | (0,10,18, 30,1) | (0,10,15, 20,1) | (8,16,3 2,1) | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| | | | | | | | 5 | 7 | · | · | · | · | · |
| | | | | | | | | | 7 | 4 | 5 | 3 | |
| 17 | (3,12,18, 28,1) | (7,13,2 0,1) | (8,18,25, 1) | (10,21,2 7,35,1) | (0,15,25, 30,1) | (12,20, 26,1) | 9 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| | | | | | | | | 5 | · | · | · | · | · |
| | | | | | | | | | 8 | 1 | 4 | 3 | |
| 18 | (5,9,18,2 8,1) | (16,24, 31,1) | (8,16,24, 1) | (18,24,3 4,40,1) | (5,14,20, 25,1) | (13,18, 25,1) | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| | | | | | | | 0 | 0 | · | · | · | · | · |
| | | | | | | | | | 9 | 2 | 4 | 3 | |
| 19 | (4,15,20, 23,1) | (8,15,2 4,1) | (3,12,20, 1) | (5,12,18, 25,1) | (0,7,15,2 0,1) | (4,12,2 2,1) | 1 | 7 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| | | | | | | | 0 | | · | · | · | · | · |
| | | | | | | | | | 4 | 7 | 3 | 6 | |
| 20 | (5,12,16, 20,1) | (10,15, 25,1) | (13,26,3 2,1) | (11,18,2 8,34,1) | (5,13,20, 27,1) | (0,10,2 0,1) | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| | | | | | | | 8 | 5 | · | · | · | · | · |
| | | | | | | | | | 5 | 8 | 4 | 1 | |

Таблиця 4.4 – Варіанти завдань до задачі 4

| Варіанти завдань | A_1 | A_2 | B_1 | B_2 | C_1 | C_2 | x_0 | y_0 | C_1 | C_2 | |
|------------------|---------------------|------------------|---------------------|---------------------|---------------------|------------------|-------|-------|-------|-------|--|
| 1 | (7,10,20,2 5,1) | (5,10,1 5,1) | (23,33,39, 1) | (10,20,27, 36,1) | (8,15,25,3 0,1) | (16,20, 25,1) | 9 | 2 | 4 | 2 | |
| | | | | | | | | 8 | | 0 | |
| 2 | (7,12,22,2 6,1) | (10,15, 27,1) | (23,31,36, 1) | (8,13,22,3 0,1) | (8,15,25,3 0,1) | (21,25, 29,1) | 2 | 2 | 5 | 1 | |
| | | | | | | | 3 | 7 | | 9 | |
| 3 | (10,15,24, 27,1) | (10,15, 20,1) | (16,24,33, 40,1) | (20,30,35, 1) | (10,20,40, 45,1) | (25,30, 33,1) | 1 | 2 | 6 | 1 | |
| | | | | | | | 2 | 2 | | 8 | |
| 4 | (12,16,26, 30,1) | (10,16, 20,1) | (20,27,30, 1) | (19,26,41, 45,1) | (15,25,45, 50,1) | (20,30, 40,1) | 1 | 2 | 7 | 1 | |
| | | | | | | | 4 | 3 | | 3 | |
| 5 | (13,18,28, 30,1) | (13,18, 25,1) | (18,25,30, 1) | (20,28,33, 40,1) | (10,20,30, 40,1) | (20,28, 35,1) | 1 | 2 | 8 | 1 | |
| | | | | | | | 5 | 4 | | 2 | |
| 6 | (16,20,30, 35,1) | (15,20, 28,1) | (18,23,30, 1) | (21,26,32, 40,1) | (25,35,45, 55,1) | (30,42, 50,1) | 1 | 2 | 9 | 7 | |
| | | | | | | | 8 | 4 | | | |
| 7 | (15,20,27, 31,1) | (18,22, 30,1) | (17,21,30, 1) | (17,22,27, 34,1) | (15,30,40, 47,1) | (27,35, 43,1) | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| | | | | | | | 9 | 8 | 0 | 8 | |
| 8 | (18,24,34, 30,1) | (16,24, 20,1) | (15,19,25, 1) | (8,16,22,3 0,1) | (15,24,30, 40,1) | (23,28, 30,1) | 2 | 2 | 1 | 4 | |
| | | | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | |
|----|-----------------|--------------|--------------|-----------------|-----------------|--------------|--------|--------|--------|--------|
| | 42,1) | 31,1) | 1) | 7,1) | 35,1) | 35,1) | 1 | 4 | 1 | |
| 9 | (20,26,34,40,1) | (18,26,30,1) | (7,15,20,1) | (10,16,22,28,1) | (20,30,40,50,1) | (25,34,40,1) | 2 3 | 1 2 | 1 2 | 5 |
| 10 | (23,28,38,45,1) | (20,28,35,1) | (10,15,20,1) | (10,18,25,35,1) | (6,15,25,35,1) | (0,10,26,1) | 2 4 | 1 4 | 1 3 | 6 |
| 11 | (10,21,27,35,1) | (8,18,25,1) | (7,13,20,1) | (3,12,18,28,1) | (5,16,28,40,1) | (12,20,26,1) | 1 1 | 1 0 | 1 4 | 7 |
| 12 | (8,15,25,32,1) | (11,22,30,1) | (3,13,20,1) | (5,12,18,27,1) | (0,10,20,40,1) | (7,15,25,1) | 2 7 | 8 | 1 5 | 8 |
| 13 | (10,17,27,35,1) | (20,24,30,1) | (6,10,20,1) | (0,8,17,25,1) | (0,7,15,23,1) | (0,16,28,1) | 2 8 | 7 | 1 6 | 9 |
| 14 | (12,19,29,35,1) | (14,25,30,1) | (8,17,30,1) | (9,19,26,30,1) | (5,15,24,32,1) | (5,13,19,1) | 1 6 | 2 8 | 1 7 | 1 0 |
| 15 | (14,21,31,40,1) | (14,18,25,1) | (7,15,23,1) | (10,18,23,30,1) | (5,10,20,28,1) | (0,7,15,1) | 1 6 | 1 2 | 1 8 | 1 1 |
| 16 | (8,15,24,30,1) | (13,18,28,1) | (18,25,35,1) | (0,10,18,30,1) | (0,10,15,20,1) | (8,16,32,1) | 2 5 | 2 7 | 1 9 | 1 2 |
| 17 | (3,12,18,28,1) | (7,13,20,1) | (8,18,25,1) | (10,21,27,35,1) | (0,15,25,30,1) | (12,20,26,1) | 9 | 1 5 | 3 | 1 8 |
| 18 | (5,9,18,28,1) | (16,24,31,1) | (8,16,24,1) | (18,24,34,40,1) | (5,14,20,25,1) | (13,18,25,1) | 2 0 | 2 0 | 2 | 1 7 |
| 19 | (4,15,20,23,1) | (8,15,24,1) | (3,12,20,1) | (5,12,18,25,1) | (0,7,15,20,1) | (4,12,22,1) | 1 0 | 7 | 1 1 | 6 |
| 20 | (5,12,16,20,1) | (10,15,25,1) | (13,26,32,1) | (11,18,28,34,1) | (5,13,20,27,1) | (0,10,20,1) | 1 8 | 1 5 | 1 4 | 5 |

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №5

Нечітка система підтримки прийняття рішень

Мета роботи: Навчитись будувати нечіткі системи підтримки прийняття рішень з використанням системи комп'ютерної математики Matlab.

Порядок виконання роботи

1. Вивчити теоретичні відомості.
2. Разом з викладачем вибрати варіант завдання.
3. Виконати завдання до лабораторної роботи згідно свого варіанту.
4. Скласти та оформити звіт.

Теоретичні відомості

Важливим застосуванням теорії нечітких множин є контролери нечіткої логіки, які використовуються у різноманітних системах керування, зокрема у побутових приладах. Замість математичної моделі для опису системи такі контролери використовують інтегровані знання експертів, які за структурою подання наближаються до розмовної мови і описуються за допомогою лінгвістичних змінних та нечітких множин [9 – 12].

Нечітка система (fuzzi-контролер) – це система логічного виведення чіткого керуючого впливу на базі вимірювальної інформації і правил нечіткої логіки.

В загальному випадку fuzzi-контролер містить: блок фазифікації, базу даних, базу правил, блок прийняття рішень та блок дефазифікації (рис. 5.1).

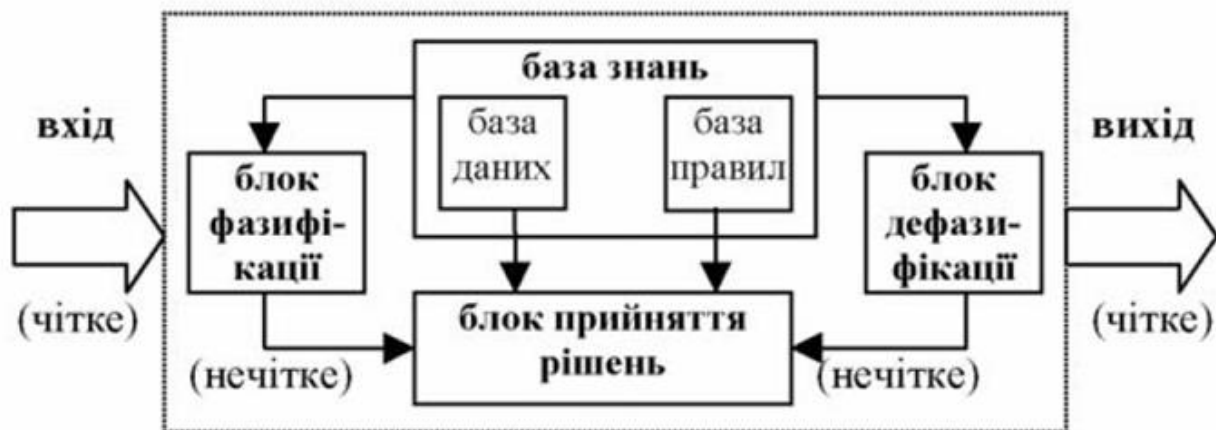


Рисунок 5.1 – Структура системи нечіткого виведення

Блок фазифікації перетворює чіткі величини, виміряні на виході об'єкта керування, на нечіткі величини, описані лінгвістичними змінними у базі знань.

База правил містить набір нечітких правил типу «якщо – то».

У базі даних визначені функції належності нечітких множин, що використовуються в нечітких правилах.

Блок прийняття рішень виконує перетворення нечітких вхідних даних на необхідні керуючі впливи на основі існуючих правил.

Блок дефазифікації перетворює нечіткі дані на виході блоку прийняття рішень на чітку величину, яка подається на виконавчий пристрій для керування об'єктом

Побудова нечітких систем складається із декількох етапів:

1. Фазифікація.
2. Логічне розв'язування задачі.
3. Дефазифікація.

Етап 1. Фазифікація.

Крок 1. Виділити лінгвістичні терми – поділити область визначення змінної на нечіткі підмножини та поділити підмножини областей значень керування.

Крок 2. Сформувані нечіткі правила виведення нечіткої бази знань виду:

$$\text{якщо } x \in A_i \text{ і } y \in B_j, \text{ то } z \in C_{ij}, \quad i = \overline{1, N}, \quad j = \overline{1, M}.$$

Якщо кількість лінгвістичних термів, що описують вхідні величини скінченна, то базу знань можна представити у вигляді табл. 5.1, де C_{ij} – лінгвістичні терми.

Таблиця 5.1 – Приклад бази знань

| | | | |
|-----------------|----------|----------|----------|
| $y \setminus x$ | A_1 | A_2 | A_3 |
| B_1 | C_{11} | C_{12} | C_{13} |
| B_2 | C_{21} | C_{22} | C_{23} |
| B_3 | C_{31} | C_{32} | C_{33} |

Етап 2. Логічне розв'язування задачі.

Належність керуючого впливу визначається системою нечітких логічних рівнянь типу

$$\mu_{C_0}(y, x) = W_1 \times (\mu_{B_1}(y) \cap \mu_{A_1}(x)) \vee W_2 (\mu_{B_2}(y) \cap \mu_{A_1}(x)),$$

де W_i – ваговий коефіцієнт правила, визначений методом експертного оцінювання. При цьому, операція об'єднання має місце в тому випадку, якщо значення деяких нечітких керувань повторюється, тобто $C_{ij} = C_{km}$.

Етап 3. Дефазифікація.

Процес нечіткого моделювання можна відтворити з використанням системи комп'ютерної математики Matlab, яка містить спеціальний модуль **Fuzzy Logic Toolbox**.

Fuzzy Logic Toolbox забезпечує доступ до редактора нечіткої системи, редактора функцій належності, редактора правил виведення та засобів перегляду правил виведення і поверхонь виведення.

Fuzzy Logic Toolbox містить такі елементи меню: **File, Edit, View**.

Меню **File** містить пункти:

- *New FIS* – створюється система нечіткого логічного висновку (Мамдані або Сугено);
- *Import* – можливість завантаження раніше створеної системи нечіткого логічного висновку;
- *Export* – можливість копіювання системи нечіткого логічного висновку в робочу область або на диск;
- *Print* – виведення на друк копії графічного вікна.

Меню **Edit** містить пункти:

- *Undo* – відмінняє раніше здійснену дію;
- *Add Variable* – дозволяє додати в систему нечіткого логічного висновку ще одну вхідну або вихідну змінну;
- *Remove Selected Variable* – вилучає поточну змінну із системи;
- *Membership Function* – відкриває редактор функцій належності;
- *Rules* – відкриває редактор бази знань.

Меню **View** містить пункти:

- *Rules* – дозволяє відкрити вікно візуалізації нечіткого логічного висновку;
- *Surface* – дозволяє відкрити вікно виведення поверхні «входи-виходи», яка відповідає системі нечіткого логічного висновку.

Меню **And Method** дозволяє встановити реалізації логічної операції «І»:

- *Min* – мінімум;
- *Prod* – добуток;
- *Custom* – власна реалізація операції.

Меню **Or Method** дозволяє встановити реалізації логічної операції «АБО»:

- *Max* – добуток;
- *Probor* – ймовірнісне АБО;
- *Custom* – власна реалізація операції.

Меню **Implication** дозволяє встановити такі реалізації операції імплікації:

- *Min* – мінімум;
- *Prod* – добуток;
- *Custom* – власна реалізація імплікації.

Меню **Aggregation** дозволяє встановити такі операції об'єднання функцій належності вихідної змінної:

- *Max* – максимум;
- *Sum* – сума;
- *Probor* – ймовірнісне АБО;
- *Custom* – власна реалізація операції.

Меню **Defuzzification** дозволяє вибрати метод дефазифікації:

для систем типу Мамдані:

- *centroid* – центр ваги;
- *bisector* – медіана;
- *lom* – найбільший з максимумів;
- *som* – найменший з максимумів;
- *tom* – середнє з максимумів,

для систем типу Сугено:

- *wtaver* – зважене середнє;
- *wtsum* – зважена сума.
- *Custom* – встановлення власного методу дефазифікації.

Приклад 5.1. Для вибору навчального закладу потенційний абітурієнт використовує систему із трьох показників:

- час існування навчального закладу;
- рекламні витрати навчального закладу;
- кількість випускників шкіл.

Універсальною множиною для числової змінної «час існування навчального закладу» є відрізок $[0; 60]$, для числової змінної «рекламні витрати навчального закладу» – відрізок $[0; 5000]$, для числової змінної «кількість випускників шкіл» – відрізок $[2000; 15000]$.

Необхідно розробити нечітку систему підтримки прийняття рішень для визначення інтенсивності подання документів потенційними абітурієнтами для участі у конкурсному відборі.

Розв'язання:

Етап 1. Фазифікація.

Крок 1. Визначимо вхідні та вихідні змінні.

Вхідні змінні:

1. Час існування навчального закладу.
2. Рекламні витрати навчального закладу.
3. Кількість випускників шкіл.

Вихідна змінна:

1. Інтенсивність подання документів для участі у конкурсному відборі.

Поділимо області визначення змінних на нечіткі підмножини та поділимо підмножини області значень керування.

Вхідні змінні:

1. Змінна «час існування навчального закладу» (Exists).

Універсальна множина: $[0; 60]$.

Число термів: 3 («невеликий» (L), «середній» (M), «тривалий» (H)).

Тип функції належності: трикутна.

2. Змінна «рекламні витрати навчального закладу» (Reklama).

Універсальна множина: $[0; 5000]$.

Число термів: 3 («низькі» (L), «середні» (M), «високі» (H)).

Тип функції належності: трикутна.

3. Змінна «кількість випускників шкіл» (Vipusk).

Універсальна множина: $[2000; 15000]$.

Число термів: 3 («низька» (L), «середня» (M), «висока» (H)).

Тип функції належності: трикутна.

Вихідна змінна:

1. Інтенсивність подання документів для участі у конкурсному відборі (Konkurs).

Універсальна множина: [0 20].

Число термів: 5 («низький» (L), «нижче середнього» (LM), «середній» (M), «вище середнього» (NM), «високий» (H)).

Тип функцій належності: трикутна.

Сформуємо нечіткі правила виведення нечіткої бази знань у вигляді табл.

5.2.

Таблиця 5.2 – База правил

| Час існування навчального закладу | Рекламні витрати навчального закладу | Кількість випускників шкіл | Інтенсивність подання документів для участі у конкурсному відборі |
|-----------------------------------|--------------------------------------|----------------------------|---|
| короткий | низькі | низька | низький |
| короткий | низькі | середня | низький |
| короткий | низькі | висока | нижче середнього |
| короткий | середні | низька | низький |
| короткий | середні | середня | нижче середнього |
| короткий | середні | висока | середній |
| короткий | високі | низька | нижче середнього |
| короткий | високі | середня | середній |
| короткий | високі | висока | середній |
| середній | низькі | низька | нижче середнього |
| середній | низькі | середня | середній |
| середній | низькі | висока | середній |
| середній | середні | низька | середній |
| середній | середні | середня | середній |
| середній | середні | висока | вище середнього |
| середній | високі | низька | середній |
| середній | високі | середня | вище середнього |
| середній | високі | висока | високий |
| тривалий | низькі | низька | нижче середнього |
| тривалий | низькі | середня | середній |
| тривалий | низькі | висока | середній |
| тривалий | середні | низька | середній |
| тривалий | середній | середня | вище середнього |
| тривалий | середні | висока | вище середнього |
| тривалий | високі | низька | вище середнього |
| тривалий | високі | середня | високий |
| тривалий | високі | висока | високий |

Етап 2. Логічне розв'язування задачі з використанням системи комп'ютерної математики Matlab.

Крок 1. Ініціалізуємо Matlab.

Крок 2. Вводимо команду **fuzzy** у командному рядку для запуску **Fuzzy Logic Designer**.

Крок 3. Додаємо вхідні змінні **Edit** → **Add Variable** → **Input**.

Крок 4. Додаємо вихідну змінну **Edit** → **Add Variable** → **Output**.

Крок 5. Перейменовуємо нечіткі змінні, по чергово вибираючи кожен із них (рис. 5.2).

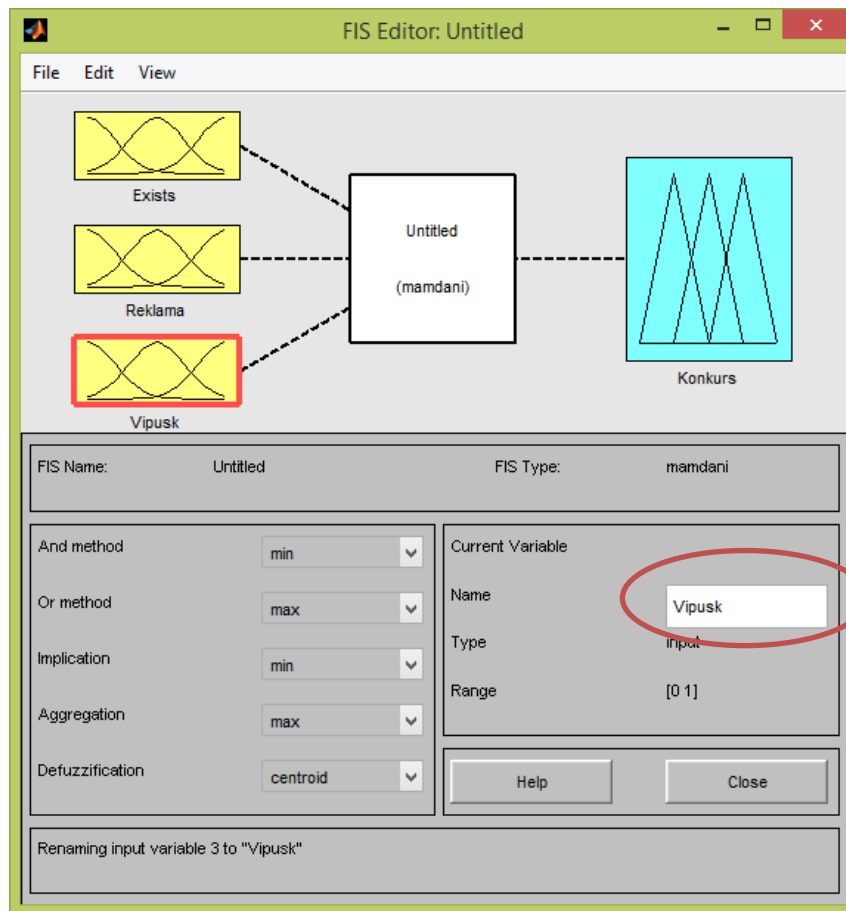


Рисунок 5.2 – Вхідні та вихідні змінні експертної системи на основі нечіткого логічного висновку в середовищі

Крок 6. Переходимо до вікна редагування функцій належності лінгвістичних змінних **Edit** → **Membership function**.

Крок 7. Виділяємо за допомогою миші вхідну змінну *Exists*.

У полі **Range** вказуємо область визначення змінної (універсальна множина).

У редакторі функцій належності **Membership Function Editor** переходимо у меню **Edit** → **Add MFs** і вказуємо кількість лінгвістичних термів, лінгвістичні терми та тип функції належності (рис. 5.3).

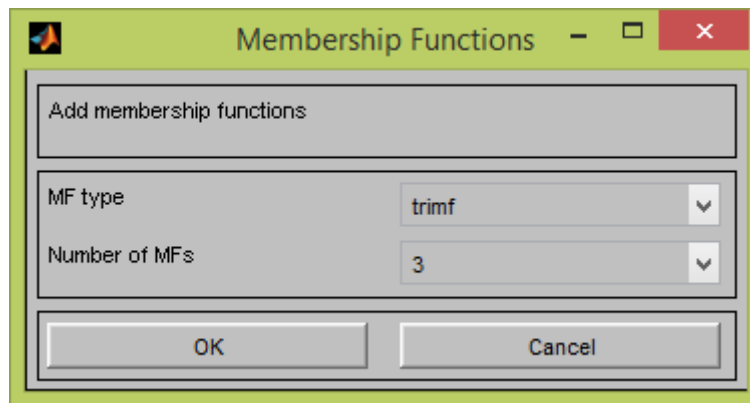


Рисунок 5.3 – Налаштування терм-множин вхідної змінної *Exists*

Крок 8. Повторюємо крок 7 для вхідних змінних *Reklama* і *Vipusk* та вихідної змінної *Konkurs*.

Крок 9. Закриваємо вікно редагування функцій належності **Membership Function Editor** та у вікні **Fuzzy Logic Designer** переходимо до вікна редактора правил **Edit** → **Rules**.

Крок 10. Створюємо базу правил (рис. 5.4)

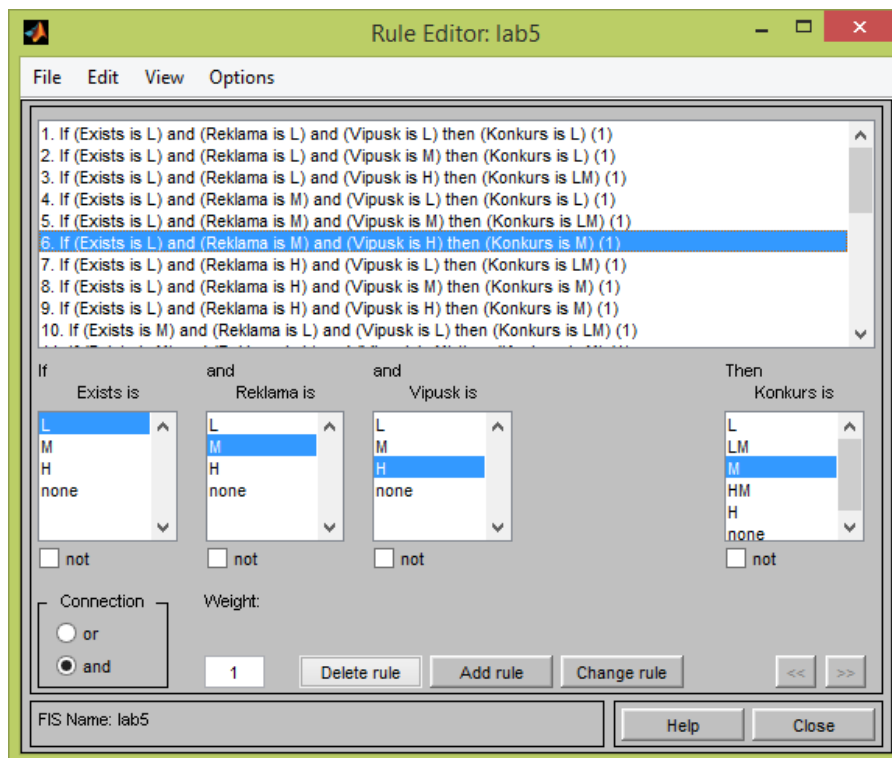


Рисунок 5.4 – Створення бази правил в Matlab

Крок 11. Закриваємо вікно редактора правил **Rule Editor**.

Крок 12. Зберігаємо створену нечітку систему підтримки прийняття рішень **File** → **Export to file** (наприклад, *lab5.fis*). Закриваємо вікно редактора **Fuzzy Logic Designer**.

Крок 13. В командному рядку Matlab ініціалізуємо нечітку систему підтримки прийняття рішень, викликаючи її ідентифікатор *lab5*. Визначаємо значення вихідної змінної для заданих вхідних даних.

```
>> fismat = readfis('lab5');  
>> ut = evalfis([3 1000 5000], fismat)
```

ut = 4.1310

де

```
fismat = readfis(' Назва файлу, який містить нечітку систему ');  
ut = evalfis([Вектор вхідних значень, Ідентифікатор нечіткої системи])
```

Для перегляду детальних результатів розрахунку переходимо **View** → **View Rules** (рис. 5.5).

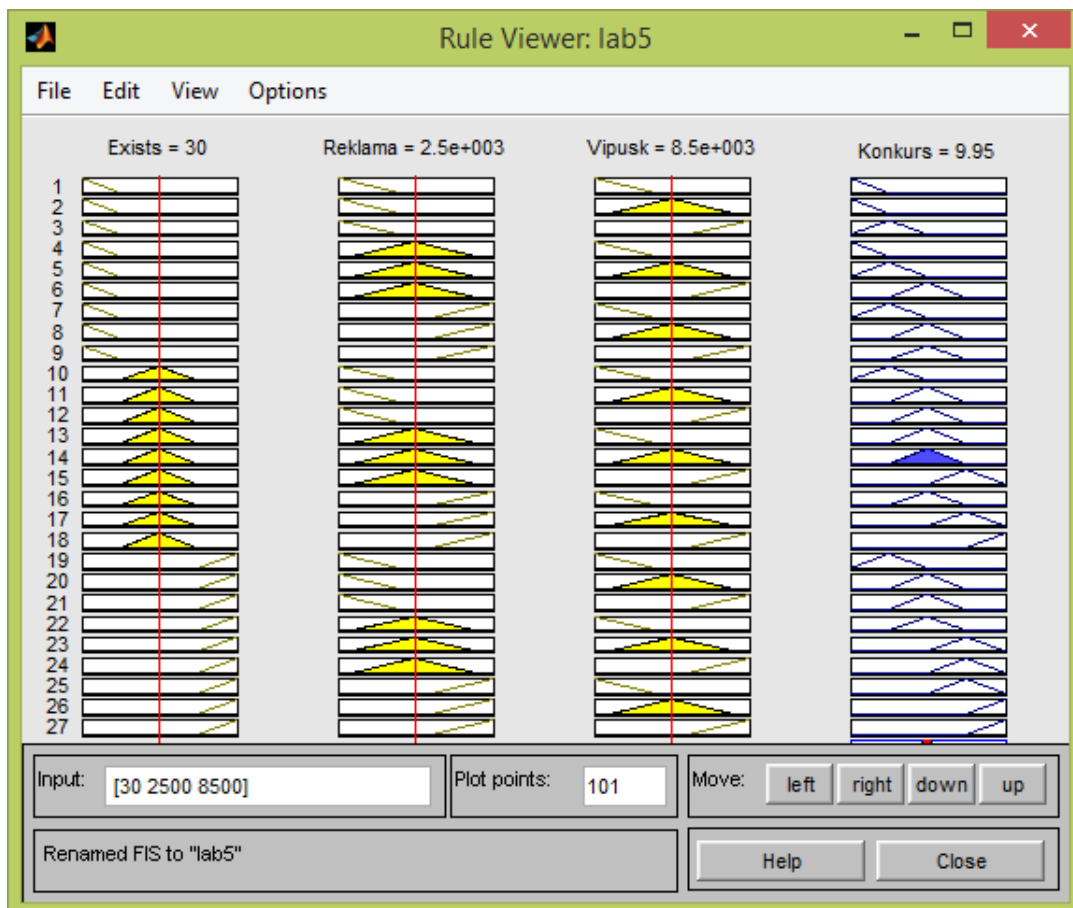


Рисунок 5.5 – Процес розрахунку результату в деталях

Для побудови характеристичних поверхонь нечіткої системи підтримки прийняття рішень переходимо **View** → **Surface** (рис. 5.6-5.8).

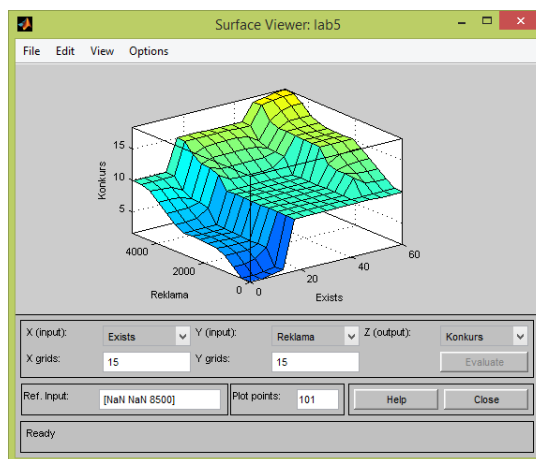


Рисунок 5.6 – Залежність інтенсивності подачі заяв для участі у конкурсному відборі від рекламних витрат навчального закладу та часу існування навчального закладу

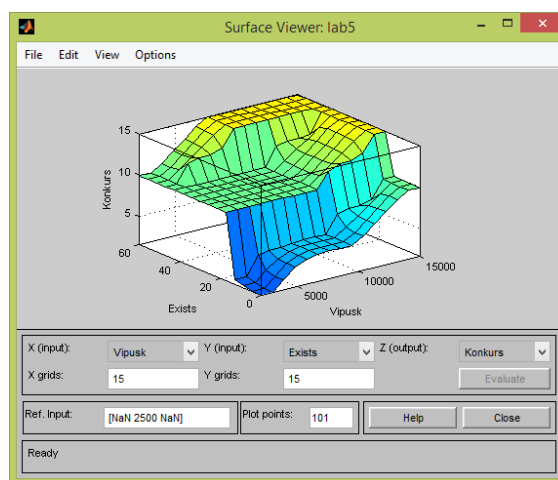


Рисунок 5.7 – Залежність інтенсивності подачі заяв для участі у конкурсному відборі від кількості випускників шкіл і часу існування навчального закладу

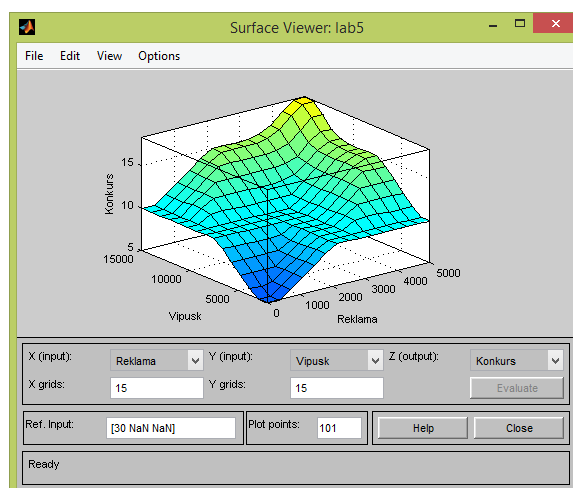


Рисунок 5.8 – Залежність інтенсивності подачі заяв для участі у конкурсному відборі від кількості випускників шкіл та рекламних витрат навчального закладу

Завдання до роботи

Розробити нечітку систему підтримки прийняття рішень засобами системи комп'ютерної математики Matlab. Вхідні та вихідні змінні для розробки нечіткої системи підтримки прийняття рішень наведені в табл. 5.3.

Таблиця 5.3 – Початкові дані для розробки нечіткої системи підтримки прийняття рішень

| Номер варіанта | Вхідні змінні | Вихідна змінна |
|----------------|--|--|
| 1 | <ul style="list-style-type: none"> ▪ площа (м²) ▪ житловий стан ▪ віддаленість від центра міста (км) | вартість оренди квартири |
| 2 | <ul style="list-style-type: none"> ▪ сукупний чистий дохід (грн.) ▪ коефіцієнт поточної платоспроможності ▪ забезпечення кредиту (застава) (грн.) | кредитоспроможність позичальника |
| 3 | <ul style="list-style-type: none"> ▪ коефіцієнт плинності кадрів ▪ реактивність появи конкуруючого програмного продукту ▪ вартість проекту (тис. грн.) | ризикованість іт-проекту |
| 4 | <ul style="list-style-type: none"> ▪ сервіс, асоційований з транспортним засобом ▪ дорожні умови ▪ вартість подорожі (грн.) | комфортабельність подорожі |
| 5 | <ul style="list-style-type: none"> ▪ пробіг (км) ▪ термін експлуатації (років) ▪ мінімальна ціна (тис. грн.) | вартість автомобіля |
| 6 | <ul style="list-style-type: none"> ▪ рівень доходів клієнтів ▪ гнучкість бюджету ▪ терміновість проекту | стратегія управління проектом «час – бюджет» |
| 7 | <ul style="list-style-type: none"> ▪ ВВП на душу населення (%) ▪ безробіття (%) ▪ індекс легкості ведення бізнесу | інвестиційна привабливість країни |
| 8 | <ul style="list-style-type: none"> ▪ рівень CO₂ ▪ рівень шуму ▪ рівень забруднення води ▪ вартість усунення забруднення (тис. грн.) | рівень забруднення навколишнього середовища |

Продовження табл. 5.3

| | | |
|----|---|--|
| 9 | <ul style="list-style-type: none"> ▪ функціональність ▪ надійність ▪ переносимість | якість програмного забезпечення |
| 10 | <ul style="list-style-type: none"> ▪ ціна за 1 м³ (грн.) ▪ місцезнаходження ▪ розмір басейну | якість водних ресурсів |
| 11 | <ul style="list-style-type: none"> ▪ рівень доходів клієнтів ▪ форма власності ▪ галузь діяльності клієнта | стратегія управління проектом «обсяг – бюджет» |
| 12 | <ul style="list-style-type: none"> ▪ ціна на енергоресурси ▪ рН вхідної води ▪ рН вихідної води | енергоефективність управління очисткою стічних вод |
| 13 | <ul style="list-style-type: none"> ▪ торгівля (%) ▪ загальні резерви (млрд. грн.) ▪ загальна податкова ставка (%) | інвестиційна привабливість країни |
| 14 | <ul style="list-style-type: none"> ▪ технічні здібності ▪ організаційні здібності ▪ психологічний стан | компетентність системного архітектора |
| 15 | <ul style="list-style-type: none"> ▪ ціна товару (грн.) ▪ сервіс, асоційований з товаром ▪ імідж виробника | оцінка конкурентоспроможності товару |
| 16 | <ul style="list-style-type: none"> ▪ об'ємна вага (м³) ▪ віддаленість відправки (км) ▪ оголошена вартість (грн.) | вартість доставки поштового відправленні |
| 17 | <ul style="list-style-type: none"> ▪ періодичність зустрічей із клієнтом ▪ пріоритет для виконавця ▪ терміновість проекту | стратегія управління проектом «час – обсяг» |
| 18 | <ul style="list-style-type: none"> ▪ віддаленість від промислових об'єктів (км) ▪ наявність плодкових дерев (м²) ▪ площа пасіки (м²) | розміщення пасіки в населеному пункті |
| 19 | <ul style="list-style-type: none"> ▪ запаси доступної води ▪ кількість доступних елементів живлення ▪ характер обробки ґрунту | родючість ґрунту |
| 20 | <ul style="list-style-type: none"> ▪ інфляція споживчих цін (%) ▪ загальні валові національні витрати (млрд. грн.) ▪ час, необхідний для початку бізнесу (дні) | інвестиційна привабливість країни |

Зміст звіту

1. Титульний аркуш.
2. Тема і мета роботи.
3. Короткі теоретичні відомості.
4. Протокол розв'язання завдання до роботи.
5. Висновки.

Контрольні питання

1. Сформулюйте означення нечіткої системи.
2. Наведіть приклад використання нечіткого контролера.
3. Опишіть будову нечіткого контролера.
4. Дайте характеристику блоку фазифікації нечіткої системи.
5. Дайте характеристику базі знань нечіткої системи.
6. Дайте характеристику блоку фазифікації нечіткої системи.
7. Дайте характеристику блоку прийняття рішень нечіткої системи.
8. Дайте характеристику блоку дефазифікації нечіткої системи.
9. Опишіть етапи побудови нечіткого контролера.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №6

Нечітка кластеризація

Мета роботи: Навчитись виконувати кластеризацію об'єктів при заданій кількості кластерів в умовах невизначеності.

Порядок виконання роботи

1. Вивчити теоретичні відомості.
2. Разом з викладачем вибрати варіант завдання.
3. Виконати завдання до лабораторної роботи згідно свого варіанту.
4. Скласти та оформити звіт.

Теоретичні відомості

Задача кластеризації полягає у визначенні груп об'єктів (процесів), які є найближчими один до іншого за деяким критерієм. При цьому ніяких припущень про їх структуру, як правило, не робиться. Більшість методів кластеризації базується на аналізі матриці коефіцієнтів схожості, до яких належить відстань, кореляція та інші.

Задача звичайної (чіткої) *кластеризації* полягає у мінімізації функціонала

$$F(V) = \sum_{i=1}^K \sum_{X_l \in S_i} \|V_i - X_l\|^2,$$

де $X_l = \{x_{l_1}, x_{l_2}, \dots, x_{l_n}\}$ – l -й об'єкт кластеризації, S_i – i -й кластер,

$V_i = \frac{1}{|S_i|} \sum_{X_l \in S_i} X_l$ – центр i -го кластера, K – кількість кластерів.

На відміну від чіткої кластеризації результатом нечіткої кластеризації є матриця нечіткого розбиття $W = \{\mu_{ji}\}_{j=1}^m \{i=1}^K$, де m – кількість об'єктів, K – кількість кластерів і кожен рядок містить ступінь належності i -го об'єкта до кожного з K кластерів.

Задача нечіткої кластеризації полягає у мінімізації функціонала

$$F(V) = \sum_{i=1}^K \sum_{l=1}^m (\mu_{li})^q \|V_i - X_l\|^2,$$

де $V_i = \left(\sum_{l=1}^m (\mu_{li})^q X_l \right) / \left(\sum_{l=1}^m (\mu_{li})^q \right)$ – центри нечітких кластерів, q – експоненціальна вага, що визначає нечіткість, «розмитість» кластера, $\sum_{i=1}^K \mu_{li} = 1, l = \overline{1, m}$ або $\exists i: \mu_{li} > 0 \forall l$ і $0 < \sum_{l=1}^m \mu_{li} < n, i = \overline{1, K}$.

Алгоритм нечітких k -середніх

Крок 1. Задати початкові значення наступних параметрів алгоритму: c – число кластерів, ε – точність кластеризації.

Встановити лічильник ітерацій $t = 0$.

Крок 2. Випадковим чином сформувати матрицю $\Theta(t) = (\mu_{ij}(t))$ мір належності точок j кластерам c .

Крок 3. Виконати корегування центрів кластерів $v_i, i = \overline{1, c}$, за формулою

$$v_{qi} = \frac{\sum_{j=1}^n \mu_{ij}^2 x_{qj}}{\sum_{j=1}^n \mu_{ij}^2}.$$

Крок 4. Обчислити відстань d_{ij} між елементами j та окремими кластерами c за формулою

$$d_{ij}(0) = \sqrt{\sum_{q=1}^n (x_{qj} - v_{qj}(t))^2}.$$

Виконати корегування матриці мір належності точок j кластерам c за формулою

$$\mu_{ij}(t) = \frac{1}{\sum_{k=1}^s \left[\frac{d_{ij}(t)}{d_{kj}(t)} \right]^2}.$$

Крок 5. Перевірити умову завершення кластеризації

$$\max_{q,i} |v_{qi}^{(1)} - v_{qi}^{(0)}|.$$

Якщо умова завершення кластеризації не виконується перейти на крок 3.

Крок 6. Кінець алгоритму.

Приклад 6.1. Використовуючи метод нечітких k-середніх виконати кластеризацію 4 об'єктів, кожний із яких має 2 ознаки (табл. 6.1).

Таблиця 6.1 – Початкові дані

| | | | | |
|-----|---|-----|-----|---|
| x | 1 | 1,5 | 1,3 | 3 |
| y | 3 | 3,2 | 2,6 | 1 |

Розв'язання:

Крок 1. Задаємо початкові значення наступних параметрів алгоритму: $c = 2$ – число кластерів, $\varepsilon = 0,01$ – точність кластеризації.

Покладемо $t = 0$.

Крок 2. Формуємо матрицю мір належності $\Theta(t) = (\mu_{ij}(t))$

$$\Theta(0) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Крок 3. Обчислюємо центри кластерів. Для першого кластера $c_1 = [1 \ 1 \ 1 \ 0]$

$$v_{11} = \frac{\mu_1^2 x_{1j} + \mu_2^2 x_{2j} + \mu_3^2 x_{3j} + \mu_4^2 x_{4j}}{\mu_1^2 + \mu_2^2 + \mu_3^2 + \mu_4^2},$$

$$v_{11} = \frac{1^2 \cdot 1 + 1^2 \cdot 1,5 + 1^2 \cdot 1,3 + 0^2 \cdot 3}{1^2 + 1^2 + 1^2 + 0^2} = \frac{3,8}{3} = 1,26,$$

$$v_{12} = \frac{\mu_1^2 y_{1j} + \mu_2^2 y_{2j} + \mu_3^2 y_{3j} + \mu_4^2 y_{4j}}{\mu_1^2 + \mu_2^2 + \mu_3^2 + \mu_4^2},$$

$$v_{12} = \frac{1^2 \cdot 3 + 1^2 \cdot 3,2 + 1^2 \cdot 2,6 + 0^2 \cdot 1}{1^2 + 1^2 + 1^2 + 0^2} = \frac{8,8}{3} = 2,93,$$

$$v_1 = \{1,26; 2,93\}.$$

Для другого кластера $c_2 = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$

$$v_{21} = \frac{\mu_1^2 x_{1j} + \mu_2^2 x_{2j} + \mu_3^2 x_{3j} + \mu_4^2 x_{4j}}{\mu_1^2 + \mu_2^2 + \mu_3^2 + \mu_4^2},$$

$$v_{21} = \frac{0^2 \cdot 1 + 0^2 \cdot 1,5 + 0^2 \cdot 1,3 + 1^2 \cdot 3}{0^2 + 0^2 + 0^2 + 1^2} = \frac{3}{1} = 3,$$

$$v_{22} = \frac{\mu_1^2 y_{1j} + \mu_2^2 y_{2j} + \mu_3^2 y_{3j} + \mu_4^2 y_{4j}}{\mu_1^2 + \mu_2^2 + \mu_3^2 + \mu_4^2},$$

$$v_{22} = \frac{0^2 \cdot 3 + 0^2 \cdot 3,2 + 0^2 \cdot 2,6 + 1^2 \cdot 1}{0^2 + 0^2 + 0^2 + 1^2} = \frac{1}{1} = 1,$$

$$v_2 = \{3; 1\}.$$

Крок 4. Обчислюємо відстань d_{ij} між елементами j та першим кластером $c_1 = [1 \ 1 \ 1 \ 0]$

$$d_{11} = \sqrt{(1-1,26)^2 + (3-3)^2} = 0,26,$$

$$d_{12} = \sqrt{(1,5-1,26)^2 + (3,2-3)^2} = 0,31,$$

$$d_{13} = \sqrt{(1,3-1,26)^2 + (2,6-3)^2} = 0,40,$$

$$d_{14} = \sqrt{(3-1,26)^2 + (1-3)^2} = 2,65.$$

Обчислюємо відстань d_{ij} між елементами j та другим кластером $c_2 = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$

$$d_{21} = \sqrt{(1-3)^2 + (3-1)^2} = 2,83,$$

$$d_{22} = \sqrt{(1,5-3)^2 + (3,2-1)^2} = 2,66,$$

$$d_{23} = \sqrt{(1,3-3)^2 + (2,6-1)^2} = 2,33,$$

$$d_{24} = \sqrt{(3-3)^2 + (1-1)^2} = 0.$$

Корегуємо елементи матриці мір належності точок j кластерам першому кластеру $c_1 = [1 \ 1 \ 1 \ 0]$

$$\mu_{11} = \left[\left(\frac{d_{11}}{d_{11}} \right)^2 + \left(\frac{d_{11}}{d_{21}} \right)^2 \right]^{-1} = \left[1^2 + \left(\frac{0,26}{2,83} \right)^2 \right]^{-1} = 0,992$$

$$\mu_{12} = \left[\left(\frac{d_{12}}{d_{12}} \right)^2 + \left(\frac{d_{12}}{d_{22}} \right)^2 \right]^{-1} = \left[1^2 + \left(\frac{0,31}{2,66} \right)^2 \right]^{-1} = 0,987$$

$$\mu_{13} = \left[\left(\frac{d_{13}}{d_{13}} \right)^2 + \left(\frac{d_{13}}{d_{23}} \right)^2 \right]^{-1} = \left[1^2 + \left(\frac{0,4}{2,33} \right)^2 \right]^{-1} = 0,971$$

$$\mu_{14} = \left[\left(\frac{d_{14}}{d_{14}} \right)^2 + \left(\frac{d_{14}}{d_{24}} \right)^2 \right]^{-1} = \left[1^2 + \left(\frac{2,65}{0} \right)^2 \right]^{-1} = 0.$$

Тоді матриця мір належності набуде вигляду

$$\Theta(1) = \begin{bmatrix} 0,992 & 0,987 & 0,971 & 0 \\ 0,008 & 0,013 & 0,029 & 1 \end{bmatrix}.$$

Крок 5. Перевіряємо умову завершення кластеризації

$$\max_{i,k} |u_{ik}^{(1)} - u_{ik}^{(0)}| = \begin{cases} |1 - 0,992| = 0,009 \\ |1 - 0,987| = 0,014 \\ |1 - 0,971| = 0,007 \\ |0 - 0| = 0 \\ |0 - 0,008| = 0,008 \\ |0 - 0,013| = 0,013 \\ |0 - 0,029| = 0,029 \\ |1 - 1| = 0 \end{cases} = 0,029$$

Умова завершення кластеризації не виконується, оскільки $0,029 > 0,01$, тому переходимо на крок 3.

Покладемо $t = 1$.

Крок 3. Обчислюємо центри кластерів. Для першого кластера $c_1 = [0,992 \quad 0,987 \quad 0,971 \quad 0]$

$$v_{11} = \frac{0,992^2 \cdot 1 + 0,987^2 \cdot 1,5 + 0,971^2 \cdot 1,3 + 0^2 \cdot 3}{0,992^2 + 0,987^2 + 0,971^2 + 0^2} = \frac{3,67}{2,90} = 1,26$$

$$v_{12} = \frac{0,992^2 \cdot 3 + 0,987^2 \cdot 3,2 + 0,971^2 \cdot 2,6 + 0^2 \cdot 1}{1^2 + 1^2 + 1^2 + 0^2} = \frac{8,52}{2,9} = 2,93$$

$$v_1 = \{1,26; 2,93\}.$$

Для другого кластера $c_2 = [0,008 \quad 0,013 \quad 0,029 \quad 1]$

$$v_{21} = \frac{0,008^2 \cdot 1 + 0,013^2 \cdot 1,5 + 0,029^2 \cdot 1,3 + 1^2 \cdot 3}{0,008^2 + 0,013^2 + 0,029^2 + 1^2} = \frac{3}{1} = 3$$

$$v_{22} = \frac{0,008^2 \cdot 3 + 0,013^2 \cdot 3,2 + 0,029^2 \cdot 2,6 + 1^2 \cdot 1}{0,008^2 + 0,013^2 + 0,029^2 + 1^2} = \frac{1}{1} = 1$$

$$v_2 = \{3; 1\}.$$

Як бачимо, результати одержані в процесі виконання 1-ї та 2-ї ітерацій алгоритму є однаковими, тому вважаємо, що розв'язок знайдено.

Відповідь: в результаті обчислень одержано два кластери з центрами $v_1 = \{1,26; 2,93\}$ і $v_2 = \{3; 1\}$. До першого кластеру належать об'єкти 1,2 і 3, а до другого кластеру – об'єкт 4.

Завдання до роботи

Використовуючи метод нечітких k-середніх виконати кластеризацію 4 об'єктів, кожний із яких має 2 ознаки. Варіанти завдань наведені в табл. 6.2.

Таблиця 6.2 – Варіанти завдань

| Номер варіанта | Об'єкти кластеризації | Ознаки об'єктів кластеризації | | | |
|----------------|-----------------------|-------------------------------|-------|-------|------|
| | | | | | |
| 1 | x | 0,7 | 1,4 | 1,2 | 1,8 |
| | y | 0,8 | 0,9 | 1,3 | 0,8 |
| 2 | x | 2,3 | 2,4 | 3,0 | 2,1 |
| | y | 1,6 | 2,4 | 2,7 | 3,0 |
| 3 | x | 0,77 | 1,54 | 1,32 | 1,98 |
| | y | 0,88 | 0,99 | 1,43 | 0,88 |
| 4 | x | 0,91 | 1,82 | 1,56 | 2,34 |
| | y | 1,04 | 1,17 | 1,69 | 1,04 |
| 5 | x | 3,45 | 3,6 | 4,5 | 3,15 |
| | y | 2,4 | 3,6 | 4,05 | 4,5 |
| 6 | x | 0,98 | 1,96 | 1,68 | 2,52 |
| | y | 1,12 | 1,26 | 1,82 | 1,12 |
| 7 | x | 2,53 | 2,64 | 3,3 | 2,31 |
| | y | 1,76 | 2,64 | 2,97 | 3,3 |
| 8 | x | 1,19 | 2,38 | 2,04 | 3,06 |
| | y | 1,36 | 1,53 | 2,21 | 1,36 |
| 9 | x | 1,33 | 2,66 | 2,28 | 3,42 |
| | y | 1,52 | 1,71 | 2,47 | 1,52 |
| 10 | x | 1,61 | 1,68 | 2,1 | 1,47 |
| | y | 1,12 | 1,68 | 1,89 | 2,1 |
| 11 | x | 0,95 | 1,89 | 1,62 | 2,43 |
| | y | 1,08 | 1,215 | 1,755 | 1,08 |
| 12 | x | 2,07 | 2,16 | 2,7 | 1,89 |
| | y | 1,44 | 2,16 | 2,43 | 2,7 |
| 13 | x | 0,56 | 1,12 | 0,96 | 1,44 |
| | y | 0,64 | 0,72 | 1,04 | 0,64 |
| 14 | x | 1,38 | 1,44 | 1,8 | 1,26 |
| | y | 0,96 | 1,44 | 1,62 | 1,8 |

| | | | | | |
|----|-----|------|-------|------|-------|
| 15 | x | 0,42 | 0,84 | 0,72 | 1,08 |
| | y | 0,48 | 0,54 | 0,78 | 0,48 |
| 16 | x | 1,86 | 3,61 | 3,09 | 4,64 |
| | y | 2,06 | 2,32 | 3,35 | 2,06 |
| 17 | x | 2,22 | 4,45 | 3,81 | 5,72 |
| | y | 2,54 | 2,86 | 4,13 | 2,54 |
| 18 | x | 2,64 | 5,29 | 4,53 | 6,80 |
| | y | 3,02 | 3,40 | 4,91 | 3,02 |
| 19 | x | 4,32 | 8,65 | 7,41 | 11,12 |
| | y | 4,94 | 5,56 | 8,03 | 4,94 |
| 20 | x | 5,16 | 10,33 | 8,85 | 13,28 |
| | y | 5,90 | 6,64 | 9,59 | 5,90 |

Зміст звіту

1. Титульний аркуш.
2. Тема і мета роботи.
3. Короткі теоретичні відомості.
4. Протокол розв'язання завдання до роботи.
5. Висновки.

Контрольні питання

1. Сформулюйте постановку задачі кластеризації.
2. Поясніть суть алгоритму нечітких k -середніх.
3. Вкажіть переваги і недоліки алгоритму нечітких k -середніх.
4. Які метрики використовуються при кластеризації і в чому їх особливості?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №7

Нечітко-очікувані величини та арифметичні операції над ними

Мета роботи: Навчитись виконувати операції над нечітко-очікуваними величинами.

Порядок виконання роботи

5. Вивчити теоретичні відомості.
6. Разом з викладачем вибрати варіант завдання.
7. Виконати завдання до лабораторної роботи згідно свого варіанту.
8. Скласти та оформити звіт.

Теоретичні відомості

Нехай Θ – не порожня множина, а $P(\Theta)$ – множинна всіх підмножин для Θ . Для кожної нечіткої множини $A \in P(\Theta)$ існує невід’ємне число $\text{Pos}\{A\}$, яке називається його *можливістю*, таке, що

- а. $\text{Pos}\{\emptyset\} = 0$, $\text{Pos}\{\Theta\} = 1$;
- б. $\text{Pos}\{\bigcup_k A_k\} = \sup_k \text{Pos}\{A_k\}$ для деякого довільного набору $\{A_k\}$ в $P(\Theta)$.

Трійка елементів $(\Theta, P(\Theta), \text{Pos})$ називається *простором можливостей*, а функція Pos є мірою можливості.

Нехай ξ – нечітка величина на просторі можливостей $(\Theta, P(\Theta), \text{Pos})$. Тоді її *функція належності* може бути одержана із міри можливості наступним чином

$$\mu(x) = \text{Pos}\{\theta \in \Theta \mid \xi(\theta) = x\}.$$

Нехай $(\Theta_i, P(\Theta_i), \text{Pos}_i)$, $i = 1, 2, \dots, m$, – простори можливостей. *Добуток просторів можливостей* визначається як $(\Theta, P(\Theta), \text{Pos})$, де $\Theta = \Theta_1 \times \Theta_2 \times \dots \times \Theta_m$, $\text{Pos}\{A\} = \sup_{(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m) \in A} \min_{1 \leq i \leq m} \text{Pos}_i\{\theta_i\}$.

Нехай $(\Theta, P(\Theta), \text{Pos})$ – простір можливостей і A – множина в $P(\Theta)$. Тоді *міра необхідності* для A обчислюється за формулою

$$\text{Nec}\{A\} = 1 - \text{Pos}\{A^c\},$$

де A^c – множина обернена до A .

Нехай $(\Theta, P(\Theta), \text{Pos})$ – простір можливостей і A – множина в $P(\Theta)$. Тоді *міра правдоподібності* для A обчислюється за формулою

$$\text{Cr}\{A\} = \frac{1}{2}(\text{Pos}\{A\} + \text{Nec}\{A\}).$$

Нехай $(\Theta, P(\Theta), \text{Pos})$ – простір можливостей і A – множина в $P(\Theta)$. Тоді *очікуване значення* величини A обчислюється за формулою

$$E(A) = \int_0^{\infty} \text{Cr}(A \geq r) dr - \int_{-\infty}^0 \text{Cr}(A \leq r) dr.$$

Міра можливості трикутного нечіткого числа $A = (a, b, c)$ із функцією належності

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x \leq a, \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{якщо } a \leq x \leq b, \\ \frac{c-x}{c-b}, & \text{якщо } b \leq x \leq c, \\ 0, & \text{якщо } x \geq c. \end{cases} \quad (7.1)$$

обчислюється за формулою

$$\text{Pos}(A \geq r) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } r \leq b, \\ \frac{c-r}{c-b}, & \text{якщо } b \leq x \leq c, \\ 0, & \text{якщо } r \geq c. \end{cases}$$

Міра необхідності трикутного нечіткого числа $A = (a, b, c)$ із функцією належності виду (7.1) обчислюється за формулою

$$\text{Nec}(A \geq r) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } r \leq a, \\ \frac{b-r}{b-a}, & \text{якщо } a \leq x \leq b, \\ 0, & \text{якщо } r \geq b. \end{cases}$$

Міра правдоподібності трикутного нечіткого числа $A = (a, b, c)$ із функцією належності виду (7.1) обчислюється за формулами

$$\text{Cr}(A \geq r) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } r \leq a, \\ \frac{b - \rho \cdot a - (1 - \rho)r}{b - a}, & \text{якщо } a \leq x \leq b, \\ \rho \frac{c - r}{c - b}, & \text{якщо } b \leq x \leq c, \\ 0, & \text{якщо } r \geq c. \end{cases}$$

$$\text{Cr}(A \leq r) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } r \leq a, \\ \rho \frac{r - a}{b - a}, & \text{якщо } a \leq x \leq b, \\ \frac{\rho \cdot c - b + (1 - \rho)r}{c - b}, & \text{якщо } b \leq x \leq c, \\ 1, & \text{якщо } r \geq c, \end{cases}$$

де $\rho \in [0; 1]$ – коефіцієнт підсилення.

Очікуване значення трикутного нечіткого числа $A = (a, b, c)$ із функцією належності виду (7.1) обчислюється за формулою

$$E(A) = \frac{1}{2}((1 - \rho) \cdot a + b + \rho \cdot c).$$

Міра можливості трапецієподібного нечіткого інтервалу $A = (a, b, c, d)$ із функцією належності виду

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x \leq a, \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{якщо } a \leq x \leq b, \\ 1, & \text{якщо } b \leq x \leq c, \\ \frac{d-x}{d-c}, & \text{якщо } c \leq x \leq d, \\ 0, & \text{якщо } x \geq d. \end{cases} \quad (7.2)$$

обчислюється за формулою

$$\text{Pos}(A \geq r) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } r \leq c, \\ \frac{d-r}{d-c}, & \text{якщо } c \leq r \leq d, \\ 0, & \text{якщо } r \geq d. \end{cases}$$

Міра необхідності трапецієподібного нечіткого інтервалу $A = (a, b, c, d)$ із функцією належності виду (7.2) обчислюється за формулою

$$\text{Nec}(A \geq r) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } r \leq a, \\ \frac{b-r}{b-a}, & \text{якщо } a \leq r \leq b, \\ 0, & \text{якщо } r \geq b. \end{cases}$$

Міра правдоподібності трапецієподібного нечіткого інтервалу $A = (a, b, c, d)$ із функцією належності виду (7.2) обчислюється за формулами

$$\text{Cr}(A \geq r) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } r \leq a, \\ \frac{b - \rho \cdot a - (1 - \rho)r}{b - a}, & \text{якщо } a \leq r \leq b, \\ \rho, & \text{якщо } b \leq r \leq c, \\ \rho \frac{d-r}{d-c}, & \text{якщо } c \leq r \leq d, \\ 0, & \text{якщо } r \geq d. \end{cases}$$

$$\text{Cr}(A \leq r) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } r \leq a, \\ \rho \frac{r-a}{b-a}, & \text{якщо } a \leq r \leq b, \\ \rho, & \text{якщо } b \leq r \leq c, \\ \frac{\rho \cdot d - c + (1 - \rho)r}{d - c}, & \text{якщо } c \leq r \leq d, \\ 1, & \text{якщо } r \geq d, \end{cases}$$

де $\rho \in [0;1]$ – коефіцієнт підсилення.

Очікуване значення трапецієподібного нечіткого інтервалу $A = (a, b, c, d)$ із функцією належності виду (7.2) обчислюється за формулою

$$E(A) = \frac{1}{2}((1 - \rho) \cdot (a + b) + \rho \cdot (c + d)).$$

Завдання до роботи

1. Дано трикутне нечітке число $A_i = (a_i, b_i, c_i)$. Обчислити міру можливості, необхідності та правдоподібності цього нечіткого числа. Варіанти завдань наведені в табл. 7.1.

Таблиця 7.1 – Варіанти завдань

| Номер варіанта | Нечітке число $A_i = (a_i, b_i, c_i)$ | r | ρ |
|----------------|---------------------------------------|-----|--------|
| 1 | (4,6,8) | 5 | 0.1 |
| 2 | (0,2,3) | 2.5 | 0.2 |
| 3 | (0,1,3) | 2 | 0.3 |
| 4 | (0,5,7) | 2 | 0.7 |
| 5 | (2,4,6) | 3 | 0.8 |
| 6 | (1,3,7) | 6 | 0.9 |
| 7 | (5,6,10) | 8 | 0.4 |
| 8 | (7,8,9) | 8.5 | 0.5 |
| 9 | (2,5,8) | 6 | 0.6 |
| 10 | (3,4,9) | 7 | 0.12 |
| 11 | (4,10,14) | 6 | 0.16 |
| 12 | (3,6,9) | 4 | 0.21 |
| 13 | (0,4,7) | 3 | 0.84 |
| 14 | (6,10,12) | 7 | 0.53 |
| 15 | (5,9,10) | 6 | 0.18 |
| 16 | (5,10,14) | 11 | 0.24 |
| 17 | (1,5,7) | 3 | 0.36 |
| 18 | (6,8,10) | 9 | 0.40 |
| 19 | (3,7,10) | 4 | 0.69 |
| 20 | (4,6,10) | 5 | 0.3 |

2. Дано нечіткий трапецієподібний інтервал $A_i = (a_i, b_i, c_i, d_i)$. Обчислити міру можливості, необхідності та правдоподібності цього нечіткого трапецієподібного інтервалу. Варіанти завдань наведені в табл. 7.2.

Таблиця 7.2 – Варіанти завдань

| Номер варіанта | Нечіткий інтервал $A_i = (a_i, b_i, c_i, d_i)$ | r | ρ |
|----------------|--|-----|--------|
| 1 | (2,5,8,10) | 4 | 0.9 |
| 2 | (0,2,4,7) | 5 | 0.8 |
| 3 | (0,3,6,10) | 2 | 0.7 |
| 4 | (0,4,5,7) | 6 | 0.6 |
| 5 | (2,4,9,11) | 3 | 0.5 |
| 6 | (2,4,5,9) | 8 | 0.4 |
| 7 | (1,5,7,10) | 3 | 0.3 |
| 8 | (0,2,4,7) | 6 | 0.2 |
| 9 | (0,1,5,8) | 2 | 0.1 |
| 10 | (3,5,6,9) | 7 | 0.84 |
| 11 | (3,5,8,10) | 4 | 0.52 |
| 12 | (0,2,4,9) | 7 | 0.47 |
| 13 | (5,7,9,14) | 11 | 0.28 |
| 14 | (2,6,8,9) | 3 | 0.13 |
| 15 | (2,4,7,10) | 8 | 0.15 |
| 16 | (1,3,7,9) | 8 | 0.59 |
| 17 | (4,6,8,11) | 5 | 0.27 |
| 18 | (4,7,10,14) | 12 | 0.16 |
| 19 | (3,5,9,12) | 10 | 0.66 |
| 20 | (2,6,10,14) | 13 | 0.73 |

Зміст звіту

1. Титульний аркуш.
2. Тема і мета роботи.
3. Короткі теоретичні відомості.
4. Протокол розв'язання завдання 1.
5. Протокол розв'язання завдання 2.
6. Висновки.

Контрольні питання

1. Сформулюйте означення простору можливостей.
2. Сформулюйте означення міри можливості.
3. Сформулюйте означення міри необхідності.
4. Сформулюйте означення міри правдоподібності.
5. Як обчислюється міра необхідності трикутного нечіткого числа?
6. Як обчислюється міра правдоподібності трикутного нечіткого числа?
7. Як обчислюється міра можливості трапецієподібного нечіткого інтервалу?
8. Як обчислюється міра правдоподібності трапецієподібного нечіткого інтервалу?

ВИКОРИСТАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / под ред. Д.А. Поспелова. М.: Наука, 1986. 312 с.
2. Саати Т.Л. Принятие решений. Метод анализа иерархий. Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1993. 320 с.
3. Штовба С.Д. Введение в теорию нечетких множеств и нечеткую логику. URL: <http://matlab.exponenta.ru/fuzzylogic/book1/index.php> (дата обращения: 05.02.2019)
4. Ротштейн А.П. Интеллектуальные технологии идентификации: нечеткая логика, генетические алгоритмы, нейронные сети. Винница: УНИВЕРСУМ Винница, 1999. 320 с.
5. Леоненков А.В. Нечеткие моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH. СПб.: БХВ-Петербург, 2005. 736 с.
6. Дюбуа Д., Прад А. Теория возможностей. Приложение к представлению знаний в информатика. Пер. с фр. М.: Радио и связь, 1990. 288 с.
7. Коньшева Л.К., Назаров Л.К. Основы теории нечетких множеств: учеб. пособие. Санкт-Петербург: Питер, 2011. 192 с.
8. Снитюк В.Є. Прогнозування. Моделі. Методи. Алгоритми : навч. посіб. К. : Маклаут, 2012. 364 с.
9. Анализ данных и процессов: учеб. пособие / А.А. Барсегян и др. 3-е изд., перераб. и доп. СПб.: БХВ-Петербург, 2009. 512 с.
10. Лю Б. Теория и практика неопределенного программирования. пер с англ. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014. 416 с.