НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ПЛИТ НУЛЬОВОГО ПРОГИНУ

А. М. СМОЛЯР, І. В. МІРОШКІНА, С. В. ЮРЧЕНКО

Черкаський державний технологічний університет

За прогинами тонкої круглої плити побудована плита нульового прогину. Виконано числовий аналіз напружено-деформованого стану круглої плити нульового прогину програмним комплексом "Інтеграл". Показано, що прогини такої плити порівняно зі звичайною зменшуються до 30%, нормальні напруження стиску збільшуються до 10%, додатні напруження розтягу зменшуються до 40%, а область додатних напружень σ_ρ значно звужується. Встановлено, що товщину плити нульового прогину можна зменшити до 30% порівняно з тонкою плитою, а армування – до 20%.

Ключові слова: *плити нульового прогину, напружено-деформований стан плит перекриття, програмний комплекс "Інтеграл".*

Залізобетонні плити є найпоширенішими елементами будівельних споруд. До них належать плити перекриття, елементи фундаментних конструкцій тощо. Залізобетонні плити становлять ~60% загального обсягу залізобетону споруд [1]. Тому вибір оптимальної конструкції плит є важливим завданням під час їх проектування. Зменшення товщини плит та об'єму їх армування, а отже, і обсягу використовуваного залізобетону – актуальне завдання, що має наукове і практичне значення. Одним із ефективних способів його вирішення є використання у будівельних спорудах плит нульового прогину [1, 2]. Під плитою нульового прогину розуміємо просторове тіло, яке симетрично відносно горизонтальної площини повторює плиту в деформованому стані (рис. 1). Під дією зовнішніх навантажень геометрична форма плити нульового прогину наближається до геометричної форми плити в недеформованому стані.

Плити нульового прогину можуть мати різноманітну геометрію в плані, їхня поверхня може із заданою жорсткістю контактувати з іншими тілами.

Ефект плит нульового прогину визначається потрібними змінами їхнього напружено-деформованого стану (НДС). Такі зміни спричинені формуванням відповідної геометрії плит. Завдяки використанню плит нульового прогину можна зменшити їхню товщину порівняно зі звичайними плитами до 30%, а для залізобетонних плит – також кількість арматури [1]. У будівництві накопичений значний досвід використання таких плит [2]. Так, наприклад, в м. Тольяті та Самарській області Російської Федерації їх застосовують для будівництва бізнес-центрів, шкіл, житлових будинків та реконструкції магазинів. Досліджують і використовують плити нульового прогину також і в Україні [1].

Першим етапом проектування плит нульового прогину є аналіз їхнього НДС. Через складність геометрії таких плит їхній НДС має суттєво просторовий характер. Тому плити нульового прогину не можна розраховувати за методами опору матеріалів, що намагалися робити раніше [1, 2].

Нижче для аналізу просторового НДС плит нульового прогину застосовуємо теорію товстих пластин та оболонок [3]. В основі теорії лежить комбінований під-

Контактна особа: С. В. ЮРЧЕНКО, e-mail: YurchenkoSergei@mail.ru

хід до розв'язку задач теорії пружності. Спочатку математично знижуємо вимірність просторової задачі теорії пружності, а потім редуковану задачу розв'язуємо числово. Для зменшення вимірності рівнянь теорії пружності використовуємо узагальнений метод скінченних інтегральних перетворень В. К. Чибірякова [4], який є розвитком проекційного методу І. Н. Векуа [5]. Редуковані рівняння розв'язуємо методом дискретної ортогоналізації С. К. Годунова [6].

Перевагою комбінованого підходу до розв'язку задач просторової теорії пружності є незалежність алгоритмів теорії товстих пластин та оболонок від степеня апроксимації та можливість автоматичного регулювання точності числового процесу.

Алгоритми теорії товстих пластин та оболонок реалізовані у вигляді програмного комплексу (ПК) "Інтеграл". Він дає можливість розраховувати НДС широкого класу об'єктів у постановці просторової задачі теорії пружності неоднорідного тіла.

За допомогою ПК "Інтеграл" виконаємо аналіз НДС плити нульового прогину. Спочатку розглянемо тонку круглу плиту. Її розрахункова схема наведена на рис. 1. Модуль пружності бетону $E = 0{,}84 \cdot 10^5$ MPa, коефіцієнт Пуассона $\nu = 0{,}25$. Плита осесиметрична, тому розглянемо лише одну її частину. На осі симетрії нульові горизонтальні переміщення моделюємо жорстко рухомим у вертикальному напрямку затисненням.

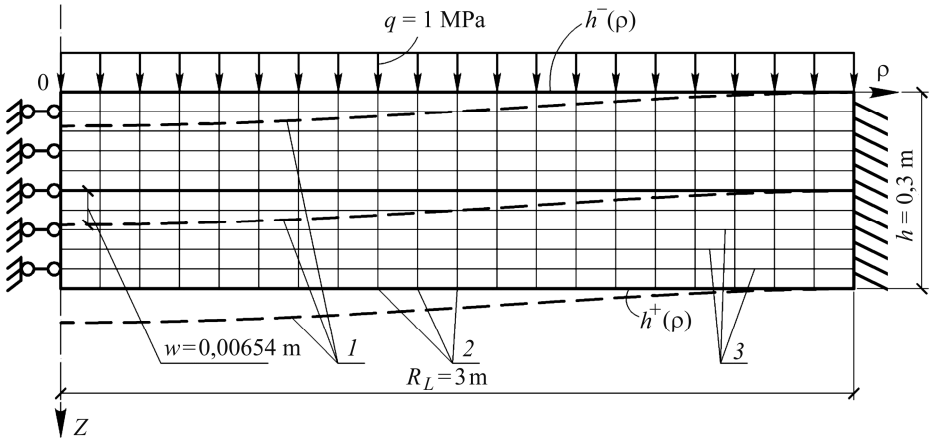

Рис. 1. Розрахункова схема тонкої круглої плити: *1* – прогини деформованої тонкої плити; *2* – точки видачі результатів; *3* – шари видачі результатів

Fig. 1. Calculation chart of a thin circular plate: *1* – deflections of the deformed thin plate; *2* – points of results issue; *3* – layers of results issue.

Параметри роботи ПК "Інтеграл" такі: степінь поліноміальної апроксимації $N = 10$, абсолютна точність інтегрування звичайних диференціальних рівнянь ABSER = 10^{-6}, відносна точність інтегрування RELER = 10^{-3}.

Результати розрахунку плити подані у вигляді ізоліній на рис. 2. Аналіз ізоліній компонент НДС плити підтверджує виконання гіпотез теорії тонких пластин. На ізолініях напруження σ_ρ маємо нейтральну лінію, яка симетрично розділяє тонку плиту по товщині.

Найбільший прогин $w_{max} = 0{,}00654$ m виникає по середині плити (див. рис. 1), а нормальне напруження $\sigma_\rho = \pm 47$ MPa – на бокових поверхнях у центрі плити. За напруженнями σ_ρ можна обчислити товщину плити, а також кількість арматури для залізобетону.

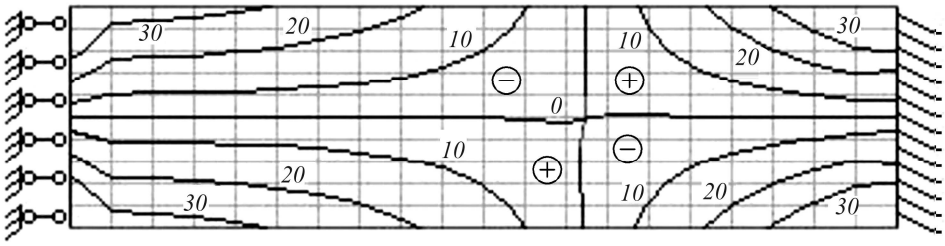

Рис. 2. Ізолінії компонент напружено-деформованого стану круглої плити (σ_ρ, MPa).

Fig. 2. Isolines of components of the circular plate stress-strain state (σ_ρ, MPa).

Отримані результати дають можливість визначити геометричну форму плити нульового прогину. Для цього деформовану тонку плиту симетрично відображаємо відносно горизонтальної осі $O\rho$.

Розрахункова схема плити нульового прогину наведена на рис. 3. Її радіус, товщина, навантаження, умови закріплення, модуль пружності, коефіцієнт Пуассона відповідають тонкій плиті.

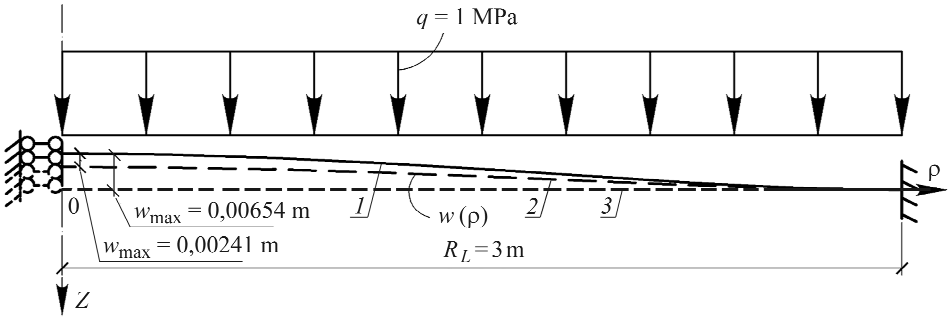

Рис. 3. Схема навантаження недеформованої (*1*), деформованих завтовшки 300 mm (*2*) та 170 mm (*3*) плит нульового прогину.

Fig. 3. Loading chart of nondeformed (*1*), deformed plates of thickness 300 mm (*2*) and 170 mm (*3*) of zero deflection.

Сформульована задача розв'язана за допомогою ПК "Інтеграл" з параметрами роботи такими ж, як і в попередній задачі.

Результати розрахунку плити нульового прогину подані у вигляді ізоліній на рис. 4. Напружено-деформований стан плити нульового прогину має просторовий характер і суттєво відрізняється від НДС тонкої плити. Найбільший прогин у центральній частині плити w_{max} = 0,00241 m (рис. 3) і він значно менший за прогин тонкої плити w_{max} = 0,00654 m. Нормальні напруження σ_ρ (рис. 4*a*), на відміну від попереднього розрахунку, значно змінились. Область додатних напружень σ_ρ суттєво зменшилась, найбільше напруження σ_ρ = 6,91 MPa. Від'ємні напруження σ_ρ займають майже увесь переріз плити нульового прогину і теж значно зменшилися. Найменше напруження на боковій поверхні σ_ρ = –25 MPa.

Порівняння прогинів та напружень показує, що плита нульового прогину, не досягаючи початкової геометрії тонкої плити, залишається суттєво недовантаженою. Це дає змогу зменшити її товщину, а для залізобетону – також кількість арматури.

Зменшимо товщину плити нульового прогину так, щоб її найбільший прогин дорівнював прогину тонкої плити. При цьому вважатимемо, що в навантаженому стані плита займе горизонтальне положення. Всі параметри плити залишимо попередніми, але товщину візьмемо h = 0,17 m.

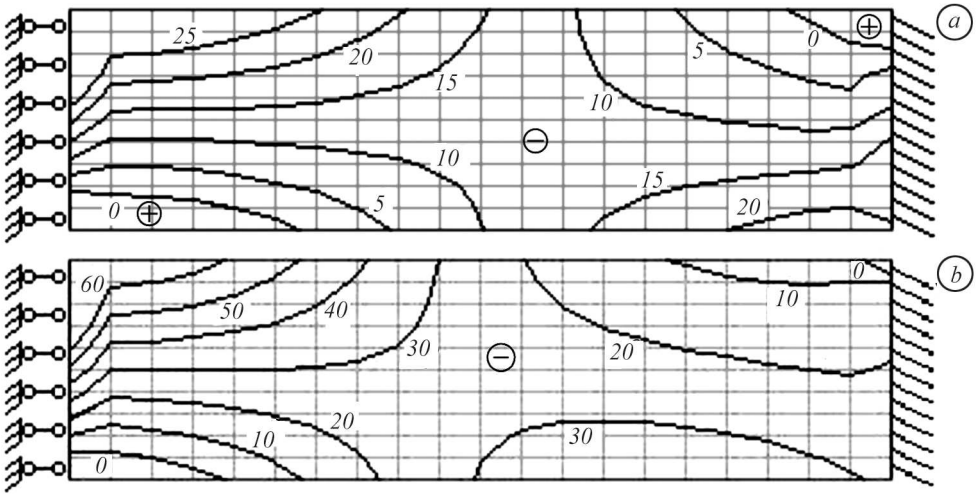

Рис. 4. Напружено-деформований стан плити нульового прогину (*a*) та зтоншеної до товщини 170 mm (*b*) (σ_ρ, MPa).

Fig. 4. Stress-strain state of the plate of zero deflection (*a*) and of thickness 170 mm (*b*) (σ_ρ, MPa).

Результати розрахунку такої плити за ПК “Інтеграл” показані у вигляді ізоліній на рис. 4*b*. Напружено-деформований стан плити має просторовий характер. Найбільший прогин w_{max} = 0,00654 m виникає в центрі плити (рис. 3). Цей прогин такий, як у тонкої плити. Область додатних напружень незначна, їхнє значення σ_ρ = 9,85 MPa (рис. 4*b*), від’ємні напруження збільшились до σ_ρ = –70,5 MPa.

Отримані числові результати дають можливість зробити висновок про те, що НДС плит нульового прогину (плит зі зворотним прогином) суттєво відрізняється від НДС тонких плит. Така відмінність полягає у значному зменшенні прогинів *w* та напружень σ_ρ, а також перерозподілі цих напружень у бік значного збільшення області від’ємних значень. Подібні зміни дають можливість зменшити товщину плит до 30%, а для залізобетонних плит – також площу армування. Так, наприклад, для тонкої плити площа армування дорівнюватиме 12,9 cm^2/rm, для плити нульового прогину – 10,47 cm^2/rm. Зменшення армування для плити нульового прогину порівняно зі звичайною становить 18,84%.

Розвитком виконаних досліджень є врахування роботи арматури та реальних умов контакту плит з іншими конструктивними елементами.

Числовий аналіз НДС плит нульового прогину дає можливість ефективно їх використовувати у практичному будівництві.

ВИСНОВКИ

За прогинами тонкої круглої плити побудована плита нульового прогину. Виконано числовий аналіз НДС круглої плити нульового прогину програмним комплексом “Інтеграл”, який показав, що прогини цієї плити порівняно зі звичайною зменшуються до 30%, нормальні напруження стиску збільшуються до 10%, додатні напруження розтягу зменшуються до 40%, область додатних напружень σ_ρ значно звужується. Це дає можливість стверджувати, що товщину плити нульового прогину можна зменшити до 30% порівняно з тонкою плитою, а армування – до 20%.

РЕЗЮМЕ. По прогибам тонкой круглой плиты построена плита нулевого прогиба. Выполнено численный анализ напряженно-деформированного состояния круглой плиты нулевого прогиба программным комплексом “Интеграл”. Показано, что прогибы такой плиты, по сравнению с обычной, уменьшаются до 30%, нормальные напряжения сжатия

увеличиваются до 10%, положительные напряжения растяжения уменьшаются до 40%, область положительных напряжений $\sigma_р$ значительно сужается. Установлено, что толщину плиты нулевого прогиба можно уменьшить до 30% по сравнению с тонкой плитой, а армирование – до 20%.

SUMMARY. Using deflections of a thin circular plate the plate of zero deflection was built. The numerical analysis of the stress-strain state of a circular plate of zero deflection was calculated by software package “Integral”.The analysis showed that the deflections of the plate of zero deflection, compared to a conventional one, decreased to 30%, the normal compression stress increased to 10%, the positive tensile stresses decreased to 40%, the area of positive stress $\sigma_р$ is significantly narrowed. It was established that the thickness of the plate of zero deflection could be reduced to 30% to compare to a thin plate, while reinforcement – up to 20%.

1. *Кихья Абдул Хамид*. Иследование возможности уменьшения толщины железобетонных плит конструктивным способом // Бетон и железобетон в Украине. – 2009. – Вып. 48. – С. 18–24.
2. *Анпилов С. М.* Здания с эффективным монолитным безбалочным каркасом. Экспериментальные и теоретические исследования, методы расчета и возведения: Дис. ... д-ра техн. наук. – Самара: РГБ, 2006. – (Из фондов Российской Государственной Библиотеки).
3. *Чибіряков В. К., Смоляр А. М.* Теорія товстих пластин та оболонок: Монографія. – Черкаси: ЧДТУ, 2002. – 160 с.
4. *Чибіряков В. К., Смоляр А. М., Мірошкіна І. В.* Узагальнення методу скінченних інтегральних перетворень на розв’язання задачі теорії пружності для дискретно-неоднорідних сферичних оболонок. – Черкаси: Черкаський інж.-технол. ін-т, 1996. – 12 с.
5. *Векуа И. Н.* Теория тонких пологих оболочек переменной толщины. – Тбилиси: Мецниереба, 1965. – 104 с.
6. *Годунов С. К.* О численном решении краевых задач для систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений // Успехи математических наук. – 1961. – **16**, Вып. 3. – С. 171–174.

Одержано 11.03.2014