

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЧЕРКАСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ ЕЛЕКТРОННИХ ТЕХНОЛОГІЙ ТА РОБОТОТЕХНІКИ

ОСНОВИ ТЕОРІЇ ПОХИБОК
ПРАКТИКУМ
для здобувачів освітнього ступеня «магістр»
спеціальності 152 «Метрологія та інформаційно-вимірвальна техніка»
усіх форм навчання

Черкаси 2018

УДК
ББК

*Затверджено вченою радою ФЕТР,
протокол №5 від 22.02.2018 р.,
згідно з рішенням кафедри
приладобудування, мехатроніки та
комп'ютеризованих технологій
протокол №4 від 30.11.2017 р.*

Упорядники: Трембовецька Р.В., *к.т.н., доцент*,
Тичков В.В., *ст.викл.*
Базіло К.В., *к.т.н., доцент*
Куницька Л.Г., *к.т.н., ст.викл.*
Рецензент Бондаренко М.О., *к.т.н., доцент*

Основи теорії похибок: Практикум здобувачів освітнього ступеня «магістр» спеціальності 152 «Метрологія та інформаційно-вимірювальна техніка» усіх форм навчання [Електронний ресурс] / [Упоряд. : Трембовецька Р.В., Тичков В.В., Базіло К.В., Куницька Л.Г.,] ; М-во освіти і науки України, Черкас. держ. технол. ун-т. – Черкаси : ЧДТУ, 2018. – 170 с.

Видання знайомить студентів галузі знань 15 «Автоматизація та приладобудування» спеціальності 152 «Метрологія та інформаційно-вимірювальна техніка» з алгоритмами оцінювання невизначеності результатів вимірювань. Стисло подані основні теоретичні відомості необхідні для виконання завдань. Запропоновано послідовність та приклади розв'язку завдань з використанням пакету прикладних програм MathCAD та Excel.

Навчальне електронне видання
мережного використання

**ОСНОВИ ТЕОРІЇ ПОХИБОК
ПРАКТИКУМ**
для здобувачів освітнього ступеня «магістр»
спеціальності 152 «Метрологія та інформаційно-вимірювальна техніка» усіх
форми навчання

**Упорядники Трембовецька Руслана Володимирівна
Тичков Володимир Володимирович
Базіло Костянтин Вікторович
Куницька Лариса Георгіївна**

В авторській редакції.

Зміст

СПИСОК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ.....	5
ВСТУП.....	7
Практичне завдання №1	
ОЦІНЮВАННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ РЕЗУЛЬТАТІВ ПРЯМИХ	
ОДНОРАЗОВИХ ВИМІРЮВАНЬ.....	8
Практичне заняття №2	
ОЦІНЮВАННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ РЕЗУЛЬТАТІВ ПРЯМИХ	
БАГАТОРАЗОВИХ ВИМІРЮВАНЬ.....	19
Практичне заняття №3	
ОЦІНЮВАННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ РЕЗУЛЬТАТІВ ДЕКІЛЬКОХ	
ГРУП ПРЯМИХ ВИМІРЮВАНЬ З БАГАТОРАЗОВИМИ	
СПОСТЕРЕЖЕННЯМИ.....	31
Практичне заняття №4	
ОЦІНЮВАННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ РЕЗУЛЬТАТІВ	
ОПОСЕРЕДКОВАНИХ ВИМІРЮВАНЬ.....	46
Практичне заняття №5	
ОЦІНЮВАННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ РЕЗУЛЬТАТІВ.....	74
Лабораторна робота №1	
ОЦІНЮВАННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ВИМІРЮВАННЯ РОЗМІРУ	
ДЕТАЛІ ЗА ДОПОМОГОЮ КОМПАРАТОРА.....	96
Лабораторна робота №2	
ОЦІНЮВАННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ПРИ КАЛІБРУВАННІ	
ШТАНГЕНЦИРКУЛЯ	107

Лабораторна робота №3

**КАЛІБРУВАННЯ ПОРТАТИВНОГО ЦИФРОВОГО
МУЛЬТИМЕТРА В ТОЧЦІ ДІАПАЗОНУ 100 В..... 122**

ТЕРМІНИ ТА ВИЗНАЧЕННЯ..... 146

**СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ, ПЕРІОДИЧНИХ
ВИДАНЬ, ОФІЦІЙНИХ ДЖЕРЕЛ ІНФОРМАЦІЇ В МЕРЕЖІ
INTERNET..... 149**

ДОДАТОК А - Зразок оформлення титульної сторінки 151

ДОДАТОК Б - Довідникові таблиці..... 152

Таблиця Б1 - Функція нормального розподілу

Таблиця Б2 - Розподіл Стьюдента $P\left\{|t| < t_p = 2 \int_0^{t_p} s(t; k) dt\right\}$ значення t_p

Таблиця Б3 - Інтегральна функція χ^2 – розподілу Пірсона. Значення $\chi_{k;P}^2$ для різних k та P

*Таблиця Б4 - Значення F- критерію Фішера при рівні значущості
($\alpha = 5\%$; $\alpha = 1\%$)*

Таблиця Б5 – Значення v_α при різних кількостях вимірювань n

ДОДАТОК В - Форми звітності згідно з ДСТУ 3989-2000..... 165

ДОДАТОК Г - Технічні характеристики застосовних приладів..... 169

СПИСОК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

b_i - нижня границя відхилення вимірюваної величини від результату вимірювання

b_{i+} - верхня границя відхилення вимірюваної величини від результату вимірювання

b_i - симетричні границі відхилення вимірюваної величини від результату вимірювання

c_i - коефіцієнт впливу

$F_{\alpha;k_A;k_2}$ - коефіцієнт Фішера для прийнятого рівня значущості α , % і чисел степенів свободи $k_A = a - 1$, $k_2 = N - a$

k - коефіцієнт охоплення

p - поправка

$r(x_i, x_j)$ - коефіцієнти кореляції оцінок i -ї і j -ї вхідних величин

S - СКВ випадкової похибки результату вимірювання

$S(x_i)$ - СКВ одиничного вимірювання при багаторазових вимірюваннях i -ї вхідної величини

$S(\bar{x}_i)$ - СКВ середнє арифметичного значення при багаторазових вимірюваннях i -ї вхідної величини

R_V - внутрішній опір вольтметру

S_Σ - СКВ суми випадкових і не виключених систематичних похибок

$t_p(v)$ - квантиль розподілу Стюдента для довірчої ймовірності (рівня довіри) p та числа степенів свободи v

u - стандартна невизначеність

u_A - стандартна невизначеність, оцінена за типом А

u_B - стандартна невизначеність, оцінена за типом В

$u(x_i)$ - стандартна невизначеність оцінки i -ї вхідної величини

u_i - стандартна невизначеність одиничного вимірювання i -ї вхідної величини

u_c - сумарна стандартна невизначеність

U - розширена невизначеність

U_p - розширена невизначеність для рівня довіри p

U_k - кінцеве значення діапазону вимірювання

x_i - оцінка i -ї вхідної величини

x_{il} - l -й результат вимірювання i -ї вхідної величини

\bar{x}_i - середнє арифметичне значення i -ї вхідної величини

y - оцінка вимірюваної величини

z_p - квантиль нормального розподілу для довірчої ймовірності p

α - прийнятий рівень значущості

γ - граничне значення основної відносної похибки приладу

Δ_p - довірчі границі сумарної похибки результату вимірювання для довірчої ймовірності p

θ_i - границі i -ї складової невиключеної систематичної похибки

$\theta(p)$ - довірчі границі систематичної похибки вимірювання для довірчої ймовірності p

ν_i - число степенів свободи при розрахунку невизначеності оцінки i -ї вхідної величини

ν_{eff} - ефективне число степенів свободи прийняте

$\hat{\nu}_{eff}, f_{\alpha\phi}$ - оцінка ефективного числа степенів свободи

ν_α - коефіцієнт для перевірки результату на наявність грубої помилки

Вступ

Теорія похибок, що сформована на основі теоретичних та експериментальних досліджень, широко використовується у вітчизняній метрологічній практиці. Однак, починаючи з 70-х років в міжнародній спільноті метрологів починається дискусія про доцільність переходу до нового показника оцінки точності вимірювань.

Після постановки експерименту та проведення будь-яких вимірювань виникає питання оцінювання результатів, встановлення достовірності отриманих даних із врахуванням зовнішніх факторів впливу. Сучасні вимоги щодо встановлення достовірності результатів вимірювання ґрунтуються на концепції «оцінювання невизначеності вимірювань», яка є більш точною та дозволяє врахувати майже всі впливи на результат вимірювання, порівняно з концепцією «оцінювання похибки», що застосовувалася до нині [1-3]. Між двома концепціями «невизначеності результату вимірювання» і «похибки результату вимірювання» є суттєві відмінності, які необхідно враховувати, складаючи методики обробки дослідних даних і подаючи кінцевий результат.

Перехід від оцінки похибок вимірювання до оцінки невизначеностей не впроваджується широко не тільки через відсутність чітких державних вимог, але і через необізнаність науковців з цим питанням. Тому, готуючи наукові кадри другого рівня вищої освіти зі спеціальності «Метрологія та інформаційно-вимірювальна техніка», проектна група та розробники освітньо-професійної програми, передбачили здобуття магістром поглиблених теоретичних та практичних знань, вмінь, навичок з оцінювання невизначеності результатів вимірювання в межах вивчення дисципліни «Основи теорії похибок».

В результаті виконання практичних робіт магістр набуває професійної компетентності «Вибрати оптимальні методи та розроблювати програми експериментальних досліджень та випробувань, проводити вимірювання з вибором сучасних технічних засобів та обробкою результатів вимірювання».

Практичне заняття №1

ОЦІНЮВАННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ РЕЗУЛЬТАТІВ ПРЯМИХ ОДНОРАЗОВИХ ВИМІРЮВАНЬ

Мета роботи: навчитися оцінювати невизначеність результатів прямих вимірювань з одноразовим спостереженням.

1. Підготовка до роботи

Вивчити за рекомендованою літературою наступні питання:

1. Поняття «невизначеність вимірювання».
2. В чому відмінність між невизначеністю типу А та невизначеністю типу В.
3. На основі яких даних можна визначити невизначеність типу В.
4. Визначення поняття «стандартна невизначеність».
5. Поняття комбінованої невизначеності.
6. Поняття розширена невизначеність.

2. Теоретичні відомості

Статичні вимірювання фізичних величин можна розділити на групи залежно від способу оцінювання результату вимірювання:

- Прямі вимірювання з одноразовим спостереженням;
- Прямі вимірювання з багаторазовими спостереженнями;
- Опосередковані вимірювання фізичної величини з перетворенням роду;
- Сукупні вимірювання однорідних фізичних величин;
- Сумісні вимірювання різнорідних фізичних величин.

2.1 Обробка результатів прямих вимірювань з одноразовими спостереженнями

Прямі одноразові вимірювання виконують один раз, і значення фізичної величини визначають за показами засобу вимірювальної техніки (ЗВТ), призначеного для вимірювання цієї величини. Однак в деяких випадках прямі одноразові вимірювання повторюють декілька разів. Надлишкові вимірювання виконують для захисту від збоїв апаратури, аномальних результатів тощо, а кінцевий результат визначають за одним вимірюванням, яке вибирають з ряду проведених вимірювань. Оцінкою значення вимірюваної величини Y є безпосередньо показ ЗВТ.

Алгоритм обробки результатів прямих вимірювань з одноразовим спостереженням

1. Аналіз складових невизначеностей

- 1.1 Скласти специфікацію вимірювання:
- Аналіз умов вимірювання
 - Аналіз схеми вимірювання
 - Аналіз технічних характеристик приладу

2. Вилучити відомі систематичні ефекти

3. Оцінка невилучених залишків систематичних ефектів вимірювання

$$u_i(U) = c_i \cdot u(x_i)$$

4. Підсумовування складових невизначеностей вимірювання

- $u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^m u(x_i)^2}$ - комбінована невизначеність
- $U = k \cdot u_c(y)$ - розширена невизначеність

5. Записати результат вимірювання

$$X = \bar{x} \pm U, P = \%$$

Таким чином, для оцінювання результату прямого вимірювання з одноразовим спостереженням використовують способи оцінювання невизначеностей типу В. Підсумовують усі складові невизначеності, що оцінені за типом В та визначають комбіновану невизначеність. У випадках, коли потрібно подати інтервальну оцінку невизначеності, додатково визначають розширену невизначеність.

3. Виконання роботи

Завдання 1.

Обробка результатів прямих вимірювань з одноразовим спостереженням

Проведено вимірювання за допомогою вольтметра В2-34, що має верхню межу вимірювання $U_k = 100 \text{ В}$ і клас точності 0,15/0,05. В результаті вимірювання отримано показ вольтметра $U_x = 14,75 \text{ В}$.

Вимірювання здійснено при температурі навколишнього середовища $t = 26 \text{ }^\circ\text{C}$ та дії магнітного поля напруженістю $H = 400 \text{ А/м}$. Активний вхідний опір приладу $R_{вх} = (10 \pm 1) \text{ МОм}$. Відомо, що температурна похибка не перевищує основну на кожні $10 \text{ }^\circ\text{C}$ відхилення температури від нормальних

умов, а магнітна похибка становить половину основної інструментальної похибки ЗВТ при напруженості зовнішнього магнітного поля до $H = 400 \frac{A}{м}$.

Оцінити невизначеність результату вимірювання. Записати результат вимірювання.

варіант	приклад	1	2	3	4	5
U_k, B	100	100	100	10	10	20
клас точності	0,15/0,05	0,2/0,1	0,15/0,1	0,2/0,15	0,1/0,05	0,5/0,1
U_x, B	14,75	25,34	74,13	1,14	3,25	15,58
$t, ^\circ C$	26	27	28	28	29	30
$H, \frac{A}{м}$	400	500	542	550	600	620
$R_{вн}, МОм$	(10 ± 1)					
q	0.01					
P, %	95	90	99	95	90	95

варіант	6	7	8	9	10
U_k, B	20	50	50	50	50
клас точності	0,5/0,2	0,2/0,1	0,5/0,2	1/0,2	1,5/0,5
U_x, B	19,29	35,47	40,01	48,95	18,6
$t, ^\circ C$	31	32	33	34	35
$H, \frac{A}{м}$	510	450	476	525	647
$R_{вн}, МОм$	(10 ± 1)				
q	0.01				
P, %	90	95	99	90	95

1. Складаємо специфікацію вимірювання:

❖ Аналіз умов вимірювання

• Вимірювання проводилися в лабораторних умовах при температурі навколишнього середовища $t = 26 ^\circ C$;

❖ Аналіз схеми вимірювання

• Границя вимірювання приладу $U_k = 100 B$;

• Напруга вимірюється на виході джерела з внутрішнім опором $R_{вн} = (100 \pm 10) кОм$;

❖ Аналіз технічних характеристик приладу

• Робочі умови застосування приладу: температура навколишнього середовища від 5 до 40° C ;

• Крок квантування приладу складає одиницю молодшого розряду $q = 0,01 B$;

- Граничне значення основної відносної похибки приладу при вимірюванні постійної напруги на піддіпазоні 10-100 В складає:

$$\delta = \pm \left[0,15 + 0,05 \cdot \left(\frac{U_k}{U} - 1 \right) \right] \%;$$

- Межа додаткової похибки приладу при відхиленні температури навколишнього середовища від нормальної $t = 20^\circ \text{C}$ не перевищує в робочих умовах граничного значення основної похибки на 10°C зміни температури;

- Додаткова магнітна похибка становить половину основної інструментальної похибки ЗВТ при напруженості зовнішнього магнітного поля до $H = 400 \frac{\text{А}}{\text{м}}$;

- Активний вхідний опір приладу $R_{\text{вх}} = (10 \pm 1) \text{МОм}$.

2. Визначаємо виправлений результат вимірювання з урахуванням поправки на систематичну похибку вимірювання зумовлену шунтуванням опору джерела опором вольтметра:

$$U_R = U_x \cdot \frac{R_{\text{вн}} + R_{\text{вх}}}{R_{\text{вх}}} = 14,75 \cdot \frac{100 \cdot 10^3 + 10 \cdot 10^6}{10 \cdot 10^6} = 14.76475 \text{ В}.$$

3. Визначаємо оцінки складових $u_i(U) = c_i \cdot u(x_i)$ сумарної невизначеності вимірювання напруги.

- Складова невизначеності результату, що зумовлена конструктивними особливостями вольтметра оцінюється через основну похибку при допущенні рівномірного закону розподілу можливих її значень в певних границях.

Оскільки $U_k = 100 \text{ В}$, а $U_x = 14,75 \text{ В}$, то відносна похибка отриманого результату буде:

$$\delta = \pm \left[0,15 + 0,05 \cdot \left(\frac{100}{14,75} - 1 \right) \right] = \pm 0.439 \%.$$

Тоді граничні значення, в яких знаходяться можливі абсолютні значення похибки, будуть:

$$\delta = \frac{\Delta}{X_n} \cdot 100\% \Rightarrow \Delta = \frac{\delta \cdot X_n}{100\%},$$

$$\Delta = \frac{\delta \cdot U_x}{100\%} = \frac{0.439\% \cdot 14.75}{100\%} = \pm 0.065 \text{ В}.$$

Таким чином невизначеність, яка обумовлена основною похибкою вимірювання, в загальному вигляді визначається:

$$u_B(x_i) = \frac{b_i}{\sqrt{3}},$$

тоді $u_B(\delta) = \frac{|\Delta|}{\sqrt{3}} = \frac{0.065}{\sqrt{3}} = 0.037 \text{ В}.$

- Невизначеність зумовлена відхиленням температури від нормальної. Оскільки вимірювання проводилися при температурі $t = 26^\circ\text{C}$, то додаткова невизначеність буде:

$$u_B(\Delta t) = \frac{t - t_0}{10} \cdot u_B(\delta),$$

$$u_B(\Delta t) = \frac{26 - 20}{10} \cdot u_B(\delta) = 0.022 \text{ В}.$$

- Додаткова невизначеність, що зумовлена впливом напруженості зовнішнього магнітного поля $H = 400 \frac{\text{А}}{\text{м}}$, буде

$$u_B(H) = \frac{1}{2} \cdot u_B(\delta),$$

$$u_B(H) = \frac{1}{2} \cdot u_B(\delta) = \frac{1}{2} \cdot 0.037 = 0.0019 \text{ В}.$$

- Невизначеність, обумовлена квантуванням, тобто подання неперервної шкали значень напруги за допомогою деякого дискретного ряду, різниця між сусідніми значеннями якого складає одиниці молодшого розряду пристрою.

Беремо рівномірний закон розподілу можливих значень напруги між сусідніми відліками вольтметра (які відрізняються на одиницю молодшого розряду) в загальному вигляді визначається:

$$u_B(x_i) = \frac{b_{i+} - b_{i-}}{2\sqrt{3}},$$

тоді $u_B(q) = \frac{q}{2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{0.01}{2 \cdot \sqrt{3}} = 0.00288 \text{ В}.$

- Невизначеність поправки $u_B(p)$, зумовлена невизначеністю вхідного опору вольтметра $u_B(R_{\text{вх}})$ та невизначеністю опору джерела $u_B(R_{\text{вн}})$, визначається з виразу для поправки:

$$p = -(U_x - U_R) = U_x \cdot \frac{R_{\text{вн}}}{R_{\text{вх}}}.$$

Розглядаючи цей вираз як рівняння непрямих вимірювань, з урахуванням відсутності кореляції між похибками визначення вхідного опору вольтметра та опору джерела, в загальному вигляді можна записати:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot u^2(x_i), \text{ де } c_i = \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right),$$

$$\text{тоді } u_c(p) = \sqrt{c_{R_{вн}}^2 \cdot u^2(R_{вн}) + c_{R_{вх}}^2 \cdot u^2(R_{вх})},$$

$$\text{де } c_{R_{вн}} = \left(\frac{\partial p}{\partial R_{вн}} \right) = \frac{U_x}{R_{вх}} = \frac{14,75}{10 \cdot 10^6} = 1,475 \text{ мкВ/Ом};$$

$$c_{R_{вх}} = \left(\frac{\partial p}{\partial R_{вх}} \right) = -U_x \cdot \frac{R_{вн}}{R_{вх}^2} = 1,475 \text{ нВ/Ом}.$$

Приймаємо всі значення опору всередині границь (min, max) рівномірно розподіленими, тоді можна оцінити за типом В невизначеності обох опорів в загальному вигляді:

$$u_B(x_i) = \frac{b_{i+} - b_{i-}}{2\sqrt{3}},$$

$$\text{тоді } u_B(R_{вн}) = \frac{R_{вн.\max} - R_{вн.\min}}{2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{110 \text{ кОм} - 90 \text{ кОм}}{2 \cdot \sqrt{3}} = 5,77 \text{ кОм},$$

$$u_B(R_{вх}) = \frac{R_{вх.\max} - R_{вх.\min}}{2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{11 \text{ МОм} - 9 \text{ МОм}}{2 \cdot \sqrt{3}} = 0,577 \text{ МОм}.$$

Тоді комбінована невизначеність поправки визначена за типом В із підставленням числових значень буде:

$$u_c(p) = \sqrt{c_{R_{вн}}^2 \cdot u^2(R_{вн}) + c_{R_{вх}}^2 \cdot u^2(R_{вх})} = 8,555 \cdot 10^{-3} \text{ В}.$$

4. Комбінована стандартна невизначеність вимірювання напруги в загальному вигляді буде:

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^m u(x_i)^2}.$$

Тоді із врахування всіх складових, що встановлені в п.3 маємо:

$$u_c(U) = \sqrt{u_B^2(\delta) + u_B^2(\Delta t) + u_B^2(H) + u_B^2(q) + u_B^2(p)} = 0,048 \text{ В}.$$

Аналізуємо складові невизначеності. Як видно, невизначеність квантування значно менша ніж всі інші, тому перевіримо чи можна нею знехтувати. За правилом знехтування необхідно перевірити умову:

$$u_B(q) \leq 0.3 \cdot u_c(p)$$

$$0.002887 \leq 0.3 \cdot 0.008553$$

$$0.002887 \geq 0.0025659$$

Як видно із розрахунку умова не виконується, тому похибкою квантування у порівнянні із похибкою поправки знехтувати неможна.

5. Визначаємо розширену невизначеність.

При рівні довіри $P = 0,95$, допускаючи, що можливі результати вимірювання розподілені за нормальним законом, визначаємо розширену невизначеність:

$$U = k \cdot u_c(y),$$

де $k = 1.96$ див. тема 1 п. «Розширена невизначеність».

Тоді

$$U = k \cdot u_c(y) = k \cdot u_c(U) = 2 \cdot 0.048 = 0.096 \text{ В.}$$

6. Записуємо результат вимірювання:

$$U = (14.764 \pm 0.095) \text{ В, } P = 95 \%$$

Приклад виконання завдання в MathCAD

Практичне заняття №1

Завдання 1

Обробка результатів прямих вимірювань з одноразовим спостереженням

Дано :

- вольтметр В2-34 із верхньою межею вимірювання 100 В

$$U_k := 100$$

- клас точності вольтметру 0,15/0,05

$$c := 0.15 \quad d := 0.05$$

- результат вимірювання

$$U_x := 14.75$$

Вимірювання здійснено при температурі навколишнього середовища $t = 26 \text{ }^\circ\text{C}$ та дії магнітного поля напруженістю $H = 400 \text{ A/м}$. Активний вхідний опір приладу $R_{вх} = (10 \pm 1) \text{ МОм}$. Відомо, що температурна похибка не перевищує основну на кожні 10°C відхилення температури від нормальних умов, а магнітна похибка становить половину основної інструментальної похибки ЗВТ при напруженості зовнішнього магнітного поля до $H = 400 \text{ A/м}$.

$$t := 26$$

$$H := 400$$

$$R_{вх} := 10 \cdot 10^6$$

Оцінити невизначеність результату вимірювання. Записати результат вимірювання.

- Складаємо специфікацію вимірювання:
 - ❖ Аналіз умов вимірювання
 - Вимірювання проводилися в лабораторних умовах при температурі навколишнього середовища $t = 26 \text{ }^\circ\text{C}$;
 - ❖ Аналіз схеми вимірювання
 - Границя вимірювання приладу $U_k = 100 \text{ В}$;
 - Напруга вимірюється на виході джерела з внутрішнім опором $R_{\text{вн}} = (100 \pm 10) \text{ кОм}$;
 - ❖ Аналіз технічних характеристик приладу
 - Робочі умови застосування приладу: температура навколишнього середовища від $5 \text{ до } 40 \text{ }^\circ\text{C}$;
 - Крок квантування приладу складає одиницю молодшого розряду $q = 0,01 \text{ В}$;
 - Граничне значення основної відносної похибки приладу при вимірюванні постійної напруги на піддіпазоні $10\text{-}100 \text{ В}$ складає:

$$q := 0.01$$

$$\delta = \pm \left[0,15 + 0,05 \cdot \left(\frac{U_k}{U} - 1 \right) \right] \%$$

- Межа додаткової похибки приладу при відхиленні температури навколишнього середовища від нормальної $t = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ не перевищує в робочих умовах граничного значення основної похибки на $10 \text{ }^\circ\text{C}$ зміни температури;
- Додаткова магнітна похибка становить половину основної інструментальної похибки ЗВТ при напруженості зовнішнього магнітного поля до $H = 400 \text{ А/м}$;
- Активний вхідний опір приладу $R_{\text{вх}} = (10 \pm 1) \text{ МОм}$.

$$R_{\text{вн}} := 10 \cdot 10^3$$

- Визначаємо виправлений результат вимірювання з урахуванням поправки на систематичну похибку вимірювання зумовлену шунтуванням опору джерела опором вольтметра:

$$U_R = U_x \cdot \frac{R_{\text{вн}} + R_{\text{вх}}}{R_{\text{вх}}}$$

$$U_R := U_x \cdot \frac{R_{\text{вн}} + R_{\text{вх}}}{R_{\text{вх}}} \quad U_R = 14.76475$$

- Визначаємо оцінки складових $u_i(U) = c_i \cdot u(x_i)$ сумарної невизначеності вимірювання напруги

- Складова невизначеності результату, що зумовлена конструктивними особливостями вольтметра оцінюється через основну похибку при допущенні рівномірного закону розподілу можливих її значень в певних границях.

Оскільки $U_k = 100 \text{ В}$, а $U_x = 14,75 \text{ В}$, то відносна похибка отриманого результату буде:

$$\delta = \pm \left[c + d \cdot \left(\frac{U_k}{U} - 1 \right) \right] \%$$

$$\delta := c + d \cdot \left[\left(\frac{U_k}{U_x} \right) - 1 \right] \quad \delta = 0.439$$

Тоді граничні значення, в яких знаходяться можливі абсолютні значення похибки, будуть:

$$\delta = \frac{\Delta}{X_n} \cdot 100\% \Rightarrow \Delta = \frac{\delta \cdot X_n}{100\%}$$

$$\Delta := \frac{\delta \cdot U_x}{100}$$

$$\Delta = 0.065$$

Таким чином невизначеність, яка обумовлена основною похибкою вимірювання, в загальному вигляді дорівнює:

$$u_B(x_i) = \frac{b_i}{\sqrt{3}}$$

$$u\delta := \frac{\Delta}{\sqrt{3}}$$

$$u\delta = 0.037$$

- Невизначеність зумовлена відхиленням температури від нормальної

Оскільки вимірювання проводилися при температурі $t = 26^\circ\text{C}$, то додаткова невизначеність буде:

$$u_B(\Delta t) = \frac{t - t_0}{10} \cdot u_B(\delta)$$

$$t_0 := 20$$

$$u_t := \left[\frac{(t - t_0)}{10} \right] \cdot u\delta$$

$$u_t = 0.022$$

- Додаткова невизначеність, що зумовлена впливом напруженості зовнішнього магнітного поля $H = 400 \text{ A/m}$, буде

$$u_B(H) = \frac{1}{2} \cdot u_B(\delta)$$

$$u_H := \left(\frac{1}{2} \right) \cdot u\delta$$

$$u_H = 0.019$$

- Невизначеність, обумовлена квантуванням, тобто подання неперервної шкали значень напруги за допомогою деякого дискретного ряду, різниця між сусідніми значеннями якого складає одиниці молодшого розряду пристрою.

Беремо рівномірний закон розподілу можливих значень напруги між сусідніми відліками вольтметра (які відрізняються на одиницю молодшого розряду), в загальному вигляді:

$$u_B(x_i) = \frac{b_{i+} - b_{i-}}{2\sqrt{3}}$$

$$u_q := \frac{q}{2\sqrt{3}}$$

$$u_q = 2.887 \times 10^{-3}$$

- Невизначеність поправки $u_B(p)$, зумовлена невизначеністю вхідного опору вольтметра $u_B(R_{ex})$ та невизначеністю опору джерела $u_B(R_{en})$, визначається з виразу для поправки:

$$p = -(U_x - U_R) = U_x \cdot \frac{R_{en}}{R_{ex}}$$

Розглядаючи цей вираз як рівняння непрямих вимірювань, з урахуванням відсутності кореляції між похибками визначення вхідного опору вольтметра та опору джерела, в загальному вигляді можна записати:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot u^2(x_i), \text{ де } c_i = \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)$$

Годі $u_c(p) = \sqrt{c_{R_{\text{сн}}}^2 \cdot u^2(R_{\text{сн}}) + c_{R_{\text{сх}}}^2 \cdot u^2(R_{\text{сх}})}$

$$c_{R_{\text{сн}}} = \left(\frac{\partial p}{\partial R_{\text{сн}}} \right) = \frac{U_x}{R_{\text{сх}}}$$

$$cR_{\text{vn}} := \frac{U_x}{R_{\text{vv}}} \quad cR_{\text{vn}} = 1.475 \times 10^{-6}$$

$$c_{R_{\text{сх}}} = \left(\frac{\partial p}{\partial R_{\text{сх}}} \right) = -U_x \cdot \frac{R_{\text{сн}}}{R_{\text{сх}}^2}$$

$$cR_{\text{vv}} := \frac{U_x \cdot R_{\text{vn}}}{R_{\text{vv}}^2} \quad cR_{\text{vv}} = 1.475 \times 10^{-9}$$

Приймаємо всі значення опору всередині границь (min, max) рівномірно розподіленими, тоді можна оцінити за типом В невизначеності обох опорів в загальному вигляді:

$$u_B(x_i) = \frac{b_{i+} - b_{i-}}{2\sqrt{3}}$$

$$R_{\text{vnmax}} := 110 \cdot 10^3 \quad R_{\text{vnmin}} := 90 \cdot 10^3$$

$$u_B(R_{\text{сн}}) = \frac{R_{\text{снmax}} - R_{\text{снmin}}}{2 \cdot \sqrt{3}}$$

$$uR_{\text{vn}} := \frac{R_{\text{vnmax}} - R_{\text{vnmin}}}{2 \cdot \sqrt{3}} \quad uR_{\text{vn}} = 5.774 \times 10^3$$

$$R_{\text{vvmax}} := 11 \cdot 10^6 \quad R_{\text{vvmin}} := 9 \cdot 10^6$$

$$u_B(R_{\text{сх}}) = \frac{R_{\text{схmax}} - R_{\text{схmin}}}{2 \cdot \sqrt{3}}$$

$$uR_{\text{vv}} := \frac{R_{\text{vvmax}} - R_{\text{vvmin}}}{2 \cdot \sqrt{3}} \quad uR_{\text{vv}} = 5.774 \times 10^5$$

Тоді комбінована невизначеність поправки визначена за типом В із підстановкою числових значень буде:

$$u_c(p) = \sqrt{c_{R_{\text{сн}}}^2 \cdot u^2(R_{\text{сн}}) + c_{R_{\text{сх}}}^2 \cdot u^2(R_{\text{сх}})} \quad u_{\text{ср}} := \sqrt{cR_{\text{vn}}^2 \cdot uR_{\text{vn}}^2 + cR_{\text{vv}}^2 \cdot uR_{\text{vv}}^2} \quad u_{\text{ср}} = 8.558 \times 10^{-3}$$

4. Комбінована стандартна невизначеність вимірювання напруги в загальному вигляді буде:

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^m u(x_i)^2}$$

Тоді із врахування всіх складових, що встановлені в п.3 маємо:

$$u_c(U) = \sqrt{u_B^2(\delta) + u_B^2(\Delta t) + u_B^2(H) + u_B^2(q) + u_B^2(p)}$$

$$u_{\text{ср}} := \sqrt{u\delta^2 + ut^2 + uq^2 + uH^2 + u_{\text{ср}}^2} \quad u_{\text{ср}} = 0.048$$

5. Визначаємо розширену невизначеність.

При рівні довіри $P = 0,95$, допускаючи, що можливі результати вимірювання розподілені за нормальним законом, визначаємо розширену невизначеність:

$$U = k \cdot u_c(y)$$

де $k = 1.96$ див. тема 1 п. «Розширена невизначеність».

$$\text{Тоді } k := 1.96 \quad U := k \cdot u_{\text{ср}} \quad U = 0.09464$$

6. Записуємо результат вимірювання:

$$U = (14.764 \pm 0.095) B, P = 95 \%$$

Контрольні питання

1. Дайте визначення поняття «невизначеність вимірювання».
2. На які дві категорії розділяють невизначеності за способами їх оцінювання.
3. За допомогою яких методів оцінюється невизначеність типу А.
4. В чому відмінність між невизначеністю типу А та невизначеністю типу В.
5. На основі яких даних можна визначити невизначеність типу В.
6. Яке значення є найкращою оцінкою вимірюваної величини.
7. Дайте визначення поняття «стандартна невизначеність».
8. Що називається комбінованою невизначеністю.
9. Дайте означення «розширена невизначеність».

Практичне заняття 2

ОЦІНЮВАННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ РЕЗУЛЬТАТІВ ПРЯМИХ БАГАТОРАЗОВИХ ВИМІРЮВАНЬ

Мета роботи: навчитися оцінювати невизначеність результатів прямих вимірювань з багаторазовим спостереженням.

1. Підготовка до роботи

Вивчити за рекомендованою літературою наступні питання:

1. Поняття «невизначеність» вимірювання.
2. В чому відмінність між невизначеністю типу А та невизначеністю типу В.
3. На основі яких даних можна визначити невизначеність типу В.
4. Визначення поняття «стандартна невизначеність».
5. Поняття комбінованої невизначеності.
6. Поняття розширена невизначеність.
7. Вирази для визначення стандартної невизначеності типу А при багаторазових спостереженнях.
8. Вираз для визначення стандартної невизначеності типу В для заданих границь рівномірного закону розподілу.

2. Теоретичні відомості

Статичні вимірювання фізичних величин можна розділити на групи залежно від способу оцінювання результату вимірювання:

- Прямі вимірювання з одноразовим спостереженням;
- Прямі вимірювання з багаторазовими спостереженнями;
- Опосередковані вимірювання фізичної величини з перетворенням роду;
- Сукупні вимірювання однорідних фізичних величин;
- Сумісні вимірювання різнорідних фізичних величин.

2.1 Обробка результатів прямих вимірювань з багаторазовими спостереженнями

Прямі багаторазові вимірювання – це вимірювання внаслідок яких оцінку значення вимірюваної величини отримують на основі ряду результатів прямих вимірювань. В загальному випадку, обробку результатів прямих вимірювань із багаторазовими спостереженнями виконують в наступному порядку:

Алгоритм обробки результатів прямих вимірювань з багаторазовими спостереженнями

1. Аналіз складових невизначеностей вимірювання

2. Обчислити оцінку значення вимірюваної величини:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n} \quad (2.1)$$

де x_i - результати окремих спостережень.

3. Оцінити стандартну невизначеність результату вимірювання:

$$u_A = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (2.2)$$

4. Вилучити систематичні ефекти, що призводять до появи стандартних невизначеностей

5. Вилучити промахи з результатів вимірювання

Для цього розраховують співвідношення:

$$v_1 = \frac{\bar{x} - x_{min}}{u_A}; v_2 = \frac{\bar{x} - x_{max}}{u_A} \quad (2.3)$$

Задаємо довірчий рівень α та розраховуємо надійність $q = 1 - \alpha$ і, залежно від кількості проведених вимірювань n вибирають допустиме значення v_α табл. додаток Б5.

Якщо розраховані значення v_1 та v_2 менші за допустиме значення v_α , то гіпотезу про наявність аномальних результатів в ряді спостережень відкидають. Якщо ж одне із значень v_1 та v_2 більше за v_α , то це означає, що в результатах вимірювань присутні промахи. Промахи вилучають із результатів вимірювань.

6. Оцінити стандартну невизначеність середнього арифметичного:

$$u_A(\bar{x}) = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (2.4)$$

7. Оцінити складові $u_i(y)$ комбінованої невизначеності середнього арифметичного. Розрахувати комбіновану невизначеність типу В:

$$u_{cB}(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot u^2(x_i)} \quad (2.5)$$

8. Оцінити комбіновану невизначеність результату вимірювання:

$$u_c(y) = \sqrt{u_A^2(y) + u_{cB}^2(y)} \quad (2.6)$$

9. Оцінити розширену невизначеність результату вимірювання:

$$U = k \cdot u_c(y) \quad (2.7)$$

10. Записати результат вимірювання із зазначенням розширеної невизначеності:

$$X = \bar{x} \pm U, P = \%$$

3. Виконання роботи

Завдання 1.

Обробка результатів прямих вимірювань з багаторазовими спостереженнями

Проводились вимірювання напруги вольтметром класу точності 0,2 з кінцевим значенням діапазону вимірювання $U_k = 30 \text{ В}$. Додаткова похибка вольтметра не перевищує його основну похибку.

Внутрішній опір вольтметра $R_V \geq 500 \text{ кОм}$. Опір навантаження $R_H \geq 1 \text{ кОм}$ опір кола $R_K \geq 100 \text{ кОм}$. Проведено $n = 15$ вимірювань напруги.

Оцінити невизначеність та записати результат вимірювання.

варіант	приклад	1	2	3	4
$U_k, \text{В}$	30	25	20	30	20
клас точності	0,2	0,25	0,4	0,5	0,1
P, %	95	90	95	99	90

U_x, B	$X_j :=$							
			0		0		0	
	15.806		0 19.776		0 18.502		0 23.875	
	15.732		1 19.654		1 18.44		1 24.046	
	15.863		2 19.759		2 18.467		2 24.644	
	15.784	$X1 =$	3 19.515		3 18.343		3 23.64	
	15.742		4 19.14	$X2 =$	4 17.467		4 24.001	
	15.735		5 20.022		5 18.035	$X3 =$	5 24.565	
	15.754		6 19.938		6 17.615		6 24.455	
	15.85		7 20.284		7 18.355		7 22.521	
	15.778		8 21.118		8 17.907		8 22.9	
	15.808		9 20.412		9 17.671		9 24.105	
	15.914				10 17.631		10 23.686	
	15.737				11 17.737		11 23.389	
	15.8				12 18.285		12 24.051	
	15.9							
	15.88							
								$X4 =$
								0 19.547
								1 19.217
							2 19.008	
							3 18.457	
							4 18.71	
							5 18.522	
							6 18.906	
							7 19.723	
							8 19.128	
							9 19.364	
							10 19.525	
							11 18.988	

<i>варіант</i>	5	6	7	8	
U_k, B	40	45	50	100	
клас точності	1,5	2	2,5	2.5	
P, %	95	99	90	95	
U_x, B					
		0	0	0	
		0 40.198	0 45.152	0 35.934	0 76.351
		1 40.115	1 45.074	1 35.964	1 76.385
		2 40.304	2 44.788	2 36.059	2 77.194
		3 39.663	3 44.499	3 36.024	3 76.718
		4 39.506	4 45.438	4 36.045	4 77.911
		5 42.164	5 45.301	5 35.873	5 76.035
		6 39.797	6 44.642	6 35.878	6 77.266
		7 39.091	7 45.045	7 35.879	7 77.306
		8 40.539	8 45.526	8 35.955	8 78.232
		9 39.721	9 44.901	9 35.856	9 76.547
		10 39.145	10 44.37	10 35.688	10 77.386
		11 39.264	11 44.563	11 36.14	11 78.083
		12 39.986	12 44.589	12 36.087	12 75.725
	13 40.023	13 44.84	13 36.016	13 77.916	
	14 40.188	14 45.019	14 35.889	14 76.266	

варіант	9	10																																																				
U_k, B	40	35																																																				
клас точності	1	2																																																				
P, %	99	90																																																				
U_x, B	<table border="1"> <tr><td></td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>35.321</td></tr> <tr><td>1</td><td>34.263</td></tr> <tr><td>2</td><td>34.13</td></tr> <tr><td>3</td><td>35.297</td></tr> <tr><td>4</td><td>33.658</td></tr> <tr><td>5</td><td>34.913</td></tr> <tr><td>6</td><td>35.289</td></tr> <tr><td>7</td><td>36.026</td></tr> <tr><td>8</td><td>34.14</td></tr> <tr><td>9</td><td>34.731</td></tr> <tr><td>10</td><td>35.333</td></tr> <tr><td>11</td><td>35.13</td></tr> </table>		0	0	35.321	1	34.263	2	34.13	3	35.297	4	33.658	5	34.913	6	35.289	7	36.026	8	34.14	9	34.731	10	35.333	11	35.13	<table border="1"> <tr><td></td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>13.137</td></tr> <tr><td>1</td><td>13.364</td></tr> <tr><td>2</td><td>13.576</td></tr> <tr><td>3</td><td>13.652</td></tr> <tr><td>4</td><td>13.628</td></tr> <tr><td>5</td><td>13.182</td></tr> <tr><td>6</td><td>12.515</td></tr> <tr><td>7</td><td>13.326</td></tr> <tr><td>8</td><td>12.894</td></tr> <tr><td>9</td><td>12.396</td></tr> <tr><td>10</td><td>14.48</td></tr> <tr><td>11</td><td>12.135</td></tr> </table>		0	0	13.137	1	13.364	2	13.576	3	13.652	4	13.628	5	13.182	6	12.515	7	13.326	8	12.894	9	12.396	10	14.48	11	12.135
		0																																																				
	0	35.321																																																				
	1	34.263																																																				
	2	34.13																																																				
	3	35.297																																																				
	4	33.658																																																				
	5	34.913																																																				
	6	35.289																																																				
	7	36.026																																																				
	8	34.14																																																				
	9	34.731																																																				
10	35.333																																																					
11	35.13																																																					
	0																																																					
0	13.137																																																					
1	13.364																																																					
2	13.576																																																					
3	13.652																																																					
4	13.628																																																					
5	13.182																																																					
6	12.515																																																					
7	13.326																																																					
8	12.894																																																					
9	12.396																																																					
10	14.48																																																					
11	12.135																																																					

- Складаємо специфікацію вимірювання:
 - ❖ Аналіз умов вимірювання
 - Вимірювання проводилися в лабораторних умовах при температурі навколишнього середовища, що не перевищує нормальних значень.
 - ❖ Аналіз схеми вимірювання
 - Границя вимірювання приладу $U_k = 30 B$;
 - Напруга вимірюється на навантаженні $R_n \geq 1 k\Omega$, дільником напруги із опором кола $R_k \geq 100 k\Omega$.
 - ❖ Аналіз технічних характеристик приладу
 - Робочі умови застосування приладу: температура навколишнього середовища від 5 до $40^\circ C$;
 - Граничне значення основної відносної похибки приладу при вимірюванні постійної напруги складає:

$$\gamma = \pm \frac{\Delta_0}{X_N} \cdot 100\%. \quad (2.8)$$

- Активний вхідний опір приладу $R_V \geq 500 k\Omega$.
- Обчислити оцінку значення вимірюваної величини за формулою (2.1):

$$\bar{U} = \frac{\sum_{i=1}^n U_i}{n} = 15.806 B.$$

3. Оцінити стандартну невизначеність результату вимірювання за формулою (2.2):

$$u_A = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (U_i - \bar{U})^2} = 0.06242 \text{ В}.$$

4. Визначити поправку яку необхідно врахувати в результат вимірювання, оскільки існує похибка взаємодії вольтметра з об'єктом.

Відносна похибка взаємодії вольтметра з об'єктом визначається за формулою:

$$\delta_V = \frac{U' - U}{U} \cdot 100\%, \quad (2.9)$$

де U' - падіння напруги на навантаженні після підключення вольтметра;
 U - падіння напруги на навантаженні без підключення вольтметра.

$$U' = E \cdot \frac{R_H \cdot R_V}{R_H \cdot R_K + R_K \cdot R_V + R_H \cdot R_V}; \quad U = E \cdot \frac{R_H}{R_H + R_K}.$$

З урахуванням даних виразів за формулою (2.9) отримаємо відносну похибку:

$$\delta_V = -\frac{R_H \cdot R_K}{R_H \cdot R_K + R_K \cdot R_V + R_H \cdot R_V} \cdot 100\% = -0.198\%.$$

Тоді абсолютна похибка від підключення вольтметра складає:

$$\Delta_V = \frac{\delta_V \cdot \bar{U}}{100\%} = \frac{-0.198\% \cdot 15.806 \text{ В}}{100\%} = -0.0312 \text{ В}.$$

Цю систематичну похибку можна вилучити за допомогою поправки:

$$p = -\Delta_V = 0.0312 \text{ В}.$$

Тоді виправлений результат буде:

$$\bar{U}_{\text{випр}} = \bar{U} + p = 15.806 + 0.0312 = 15.8372 \text{ В}.$$

5. Перевіряємо мінімальний та максимальний результат на наявність грубої похибки. Для цього розраховують співвідношення за формулою (2.3):

$$v_1 = \frac{\bar{x} - x_{\min}}{u_A}; \quad v_2 = \frac{\bar{x} - x_{\max}}{u_A}$$

$$v_1 = \frac{\bar{U} - U_{\min}}{u_A} = \frac{15.806 - 15.732}{0.06242} = 1.178$$

$$v_2 = \frac{\bar{U} - U_{\max}}{u_A} = \frac{15.806 - 15.914}{0.06242} = 1.738$$

Задаємо довірчий рівень $\alpha = 95\%$ та розраховуємо надійність $q = 1 - \alpha = 1 - 0,95 = 0,05$ і, залежно від кількості проведених вимірювань n вибираємо допустиме значення $\nu_{0,05;15} = 2,493$ табл.додаток Б5.

Оскільки розраховані значення ν_1 та ν_2 менші за допустиме значення $\nu_{0,05;15} = 2,493$, гіпотезу про наявність аномальних результатів в ряді спостережень відкидаємо, тобто результати не містять грубу похибку.

6. Оцінюємо стандартну невизначеність середнього арифметичного за формулою (2.4):

$$u_A(\bar{U}) = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n (U_i - \bar{U})^2} = 0.01612 \text{ В}.$$

7. Визначаємо оцінки складових $u_i(U) = c_i \cdot u(x_i)$ сумарної невизначеності вимірювання напруги.

- Складова невизначеності результату, що зумовлена конструктивними особливостями вольтметра оцінюється через основну похибку при допущенні рівномірного закону розподілу можливих її значень в певних границях.

Оскільки $U_k = 30 \text{ В}$, то приведена похибка отриманого результату буде:

$$\gamma = \pm \frac{\Delta_0}{X_N} \cdot 100\% \Rightarrow \Delta_0 = \frac{\gamma \cdot X_N}{100\%} = \pm 0.06 \text{ В}.$$

Таким чином невизначеність, яка обумовлена основною похибкою вимірювання, в загальному вигляді дорівнює:

$$u_B(x_i) = \frac{b_i}{\sqrt{3}}, \quad (2.10)$$

тоді $u_B(\gamma) = \frac{|\Delta_0|}{\sqrt{3}} = 0.035 \text{ В}.$

- Додаткова невизначеність за умовою не перевищує основну похибку вольтметра, тоді $u_B(\Delta_{\text{од}}) = u_B(\gamma) = \pm 0.035 \text{ В}.$

- Складова невизначеності результату, що зумовлена підключенням вольтметра визначена в п.4 визначається:

$$\Delta_V = \frac{\delta_V \cdot \bar{U}}{100\%} = \frac{-0,198\% \cdot 15,806 \text{ В}}{100\%} = -0.0312 \text{ В},$$

Тоді $u_B(\delta_V) = \frac{|\Delta_V|}{\sqrt{3}} = 0.018 B$.

Розраховуємо комбіновану невизначеність типу В за формулою (2.5):

$$u_{cB}(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot u^2(x_i)}.$$

Тоді із врахування всіх складових, що встановлені в п.7 маємо:

$$u_{cB}(\bar{U}) = \sqrt{u^2(\gamma) + u^2(\Delta_{\text{доо}}) + u^2(\delta_V)} = 0.052 B.$$

8. Оцінюємо комбіновану невизначеність результату вимірювання за формулою (2.6):

$$u_c(\bar{U}) = \sqrt{u_A^2(\bar{U}) + u_{cB}^2(\bar{U})} = \sqrt{0.01612^2 + 0.052^2} = 0.081 B.$$

Записуємо результат із стандартною невизначеністю:

$$X = 15,837 B; u_c(\bar{U}) = 0.081 B$$

9. Оцінюємо розширену невизначеність результату вимірювання за формулою (2.7):

$$U = k \cdot u_c(y),$$

де $k = 1.96$ див. тема 1 п. «Розширена невизначеність» при $P = 95\%$.
Тоді

$$U = k \cdot u_c(\bar{U}) = 1.96 \cdot 0.081 = 0.159 B.$$

Записуємо результат із розширеною невизначеністю:

$$U = 15,837 \pm 0,159 B, P = 95 \%$$

Приклад виконання завдання в MathCAD

Практична робота №2

Завдання 1

Обробка результатів прямих вимірювань з багаторазовими спостереженнями

Дано

- клас точності вольтметра 0,2

$$\gamma := 0.2$$

- кінцеве значення діапазону вимірювання

$$U_k := 30$$

- внутрішній опір вольтметра

$$R_V \geq 500 \text{ кОм}$$

$$R_V := 500 \cdot 10^3$$

- опір навантаження

$$R_N \geq 1 \text{ кОм}$$

$$R_N := 1 \cdot 10^3$$

- опір кола

$$R_X \geq 100 \text{ кОм}$$

$$R_X := 100 \cdot 10^3$$

Проведено $n=15$ вимірювань напруги.

$$n := 15$$

Оцінити невизначеність результату вимірювання. Записати результат вимірювання.

$$j := 1..n$$

$$U_j :=$$

1. Складаємо специфікацію вимірювання:

❖ Аналіз умов вимірювання

- Вимірювання проводилися в лабораторних умовах при температурі навколишнього середовища, що не перевищує нормальних значень.

❖ Аналіз схеми вимірювання

- Границя вимірювання приладу $U_k = 30 \text{ В}$;
- Напруга вимірюється на навантаженні $R_N \geq 1 \text{ кОм}$, дільником напруги із опором кола $R_X \geq 100 \text{ кОм}$.

❖ Аналіз технічних характеристик приладу

- Робочі умови застосування приладу: температура навколишнього середовища від 5 до 40°C ;
- Граничне значення основної відносної похибки приладу при вимірюванні постійної напруги складає:

$$\gamma = \pm \frac{\Delta_0}{X_N} \cdot 100\%$$

- Активний вхідний опір приладу $R_V \geq 500 \text{ кОм}$.

2. Розраховуємо оцінку значення вимірюваної величини:

15.806
15.732
15.863
15.784
15.742
15.735
15.754
15.85
15.778
15.808
15.914
15.737
15.8
15.9
15.88

$$\bar{U} = \frac{\sum_{i=1}^n U_i}{n}$$

$$U_{sr} := \frac{\sum_{j=1}^n U_j}{n} \quad U_{sr} = 15.806$$

3. Оцінюємо стандартну невизначеність результату вимірювання:

$$u_A = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (U_i - \bar{U})^2} \quad u_A := \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n [(U)_j - U_{sr}]^2}{(n-1)}} \quad u_A = 0.06242$$

4. Визначаємо поправку яку необхідно врахувати в результат вимірювання, оскільки існує похибка взаємодії вольтметра з об'єктом.

Відносна похибка взаємодії вольтметра з об'єктом визначається за формулою:

$$\delta_V = \frac{U' - U}{U} \cdot 100\%$$

де U' - падіння напруги на навантаженні після підключення вольтметра;

U - падіння напруги на навантаженні без підключення вольтметра.

$$U' = E \cdot \frac{R_n \cdot R_V}{R_n \cdot R_k + R_k \cdot R_V + R_n \cdot R_V}; \quad U = E \cdot \frac{R_n}{R_n + R_k}$$

З урахуванням даних виразів отримаємо відносну похибку:

$$\delta_V = -\frac{R_n \cdot R_k}{R_n \cdot R_k + R_k \cdot R_V + R_n \cdot R_V} \cdot 100\% \quad \delta V := \left(\frac{R_n \cdot R_k}{R_n \cdot R_k + R_k \cdot R_V + R_n \cdot R_V} \right) \cdot 100 \quad \delta V = 0.198$$

Тоді абсолютна похибка від підключення вольтметра визначається:

$$\Delta_V = \frac{\delta_V \cdot \bar{U}}{100\%} \quad \Delta V := \frac{\delta V \cdot U_{sr}}{100} \quad \Delta V = 0.031236$$

Цю систематичну похибку можна вилучити за допомогою поправки:

$$p = -\Delta_V = 0.0312 \text{ В.}$$

Тоді виправлений результат буде:

$$\bar{U}_{\text{випр}} = \bar{U} + p = 15.806 + 0.0312 = 15.8372 \text{ В.}$$

5. Перевіряємо мінімальний та максимальний результат на наявність грубої похибки. Для цього розраховують співвідношення:

$$v_1 = \frac{\bar{x} - x_{\min}}{u_A}; \quad v_2 = \frac{\bar{x} - x_{\max}}{u_A}$$

$$v_1 := \frac{(U_{sr} - 15.732)}{u_A} \quad v_1 = 1.178 \quad v_2 := \frac{(U_{sr} - 15.914)}{u_A} \quad v_2 = -1.738$$

Задаємо довірчий рівень $\alpha = 95\%$ та розраховуємо надійність $q = 1 - \alpha = 1 - 0,95 = 0,05$ і, залежно від кількості проведених вимірювань n вибирають допустиме значення $v_{0,05;15} = 2,493$ табл. додаток Б5.

Оскільки розраховані значення v_1 та v_2 менші за допустиме значення $v_{0,05;15} = 2,493$, гіпотезу про наявність аномальних результатів в ряді спостережень відкидаємо, тобто результати не містять грубу похибку.

6. Оцінюємо стандартну невизначеність середнього арифметичного:

$$u_A(\bar{U}) = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n (U_i - \bar{U})^2} \quad u_{AA} := \frac{u_A}{\sqrt{15}} \quad u_{AA} = 0.01612$$

7. Визначаємо оцінки складових $u_i(U) = c_i \cdot u(x_i)$ сумарної невизначеності вимірювання напруги.

- Складова невизначеності результату, що зумовлена конструктивними особливостями вольтметра оцінюється через основну похибку при допущенні рівномірного закону розподілу можливих її значень в певних границях.

Оскільки $U_k = 30 \text{ В}$, то приведена похибка отриманого результату буде:

$$\gamma = \pm \frac{\Delta_0}{X_N} \cdot 100\% \Rightarrow \Delta_0 = \frac{\gamma \cdot X_N}{100\%} \quad U_N := U_k \quad \Delta_0 := \frac{\gamma \cdot U_N}{100} \quad \Delta_0 = 0.06$$

Таким чином невизначеність, яка обумовлена основною похибкою вимірювання, в загальному вигляді дорівнює:

$$u_B(\gamma) = \frac{|\Delta_0|}{\sqrt{3}} \quad u_{B\gamma} := \frac{\Delta_0}{\sqrt{3}} \quad u_{B\gamma} = 0.035$$

- Додаткова невизначеність за умовою не перевищує основну похибку вольтметра, тоді $u_B(\Delta_{\partial\partial\partial}) = u_B(\gamma) = \pm 0.035 \text{ В}$.

- Складова невизначеності результату, що зумовлена підключенням вольтметра визначена в п.4 визначається:

$$u_B(\delta_V) = \frac{|\Delta_V|}{\sqrt{3}} = 0.018 \text{ В} \quad u_{B\Delta V} := \frac{\Delta_V}{\sqrt{3}} \quad u_{B\Delta V} = 0.018$$

Розраховуємо комбіновану невизначеність типу В:

$$u_{cB}(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot u^2(x_i)}$$

Тоді із врахування всіх складових, що встановлені в п.7 маємо:

$$u_{cB}(\bar{U}) = \sqrt{u^2(\gamma) + u^2(\Delta_{\partial\partial\partial}) + u^2(\delta_V)} \quad u_{cB} := \sqrt{u_{B\gamma}^2 + u_{B\gamma}^2 + u_{B\Delta V}^2} \quad u_{cB} = 0.052$$

8. Оцінюємо комбіновану невизначеність результату вимірювання:

$$u_c(y) = \sqrt{u_A^2(y) + u_{cB}^2(y)}$$

$$u_c(\bar{U}) = \sqrt{u_A^2(\bar{U}) + u_B^2(\bar{U})}$$

$$u_c := \sqrt{u_A^2 + u_B^2}$$

$$u_c = 0.081$$

Записуємо результат із стандартною невизначеністю:

$$X = 15,837 \text{ В}; u_c(\bar{U}) = 0.081 \text{ В}$$

9. Оцінити розширену невизначеність результату вимірювання:

$$U = k \cdot u_c(y)$$

де $k = 1.96$ див. тема 1 п. «Розширена невизначеність» при $P=95\%$.

$$\text{Тоді } k := 1.96 \quad U := k \cdot u_c \quad U = 0.159$$

Записуємо результат із розширеною невизначеністю:

$$U = 15,837 \pm 0,159 \text{ В}, P = 95\%$$

Контрольні питання

1. Дайте визначення поняття «невизначеність вимірювання».
2. На які дві категорії розділяють невизначеності за способами їх оцінювання.
3. За допомогою яких методів оцінюється невизначеність типу А.
4. В чому відмінність між невизначеністю типу А та невизначеністю типу В.
5. На основі яких даних можна визначити невизначеність типу В.
6. Яке значення є найкращою оцінкою вимірюваної величини.
7. Дайте визначення поняття «стандартна невизначеність».
8. Що називається комбінованою невизначеністю.
9. Дайте означення «розширена невизначеність».
10. Запишіть вираз для визначення стандартної невизначеності типу А при багаторазових спостереженнях.
11. Запишіть вираз для визначення стандартної невизначеності типу В для заданих границь трикутного закону розподілу.
12. Запишіть вираз для визначення стандартної невизначеності типу В для заданих границь трапецеїдального закону розподілу.
13. Запишіть вираз для визначення стандартної невизначеності типу В для заданих границь експоненціального закону розподілу.
14. Запишіть вираз для визначення стандартної невизначеності типу В для заданих границь арксинусного закону розподілу.
15. Запишіть вираз для визначення стандартної невизначеності типу В для заданих границь рівномірного закону розподілу.
16. Запишіть вираз для визначення стандартної невизначеності типу В при заданому інтервалі нормального закону розподілу.

Практичне заняття 3

ОЦІНЮВАННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ РЕЗУЛЬТАТІВ ДЕКІЛЬКОХ ГРУП ПРЯМИХ ВИМІРЮВАНЬ З БАГАТОРАЗОВИМИ СПОСТЕРЕЖЕННЯМИ

Мета роботи: перевірити нульову гіпотезу за допомогою дисперсійного аналізу однофакторної задачі з нерівномірним числом вимірювань.

1. Підготовка до роботи

Вивчити за рекомендованою літературою наступні питання:

1. Які види невизначеностей існують.
2. Дайте визначення інструментальної невизначеності.
3. Які складові інструментальної невизначеності Ви знаєте.
4. Наведіть приклад визначення інструментальної невизначеності.

2. Теоретичні відомості

Обробка групи прямих вимірювань з багаторазовими спостереженнями

Якщо багаторазові вимірювання тривають довго, то необхідно врахувати той факт, що зміни параметрів ЗВТ і навколишнього середовища можуть викликати систематичні або випадкові зміни оцінки результату вимірювання та його середньо квадратичних відхилень СКВ. Для того, щоб зменшити ці зміни, вимірювання проводять у декілька серій, причому в кожній серії знову настроюють вимірювальне обладнання та вживають заходів для стабілізації параметрів навколишнього середовища.

За наявності декількох груп багаторазових вимірювань однієї фізичної величини слід упевнитися, що додаткові невизначеності, які викликані наявністю невилучених систематичних ефектів відсутні і оцінки СКВ є близькими.

Якщо в декількох групах вимірювань немає складових невизначеності, що вносяться невилученими залишками систематичних ефектів та відмінність оцінок СКВ допустима, то такі групи називають групами з однаковим розсіюванням. Це означає, що середні арифметичні значення та оцінки дисперсій у всіх групах є оцінками дійсного значення та однієї дисперсії.

Алгоритм розрахунку однофакторної задачі з нерівномірним числом вимірювань

Нульова гіпотеза (в загальному) зводиться до передбачення, що генеральні між групові середні і дисперсії рівні між собою і відмінності, що спостерігаються між вибіркоvim показниками викликані випадковими причинами, а не впливом на ознаку регульованих факторів.

Нульова гіпотеза – відмінність оцінок СКВ допустима тобто середні арифметичні значення та оцінки дисперсій у всіх групах є оцінками дійсного значення та однієї дисперсії. В декількох групах вимірювань немає складових невизначеності, що вносяться невилученим залишками систематичних ефектів.

1. Сформувані дані у вигляді таблиці

Первинні дані, що підлягають дисперсійному аналізу, групують у вигляді комбінаційної таблиці, у якій градації організованого (регульованого) фактора А розташовують по горизонталі, а числові значення ознаки X, розміщують відповідно за градаціями фактора А.

Значення ознаки	Регульований фактор				
	Градації фактора А				
	A ₁	A ₂	...	A _j	...
X ₁	X ₁₁	X ₁₂		X _{1j}	
X ₂	X ₂₁	X ₂₂		X _{2j}	
....					
X _i	X _{i1}	X _{i2}		X _{ij}	
....					

2. Розрахунок допоміжних величин

- Середнє арифметичне кожного стовпчика \bar{X}_i ;
- Середнє арифметичне загальне \bar{X} .

3. Розрахунок числа степенів свободи

- $k = N - 1$ - для загального числа варіювання;
- $k_A = a - 1$ - для факторіального варіювання;
- $k_2 = N - a$ - для випадкового варіювання.

4. Розрахунок факторіального розсіювання та оцінки міжгрупової дисперсії

- Розрахувати факторіальне розсіювання за формулою $D_A = \sum_{j=1}^a n_j \cdot (\bar{X}_i - \bar{X})^2$;
- Попередньо розрахувати $(\bar{X}_i - \bar{X})^2$, $n_j \cdot (\bar{X}_i - \bar{X})^2$ для кожного стовпчика;
- Розрахувати оцінку між групової дисперсії за формулою $S_A^2 = \frac{D_A}{a-1}$.

5. Розрахунок випадкового розсіювання та оцінки внутрішньо групової дисперсії

- Розрахувати випадкове розсіювання за формулою $D_2 = \sum_{j=1}^a \sum_{i=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_i)^2$;
- Попередньо розрахувати $(X_{ij} - \bar{X}_i)^2$ для кожного значення;
- Розрахувати оцінку внутрішньо групової дисперсії за формулою $S_2^2 = \frac{D_2}{N-a}$

6. Розрахунок загального розсіювання та оцінки загальної дисперсії

- Розрахувати загальне розсіювання за формулою $D = \sum_{i=1}^N (X_{ij} - \bar{X})^2$;
- Попередньо розрахувати $(X_{ij} - \bar{X})^2$ для кожного значення;
- Розрахувати оцінку загальної дисперсії за формулою $S^2 = \frac{D}{N-1}$.

7. Розрахунок дисперсійного відношення

- Розрахувати дисперсійне відношення $F = \frac{S_A^2}{S_2^2}$ при $S_A^2 \geq S_2^2$. Якщо $S_A^2 < S_2^2$ це може свідчити про порушення вимог коректності методики отримання експериментальних даних. Тоді розраховують $F = \frac{S_2^2}{S_A^2}$,

8. Визначення критичного значення критерію Фішера

- За табл.Б4 визначаємо $F_{\alpha;k_A;k_2}$ для прийнятого рівня значущості $\alpha = 5\%$ і числа степенів свободи k_A, k_2 .
*Примітка. Число степенів свободи для більшої дисперсії знаходять в верхньому рядочку, а для меншої – в першому стовпчику таблиці Б4. Або можна використати функцію =ФРАСПОБР()

Якщо $F_{\phi} \geq F_{\alpha;k_A;k_2}$ *нульову гіпотезу відкидають* - існування міжгрупової невизначеності приймається і передбачається, що вона випадкова.

Якщо $F_{\phi} \leq F_{\alpha;k_A;k_2}$ приймають нульову гіпотезу - міжгрупової дисперсії не існує (в декількох групах вимірювань немає складових невизначеності, що вносяться невилученим залишками систематичних ефектів)

Для прийнятого рівня значущості $\alpha, \%$ і чисел степенів свободи $k_A = a - 1, k_2 = N - a$ таблиця Б4.

9. Записати результат вимірювання з розширеною невизначеністю

$$U = t_p(v) \cdot s(\bar{y})$$

де $s(\bar{y})$ - загальна дисперсія що відображає як внутрішню групову так міжгрупову складові дисперсії (в даному випадку це S^2);

$t_p(v)$ - коефіцієнт Стюдента для числа степенів свободи $a \cdot n - 1$ і довірчого рівня P .

Таблиця 3.1 – Основні розрахункові співвідношення для аналізу однофакторних комплексів

Оцінки дисперсій	Формула	Параметр розсіювання	Ортогональний комплекс	Не ортогональний комплекс
			Формула	Формула
оцінка загальної дисперсії всього комплексу	$S^2 = \frac{D}{N-1} \quad (3.1)$	загальне розсіювання	$D = \sum_{i=1}^N (X_{ij} - \bar{X})^2 \quad \text{або} \quad D = \sum_{i=1}^N X_i^2 - H \quad H = \frac{\sum_{j=1}^a (\sum_{i=1}^n X_i)^2}{N} \quad (3.2)$ <p>$N = \sum n$ - загальна кількість спостережень, або об'єм вибірки; n - кількість варіант, в кожній градації дисперсійного комплексу; a - кількість градацій впливового фактору</p>	
оцінка між групової дисперсії (впливовий фактор)	$S_1^2 = \frac{D_1}{a-1} \quad (3.3)$	факторіальне (між групове) розсіювання.	$D_A = \sum_{j=1}^a n \cdot (\bar{X}_i - \bar{X})^2 \quad (3.4)$ <p>або $D_A = \sum_{j=1}^a \frac{(\sum X_i)^2}{n} - H$</p>	$D_A = \sum_{j=1}^a n_j \cdot (\bar{X}_i - \bar{X})^2 \quad (3.5)$ <p>або $D_A = \sum_{j=1}^a \frac{(\sum_{i=1}^n X_{ij})^2}{n_j} - H$</p>
оцінка внутрішньогрупової дисперсії (випадковий вплив)	$S_2^2 = \frac{D_2}{N-a} \quad (3.6)$	випадкове (внутрішньогрупове) розсіювання.	$D_2 = \sum_{i=1}^N (X_{ij} - \bar{X}_i)^2$ <p>або $D_2 = \sum_{j=1}^a \sum_{i=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_i)^2 \quad (3.7)$ <p>$D_2 = D - D_A$</p> </p>	$D_2 = \sum_{j=1}^a \sum_{i=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_i)^2 \quad (3.8)$

3. Виконання роботи

Завдання 1

Обробка результатів групи прямих вимірювань з багаторазовими спостереженнями

Проводиться калібрування еталону вольт за допомогою стабілізованого джерела опорної напруги протягом декількох тижнів. У кожний з $a=10$ днів проводиться n незалежних повторних спостережень різниці потенціалів U_s . Необхідно одержати найкращу оцінку результату вимірювань та оцінити її невизначеність.

Варіанти вихідних даних

результати	варіант 1									
	день									
	1-й	2-й	3-й	4-й	5-й	6-й	7-й	8-й	9-й	10-й
	10,0002511	10,0000506	10,0000097	10,0001611	10,000197	10,0001297	10,000072	10,0000706	10,0001811	10,000172
	10,0002046	10,0001048	10,0000114	10,0001906	10,000114	10,0001354	10,0000394	10,0001248	10,0002046	10,000254
	10,0001751	10,0001598	10,0000109	10,0001541	10,000219	10,0001209	10,0000692	10,0001598	10,0001751	10,0001
	10,0000976	10,0001361	10,0000194	10,000094	10,000254	10,0001255	10,000109	10,0001389	10,0001176	10,0001155
	10,0001881	10,0001136	10,0000181	10,0001451	10,0002168	10,000118	10,000118	10,0005354	10,000244	10,000288

результати	варіант 2									
	день									
	1-й	2-й	3-й	4-й	5-й	6-й	7-й	8-й	9-й	10-й
	10,0001511	10,0000506	10,0000097	10,0001611	10,000297	10,0001297	10,000072	10,0000706	10,0001811	10,000172
	10,0002016	10,0001048	10,0000114	10,0001906	10,000114	10,0001354	10,0000394	10,0001248	10,0002046	10,000254
	10,0001751	10,0001558	10,0000109	10,0001551	10,000229	10,0001209	10,0000692	10,0001598	10,0001751	10,0001
	10,0000976	10,0001361	10,0000194	10,000094	10,000254	10,0001255	10,000109	10,0001389	10,0001176	10,0001155
	10,0001781	10,0001556	10,0000351	10,0001551	10,0002605	10,000108	10,000278	10,0001354	10,000144	10,000188
	10,0001781	10,0001556	10,0000351	10,0001551	10,0002605	10,000108	10,000278	10,0001354	10,000144	10,000188

результати	варіант 3									
	день									
	1-й	2-й	3-й	4-й	5-й	6-й	7-й	8-й	9-й	10-й
	10,0001511	10,0000506	10,0000097	10,0001611	10,000297	10,0001297	10,000072	10,0000706	10,0001811	10,000172
	10,0002016	10,0001048	10,0000114	10,0001906	10,000114	10,0001354	10,0000394	10,0001248	10,0002046	10,000254
	10,0001751	10,0001558	10,0000109	10,0001551	10,000229	10,0001209	10,0000692	10,0001598	10,0001751	10,0001

	10,0000976	10,0001361	10,0000194	10,000094	10,000254	10,0001255	10,000109	10,0001389	10,0001176	10,0001155
	10,0001781	10,0001556	10,0000351	10,0001551	10,0002605	10,000108	10,000278	10,0001354	10,000144	10,000188
	10,0001781	10,0001556	10,0000351	10,0001551	10,0002605	10,000108	10,000278	10,0001354	10,000144	10,000188
	10,0001781	10,0001556	10,0000351	10,0001551	10,0002605	10,000108	10,000278	10,0001354	10,000144	10,000188

результати	варіант 4									
	день									
	1-й	2-й	3-й	4-й	5-й	6-й	7-й	8-й	9-й	10-й
	10,0001511	10,0000506	10,0000097	10,0001611	10,000297	10,0001297	10,000072	10,0000706	10,0001811	10,000172
	10,0002016	10,0001048	10,0000114	10,0001906	10,000114	10,0001354	10,0000394	10,0001248	10,0002046	10,000254
	10,0001751	10,0001558	10,0000109	10,0001551	10,000229	10,0001209	10,0000692	10,0001598	10,0001751	10,0001
	10,0000976	10,0001361	10,0000194	10,000094	10,000254	10,0001255	10,000109	10,0001389	10,0001176	10,0001155
	10,0001781	10,0001556	10,0000351	10,0001551	10,0002605	10,000108	10,000278	10,0001354	10,000144	10,000188
	10,0002781	10,0002556	10,0000451	10,0002151	10,0002605	10,000108	10,000278	10,0001354	10,000144	10,000188

результати	варіант 5									
	день									
	1-й	2-й	3-й	4-й	5-й	6-й	7-й	8-й	9-й	10-й
	10,0001511	10,0000506	10,0000097	10,0001611	10,000297	10,0001297	10,000072	10,0000706	10,0001011	10,000172
	10,0002016	10,0001048	10,0000114	10,0001906	10,000114	10,0001354	10,0000394	10,0001248	10,0002046	10,000254
	10,0001751	10,0001558	10,0000109	10,0001551	10,000229	10,0001209	10,0000692	10,0001598	10,0001751	10,0001
	10,0000976	10,0001361	10,0000194	10,000094	10,000254	10,0001255	10,000109	10,0001389	10,0001176	10,0001155
	10,0001781	10,0001556	10,0000351	10,0001551	10,0002605	10,000108	10,000278	10,0001354	10,000144	10,000188
	10,0001781	10,0001556	10,0000351	10,0001551	10,0002605	10,000108	10,000278	10,0001354	10,000144	10,000188

результати	варіант 6									
	день									
	1-й	2-й	3-й	4-й	5-й	6-й	7-й	8-й	9-й	10-й
	10,0001221	10,0000506	10,0000097	10,0001611	10,000297	10,0001297	10,000072	10,0000702	10,0001011	10,000172

	10,0002016	10,0001048	10,0000114	10,0001906	10,000147	10,0001354	10,0000394	10,0001248	10,0002046	10,000254
	10,0001751	10,0001558	10,0000109	10,0001551	10,000229	10,0001209	10,0000692	10,0001598	10,0001651	10,0001
	10,0000976	10,0001361	10,0000194	10,000094	10,000254	10,0001255	10,000109	10,0001389	10,0001176	10,0001155
	10,0001741	10,0001156	10,0000341	10,0001581	10,0002605	10,000107	10,000248	10,0001324	10,000144	10,000184
	10,0001781	10,0001576	10,0000357	10,0001557	10,0002905	10,000108	10,000258	10,0001154	10,000147	10,00018
	10,0001041	10,0001256	10,0000251	10,0000251	10,0002015	10,000218	10,000198	10,0001054	10,000544	10,000148
	10,0001081	10,0001216	10,0000171	10,0000151	10,0001005	10,000204	10,000174	10,0001314	10,000084	10,000123

результати	варіант 7									
	день									
	1-й	2-й	3-й	4-й	5-й	6-й	7-й	8-й	9-й	10-й
	10,0002111	10,0000506	10,0000097	10,0001611	10,000197	10,0001277	10,000072	10,0000706	10,0001051	10,000172
	10,0001046	10,0001048	10,0000114	10,0001706	10,000114	10,0001254	10,0000314	10,0001248	10,0001046	10,000254
	10,0001051	10,0001498	10,0000109	10,0000541	10,000219	10,0001209	10,0000612	10,0001598	10,0001751	10,0001
	10,0000476	10,0001261	10,0000094	10,000094	10,000254	10,0001155	10,000109	10,0001389	10,0001176	10,0001155
	10,0001871	10,0001136	10,0000111	10,0001451	10,0001168	10,000118	10,000108	10,0005354	10,000244	10,000288

результати	варіант 8									
	день									
	1-й	2-й	3-й	4-й	5-й	6-й	7-й	8-й	9-й	10-й
	10,0001511	10,0000506	10,0000097	10,0001611	10,000297	10,0001297	10,000072	10,0000706	10,0001811	10,000172
	10,0002116	10,0001048	10,0000114	10,0001906	10,000114	10,0001354	10,0000394	10,0001248	10,0002046	10,000254
	10,0001751	10,0001558	10,0000109	10,0001551	10,000229	10,0001209	10,0000692	10,0001598	10,0001751	10,0001
	10,0000976	10,0001361	10,0000194	10,000094	10,000254	10,0001255	10,000109	10,0001389	10,0001176	10,0001155
	10,0001481	10,0001596	10,0000701	10,0001281	10,0002705	10,000108	10,000418	10,0001412	10,000174	10,000157
	10,0001181	10,0001456	10,0000151	10,0001191	10,0002145	10,000108	10,000178	10,0001354	10,000147	10,000165
	10,0001751	10,0001756	10,0000251	10,0001131	10,0002475	10,000108	10,000328	10,0001148	10,000141	10,000148

результати	варіант 9									
	день									
	1-й	2-й	3-й	4-й	5-й	6-й	7-й	8-й	9-й	10-й
	10,0001511	10,0000506	10,0000097	10,0001611	10,000297	10,0001297	10,000072	10,0000706	10,0001811	10,000172
	10,0002016	10,0001048	10,0000114	10,0001706	10,000114	10,0001354	10,0000394	10,0001248	10,0001046	10,000254
	10,0001751	10,0001558	10,0000109	10,0001551	10,000229	10,0001209	10,0000692	10,0001598	10,0001551	10,0001
	10,0000976	10,0001361	10,0000194	10,000094	10,000254	10,0001055	10,000109	10,0001389	10,0001076	10,0001155
	10,0001481	10,0001596	10,0000701	10,0001281	10,0001705	10,000108	10,000418	10,0001412	10,000174	10,000157
	10,0001181	10,0001456	10,0000151	10,0001191	10,0000045	10,000104	10,000178	10,0001354	10,000147	10,000165
	10,0001751	10,0001756	10,0000251	10,0000131	10,0001475	10,000108	10,000328	10,0001148	10,000141	10,000148

результати	варіант 10									
	день									
	1-й	2-й	3-й	4-й	5-й	6-й	7-й	8-й	9-й	10-й
	10,0001221	10,0000506	10,0000097	10,0001611	10,000297	10,0001297	10,000072	10,0000702	10,0001011	10,000172
	10,0001516	10,0001048	10,0000114	10,0001806	10,000147	10,0001354	10,0000394	10,0001248	10,0001446	10,000254
	10,0001751	10,0001558	10,0000109	10,0001551	10,000229	10,0001209	10,0000692	10,0001218	10,0001251	10,0001
	10,0000476	10,0001361	10,0000194	10,000094	10,000254	10,0001255	10,000109	10,0001389	10,0001176	10,0001155
	10,0001741	10,0001156	10,0000341	10,0001581	10,0002605	10,000107	10,000248	10,0001324	10,000144	10,000184
	10,0001081	10,0001471	10,0000357	10,0001557	10,0002905	10,000108	10,000258	10,0001154	10,000147	10,00018
	10,0001041	10,0001156	10,0000251	10,0000151	10,0001015	10,000218	10,000198	10,0001054	10,000544	10,000148
	10,0001081	10,0001211	10,0000171	10,0000151	10,0001005	10,000204	10,000174	10,0001314	10,000084	10,000123

Приклад виконання завдання

результати вим.	день									
	1-й	2-й	3-й	4-й	5-й	6-й	7-й	8-й	9-й	10-й
10,0002511	10,0000506	10,0000097	10,0001611	10,000197	10,0001297	10,000072	10,0000706	10,0001811	10,000172	
10,0002046	10,0001048	10,0000114	10,0001906	10,000114	10,0001354	10,0000394	10,0001248	10,0002046	10,000254	
10,0001751	10,0001598	10,0000109	10,0001541	10,000219	10,0001209	10,0000692	10,0001598	10,0001751	10,0001	
10,0000976	10,0001361	10,0000194	10,000094	10,000254	10,0001255	10,000109	10,0001389	10,0001176	10,0001155	
10,0001781	10,0001536	10,0000351	10,0001551	10,0002605	10,000108	10,000278	10,0001354	10,000144	10,000188	

1. Розраховуємо допоміжні величини

Середнє арифметичне кожного стовпчика \bar{X}_i =СРЗНАЧ(L4:L8)

Середнє арифметичне загальне \bar{X} =СРЗНАЧ(C4:L8)

Практична робота №3. Завдання 1 Обробка групи прямих багаторазових вимірювань											
	результати вимірювання	день									
		1-й	2-й	3-й	4-й	5-й	6-й	7-й	8-й	9-й	10-й
		10,0002511	10,0000506	10,0000097	10,0001611	10,000197	10,0001297	10,000072	10,0000706	10,0001811	10,000172
		10,0002046	10,0001048	10,0000114	10,0001906	10,000114	10,0001354	10,0000394	10,0001248	10,0002046	10,000254
		10,0001751	10,0001598	10,0000109	10,0001541	10,000219	10,0001209	10,0000692	10,0001598	10,0001751	10,0001
		10,0000976	10,0001361	10,0000194	10,000094	10,000254	10,0001255	10,000109	10,0001389	10,0001176	10,0001155
		10,0001781	10,0001536	10,0000351	10,0001551	10,0002605	10,000108	10,000278	10,0001354	10,000144	10,000188
Проміжк.	n	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
	\bar{X}_i	10,0001813	10,00012098	10,0000173	10,00015098	10,0002089	10,0001239	10,00011352	10,0001259	10,0001645	10,0001659
Розрах.	\bar{X}	10,00013732									

2. Розрахунок числа степенів свободи

$k = N - 1 = 50 - 1 = 49$ - для загального числа варіювання; $k_A = a - 1 = 10 - 1 = 9$ - для факторіального варіювання;

$k_2 = N - a = 50 - 10 = 40$ - для випадкового варіювання.

3. Розрахунок факторіального розсіювання та оцінки між групою дисперсії

Попередньо розрахувати для кожного стовпчика: $(\bar{X}_i - \bar{X})^2$ $n_j \cdot (\bar{X}_i - \bar{X})^2$	$=\text{СТЕПЕНЬ}(\text{L10}-\text{\$C\$11});2$ $=\text{L9}*\text{L12}$
Розрахувати факторіальне розсіювання за формулою $D_A = \sum_{j=1}^a n_j \cdot (\bar{X}_i - \bar{X})^2$	$=\text{СУММ}(\text{C13}:\text{L13})$
Розрахувати оцінку міжгрупової дисперсії $S_A^2 = \frac{D_A}{a-1}$	$=\text{C14}/(\text{Q5})$

Практична робота №3. Завдання 1 Обробка групи прямих багаторазових вимірювань

		день										число степенів свобод	
		1-й	2-й	3-й	4-й	5-й	6-й	7-й	8-й	9-й	10-й	$k=N-1$	49
результати вимірювання		10,0002511	10,0000506	10,0000097	10,0001611	10,000197	10,0001297	10,000072	10,0000706	10,0001811	10,000172		
		10,0002046	10,0001048	10,0000114	10,0001906	10,000114	10,0001354	10,0000394	10,0001248	10,0002046	10,000254		
		10,0001751	10,0001598	10,0000109	10,0001541	10,000219	10,0001209	10,0000692	10,0001598	10,0001751	10,0001		
		10,0000976	10,0001361	10,0000194	10,0000094	10,000254	10,0001255	10,000109	10,0001389	10,0001176	10,0001155		
		10,0001781	10,0001536	10,0000351	10,0001551	10,0002605	10,000108	10,000278	10,0001354	10,000144	10,000188		
Проміжк.	n	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5		
	\bar{X}_i	10,0001813	10,00012098	10,0000173	10,00015098	10,0002089	10,0001239	10,00011352	10,0001259	10,0001645	10,0001659		
Розрах.	\bar{X}	10,00013732											
Факторіальне розсіювання (оцінка міжгрупової дисперсії)	$(\bar{X}_i - \bar{X})^2$	1,93459E-09	2,66865E-10	1,4404E-08	1,86705E-10	5,1243E-09	1,79989E-10	5,6625E-10	1,30325E-10	7,3788E-10	8,17045E-10		
	$n_j \cdot (\bar{X}_i - \bar{X})^2$	9,67296E-09	1,33432E-09	7,2019E-08	9,33524E-10	2,5621E-08	8,99945E-10	2,83125E-09	6,51625E-10	3,6894E-09	4,08523E-09		
	$D_A = \sum_{j=1}^a n_j \cdot (\bar{X}_i - \bar{X})^2$	1,21739E-07											
	$S_A^2 = \frac{D_A}{a-1}$	1,35265E-08											

$k=N-1$ 49 $=\text{СУММ}(\text{C9}:\text{L9})-1$

$k_A=a-1$ 9 $=\text{ЧИСЛСТОЛБ}(\text{C4}:\text{L4})-1$

$k_2=N-a$ 40

$=\text{СРЗНАЧ}(\text{L4}:\text{L8})$

$=\text{СРЗНАЧ}(\text{C4}:\text{L8})$

$=\text{СТЕПЕНЬ}(\text{L10}-\text{\$C\$11});2$

$=\text{L9}*\text{L12}$

$=\text{СУММ}(\text{C13}:\text{L13})$

$=\text{C14}/(\text{Q5})$

$=\text{СУММ}(\text{C9}:\text{L9})-\text{ЧИСЛСТОЛБ}(\text{C4}:\text{L4})$

4. Розрахунок випадкового розсіювання та оцінки внутрішньо групової дисперсії

Попередньо розрахувати $(X_{ij} - \bar{X}_i)^2$ для кожного значення	$=\text{СТЕПЕНЬ}(\text{L4}-\text{L\$10});2$
Розрахувати випадкове розсіювання за формулою $D_2 = \sum_{j=1}^a \sum_{i=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_i)^2$	$=\text{СУММ}(\text{C16}:\text{L20})$
Розрахувати оцінку внутрішньо групової дисперсії за формулою $S_2^2 = \frac{D_2}{N-a}$	$=\text{C21}/\text{Q8}$

Практична робота №3. Завдання 1 Обробка групи прямих багаторазових вимірювань												
		день										число степенів свобод
		1-й	2-й	3-й	4-й	5-й	6-й	7-й	8-й	9-й	10-й	$k = N - 1$
результати вимірювання		10,0002511	10,0000506	10,0000097	10,0001611	10,000197	10,0001297	10,000072	10,0000706	10,0001811	10,000172	49
		10,0002046	10,0001048	10,0000114	10,0001906	10,000114	10,0001354	10,0000394	10,0001248	10,0002046	10,000254	$k_A = a - 1$
		10,0001751	10,0001598	10,0000109	10,0001541	10,000219	10,0001209	10,0000692	10,0001598	10,0001751	10,0001	9
		10,0000976	10,0001361	10,0000194	10,000094	10,000254	10,0001255	10,000109	10,0001389	10,0001176	10,000155	
		10,0001781	10,0001536	10,0000351	10,0001551	10,0002605	10,000108	10,000278	10,0001354	10,000144	10,000188	$k_2 = N - a$
Проміжк.	n	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	40
	\bar{X}_i	10,0001813	10,00012098	10,0000173	10,00015098	10,0002089	10,0001239	10,00011352	10,0001259	10,0001645	10,0001659	
Розрах.	\bar{X}	10,00013732										
Факторіальне розсіювання (оцінка міжгрупової дисперсії)	$(\bar{X}_i - \bar{X})^2$	1,93459E-09	2,66865E-10	1,4404E-08	1,86705E-10	5,1243E-09	1,79989E-10	5,6625E-10	1,30325E-10	7,3788E-10	8,17045E-10	
	$n_j \cdot (\bar{X}_i - \bar{X})^2$	9,67296E-09	1,33432E-09	7,2019E-08	9,33524E-10	2,5621E-08	8,99945E-10	2,83125E-09	6,51625E-10	3,6894E-09	4,08523E-09	
	$D_A = \sum_{j=1}^a n_j \cdot (\bar{X}_i - \bar{X})^2$	1,21739E-07										
	$S_A^2 = \frac{D_A}{a-1}$	1,35265E-08										
			4,87204E-09	4,95334E-09	5,776E-11	1,02414E-10	1,4161E-10	3,364E-11	1,72391E-09	3,05809E-09	2,76224E-10	3,721E-11
Випадкове розсіювання (оцінка внутрішньогрупової дисперсії)	$(X_{ij} - \bar{X}_i)^2$	5,4289E-10	2,61792E-10	3,481E-11	1,56974E-09	9,00601E-09	1,3225E-10	5,49377E-09	1,21E-12	1,60961E-09	7,78161E-09	
		3,844E-11	1,50699E-09	4,096E-11	9,7344E-12	1,0201E-10	9E-12	1,96426E-09	1,14921E-09	1,12784E-10	4,34281E-09	
		7,00569E-09	2,28614E-10	4,41E-12	3,24672E-09	2,03401E-09	2,56E-12	2,04304E-11	1,69E-10	2,19773E-09	2,54016E-09	
		1,024E-11	1,06406E-09	3,1684E-10	1,69744E-11	2,66256E-09	2,5281E-10	2,70537E-08	9,025E-11	4,1943E-10	4,8841E-10	
	$D_2 = \sum_{i=1}^N (X_{ij} - \bar{X}_i)^2$	1,00771E-07										
$S_2^2 = \frac{D_2}{N-a}$	2,51927E-09											

5. Розрахунок загального розсіювання та оцінки загальної дисперсії

Попередньо розрахувати $(X_{ij} - \bar{X})^2$ для кожного значення	=СТЕПЕНЬ(L4-\$C\$11;2)
Розрахувати загальне розсіювання $D = \sum_{i=1}^N (X_{ij} - \bar{X})^2$	=СУММ(C23:L27)
Розрахувати оцінку загальної дисперсії $S^2 = \frac{D}{N-1}$	=C28/Q3

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S		
4	результати вимірювання	10,0002511	10,0000506	10,0000097	10,0001611	10,000197	10,0001297	10,000072	10,0000706	10,0001811	10,000172									
5		10,0002046	10,0001048	10,0000114	10,0001906	10,000114	10,0001354	10,0000394	10,0001248	10,0002046	10,000254					$k_A = a - 1$	9	=ЧИСЛОСТОБ(С4:Л4)-1		
6		10,0001751	10,0001598	10,0000109	10,0001541	10,000219	10,0001209	10,0000692	10,0001598	10,0001751	10,0001									
7		10,0000976	10,0001361	10,0000194	10,000094	10,000254	10,0001255	10,000109	10,0001389	10,0001176	10,0001155									
8		10,0001781	10,0001536	10,0000351	10,0001551	10,0002605	10,000108	10,000278	10,0001354	10,000144	10,000188									
9	Проміжк.	n	5	5	5	5	5	5	5	5	5									
10		\bar{X}_i	10,0001813	10,00012098	10,0000173	10,00015098	10,0002089	10,0001239	10,00011352	10,0001259	10,0001645	10,0001659								
11	Розрах.	\bar{X}	10,00013732																	
12	Факторіальне розв'язання (оцінка міжгрупової дисперсії)	$(\bar{X}_i - \bar{X})^2$	1,93459E-09	2,66865E-10	1,4404E-08	1,86705E-10	5,1243E-09	1,79989E-10	5,6625E-10	1,30325E-10	7,3788E-10	8,17045E-10								
13		$n_j \cdot (\bar{X}_i - \bar{X})^2$	9,67296E-09	1,33432E-09	7,2019E-08	9,33524E-10	2,5621E-08	8,99945E-10	2,83125E-09	6,51625E-10	3,6894E-09	4,08523E-09								
14		$D_A = \sum_{j=1}^a n_j \cdot (\bar{X}_i - \bar{X})^2$	1,21739E-07																	
15		$S_A^2 = \frac{D_A}{a-1}$	1,35265E-08																	
16		Випадкове розв'язання (оцінка внутрішньогрупової дисперсії)	$(X_{ij} - \bar{X}_i)^2$	4,87204E-09	4,95334E-09	5,776E-11	1,02414E-10	1,4161E-10	3,364E-11	1,72391E-09	3,05809E-09	2,76224E-10	3,721E-11							
17	5,4289E-10		2,61792E-10	3,481E-11	1,56974E-09	9,00601E-09	1,3225E-10	5,49377E-09	1,21E-12	1,60961E-09	7,76161E-09									
18	3,844E-11		1,50699E-09	4,096E-11	9,7344E-12	1,0201E-10	9E-12	1,96426E-09	1,14921E-09	1,12784E-10	4,34281E-09									
19	7,00569E-09		2,28614E-10	4,41E-12	3,24672E-09	2,03401E-09	2,56E-12	2,04304E-11	1,69E-10	2,19773E-09	2,54016E-09									
20	1,024E-11		1,06406E-09	3,1684E-10	1,69744E-11	2,66256E-09	2,5281E-10	2,70537E-08	9,025E-11	4,1943E-10	4,8841E-10									
21	$D_2 = \sum_{i=1}^N (X_{ij} - \bar{X}_i)^2$	1,00771E-07																		
22	$S_2^2 = \frac{D_2}{N-a}$	2,51927E-09																		
23	Загальне розв'язання	$(X_{ij} - \bar{X})^2$	1,29468E-08	7,51966E-09	1,62858E-08	5,65679E-10	3,56218E-09	5,80035E-11	4,26618E-09	4,45102E-09	1,91704E-09	1,20298E-09								
24		4,52714E-09	1,05729E-09	1,58548E-08	2,83918E-09	5,43636E-10	3,67106E-12	9,58754E-09	1,5665E-10	4,52714E-09	1,36152E-08									
25		1,42763E-09	5,0553E-10	1,5981E-08	2,81703E-10	6,67228E-09	2,69485E-10	4,63979E-09	5,0553E-10	1,42763E-09	1,39248E-09									
26		1,57736E-09	1,47866E-12	1,39042E-08	1,87628E-09	1,36152E-08	1,39618E-10	8,01796E-10	2,50906E-12	3,88721E-10	4,75938E-10									
27		1,66333E-09	2,65169E-10	1,04481E-08	3,16271E-10	1,51743E-08	8,59428E-10	1,9792E-08	3,67106E-12	4,46759E-11	2,56887E-09									
28	$D = \sum_{i=1}^N (X_{ij} - \bar{X})^2$	2,2251E-07																		
29	$S^2 = \frac{D}{N-1}$	4,54101E-09																		

6. Розрахунок дисперсійного відношення

- розраховуємо дисперсійне відношення $F = \frac{S_A^2}{S_2^2}$ при $S_A^2 \geq S_2^2$.

7. Визначення критичного значення критерію Фішера

- За табл.Б4 додатку визначаємо $F_{\alpha; k_A; k_2}$ для прийнятого рівня значущості $\alpha = 1\%$ і числа степенів свободи

k_A, k_2 (або за формулою =ФРАСПОБР(0,01;9;40)).

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
10	\bar{X}_i	10,0001813	10,00012098	10,0000173	10,00015098	10,0002089	10,0001239	10,00011352	10,0001259	10,0001645	10,0001659				
11	Розрах. \bar{X}	10,00013732											=CPЗНАЧ(C4:L8)		
12	Факторіальне розсіювання (оцінка міжгрупової дисперсії)	$(\bar{X}_i - \bar{X})^2$	1,93459E-09	2,66865E-10	1,4404E-08	1,86705E-10	5,1243E-09	1,79989E-10	5,6625E-10	1,30325E-10	7,3788E-10	8,17045E-10		=СТЕПЕНЬ((L10-С\$11);2)	
13		$n_j \cdot (\bar{X}_i - \bar{X})^2$	9,67296E-09	1,33432E-09	7,2019E-08	9,33524E-10	2,5621E-08	8,99945E-10	2,83125E-09	6,51625E-10	3,6894E-09	4,08523E-09		=L9*L12	
14		$D_A = \sum_{j=1}^a n_j \cdot (\bar{X}_i - \bar{X})^2$	1,21739E-07											=СУММ(C13:L13)	
15		$S_A^2 = \frac{D_A}{a-1}$	1,35265E-08											=C14/(Q5)	
16		Випадкове розсіювання (оцінка внутрішньогрупової дисперсії)	$(X_{ij} - \bar{X}_i)^2$	4,87204E-09	4,95334E-09	5,776E-11	1,02414E-10	1,4161E-10	3,364E-11	1,72391E-09	3,05809E-09	2,76224E-10	3,721E-11		=СТЕПЕНЬ((L4-L\$10);2)
17			5,4289E-10	2,61792E-10	3,481E-11	1,56974E-09	9,00601E-09	1,3225E-10	5,49377E-09	1,21E-12	1,60961E-09	7,76161E-09			
18			3,844E-11	1,50699E-09	4,096E-11	9,7344E-12	1,0201E-10	9E-12	1,96426E-09	1,14921E-09	1,12784E-10	4,34281E-09			
19			7,00569E-09	2,28614E-10	4,41E-12	3,24672E-09	2,03401E-09	2,56E-12	2,04304E-11	1,69E-10	2,19773E-09	2,54016E-09			
20			1,024E-11	1,06406E-09	3,1684E-10	1,69744E-11	2,66256E-09	2,5281E-10	2,70537E-08	9,025E-11	4,1943E-10	4,8841E-10			
21		$D_2 = \sum_{i=1}^N (X_{ij} - \bar{X}_i)^2$	1,00771E-07											=СУММ(C16:L20)	
22		$S_2^2 = \frac{D_2}{N-a}$	2,51927E-09											=C21/Q8	
23	Загальне розсіювання	$(X_{ij} - \bar{X})^2$	1,29468E-08	7,51966E-09	1,62858E-08	5,65679E-10	3,56218E-09	5,80035E-11	4,26618E-09	4,45102E-09	1,91704E-09	1,20298E-09		=СТЕПЕНЬ(L4-С\$11;2)	
24			4,52714E-09	1,05729E-09	1,58548E-08	2,83918E-09	5,43636E-10	3,67106E-12	9,58754E-09	1,5665E-10	4,52714E-09	1,36152E-08			
25			1,42763E-09	5,0553E-10	1,5981E-08	2,81703E-10	6,67228E-09	2,69485E-10	4,63979E-09	5,0553E-10	1,42763E-09	1,39248E-09			
26			1,57736E-09	1,47866E-12	1,39042E-08	1,87628E-09	1,36152E-08	1,39618E-10	8,01796E-10	2,50906E-12	3,88721E-10	4,75938E-10			
27			1,66333E-09	2,65169E-10	1,04481E-08	3,16271E-10	1,51743E-08	8,59428E-10	1,9792E-08	3,67106E-12	4,46759E-11	2,56887E-09			
28		$D = \sum_{i=1}^N (X_{ij} - \bar{X})^2$	2,2251E-07											=СУММ(C23:L27)	
29		$S^2 = \frac{D}{N-1}$	4,54101E-09											=C28/Q3	
30	Дисперсійне відношення	$F = \frac{S_A^2}{S_2^2}$	5,369231623											=C15/C22	
31	Критерій Фішера	$F_{\alpha; k_A; k_2}$	2,88756044											=ФРАСПОБР(0,01;9;40)	

Оскільки $F_{\Phi} \geq F_{\alpha; k_A; k_2}$ *нульову гіпотезу відкидають* - існування міжгрупової невизначеності приймається і $5.369 > 2.88$ передбачається, що вона випадкова для прийнятого рівня значущості $\alpha, = 1\%$ і числа степенів свободи $k_A = 9; k_2 = 40$

8. Записати результат вимірювання з розширеною невизначеністю:

$$U = t_p(\nu) \cdot s(\bar{U}),$$

де $s(\bar{U})$ - загальна дисперсія що відображає як внутрішньогрупову так міжгрупову складові дисперсії (в даному випадку це $S^2 = \frac{D}{N-1}$);

$t_p(\nu)$ - коефіцієнт Стюдента для числа степенів свободи $a \cdot n - 1$ і довірчого рівня p . Приймаємо нормальний закон розподілу з довірчим рівнем $p=95\%$, маємо $t_p(\nu)=1,96$.

Маємо

$$U = t_p(\nu) \cdot s(\bar{U}) = 1,96 \cdot 4,54 \cdot 10^{-9} = 8,89 \cdot 10^{-9} \text{ В.}$$

Результат вимірювання записуємо в наступному вигляді:

$$U = \bar{U} \pm U, P = \% \\ U = (10.00013732 \pm 8,89 \cdot 10^{-9}) \text{ В}, P = 99 \%$$

Контрольні питання

1. Які види невизначеностей Ви знаєте.
2. Дайте визначення інструментальної невизначеності.
3. Які складові інструментальної невизначеності Ви знаєте.
4. Наведіть приклад визначення інструментальної невизначеності.
5. Дайте визначення методичній невизначеності.
6. Перерахуйте характерні причини, що призводять до появи методичних невизначеностей.
7. Дайте означення невизначеності взаємодії.
8. Дайте означення основної інструментальної невизначеності.
9. Дайте означення додаткової інструментальної невизначеності.
10. Наведіть приклад прояв методичної невизначеності.
11. Які Ви знаєте різновиди суб'єктивної невизначеності.
12. Перерахуйте шляхи зменшення або виключення складових суб'єктивних невизначеностей.
13. Що таке невизначеність паралаксу.
14. Яким факторами обумовлені невизначеності оператора.
15. Запишіть рівняння, яким описується критерій нехтовної невизначеності.
16. Як називають невизначеність, обумовлену реакцією ЗВТ на зміну зовнішніх впливових величин та неінформативних параметрів вхідного сигналу.

Практичне заняття №4

ОЦІНЮВАННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ РЕЗУЛЬТАТІВ ОПОСЕРЕДКОВАНИХ ВИМІРЮВАНЬ

Мета роботи: навчитися виконувати обробку результатів опосередкованих вимірювань з багаторазовим спостереженням при відсутності та наявності кореляційного зв'язку між вхідними величинами; виконати аналіз двох методів представлення результатів.

1. Підготовка до роботи

Вивчити за рекомендованою літературою наступні питання:

1. Наведіть критерії перевірки наявності кореляції між параметрами результатів вимірювань при вираженні невизначеностей.
2. Запишіть вираз для визначення коефіцієнту кореляції.
3. Дайте означення та запишіть вираз для визначення відносної стандартної невизначеності.
4. Дайте означення та запишіть вираз для визначення відносної комбінованої невизначеності.
5. Дайте означення та запишіть вираз для визначення відносної розширеної невизначеності.
6. Запишіть вираз для визначення розширеної невизначеності.
7. Запишіть вираз для визначення ефективних степенів вільності, який отримується із формули Велча-Саттерсвейта.
8. Запишіть вираз для розрахунку наближених значень коефіцієнту Стьюдента

2. Теоретичні відомості

Під опосередкованими вимірюваннями розуміють непрямі вимірювання однієї величини з перетворенням її роду чи обчисленням за результатами прямих одноразових вимірювань інших фізичних величин, з якими вимірювана величина пов'язана явною функціональною залежністю.

Залежність опосередковано вимірюваної величини Y від аргументів X_1, X_2, \dots, X_N є відомою:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_N).$$

Результати вимірювання аргументів мають бути узгоджені між собою, тобто значення аргументів, що отримують в результаті прямих вимірювань, мають відповідати тому самому значенню вимірюваної величини.

Невиконання цієї умови є джерелом появи методичної невизначеності.

Обробка результатів опосередкованих вимірювань зумовлена:

- Формою подання результатів вимірювання аргументів;
- Видом залежності рівняння перетворення.

За видом функціональної залежності f вони поділяються на дві основні групи – лінійні та нелінійні.

При нелінійній функціональній залежності або наявності кореляції між оцінками X_1, X_2, \dots, X_N надійне оцінювання вимірюваної величини необхідно проводити за формулою:

$$y = \bar{Y} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{k=1}^n X_{1k}, X_{2k}, \dots, X_{Nk}$$

де X_{1k}, \dots, X_{Nk} - k - те спостереження ($k=1, 2, \dots, n$) вхідних величин X_1, X_2, \dots, X_N .

Зазвичай на практиці оцінку y вимірюваної величини Y одержують із виразу:

$$y = (\bar{X}_1, \dots, \bar{X}_N)$$

де $\bar{X}_i = \sum_{i=1}^m p_{i,k} \cdot X_{i,k}$ - є середнім арифметичним окремих спостережень $X_{i,k}$, отриманих з імовірністю $p_{i,k}$.

В цьому випадку оцінене стандартне відхилення, пов'язане з вихідною оцінкою чи результатом вимірювання y , називається **комбінованою стандартною невизначеністю і позначається $u_c(y)$** , яка складається із оціненого стандартного відхилення, пов'язаного з кожною вхідною оцінкою x_i , що називається стандартною невизначеністю $u_c(x_i)$.

Кожну вхідну оцінку x_i і пов'язану з нею стандартну невизначеність $u_c(x_i)$ отримують із розподілу можливих значень вхідної величини X_i . Цей розподіл ймовірностей, може бути оснований на ряді спостережень $X_{i,k}$ або може бути апіорним розподілом. В першому випадку отримують оцінки складової невизначеності за типом А, в другому випадку – за типом В.

2.1 Оцінювання невизначеності некорельованих вхідних величин

За відсутності кореляційного зв'язку між вхідними величинами методика опрацювання результатів непрямих вимірювань полягає в наступному:

1. Визначають оцінку вимірюваної величини Y за формулою:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N)$$

де (x_1, x_2, \dots, x_N) - оцінки вхідних величин X_1, X_2, \dots, X_N , отримані за результатами одноразових чи багаторазових прямих вимірювань. В останньому випадку за оцінки беруть середнє арифметичне:

$$x_i = \bar{X}_i = \sum_{i=1}^N p_{i,n} \cdot X_{i,n} \quad (4.1)$$

2. Визначають стандартні невизначеності $u(x_i)$ оцінок (x_1, x_2, \dots, x_N) вхідних величин. Вони можуть бути отримані за типом А (тільки у випадку багаторазових вимірювань X_1, X_2, \dots, X_N чи за типом В.

3. Розраховують комбіновану стандартну невизначеність оцінки вимірюваної величини y за формулою:

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N u_i^2(y)} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot u^2(x_i)} \quad (4.2)$$

де $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ - коефіцієнти чутливості, які розраховуються як частинні похідні.

При значній нелінійності f у даний вираз повинні бути внесені члени більш високого порядку розкладання в ряд Тейлора:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot u^2(x_i) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left[\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \right)^2 + \frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial^3 f}{\partial x_i \partial x_j^2} \right] \cdot u^2(x_i) \cdot u^2(x_j) \quad (4.3)$$

Визначають розширену невизначеність оцінки вимірюваної величини за формулою:

$$U = k \cdot u_c(y),$$

де $k = t_p(v_{eff})$ - квантиль розподілу Стюдента з ефективним числом степенів свободи v_{eff} і довірчою ймовірністю (рівнем довіри) p .

Ефективне число степенів свободи визначається за формулою Велча-Саттерстейта:

$$v_{eff} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{v_i}} = \frac{\left[\sum_{i=1}^N u_i^2(y) \right]^2}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{v_i}}, \quad (4.4)$$

$$\text{де } u_i(y) = \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right) \cdot u(x_i);$$

v_i - число степенів свободи при розрахунку невизначеності оцінки i -ї вхідної величини, при цьому:

$v_i = n - 1$ - для розрахунку невизначеності за типом А;

$v_i = \infty$ - для розрахунку невизначеності за типом В.

4. Записують результат вимірювання у вигляді:

$$Y = (y \pm U), P = \%$$

2.2 Оцінювання невизначеності корельованих вхідних величин

При наявності кореляційного зв'язку між вхідними величинами методика опрацювання результатів непрямих вимірювань є наступною:

1. Визначають оцінку вимірюваної величини за формулою:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N)$$

де (x_1, x_2, \dots, x_N) - оцінки вхідних величин X_1, X_2, \dots, X_N , отримані за результатами одноразових чи багаторазових прямих вимірювань. В останньому випадку за оцінки беруть середнє арифметичне:

$$x_i = \bar{X}_i = \sum_{i=1}^N p_{i,n} \cdot X_{i,n}.$$

При цьому, як і випадку незалежних непрямих вимірювань, вважається, що з поміж багаторазових спостережень видалені спостереження з грубими промахами, а також внесені всі поправки на відомі систематичні ефекти.

2. Визначають стандартні невизначеності $u(x_i)$ оцінок (x_1, x_2, \dots, x_N) вхідних величин. Вони можуть бути отримані за типом А (тільки у випадку багаторазових вимірювань X_1, X_2, \dots, X_N чи за типом В.

3. Розраховують значення коефіцієнтів чутливості:

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} \text{ при } X_i = x_i (i = 1, 2, \dots, N).$$

4. Знаходять попарні оцінки кореляційних моментів:

$$u(x_i, x_j) = \frac{\sum_{k=1}^n (x_{i,k} - \bar{x}_i) \cdot (x_{j,k} - \bar{x}_j)}{n-1}. \quad (4.5)$$

5. Розраховують коефіцієнт кореляції:

$$r(x_i, x_j) = \frac{u(x_i, x_j)}{u(x_i) \cdot u(x_j)}. \quad (4.6)$$

6. Визначають оцінку дисперсії результату вимірювання:

$$u_c^2 = \sum_{i=1}^N c_i^2 \cdot u^2(\bar{x}_i) + 2 \cdot \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{i=2}^N c_i \cdot c_j \cdot r(x_i, x_j) \cdot u(x_i) \cdot u(x_j). \quad (4.7)$$

7. Визначають розширену невизначеність результату непрямого вимірювання:

$$U = k \cdot u_c(y),$$

$k = t_p(v_{eff})$ - квантиль розподілу Стьюдента з ефективним числом степенів свободи v_{eff} і довірчою ймовірністю (рівнем довіри) p .

8. Записують результат вимірювання у вигляді:

$$Y = (y \pm U), P = \%$$

3. Виконання роботи

Завдання 1

Обробка результатів опосередкованих вимірювань з багаторазовими спостереженнями

Проведено опосередковані вимірювання сили струму за допомогою вольтметра та шунта. Вихідним є рівняння вимірювання:

$$I = f(U, R) = \frac{U}{R}$$

В результаті вимірювання напруги отримано наступні значення:

Вихідні дані	приклад	варіант 1	варіант 2	варіант 3																																																																																		
$U_i, мВ$	100,68; 100,83; 100,79; 100,64; 100,63; 100,94; 100,6; 100,68; 100,76; 100,6	<table border="1"> <tr><td></td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>100.634</td></tr> <tr><td>1</td><td>100.598</td></tr> <tr><td>2</td><td>100.629</td></tr> <tr><td>3</td><td>100.557</td></tr> <tr><td>4</td><td>100.447</td></tr> <tr><td>5</td><td>100.707</td></tr> <tr><td>6</td><td>100.682</td></tr> <tr><td>7</td><td>100.783</td></tr> <tr><td>8</td><td>101.029</td></tr> <tr><td>9</td><td>100.821</td></tr> <tr><td>10</td><td>100.848</td></tr> <tr><td>11</td><td>100.829</td></tr> </table>		0	0	100.634	1	100.598	2	100.629	3	100.557	4	100.447	5	100.707	6	100.682	7	100.783	8	101.029	9	100.821	10	100.848	11	100.829	<table border="1"> <tr><td></td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>100.447</td></tr> <tr><td>1</td><td>100.418</td></tr> <tr><td>2</td><td>100.443</td></tr> <tr><td>3</td><td>100.386</td></tr> <tr><td>4</td><td>100.298</td></tr> <tr><td>5</td><td>100.505</td></tr> <tr><td>6</td><td>100.486</td></tr> <tr><td>7</td><td>100.567</td></tr> <tr><td>8</td><td>100.763</td></tr> <tr><td>9</td><td>100.597</td></tr> <tr><td>10</td><td>100.618</td></tr> <tr><td>11</td><td>100.603</td></tr> <tr><td>12</td><td>100.61</td></tr> </table>		0	0	100.447	1	100.418	2	100.443	3	100.386	4	100.298	5	100.505	6	100.486	7	100.567	8	100.763	9	100.597	10	100.618	11	100.603	12	100.61	<table border="1"> <tr><td></td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>10.447</td></tr> <tr><td>1</td><td>10.418</td></tr> <tr><td>2</td><td>10.443</td></tr> <tr><td>3</td><td>10.386</td></tr> <tr><td>4</td><td>10.298</td></tr> <tr><td>5</td><td>10.505</td></tr> <tr><td>6</td><td>10.486</td></tr> <tr><td>7</td><td>10.567</td></tr> <tr><td>8</td><td>10.763</td></tr> <tr><td>9</td><td>10.597</td></tr> <tr><td>10</td><td>10.618</td></tr> <tr><td>11</td><td>10.603</td></tr> <tr><td>12</td><td>10.61</td></tr> </table>		0	0	10.447	1	10.418	2	10.443	3	10.386	4	10.298	5	10.505	6	10.486	7	10.567	8	10.763	9	10.597	10	10.618	11	10.603	12	10.61
			0																																																																																			
		0	100.634																																																																																			
		1	100.598																																																																																			
		2	100.629																																																																																			
		3	100.557																																																																																			
		4	100.447																																																																																			
		5	100.707																																																																																			
		6	100.682																																																																																			
		7	100.783																																																																																			
		8	101.029																																																																																			
		9	100.821																																																																																			
10	100.848																																																																																					
11	100.829																																																																																					
	0																																																																																					
0	100.447																																																																																					
1	100.418																																																																																					
2	100.443																																																																																					
3	100.386																																																																																					
4	100.298																																																																																					
5	100.505																																																																																					
6	100.486																																																																																					
7	100.567																																																																																					
8	100.763																																																																																					
9	100.597																																																																																					
10	100.618																																																																																					
11	100.603																																																																																					
12	100.61																																																																																					
	0																																																																																					
0	10.447																																																																																					
1	10.418																																																																																					
2	10.443																																																																																					
3	10.386																																																																																					
4	10.298																																																																																					
5	10.505																																																																																					
6	10.486																																																																																					
7	10.567																																																																																					
8	10.763																																																																																					
9	10.597																																																																																					
10	10.618																																																																																					
11	10.603																																																																																					
12	10.61																																																																																					
$t, ^\circ C$	(23 ± 0.05)	(24 ± 0.1)	(23 ± 0.1)	(24 ± 0.05)																																																																																		
$R_0, Ом$	0.010088	0.010025	0.011035	0.015																																																																																		

Вихідні дані	варіант 4	варіант 5	варіант 6	варіант 7
$U_i, мВ$	X1 =	X1 =	X1 =	X1 =
	0	0	0	0
	0 10.047	0 20.447	0 25.434	0 25.634
	1 10.018	1 20.418	1 25.398	1 25.598
	2 10.043	2 20.443	2 25.429	2 25.629
	3 9.986	3 20.386	3 25.357	3 25.557
	4 9.898	4 20.298	4 25.247	4 25.447
	5 10.105	5 20.505	5 25.507	5 25.707
	6 10.086	6 20.486	6 25.482	6 25.682
	7 10.167	7 20.567	7 25.583	7 25.783
	8 10.363	8 20.763	8 25.829	8 26.029
	9 10.197	9 20.597	9 25.621	9 25.821
	10 10.218	10 20.618	10 25.648	10 25.848
	11 10.203	11 20.603	11 25.629	11 25.829
12 10.21	12 20.61		12 25.837	
13 10.181	13 20.581			
$t, ^\circ C$	(25 ± 0.1)	(26 ± 0.05)	(22 ± 0.05)	(23 ± 0.1)
$R_0, Ом$	0.0105	0.01015	0.021561	0.02

Вихідні дані	варіант 8	варіант 9	варіант 10
$U_i, мВ$	X1 =	X1 =	X1 =
	0	0	0
	0 29.934	0 39.934	0 41.934
	1 29.898	1 39.898	1 41.898
	2 29.929	2 39.929	2 41.929
	3 29.857	3 39.857	3 41.857
	4 29.747	4 39.747	4 41.747
	5 30.007	5 40.007	5 42.007
	6 29.982	6 39.982	6 41.982
	7 30.083	7 40.083	7 42.083
	8 30.329	8 40.329	8 42.329
	9 30.121	9 40.121	9 42.121
	10 30.148	10 40.148	10 42.148
	11 30.129	11 40.129	11 42.129
12 30.137	12 40.137	12 42.137	
13 30.101	13 40.101	13 42.101	
$t, ^\circ C$	(22 ± 0.1)	(24 ± 0.15)	(24 ± 0.2)
$R_0, Ом$	0.025	0.054712	0.05714

Виконати аналіз джерел похибок та розрахунок похибки результату вимірювання класичним методом.

Виконати аналіз джерел та розрахунок невизначеності результату опосередкованого вимірювання.

Таблиця – 4.1 – Порівняльний алгоритм розрахунку

<p>1. На основі отриманих значень розраховуємо середнє значення напруги за формулою: $\bar{U} = \frac{\sum_{i=1}^n U_i}{n} = 100,72 \text{ мВ}$.</p> <p>Значення опору шунта встановлено при калібруванні для $I = 10 \text{ А}$ і $t = 23^\circ \text{ С}$ та дорівнює $R_0 = 0.010088 \text{ Ом}$.</p> <p>2. Результат вимірювання сили струму отримують за формулою: $I = \frac{\bar{U}}{R_0} = 9.984 \text{ А}$.</p>	
<p>3. Аналіз джерел похибок та розрахунок похибки результату вимірювання</p>	<p>3. Аналіз джерел та розрахунок невизначеності</p>
<p>3.1 Середнє квадратичне відхилення, що характеризує випадкову складову похибки при вимірюванні напруги визначаємо за формулою:</p> $s(\bar{U}) = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n (U_i - \bar{U})^2} = 33.99 \cdot 10^{-3} \text{ В}.$ <p>Тоді відносне значення середнє квадратичного відхилення середнього буде</p> $\tilde{s}(\bar{U}) = \frac{s(\bar{U})}{\bar{U}} \cdot 100\% = 0.034 \%$	<p>За типом А розраховуємо стандартну невизначеність, обумовлену джерелами невизначеності, які мають випадковий характер.</p> <p>3.1 Стандартну невизначеність напруги, зумовлену джерелами невизначеності, що мають випадковий характер визначають за формулою:</p> $u_A(\bar{U}) = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n (U_i - \bar{U})^2} = 3,399 \cdot 10^{-2} \text{ В}.$
<p>3.2 Границі невиключеної систематичної похибки (мВ) вольтметру визначені при його калібруванні у вигляді виразу:</p> $\theta_{\bar{U}} = (3 \cdot 10^{-4} \cdot \bar{U} + 0.02) = 0.02 \text{ мВ}.$ <p>При $\bar{U} = 100,72 \text{ мВ}$, маємо</p>	<p>За типом В розраховуємо стандартні невизначеності, зумовлені джерелами невизначеності, що мають систематичний характер. Розподіл значень величин всередині границь вважаємо рівномірним.</p>

$\tilde{\theta}(\bar{U}) = \frac{\theta(\bar{U})}{\bar{U}} \cdot 100\% = 0.02\% .$	<p>3.3* Границі систематичного зміщення при вимірюванні напруги, визначені при калібруванні вольтметра $(3 \cdot 10^{-4} \cdot \bar{U} + 0.02) \text{ мВ}$.</p> <p>Тоді відповідну стандартну невизначеність визначають за формулою:</p> $u_B(\bar{U}) = \frac{(3 \cdot 10^{-4} \cdot \bar{U} + 0.02)}{\sqrt{3}} = 0.01156 \text{ мВ},$ $\tilde{u}_B(\bar{U}) = \frac{u_B(\bar{U})}{\bar{U}} \cdot 100\% = 0.0115\% .$
<p>3.3 З паспортних даних маємо, що границі невиключеної систематичної похибки значення опору шунта, які були визначені при калібруванні становлять $\tilde{\theta}_R = 0.07\%$</p> <p>Тоді із формули</p> $\tilde{\theta}_R = \frac{\theta_R}{R} \cdot 100\% \Rightarrow \theta_R = \frac{\tilde{\theta}_R \cdot R}{100\%} = 7.062 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} .$	<p>3.4* Границі, всередині яких лежить значення опору шунта, визначені при калібруванні шунта і дорівнюють $7 \cdot 10^{-4} \cdot R$.</p> <p>Відповідну стандартну невизначеність розраховують за формулою:</p> $u_B(R) = \frac{(7 \cdot 10^{-4} \cdot R)}{\sqrt{3}} = 4.077 \cdot 10^{-6} \text{ Ом},$ $\tilde{u}_B(R) = \frac{u_B(R)}{R} \cdot 100\% = 0.0404\% .$
<p>3.4 Границі невиключеної систематичної складової похибки значення шунта, що обумовлено похибкою вимірювання температури, визначають із формули, що визначає залежність опору від температури:</p> $R = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot (t - t_0)) = 0.010088 \text{ Ом},$	<p>3.5* Границі зміни значення опору шунта, зумовленого зміною температури, дорівнюють $R_0 \cdot \alpha \cdot (\Delta t)$. Відповідну стандартну невизначеність отримують у відповідності із формулою:</p> $u_B(t) = \frac{R_0 \cdot \alpha \cdot (\Delta t)}{\sqrt{3}} = 1.747 \cdot 10^{-9} \text{ Ом},$

де $R_0 = 0.010088 \text{ Ом}$ значення опору шунта при $t = t_0 = 23^\circ \text{C}$;

$\alpha = 6 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ - температурний коефіцієнт.

Якщо температура змінюється на Δt то границя відповідної складової похибки значення опору визначають:

$$\theta_{R,t} = R \cdot \alpha \cdot (\Delta t),$$

тоді при $\Delta t = 0,05^\circ \text{C}$, маємо

$$\theta_{R,t} = R \cdot \alpha \cdot (\Delta t) = 3,027 \cdot 10^{-9} \text{ Ом}, \quad \tilde{\theta}_{R,t} = 3,027 \cdot 10^{-5} \%$$

Оскільки ця складова похибки достатньо мала у порівнянні з іншими, що надалі її можна не враховувати.

3.5 Виходячи з допущення про рівномірний розподіл невиключених систематичних складових похибки результату вимірювання з межами $\theta_{\bar{U}}$ та $\theta_{R,t}$, СКВ сумарної невиключеної систематичної складової похибки результату вимірювання сили струму $S(\theta)$ визначається за формулою:

$$s(\theta) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial U}\right)^2 \cdot \frac{\theta_{\bar{U}}^2}{3} + \left(\frac{\partial f}{\partial R}\right)^2 \cdot \frac{\theta_R^2}{3}},$$

де $\frac{\partial f}{\partial U} = \frac{1}{R}$; $\frac{\partial f}{\partial R} = -\frac{U}{R^2}$ - коефіцієнти впливу.

Таким чином маємо:

$$\tilde{u}_B(t) = \frac{u_B(t)}{R} \cdot 100\% = 1.731 \cdot 10^{-5} \%$$

Надалі цією складовою невизначеності (з огляду на її мале значення у порівнянні з іншими складовими) можна знехтувати.

3.6* Сумарну стандартну невизначеність, розраховану за типом В визначаємо за формулою:

$$u_B(I) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial U}\right)^2 \cdot (u_B(\bar{U}))^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial R}\right)^2 \cdot (u_B(R))^2} = 4.195 \text{ мА},$$

$$\tilde{u}_B(I) = \frac{u_B(I)}{I} \cdot 100\% = 0.042 \%$$

$$S(\theta) = \sqrt{\left(\frac{1}{R_0}\right)^2 \cdot \frac{\theta_U^2}{3} + \left(-\frac{\bar{U}}{R_0^2}\right)^2 \cdot \frac{\theta_R^2}{3}} = 4,194 \text{ мА},$$

$$\tilde{S}(\theta) = \frac{S(\theta)}{I} \cdot 100\% = 0.042\% .$$

3.6 Довірчі границі сумарної невиключеної систематичної складової похибки результату оцінюються за формулами:

$$\theta(P) = K(P) \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n (c_i \cdot \theta_i)^2} = \frac{K(P_{\text{дов.}}, n)}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^m (c_i \cdot \theta_i)^2} ,$$

де $K(P) = \pm \frac{K(P_{\text{дов.}}, n)}{\sqrt{3}}$ - коефіцієнт, що залежить від

ймовірності P та кількості складових похибок n

$$K(P_{\text{дов.}}, n) \approx 1,65 \quad P_{\text{дов.}} = 0,9$$

$$K(P_{\text{дов.}}, n) \approx 1,96 \quad P_{\text{дов.}} = 0,95 \quad n \geq 4$$

$$K(P_{\text{дов.}}, n) \approx 2.58 \quad P_{\text{дов.}} = 0,99 \quad n > 4 \dots 5$$

c_i - коефіцієнт впливу.

Для P=95 %

$$\theta(P) = 1,11 \cdot \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial U}\right)^2 \cdot \theta_U^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial R}\right)^2 \cdot \theta_R^2} = 9.43 \text{ мА},$$

$$\tilde{\theta}(P) = \frac{\theta(P)}{I} \cdot 100\% = 0.09445\% .$$

<p>3.7 СКВ випадкової складової похибки результату вимірювання сили струму S визначається за формулою:</p> $S = \left(\frac{\partial f}{\partial U} \right) \cdot s(\bar{U}) = \left(\frac{1}{R_0} \right) \cdot s(\bar{U}) = 3.37 \text{ мА},$ $\tilde{S} = \frac{S}{I} \cdot 100\% = 0.0337 \% /$	<p>3.7* Стандартну невизначеність сили струму, зумовлену джерелами невизначеності, що мають випадковий характер, визначають за формулою:</p> $u_A(I) = \left(\frac{\partial f}{\partial U} \right) \cdot u_A(\bar{U}) = \left(\frac{1}{R_0} \right) \cdot u_A(\bar{U}) = 3.37 \text{ мА},$ $\tilde{u}_A(I) = \frac{u_A(I)}{I} \cdot 100\% = 0.0337 \% /$
<p>3.8 СКВ сумарної похибки результату вимірювання сили струму S_Σ розраховують за формулою:</p> $S_\Sigma = \sqrt{S^2 + S_\theta^2} = 5.380 \text{ мА},$ $\tilde{S}_\Sigma = \frac{S_\Sigma}{I} \cdot 100\% = 0.054 \% .$	<p>3.7* Сумарну стандартну невизначеність u_c розраховують за формулою:</p> $u_c(y) = \sqrt{u_A^2(y) + u_{CB}^2(y)},$ $u_c(I) = \sqrt{u_A^2(I) + u_B^2(I)} = \sqrt{3,37^2 + 4,954^2} = 5.381 \text{ мА},$ $\tilde{u}_c(I) = \frac{u_c(I)}{I} \cdot 100\% = 0.054 \% .$
<p>3.9 Довірчі границі похибки результату вимірювання сили струму $\Delta_{0,95}$ при $P=95\%$ і ефективному числі степенів свободи $f_{ef} = n - 1 = 9$ розраховують за формулою:</p> $\Delta_{0,95} = \frac{t_{0,95;9} \cdot S + \theta(0,95)}{S + S_\theta} \cdot S_\Sigma = 11,16 \text{ мА},$ $\tilde{\Delta}_\Sigma = \frac{\Delta_{0,95}}{I} \cdot 100\% = 0.1117 \% .$	<p>3.8* Розширену невизначеність визначаємо</p> $U = k \cdot u_c(y),$ $U = k \cdot u_c(I) = 2 \cdot 5.381 = 10,76 \text{ мА}.$ <p>де загальному випадку коефіцієнт охоплення k вибирається у відповідності із формулою:</p> $k = t_p(v_{eff}) \approx 2$

де $t_p(v_{eff})$ - квантиль розподілу Стюдента з ефективним числом степенів свободи v_{eff} і довірчою ймовірністю (рівнем довіри) p ;

Довірчий рівень p	коефіцієнт охоплення k
~0,95	2

$$v_{eff} = \frac{u_c^4}{\sum_{i=1}^m \frac{u^4(x_i)}{v_i} \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^4},$$

$$v_{eff} = \frac{u_c^4}{\left(\left(u_A(I) \cdot \frac{1}{R}\right)^4 /_{n-1}\right) + \left(\left(u_B(\bar{U}) \cdot \frac{1}{R}\right)^4 /_{\infty}\right) + \left(\left(u_B(R) \cdot \frac{U}{R^2}\right)^4 /_{\infty}\right)} = 9.3$$

де v_i - число степенів свободи при розрахунку невизначеності оцінки i -ї вхідної величини, при цьому:
 $v_i = n - 1$ - для розрахунку невизначеності за типом А;
 $v_i = \infty$ - для розрахунку невизначеності за типом В.

Примітка. Нумерація пунктів не послідовна, оскільки необхідно показати відповідність і аналогію із розрахунком похибки результату вимірювання класичним методом

Приклад виконання завдання в MathCAD

Практична робота №4

Завдання 1

Обробка результатів опосередкованих вимірювань з багаторазовими спостереженнями

Дано

- значення опору шунта встановлено при калібруванні для $I=10$ А та $t=26$ С

- значення вимірюваної напруги при $t=23 \pm 0.05$ С

$$R_0 := 0.010088$$

$$n := 10$$

$$j := 1..n$$

$$U_j :=$$

$$100.68 \cdot 10^{-3}$$

$$100.83 \cdot 10^{-3}$$

$$100.79 \cdot 10^{-3}$$

$$100.64 \cdot 10^{-3}$$

$$100.63 \cdot 10^{-3}$$

$$100.94 \cdot 10^{-3}$$

$$100.60 \cdot 10^{-3}$$

$$100.68 \cdot 10^{-3}$$

$$100.76 \cdot 10^{-3}$$

$$100.65 \cdot 10^{-3}$$

1. На основі отриманих значень розраховуємо середнє значення напруги за формулою:

$$\bar{U} = \frac{\sum_{i=1}^n U_i}{n}$$

$$U_{sr} := \left(\frac{\sum_{j=1}^n U_j}{n} \right)$$

$$U_{sr} = 0.10072$$

2. Результат вимірювання сили струму отримують за формулою:

$$I = \frac{\bar{U}}{R_0}$$

$$I := \frac{U_{sr}}{R_0}$$

$$I = 9.984$$

3. Аналіз джерел похибок та розрахунків похибки результату вимірювання

3.1 Середнє квадратичне відхилення, що характеризує випадкову складову похибки при вимірюванні напруги

$$S(\bar{U}) = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n (U_i - \bar{U})^2}$$

$$SU_{sr} := \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{10} [(U_j) - U_{sr}]^2}{(n-1) \cdot n}} \quad SU_{sr} = 3.39935 \times 10^{-5}$$

$$\tilde{S}(\bar{U}) = \frac{S(\bar{U})}{\bar{U}} \cdot 100\%$$

$$SSU_{sr} := \frac{SU_{sr} \cdot 100}{U_{sr}} \quad SSU_{sr} = 0.034$$

3.2 Границі невиключеної систематичної похибки (мВ) вольтметра визначені при його калібруванні у вигляді виразу:

$$\theta_{\bar{U}} = (3 \cdot 10^{-4} \cdot \bar{U} + 0.02)_{mB}$$

$$\theta U := (3 \cdot 10^{-4} \cdot U_{sr} + 0.02) \cdot 10^{-3} \quad \theta U = 2.003022 \times 10^{-5}$$

$$\tilde{\theta}(\bar{U}) = \frac{\theta(\bar{U})}{\bar{U}} \cdot 100\%$$

$$\theta \theta U := \frac{\theta U \cdot 100}{U_{sr}} \quad \theta \theta U = 0.02$$

3. Аналіз джерел та розрахунків невизначеності

За типом А розраховуємо стандартну невизначеність, обумовлену джерелами невизначеності, які мають випадковий характер.

3.1 Стандартну невизначеність напруги, зумовлену джерелами невизначеності, що мають випадковий характер визначають за формулою:

$$uAU_{sr} := \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{10} [(U_j) - U_{sr}]^2}{(n-1) \cdot n}} \quad uAU_{sr} = 3.39935 \times 10^{-5}$$

За типом В розраховуємо стандартні невизначеності, зумовлені джерелами невизначеності, що мають систематичний характер. Розподіл значень величин всередині границь вважаємо рівномірним.

3.3 Границі систематичного зміщення при вимірюванні напруги, визначені при калібруванні вольтметра

$$\theta_{\bar{U}} = (3 \cdot 10^{-4} \cdot \bar{U} + 0.02)_{mB}$$

Тоді відповідну стандартну невизначеність визначають за формулою:

$$u_B(\bar{U}) = \frac{(3 \cdot 10^{-4} \cdot \bar{U} + 0.02)}{\sqrt{3}} \quad u_{BU} := \frac{(3 \cdot 10^{-4} \cdot U_{sr} + 0.02) \cdot 10^{-3}}{\sqrt{3}} \quad u_{BU} = 1.1564 \times 10^{-5}$$

$$\tilde{u}_B(\bar{U}) = \frac{u_B(\bar{U})}{\bar{U}} \cdot 100\% \quad uu_{BU} := \frac{u_{BU} \cdot 100}{U_{sr}} \quad uu_{BU} = 0.0115$$

3.3 З паспортних даних маємо, що границі невиключеної систематичної похибки значення опору шунта, які були визначені при калібруванні становлять $\tilde{\theta}_R = 0.07\%$

$$\theta_{\theta R} := 0.07$$

$$\tilde{\theta}_R = \frac{\theta_R}{R} \cdot 100\% \Rightarrow \theta_R = \frac{\tilde{\theta}_R \cdot R}{100\%} = \theta_{\theta R} \cdot \frac{R_0}{100} \quad \theta_R = 7.062 \times 10^{-6}$$

3.4 Границі невиключеної систематичної складової похибки значення шунта, що обумовлено похибкою вимірювання температури, визначають із формули, що визначає залежність опору від температури:

$$R = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot (t - t_0)) \quad \alpha := 6 \cdot 10^{-6} \quad t := 23.05 \quad t_0 := 23$$

$$R := R_0 [1 + \alpha \cdot (t - t_0)] \quad R = 0.010088003$$

Якщо температура змінюється на Δt то границя відповідної складової похибки значення опору визначають:

$$\theta_{R,t} = R \cdot \alpha \cdot (\Delta t) \quad \Delta t := 0.05 \quad \theta_{R,t} := R \cdot \Delta t \cdot \alpha \quad \theta_{R,t} = 3.026 \times 10^{-9}$$

Оскільки ця складова похибки достатньо мала у порівнянні із іншими, що в подальшому її можна не враховувати.

3.4 Границі, всередині яких лежить значення опору шунта, визначені при калібруванні шунта і дорівнюють $7 \cdot 10^{-4} \cdot R$.

Відповідну стандартну невизначеність розраховують за формулою:

$$u_B(R) = \frac{(7 \cdot 10^{-4} \cdot R)}{\sqrt{3}} \quad u_{BR} := \frac{7 \cdot 10^{-4} \cdot R_0}{\sqrt{3}} \quad u_{BR} = 4.077 \times 10^{-6}$$

$$\tilde{u}_B(R) = \frac{u_B(R)}{R} \cdot 100\% \quad u_{uBR} := \frac{u_{BR} \cdot 100}{R_0} \quad u_{uBR} = 0.04$$

3.5 Границі зміни значення опору шунта, зумовленого зміною температури, дорівнюють $R_0 \cdot \alpha \cdot (\Delta t)$. Відповідну стандартну невизначеність отримують у відповідності із формулою:

$$u_B(t) = \frac{R_0 \cdot \alpha \cdot (\Delta t)}{\sqrt{3}} \quad \Delta t := 0.05 \quad u_{Bt} := \frac{R_0 \cdot \Delta t \cdot \alpha}{\sqrt{3}} \quad u_{Bt} = 1.747 \times 10^{-9}$$

$$\tilde{u}_B(t) = \frac{u_B(t)}{R} \cdot 100\% \quad u_{uBt} := \frac{u_{Bt} \cdot 100}{R_0} \quad u_{uBt} = 1.732 \times 10^{-5}$$

3.5 Виходячи з допущення про рівномірний розподіл невиключених систематичних складових похибки результату вимірювання з межами θ_U та θ_R , СКВ сумарної невиключеної систематичної складової похибки результату вимірювання сили струму $S(\theta)$ визначається за формулою:

$$S(\theta) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial U}\right)^2 \cdot \frac{\theta_U^2}{3} + \left(\frac{\partial f}{\partial R}\right)^2 \cdot \frac{\theta_R^2}{3}} \quad \frac{\partial f}{\partial U} = \frac{1}{R} \quad \frac{\partial f}{\partial R} = -\frac{U}{R^2}$$

$$S\theta = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 \cdot \frac{\theta U^2}{3} + \left(\frac{-U_{sr}}{R^2}\right)^2 \cdot \frac{\theta R^2}{3}} \quad S\theta = 4.19472 \times 10^{-3}$$

$$\tilde{S}(\theta) = \frac{S(\theta)}{I} \cdot 100\% \quad SS\theta = \frac{S\theta \cdot 100}{I} \quad SS\theta = 0.04201$$

3.6 Довірчі границі сумарної невиключеної систематичної складової похибки результату оцінюються за формулами:

$$\theta(P) = K(P) \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n (c_i \cdot \theta_i)^2} = \frac{K(P_{\partial os}, n)}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^m (c_i \cdot \theta_i)^2}$$

$$K(P) = \pm \frac{K(P_{\partial os}, n)}{\sqrt{3}} \quad \text{коефіцієнт, що залежить від ймовірності P та кількості складових похибок n}$$

$$K(P_{\partial os}, n) \approx 1,65 \quad P_{\partial os} = 0,9$$

$$K(P_{\partial os}, n) \approx 1,96 \quad P_{\partial os} = 0,95 \quad n \geq 4$$

$$K(P_{\partial os}, n) \approx 2,58 \quad P_{\partial os} = 0,99 \quad n > 4 \dots 5$$

3.6 Сумарну стандартну невизначеність, розраховану за типом В визначаємо за формулою:

$$u_B(I) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial U}\right)^2 \cdot (u_B(\bar{U}))^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial R}\right)^2 \cdot (u_B(R))^2}$$

$$u_B = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 \cdot u_B U^2 + \left(\frac{U_{sr}}{R^2}\right)^2 \cdot u_B R^2} \quad u_B = 4.195 \times 10^{-3}$$

$$\tilde{u}_B(I) = \frac{u_B(I)}{I} \cdot 100\% \quad u_B I = \frac{u_B \cdot 100}{I} \quad u_B I = 0.04201$$

Для P=95 %

$$\theta(P) = 1,11 \cdot \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial U}\right)^2 \cdot \theta_U^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial R}\right)^2 \cdot \theta_R^2} \quad \Theta := \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 \cdot \theta_U^2 + \left(\frac{U_{sr}}{R^2}\right)^2 \cdot \theta_R^2} \cdot 1,11$$

$$\tilde{\theta}(P) = \frac{\theta(P)}{I} \cdot 100\%$$

$$SSP := \frac{100}{I}$$

$$\Theta = 8,065 \times 10^{-3}$$

$$SSP = 0,081$$

3.7 СКВ випадкової складової похибки результату вимірювання сили струму S визначається за формулою:

$$S = \left(\frac{\partial f}{\partial U}\right) \cdot S(\bar{U}) = \left(\frac{1}{R_0}\right) \cdot S(\bar{U})$$

$$S := \frac{SU_{sr}}{R_0}$$

$$S = 3,37 \times 10^{-3}$$

$$\tilde{S} = \frac{S}{I} \cdot 100\%$$

$$SS := \frac{S \cdot 100}{I}$$

$$SS = 0,034$$

3.8 СКВ сумарної похибки результату вимірювання сили струму S_{Σ} розраховують за формулою:

$$S_{\Sigma} = \sqrt{S^2 + S_{\theta}^2}$$

$$S_{sum} := \sqrt{S^2 + S_{\theta}^2}$$

$$S_{sum} = 5,380568 \times 10^{-3}$$

$$\tilde{S}_{\Sigma} = \frac{S_{\Sigma}}{I} \cdot 100\%$$

$$SS_{sum} := \frac{S_{sum} \cdot 100}{I}$$

$$SS_{sum} = 0,054$$

3.9 Довірчі границі похибки результату вимірювання сили струму $\Delta_{0,95}$ при P=95 % і ефективному числі степенів свободи $f_{ef} = n - 1 = 9$ розраховують за

формулою:

$$\Delta_{0,95} = \frac{t_{0,95;9} \cdot S + \theta(0,95)}{S + S_{\theta}} \cdot S_{\Sigma}$$

$$\Delta := \left(\frac{2,262 \cdot S + \Theta}{S + S_{\theta}}\right) \cdot S_{sum}$$

$$\Delta = 0,01116$$

$$\tilde{\Delta}_{\Sigma} = \frac{\Delta_{0,95}}{I} \cdot 100\%$$

$$\Delta_{sum} := \frac{\Delta \cdot 100}{I}$$

$$\Delta_{sum} = 0,11176$$

3.2 Стандартну невизначеність сили струму, зумовлену джерелами невизначеності, що мають випадковий характер, визначають за формулою:

$$u_A(I) = \left(\frac{\partial f}{\partial U}\right) \cdot u_A(\bar{U}) = \left(\frac{1}{R_0}\right) \cdot u_A(\bar{U}) =$$

$$u_{AI} := \left(\frac{1}{R_0}\right) \cdot u_{AU_{sr}}$$

$$u_{AI} = 3,37 \times 10^{-3}$$

$$\tilde{u}_A(I) = \frac{u_A(I)}{I} \cdot 100\%$$

$$uu_{AI} := \frac{u_{AI} \cdot 100}{I}$$

$$uu_{AI} = 0,034$$

3.7 Сумарну стандартну невизначеність u_c розраховують за формулою:

$$u_c(I) = \sqrt{u_A^2(I) + u_B^2(I)}$$

$$u_c := \left(\sqrt{u_{AI}^2 + u_B^2}\right)$$

$$u_c = 5,381 \times 10^{-3}$$

$$\tilde{u}_c(I) = \frac{u_c(I)}{I} \cdot 100\%$$

$$uucI := \frac{u_c \cdot 100}{I}$$

$$uucI = 0,054$$

3.8 Розширену невизначеність визначаємо

$$U = k \cdot u_c(I)$$

$$k := 2$$

$$U := k \cdot u_c$$

$$U = 0,010761$$

Завдання 2

Обробка результатів опосередкованих вимірювань з багаторазовими спостереженнями при наявності кореляції між вхідними величинами

Активний R і реактивний X опори елементу кола визначають шляхом вимірювання амплітуди V різниці потенціалів на його виводах, яка змінюється синусоїдально, амплітуди I змінного струму, що проходить через нього, і кута зсуву фаз φ змінної різниці потенціалів відносно змінного струму. Таким чином, трьома вхідними величинами є V, I, φ , а трьома вихідними (вимірюваними величинами) є три складові імпедансу: R, X, Z . Оскільки $Z^2 = R^2 + X^2$, тобто є тільки дві незалежні величини.

Математична модель та вихідні дані

Вимірювані величини пов'язані з вхідними величинами законом Ома:

$$R = \frac{V}{I} \cdot \cos(\varphi); \quad X = \frac{V}{I} \cdot \sin(\varphi); \quad Z = \frac{V}{I}$$

Передбачається, що п'ять незалежних рядів одночасних спостережень цих трьох величин V, I, φ отримані в однакових умовах.

Вихідні дані

варіант 1			варіант 2		
$V(B)$	$I(mA)$	$\varphi(рад)$	$V(B)$	$I(mA)$	$\varphi(рад)$
$U1 = \begin{pmatrix} 5.043 \\ 5.21 \\ 5.087 \\ 5.305 \\ 5.173 \\ 5.103 \\ 5.092 \end{pmatrix}$	$I1 = \begin{pmatrix} 20.095 \\ 20.106 \\ 20.098 \\ 20.101 \\ 20.113 \\ 20.093 \\ 20.1 \end{pmatrix}$	$\phi1 = \begin{pmatrix} 1.25538 \\ 1.24463 \\ 1.05496 \\ 1.09214 \\ 1.2103 \\ 1.16921 \\ 1.14011 \end{pmatrix}$	$U1 = \begin{pmatrix} 5.291 \\ 5.514 \\ 5.349 \\ 5.639 \\ 5.464 \\ 5.371 \\ 5.355 \\ 5.397 \end{pmatrix}$	$I1 = \begin{pmatrix} 20.511 \\ 20.495 \\ 20.502 \\ 20.525 \\ 20.486 \\ 20.5 \\ 20.522 \\ 20.518 \end{pmatrix}$	$\phi1 = \begin{pmatrix} 1.10496 \\ 1.14214 \\ 1.2603 \\ 1.21921 \\ 1.19011 \\ 1.25495 \\ 1.28854 \\ 1.2653 \end{pmatrix}$

варіант 3			варіант 4		
$V(B)$	$I(mA)$	$\varphi(рад)$	$V(B)$	$I(mA)$	$\varphi(рад)$
$U1 = \begin{pmatrix} 5.096 \\ 5.207 \\ 5.124 \\ 5.27 \\ 5.182 \\ 5.136 \\ 5.128 \end{pmatrix}$	$I1 = \begin{pmatrix} 20.19 \\ 20.211 \\ 20.195 \\ 20.202 \\ 20.225 \\ 20.186 \\ 20.2 \end{pmatrix}$	$\phi1 = \begin{pmatrix} 1.10538 \\ 1.09463 \\ 0.90496 \\ 0.94214 \\ 1.0603 \\ 1.01921 \\ 0.99011 \end{pmatrix}$	$U1 = \begin{pmatrix} 5.196 \\ 5.307 \\ 5.224 \\ 5.37 \\ 5.282 \\ 5.236 \\ 5.228 \\ 5.248 \\ 5.356 \end{pmatrix}$	$I1 = \begin{pmatrix} 20.195 \\ 20.202 \\ 20.225 \\ 20.186 \\ 20.2 \\ 20.222 \\ 20.218 \\ 20.142 \\ 20.157 \end{pmatrix}$	$\phi1 = \begin{pmatrix} 1.0603 \\ 1.01921 \\ 0.99011 \\ 1.05495 \\ 1.08854 \\ 1.0653 \\ 1.05057 \\ 1.01178 \\ 1.02954 \end{pmatrix}$

варіант 5			варіант 6		
$V(B)$	$I(mA)$	$\phi(rad)$	$V(B)$	$I(mA)$	$\phi(rad)$
$U_1 = \begin{pmatrix} 7.396 \\ 7.507 \\ 7.424 \\ 7.57 \\ 7.482 \\ 7.436 \\ 7.428 \\ 7.448 \\ 7.556 \end{pmatrix}$	$I_1 = \begin{pmatrix} 24.995 \\ 25.002 \\ 25.025 \\ 24.986 \\ 25 \\ 25.022 \\ 25.018 \\ 24.942 \\ 24.957 \end{pmatrix}$	$\phi_1 = \begin{pmatrix} 1.0403 \\ 0.99921 \\ 0.97011 \\ 1.03495 \\ 1.06854 \\ 1.0453 \\ 1.03057 \\ 0.99178 \\ 1.00954 \end{pmatrix}$	$U_1 = \begin{pmatrix} 8.291 \\ 8.514 \\ 8.349 \\ 8.639 \\ 8.464 \\ 8.371 \\ 8.355 \\ 8.397 \end{pmatrix}$	$I_1 = \begin{pmatrix} 25.014 \\ 24.994 \\ 25.002 \\ 25.032 \\ 24.982 \\ 25 \\ 25.028 \\ 25.022 \end{pmatrix}$	$\phi_1 = \begin{pmatrix} 0.88496 \\ 0.92214 \\ 1.0403 \\ 0.99921 \\ 0.97011 \\ 1.03495 \\ 1.06854 \\ 1.0453 \end{pmatrix}$

варіант 7			варіант 8		
$V(B)$	$I(mA)$	$\phi(rad)$	$V(B)$	$I(mA)$	$\phi(rad)$
$U_1 = \begin{matrix} & 0 \\ 0 & 9.739 \\ 1 & 10.017 \\ 2 & 9.811 \\ 3 & 10.174 \\ 4 & 9.955 \\ 5 & 9.839 \\ 6 & 9.819 \\ 7 & 9.871 \\ 8 & 10.139 \\ 9 & 9.939 \end{matrix}$	$I_1 = \begin{matrix} & 0 \\ 0 & 27.003 \\ 1 & 27.044 \\ 2 & 26.975 \\ 3 & 27 \\ 4 & 27.039 \\ 5 & 27.031 \\ 6 & 26.898 \\ 7 & 26.925 \\ 8 & 27.007 \\ 9 & 26.978 \end{matrix}$	$\phi_1 = \begin{matrix} & 0 \\ 0 & 0.96413 \\ 1 & 1.03545 \\ 2 & 1.07239 \\ 3 & 1.04682 \\ 4 & 1.03062 \\ 5 & 0.98795 \\ 6 & 1.0075 \\ 7 & 0.99294 \\ 8 & 1.02273 \\ 9 & 1.086 \end{matrix}$	$U_1 = \begin{pmatrix} 10.343 \\ 10.51 \\ 10.387 \\ 10.605 \\ 10.473 \\ 10.403 \\ 10.392 \\ 10.423 \end{pmatrix}$	$I_1 = \begin{pmatrix} 22.02 \\ 21.991 \\ 22.003 \\ 22.044 \\ 21.975 \\ 22 \\ 22.039 \\ 22.031 \end{pmatrix}$	$\phi_1 = \begin{pmatrix} 0.89946 \\ 0.93293 \\ 1.03927 \\ 1.00229 \\ 0.9761 \\ 1.03446 \\ 1.06468 \\ 1.04377 \end{pmatrix}$

варіант 9			варіант 10		
$V(B)$	$I(mA)$	$\phi(rad)$	$V(B)$	$I(mA)$	$\phi(rad)$
$U_1 = \begin{pmatrix} 12.249 \\ 12.517 \\ 12.319 \\ 12.667 \\ 12.456 \\ 12.345 \\ 12.326 \\ 12.376 \end{pmatrix}$	$I_1 = \begin{pmatrix} 24.02 \\ 23.991 \\ 24.003 \\ 24.044 \\ 23.975 \\ 24 \\ 24.039 \\ 24.031 \end{pmatrix}$	$\phi_1 = \begin{pmatrix} 0.86946 \\ 0.90293 \\ 1.00927 \\ 0.97229 \\ 0.9461 \\ 1.00446 \\ 1.03468 \\ 1.01377 \end{pmatrix}$	$U_1 = \begin{pmatrix} 15.396 \\ 15.507 \\ 15.424 \\ 15.57 \\ 15.482 \\ 15.436 \\ 15.428 \\ 15.448 \\ 15.556 \end{pmatrix}$	$I_1 = \begin{pmatrix} 24.991 \\ 25.003 \\ 25.044 \\ 24.975 \\ 25 \\ 25.039 \\ 25.031 \\ 24.898 \\ 24.925 \end{pmatrix}$	$\phi_1 = \begin{pmatrix} 1.00927 \\ 0.97229 \\ 0.9461 \\ 1.00446 \\ 1.03468 \\ 1.01377 \\ 1.00051 \\ 0.9656 \\ 0.98159 \end{pmatrix}$

Приклад виконання завдання 2

Номер результату k	Вхідні величини		
	V (В)	I (мА)	φ (рад)
1	5,007	19,663	1,0456
2	4,994	19,639	1,0438
3	5,005	19,640	1,0468
4	4,99	19,685	1,0428
5	4,999	19,678	1,0433

1. Визначаємо середнє арифметичне кожної величини:

$$\bar{V} = 4,99 \text{ В}, \quad \bar{I} = 0,0196 \text{ А}, \quad \bar{\varphi} = 1,0444 \text{ рад}.$$

2. Визначаємо експериментальну стандартну невизначеність за формулою:

$$u_A(\bar{x}) = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2},$$

для кожної фізичної величини:

$$u_A(\bar{V}) = \sqrt{\frac{1}{5 \cdot (5-1)} \cdot \sum_{i=1}^5 (V_i - \bar{V})^2} = 0,0032 \text{ В},$$

$$u_A(\bar{I}) = \sqrt{\frac{1}{5 \cdot (5-1)} \cdot \sum_{i=1}^5 (I_i - \bar{I})^2} = 0,00947 \text{ мА},$$

$$u_A(\bar{\varphi}) = \sqrt{\frac{1}{5 \cdot (5-1)} \cdot \sum_{i=1}^5 (\varphi_i - \bar{\varphi})^2} = 0,0007521 \text{ рад}.$$

Приклад виконання завдання п.1-п.2 в MathCAD

	A	B	C	D	E
1	Практична робота №4		Завдання 2 Обробка результат		
2					
3					
4		k	V(В)	I(мА)	φ(рад)
5		1	5,007	0,019663	1,0456
6		2	4,994	0,019639	1,0438
7		3	5,005	0,01964	1,0468
8		4	4,99	0,019685	1,0428
9		5	4,999	0,019678	1,0433
10	1. Середнє арифметичне кожної фізичної величини	$\bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n}$	4,999	0,019661	1,04446
11	2. Експериментальна стандартна невизначеність середнього	$u_A(\bar{x}) = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$	6,4E-05	4E-12	1,2996E-06
12			2,5E-05	4,84E-10	4,356E-07
13			3,6E-05	4,41E-10	5,4756E-06
14			8,1E-05	5,76E-10	2,7556E-06
15			7,88861E-31	2,89E-10	1,3456E-06
16			0,000206	1,794E-09	1,1312E-05
17			0,00321	9,47101E-06	0,00075

3. Виходячи з обчислених середніх значень результатів вимірювання кожної фізичної величини визначаємо:

$$\bar{R} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} \cdot \cos(\bar{\varphi}) = 127.73217 \text{ Ом},$$

$$\bar{X} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} \cdot \sin(\bar{\varphi}) = 219.84651 \text{ Ом},$$

$$\bar{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}}.$$

	A	B	C	D	E	H	K	N
1	Практична робота №4		Завдання 2 Обробка результатів опосередкованих вимірювань з багатор кореляції між вхідними величинами					
2								
3								
4		k	V(B)	I(мА)	φ(рад)	$\bar{R} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} \cdot \cos(\bar{\varphi})$	$\bar{X} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} \cdot \sin(\bar{\varphi})$	$\bar{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}}$
5		1	5,007	0,019663	1,0456	127,6724857	220,3216292	254,6406957
6		2	4,994	0,019639	1,0438	127,8924453	219,7882904	254,289333
7		3	5,005	0,01964	1,0468	127,5062612	220,6447012	254,8370672
8		4	4,99	0,019685	1,0428	127,7104234	218,9714567	253,492507
9		5	4,999	0,019678	1,0433	127,8765367	219,5083955	254,0400447
10	1. Середнє арифметичне кожної фізичної величини	$\bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n}$	4,999	0,019661	1,04446	127,7316305	219,8468946	254,2600496

4. Оцінювання сумарної стандартної невизначеності.

Оскільки середні $\bar{V}, \bar{I}, \bar{\varphi}$ отримані одночасових дослідів, то вони можуть бути корельовані. Потрібно оцінити відповідні коефіцієнти кореляції та, при їх суттєвості, врахувати при обчисленні невизначеності результату.

4.1 Коефіцієнти кореляції визначаємо за формулою (4.6):

$$r(x_i, x_j) = \frac{u(x_i, x_j)}{u(x_i) \cdot u(x_j)},$$

де $u(x_i, x_j) = \frac{\sum_{k=1}^n (x_{i,k} - \bar{x}_i) \cdot (x_{j,k} - \bar{x}_j)}{n \cdot (n - 1)}$ - попарні оцінки кореляційних

моментів.

Тоді відповідно:

$$u(\bar{V}, \bar{I}) = \frac{\sum_{k=1}^n (V_k - \bar{V}) \cdot (I_k - \bar{I})}{n \cdot (n - 1)} = -1.08 \cdot 10^{-8} \text{ В} \cdot \text{А}; \quad r(\bar{V}, \bar{I}) = \frac{u(\bar{V}, \bar{I})}{u(\bar{V}) \cdot u(\bar{I})} = -0,355,$$

$$u(\bar{V}, \varphi) = \frac{\sum_{k=1}^n (V_k - \bar{V}) \cdot (\varphi_k - \bar{\varphi})}{n \cdot (n - 1)} = 2,07 \cdot 10^{-6} \text{ В} \cdot \text{рад}; \quad r(\bar{V}, \bar{\varphi}) = \frac{u(\bar{V}, \bar{\varphi})}{u(\bar{V}) \cdot u(\bar{\varphi})} = 0,86,$$

$$u(\bar{I}, \varphi) = \frac{\sum_{k=1}^n (I_k - \bar{I}) \cdot (\varphi_k - \bar{\varphi})}{n \cdot (n - 1)} = -4,06 \cdot 10^{-9} \text{ А} \cdot \text{рад}; \quad r(\bar{I}, \bar{\varphi}) = \frac{u(\bar{I}, \bar{\varphi})}{u(\bar{I}) \cdot u(\bar{\varphi})} = -0,65.$$

Приклад виконання завдання п.4.1 в MathCAD

	A	B	C	D	E
1	Практична робота №4		Завдання 2 Обробка результат		
2					
3					
4		k	V(B)	I(мА)	φ(рад)
5		1	5,007	0,019663	1,0456
6		2	4,994	0,019639	1,0438
7		3	5,005	0,01964	1,0468
8		4	4,99	0,019685	1,0428
9		5	4,999	0,019678	1,0433
10	1. Середнє арифметичне кожної фізичної величини	$\bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n}$	4,999	0,019661	1,04446
11	2. Експериментальна стандартна невизначеність середнього	$u_A(\bar{x}) = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$	6,4E-05	4E-12	1,2996E-06
12			2,5E-05	4,84E-10	4,356E-07
13			3,6E-05	4,41E-10	5,4756E-06
14			8,1E-05	5,76E-10	2,7556E-06
15			7,88861E-31	2,89E-10	1,3456E-06
16			0,000206	1,794E-09	1,1312E-05
17			0,00321	9,47101E-06	0,00075
18	4.1 Коефіцієнти кореляції				
19	попарна оцінка	$u(V, I) = \frac{\sum_{k=1}^n (V_k - \bar{V}) \cdot (I_k - \bar{I})}{n \cdot (n-1)}$	-1,08E-08		
20	кореляційних				
21	моментів (V,I)				
22	коефіцієнт кореляції (V,I)	$r(\bar{V}, \bar{I}) = \frac{u(\bar{V}, \bar{I})}{u(\bar{V}) \cdot u(\bar{I})}$	-0,35531122		
25	попарна оцінка	$u(\bar{I}, \varphi) = \frac{\sum_{k=1}^n (I_k - \bar{I}) \cdot (\varphi_k - \bar{\varphi})}{n \cdot (n-1)}$	-4,595E-09		
26	кореляційних				
27	моментів (I,φ)				
28	коефіцієнт кореляції (I,φ)	$r(\bar{I}, \bar{\varphi}) = \frac{u(\bar{I}, \bar{\varphi})}{u(\bar{I}) \cdot u(\bar{\varphi})}$	-0,645111218		
31	попарна оцінка	$u(V, \varphi) = \frac{\sum_{k=1}^n (V_k - \bar{V}) \cdot (\varphi_k - \bar{\varphi})}{n \cdot (n-1)}$	2,1E-06		
32	кореляційних				
33	моментів (V,φ)				
34	коефіцієнт кореляції (V,φ)	$r(\bar{V}, \bar{\varphi}) = \frac{u(\bar{V}, \bar{\varphi})}{u(\bar{V}) \cdot u(\bar{\varphi})}$	0,85762		

Гradientне поєднання кольорів наочно показує для яких вхідних (вихідних) величин визначався коефіцієнт кореляції

4.2 Вирази для оцінки сумарної невизначеності з урахуванням коефіцієнту кореляції в загальному вигляді за формулою (4.7):

$$\begin{aligned}
u_c^2 &= \sum_{i=1}^N c_i^2 \cdot u^2(\bar{x}_i) + 2 \cdot \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{i=2}^N c_i \cdot c_j \cdot r(x_i, x_j) \cdot u(x_i) \cdot u(x_j) \Rightarrow \\
u_c &= \sqrt{\sum_{i=1}^N c_i^2 \cdot u^2(\bar{x}_i) + 2 \cdot \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{i=2}^N c_i \cdot c_j \cdot r(x_i, x_j) \cdot u(x_i) \cdot u(x_j)} , \tag{4.9}
\end{aligned}$$

Тоді відповідно для кожної вихідної величини отримаємо:

$$u_c(R) = \sqrt{\left(\left(\frac{\partial R}{\partial V} \right)^2 \cdot u^2(\bar{V}) + \left(\frac{\partial R}{\partial I} \right)^2 \cdot u^2(\bar{I}) + \left(\frac{\partial R}{\partial \varphi} \right)^2 \cdot u^2(\bar{\varphi}) + \right.} \\
\left. + 2 \cdot \left[\begin{aligned} &\frac{\partial R}{\partial V} \cdot \frac{\partial R}{\partial I} \cdot u(\bar{V}) \cdot u(\bar{I}) \cdot r(\bar{V}, \bar{I}) + \\ &+ \frac{\partial R}{\partial V} \cdot \frac{\partial R}{\partial \varphi} \cdot u(\bar{V}) \cdot u(\bar{\varphi}) \cdot r(\bar{V}, \bar{\varphi}) + \\ &+ \frac{\partial R}{\partial I} \cdot \frac{\partial R}{\partial \varphi} \cdot u(\bar{I}) \cdot u(\bar{\varphi}) \cdot r(\bar{I}, \bar{\varphi}) \end{aligned} \right] \right.} = 0.07107 ,$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial R}{\partial V} &= \frac{1}{\bar{I}} \cdot \text{Cos}(\bar{\varphi}); & \frac{\partial R}{\partial I} &= -\frac{\bar{V}}{\bar{I}^2} \cdot \text{Cos}(\bar{\varphi}); & \frac{\partial R}{\partial \varphi} &= -\frac{\bar{V}}{\bar{I}} \cdot \text{Sin}(\bar{\varphi}), \\
\frac{\partial X}{\partial V} &= \frac{1}{\bar{I}} \cdot \text{Sin}(\bar{\varphi}); & \frac{\partial X}{\partial I} &= -\frac{\bar{V}}{\bar{I}^2} \cdot \text{Sin}(\bar{\varphi}); & \frac{\partial X}{\partial \varphi} &= -\frac{\bar{V}}{\bar{I}} \cdot \text{Cos}(\bar{\varphi}), \\
\frac{\partial Z}{\partial V} &= \frac{1}{\bar{I}}; & \frac{\partial Z}{\partial I} &= -\frac{\bar{V}}{\bar{I}^2} /
\end{aligned}$$

$$u_c(X) = \sqrt{\left(\left(\frac{\partial X}{\partial V} \right)^2 \cdot u^2(\bar{V}) + \left(\frac{\partial X}{\partial I} \right)^2 \cdot u^2(\bar{I}) + \left(\frac{\partial X}{\partial \varphi} \right)^2 \cdot u^2(\bar{\varphi}) + \right.} \\
\left. + 2 \cdot \left[\begin{aligned} &\frac{\partial X}{\partial V} \cdot \frac{\partial X}{\partial I} \cdot u(\bar{V}) \cdot u(\bar{I}) \cdot r(\bar{V}, \bar{I}) + \\ &+ \frac{\partial X}{\partial V} \cdot \frac{\partial X}{\partial \varphi} \cdot u(\bar{V}) \cdot u(\bar{\varphi}) \cdot r(\bar{V}, \bar{\varphi}) + \\ &+ \frac{\partial X}{\partial I} \cdot \frac{\partial X}{\partial \varphi} \cdot u(\bar{I}) \cdot u(\bar{\varphi}) \cdot r(\bar{I}, \bar{\varphi}) \end{aligned} \right] \right.} = 0.12 ,$$

$$u_c(Z) = \sqrt{\left(\left(\frac{\partial Z}{\partial V} \right)^2 \cdot u^2(\bar{V}) + \left(\frac{\partial Z}{\partial I} \right)^2 \cdot u^2(\bar{I}) + \right.} \\
\left. + 2 \cdot \left[\frac{\partial Z}{\partial V} \cdot \frac{\partial Z}{\partial I} \cdot u(\bar{V}) \cdot u(\bar{I}) \cdot r(\bar{V}, \bar{I}) \right] \right.} = 0.236 ,$$

Приклад виконання п.4.2 (продовження) в MathCAD

$\frac{\partial R}{\partial V} = \frac{1}{I} \cdot \text{Cos}(\varphi)$	25,552	$\frac{\partial X}{\partial V} = \frac{1}{I} \cdot \text{Sin}(\varphi)$	43,978	$\frac{\partial Z}{\partial V} = \frac{1}{I}$	50,862
$\frac{\partial R}{\partial I} = -\frac{V}{I^2} \cdot \text{Cos}(\varphi)$	-6496,7	$\frac{\partial X}{\partial I} = -\frac{V}{I^2} \cdot \text{Sin}(\varphi)$	-11182	$\frac{\partial Z}{\partial I} = -\frac{V}{I^2}$	-12932
$\frac{\partial R}{\partial \varphi} = -\frac{V}{I} \cdot \text{Sin}(\varphi)$	-219,85	$\frac{\partial X}{\partial \varphi} = -\frac{V}{I} \cdot \text{Cos}(\varphi)$	-127,73		
$u_c(R) = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial V}\right)^2 \cdot u^2(V) + \left(\frac{\partial R}{\partial I}\right)^2 \cdot u^2(I) + \left(\frac{\partial R}{\partial \varphi}\right)^2 \cdot u^2(\varphi) + 2 \cdot \left[\frac{\partial R}{\partial V} \cdot \frac{\partial R}{\partial I} \cdot u(V) \cdot u(I) \cdot r(V, I) + \frac{\partial R}{\partial V} \cdot \frac{\partial R}{\partial \varphi} \cdot u(V) \cdot u(\varphi) \cdot r(V, \varphi) + \frac{\partial R}{\partial I} \cdot \frac{\partial R}{\partial \varphi} \cdot u(I) \cdot u(\varphi) \cdot r(I, \varphi) \right]}$		0,071071407		$u(\bar{R}, \bar{X}) = \frac{\sum_{k=1}^n (R_k - \bar{R}) \cdot (X_k - \bar{X})}{n \cdot (n-1)} =$ $r(\bar{R}, \bar{X}) = \frac{u(\bar{R}, \bar{X})}{u(\bar{R}) \cdot u(\bar{X})}$ $u(\bar{R}, \bar{Z}) = \frac{\sum_{k=1}^n (R_k - \bar{R}) \cdot (Z_k - \bar{Z})}{n \cdot (n-1)}$ $r(\bar{R}, \bar{Z}) = \frac{u(\bar{R}, \bar{Z})}{u(\bar{R}) \cdot u(\bar{Z})}$ $u(\bar{X}, \bar{Z}) = \frac{\sum_{k=1}^n (X_k - \bar{X}) \cdot (Z_k - \bar{Z})}{n \cdot (n-1)}$ $r(\bar{X}, \bar{Z}) = \frac{u(\bar{X}, \bar{Z})}{u(\bar{X}) \cdot u(\bar{Z})}$	
$u_c(X) = \sqrt{\left(\frac{\partial X}{\partial V}\right)^2 \cdot u^2(V) + \left(\frac{\partial X}{\partial I}\right)^2 \cdot u^2(I) + \left(\frac{\partial X}{\partial \varphi}\right)^2 \cdot u^2(\varphi) + 2 \cdot \left[\frac{\partial X}{\partial V} \cdot \frac{\partial X}{\partial I} \cdot u(V) \cdot u(I) \cdot r(V, I) + \frac{\partial X}{\partial V} \cdot \frac{\partial X}{\partial \varphi} \cdot u(V) \cdot u(\varphi) \cdot r(V, \varphi) + \frac{\partial X}{\partial I} \cdot \frac{\partial X}{\partial \varphi} \cdot u(I) \cdot u(\varphi) \cdot r(I, \varphi) \right]}$		0,12084894			
$u_c(Z) = \sqrt{\left(\frac{\partial Z}{\partial V}\right)^2 \cdot u^2(V) + \left(\frac{\partial Z}{\partial I}\right)^2 \cdot u^2(I) + 2 \cdot \left[\frac{\partial Z}{\partial V} \cdot \frac{\partial Z}{\partial I} \cdot u(V) \cdot u(I) \cdot r(V, I) \right]}$		0,23633613			

4.3 Оскільки всі три вихідні величини $\bar{R}, \bar{X}, \bar{Z}$ залежать від тих же самих вхідних величин, то вони теж корельовані. Встановимо для них коефіцієнти кореляції за аналогією як і для вхідних величин:

$$u(\bar{R}, \bar{X}) = \frac{\sum_{k=1}^n (R_k - \bar{R}) \cdot (X_k - \bar{X})}{n \cdot (n-1)} = -0,0123, \quad r(\bar{R}, \bar{X}) = \frac{u(\bar{R}, \bar{X})}{u(\bar{R}) \cdot u(\bar{X})} = -0,588,$$

$$u(\bar{R}, \bar{Z}) = \frac{\sum_{k=1}^n (R_k - \bar{R}) \cdot (Z_k - \bar{Z})}{n \cdot (n-1)} = -0,00816, \quad r(\bar{R}, \bar{Z}) = \frac{u(\bar{R}, \bar{Z})}{u(\bar{R}) \cdot u(\bar{Z})} = -0,485,$$

$$u(\bar{X}, \bar{Z}) = \frac{\sum_{k=1}^n (X_k - \bar{X}) \cdot (Z_k - \bar{Z})}{n \cdot (n-1)} = 0,0692, \quad r(\bar{X}, \bar{Z}) = \frac{u(\bar{X}, \bar{Z})}{u(\bar{X}) \cdot u(\bar{Z})} = 0,992.$$

Приклад виконання п.4.3 (продовження) в MathCAD

Q	R	S	T	U	V
4.3 Визначення коефіцієнтів кореляції для розрахункових величин					
$u(\bar{R}, \bar{X}) = \frac{\sum_{k=1}^n (R_k - \bar{R}) \cdot (X_k - \bar{X})}{n \cdot (n-1)} =$					-0,012389437
$r(\bar{R}, \bar{X}) = \frac{u(\bar{R}, \bar{X})}{u(\bar{R}) \cdot u(\bar{X})}$					-0,588276856
$u(\bar{R}, \bar{Z}) = \frac{\sum_{k=1}^n (R_k - \bar{R}) \cdot (Z_k - \bar{Z})}{n \cdot (n-1)}$					-0,008167613
$r(\bar{R}, \bar{Z}) = \frac{u(\bar{R}, \bar{Z})}{u(\bar{R}) \cdot u(\bar{Z})}$					-0,485064614
$u(\bar{X}, \bar{Z}) = \frac{\sum_{k=1}^n (X_k - \bar{X}) \cdot (Z_k - \bar{Z})}{n \cdot (n-1)}$					0,069285521
$r(\bar{X}, \bar{Z}) = \frac{u(\bar{X}, \bar{Z})}{u(\bar{X}) \cdot u(\bar{Z})}$					0,992507542

5. Визначаємо розширену невизначеність результату непрямого вимірювання:

$$U = k \cdot u_c(y)$$

$$U(R) = k \cdot u_c(R) = 2 \cdot 0.07107 = 0.14214 \text{ Ом},$$

$$U(X) = k \cdot u_c(X) = 2 \cdot 0.1208 = 0.2416 \text{ Ом},$$

$$U(Z) = k \cdot u_c(Z) = 2 \cdot 0.236 = 0.472 \text{ Ом}$$

$k = t_p(v_{eff})$ - квантиль розподілу Стьюдента з ефективним числом степенів свободи v_{eff} і довірчою ймовірністю (рівнем довіри) p .

Приймаємо для загального випадку коефіцієнт охоплення k вибирається у відповідності із формулою: $k = t_p(v_{eff}) \approx 2$

б. Записуємо результат вимірювання у вигляді:

$$Y = (y \pm U), P = \%$$

$$R = \bar{R} \pm U(R), P = 95\%$$

$$R = (127.731 \pm 0.14214) \text{ Ом}, P = 95\%$$

$$X = \bar{X} \pm U(\bar{X}), P = 95\%$$

$$X = (219.846 \pm 0.2416) \text{ Ом}, P = 95\%$$

$$Z = \bar{Z} \pm U(Z), P = 95\%$$

$$Z = (254.26 \pm 0.472) \text{ Ом}, P = 95\%$$

Приклад виконання завдання 2 в MathCAD

Практична робота №4		Завдання 2 Обробка результатів опосередкованих вимірювань з багаторазовими спостереженнями при наявності кореляції між вхідними величинами								
	k	V(B)	I, mA	α , рад	$R = \frac{V}{I} \cdot \cos(\varphi)$	$\bar{X} = \frac{V}{I} \cdot \sin(\varphi)$	$Z = \frac{V}{I}$			
1	1	3,007	0,019663	1,0436	127,8724857	220,3216292	254,6406957			
2	2	4,994	0,019639	1,0438	127,8924453	219,7882904	254,2899333			
3	3	5,005	0,01964	1,0458	127,5062612	220,6447012	254,8370672			
4	4	4,99	0,019685	1,0428	127,7104234	218,9714567	253,492507			
5	5	4,999	0,019678	1,0433	127,8765367	219,5083955	254,0400447			
1. Середнє арифметичне кожної фізичної величини		$\bar{X} = \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{n}$	4,999	0,019661	1,04446	127,7316305	219,8468946	254,2600496		
2. Експериментальна стандартна невизначеність середнього		$u_d(\bar{X}) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$	6,4E-03	4E-12	1,2998E-06	0,003498104	0,223372972	0,144891481		
			2,5E-03	4,84E-10	4,356E-07	0,023961416	0,003434431	0,000893036		
			3,6E-03	4,41E-10	5,475E-06	0,050791294	0,636493366	0,332949337		
			8,1E-03	5,76E-10	2,7356E-06	0,000449739	0,76639155	0,589121645		
			7,88961E-01	2,89E-10	1,3456E-06	0,020997807	0,114581635	0,048402141		
			0,000208	1,794E-09	1,1911E-05	0,101398339	1,748275994	1,116237641		
			0,003209	9,47101E-06	0,00075	0,071273543	0,295489086	0,236247502		
4.1 Коefіцієнти кореляції										
18	попарна оцінка кореляційних моментів (V, I)	$u(V, I) = \frac{\sum_{i=1}^n (V_i - \bar{V})(I_i - \bar{I})}{n \cdot (n-1)}$	-1,08E-08		$\frac{\partial R}{\partial V} = \frac{1}{I} \cdot \cos(\varphi)$	25,552	$\frac{\partial X}{\partial V} = \frac{1}{I} \cdot \sin(\varphi)$	43,978	$\frac{\partial Z}{\partial V} = \frac{1}{I}$	50,862
22	коefіцієнт кореляції (V, I)	$r(V, I) = \frac{u(V, I)}{u(V) \cdot u(I)}$	-0,35531122		$\frac{\partial R}{\partial I} = -\frac{V}{I^2} \cdot \cos(\varphi)$	-6497	$\frac{\partial X}{\partial I} = -\frac{V}{I^2} \cdot \sin(\varphi)$	-11182	$\frac{\partial Z}{\partial I} = -\frac{V}{I^2}$	-12932
26	попарна оцінка кореляційних моментів (I, φ)	$u(I, \varphi) = \frac{\sum_{i=1}^n (I_i - \bar{I}) \cdot (\varphi_i - \bar{\varphi})}{n \cdot (n-1)}$	-4,595E-09		$\frac{\partial R}{\partial \varphi} = -\frac{V}{I} \cdot \sin(\varphi)$	-219,8	$\frac{\partial X}{\partial \varphi} = \frac{V}{I} \cdot \cos(\varphi)$	-127,7		
29	коefіцієнт кореляції (I, φ)	$r(I, \varphi) = \frac{u(I, \varphi)}{u(I) \cdot u(\varphi)}$	-0,645111218							
33	попарна оцінка кореляційних моментів (V, φ)	$u(V, \varphi) = \frac{\sum_{i=1}^n (V_i - \bar{V}) \cdot (\varphi_i - \bar{\varphi})}{n \cdot (n-1)}$	2,07E-06		$u_c(R) = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial V}\right)^2 \cdot u^2(V) + \left(\frac{\partial R}{\partial I}\right)^2 \cdot u^2(I) + \left(\frac{\partial R}{\partial \varphi}\right)^2 \cdot u^2(\varphi) + 2 \cdot \left[\frac{\partial R}{\partial V} \cdot \frac{\partial R}{\partial I} \cdot u(V) \cdot u(I) \cdot r(V, I) + \frac{\partial R}{\partial V} \cdot \frac{\partial R}{\partial \varphi} \cdot u(V) \cdot u(\varphi) \cdot r(V, \varphi) + \frac{\partial R}{\partial I} \cdot \frac{\partial R}{\partial \varphi} \cdot u(I) \cdot u(\varphi) \cdot r(I, \varphi)\right]}$	0,071071407				
35	коefіцієнт кореляції (V, φ)	$r(V, \varphi) = \frac{u(V, \varphi)}{u(V) \cdot u(\varphi)}$	0,857624							
44					$u_c(X) = \sqrt{\left(\frac{\partial X}{\partial V}\right)^2 \cdot u^2(V) + \left(\frac{\partial X}{\partial I}\right)^2 \cdot u^2(I) + \left(\frac{\partial X}{\partial \varphi}\right)^2 \cdot u^2(\varphi) + 2 \cdot \left[\frac{\partial X}{\partial V} \cdot \frac{\partial X}{\partial I} \cdot u(V) \cdot u(I) \cdot r(V, I) + \frac{\partial X}{\partial V} \cdot \frac{\partial X}{\partial \varphi} \cdot u(V) \cdot u(\varphi) \cdot r(V, \varphi) + \frac{\partial X}{\partial I} \cdot \frac{\partial X}{\partial \varphi} \cdot u(I) \cdot u(\varphi) \cdot r(I, \varphi)\right]}$	0,12084894				
54					$u_c(Z) = \sqrt{\left(\frac{\partial Z}{\partial V}\right)^2 \cdot u^2(V) + \left(\frac{\partial Z}{\partial I}\right)^2 \cdot u^2(I) + \left(\frac{\partial Z}{\partial \varphi}\right)^2 \cdot u^2(\varphi) + 2 \cdot \left[\frac{\partial Z}{\partial V} \cdot \frac{\partial Z}{\partial I} \cdot u(V) \cdot u(I) \cdot r(V, I) + \frac{\partial Z}{\partial V} \cdot \frac{\partial Z}{\partial \varphi} \cdot u(V) \cdot u(\varphi) \cdot r(V, \varphi) + \frac{\partial Z}{\partial I} \cdot \frac{\partial Z}{\partial \varphi} \cdot u(I) \cdot u(\varphi) \cdot r(I, \varphi)\right]}$	0,23633613				
4.3 Визначення коefіцієнтів кореляції для розрахункових величин										
	$u_c(R, X) = \frac{\sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R}) \cdot (X_i - \bar{X})}{n \cdot (n-1)}$			-0,012389437						
	$r(R, X) = \frac{u_c(R, X)}{u_c(R) \cdot u_c(X)}$			-0,588276856						
	$u_c(R, Z) = \frac{\sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R}) \cdot (Z_i - \bar{Z})}{n \cdot (n-1)}$			-0,008167613						
	$r(R, Z) = \frac{u_c(R, Z)}{u_c(R) \cdot u_c(Z)}$			-0,485064614						
	$u_c(X, Z) = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}) \cdot (Z_i - \bar{Z})}{n \cdot (n-1)}$			0,069285521						
	$r(X, Z) = \frac{u_c(X, Z)}{u_c(X) \cdot u_c(Z)}$			0,992507542						

88 градієнтне поєднання кольорів наочно показує для яких вхідних (вихідних) величин визначався коefіцієнт кореляції

Контрольні питання

1. Запишіть вираз для визначення стандартної невизначеності типу А при багаторазових спостереженнях.
2. Запишіть вираз для визначення стандартної невизначеності типу В для заданих границь трикутного закону розподілу.
3. Запишіть вираз для визначення стандартної невизначеності типу В для заданих границь трапецеїдального закону розподілу.
4. Запишіть вираз для визначення стандартної невизначеності типу В для заданих границь експоненціального закону розподілу.
5. Запишіть вираз для визначення стандартної невизначеності типу В для заданих границь акрсинусосного закону розподілу.
6. Запишіть вираз для визначення стандартної невизначеності типу В для заданих границь рівномірного закону розподілу.
7. Запишіть вираз для визначення стандартної невизначеності типу В при заданому інтервалі нормального закону розподілу.
8. Запишіть вираз для визначення комбінованої невизначеності при корельованих вхідних величинах
9. Запишіть вираз для визначення комбінованої невизначеності при некорельованих вхідних величинах
10. Наведіть критерії перевірки наявності кореляції між параметрами результатів вимірювань при вираженні невизначеностей.
11. Запишіть вираз для визначення коефіцієнту кореляції.
12. Дайте означення та запишіть вираз для визначення відносної стандартної невизначеності.

Практичне заняття №5

ОЦІНЮВАННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ РЕЗУЛЬТАТІВ СУМІСНИХ ТА СУКУПНИХ ВИМІРЮВАНЬ

Мета роботи:

1. Освоїти методику обробки експериментальних даних при сукупних та сумісних вимірюваннях.
2. Навчитися записувати результат сукупних та сумісних вимірювань з урахуванням стандартної та розширеної невизначеності.

1. Підготовка до роботи

Вивчити за рекомендованою літературою наступні питання:

1. Які вимірювання називаються опосередкованими та чим вони відрізняються від прямих вимірювань.
2. Наведіть методику опрацювання результатів опосередкованих вимірювань за відсутності кореляційного зв'язку.
3. Наведіть методику опрацювання результатів опосередкованих вимірювань за наявності кореляційного зв'язку.

2. Теоретичні відомості

2.1 Обробка результатів сумісних та сукупних вимірювань

Сумісне вимірювання – непряме вимірювання, в якому значення декількох одночасно вимірюваних різнорідних фізичних величин отримують шляхом розв'язання рівнянь, які пов'язують їх із іншими фізичними величинами, що вимірюються прямо чи опосередковано.

Сумісні вимірювання двох або більше різнорідних величин виконують для того, щоб знайти залежність між ними. Вони засновані на відомих рівняннях, що показують зв'язки між властивостями об'єктів.

При сумісних вимірюваннях невідомі величини, що підлягають безпосередньому вимірюванню, визначаються за результатами вимірювання інших величин, які функціонально пов'язані з ними:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_m, \dots, A_1, A_2, \dots, A_m, \dots, Z_1, Z_2, \dots, Z_m). \quad (5.1)$$

На практиці, як правило, визначають залежність Y від одного аргументу, наприклад, вимірюється параметр X : $Y = f(X)$.

Прикладом сумісних вимірювань є знаходження параметрів α та β рівняння, що виражає залежність опору R від температури t :

$$R = R_{20} + \alpha \cdot (t - 20) + \beta \cdot (t - 20)^2, \quad (5.2)$$

де R_{20} - опір терморезистора при $20^\circ C$;

α, β - температурні коефіцієнти опору.

Рівняння (5.2) для вимірюваних величин α та β набуває вигляду системи з двох рівнянь, що відповідають значенням температури t_1, t_2 :

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= R_{20} + \alpha \cdot (t_1 - 20) + \beta \cdot (t_2 - 20)^2 \\ R_2 &= R_{20} + \alpha \cdot (t_2 - 20) + \beta \cdot (t_1 - 20)^2 \end{aligned} \right\}. \quad (5.3)$$

Опрацювання даних у такому випадку проводять за аналогією з опосередкованим вимірюванням. Для цього знаходять β з першого рівняння системи (5.3):

$$\beta = \frac{\frac{R_1}{R_{20}} - 1 - \alpha \cdot (t_1 - 20)}{(t_1 - 20)^2}. \quad (5.4)$$

Дане рівняння підставляють в друге рівняння системи (5.3) і отримують вираз для визначення коефіцієнту α :

$$\alpha = \frac{\left(\frac{R_2}{R_{20}} - 1\right) \cdot (t_1 - 20)^2 - \left(\frac{R_1}{R_{20}} - 1\right) \cdot (t_2 - 20)^2}{(t_1 - 20) \cdot (t_2 - 20) \cdot (t_1 - t_2)}. \quad (5.5)$$

За результатами вимірювань величин t_1, t_2, R_1, R_2 .

Якщо результати вимірювань величин t_1, t_2, R_1, R_2 подано із розширеною невизначеністю $t_1 \pm U(t_1); t_2 \pm U(t_2); R_1 \pm U(R_1); R_2 \pm U(R_2)$ і відносні розширені невизначеності $\frac{U(x_i)}{x_i}$ малі, тоді можна використати правила інтервального аналізу з лінеаризацією і отримати розширену невизначеність:

$$U(\alpha) = \left| \frac{\partial \alpha}{\partial R_1} \right| \cdot U(R_1) + \left| \frac{\partial \alpha}{\partial R_2} \right| \cdot U(R_2) + \left| \frac{\partial \alpha}{\partial t_1} \right| \cdot U(t_1) + \left| \frac{\partial \alpha}{\partial t_2} \right| \cdot U(t_2). \quad (5.6)$$

Якщо результат потрібно подати у вигляді комбінованої невизначеності $u_c(\alpha)$, то її можна розрахувати за умови приписування рівномірного закону розподілу за формулою:

$$u_c(\alpha) = \sqrt{\frac{\left[\left| \frac{\partial \alpha}{\partial R_1} \right| \cdot U(R_1) \right]^2 + \left[\left| \frac{\partial \alpha}{\partial R_2} \right| \cdot U(R_2) \right]^2 + \left[\left| \frac{\partial \alpha}{\partial t_1} \right| \cdot U(t_1) \right]^2 + \left[\left| \frac{\partial \alpha}{\partial t_2} \right| \cdot U(t_2) \right]^2}{3}}. \quad (5.7)$$

Розширену невизначеність $U(\beta)$ і комбіновану невизначеність $u_c(\beta)$ можна розрахувати за рівнянням похибки вимірювання величини β :

$$\Delta(\beta) = \frac{\partial \beta}{\partial R_1} \cdot \Delta(R_1) + \frac{\partial \beta}{\partial \alpha} \cdot \Delta(\alpha) + \frac{\partial \beta}{\partial t_1} \cdot \Delta(t_1), \quad (5.8)$$

$$\text{де } \Delta(\alpha) = \frac{\partial \alpha}{\partial R_1} \cdot \Delta(R_1) + \frac{\partial \alpha}{\partial R_2} \cdot \Delta(R_2) + \frac{\partial \alpha}{\partial t_1} \cdot \Delta(t_1) + \frac{\partial \alpha}{\partial t_2} \cdot \Delta(t_2).$$

$$\text{Похідна } \frac{\partial \beta}{\partial \alpha} = \frac{1}{t_1 - 20}.$$

Підставляючи $\Delta(\alpha)$ та $\frac{\partial \beta}{\partial \alpha}$ в рівняння (5.8) отримаємо рівняння похибки величини β :

$$\begin{aligned} \Delta(\beta) = & \left(\frac{\partial \beta}{\partial R_1} - \frac{1}{t_1 - 20} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial R_1} \right) \cdot \Delta(R_1) - \frac{1}{t_1 - 20} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial R_2} \cdot \Delta(R_2) + \\ & + \left(\frac{\partial \beta}{\partial t_1} - \frac{1}{t_1 - 20} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial t_1} \right) \cdot \Delta(t_1) - \frac{1}{t_1 - 20} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial t_2} \cdot \Delta(t_2) \end{aligned} \quad (5.9)$$

Розширену невизначеність величини β розраховують за допомогою рівняння (5.9) з урахуванням правил інтервального аналізу:

$$\begin{aligned} U(\beta) = & \left| \frac{\partial \beta}{\partial R_1} - \frac{1}{t_1 - 20} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial R_1} \right| \cdot U(R_1) - \left| \frac{1}{t_1 - 20} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial R_2} \right| \cdot U(R_2) + \\ & + \left| \left(\frac{\partial \beta}{\partial t_1} - \frac{1}{t_1 - 20} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial t_1} \right) \right| \cdot U(t_1) - \left| \frac{1}{t_1 - 20} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial t_2} \right| \cdot U(t_2) \end{aligned} \quad (5.10)$$

Комбіновану невизначеність величини β визначають із рівняння (5.9) за умови приписування рівномірного закону розподілу невизначеностям аргументів:

$$u_c(\beta) = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \left(\left(\left(\frac{\partial \beta}{\partial R_1} - \frac{1}{t_1 - 20} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial R_1} \right) \cdot U(R_1) \right)^2 - \left(\frac{1}{t_1 - 20} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial R_2} \cdot U(R_2) \right)^2 + \left(\left(\frac{\partial \beta}{\partial t_1} - \frac{1}{t_1 - 20} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial t_1} \right) \cdot U(t_1) \right)^2 - \left(\frac{1}{t_1 - 20} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial t_2} \cdot U(t_2) \right)^2 \right)^{0.5} \quad (5.11)$$

Результати вимірювань величини α і β з поданням комбінованої невизначеності записуються у вигляді:

$$\alpha; u_c(\alpha); \quad \beta; u_c(\beta)$$

При поданні розширеної невизначеності результати вимірювань записуються так:

$$\alpha \pm U(\alpha); \quad \beta \pm U(\beta), P = \% ,$$

Найбільшого розповсюдження при опрацюванні сумісних вимірювань набув метод найменших квадратів (МНК). Суть його полягає в наступному.

При проведенні n вимірювань величини x_k і подальшому підставленні її в залежність (5.1) отримуємо систему рівнянь з n рівняннями:

$$Y_k = f_k(X_1, X_2, \dots, X_m, \dots, A_1, A_2, \dots, A_m) \quad (5.12)$$

В цю систему вимірювані величини входять з похибками. Припустимо, що отримана система лінійних рівнянь:

$$a_k \cdot x_1 + b_k \cdot x_2 + c_k \cdot x_3 - y_k = 0$$

де $k = 1, 2, 3, \dots, n$

x_1, x_2, x_3 - невідомі сумісно вимірювані величини.

Оскільки під час вимірювань завжди існують похибки, то праві частини лінійних рівнянь не будуть дорівнювати нулю. Якщо до правої частини додати деякий доданок δ_k , який називають *нев'язкою* (кінцевою похибкою умовних рівнянь), то отримаємо таку систему лінійних рівнянь:

$$\delta_k = a_k \cdot x_1 + b_k \cdot x_2 + c_k \cdot x_3 - y_k . \quad (5.13)$$

Задача зводиться до визначення таких значень x_1, x_2, x_3 , які б при підставленні їх в систему з n умовних рівнянь:

$$\begin{cases} a_1 \cdot x_1 + b_1 \cdot x_2 + c_1 \cdot x_3 - y_1 = \delta_1; \\ a_2 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + c_2 \cdot x_3 - y_2 = \delta_2; \\ \dots \\ a_n \cdot x_1 + b_n \cdot x_2 + c_n \cdot x_3 - y_n = \delta_n \end{cases} \quad (5.14)$$

забезпечували мінімальне значення суми квадратів відхилень експериментальних значень від розрахункових, тобто:

$$\sum_{k=1}^n (a_k \cdot x_1 + b_k \cdot x_2 + c_k \cdot x_3 - y_k)^2 = \sum_{k=1}^n \delta_k^2 = Q = \min . \quad (5.15)$$

Під час вимірювань з однаковою ймовірністю необхідною умовою мінімуму суми (5.15) є рівність нулю частинних похідних функції:

$$\frac{\partial Q}{\partial x_1} = \frac{\partial Q}{\partial x_2} = \frac{\partial Q}{\partial x_3} = \dots = \frac{\partial Q}{\partial x_m} = 0 . \quad (5.16)$$

Умови мінімуму відповідно до принципу Лежандра для системи рівнянь мають вигляд:

$$\begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial x_1} = 2 \cdot \sum_{k=1}^n (a_k \cdot x_1 + b_k \cdot x_2 + c_k \cdot x_3 - y_k) \cdot a_k = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial x_2} = 2 \cdot \sum_{k=1}^n (a_k \cdot x_1 + b_k \cdot x_2 + c_k \cdot x_3 - y_k) \cdot b_k = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial x_3} = 2 \cdot \sum_{k=1}^n (a_k \cdot x_1 + b_k \cdot x_2 + c_k \cdot x_3 - y_k) \cdot c_k = 0 \end{cases}$$

В результаті із сукупності рівнянь, отриманих з умови мінімуму, маємо систему з m рівнянь, які називаються **нормальними** і коефіцієнти яких залежать від коефіцієнтів усіх n умовних рівнянь:

$$\begin{cases} [aa] \cdot x_1 + [ab] \cdot x_2 + [ac] \cdot x_3 - [ay] = 0; \\ [ab] \cdot x_1 + [bb] \cdot x_2 + [bc] \cdot x_3 - [by] = 0; \\ [ac] \cdot x_1 + [bc] \cdot x_2 + [cc] \cdot x_3 - [cy] = 0 \end{cases} \quad (5.17)$$

де

$$\left. \begin{aligned} [aa] &= a_1 \cdot a_1 + a_2 \cdot a_2 + \dots + a_n \cdot a_n \\ [ab] &= a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + \dots + a_n \cdot b_n \\ [ac] &= a_1 \cdot c_1 + a_2 \cdot c_2 + \dots + a_n \cdot c_n \end{aligned} \right\} \quad (5.18)$$

Знаючи значення постійних коефіцієнтів нормальної системи рівнянь, кількість яких дорівнює кількості невідомих m , можна відомими способами розв'язання лінійних рівнянь визначити результати сумісних вимірювань, які будуть максимально наближені до свої дійсних значень.

Для розв'язання системи лінійних нормальних рівнянь, як правило використовують три способи:

- Визначників;
- Послідовного виключення невідомих (спосіб Гауса);
- Матричний.

При кількості нормальних рівнянь менше як чотири середні значення сумісно вимірюваних величин x_1, x_2, x_n , як правило, розраховують за допомогою визначників:

$$\bar{x}_1 = \frac{D_{x_1}}{D}, \quad \bar{x}_2 = \frac{D_{x_2}}{D}, \dots, \bar{x}_m = \frac{D_{x_m}}{D} \quad (5.19)$$

де D – головний визначник при $m=3$

$$D = \begin{bmatrix} [aa] & [ab] & [ac] \\ [ba] & [bb] & [bc] \\ [ca] & [cb] & [cc] \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

А визначники $D_{x_1}, D_{x_2}, D_{x_3}$ розраховуються з головного визначника шляхом заміни стовпця з коефіцієнтами при невідомому x_m на стовпець з вільними членами:

$$D_{x_1} = \begin{bmatrix} [ay] & [ab] & [ac] \\ [by] & [bb] & [bc] \\ [cy] & [cb] & [cc] \end{bmatrix}; D_{x_2} = \begin{bmatrix} [aa] & [ay] & [ac] \\ [ba] & [by] & [bc] \\ [ca] & [cy] & [cc] \end{bmatrix}; D_{x_3} = \begin{bmatrix} [aa] & [ab] & [ay] \\ [ba] & [bb] & [by] \\ [ca] & [cb] & [cy] \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

Невизначеність величини \bar{x}_m , знайдених як результат сумісних вимірювань, виражається наступними формулами:

$$u(\bar{x}_1) = \sqrt{\frac{A_{11}}{D} \cdot \frac{\sum_{k=1}^n \delta_k^2}{n-m}}; \quad u(\bar{x}_2) = \sqrt{\frac{A_{22}}{D} \cdot \frac{\sum_{k=1}^n \delta_k^2}{n-m}}; \quad u(\bar{x}_3) = \sqrt{\frac{A_{33}}{D} \cdot \frac{\sum_{k=1}^n \delta_k^2}{n-m}}, \quad (5.22)$$

де A_{11}, A_{22}, A_{33} - алгебраїчні доповнення (ад'юнкти) елементів діагоналі головного визначника D , які отримуються шляхом викреслення з матриці n -го стовпця і m -го рядка, відповідних вимірюваній величині, що оцінюється, з наступним домноженням на $(-1)^{k+1}$.

Тобто, для розрахунку ад'юнкта A_{11} викреслюється перший стовпець та перший рядок і розв'язується такий визначник:

$$A_{11} = \begin{bmatrix} [bb] & [bc] \\ [cb] & [cc] \end{bmatrix}.$$

Для розрахунку ад'юнкта A_{22} викреслюється другий стовпець та другий рядок і розв'язується такий визначник:

$$A_{22} = \begin{bmatrix} [aa] & [ac] \\ [ca] & [cc] \end{bmatrix}.$$

Для розрахунку ад'юнкта A_{33} викреслюється третій стовпець та третій рядок і розв'язується такий визначник:

$$A_{33} = \begin{bmatrix} [aa] & [ab] \\ [ba] & [bb] \end{bmatrix}.$$

Розширена невизначеність знаходження величини сумісних вимірювань \bar{x}_m розраховується за формулою:

$$U(\bar{x}_m) = k_p \cdot u(\bar{x}_m), \quad (5.23)$$

де k_p - коефіцієнт охоплення, який знаходиться із розподілу Стюдента з числом степенів вільності $n - m$ і заданим довірчим рівнем p .

При обґрунтуванні МНК в математичній статистиці передбачають, що результати вимірювань задовольняють такі умови:

- Значення аргументів відомі точно;
- Результати вимірювань містять лише випадкові похибки, які незалежні, мають нульове середнє значення і однакові дисперсії;
- Похибки вимірюваних величин розподілені за нормальним законом.

Сукупне вимірювання – це непряме вимірювання, в якому значення кількох одночасно вимірюваних однорідних величин отримують шляхом розв’язання системи рівнянь, що пов’язують різні сполучення цих величин, які вимірюються прямо чи опосередковано.

Сукупні вимірювання широко використовуються в метрологічній практиці при калібруванні мір або шкал ЗВТ. Опрацювання результатів вимірювання виконується за МНК. Але його використання саме для опрацювання сукупних вимірювань має деякі особливості. Вони пов’язані перш за все з тим, що рівняння для сукупних однорідних величин y_1, y_2, \dots, y_m має вигляд:

$$x_i = \sum_{j=1}^m C_{ij} \cdot y_j \text{ при } i = 1, 2, \dots, n, \quad (5.24)$$

де y_j - результат вимірювання початкових величин;

C_{ij} - відомі коефіцієнти;

x_i - результати порівняння різних комбінацій поєднання мір чи поділок шкал;

m – кількість значень величин, що підлягають визначенню;

n – кількість комбінацій (рівнянь).

Крім того, в багатьох випадках з фізичних умов вимірювань вводяться додаткові точні умови, що пов’язують шукані величини, - так звані рівняння зв’язку. За наявності рівнянь зв’язку можна виразити частину невідомих величин.

При калібруванні коефіцієнти C_{ij} набувають таких значень:

- 0 – якщо Y_j не бере участі в i -му вимірюванні;
- 1 – якщо вимірюється сума декількох величин, до якої входить Y_j ;
- -1 – якщо сума декількох величин порівнюється з Y_j .

Якщо число рівнянь дорівнює числу невідомих, то система (5.24) розв’язується однозначно, а дійсні значення вимірюваних величин і їх стандартні

та розширені невизначеності визначаються методами обробки опосередкованих вимірювань. Однак для зменшення невизначеностей калібрування проводиться для більшого числа комбінацій, ніж кількість значень невідомих величин. Тоді оцінювання результатів вимірювання проводиться так, як при сумісних вимірюваннях. Для розв'язання системи умовних рівнянь, як правило застосовують МНК. Цей метод витікає з принципу максимальної правдоподібності і є оптимальним за таких умов:

- Результати вимірювання x містять незалежні випадкові похибки з нульовим математичним очікуванням і однаковими дисперсіями;
- Похибки мають нормальний розподіл.

При виконанні цих умов отримані оцінки будуть незміщеними і ефективними.

Систему рівнянь відносно нев'язок можна записати у вигляді:

$$\delta_i = \sum_{j=1}^m C_{ij} \cdot y_j - x_i. \quad (5.25)$$

Сума квадратів буде дорівнювати:

$$Q = \sum_{i=1}^n \delta_i^2 = \sum_{i=1}^n (C_{i1} \cdot y_1 + \dots + C_{im} \cdot y_m - x_i)^2. \quad (5.26)$$

Диференціюючи вираз (5.26) за параметрами y_j , отримаємо систему:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial y_1} &= 2 \sum_{i=1}^n (C_{i1} \cdot y_1 + \dots + C_{im} \cdot y_m - x_i) \cdot C_{i1} \\ \frac{\partial Q}{\partial y_m} &= 2 \sum_{i=1}^n (C_{i1} \cdot y_1 + \dots + C_{im} \cdot y_m - x_i) \cdot C_{im} \end{aligned} \right\}. \quad (5.27)$$

Видозмінюючи яку і застосовуючи позначення Гауса, отримуємо нормальну систему рівнянь відносно y_j :

$$\left. \begin{aligned} [xC_1] &= [C_1^2]y_1 + \dots + [C_1 C_m]y_m \\ [xC_m] &= [C_1 C_m]y_1 + \dots + [C_m^2]y_m \end{aligned} \right\}. \quad (5.28)$$

Розв'язок цієї системи за допомогою визначників має вигляд:

$$y_j = \frac{D_j}{D}, \quad (5.29)$$

де D – головний визначник системи

$$D = \begin{vmatrix} [C_1^2] & [C_1C_2] & \dots & [C_1C_m] \\ [C_1C_2] & [C_2^2] & \dots & [C_2C_m] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [C_1C_m] & [C_2C_m] & \dots & [C_m^2] \end{vmatrix} \quad (5.30)$$

А визначник D_j отримується з головного шляхом заміни j – го стовпця на стовпець з вільним членами:

$$D_j = \begin{vmatrix} [C_1^2] & [YC_1] & \dots & [C_1C_m] \\ [C_1C_2] & [YC_{21}] & \dots & [C_2C_m] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [C_1C_m] & [YC_m] & \dots & [C_m^2] \end{vmatrix} \quad (5.31)$$

Експериментальні стандартні відхилення u_j визначаються за формулою:

$$u(y_i) = \sqrt{\frac{A_{ij} \sum_{i=1}^n \delta_i^2}{D \cdot (n - m)}}, \quad (5.32)$$

де A_{ij} - алгебраїчне доповнення головного визначника, яке отримується із останнього викреслюванням j – го стовпця та j – рядка.

Нев'язки δ_i визначають за формулою (5.25).

Розширені невизначеності результатів сукупних вимірювань визначають із виразу:

$$U(y_i) = t_p(v) \cdot u(y_j),$$

де $t_p(v)$ - коефіцієнт Стюдента для $v = n - m$ степенів свободи.

Такий спосіб опрацювання експериментальних даних для сукупних вимірювань доцільно застосовувати для лінійних функцій. В інших випадках опрацювання результатів значно ускладнюється.

3. Виконання роботи

Завдання 1

Обробка результатів сумісних вимірювань

Термометр калібрується шляхом порівняння $n=11$ показань температури t_k термометра, кожне з яких має незначну невизначеність, із відповідним відомим опорними температурами $t_{R,k}$ для одержання поправок $p_k = t_{R,k} - t_k$ у показник.

Вимірювальні поправки $p_k = t_{R,k} - t_k$ і вимірювані температури t_k є вхідними величинами при оцінюванні.

Лінійна градувальна крива має вигляд:

$$p(t) = a + b \cdot (t - t_0) \quad (5.33)$$

Апроксимуємо вимірювані поправки і температури методом найменших квадратів.

Параметри a, b , що є відповідно перетином і нахилом каліброваної кривої, являють собою дві вимірювані (вихідні) величини, які потрібно визначити.

Після того, як визначені a, b разом із їхніми оціненими дисперсіями і коваріаціями, рівняння (5.33) може бути використане для передбачення поправки та її стандартної невизначеності, що потрібно ввести в показання термометра для будь-якого значення температури t .

*Примітка. Цей приклад ілюструє використання методу найменших квадратів для одержання лінійної градувальної кривої, а також те, як параметри апроксимації – перетин і нахил, їх оцінені дисперсії і коваріації використовуються для одержання кривої значень і стандартної невизначеності передбачуваної поправки [3]

<i>приклад</i>											
номер показання k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
температура термометра t_k	21,521	22,012	22,512	23,003	23,507	23,999	24,513	25,002	25,503	26,01	26,511
відома опорна температура $t_{R,k}$	21,692	22,181	22,678	23,162	23,671	24,164	24,669	25,159	25,662	26,171	26,671

<i>варіант 1</i>											
номер показання k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
температура термометра t_k	21,471	22,041	22,342	23,013	23,517	23,889	24,503	25,018	25,443	26,015	26,519
відома опорна температура $t_{R,k}$	21,682	22,081	22,648	23,102	23,641	24,154	24,659	25,129	25,662	26,171	26,671

варіант 2											
номер показання k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
температура термометра t_k	21,482	22,051	22,342	23,115	23,517	23,889	24,503	25,018	25,243	26,015	26,543
відома опорна температура $t_{R,k}$	21,682	22,181	22,648	23,112	23,641	24,164	24,659	25,129	25,262	26,171	26,471

варіант 3												
номер показання k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
температура термометра t_k	21,241	22,032	22,352	23,023	23,427	23,849	24,403	25,118	25,543	26,115	26,429	25,247
відома опорна температура $t_{R,k}$	21,512	22,054	22,618	23,122	23,711	24,254	24,559	25,229	25,562	26,271	26,671	25,652

варіант 4												
номер показання k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
температура термометра t_k	21,141	22,041	22,152	23,083	23,527	23,749	24,203	25,128	25,443	26,215	26,429	26,547
відома опорна температура $t_{R,k}$	21,192	22,057	22,228	23,172	23,791	24,354	24,519	25,209	25,512	26,271	26,578	26,642

варіант 5													
номер показання k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
температура термометра t_k	21,152	22,071	22,102	23,083	23,527	23,749	24,203	25,128	25,443	26,215	26,429	26,547	27,016
відома опорна температура $t_{R,k}$	21,292	22,097	22,128	23,172	23,791	24,354	24,519	25,209	25,512	26,271	26,578	26,642	27,128

варіант 6													
номер показання k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
температура термометра t_k	21,412	22,091	22,112	23,183	23,597	23,749	24,203	25,228	25,483	26,295	26,429	26,547	27,146
відома опорна температура $t_{R,k}$	21,302	22,074	22,137	23,172	23,791	24,754	24,519	25,218	25,512	26,271	26,578	26,642	27,178

варіант 7														
номер показання k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

температура термометра t_k	21,312	22,071	22,172	23,183	23,597	23,719	24,303	25,228	25,403	26,245	26,419	26,517	27,146	27,419
відома опорна температура $t_{R,k}$	21,372	22,174	22,237	23,142	23,711	24,854	24,529	25,318	25,412	26,271	26,478	26,616	27,178	27,871

варіант 8

номер показання k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
температура термометра t_k	21,212	22,171	22,202	23,193	23,577	23,709	24,413	25,218	25,403	26,245	26,419	26,557	27,046	27,449
відома опорна температура $t_{R,k}$	21,302	22,178	22,257	23,193	23,771	24,814	24,629	25,328	25,612	26,291	26,578	26,616	27,118	27,571

варіант 9

номер показання k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
температура термометра t_k	21,312	22,271	22,292	23,153	23,577	23,709	24,613	25,208	25,413	26,245	26,419	26,547	27,146	27,549	28,147
відома опорна тем- ра $t_{R,k}$	21,372	22,318	22,357	23,193	23,677	24,714	24,829	25,338	25,622	26,391	26,578	26,656	27,218	27,671	28,256

варіант 10

номер показання k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
температура термометра t_k	22,112	23,571	24,192	24,253	24,587	25,509	25,613	26,208	26,413	27,245	27,419	27,547	28,146	28,549	29,147
відома опорна тем-ра $t_{R,k}$	22,272	23,518	24,257	24,293	24,699	25,714	25,829	26,338	26,622	27,391	27,578	27,656	28,218	28,671	22,256

Приклад виконання завдання 1

1. Відповідно до методу найменших квадратів необхідно забезпечити мінімальне значення суми квадратів відхилень експериментальних значень від розрахункових:

$$\sum_{k=1}^n (a_k \cdot x_1 + b_k \cdot x_2 + c_k \cdot x_3 - y_k)^2 = \sum_{k=1}^n \delta_k^2 = Q = \min .$$

В даному випадку експериментальні значення – це вимірювані поправки $p_k = t_{R,k} - t_k$, а розрахункові – це лінійна градувальна крива $p(t) = a + b \cdot (t - t_0)$ тоді отримаємо:

$$\sum_{k=1}^n (p_k - a - b \cdot (t_k - t_0))^2 = Q = \min .$$

Це дає наступні рівняння для a, b :

$$a = \frac{\sum_{k=1}^n p_k \cdot \left(\sum_{k=1}^n \theta_k^2 \right) - \sum_{k=1}^n \theta_k \cdot \sum_{k=1}^n \theta_k \cdot p_k}{D}; \quad b = \frac{n \cdot \sum_{k=1}^n p_k \cdot \theta_k - \sum_{k=1}^n p_k \cdot \sum_{k=1}^n \theta_k}{D};$$

$$D = n \cdot \sum_{k=1}^n \theta_k^2 - \left(\sum_{k=1}^n \theta_k \right)^2 = n \cdot \sum_{k=1}^n (t_k - \bar{t})^2,$$

де $\theta_k = t_k - t_0$ - різниця температур, $t_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$.

2. Як видно для отримання градувальної кривої необхідно виконати попередні розрахунки:

попередні розрахунки	p_k	θ_k	θ_k^2	$\sum_{k=1}^n \theta_k^2$
формула Excel	=L4-L5i т.д. для всіх значень	=L4-\$P\$2 і т.д. для всіх значень	=СТЕПЕНЬ(B7;2) і т.д. для всіх значень	=СУММ(B9:L9) всіх значень діапазону

попередні розрахунки	$\sum_{k=1}^n \theta_k$	$\left(\sum_{k=1}^n \theta_k \right)^2$	$D = n \cdot \sum_{k=1}^n \theta_k^2 - \left(\sum_{k=1}^n \theta_k \right)^2$
формула Excel	=СУММ(B7:L7) всіх значень діапазону	=СТЕПЕНЬ(СУММ(B7:L7);2)	=P4*B10-B11

попередні розрахунки	$a = \frac{\sum_{k=1}^n p_k \cdot \left(\sum_{k=1}^n \theta_k^2 \right) - \sum_{k=1}^n \theta_k \cdot \sum_{k=1}^n \theta_k \cdot p_k}{D}$	$b = \frac{n \cdot \sum_{k=1}^n p_k \cdot \theta_k - \sum_{k=1}^n p_k \cdot \sum_{k=1}^n \theta_k}{D}$
формула Excel	=((N6*B10)-(N7*B16))/B12	=((P4*B16)-(N6*N7))/B12

Результати розрахунку представлені на рисунку, що ілюструє приклад виконання в Excel.

3. Таким чином розрахункова градувальна крива (передбачувана поправка) має вигляд:

$$p(t_k) = a + b \cdot (t_k - t_0) = -0,1712^\circ C + 0,00218 \cdot (t_k - t_0).$$

Це рівняння дає передбачене значення поправки $p(t_k)$ при будь-якій температурі t , і, зокрема $t = t_k$.

4. Визначаємо експериментальні дисперсії:

- Загальна дисперсія:

$$s^2 = \frac{\sum_{k=1}^n (p_k - p(t_k))^2}{n-2} \Rightarrow s = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (p_k - p(t_k))^2}{n-2}}.$$

- Експериментальні дисперсії:

$$s^2(a) = \frac{s^2 \cdot \sum_{k=1}^n \theta_k^2}{D} \Rightarrow s(a) = \sqrt{\frac{s^2 \cdot \sum_{k=1}^n \theta_k^2}{D}};$$

$$s^2(b) = \frac{n \cdot s^2}{D} \Rightarrow s(b) = \sqrt{\frac{n \cdot s^2}{D}}.$$

5. Визначаємо коефіцієнт кореляції:

$$r(a,b) = - \frac{\sum_{k=1}^n \theta_k}{\sqrt{n \cdot \sum_{k=1}^n \theta_k^2}} /$$

Вираз для комбінованої стандартної невизначеності передбачуваного значення поправки отримують із рівняння:

$$u_c^2 = \sum_{i=1}^N c_i^2 \cdot u^2(\bar{x}_i) + 2 \cdot \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{i=2}^N c_i \cdot c_j \cdot r(x_i, x_j) \cdot u(x_i) \cdot u(x_j)$$

В даному випадку:

$$u_c^2(p(t)) = u^2(a) + (t_1 - t_0)^2 \cdot u^2(b) + 2 \cdot (t_1 - t_0) \cdot r(a, b) \cdot u(a) \cdot u(b).$$

Приймаємо $u(a) = s(a)$; $u(b) = s(b)$.

Оцінена дисперсія $u_c^2(p(t))$ є мінімальною при

$$t_{min} = t_0 - \frac{u(a) \cdot r(a, b)}{u(b)} = 24,0085^\circ C.$$

Для прикладу, припустимо, що потрібна поправка на показання термометра і його невизначеність при $t = 30^\circ C$, яка перебуває за межами температурного діапазону, у якому термометр був дійсно відкалібрований. Підставляємо $t = 30^\circ C$ в рівняння:

$$p(30^\circ C) = a + b \cdot (t_k - t_0) = -0,1712^\circ C + 0,00218 \cdot (30 - 20) = -0,1494^\circ C.$$

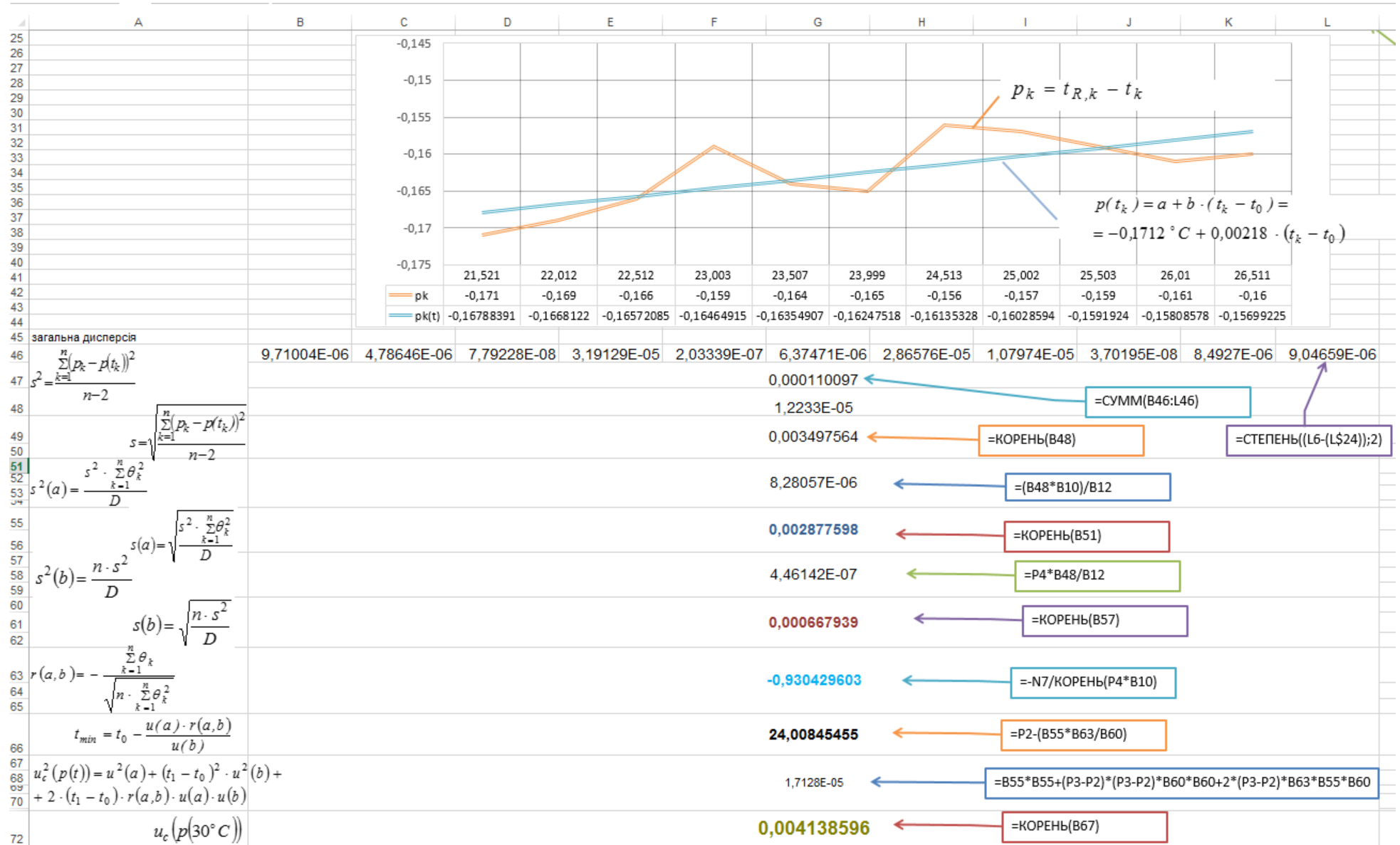
А рівняння невизначеності набуває вигляду:

$$u_c(p(30^\circ C)) = \sqrt{0,00287^2 + (30 - 20)^2 \cdot 0,00667^2 + 2 \cdot (30 - 20) \cdot (-0,93) \cdot 0,00287 \cdot 0,00667} = 0,0041^\circ C.$$

Таким чином, поправка при $t = 30^\circ C$ дорівнює $p(30^\circ C) = -0,1494^\circ C$ із комбінованою стандартною невизначеністю $u_c(p(30^\circ C)) = 0,0041^\circ C$, та $\nu = n - 2 = 9$ степенями свободи.

Приклад виконання завдання 1 в Excel

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
1	Практична робота №5	Завдання 1 Обробка результатів сумісних вимірювань																
2															t0	20	градусів	
3	k номер показання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11			t1	30		
4	t _k температура термометра	21,521	22,012	22,512	23,003	23,507	23,999	24,513	25,002	25,503	26,01	26,511			n	11		
5	t _{R,k} відома опорна температура	21,692	22,181	22,678	23,162	23,671	24,164	24,669	25,159	25,662	26,171	26,671						
6	p _k = t _{R,k} - t _k вимірювана поправка	-0,171	-0,169	-0,166	-0,159	-0,164	-0,165	-0,156	-0,157	-0,159	-0,161	-0,16	$\sum_{k=1}^n p_k$	-1,787				
7	θ _k = t _k - t ₀	1,521	2,012	2,512	3,003	3,507	3,999	4,513	5,002	5,503	6,01	6,511	$\sum_{k=1}^n \theta_k$	44,093				
8																		
9	$\sum_{k=1}^n \theta_k^2$	2,313441	4,048144	6,310144	9,018009	12,299049	15,992001	20,367169	25,020004	30,283009	36,1201	42,393121		=L4-L5				
10														=L4-\$P\$2				
11	$\left(\sum_{k=1}^n \theta_k\right)^2$																	
12																		
13	$D = n \cdot \sum_{k=1}^n \theta_k^2 - \left(\sum_{k=1}^n \theta_k\right)^2 = n \cdot \sum_{k=1}^n (t_k - \bar{t})^2$																	
14																		
15	$\sum_{k=1}^n \theta_k \cdot p_k$	-0,260091	-0,340028	-0,416992	-0,477477	-0,575148	-0,659835	-0,704028	-0,785314	-0,874977	-0,96761	-1,04176						
16																		
17	$a = \frac{\sum_{k=1}^n p_k \cdot \left(\sum_{k=1}^n \theta_k\right)^2 - \sum_{k=1}^n \theta_k \cdot \sum_{k=1}^n \theta_k \cdot p_k}{D}$																	
18																		
19																		
20	$b = \frac{n \cdot \sum_{k=1}^n p_k \cdot \theta_k - \sum_{k=1}^n p_k \cdot \sum_{k=1}^n \theta_k}{D}$																	
21																		
22																		
23	розрахункова поправка																	
24	$p(t_k) = a + b \cdot (t_k - t_0) = -0,1712^\circ C + 0,00218 \cdot (t_k - t_0)$	-0,16788391	-0,1668122	-0,1657209	-0,1646491	-0,1635491	-0,1624752	-0,1613533	-0,1602859	-0,1591924	-0,1580858	-0,1569922	$p(30^\circ C)$	-0,149377				
25																		
26																		
27																		



Завдання 2**Обробка результатів сукупних вимірювань**

В результаті зважування було отримано такі комбінації значень маси двох тягарців: m_1 ; m_2 ; $m_1 + m_2$, $m_1 - m_2$.

Необхідно виконати оцінювання мас тягарців M_1 , M_2 та їх невизначеності при рівні довіри p .

Вихідні дані	приклад	вар.1	вар.2	вар.3	вар.4	вар.5
$m_1, \text{кг}$	4,97	4,95	4,94	4,87	4,89	4,91
$m_2, \text{кг}$	1,02	1,01	1,015	1,12	1,13	1,135
$m_1 + m_2, \text{кг}$	6,08	6,04	6,045	6,15	6,105	6,108
$m_1 - m_2, \text{кг}$	4,02	4,005	4,015	4,14	4,104	4,101
p	0,95	0,9	0,99	0,95	0,99	0,9

Вихідні дані	вар.6	вар.7	вар.8	вар.9	вар.10
$m_1, \text{кг}$	4,9	4,95	4,905	4,95	4,95
$m_2, \text{кг}$	1,155	1,118	1,018	1,024	1,024
$m_1 + m_2, \text{кг}$	6,258	6,218	6,018	6,008	6,074
$m_1 - m_2, \text{кг}$	4,125	4,025	4,012	4,002	4,014
p	0,95	0,99	0,9	0,95	0,99

Приклад виконання завдання 2

1. Для оцінювання мас тягарців складемо систему умовних рівнянь на основі вимірних комбінацій значень мас тягарців:

$$\left. \begin{aligned} 1 \cdot m_1 + 0 \cdot m_2 &= 4.97 \\ 0 \cdot m_1 + 1 \cdot m_2 &= 1.02 \\ 1 \cdot m_1 + 1 \cdot m_2 &= 6.08 \\ 1 \cdot m_1 - 1 \cdot m_2 &= 4.02 \end{aligned} \right\} \quad (5.34)$$

2. Складаємо систему нормальних рівнянь. Для цього алгебраїчно додаємо ліву і праву частини рівняння системи (5.34), спочатку з коефіцієнтами при значеннях маси m_1 , які не нульові (тобто беруть участь в і-му вимірюванні), а потім з коефіцієнтами при значеннях маси m_2 , які також є не нульовими, в результаті отримаємо:

$$\left. \begin{aligned} 3 \cdot m_1 + 0 \cdot m_2 &= 15,07 \\ 0 \cdot m_1 + 3 \cdot m_2 &= 3,08 \end{aligned} \right\} \quad (5.35)$$

3. Розв'язавши систему нормальних рівнянь (5.35) отримаємо оцінку мас тягарців при сукупному вимірюванні:

$$M_1 = 5.0233 \text{ кг}; M_2 = 1,02667 \text{ кг}$$

4. Отримані оцінки мас тягарців підставляємо до системи умовних рівнянь (5.34), в результаті чого отримаємо нев'язки:

$$\begin{aligned}
\delta_1 &= m_1 - M_1 = 4.97 - 5.02 = -0.053 \text{ кг} \\
\delta_2 &= m_2 - M_2 = 1.02 - 1.02667 = -6.667 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \\
\delta_3 &= m_3 - (M_1 + M_2) = 6.08 - (5.02333 + 1.02667) = 0.03 \text{ кг} \\
\delta_4 &= m_4 - (M_1 - M_2) = 4.02 - (5.02333 - 1.02667) = 0.023 \text{ кг}
\end{aligned}
\tag{5.36}$$

Числові значення отриманих нев'язок (5.36) характеризують розбіжність (неоднозначність) лівої і правої частини системи умовних рівнянь (5.34).

5. Стандартна невизначеність умовних рівнянь (5.34) розраховується за формулою:

$$u(\delta) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \delta_i^2}{n-q}} = \sqrt{\frac{(-0.053)^2 + (-6.667 \cdot 10^{-3})^2 + (0.03)^2 + (0.023)^2}{4-2}} = 0.047 \text{ кг},$$

де n – кількість комбінацій вимірюваних значень (умовних рівнянь) = 4;
 q – кількість значень величин (оцінок), які потрібно визначити = 2.

6. Стандартну невизначеність оцінки маси тягарця M_1 та M_2 розраховуємо за формулами:

$$\begin{aligned}
u(M_1) &= u(\delta) \cdot \sqrt{\frac{A_{11}}{D}} = 0.053 \cdot \sqrt{\frac{3}{\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{vmatrix}}} = 0.053 \cdot \sqrt{\frac{3}{9}} = 0.027 \text{ кг}, \\
u(M_2) &= u(\delta) \cdot \sqrt{\frac{A_{22}}{D}} = 0.053 \cdot \sqrt{\frac{3}{\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{vmatrix}}} = 0.053 \cdot \sqrt{\frac{3}{9}} = 0.027 \text{ кг},
\end{aligned}$$

де D – головний визначник;

D_{11} , D_{22} – ад'юнкт.

7. Розширені невизначеності оцінок мас тягарців M_1 , M_2 при довірчому рівні $p=0,95$ визначаються за формулою:

$$\begin{aligned}
U(y_i) &= t_p(\nu) \cdot u(y_j), \\
U(M_1) &= t_p(\nu) \cdot u(M_1) = 4,3 \cdot 0,027 = 0,1161 \text{ кг}, \\
U(M_2) &= t_p(\nu) \cdot u(M_2) = 4,3 \cdot 0,027 = 0,1161 \text{ кг}.
\end{aligned}$$

де $t_p(\nu)$ - коефіцієнт Стьюдента при $\nu = n - q = 4 - 2$ степенів свободи і $p=0,95$,
 $t_p(2; 0,95) = 4,3$ табл.Б2.

8. Тоді результат сукупного вимірювання маси тягарців записується:

$$M_1 = (5,0233 \pm 0,1161) \text{ кг}, p = 0,95; M_2 = (1,02667 \pm 0,1161) \text{ кг}, p = 0,95$$

Приклад виконання завдання 2 в MathCAD

Практична робота №5

Завдання 2 Обробка результатів сукупних вимірювань

Дано: $m_1 := 4.97$ $m_2 := 1.02$ $m_{12} := 6.08$ $mm_{12} := 4.02$

ORIGIN := 1 $i := 1..4$

1. Для оцінювання мас тягарців складемо систему умовних рівнянь на основі вимірних комбінацій значень мас тягарців:

$$\left. \begin{aligned} 1 \cdot m_1 + 0 \cdot m_2 &= 4.97 \\ 0 \cdot m_1 + 1 \cdot m_2 &= 1.02 \\ 1 \cdot m_1 + 1 \cdot m_2 &= 6.08 \\ 1 \cdot m_1 - 1 \cdot m_2 &= 4.02 \end{aligned} \right\}$$

2. Складаємо систему нормальних рівнянь. Для цього алгебраїчно додаємо ліву і праву частини рівняння системи (5.34), спочатку з коефіцієнтами при значеннях маси m_1 , які не нульові (тобто беруть участь в і-му вимірюванні), а потім з коефіцієнтами при значеннях маси m_2 , які також є не нульовими, в результаті отримуємо:

$$\left. \begin{aligned} 3 \cdot m_1 + 0 \cdot m_2 &= 15,07 \\ 0 \cdot m_1 + 3 \cdot m_2 &= 3,08 \end{aligned} \right\} \quad m := \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \quad a := \begin{pmatrix} 15,07 \\ 3,08 \end{pmatrix}$$

3. Розв'язавши систему нормальних рівнянь (5.35) отримуємо оцінку мас тягарців при сукупному вимірюванні:

$$M := \text{Isolve}(m, a) \quad M = \begin{pmatrix} 5.02333 \\ 1.02667 \end{pmatrix}$$

4. Отримані оцінки мас тягарців підставляємо до системи умовних рівнянь (5.34), в результаті чого отримуємо нев'язки:

$$\left. \begin{aligned} \delta_1 &= m_1 - M_1 \\ \delta_2 &= m_2 - M_2 \\ \delta_3 &= m_3 - (M_1 + M_2) \\ \delta_4 &= m_4 - (M_1 - M_2) \end{aligned} \right\}$$

$$mm := \begin{pmatrix} 4.97 \\ 1.02 \\ 6.08 \\ 4.02 \end{pmatrix}$$

$$\delta := \begin{pmatrix} mm_1 - M_1 \\ mm_2 - M_2 \\ mm_3 - (M_1 + M_2) \\ mm_4 - (M_1 - M_2) \end{pmatrix}$$

$$\delta = \begin{pmatrix} -0.053 \\ -6.667 \times 10^{-3} \\ 0.03 \\ 0.023 \end{pmatrix}$$

5. Стандартна невизначеність умовних рівнянь (5.34) розраховується за формулою:

$$u(\delta) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \delta_i^2}{n-q}}$$

де n – кількість комбінацій вимірюваних значень (умовних рівнянь) = 4;

q – кількість значень величин (оцінок), які потрібно визначити = 2.

$$q := 2 \quad n := 4$$

$$u\delta := \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\delta_i)^2}{n - q}} \quad u\delta = 0.04655$$

6. Стандартну невизначеність оцінки маси тягарця M_1 та M_2 розраховуємо за формулами:

$$u(M_1) = u(\delta) \cdot \sqrt{\frac{A_{11}}{D}}$$

$$u(M_2) = u(\delta) \cdot \sqrt{\frac{A_{22}}{D}}$$

де D – головний визначник;
 D_{11}, D_{22} – ад'юнкт.

головний визначник матриці m

$$|m| = 9$$

ад'юнкт

$$m_{1,1} = 3$$

$$m_{2,2} = 3$$

$$uM1 := u\delta \cdot \sqrt{\frac{m_{1,1}}{|m|}} \quad uM1 = 0.02687$$

$$uM2 := u\delta \cdot \sqrt{\frac{m_{2,2}}{|m|}} \quad uM2 = 0.02687$$

7. Розширені невизначеності оцінок мас тягарців M_1, M_2 при довірчому рівні $p=0,95$ визначаються за формулою:

$$U(y_i) = t_p(v) \cdot u(y_j) \quad t_p(2; 0,95) = 4,3$$

$$t_p := 4.3$$

$$UM1 := t_p \cdot uM1$$

$$UM1 = 0.116$$

$$UM2 := t_p \cdot uM2$$

$$UM2 = 0.116$$

8. Тоді результат сукупного вимірювання маси тягарців записується:

$$M_1 = (5,0233 \pm 0,1161) \text{ кг}, p = 0,95; M_2 = (1,02667 \pm 0,1161) \text{ кг}, p = 0,95$$

Контрольні питання

1. Які вимірювання називають прямими.
2. Які вимірювання називаються опосередкованими та чим вони відрізняються від прямих вимірювань.
3. Наведіть методику опрацювання результатів опосередкованих вимірювань за відсутності кореляційного зв'язку.
4. Наведіть методику опрацювання результатів опосередкованих вимірювань за наявності кореляційного зв'язку.
5. Запишіть вираз для розрахунку внутрішньої групової дисперсії при опрацюванні груп прямих вимірювань.
6. Які вимірювання називають опосередкованими.
7. Дайте означення сумісного вимірювання.

8. Як розраховується коефіцієнт кореляції.
9. Наведіть вираз для розрахунку міжгрупової дисперсії при опрацюванні груп прямих вимірювань.
10. З якою метою виконують надлишкові вимірювання при опрацюванні прямих вимірювань з одноразовим спостереженням.
11. Наведіть форму подання результатів багаторазових вимірювань.
12. Наведіть вираз для розрахунку комбінованої невизначеності результату опосередкованого вимірювання при значній нелінійності функції перетворення (модельного рівняння).

Загальний порядок виконання лабораторних робіт

1. У процесі підготовки до лабораторної роботи необхідно ознайомитися з її описом за даними методичними вказівками, вивчити теоретичні питання за додатково рекомендованими джерелами, в'яснити мету й завдання досліджень.

2. Проведення вимірювань згідно схеми вимірювальної установки починається тільки з дозволу викладача.

3. Під час проведення експериментів не дозволяється залишати робоче місце, розміщувати на робочому сторонні предмети.

4. По закінченні експериментів необхідно вимкнути лабораторну установку, розібрати схему дослідження, прибрати робоче місце, здати інструменти, прилади, літературу.

5. Кожен студент повинен скласти звіт з лабораторної роботи і захистити його до виконання наступної роботи.

Лабораторна робота №1

ОЦІНЮВАННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ВИМІРЮВАННЯ РОЗМІРУ ДЕТАЛІ ЗА ДОПОМОГОЮ КОМПАРАТОРА

Мета роботи: оцінити невизначеність вимірювання при багаторазовому спостереженні

1 Послідовність виконання роботи

1. Ознайомитися з алгоритмом оцінювання невизначеності вимірювань при багаторазовому спостереженні див. ПР№ 2 «Оцінювання невизначеності результатів прямих багаторазових вимірювань».

2. Ознайомитися з загальнодержавною повірочною схемою засобів вимірювання лінійних розмірів.

3. Вивчити будову і принцип дії компаратора ІЗА-2.

4. Відповідно до завдання виконати вимірювання на компараторі ІЗА-2.

2 Оснащення роботи

1. Компаратор горизонтальний ІЗА-2.

2. Набір кінцевих мір довжини.

3. Теоретичні відомості

3.1 Будова та принцип дії горизонтального компаратора ІЗА-2

Компаратори призначені для порівняння і контролю лінійних розмірів

деталей зі зразковою шкалою приладу. Розрізняють горизонтальні, стереоскопічні та інтерференційні компаратори. Горизонтальний компаратор ІЗА -2 має два мікроскопи: візирний та відліковий. Перший слугує для спостереження об'єкта та його деталей, другий – для відліку за зразковою шкалою.

Компаратор ІЗА – 2 слугує для прямих вимірювань штрихових шкал, сіток, відстаней між спектральними лініями на спектрограмах і т.п. В залежності від характеру вимірювання використовують повздовжні та поперечні горизонтальні компаратори. В поперечних компараторах предметний столик переміщується перпендикулярно до осі вимірювальної шкали, а в повздовжніх – вздовж.

Таблиця 1.1 – Основні технічні характеристики горизонтального компаратора ІЗА-2

Технічні характеристики	
Границя вимірювання	0-200 мм
Ціна поділки зразкової шкали	1 мм
Ціна поділки відлікового пристрою	0,001 мм
Точність відліку на око	0,0001 мм
Збільшення візирного мікроскопа	7-10,5 ^x
Збільшення відлікового мікроскопа	61,5 ^x
Поле зору візирного мікроскопа відповідно	12 та 2,3 мм
Числова апертура	0,05-0,04
Числова апертура відлікового мікроскопа	0,15

У компараторі ІЗА-2 реалізований безконтактний метод вимірювання. З цією метою він оснащений додатково візирним мікроскопом.

Прилад має масивну основу 10 рис.1.1, на якій закріплена циліндрична напрямна 8. Предметний столик 7 встановлений на напрямній 8 на опорах кочення 9 і може переміщуватись грубо від руки, точно маховиком 12 при фіксації гвинтом, що розташований на тильній стороні приладу. На предметному столику 7 у металевій оправі закріплена міліметрова шкала 13 довжиною 200 мм з оцифрованими поділками. У якості відлікового пристрою в приладі використано спіральний окулярний мікрометр 2.

Пластинка зі спіральною сіткою обертається маховиком 1 і гвинтом 3 разом із спіральним ноніусом може переміщуватися в поперечному напрямку для настройки на нульовий відлік.

На кронштейні 4 разом із відліковим мікроскопом 2 жорстко закріплений візирний мікроскоп 6, у фокусі окуляра якого розташована пластина з подвійною візирною лінією для наведення на контур деталі, що вимірюється. Фокусування візирного мікроскопа проводяться маховиком 5, за допомогою якого тубус мікроскопа переміщується у вертикальному напрямку. Для підсвітки шкали і деталі під предметним столиком розташовані поворотні дзеркальні пластини 11.

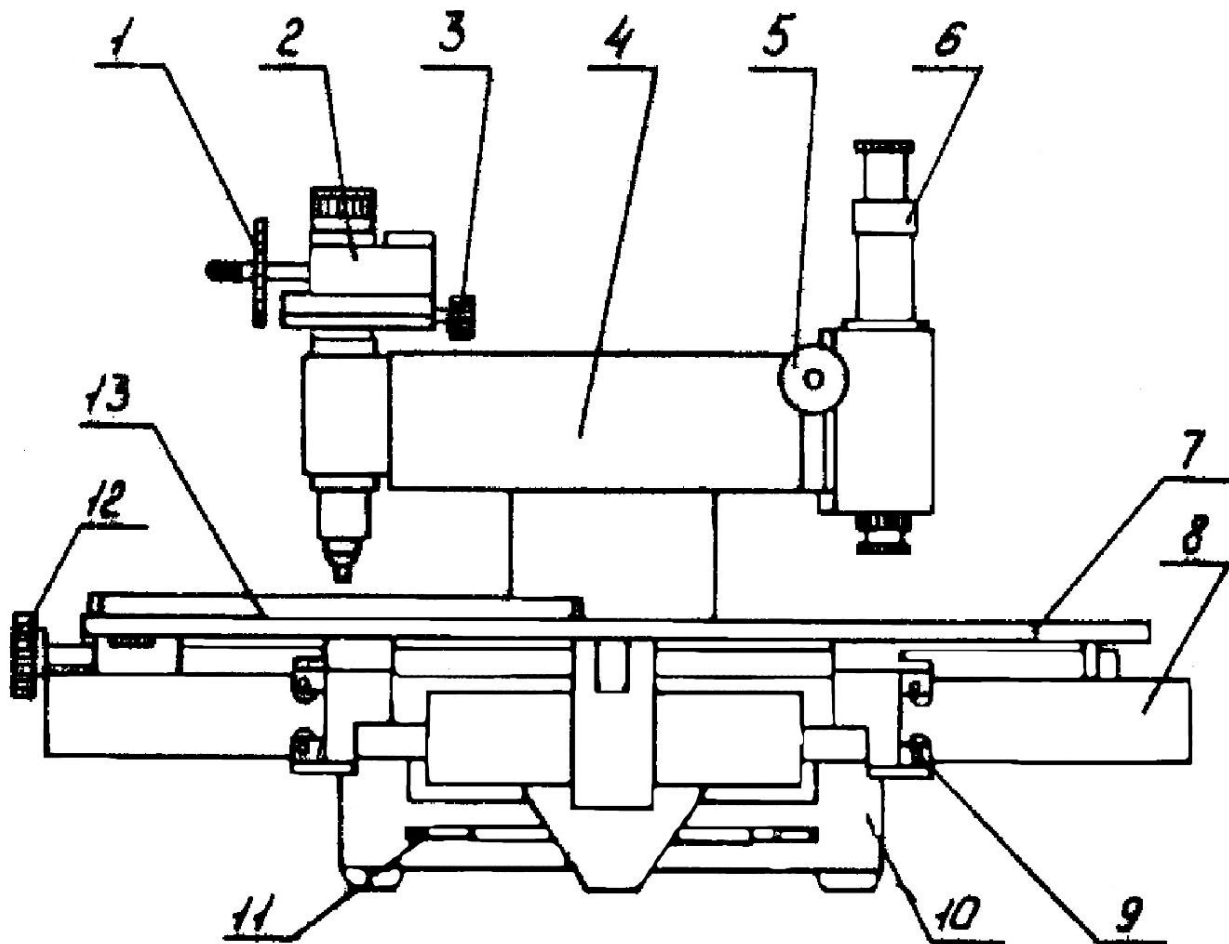


Рисунок 1.1 – Загальний вигляд компаратора ІЗА - 2

1 – маховик; 2 – спіральний окулярний мікрометр; 3 – гвинт; 4 – кронштейн; 5 – маховик фокусування візирного мікроскопа; 6 – візирний мікроскоп; 7 – предметний столик; 8 – циліндрична напрямна; 9 – опора кочення; 10 – основа; 11 – поворотні дзеркальні пластини; 12 – маховик точного переміщення стола; 13 – міліметрова шкала

Відлік за допомогою мікроскопа зі спіральним окуляр-мікрометром

Відліки виконуються за міліметровою шкалою за допомогою вимірювального мікроскопа із спіральним окуляр-мікрометром. Для встановлення початкового відліку слугує гвинт 8 рис.1.2. В полі зору відлікового мікроскопа рис.1.2 одночасно видно: три крупних штрихів міліметрової шкали (позначені великими цифрами 13, 14, 15), нерухома вертикальна шкала десятих часток міліметра з поділками від 0 до 10 та кругова шкала для відліку сотих та тисячних часток міліметра, а також подвійні витки спіралі.

Щоб виконати відлік, необхідно попередньо маховиком 9 відвести подвійний виток спіралі так, щоб міліметровий штрих в зоні подвійних витків виявився точно по середині між лініями витків. На рис.1.2 показано приклад відліку, рівний 14,4166.

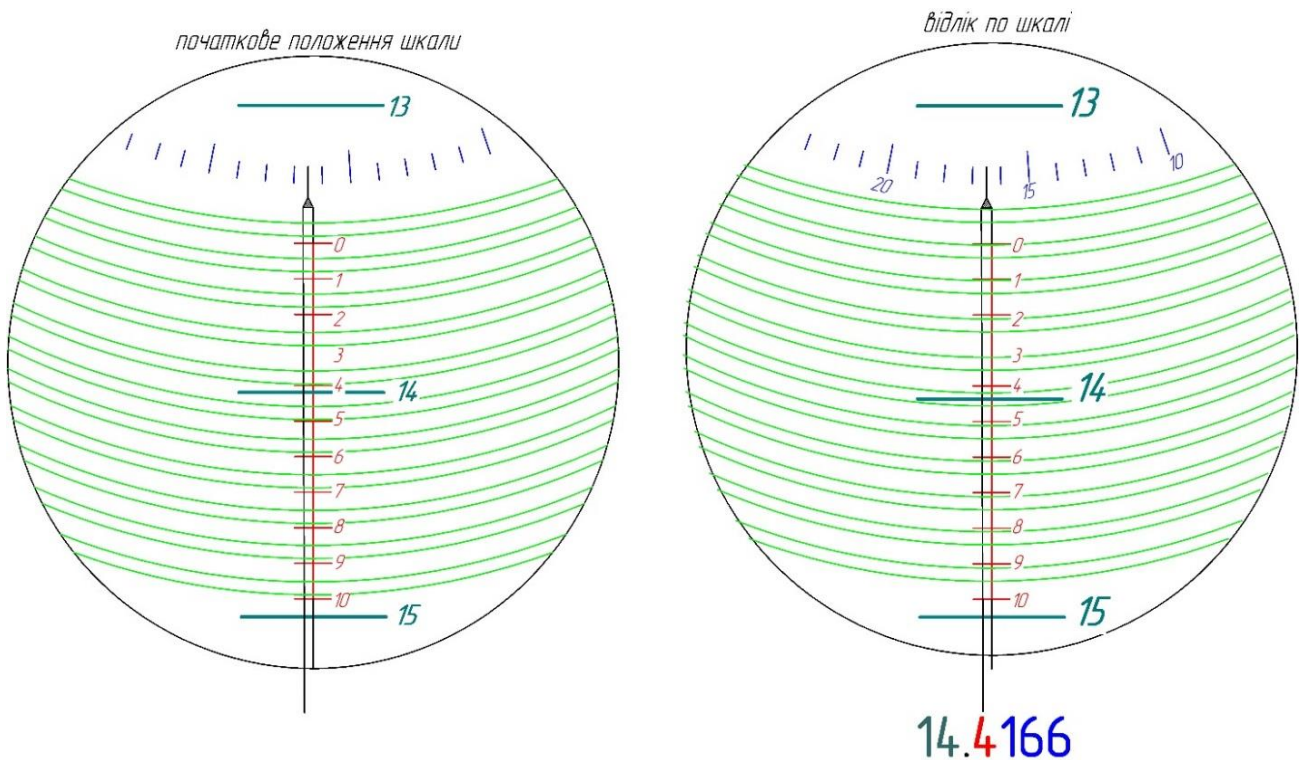


Рисунок 1.2 – Спиральний окуляр - мікрометр

4. Виконання роботи

Завдання 1 Оцінити розширену невизначеність результатів вимірювання розміру деталі для рівня довіри $P=0,95$.

Методика контролю передбачає вимірювання розміру деталі за допомогою оптичного довжиноміра з ціною поділки 0,001 мм та границею допустимої похибки $\pm 0,0001$ мм в діапазоні температур $(20 \pm 5)^\circ C$. Відомо, що номінальне значення розміру деталі згідно з технологічним кресленням має складати $d_H = 40$ мм. Вимірний розмір деталі складає $d = 40,0005$ мм. Оптичний довжиномір повірений.

варіант	приклад	1	2	3	4	5
$d_H, \text{мм}$	40	20	30	50	60	70
$d, \text{мм}$	40,0005	виміряти				
$\Delta t, ^\circ C$	5	2	3	4	5	6
p	0,95	0,9	0,95	0,99	0,9	0,95
n	16	15	17	18	19	20
$\alpha, 1/^\circ C$	$29 \cdot 10^{-6}$					

Побудова модельного рівняння

Для побудови модельного рівняння ідентифікуємо основні істотні джерела невизначеності результату вимірювання розміру деталі. В даному випадку такими є:

- Основна допустима похибка компаратора $\pm 0,0001$ мм
- Похибка зчитування по шкалі;
- Можливе відхилення температури деталі від $(20 \pm 5)^\circ \text{C}$;
- Вплив випадкових факторів

З урахування всіх джерел модельне рівняння матиме вигляд [15]:

$$L = l + \Delta_{\text{зчит}} + \overset{\circ}{\Delta} + \Delta_t + \Delta_0, \quad (1.1)$$

де l – покази компаратора під час вимірювання розміру деталі;

Δ_0 - похибка компаратора;

$\Delta_{\text{зчит}}$ - поправка до показів компаратора через неточність (похибку) зчитування показів оператором;

$\overset{\circ}{\Delta}$ - поправка до показів, що обумовлена дією випадкових факторів;

Δ_t - поправка до показів, що обумовлена відхиленням температури деталі від 20°C ;

1. Оцінювання невизначеностей за типом В

- Оцінювання стандартної невизначеності $u(\Delta_0)$

Невизначеність величини l обумовлена тим, що компаратор не є абсолютно точним, тобто має похибку [15]. Отже

$$l = l_{\text{ісм}} + \Delta_0$$

де $l_{\text{ісм}}$ - істинне значення розміру деталі.

Якби похибка компаратора була відома, то в результат вимірювання можна було б ввести поправку, таким чином похибка компаратора не давала б внеску у невизначеність вимірювання.

Згідно з технічним паспортом на компаратор його гранична похибка знаходиться в межах $\left(1 + \frac{l}{200}\right) = 1,2$ мкм, l – вимірювана довжина в (мм).

Оскільки реальний закон розподілу похибки невідомий, приймаємо його за рівномірний. В цьому випадку складова невизначеності результату, що зумовлена конструктивними особливостями компаратора, оцінюється через основну похибку при допущенні рівномірного закону розподілу можливих її значень в певних границях [3]:

$$u(\Delta_0) = \frac{b_+ - b_-}{2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{1,2 \cdot 10^{-6} - (-1,2 \cdot 10^{-6})}{2 \cdot \sqrt{3}} = 0,6928 \text{ мкм}.$$

- Оцінювання стандартної невизначеності $\Delta_{\text{зчит}}$

Неточність (похибка) зчитування показів компаратора оператором не перевищує половини ціни поділки, тобто $\frac{0,001}{2} = 0,0005 \text{ мм}$. Тоді стандартна невизначеність, що зумовлена похибкою зчитування показів:

$$u(\Delta_{зчит}) = \frac{b_+ - b_-}{2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{0.0005 - (-0.0005)}{2 \cdot \sqrt{3}} = 0.2887 \text{ мкм}.$$

- Оцінювання стандартної невизначеності Δ_t

Матеріал з якого виготовлена деталь, має температурний коефіцієнт лінійного розширення $\alpha = 29 \cdot 10^{-6} \text{ } 1/^\circ\text{C}$.

Оскільки можливе максимальне відхилення температури від 20°C складає 5°C , то йому відповідає можливе відхилення розміру:

$$\Delta_t = \alpha \cdot d \cdot \Delta t = 5.8 \text{ мкм}.$$

Якби температура в приміщенні, де проводиться контроль, регулювалася кондиціонером, під час розрахунку стандартної невизначеності необхідно прийняти антимодальний закон. Оскільки в даному випадку температура не регулювалася, приймаємо рівномірний розподіл. Таким чином відповідна стандартна невизначеність буде [15]:

$$u(\Delta_t) = \frac{b_+ - b_-}{2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{5,8 - (-5,8)}{2 \cdot \sqrt{3}} = 3.34 \text{ мкм}.$$

Із врахуванням складових $u(\Delta_0)$, $u(\Delta_{зчит})$, Δ_t визначаємо комбіновану невизначеність типу В за формулою:

$$u_{cB}(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot u^2(x_i)},$$

Тоді в цьому випадку маємо:

$$u_{cB}(\Delta) = \sqrt{c_1^2 \cdot u^2(\Delta_0) + c_2^2 \cdot u^2(\Delta_{зчит}) + c_3^2 \cdot u^2(\Delta_t)},$$

$$\text{де } c_1 = \frac{\partial D}{\partial d} = \frac{\partial(d + \Delta_0 + \Delta_{зчит} + \Delta_t)}{\partial d} = \frac{\partial d}{\partial d} + \frac{\partial \Delta_0}{\partial d} + \frac{\partial \Delta_{зчит}}{\partial d} + \frac{\partial \Delta_t}{\partial d} = 1,$$

↓ ↓ ↓ ↓

1 0 0 0

$$c_2 = \frac{\partial D}{\partial \Delta_0} = \frac{\partial(d + \Delta_0 + \Delta_{зчит} + \Delta_t)}{\partial \Delta_0} = \frac{\partial d}{\partial \Delta_0} + \frac{\partial \Delta_0}{\partial \Delta_0} + \frac{\partial \Delta_{зчит}}{\partial \Delta_0} + \frac{\partial \Delta_t}{\partial \Delta_0} = 1,$$

↓ ↓ ↓ ↓

0 1 0 0

$$c_3 = \frac{\partial D}{\partial \Delta_{зчит}} = \frac{\partial (d + \Delta_0 + \Delta_{зчит} + \Delta_t)}{\partial \Delta_{зчит}} = \frac{\partial d}{\partial \Delta_{зчит}} + \frac{\partial \Delta_0}{\partial \Delta_{зчит}} + \frac{\partial \Delta_{зчит}}{\partial \Delta_{зчит}} + \frac{\partial \Delta_t}{\partial \Delta_{зчит}} = 1$$

$$\begin{array}{cccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

$$c_4 = \frac{\partial D}{\partial \Delta_t} = \frac{\partial (d + \Delta_0 + \Delta_{зчит} + \Delta_t + \overset{\circ}{\Delta})}{\partial \Delta_t} = \frac{\partial d}{\partial \Delta_t} + \frac{\partial \Delta_0}{\partial \Delta_t} + \frac{\partial \Delta_{зчит}}{\partial \Delta_t} + \frac{\partial \Delta_t}{\partial \Delta_t} = 1.$$

$$\begin{array}{cccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

Тоді із врахуванням всіх визначених компонентів маємо:

$$u_{c_B}(\Delta) = \sqrt{c_1^2 \cdot u^2(\Delta_0) + c_2^2 \cdot u^2(\Delta_{зчит}) + c_3^2 \cdot u^2(\Delta_t)} =$$

$$= \sqrt{1^2 \cdot (0,6928 \cdot 10^{-6})^2 + 1^2 \cdot (0,288 \cdot 10^{-6})^2 + 1^2 \cdot (3,34 \cdot 10^{-6})^2} = 3,4317 \text{ мкм.}$$

2. Оцінювання невизначеності $\overset{\circ}{\Delta}$, що обумовлена дією випадкових факторів

Будь-яка апіорна інформація для оцінювання $\overset{\circ}{\Delta}$ за типом В відсутня. Виробник не наводить в паспорті на компаратор нормоване значення випадкової похибки через те, що вона в даному випадку не є інструментальною, адже більшою мірою залежить від властивостей об'єкту та умов вимірювання. Тому дане джерело невизначеності необхідно дослідити.

Для оцінки невизначеності вимірювання, зумовленої вкладом випадкових ефектів, було проведено 16 повторних вимірювань розміру деталі одним і тим же оператором за одних і тих же умов.

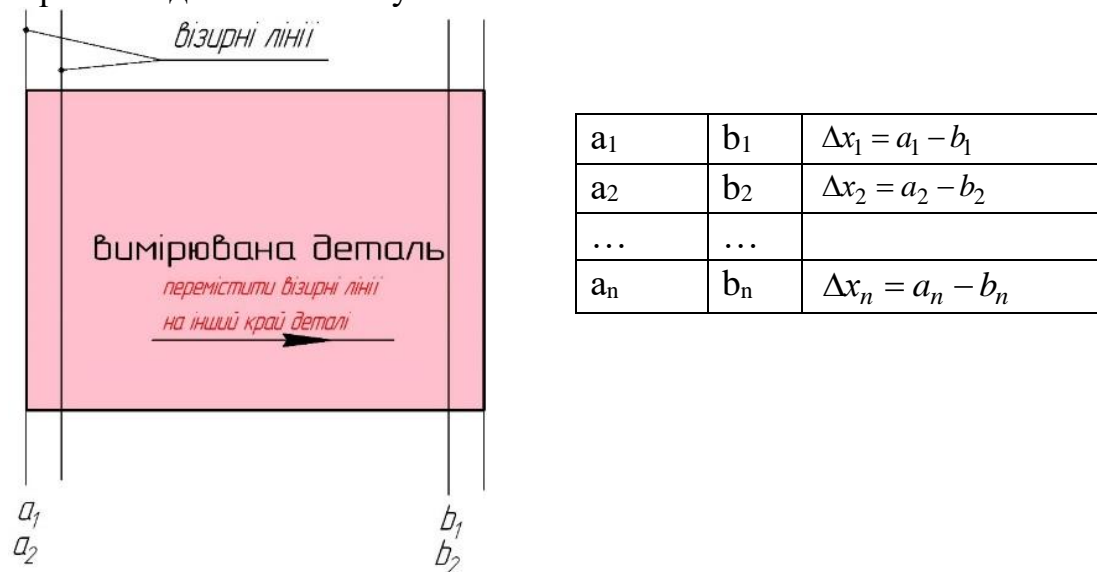


Рисунок 1.3 – Схема вимірювання

Відповідно до правил експлуатації компаратора [6] виконано: підготовка до роботи, встановлення вимірювального об'єкта та перевірка його розміщення у горизонтальній та вертикальній площині та безпосереднє виконання 16 вимірювань.

Таблиця 1.2 – Результати повторних вимірювань розміру деталі

№ п.п	a_i	b_i	$\Delta x_i = a_i - b_i$
1	25,006	64,9992	39,9986
2	25,005	65,0001	39,9996
3	25,004	65,0009	40,0005
4	24,9994	64,9995	40,0001
5	24,9998	65,0004	40,0006
6	25,0009	64,9999	39,9999
7	25	64,9994	39,9994
8	24,9998	65,0004	40,0006
9	24,9997	65,0002	40,0005
10	25,0002	64,9995	39,9993
11	25,0003	64,9989	39,9986
12	25	64,9995	39,9995
13	25	64,9993	39,9993
14	25,0002	64,9998	39,9996
15	24,9996	64,9994	39,9998
16	24,9999	64,9997	39,9998

За результатами яких отримана стандартна невизначеність результату вимірювання за типом А :

$$u_A \left(\overset{\circ}{\Delta} \right) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{16-1} \cdot \sum_{i=1}^{16} (\Delta x_i - \bar{x})^2} = 6.557 \cdot 10^{-4} \text{ мм} = 0.6557 \text{ мкм}.$$

Оцінюємо комбіновану невизначеність результату вимірювання:

$$u_c(y) = \sqrt{u_A^2(y) + u_{CB}^2(y)},$$

$$u_c(L) = \sqrt{u_A^2 \left(\overset{\circ}{\Delta} \right) + u_{CB}^2(\Delta)} = \sqrt{0.6557^2 + 3.4317^2} = 3.4938 \text{ мкм} = 0,0034938 \text{ мм}$$

3. Оцінюємо розширену невизначеність результату вимірювання:

$$U = k \cdot u_c(y),$$

де $k = t_p(v_{eff})$ - квантиль розподілу Стюдента з ефективним числом степенів свободи v_{eff} і довірчою ймовірністю (рівнем довіри) p .

Ефективне число степенів свободи визначається за формулою Велча-Саттерстейта:

$$v_{eff} = \frac{u_c^4}{\sum_{i=1}^m \frac{u^4(x_i)}{v_i} \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^4} = \frac{(n-1) \cdot u_c^4}{u_A^4 \left(\overset{\circ}{\Delta}\right)} = 1117,$$

де $u_i(y) = \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right) \cdot u(x_i);$

v_i - число степенів свободи при розрахунку невизначеності оцінки i -ї вхідної величини, при цьому:

$v_i = n - 1$ - для розрахунку невизначеності за типом А;

$v_i = \infty$ - для розрахунку невизначеності за типом В.

Тоді

$$k = t_p(v_{eff}) = t_{0,95}(\infty) = 1.9596,$$

$$U(L) = k \cdot u_c(\bar{U}) = 1,9596 \cdot 0.0034938 = 0,006846 \text{ мм}.$$

Записуємо результат із розширеною невизначеністю

$$L = (40.0005 \pm 0,0068) \text{ мм}, P = 95 \%$$

4. Складаємо бюджет невизначеності табл.1.3.

Таблиця 1.3 – Бюджет невизначеності при вимірюванні розміру деталі за допомогою оптичного довжиноміра ІЗА-

2

<i>Величина</i>	<i>Оцінка величини, мм</i>	<i>Стандартна невизначеність</i>	<i>Число степенів свободи</i>	<i>Розподіл ймовірності</i>	<i>Коефіцієнт чутливості</i>	<i>Внесок у невизначеність</i>
1	40,0005	$u(\Delta_0) = 0.6928 \text{ мкм}$	∞	рівномірний	1	0,6928 мкм
Δ_0						
$\Delta_{зчит}$		$u(\Delta_{зчит}) = 0.2887 \text{ мкм}$	∞	рівномірний	1	0,2887 мкм
$\overset{\circ}{\Delta}$		$u_A \left(\overset{\circ}{\Delta} \right) = 0.6557 \text{ мкм}$	19	нормальний	1	0,6557 мкм
Δ_t		$u(\Delta_t) = 3.3486 \text{ мкм}$	∞	рівномірний	1	3,3486 мкм
1	40,0005	$u_c(L) = 3.4938 \text{ мкм} = 0,003938 \text{ мм}$	∞	нормальний	$U(D) = 0,0068 \text{ мм}, p = 0,95$	

5. Зміст звіту

1. Назва роботи.
2. Мета роботи.
3. Перелік використаних вимірювальних інструментів та приладів із указівкою їх метрологічних характеристик.
4. Результати вимірювання довжини деталі таблиця 1.2.
5. Розрахунок складових невизначеності результату вимірювання. Таблиця бюджету невизначеності при вимірюванні розміру деталі за допомогою оптичного довжиноміра ІЗА-2.

6. Контрольні питання

1. Дайте визначення поняття «невизначеність вимірювання»
2. На які дві категорії розділяють невизначеності за способами їх оцінювання.
3. За допомогою яких методів оцінюється невизначеність типу А.
4. В чому відмінність між невизначеністю типу А та невизначеністю типу В
5. На основі яких даних можна визначити невизначеність типу В
6. Яке значення є найкращою оцінкою вимірюваної величини.
7. Дайте визначення поняття «стандартна невизначеність»
8. Що називається комбінованою невизначеністю
9. Дайте означення «розширена невизначеність».
10. Запишіть вираз для визначення стандартної невизначеності типу А при багаторазових спостереженнях.
11. Запишіть вираз для визначення стандартної невизначеності типу В для заданих границь рівномірного закону розподілу.
12. Запишіть вираз для визначення стандартної невизначеності типу В при заданому інтервалі нормального закону розподілу.
13. Запишіть вираз для визначення розширеної невизначеності.
14. Запишіть вираз для визначення ефективних степенів вільності, який отримується із формули Велча-Саттерсвейта.
15. Запишіть вираз для розрахунку наближених значень коефіцієнту Стьюдента
16. Дайте визначення інструментальної невизначеності.
17. Які складові інструментальної невизначеності Ви знаєте.
18. Наведіть приклад визначення інструментальної невизначеності.
19. Дайте визначення методичній невизначеності.
20. Перерахуйте характерні причини, що призводять до появи методичних невизначеностей.
21. Дайте означення невизначеності взаємодії.
22. Дайте означення основної інструментальної невизначеності.
23. Дайте означення додаткової інструментальної невизначеності.
24. Наведіть приклад прояв методичної невизначеності.
25. Які Ви знаєте різновиди суб'єктивної невизначеності.
26. Перерахуйте шляхи зменшення або виключення складових суб'єктивних невизначеностей.
27. Яким факторами обумовлені невизначеності оператора.
28. Як називають невизначеність, обумовлену реакцією ЗВТ на зміну зовнішніх впливових величин та не інформативних параметрів вхідного сигналу.

Лабораторна робота 2

ОЦІНЮВАННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ПРИ КАЛІБРУВАННІ ШТАНГЕНЦИРКУЛЯ

Мета роботи: виконати калібрування штангенциркуля в одній заданій точці та записати результат із оцінкою невизначеності вимірювання; оцінити правильність нанесення штрихів штангенциркуля.

1. Послідовність виконання роботи

1. Ознайомитися з наступними матеріалами: ДСТУ ГОСТ 8.113:2009 ГСИ. Штангенциркули. Методика поверки; ДСТУ 3989-2000 Метрологія. Калібрування засобів вимірювальної техніки. Основні положення, організація, порядок проведення та оформлення результатів.

2. Відповідно до завдання виконати калібрування штангенциркуля у заданій точці.

3. Виконати оцінку невизначеності при калібруванні штангенциркуля.

2. Оснащення роботи

1. Штангенциркуль ШЦ-I, ШЦ-II.

2. Набір кінцевих мір довжини.

3. Теоретичні відомості

3.1 ДСТУ 3989-2000 «Калібрування засобів вимірювальної техніки. Основні положення, організація, порядок проведення та оформлення результатів»

Калібрування ЗВТ – визначення в певних умовах або контроль метрологічних характеристик ЗВТ. Тобто виходячи із визначення калібрування ЗВТ може виконуватися за двома напрямками:

- контролю;
- визначення метрологічних характеристик ЗВТ.

Що проводити контроль чи визначення повинен вказати користувач ЗВТ. В першому випадку (при контролі) калібрування мало чим відрізняється від процедури перевірки (тільки формальністю оформлення результатів). В другому випадку (при визначенні) користувач повинен вказати при яких умовах і в якому обсязі повинно проводитися калібрування. В цьому випадку, повірювач лише фіксує результат вимірювання, але не приймає рішення про придатність або непридатність ЗВТ до експлуатації. Рішення приймає користувач. Виходячи із цього повірювач не має права ставити клеймо (тим самим підтверджуючи придатність ЗВТ), а повинен лише видати свідоцтво про калібрування із вказанням дійсних характеристик, отриманих при калібруванні. Нормативним документом, що регламентує процедуру калібрування є ДСТУ 3989-2000

«Калібрування засобів вимірювальної техніки. Основні положення, організація, порядок проведення та оформлення результатів».

Калібрування ЗВТ провадять під час випуску з виробництва, після ремонту та під час експлуатації.

Калібрування під час випуску ЗВТ із виробництва провадять для контролю метрологічних характеристик. Калібрування під час експлуатації ЗВТ або після ремонту ЗВТ провадять для визначення в певних умовах або контролю метрологічних характеристик цих засобів (залежно від вимог користувача ЗВТ).

Калібруванню під час випуску з виробництва підлягають ЗВТ, типи яких занесено до Державного реєстру засобів вимірювальної техніки, допущених до застосування в Україні та на які не поширюється державний метрологічний нагляд.

Калібрування ЗВТ під час випуску із виробництва не провадять, якщо ці ЗВТ підлягають метрологічній атестації.

Калібрування ЗВТ, які використовують для власних потреб підприємства, організацій та громадян – суб'єктів підприємницької діяльності, під час експлуатації та після ремонту провадять за бажанням користувачів цих ЗВТ.

ЗВТ, призначені для продажу або видачі напрокат, повинні мати чинне свідоцтво про калібрування або відбиток калібрувального тавра.

Калібрування ЗВТ для інших підприємств, організацій і для громадян – суб'єктів підприємницької діяльності можуть проводити:

- Державні наукові метрологічні центри Держстандарту України (далі – метрологічні центри) на державних та вторинних еталонах, які зберігаються в цих центрах;

- Територіальні органи Держстандарту України (далі територіальні органи), акредитовані на право проведення повірки ЗВТ, згідно із галуззю акредитації;

- Метрологічні служби центральних органів виконавчої лади, підприємств і організацій, акредитовані на право повірки ЗВТ, згідно з галуззю акредитації;

- Калібрувальні лабораторії метрологічних служб або інших організаційних структур підприємств і організацій, акредитовані на право проведення калібрування ЗВТ для інших підприємств, організацій і для громадян, згідно з галуззю акредитації.

- Калібрувальні лабораторії іноземних виробників, акредитовані на право проведення калібрування ЗВТ, що постачаються в Україну.

Для ЗВТ встановлюють такі види калібрування: первинне, періодичне та позачергове.

Первинне калібрування ЗВТ провадять під час випуску із виробництва та ремонту.

Періодичному калібруванню можуть підлягати ЗВТ, які перебувають в експлуатації або призначені для продажу та прокату. Міжкалібрувальний інтервал встановлюється користувачем з урахуванням рекомендованого значення цього інтервалу, отриманого під час затвердження типу ЗВТ чи

метрологічної атестації таким чином, щоб визначені або проконтрольовані метрологічні характеристики зберігалися протягом цього проміжку часу.

Позачергове калібрування здійснюють до закінчення міжкалібрувального інтервалу за рішенням користувача, якщо є необхідність упевнитися в працездатності ЗВТ. Позачергове калібрування можна проводити, якщо:

- Пошкоджено калібрувальне тавро та (або) загублено свідоцтво про калібрування;
- Минула більш як половина міжкалібрувального інтервалу ЗВТ, який застосовують як комплектувальний виріб, або ЗВТ, який виробник надсилає користувачеві;
- ЗВТ вводять в експлуатацію після тривалого зберігання.

Позитивні результати калібрування засвідчують відбитком калібрувального тавра (тільки у разі контролю метрологічних характеристик) та (або) свідоцтвом про калібрування за формою додатку А та, за необхідності, записом у відповідному розділі експлуатаційних документів.

Порядок засвідчення позитивних результатів калібрування, а також місце нанесення відбитку калібрувального тавра зазначають у методиці калібрування.

У разі контролю метрологічних характеристик на зворотній стороні свідоцтва або в додатку до свідоцтва, за необхідності, наводять дані, одержані під час калібрування.

Якщо в результаті калібрування ЗВТ визнають непридатним до застосування, свідоцтво анулюють і (або) гасять попередній відбиток тавра або роблять відповідний запис в експлуатаційній документації. На вимогу користувач ЗВТ видають довідку про непридатність ЗВТ за формою додатку Б.

Калібрування ЗВТ провадять відповідно до методик калібрування. Методики калібрування може бути наведено в окремих документах або у відповідних розділах експлуатаційних документів. За відсутності методик калібрування під час калібрування ЗВТ можна використовувати відповідні методики перевірки.

Організація і порядок калібрування згідно з ДСТУ 3989-2000

Перелік ЗВТ, що перебувають в експлуатації та для яких визнано необхідність калібрування, складає метрологічна служба підприємства або організації за поданням підрозділів – користувачів ЗВТ і затверджує керівних цього підприємства (організації).

Метрологічна служба підприємства (організації) складає графіки періодичного калібрування ЗВТ із зазначенням підрозділу свого підприємства (організації), що проводять калібрування.

ЗВТ подають на калібрування укомплектованим, разом з необхідним допоміжними пристроями, експлуатаційними документами, свідоцтвом про останнє калібрування або метрологічну атестацію (на вимогу калібрувальної лабораторії) та, за необхідності, з іншими документами, в яких зазначено певні умови використання ЗВТ.

Калібрування ЗВТ можна здійснювати:

- У стаціонарних та пересувних повірочних та калібрувальних лабораторіях;

- На місцях виготовлення, ремонту або експлуатації ЗВТ.

Допускається проведення вибіркового калібрування ЗВТ, якщо це передбачено методикою калібрування або повірки. Позитивні результати вибіркового калібрування поширюються на всі ЗВТ із партії, поданої на калібрування. Вказівки щодо дій у разі отримання негативних результатів вибіркового калібрування має бути наведено у методиці калібрування.

На підставі аналізу результатів калібрування ЗВТ калібрувальна лабораторія, що його калібрувала, може запропонувати змінити міжкалібрувальний інтервал, який було рекомендовано під час затвердження типу, під час метрологічної атестації або користувачем. Остаточне рішення про зміну міжкалібрувального інтервалу приймає користувач ЗВТ.

Якщо ЗВТ призначено для вимірювання (відтворення розміру) кількох фізичних величин і (або) він має кілька діапазонів вимірювання, але його використовують для вимірювання (відтворення розміру) меншої кількості фізичних величин або не у всіх діапазонах, або лише в окремій частині діапазону вимірювання, то за рішенням користувача цього ЗВТ провадять калібрування лише стосовно зазначених фізичних величин та діапазонів (частини діапазонів). При цьому на ЗВТ повинно бути нанесено чіткий напис або умовне позначення, які визначають особливості його застосування. Відповідний запис потрібно зробити в експлуатаційних документах та у свідоцтві про калібрування.

Форми звітності відповідно ДСТУ 3989-2000 наведені в додатку В.

3.2 Метрологічні характеристики штангенінструментів і порядок їх перевірки

До штангенінструментів відносяться:

- Штангенциркуль по ДСТУ ГОСТ 166:2009 (ИСО 3599-76);
- Штангенглибиномір по ДСТУ ГОСТ 162:2009;
- Штангенрейсмас по ДСТУ ГОСТ 164:2009.

Штангенциркулі призначені для вимірювання зовнішніх і внутрішніх розмірів і для розмітки. Їх випускають декількох типів і моделей:

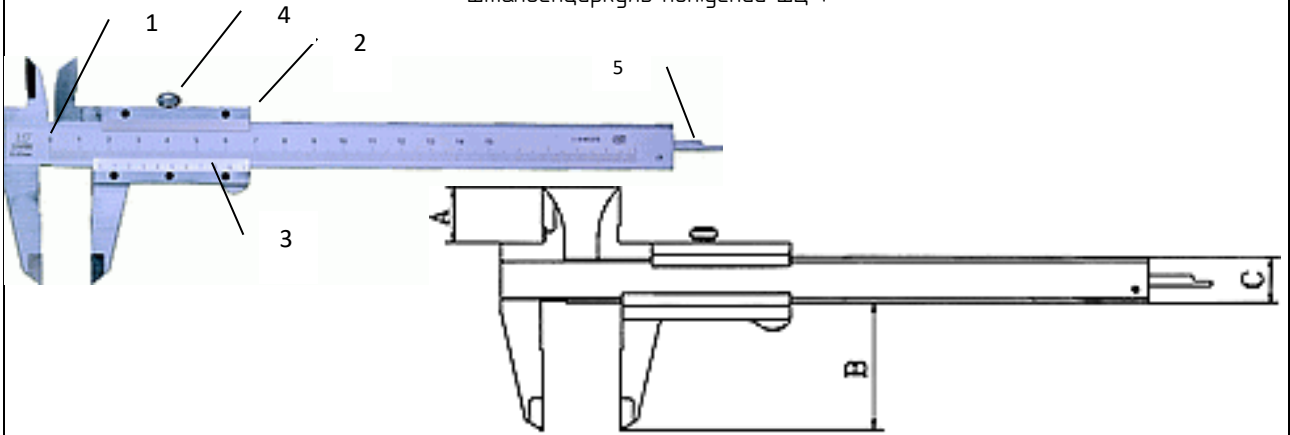
- ШЦ – 1 – з двостороннім розташуванням губок для вимірювання зовнішніх і внутрішніх розмірів з лінійкою для вимірювання глибини;
- ШЦТ – 1 – з одностороннім розташуванням губок, оснащені твердим сплавом для вимірювання зовнішніх розмірів і глибин в умовах підвищеного абразивного зношування;
- ШЦ – II – з двостороннім розташуванням губок для вимірювання зовнішніх і внутрішніх розмірів (мають мікрометричну подачу для точного і повільного переміщення);

- ШЦ - III - з одностороннім розташуванням зовнішніх і внутрішніх розмірів.

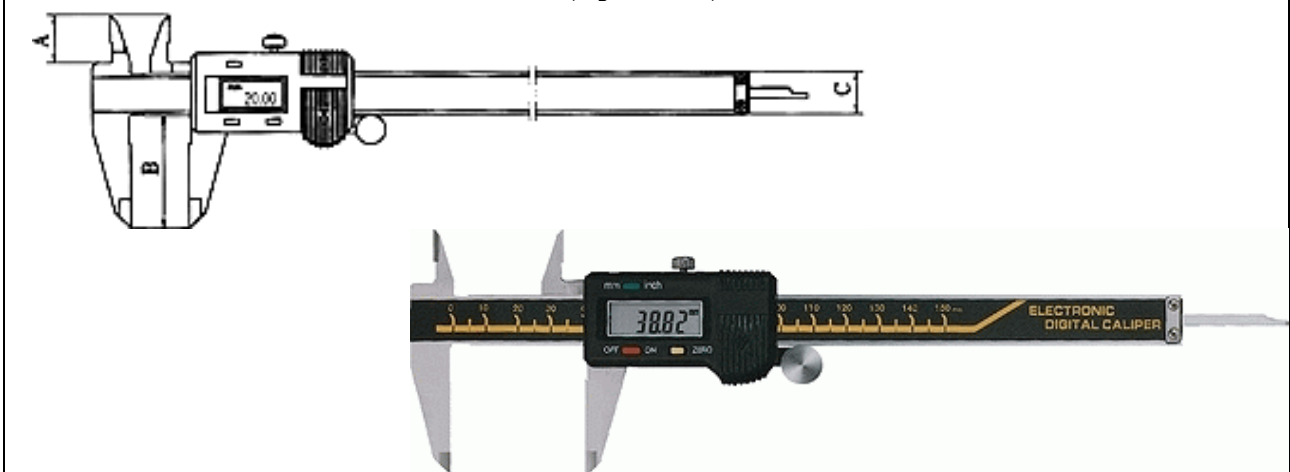
Таблиця 2.1 – Характеристики штангенінструментів

Тип штангенциркуля	Границя вимірювання	Допустима похибка показів при підрахунку по ноніусу, мм	
		0,05	0,1
Штангенциркулі (ДСТУ ГОСТ 166:2009 (ИСО 3599-76))			
ШЦ-I	0...125	—	±0,1
ШЦ-II	0...200	±0,05	±0,1
	0...320	±0,05	±0,1
ШЦ-III	0...500	±0,05	±0,1
	250...710	—	±0,1
	320...1000	—	±0,1
	500...1400	до 100мм	±0,1
	800...2000	понад 100мм	±0,2

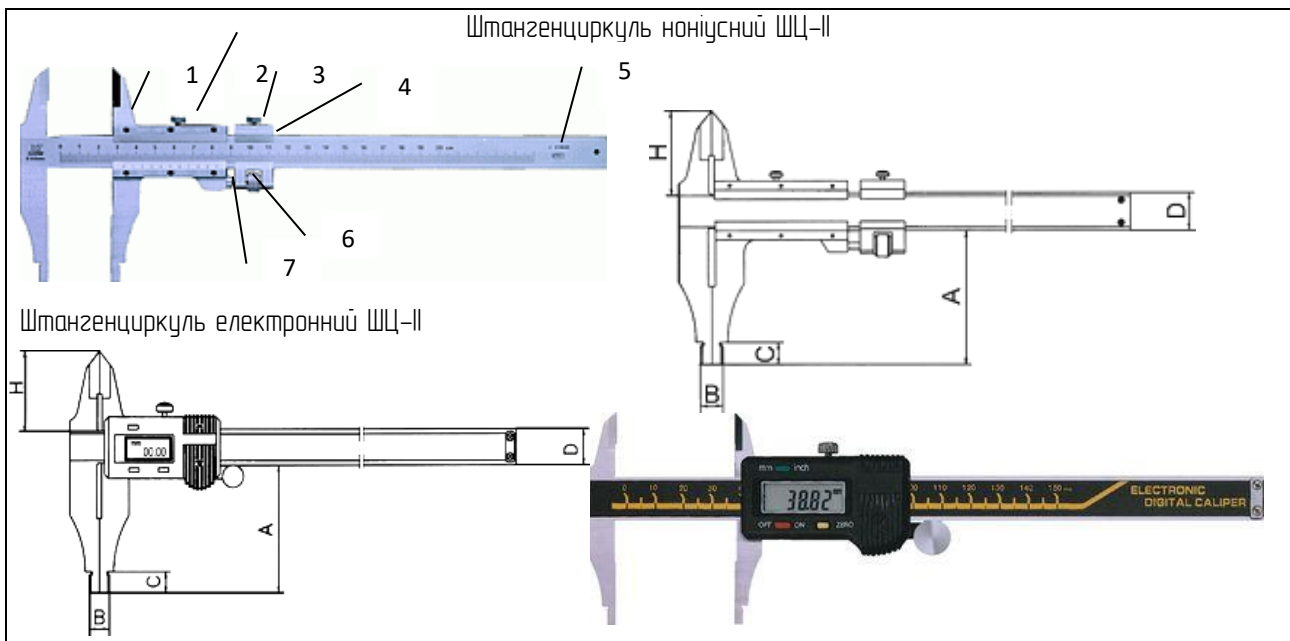
Штангенциркуль ноніусний ШЦ-I



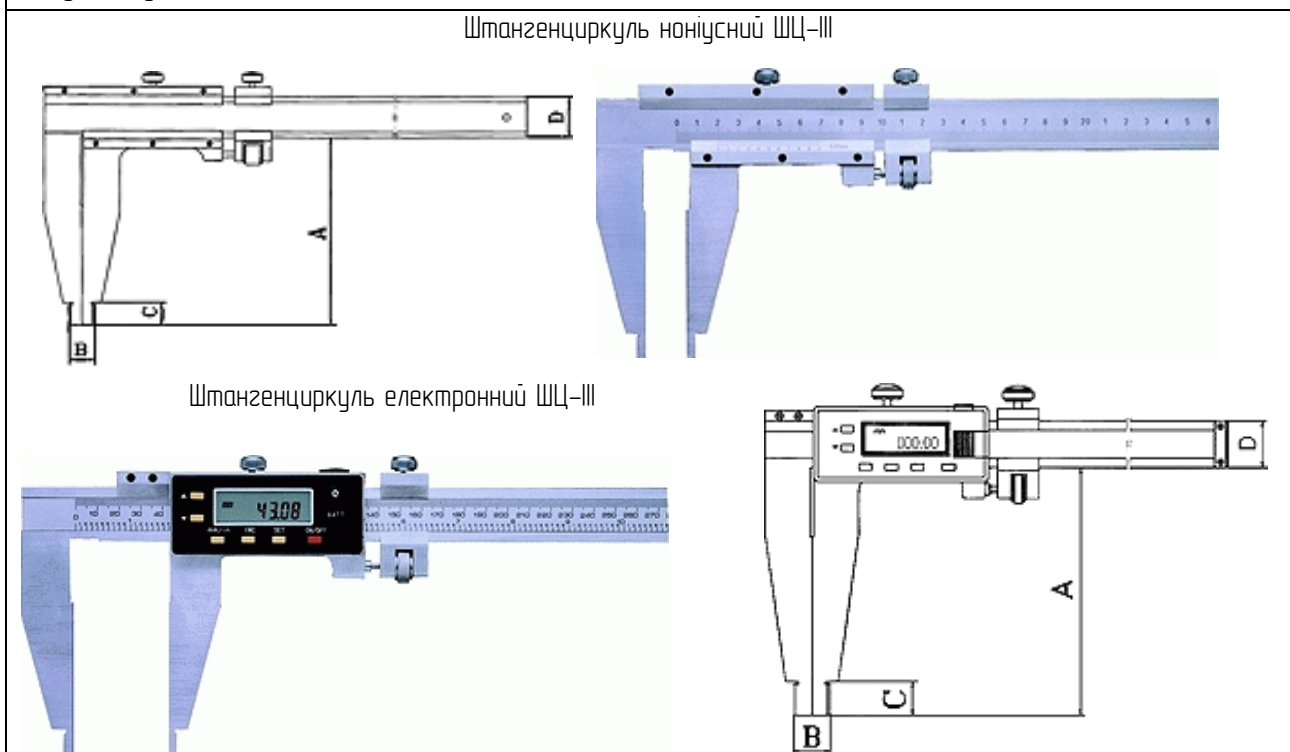
Штангенциркуль електронний ШЦ-I



Штангенциркуль ШЦ-I має штангу 1 з нанесеним на ній міліметровими поділками. По штанзі переміщується рамка 2 з ноніусною шкалою 3. Для фіксування рамки на робочій поверхні штанги слугує гвинт 4. З торця до рамки прикріплена лінійка глибиноміра 5. Верхні губки призначені для вимірювання внутрішніх розмірів, а нижні – зовнішніх



Штангенциркулі ЩЦ-II мають мікрометричну подачу 4, яка призначена для повільного (точного) переміщення рамки 1 по штанзі 5. У вирізі рамки мікрометричної подачі розташована гайка 6, навернута на гвинт 7, який закріплений в нижній частині рамки 1. При вивільненому гвинті 2 і закріпленій мікрометричній подачі 4 на штанзі 5 за допомогою стопорного гвинта 3 рамка 1 буде переміщуватися по штанзі, якщо обертати гайку 6 мікрометричної подачі.



Приклади позначення штангенциркуля типу ЩЦ-II з границею вимірювання 0–250 мм і відліком за нониусом 0,05: [Штангенциркуль ЩЦ-II-250-0,05 ДСТУ ГОСТ 166:2009](#); то же, типу ЩЦ-III з границею вимірювання 60–1600 мм і відліком за нониусом 0,1 мм: [Штангенциркуль ЩЦ-III-1600-0,1 ДСТУ ГОСТ 166:2009](#)

Відліковий пристрій штангенприладів – штанга з нанесеною на ній шкалою з інтервалом ділення 1 мм і вільно переміщуються по штанзі рамка, на

скосі якої нанесена допоміжна шкала, називаємо ноніусом (ноніус служить для відліку часток міліметра).

Штангенприлади модулів 1 і 2 випускаються з відліком по ноніусу 0,1 і 0,05 мм.

Модуль шкали ноніуса показує, через яку кількість поділок міліметрової шкали штанги будуть розташовані штрихи шкали ноніуса, зміщені на величину відліку по ноніусу.

Штангенприлад модуля 2 з відліком по ноніусу 0,1 мм.

Ноніус з величиною відліку 0,1 мм має довжину 19 мм, тому одна поділка шкали $19 / 10 = 1,9$ мм, що менше як дві поділки шкали штанги на 0,1 мм рис.2.1.

Штангенприлад модуля 2 з відліком по ноніусу 0,05 мм має довжину шкали 39 мм, розділену на двадцять частин, тобто одна поділка ноніуса $39/20 = 1,95$ мм рис.2.2.

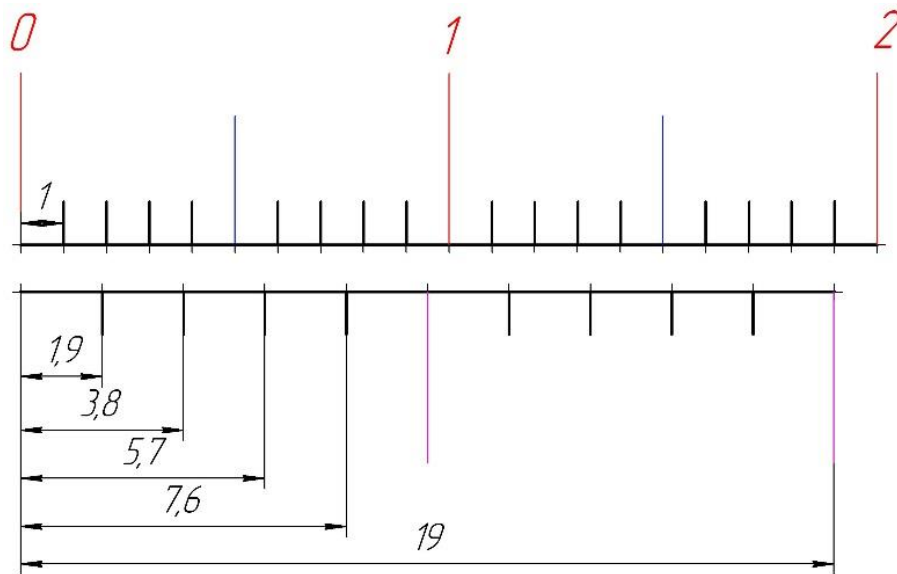


Рисунок 2.1 - Штангенприлад модуля 2 з відліком по ноніусу 0,1 мм

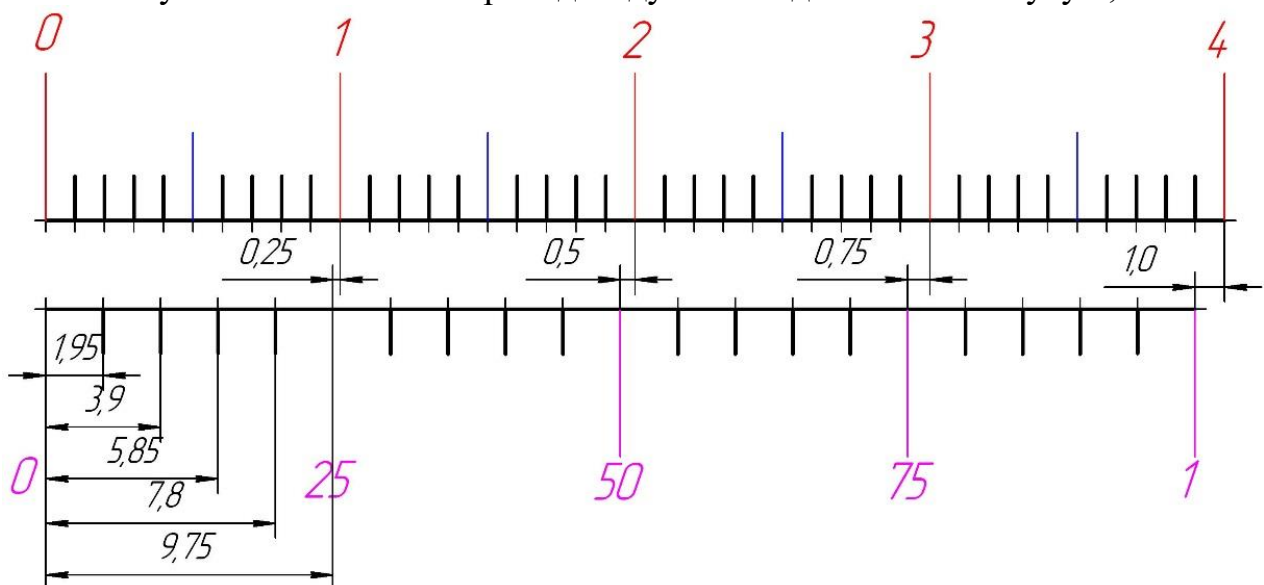


Рисунок 2.2 - Штангенприлад модуля 2 з відліком по ноніусу 0,05 мм

2.3 Калібрування штангенциркуля [14]

Умови калібрування та підготовка до неї

1. При проведенні калібрування температура повітря в приміщенні повинна бути $(20 \pm 5)^\circ\text{C}$.

2. Перед проведенням калібрування повинні бути виконані наступні підготовчі роботи:

- штангенциркуль повинен бути промитий авіаційним бензином за ГОСТ 1012-72 або бензином-розчинником за ГОСТ 443-76, або мийними засобами, протертий чистою бавовняною серветкою і витриманий на робочому місці не менше 3 годин.

- Штангенциркуль повинен бути розмагнічений; перевірку проводять на деталях із низьковуглецевої сталі масою не більше 0,1 г.

Зовнішній огляд

При зовнішньому огляді повинно бути встановлено:

- Відповідність штангенциркуля вимогам ДСТУ ГОСТ 166:2009 в частині чутливості і правильності оцифровки штрихів шкал, комплектності і маркування;

- Наявність затискного пристрою для затискання рамки, шкал на штанзі і рамці, покриття, мікрометричної подачі рамки штангенциркуля ЩЦ-III при комплектації його пристосуванням для розмітки

- Не допускаються:

- ✓ помітні при візуальному огляді дефекти, погіршуючі експлуатаційні якості та перешкоджаючі відліку показань;

- ✓ перекіс краю ноніуса до штрихів штанги, що перешкоджає відліку показань.

Апробація

При апробації перевіряють:

- Плавність переміщення рамки разом з мікрометричною подачею по штанзі штангенциркуля ЩЦ-III;

- Можливість повздовжнього регулювання ноніуса штангенциркуля типу ЩЦ-III;

- Значення мертвого ходу мікрометричної пари; при цьому мертвий хід мертвий хід мікрометричної пари штангенциркулів, випущених із виробництва і ремонту, повинен відповідати вимогам за ДСТУ ГОСТ 166:2009 (ІСО 3599-76).

- Відсутність переміщення рамки під дією власної маси;

- Можливість затискання рамки в будь-якому положенні в межах діапазону вимірювання;

Визначення метрологічних характеристик

- довжину вильоту губок штангенциркуля ЩЦ-III визначають за допомогою металевої вимірювальної лінійки;

- шорсткість вимірювальних поверхонь визначають:

✓ за параметром R_a за допомогою профілометра, профілографа або порівнянням із зразками шорсткості;

- розміри штрихів шкал і перекриття штрихів шкали штанги краєм ноніуса штангенциркуля визначають за допомогою приладів – Інструментальний мікроскоп БИМ за ДСТУ ГОСТ 8.003:2008. На кожному штангенциркулі перевіряють не менше 5 штрихів штанги і 5 штрихів ноніуса. Розміри штрихів штанги і ноніуса повинні відповідати значенням, вказаним в ДСТУ ГОСТ 166:2009 (ІСО 3599-76);

- відстань від верхнього окрайка краю ноніуса до поверхні шкали штанги визначають щупом в 3-х місцях по довжині штанги. Щуп вкладається на штангу поряд з ноніусом. Край скосу ноніуса не повинен бути вище площини щупа.

- похибку штангенциркуля визначають по кінцевим мірам довжини. Блок кінцевих мір довжини розміщують між вимірювальними поверхнями губок штангенциркуля. Зусилля зсуву повинно забезпечувати нормальне ковзання вимірювальних поверхонь губок по вимірювальним поверхням кінцевих мір довжини при відтиснутому стопорному гвинті рамки. Довге ребро вимірювальної поверхні губки повинно бути перпендикулярно до довгого ребра кінцевої міри і знаходитися в середині вимірювальної поверхні.

В одній із повіряємих точок похибку визначають при затиснутому стопорному гвинті рамки, при цьому повинно зберігатися нормальне ковзання вимірювальних поверхонь губок по вимірювальним поверхням кінцевих мір.

Для штангенциркулів із значенням відліку по ноніусу 0,05 мм, що випускаються із виробництва, похибку визначають в 6-и точках; для штангенциркулів зі значенням відліку по ноніусу 0,1 мм похибку визначають в 3-х точках.

Для штангенциркулів, що випускаються із ремонту та знаходяться в експлуатації, похибку визначають в 3-х точках, рівномірно розташованих по довжині штанги і ноніуса.

- перевірка нульової установки штангенциркуля. Для штангенциркулів типів ЩЦ-I та ЩЦТ-I при зсунутих до доторкання губках зміщення штриха ноніуса повинно бути в позитивну сторону. Зміщення нульового штриха визначають за допомогою кінцевої міри довжиною 1,05 мм, яку переміщують між вимірювальними поверхнями губок. При цьому показання штангенциркуля повинно бути не більше 1,1 мм.

Для штангенциркулів типів ЩЦ-I та ЩЦТ-I класу точності 2, які випускаються із ремонту і знаходяться в експлуатації, допускається зміщення нульового штриха ноніуса до (-0,1 мм) при зсунутих до доторкання губках.

3. Виконання роботи

Завдання 1. Калібрування штангенциркуля [11]

Сталевий штангенциркуль калібрується із застосуванням сталевих кінцевих мір 1 – класу, які слугують в якості робочого еталону. Діапазон

вимірювання штангенциркуля складає від 0 до 150 мм. Дозвільна здатність 0,05 мм (значення ціни поділки основної шкали становить 1 мм, значення ціни поділки ноніуса – 1/20 мм). При калібруванні використовуються кілька кінцевих мір з номінальними довжинами в діапазоні 0,5-150 мм. Вони вибираються таким чином, щоб точки вимірювання лежали приблизно на однаковій відстані один від одного (наприклад 0 мм, 50 мм, 100 мм, 150 мм), але складали різні значення шкали ноніуса (наприклад, 0,0 мм, 0,3 мм, 0,6 мм, 0,9 мм).

варіант	приклад	1	2	3	4	5
калібрувальна точка	150 мм	50	100	150	200	100
дозвільна здатність	0,05	0,1	0,05	0,1	0,05	0,1
Δt	2	1,2	1,25	1,3	0,8	1,9
$l_{ix}, \text{ мм}$	5 вим.	3 вим.	4 вим.	5 вим.	6 вим.	3 вим.

варіант	6	7	8	9	10
калібрувальна точка	50	200	150	20	30
дозвільна здатність	0,05	0,1	0,05	0,1	0,05
Δt	1,5	0,7	0,8	1	1,1
$l_{ix}, \text{ мм}$	4 вим.	5 вим.	6 вим.	4 вим.	5 вим.

В прикладі розглядається калібрувальна точка 150 мм для вимірювання зовнішніх розмірів.

Перед калібруванням виконано зовнішній огляд та апробація штангенциркуля.

1. Відхилення показання E_x штангенциркуля при заданій температурі $t_0 = 20^\circ\text{C}$ визначається за формулою:

$$E_x = l_{ix} - l_s + L_s \cdot \bar{\alpha} \cdot \Delta t + \delta l_{ix} + \delta l_m,$$

де l_{ix} - показання штангенциркуля;

l_s - довжина використаної кінцевої міри;

L_s - номінальне значення використаної кінцевої міри;

$\bar{\alpha}$ - середній коефіцієнт лінійного розширення матеріалу штангенциркуля і кінцевої міри $= 11.5 \cdot 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$;

Δt - різниця температур між штангенциркулем і кінцевою мірою $\Delta t = 2^\circ\text{C}$;

δl_{ix} - поправка на дозвільну здатність штангенциркуля;

δl_m - поправка на механічні ефекти, наприклад, існуюче вимірювальне зусилля, помилки Аббе, відхилення від площинності і паралельності вимірювальних поверхонь.

2. Визначаємо складові стандартної невизначеність типу В:

- при наявній різниці температур між штангенциркулем і кінцевою мірою $\Delta t = 2^\circ\text{C}$:

$$u_B(\Delta t) = \frac{L_s \cdot \bar{\alpha} \cdot (t - t_0)}{\sqrt{3}} = 150 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{11.5 \cdot 10^{-6} \cdot (22 - 20)}{\sqrt{3}} = 1.992 \text{ мкм}.$$

- довжина кінцевої міри разом з відповідною розширеною невизначеністю вказується в свідоцтві про калібрування. Це свідоцтво підтверджує, що кінцеві міри довжини відповідають вимогам на кінцеві міри довжини 1 – го класу згідно DIN EN ISO 3650, тобто середня довжина кінцевої міри відповідає номінальній довжині в мажах $\pm 0,8 \text{ мкм}$. Тоді стандартна невизначеність, що зумовлена неточністю виготовлення кінцевої міри, за умови рівномірного закону розподілу буде:

$$u_B(x_i) = \frac{b_{i+} - b_{i-}}{2 \cdot \sqrt{3}},$$

$$u_B(l_s) = \frac{0.8 - (-0.8)}{2 \cdot \sqrt{3}} = 46 \cdot 10^{-4} \text{ мм} = 0,462 \text{ мкм}.$$

- складова невизначеності, що зумовлена зчитуванням показання. Якщо маємо ціну поділки шкали 0,05 мм, то варіація зчитувальних значень складає половину ціни поділки шкали, тобто 0,025 мм при рівномірному законі розподілу:

$$u_B(x_i) = \frac{b_{i+} - b_{i-}}{2 \cdot \sqrt{3}},$$

$$u_B(\delta l_{ix}) = \frac{0.025 - (-0.025)}{2 \cdot \sqrt{3}} = 14,4 \text{ мкм}.$$

- складова невизначеності через механічні ефекти. Ці ефекти включають застосоване вимірювальне зусилля, помилки Аббе і зазор між напрямною і рухомою частиною. Мінімізувати вплив можна, взявши до уваги тільки загальну область можливих відхилень $\pm 0,05 \text{ мм}$:

$$u_B(x_i) = \frac{b_{i+} - b_{i-}}{2 \cdot \sqrt{3}},$$

$$u_B(\delta l_m) = \frac{0.05 - (-0.05)}{2 \cdot \sqrt{3}} = 29 \text{ мкм}.$$

Комбіновану (або сумарну) невизначеність типу В розраховуємо за формулою:

$$u_B = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial l_s}\right)^2 \cdot u_B^2(l_s) + u_B^2(\Delta t) + \left(\frac{\partial f}{\partial \mathcal{A}_{ix}}\right)^2 \cdot u_B^2(\mathcal{A}_{ix}) + \left(\frac{\partial f}{\partial \mathcal{A}_m}\right)^2 \cdot u_B^2(\mathcal{A}_m)},$$

де $\frac{\partial f}{\partial l_s} = -1$; $\frac{\partial f}{\partial \mathcal{A}_{ix}} = 1$; $\frac{\partial f}{\partial \mathcal{A}_m} = 1$ - коефіцієнти чутливості (впливу);

тоді отримаємо

$$u_B = \sqrt{(-1)^2 \cdot 0,462^2 + 1,992^2 + (1)^2 \cdot 14,4^2 + (1)^2 \cdot 29^2} = 32,3 \text{ мкм.}$$

3. Вимірювання l_{ix} повторювалися багаторазово (5 разів), тому визначимо невизначеність типу А.

$l_{ix}, \text{ мм}$	150.10	150,125	150,10	150,11	150,10
----------------------	--------	---------	--------	--------	--------

• Оцінку результату вимірювання довжини штрихової міри розраховуємо за формулою:

$$\bar{l}_{ix} = \frac{\sum_{i=1}^n l_{ix}}{n} = 150,107 \text{ мм.}$$

• Стандартну невизначеність типу А результату вимірювання, що обумовлена джерелами невизначеності, які мають випадковий характер, визначаємо за формулою:

$$u_A(\bar{l}_{ix}) = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n (l_{ix} - \bar{l}_{ix})^2} = 4,89 \cdot 10^{-3} \text{ мм.}$$

4. Визначаємо комбіновану невизначеність результату вимірювання довжини:

$$u_c(E_x) = \sqrt{u_A(\bar{l}_{ix})^2 + u_B^2} = 32,7 \text{ мкм.}$$

5. Визначаємо розширену невизначеність. При оцінці невизначеності результату явно домінують вклади від вимірювального зусилля і дозвільної здатності шкали ноніуса. Остаточний розподіл не є нормальний, а скоріше трапецієподібний з параметром точки перегину [11]:

$$\beta = \frac{|u_B(\delta_{ix}) - u_B(\delta_M)|}{u_B(\delta_{ix}) + u_B(\delta_M)} = 0,336.$$

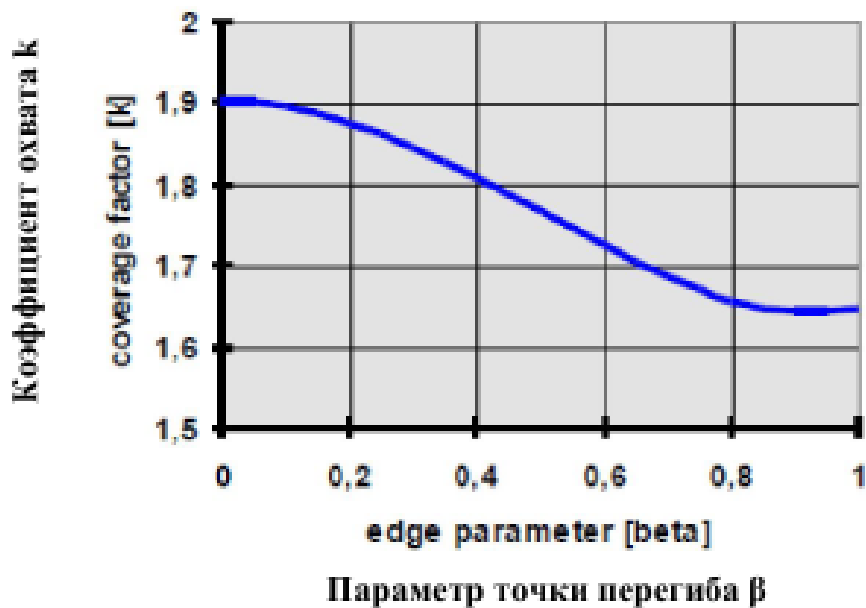


Рисунок 2.3 – Залежність коефіцієнту охоплення k від параметра точки перегибу β трапецієподібного розподілу для ймовірності 90 % [11]

Тоді точне значення коефіцієнту охоплення для ймовірності 95 % для трапецієподібного розподілу з параметром точки перегибу 0,336 визначається із співвідношення [11]:

$$k = \frac{1 - \sqrt{(1-p) \cdot (1-\beta^2)}}{\sqrt{\frac{1+\beta^2}{6}}} = 1.833.$$

Із врахуванням вище сказаного маємо розширену невизначеність:

$$U = k \cdot u(E_x) = 1.833 \cdot 0.0327 = 0.0599 \text{ мм.}$$

Повний результат вимірювання:

В каліброваній точці 150 мм виміряне відхилення показань штангенциркуля складає $(0,107 \pm 0,06)$ мм.

Таблиця 2.2 – Бюджет невизначеності при калібруванні штангенциркуля в точці 150 мм

<i>Величина</i>	<i>Оцінка величини, мм</i>	<i>Стандартна невизначеність</i>	<i>Число степенів свободи</i>	<i>Розподіл ймовірності</i>	<i>Коефіцієнт чутливості</i>	<i>Внесок у невизначеність</i>
l_{ix}	150,107	$u_A(\bar{l}_{ix}) = 4.89 \cdot 10^{-3} \text{ мм}$	∞			4,89 мкм
Δt		$u_B(\Delta t) = 1.992 \text{ мкм}$	∞	рівномірний	1	1,992 мкм
l_s	150	$u_B(l_s) = 0,462 \text{ мкм}$		рівномірний	-1	0,462 мкм
δl_{ix}		$u_B(\delta l_{ix}) = 14,4 \text{ мкм}$	∞	рівномірний	1	14,4 мкм
δl_m		$u_B(\delta l_m) = 29 \text{ мкм}$		рівномірний	1	29 мкм
E_x	0,107	$u_c(E_x) = 32,7 \text{ мкм}$	∞	трапецієподібний	$U(E_x) = 0,0599 \text{ мм}, p = 0,95$	

5. Зміст звіту

1. Назва роботи.
2. Мета роботи.
3. Перелік використаних вимірювальних інструментів та приладів із указівкою їх метрологічних характеристик.
4. Результати вимірювання в заданій калібрувальній точці таблиця 2.2.
5. Розрахунок складових невизначеності результату вимірювання. Таблиця бюджету невизначеності при калібруванні штангенциркуля.

6. Контрольні питання

1. В чому полягає різниця між калібруванням та визначенням метрологічних характеристик ЗВТ.
2. В яких випадках видається свідоцтво про калібрування, а в яких ставиться клеймо.
3. Які типи ЗВТ повинні піддаватися калібруванню під час випуску з виробництва.
4. Які існують форми звітності про калібрування ЗВТ.
5. Які операції виконують при апробації ЗВТ.
6. Які складові невизначеності типу В існують при калібруванні штангенциркуля.
7. Які відомості показують в таблиці бюджету невизначеності.

Лабораторна робота №3

КАЛІБРУВАННЯ ПОРТАТИВНОГО ЦИФРОВОГО МУЛЬТИМЕТРА В ТОЧЦІ ДІАПАЗОНУ 100 В

Мета роботи: виконати калібрування цифрового мультиметра

1. Послідовність виконання роботи

1. Ознайомитися із наступними матеріалами: Інструкція із калібрування мультиметрів цифрових EL-001
2. Відповідно до завдання виконати калібрування мультиметра у заданій точці.
3. Виконати оцінку невизначеності при калібруванні мультиметра.

2. Оснащення роботи

1. Багатофункціональний електричний калібратор.
2. Мультиметр цифровий.

3. Теоретичні відомості

Цифровий мультиметр - це прилад для вимірювання напруги та струму, як постійних, так і змінних. Також має функцію вимірювання активного опору та представляє результат вимірювання у цифровому вигляді. Метод вимірювання мультиметра оснований на використанні аналого-цифрового перетворювача (АЦП) разом із допоміжними електричними колами. Наявні моделі цифрових мультиметрів принципово відрізняються величиною встановлених похибок вимірювання і застосованими для досягнення цього різними методами вимірювання, а також зовнішнім оформленням. Іншим важливим параметром є роздільна здатність або число розрядів індикатора яке, як правило, може приймати значення $3\frac{1}{2}$, $4\frac{1}{2}$, $5\frac{1}{2}$ розрядів [18].

На рис.3.1 показана блок-схема цифрового мультиметра [18].



Рисунок 3.1 - Блок-схема цифрового мультиметра

Із схеми видно, що основним елементом мультиметра є блок, що реалізує вимірювання напруги постійного струму (АЦП), а також інші пристосування, що забезпечують вимірювання інших величин.

АЦП перетворює аналоговий вхідний сигнал напруги постійного струму у цифровий та визначає основні характеристики мультиметру (швидкість опитування, лінійність, роздільна здатність, відновлення та точність). Вихідний цифровий сигнал може направлятися на індикаторний пристрій та на виходи IEEE 488 та RS 232.

Вимірювання струму здійснюється за допомогою кількох резисторів або шунтів по яким протікає струм, створюючи падіння напруги на них. Вимірювання напруги, як змінної, так і постійної, здійснюється за допомогою подільників напруги для приведення величини напруги до значення, що відповідає характеристикам АЦП. Вимірювання змінної напруги здійснюється за допомогою перетворювача змінного струму у постійний та наступного вимірювання постійної напруги АЦП. Для вимірювання опору прилад має джерело постійного струму, що протікаючи через резистор, створює падіння напруги на ньому. Це падіння напруги вимірюється за допомогою вищезгаданого АЦП.

Результати вимірювання деякими наявними моделями мультиметрів (з роздільною здатністю $5\frac{1}{2}$ розрядів і більше) можна контролювати дистанційно за допомогою відповідного програмного забезпечення через виходи RS 232 та інші. Ця можливість надає ряд важливих переваг таких, як спрощення збирання даних, застосування методів статистичної обробки результатів вимірювання, можливість створення архіву даних для подальшої обробки.

Мультиметри, як правило, мають функцію настроювання або за допомогою змінних резисторів та конденсаторів, або встановлення калібрувальних коефіцієнтів, що зберігаються в енергонезалежній пам'яті та заносяться з клавіатури або за допомогою комунікатора через протокол RS 232 та інші.

4. Виконання роботи

Методика застосовується для калібрування цифрових мультиметрів з використанням багатофункціональних калібраторів і, тому, не застосовується для калібрування цифрових мультиметрів підвищеної точності, які вимагають використання таких високоточних приладів, як еталонні цифрові вольтметри, подільники напруги, нуль-індикатори, еталонні котушки опору, еталонні термоперетворювачі тощо.

Методика застосовується при калібруванні цифрових мультиметрів, що призначені для вимірювання наступних фізичних величин у діапазонах:

- напруга постійного струму - від 1 мВ до 1000В;
- напруга змінного струму - від 10 мВ до 1000 В;
- постійний струм - від 1 мА до 20 А;

- змінний струм - від 1 мА до 20 А;
- активний опір - від 1 Ом до 100 МОм.

Для проведення калібрування необхідно мати багатофункціональний електричний калібратор, який може забезпечити невизначеність калібрування принаймні у три рази меншу ніж та, що зазвичай забезпечує мультиметр, що калібрується. Цей калібратор повинен мати можливість відтворювати величини у діапазонах, потрібних для реалізації цієї методики і які вказані вище.

В цілому, багатофункціональні калібратори, які впродовж одного року забезпечують встановлену виробником невизначеність вимірювання постійної напруги 0,01% або менше, придатні для здійснення калібрування згідно з цією методикою. Застосовуємо калібратор див. Додаток Г.

Примітка: Для проведення калібрування мультиметрів з верхньою межею вимірювання струму більшою, ніж 2А, можна використовувати перетворювачі напруга - струм, які генерують струм величиною, пропорційною прикладеній напрузі з виходу калібратора. З іншого боку існують моделі калібраторів, що забезпечують відтворення величини струму більше 2А.

Операції підготовки.

Перед початком калібрування потрібно виконати наступні операції [18]:

1. Перевірити ідентифікацію мультиметра, а саме тип, модель, серійний номер виробника або номер внутрішньої ідентифікації власника мультиметра. Якщо ніяких ідентифікаційних позначок немає, вони наносяться на мультиметр та контролюється надійність їх кріплення.

2. Вивчити настанову з експлуатації мультиметра, що калібрується для того, щоб фахівець, що здійснює калібрування, був обізнаний з порядком роботи з цим мультиметром. Також має бути в наявності інструкція виробника з настроювання мультиметра, якщо процедура калібрування вимагає цієї операції. Певні моделі мультиметрів не мають опції настроювання.

3. Перевірити, чи має мультиметр приховані запобіжники та чи відповідають параметри запобіжника встановленим виробником. У деяких випадках настанова з експлуатації містить процедуру перевірки стану запобіжника без вказання місця його розташування.

4. Перевірити стан елемента живлення (батареї) згідно з процедурою, що описана в настанові з експлуатації мультиметра та, при необхідності, виконати його заміну. (Всі малогабаритні мультиметри мають елемент живлення, що дозволяє їх експлуатацію без підключення до мережі живлення).

5. Встановити граничне значення похибки, що приписується мультиметра та може дорівнювати значенню, встановленому виробником або обчислене для конкретного випадку застосування мультиметра. Похибки, що будуть отримані при калібруванні мультиметра, порівнюються із цими значеннями та приймається рішення щодо необхідності настроювання мультиметра.

6. Вивчити настанову з експлуатації багатофункціонального калібратора для того, щоб фахівець, що здійснює калібрування, був обізнаний з порядком роботи з цим калібратором.

7. Перевірити стан калібрування самого калібратора шляхом встановлення факту дійсності терміну дії його свідоцтва про калібрування, наявності простежуваності калібрування та відповідності значення невизначеності вимірювання тих величин, що будуть відтворені під час калібрування.

8. Перевірити величину напруги живлення та можливі відхилення від її номінального значення для встановлення можливості правильного функціонування калібратора та мультиметра, що калібрується. Зазвичай, напруга величиною $230\text{ В} \pm 10\%$ відповідає нормальним умовам експлуатації більшості моделей калібраторів. У будь якому випадку, потрібно встановити це значення згідно з настановами з експлуатації калібратора та мультиметра.

9. Калібратор та мультиметр приєднати до мережі живлення (якщо це необхідно для мультиметра) для прогріву приладів перед початком калібрування. Час, необхідний для прогріву, може бути різний для різних приладів, але має бути, як правило, не менше 30 хвилин.

10. Калібрування здійснюється при температурі навколишнього середовища від 18°C до 28°C , що відповідає нормальним умовам, при яких калібратори забезпечують характеристики, встановлені виробником. Можна проводити калібрування при температурах, відмінних від вказаних. Але, у цьому випадку, температура має бути врахована при розрахунку невизначеності калібрування.

11. Відносна вологість повітря не повинна перевищувати 70 %, хоча, в окремих випадках, можна проводити калібрування при вологості повітря до 80 %. (Таку можливість треба уточнювати у настановах з експлуатації калібратора та мультиметра).

12. Перевірити, що калібратор та мультиметр, що живляться від мережі, підключені до неї за допомогою вилки із захисним уземлювальним контактом або окремий уземлювальний контакт приладів з'єднаний з уземлювальним дротом.

13. Перевірити шляхом вимірювання або аналізу характеристик калібратора значення коефіцієнту гармонік змінної напруги та струму живлення, який має бути не більше 1 %. У протилежному випадку потрібно враховувати вплив цього параметру.

14. Здійснити пробне включення мультиметра, що калібрується, згідно з настановою з експлуатації з метою перевірки його правильного функціонування (наприклад, самоперевірка при включенні, перевірка пристрою індикації, тощо).

Попередження: Як у приладах, що калібруються, так і в обладнанні, що використовується при калібруванні, присутні напруги, що є небезпечними для персоналу при проведенні калібрування, настроювання

та випробування. Для того, щоб уникнути нещасних випадків, повинні бути вжиті усі заходи для запобігання враження електричним струмом шляхом встановлення суворої послідовності операцій в цій методиці. У будь-якому випадку, слід дотримуватись інструкцій, викладених у настановах з експлуатації, для уникнення ризику ураження.

У якості елементарних заходів безпеки пропонується:

- не здійснювати ніяких підключень до затискачів на виході калібратора, коли там наявна електрична напруга. Для цього перед підключенням до затискачів на виході калібратора натиснути кнопку обнуління калібратора (RESET тощо) и перевірити відсутність сигналу на виході (STANDBY тощо);
- використовувати електричні кабелі з відповідною ізоляцією для уникнення її пробою (використовувати кабелі, що випробувані напругою не менше 2000 В промислової частоти);
- використовувати кабелі із затискачами та штекерами, які при підключенні до калібратора та мультиметра не мають неприхованих металевих частин.

4.1 Процес калібрування

4.1.1 Можливі послідовності процесу калібрування

Процес калібрування, взагалі, відбувається згідно трьох основних послідовностей [18]:

1. Первинне калібрування - Настроювання - Кінцеве калібрування.
2. Калібрування без настроювання.
3. Настроювання - кінцеве калібрування.

Зазвичай застосовується перша послідовність. Спочатку виконується первинне калібрування і, якщо результати цього калібрування вимагають настроювання приладу, це настроювання виконується з наступним кінцевим калібруванням. У цій послідовності первинне калібрування надає інформацію щодо стану приладу впродовж періоду часу, що пройшов з моменту останнього калібрування. Кінцеве калібрування встановлює, що настроювання виконано правильно та забезпечує простежуваність. У цьому випадку зберігаються протоколи як первинного, так і кінцевого калібрування.

Другу послідовність можна розглядати як один з варіантів першої у випадку, коли виявлені під час калібрування приладу похибки менші встановлених границь.

Третя послідовність застосовується у випадку, коли попередній стан мультиметра, що калібрується, не є важливим, тобто після ремонту, продажу або тривалого зберігання.

Потрібно встановити, залежно від попереднього використання, певні границі похибок, при перевищенні яких виникає потреба в настроюванні

приладу або в обмеженні його використання. Встановлюється необхідність настроювання, якщо отримані значення похибок перевищують встановлені границі із врахування невизначеності калібрування. В деяких методиках встановлюється граничне співвідношення між отриманим значенням похибки та невизначеністю калібрування, значення якого знаходиться у границях між 3 та 10, при перевищенні якого виникає потреба у настроюванні. Деякі методики встановлюють границю необхідності настроювання у межах 70 % границі похибки для мультиметрів із роздільною здатністю $3\frac{1}{2}$ або $4\frac{1}{2}$ розрядів та 50 % для приладів із роздільною здатністю $5\frac{1}{2}$ розрядів та кращими (що відповідає границям, встановленим виробником приладів після 1 року їх експлуатації).

Настроювання потрібно виконувати відповідно до настанови з експлуатації виробника у вказаному порядку та по вказаних точках.

4.1.2 Визначення точок калібрування

У нижченаведених таблицях 3.1 вказані точки калібрування, що рекомендовані для проведення калібрування мультиметрів із роздільною здатністю $3\frac{1}{2}$ або $4\frac{1}{2}$ розрядів та із роздільною здатністю $5\frac{1}{2}$ розрядів відповідно. Якщо мультиметр використовується у спеціальних діапазонах вимірювання, можливо та рекомендується встановлювати для нього інші точки калібрування [18].

Нижче приведені пояснення призначені для інтерпретації таблиць. Точки калібрування вказані у відсотках відносно верхньої межі вимірювання діапазону.

Значення 10 % відповідає довільній точці на початку діапазону, значення якої знаходиться у проміжку між 0 % та 10 % верхньої межі вимірювання діапазону для постійних напруги і струму та між 0,5 % до 10 % для змінних. Значення 90 % відповідає довільній точці наприкінці діапазону, значення якої знаходиться у проміжку між 50 % та 99 % верхньої межі вимірювання діапазону. Для опору значення найменшої точки калібрування можна знизити до 30 %. Але якщо перевіряється лінійність приладу (вимірюються 5 точок у діапазоні), значення 90 % треба розуміти точно.

Значення частоти 50 Гц встановлюється у сенсі перевірки функціонування мультиметра на промисловій частоті, хоча величину частоти можна змінювати від 40 Гц до 60 Гц. Для мультиметрів із роздільною здатністю $5\frac{1}{2}$ розрядів і більше рекомендовано не використовувати значення 50 Гц для уникнення можливої інтерференції із частотою мережі живлення.

Значення частоти 1 кГц є основним для калібрування та може змінюватися від 200 Гц до 1 кГц в залежності до моделі мультиметра, що калібрується.

Значення частоти вище 1 кГц вказані у дужках тому, що кількість частот для калібрування залежить від граничних значень, у межах яких працює той чи інший мультиметр.

Примітка: Для визначення кількості точок калібрування, вказаних у центральній колонці Таблиць 3.1 і 3.2, прийняте припущення, що мультиметр може калібруватися на кількох частотах по змінній напрузі та струму, що дорівнює або більше 1 кГц. Таблиці розроблені відповідно до вимог [16].

Таблиця 3.1 - Точки калібрування для мультиметрів із роздільною здатністю 3½ або 4½ розрядів

<i>Вимірювана величина та діапазон вимірювання</i>	<i>Кількість точок калібрування</i>	<i>Значення величини, % від верхньої границі діапазону вимірювання</i>
Постійна напруга		
Весь діапазон	3	10, 90, -90
В окремому діапазоні	5	10, 50, 90, -50, -90
Постійний струм		
Весь діапазон	1	90
В окремому діапазоні	2	90, -90
В діапазоні від 1А	2	50, 90
Опір		
Весь діапазон	1	90
В меншому діапазоні	2	0, 90
Змінна напруга		
В діапазоні менше 0,5В	4	10, 90 при 50Гц, 1кГц
В діапазоні від 0,5В	2, 3	90 при 50 Гц, 1 кГц, (20)кГц
В окремому діапазоні	4, 6	10 при 50Гц або 1кГц 90 при 50Гц, 1кГц (20-100)кГц
Змінний струм		
Весь діапазон	2	90 при 50 Гц та 1 кГц

Таблиця 3.2 - Точки калібрування для мультиметрів із роздільною здатністю 5½ розрядів

<i>Вимірювана величина та діапазон вимірювання</i>	<i>Кількість точок калібрування</i>	<i>Значення величини, % від верхньої границі діапазону вимірювання</i>
Постійна напруга		
Весь діапазон	3	10, 90, -90
В окремому діапазоні	5	10, 50, 90, -50, -90
В діапазоні від 200В	4	10, 50, 90, -90
Постійний струм		
Весь діапазон	2	10, 90
В окремому діапазоні	3	10, 90, -90
В діапазоні від 1А	3	10, 50, 90
Опір		
Весь діапазон	2	10, 90
Змінна напруга		
В діапазоні менше 0,5В	4, 6	10, 90 при 50 Гц, 1 кГц, (20) кГц
В діапазоні від 0,5В	4, 8	10 при 50 Гц, 1 кГц, (20 кГц) 90 при 50 Гц, 1 кГц, (20-50-100) кГц

В окремому діапазоні	5, 10	10 при 50Гц, 1кГц, (20)кГц 50 при 1кГц 90 при 50Гц, 1кГц (20-50-100-300) кГц
В діапазоні від 200В	5, 8	10 при 50Гц, 1кГц, (20)кГц 50 при 1кГц, (50)кГц 90 при 50Гц, 1кГц, (30)кГц
Змінний струм		
Весь діапазон	3	10 при 1кГц 90 при 50Гц, 1кГц

4.1.3 Підключення та виконання вимірювань

У кожній визначеній точці калібрування виконується по п'ять вимірювань з витримкою у часі для встановлення максимально можливого стабільного значення величини. У разі, коли один раз встановлене значення величини на калібраторі не призводить до зміни показів мультиметра у часі, реєструється одне значення його показів. За незначним винятком, для змінних напруги та струму при калібруванні мультиметрів цього типу зазвичай не спостерігається варіацій його показів, що суттєво спрощує процедуру калібрування. Надалі приведені схеми електричних з'єднань та описані особливості проведення калібрування по окремих величинах [18].

Якщо в мультиметрі передбачена можливість зміни початкових умов виконання вимірювань (зміна роздільної здатності, швидкості опитування, двох дротова або чотири дротова схема вимірювання тощо) для калібрування потрібно вибрати, згідно із настановою виробника, найкращі умови (найбільш повільний режим вимірювання із найбільшою роздільною здатністю). Завжди заносити до протоколу та свідоцтва ту конфігурацію мультиметра, яка була встановлена при калібруванні.

Якщо мультиметр використовується за інших початкових умов, при калібруванні потрібно лише перевірити правильне його функціонування у цих режимах.

Примітка: Для уникнення петлі заземлення та електричних завад, що будуть спотворювати результати калібрування, потрібно лише використовувати одну і ту саму точку приєднання до заземлення. Це з'єднання можна реалізувати через загальний рознімач мультиметра (LO), що калібрується при умові, що відповідний рознімач калібратора ізольований від заземлення. Коли мультиметр живиться від батареї або його рознімачі ізольовані від заземлення, можна реалізувати це з'єднання через загальний рознімач калібратора.

Постійна та змінна напруга

Перед початком калібрування по постійній напрузі потрібно встановити нульові покази мультиметра (у мультиметрів з роздільною здатністю 5½ розрядів ця операція виконується автоматично з індикацією цієї процедури "ZERO", "MATHNULL" тощо). У будь-якому разі слід суворо додержуватись послідовності операцій, вказаних у настанові з експлуатації.

Для решти мультиметрів, які не мають функції автоматичного встановлення нульових показів, перед початком калібрування потрібно закортити вимірювальні рознімачі мідним дротом та занотувати одержане значення. Надалі, при обробці результатів калібрування, потрібно віднімати це значення від одержаних показів мультиметра. Встановлення нульових показів для змінної напруги виконується іншим чином.

Для проведення калібрування необхідно з'єднати вихід калібратора (НІ, LO) із рознімачами мультиметра. Для уникнення похибок, пов'язаних із термоЕРС, які мають великий вплив, особливо при вимірюванні малої напруги, необхідно використовувати з'єднувальні дроти із міді або інших металів з малим значенням термоЕРС у парі з міддю. Не варто використовувати, наприклад, нікельовані дроти.

Для калібрування мультиметрів по напрузі не варто використовувати чотири дровову схему з'єднань оскільки внутрішній опір цифрових мультиметрів становить більше ніж 1 МОм і похибка, пов'язана із падінням напруги на з'єднувальних дротах, є малою у порівнянні зі значеннями невизначеностей для цього типу мультиметрів.

Для калібрування по змінній напрузі з частотою понад 10 кГц потрібно використовувати коаксіальні з'єднувальні дроти, підключаючи внутрішній дріт до рознімача НІ, а екран - до рознімача LO.

Постійний та змінний струм

З'єднується струмовий вихід калібратора (НІ, LO) рознімачами для вимірювання струму мультиметра. Для струму більше 2А потрібно використовувати подільник (шунт).

Вимірювання опору

Важлива примітка: деякі мультиметри із роздільною здатністю 5½ або 4½ розрядів з функцією вимірювання опору по чотири дрововій схемі мають опцію встановлення нуля, замикаючи накоротко рознімачі та активуючи функцію компенсації відхилення від нуля ("zero", "rel" тощо). Реалізацію цієї опції проводити згідно з настановою виробника мультиметра.

Тип схеми з'єднань для калібрування мультиметра по опору залежить від типу мультиметра (а саме від реалізованої схеми вимірювання опору з чотирма дротами, або тільки з двома), а також від значення опору. Існують три типи схем з'єднань, які описані нижче.

а) схема вимірювання опору з двома дротами без компенсації.

Вихід калібратора (НІ, LO) з'єднується із рознімачами мультиметра двома дротами без додавання двох компенсаційних дротів до калібратора. У цьому випадку значення опору, що вимірюється мультиметром, дорівнює значенню опору, що заданий калібратором плюс опір двох з'єднувальних дротів та перехідний (контактний) опір.

Ця схема є звичайною схемою з'єднань, яка використовується для калібрування мультиметрів, значення похибки яких не потребує використання інших (більш складних) схем. Ця схема застосовується при вимірюванні опору, значення якого дорівнює або понад 10 кОм. Для менших значень опору

використовується схема за методом в). Схема за методом с) використовується при калібруванні мультиметрів, які призначені для вимірювання опору за чотири дротовою схемою.

Для уникнення похибок, пов'язаних із опором з'єднувальних дротів та перехідних контактів, потрібно вжити наступних заходів:

1) Задати на калібраторі значення опору 0 Ом та записати покази мультиметра.

2) Виконати калібрування мультиметра, враховуючи одержане значення у якості від'ємної поправки. Також можна використати операцію встановлення нуля на самому мультиметрі ("zero", "rel" тощо) для автоматичного врахування цієї поправки.

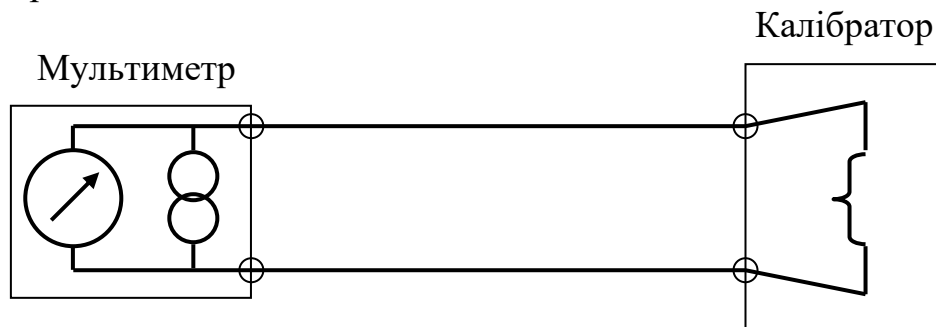


Рисунок 3.2 - Вимірювання опору двох дротовим методом без компенсації

б) схема вимірювання опору з двома дротами і компенсацією.

Чотирма дротами з'єднується виходи калібратора (НІ, LO, НІ комп. та LO комп.) з двома рознімачами мультиметра, поєднуючи попарно НІ, НІ комп. та LO і LO комп., відповідно. При цьому значення опору, виміряне мультиметром дорівнює значенню опору, що генерується калібратором, плюс перехідний опір контакту. Ця схема з'єднань рекомендується при калібруванні мультиметрів, що вимірюють опір за методом двох дротів, в тому числі і для значень опору понад 10 кОм, де застосовується метод а).

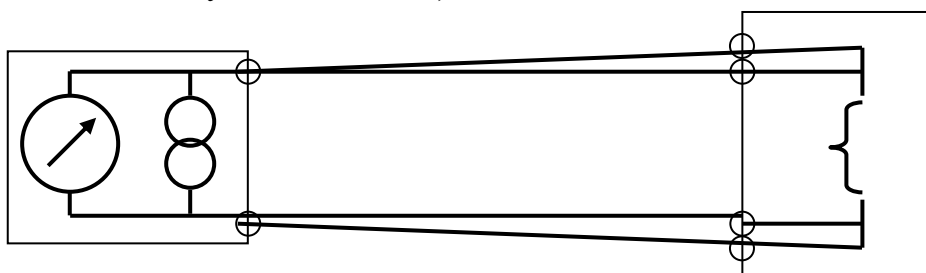


Рисунок 3.3 - Вимірювання опору двох дротовим методом з компенсацією

Для виключення похибок, пов'язаних із перехідним опором, потрібно вжити наступних заходів у два етапи:

1) Встановити на калібраторі значення опору 0 Ом. Подати це значення на вихід калібратора та занотувати покази мультиметра, що калібрується.

2) Провести калібрування мультиметра, віднімаючи від його показів значення, отримані в попередній операції. Також можна активувати та реалізувати спеціальну функцію мультиметра що, калібрується ("zero", "rel"), за допомогою якої ця різниця підраховується автоматично.

3) Рекомендовано приєднати до мультиметра дроти для вимірювання напруги під з'єднувачі для вимірювання струму.

в) схема вимірювання опору з чотирма дротами з компенсацією.

З'єднуються чотирма дротами виходи (HI, LO, HI sense та LO sense) калібратора із чотирма з'єднувачами для вимірювання опору мультиметра, встановлюючи на калібраторі режим вимірювання з чотирма дротами та компенсацією. При цьому значення опору, що вимірюється мультиметром, відповідає значенню опору, що відтворюється калібратором без врахування перехідного опору. Ця схема підключень рекомендується для мультиметрів, в яких реалізована чотири дротова схема вимірювання опору. Якщо мультиметр може реалізувати двох дротову та чотири дротову схеми підключення, для його калібрування достатньо використати більш точну схему, тобто чотири дротову.

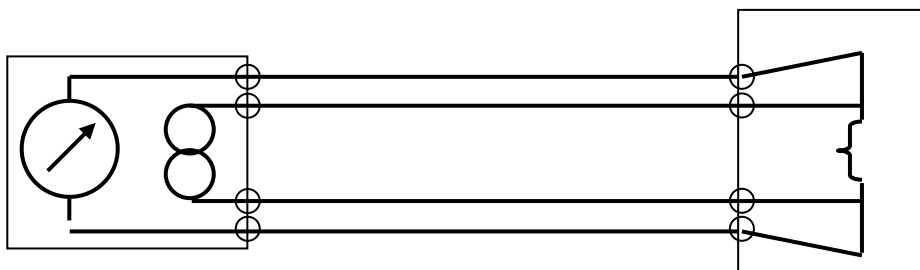


Рисунок 3.4 - Вимірювання опору чотири дротовим методом з компенсацією

4.2 Одержання та обробка результатів

Для кожної калібрувальної точки записуються наступні дані [18]:

- величина, що відтворюється калібратором;
- покази мультиметра, що калібрується. Якщо трапляється варіація показів мультиметра, занотовуються п'ять значень та підраховується середнє значення і середньоквадратичне відхилення;
- похибка, визначена для кожної калібрувальної точки (різниця між показами мультиметра та калібратора).

Надалі порівнюються отримані та допустимі значення похибок цифрового мультиметра для визначення необхідності проведення його налаштування згідно з вимогами, приведених у пункті 4.1.1.

У випадку сумніву щодо одержаного значення, наприклад, якщо одержане значення похибки суттєво перевищує допустиму, калібрування у цій точці повторюється для впевненості у достовірності одержаного результату. Реєстрація даних може бути реалізована вручну або за допомогою комунікатора та протоколу обміну даними типу IEEE, що реалізується в мультиметрі. В останньому випадку потрібно виконати атестацію (валідацію) програмного

забезпечення до проведення процедури калібрування та зберегти усі первинні значення параметрів для можливості відтворити реалізований процес автоматичного калібрування.

4.3 Результати калібрування

4.3.1 Обчислення невизначеностей

Призначення та підрахунок невизначеностей реалізуються відповідно до критеріїв, визначених у документі ЕА4-02 [11]. По-перше, визначається рівняння для величини, що вимірюється (або похибка мультиметра, що калібрується, у кожній калібрувальній точці), як функція від значення цієї величини [18].

Визначення похибки e_x отриманих показів мультиметра, що калібрується, для постійної напруги та вимірювання опору за схемою із двома дротами вимагає виконання двох вимірювань. Перше при поданому сигналі від калібратора і друге при короткозамкнених роз'єднувачах мультиметра.

$$e_x = V_{iX} + \delta V_{iX} - (V_{iXO} + \delta V_{iXO}) - (V_S + \delta V_S) \quad (3.1)$$

де V_{iX} - покази мультиметра при поданому сигналі (напруга, опір) від калібратора;

V_{iXO} - покази мультиметра при короткозамкнених роз'єднувачах;

δV_{iX} - поправка, пов'язана з обмеженою роздільною здатністю мультиметра при поданому сигналі;

δV_{iXO} - поправка, пов'язана з обмеженою роздільною здатністю мультиметра при короткозамкнених роз'єднувачах;

V_S - значення сигналу (напруга, опір) від калібратора;

δV_S - поправка, пов'язана із різноманітними ефектами впливу на значення сигналу від калібратора:

$$\delta V_S = \delta V_{SD} + \delta V_{SC} + \delta V_{ST} + \delta V_{SP} + \delta V_{SL} + \delta V_{STc} + \delta V_{SE} \quad (3.2)$$

де δV_{SD} - поправка, пов'язана із дрейфом показів калібратора з моменту його останнього калібрування;

δV_{SC} - поправка, пов'язана із відхиленням від лінійності калібратора;

δV_{ST} - поправка, пов'язана із відхиленням температури калібрування від нормальної;

δV_{SP} - поправка, пов'язана із коливання напруги живлення;

δV_{SL} - поправка, пов'язана зі зміною навантаження у колах мультиметра;

δV_{STc} - поправка, пов'язана із нестабільністю калібратора;

δV_{SE} - поправка, пов'язана із похибкою калібрування самого калібратора.

Примітка: вираз для похибки e_x мультиметра, що калібрується для решти величин (змінні напруга та струм та опір за методом чотирьох дотів), можна отримати спрощенням рівняння (3.1) без урахування складових стосовно показів мультиметра при короткозамкнених роз'єднувачах:

$$e_x = V_X + \delta V_X - (V_S + \delta V_S) \quad (3.3)$$

Визначаємо складові невизначеності.

1. Невизначеність, пов'язана із збіжністю показів мультиметра V_{iX} .

Фіксуються п'ять значень показів за однакових умов проведення вимірювання завжди, коли наявні варіації у показах мультиметра. Якщо покази стабільні у часі, тоді ця складова буде дорівнювати нулю. Обчислюються статистичні оцінки, які характеризують дисперсію одержаних результатів. Зокрема, обчислюються середнє арифметичне показів V_{iX} , середньоквадратичне відхилення окремого показу $s(V_{iX})$ та середньоквадратичне відхилення середнього арифметичного значення показів, яке збігається із стандартною невизначеністю за типом А - $u(V_{iX})$, які співвідносяться наступним чином:

$$u(V_{iX}) = \frac{s(V_{iX})}{\sqrt{5}} \quad (3.4)$$

Одержані покази мультиметра при короткозамкнених роз'єднувачах при калібруванні по постійні напрузі й опору вважаються такими, що не мають варіації, як воно й насправді відбувається на практиці.

2. Невизначеність, пов'язана з еталоном V_S .

Невизначеність калібрування, пов'язана із калібратором має бути показана у свідоцтві про його калібрування для відповідної калібрувальної точки. Зважте, що у свідоцтвах вказані розширені невизначеності (U_{cert} з $k=2$) і для отримання значення стандартної невизначеності потрібно вказане значення поділити на 2. У разі, коли калібрувальна точка не співпадає із точками, вказаними у свідоцтві про калібрування еталону, для обчислення стандартної невизначеності беремо найбільше значення розширеної невизначеності калібратора із свідоцтва в потрібному нам діапазоні вимірювання.

3. Роздільна здатність мультиметра, що калібрується δV_{iX} , δV_{iX0} .

В обох випадках, коли береться до уваги максимальна похибка, пов'язана із роздільною здатністю мультиметра у вигляді $\pm 0,5$ одиниці найменшого розряду, невизначеність обчислюється за припущенням рівномірного закону розподілу шляхом ділення значення похибки на $\sqrt{3}$. Значення цієї невизначеності записується у тих самих одиницях, що і вимірювана величина як і в усіх інших складових.

4. Поправки до значення вихідного сигналу калібратора δV_{SD} , δV_{SC} , δV_{ST} , δV_{SP} , δV_{SL} .

З причини неможливості достовірного визначення кожної із вищевказаних поправок, складові невизначеностей, пов'язаних з цими поправками, обчислюються за даними, вказаними у настанові з експлуатації калібратора.

Зазвичай, виробник гарантує, що коли калібратор працює у заданих межах навколишньої температури (наприклад, від 18°C до 28°C), при заданому значенні напруги живлення (наприклад, 230 В $\pm 10\%$), при умові дотримання встановленої періодичності калібрування (наприклад, один рік), відтворювані величини збігаються із показами дисплею калібратора у границях, встановлених виробником. Для обчислення невизначеності, за припущенням рівномірного закону розподілу, вона визначається шляхом ділення значення поправки на $\sqrt{3}$. Можна визначити експериментально значення вищевказаних поправок (наприклад тієї, що пов'язана із фактичним значенням поправки на покази калібратора, значення якої отримане при його останньому калібруванні) та враховувати відповідну невизначеність незалежним чином.

5. Поправка до значення вихідного сигналу калібратора, що обумовлюється похибкою калібрування його самого δV_{SE} .

Наразі існують декілька підходів для врахування поправок до сигналів, що відтворюються калібратором, які вказані у свідоцтві про його калібрування. Перший, на який є посилання [1], реалізує процедуру внесення відповідних поправок до кожної калібрувальної точки, використовуючи дані свідоцтва про калібрування, що не призводить до збільшення значення невизначеності і такий підхід відповідає даним другого рядка бюджету невизначеностей у пункті 6.

Другий підхід реалізує процедуру розрахунку та встановлення невизначеностей без врахування цієї поправки, та арифметичне додавання абсолютної величини отриманого значення поправки для визначення максимальної границі сумарної невизначеності.

Третій підхід можливий, коли фактичні похибки калібратора менші тих, що встановлені виробником. Тоді можна вважати, що ці похибки враховуються, якщо при призначенні невизначеностей брати за основу похибки, встановлені виробником, як це описано у пункті 4. Якщо використовується ця можливість, калібрувальна лабораторія повинна впевнитися шляхом вивчення історії послідовних калібрувань, що встановлені з їх результатами значення поправок менші, ніж гарантує виробник і, відповідно, не потрібне настроювання калібратора.

6. Бюджет невизначеностей

<i>Величина, X_i</i>	<i>Оцінка величини, x_i</i>	<i>Невизначеність (k=1), u(x_i)</i>	<i>Закон розподілу</i>	<i>Коефіцієнт впливу, c_i</i>	<i>Внесок, u_i(y)</i>
V _{iX} -V _{iX0}	V _{iX} -V _{iX0}	s(V _{iX})/√5	нормальний	c ₁ = 1,0	u ₁ (y)= s(V _{iX})/√5
V _s	V _s	U _c /k _c	нормальний	c ₂ = -1,0	u ₂ (y) = U _c /k _c
δV _{iX}	0	HE/√3	рівномірний	c ₃ = 1,0	u ₃ (y)= HE/√3
δV _{iX0}	0	HE/√3	рівномірний	c ₄ = -1,0	u ₄ (y)= HE/√3
δV _s	поправка з свідоцтва	ПС/√3	рівномірний	c ₅ = -1,0	u ₅ (y)= ПС/√3
e _x	-	-	-	-	u(e _x)

Примітка: U_c та k_c - розширена невизначеність та коефіцієнт охоплення зі свідоцтва про калібрування калібратора. HE - значення параметру із настанови з експлуатації. ПС - значення поправок зі свідоцтва про калібрування калібратора.

Примітка: Коефіцієнти впливу розраховані як частинні похідні від рівняння (3.3) по кожній величині, що входить в праву частину рівняння для кожної калібрувальної точки. При використанні зазначеної процедури калібрування ці коефіцієнти завжди приймають значення, що вказані у таблиці та приймаються без урахування їх знаків, тобто:

$$u_i(y) = |c_i| \cdot u(x_i) \quad (3.5)$$

Примітка: При вимірюванні змінних напруги та струму, а також опору чотири дровим методом, складова δV_{iX0} не враховується при розрахунку невизначеностей, оскільки не присутня у рівнянні для e_x.

7. Розрахунок розширеної невизначеності (із коефіцієнтом охоплення k=2).

Розглядаючи всі складові рівняння (3.1) як незалежні, можна не враховувати наявність кореляції між ними, застосовуючи формули дисперсійного аналізу [11] та взяти до уваги, що систематичні похибки враховані шляхом внесення поправок до показів (при цьому враховуються поправки калібратора, вказані у свідоцтві про калібрування), розширена невизначеність матиме наступний вигляд:

$$U = k \cdot u(e_x) = k \sqrt{u_1^2(y) + u_2^2(y) + u_3^2(y) + u_4^2(y) + u_5^2(y)} \quad (3.6)$$

Примітка: Якщо систематичні похибки не враховані шляхом внесення поправок до показів, верхня границя значення невизначеності калібрування дорівнює арифметичній сумі невизначеності, розрахованої за формулою (6) та модулю значення поправки з свідоцтва про калібрування калібратора:

$$U' = U + |\delta V_s| \quad (3.7)$$

В цьому випадку для розрахунку похибки показань мультиметра, що калібрується, значення поправки δV_s приймається таким, що дорівнює нулю.

Для пояснення процедури розрахунків нижче наведені два приклади, в одному з яких розглядається випадок, коли не спостерігається варіацій у показах мультиметра, що калібрується, а в іншому - коли такі варіації мають місце.

Практично такі варіації відсутні при калібруванні мультиметрів прийнятної якості з роздільною здатністю $3\frac{1}{2}$ розряди. Такі варіації будуть мати місце при калібруванні мультиметрів з роздільною здатністю $5\frac{1}{2}$ розрядів, коли реалізується калібрування, наприклад, по змінній напрузі.

4.3.2 Розрахунок невизначеностей у випадку, коли не спостерігається варіацій показів мультиметра, що калібрується

Вихідні дані [18].

Реалізується калібрування по постійній напрузі мультиметру цифрового з роздільною здатністю $3\frac{1}{2}$ розряди. Калібрування здійснюється при температурі $(23\pm 5)^\circ\text{C}$ в метрологічній лабораторії підприємства, що виробляє електронні компоненти. Напряга живлення підтримується у межах $230\text{В} \pm 10\%$ впродовж всього процесу калібрування.

На початку калібрування виконане встановлення нульових показів замкненням роз'єднувачів на вході мультиметра і отримання показів 0,0 В.

Надалі, з виходу калібратора, на вхід мультиметра подається постійна напруга величиною 100 В за допомогою відповідних кабелів.

Покази мультиметра становлять 100,1 В стабільно, без варіації за виключенням часу перехідного процесу при підключенні калібратора.

У свідоцтві калібратора зазначено, що поправка до показів калібратора у цій точці складає +0,003 В, що призводить до невизначеності калібрування у точці 100 В, що дорівнює 0,002 В (з коефіцієнтом охоплення $k=2$).

1. Визначення похибки, пов'язаної із цим калібруванням.

Похибка e_x показів мультиметра, що калібрується, дорівнює:

$$e_x = V_{iX100} + \delta V_{iX100} - (V_{iX0} + \delta V_{iX0}) - (V_{S100} + \delta V_S) \quad (3.8)$$

де V_{iX100} - покази мультиметра при поданому сигналі 100 В від калібратора;

V_{iX0} - покази мультиметра при короткозамкнених роз'єднувачах;

δV_{iX100} - поправка, пов'язана із обмеженою роздільною здатністю мультиметра при поданому сигналі 100 В;

δV_{iXO} - поправка, пов'язана із обмеженою роздільною здатністю мультиметра при короткозамкнених роз'єднувачах;

V_{S100} - значення сигналу від калібратора (100 В);

δV_S - поправка, пов'язана із різноманітними ефектами впливу на значення сигналу від калібратора:

$$\delta V_S = \delta V_{SD} + \delta V_{SC} + \delta V_{ST} + \delta V_{SP} + \delta V_{SL} + \delta V_{STc} + \delta V_{S100} \quad (3.9)$$

де δV_{SD} - поправка, пов'язана із дрейфом показів калібратора з моменту його останнього калібрування;

δV_{SC} - поправка, пов'язана із відхиленням від лінійності калібратора;

δV_{ST} - поправка, пов'язана із відхиленням температури калібрування від нормальної;

δV_{SP} - поправка, пов'язана із коливання напруги живлення;

δV_{SL} - поправка, пов'язана із зміною навантаження у колах мультиметра;

δV_{STc} - поправка, пов'язана із нестабільністю калібратора;

δV_{S100} - поправка, пов'язана із похибкою калібрування самого калібратора на точці 100 В.

2. Визначення складових невизначеності.

2.1 Невизначеність калібрування еталону у точці 100 В V_{S100} .

Невизначеність (розширена) калібрування калібратора складає 0,002 В, (з $k=2$). Тобто складова невизначеності буде дорівнювати 0,001 В (з $k=1$).

2.2 Роздільна здатність мультиметра, що калібрується в точках 100 В та 0 В (δV_{iX100} та δV_{iXO}).

В обох випадках, розглядаючи максимальну похибку, що вноситься за внаслідок роздільної здатності мультиметра, можна приписати їй значення, що дорівнює половині значення найменшого розряду індикатору мультиметра, тобто 0,05 В.

2.3 Поправки до вихідного сигналу калібратора δV_{SD} , δV_{SC} , δV_{ST} , δV_{SP} , δV_{SL} , δV_{STc} .

З причини неможливості точного визначення кожної з складових невизначеності для конкретного калібратора, ці значення можуть бути оцінені на основі характеристик, що встановлені виробником. Зазвичай, виробник гарантує, що коли калібратор працює у встановлених межах температури (наприклад, від 18°C до 28°C), при встановленій нарузі живлення (наприклад, 230 В $\pm 10\%$), та якщо не вичерпався встановлений термін часу (наприклад, один рік) з моменту останнього калібрування, напруги, що відтворюються калібратором не повинні відрізнятися від тих, що виводяться на індикаторну панель більше, ніж на

гранично допустиме значення (наприклад, $\pm 0,01\%$). Можна провести експериментальне визначення якоїсь з вищевказаних складових невизначеності калібратора (наприклад, дрейфу) та враховувати це значення незалежно від технічних характеристик виробника.

2.4 Поправка, пов'язана із похибкою калібрування самого калібратора δV_{S100} .

Наразі існують два можливі способи визначення поправок до напруг, що відтворюються калібратором, вказаних у свідоцтві про калібрування його самого. Перший, згідно [6], враховує у кожній точці такі значення поправки, що вказані у свідоцтві про калібрування, але із протилежним знаком щоб не збільшувати значення невизначеності. Саме ця процедура застосована при складанні таблиці підрозділу 2.5. За другим способом здійснюється визначення та розрахунок невизначеностей без урахування цих поправок. Але їх абсолютні значення потім арифметично додаються до розрахованих значень розширеної невизначеності для отримання верхньої границі цієї величини.

2.5 Бюджет складових невизначеностей

Величина, X_i	Оцінка величини, x_i	Невизначеність ($k=1$), $u(x_i)$	Закон розподілу	Коефіцієнт впливу, c_i	Внесок, $u_i(y)$
$V_{iX}-V_{iX0}$	100,1 В	-	-	-	
V_{S100}	100 В	0,002/2В	нормальний	$c_2= -1,0$	$u_2(y) = 0,001$ В
δV_{iX}	0,0 В	0,05/ $\sqrt{3}$ В	рівномірний	$c_3= 1,0$	$u_3(y)= 0,029$ В
δV_{iX0}	0,0 В	0,05/ $\sqrt{3}$ В	рівномірний	$c_4= -1,0$	$u_4(y)= 0,029$ В
δV_S	-0,003 В	0,01/ $\sqrt{3}$ В	рівномірний	$c_5= -1,0$	$u_5(y)= 0,0058$ В
e_x	+0,097 В	-	-	-	$u(e_x)= 0,041$ В

Примітка: Коефіцієнти впливу розраховуються як частинні похідні від e_x стосовно кожної величини, що присутні у формулі (3.1) у кожній калібрувальній точці. Завжди, коли застосовується описана процедура калібрування, ці коефіцієнти приймають значення, вказані у таблиці і не впливають на визначення складових невизначеності, приймаючи значення -1 і $+1$, див. формулу (3.5).

3. Розрахунок розширеної невизначеності (з коефіцієнтом охоплення $k=2$)

Розглядаючи всі складові рівняння (3.1) як незалежні, можна не враховувати наявність кореляції між ними, застосовуючи формули дисперсійного аналізу [11] та взяти до уваги, що систематичні похибки враховані

шляхом внесення поправок до показів (при цьому враховуються поправки калібратора, вказані у свідоцтві про калібрування), розширена невизначеність матиме наступний вигляд:

$$U = k \cdot u(e_x) = k \sqrt{u_1^2(y) + u_2^2(y) + u_3^2(y) + u_4^2(y) + u_5^2(y)} \quad (3.10)$$

$$U = k \cdot u(e_x) = 2 \cdot 0,041 B = 0,082 B$$

Примітка: Якщо систематичні похибки не враховані шляхом внесення поправок до показів, верхня границя значення невизначеності калібрування дорівнює арифметичній сумі невизначеності, розрахованої за формулою (3.6) та модулю значення поправки з свідоцтва про калібрування калібратора:

$$U = 0.082 + |\delta V_S| = 0.085 B$$

Для розрахунку похибки показів мультиметра, що калібрується, приймаємо, що поправка δV_S дорівнює нулю, тобто $e_x = +0,1 B$.

4. Запис результату калібрування.

Похибка показів мультиметра, що калібрується, для значення постійної напруги 100 В має вигляд:

$$e_x = (0.097 + 0.082) B, k = 2$$

Вказана невизначеність калібрування відповідає сумарній невизначеності, помноженій на коефіцієнт охоплення $k=2$, при нормальному законі розподілу з рівнем довіри приблизно 95 %.

Застосовуючи другий спосіб розрахунку, отримаємо наступне значення похибки показів мультиметра:

$$e_x = (0.1 + 0.085) B, k = 2$$

З вищевикладеного аналізу можна оцінити верхню границю невизначеності без врахування поправок за результатами калібрування самого калібратора, коли взяти за основу роздільну здатність мультиметра, що калібрується (± 1 одиниця найменшого розряду значущої цифри показу мультиметра d) як внесок, що має арифметично додаватися до кінцевого результату розрахунку невизначеності додаючи, також, абсолютне значення величини δV_S :

$$U = \sqrt{u_1^2(y) + u_4^2(y) + 1d} + |\delta V_S| \quad (3.11)$$

$$U = 2 \cdot 0,006 B + 1 d + 0,003 B = 0,015 B + 1 d$$

$$e_x = 0,1 B \pm (0,015 B + 1d)$$

4.3.3 Розрахунок невизначеностей у випадку, коли спостерігається варіація показів мультиметра, що калібрується

Вихідні дані [18].

Реалізується калібрування за змінною напругою частотою 10 кГц мультиметра цифрового з роздільною здатністю $5\frac{1}{2}$ розряди. Калібрування здійснюється при температурі $(23\pm 5)^\circ\text{C}$ в метрологічній лабораторії підприємства, що виробляє електронні компоненти. Напруга живлення підтримується у межах $230\text{ В} \pm 10\%$ впродовж всього процесу калібрування.

На відміну від постійної напруги, для змінної напруги не існує процедури встановлення нульових показів.

Надалі за допомогою калібратора на вхід мультиметра подається змінна напруга величиною 100 В, 10 кГц за допомогою багатофункціонального калібратора, використовуючи відповідні кабелі.

Покази мультиметра становлять: 100,083 В, 100,077 В, 100,079 В, 100,082 В, 100,080 В.

У свідоцтві калібратора зазначено, що поправка до показів калібратора у цій точці відсутня, тобто значення змінної напруги, що відтворюються калібратором, збігаються зі значеннями напруги, що показує індикаторне табло калібратора. Невизначеність калібрування самого калібратора в точці 100 В при частоті 10 кГц складає 0,012 В (з коефіцієнтом охоплення $k=2$).

1. Визначення похибки, пов'язаної із цим калібруванням.

Похибка e_x показів мультиметра, що калібрується, дорівнює:

$$e_x = V_{iX100} + \delta V_{iX100} - (V_{S100} + \delta V_S) \quad (3.12)$$

де V_{iX100} - покази мультиметра при поданому сигналі 100 В 10 кГц від калібратора;

δV_{iX100} - поправка, пов'язана із обмеженою роздільною здатністю мультиметра при поданому сигналі 100 В;

V_{S100} - значення сигналу від калібратора (100 В 10 кГц);

δV_S - поправка, пов'язана із різноманітними ефектами впливу на значення сигналу від калібратора такими, як і в вищевказаному прикладі.

2. Визначення складових невизначеності.

2.1 Невизначеність обумовлена збіжністю показів мультиметра, що калібрується V_{iX100} .

Покази фіксуються при незмінних зовнішніх умовах виконання вимірювань.

Розраховуються статистичні оцінки, які характеризують розсіювання отриманих результатів вимірювання:

Середнє арифметичне значення величини напруги $V_{iX100} = 100,080 \text{ В}$.
Середнє квадратичне відхилення $s(V_{iX100}) = 0.024 \text{ В}$.

Середнє квадратичне відхилення середнього значення:

$$u(V_{iX100}) = \frac{s(V_{iX100})}{\sqrt{5}} = 0.001 \text{ В}$$

2.2 Невизначеність калібрування еталону V_{S100} у точці 100 В 10 кГц.

Невизначеність (розширена) калібрування калібратора складає 0,012 В, (з $k=2$).
Тобто складова невизначеності буде дорівнювати 0,006 В (з $k=1$).

2.3 Роздільна здатність мультиметра, що калібрується δV_{iX100} в точках 100 В 10 кГц .

Розглядаючи максимальну похибку, що вноситься внаслідок роздільної здатності мультиметра, можна приписати їй значення, що дорівнює половині значення найменшого розряду індикатору мультиметра, тобто 0,0005 В.

2.4 Поправки до вихідного сигналу калібратора δV_S . З причини неможливості точного визначення кожної з складових невизначеності для конкретного калібратора, ці значення можуть бути оцінені на основі характеристик, що встановлені виробником. Зазвичай, виробник гарантує, що коли калібратор працює у встановлених межах температури (наприклад, від 18°C до 28°C), при встановленій напрузі живлення (наприклад, 230 В $\pm 10\%$), та якщо не вичерпався встановлений термін часу (наприклад, один рік) з моменту останнього калібрування, напруги, що відтворюються калібратором не повинні відрізнятися від тих, що виводяться на індикаторну панель більше, ніж на гранично допустиме значення (наприклад, $\pm 0,04\% = \pm 0,04 \text{ В}$ для частоти 10 кГц). Можна провести експериментальне визначення якоїсь з вищевказаних складових невизначеності калібратора (наприклад, дрейфу) та враховувати це значення незалежно від технічних характеристик виробника.

Примітка: Оскільки не існує поправки, вказаної у свідоцтві про калібрування калібратора, приймаємо значення δV_S , що дорівнює нулю.

2.5 Бюджет складових невизначеностей

Величина, X_i	Оцінка величини, x_i	Невизначеність ($k=1$), $u(x_i)$	Закон розподілу	Коефіцієнт впливу, c_i	Внесок, $u_i(y)$
V_{iX100}	100,080 В	0,001 В	нормальний	$c_1 = -1,0$	$u_1(y) = 0,001 \text{ В}$
V_{s100}	100,000 В	0,012/2 В	нормальний	$c_2 = -1,0$	$u_2(y) = 0,006 \text{ В}$
δV_{iX100}	0,0 В	0,0005/ $\sqrt{3}$ В	рівномірний	$c_3 = 1,0$	$u_3(y) = 0,00029 \text{ В}$

<i>Величина, X_i</i>	<i>Оцінка величини, x_i</i>	<i>Невизначеність (k=1), u(x_i)</i>	<i>Закон розподілу</i>	<i>Коефіцієнт впливу, c_i</i>	<i>Внесок, u_i(y)</i>
δV _s	0,0 В	0,040/√3 В	рівномірний	c ₅ = -1,0	u ₄ (y)= 0,023 В
e _x	+0,080 В	-	-	-	u(e _x)= 0,024 В

Примітка: Тут можуть застосовуватися припущення, аналогічні наведеним у попередньому прикладі. У випадку, коли внесок невизначеності, пов'язаної із збіжністю результатів вимірювання, набагато більший, ніж решта складових невизначеності, треба узяти до уваги розрахунки, наведені у Додатку Е настанови EAL-R2 стосовно ступенів свободи. У практиці калібрувань ці розрахунки, як правило, не застосовуються.

3. Розрахунок розширеної невизначеності (з коефіцієнтом охоплення k=2)

Розглядаючи всі складові рівняння (3.1) як незалежні, можна не враховувати наявність кореляції між ними, застосовуючи формули дисперсійного аналізу [4] та взяти до уваги, що систематичні похибки враховані шляхом внесення поправок до показів (при цьому враховуються поправки калібратора, вказані у свідоцтві про калібрування), розширена невизначеність матиме наступний вигляд:

$$U = k \cdot u(e_x) = k \sqrt{u_1^2(y) + u_2^2(y) + u_3^2(y) + u_4^2(y)} \quad (3.13)$$

$$U = k \cdot u(e_x) = 2 \cdot 0,024 \text{ В} = 0,048 \text{ В}$$

Вказана невизначеність калібрування відповідає сумарній невизначеності, помноженій на коефіцієнт охоплення k=2, при нормальному законі розподілу з рівнем довіри приблизно 95%.

Примітка: У цьому прикладі складові невизначеності, обумовлені збіжністю показів та роздільною здатністю мультиметра, що калібрується є малими у порівнянні із рештою складових, тому ми отримуємо той самий результат, якщо взагалі не будемо брати їх до уваги.

4.4 Представлення результатів

Потрібно буде встановити, з точки зору подальшої експлуатації мультиметра, певні допустимі границі, починаючи з яких буде необхідно буде проводити настроювання мультиметра або встановлювати обмеження його подальшого застосування. Настроювання повинне проводитися, коли отримане значення відхилення виявиться більшим, ніж встановлені границі, зменшені на величину невизначеності калібрування [18].

По закінченню калібрування, включаючи і необхідні настроювання, необхідно буде визначити похибки остаточного калібрування для кожної калібрувальної точки. Потрібно буде визначити, що якщо ці похибки за своїм значенням менші встановлених допустимих границь, зменшених на величину невизначеності калібрування, то мультиметр придатний для подальшого застосування за своїм призначенням. Якщо ці похибки більше встановлених границь, то мультиметр підлягатиме ремонту або має прийматися рішення щодо його подальшого застосування із збільшеними допустимими границями похибки.

Обґрунтований проміжок часу до наступного калібрування таких приладів може коливатися від 3 до 12 місяців. При цьому призначена періодичність калібрування, в основному, буде залежати від підтверджених технічних характеристик мультиметра (наприклад, стабільності показів), умов його експлуатації та встановлених допустимих границь похибки.

Користувач приладів завжди буде відповідальним за призначення міжкалібрувального інтервалу часу та його коригування, якщо необхідно, враховуючи, наприклад, результати попередніх калібрувань і встановлених при цьому допустимих границь похибок.

5. Зміст звіту

1. Назва роботи.
2. Мета роботи.
3. Перелік використаних вимірювальних інструментів та приладів із указівкою їх метрологічних характеристик.
4. Результати вимірювання в заданій калібрувальній точці.
5. Розрахунок складових невизначеності результату вимірювання. Таблиця бюджету невизначеності при калібруванні мультиметра.

6. Контрольні питання

1. Назвіть основні операції підготовки до калібрування мультиметра.
2. Схарактеризувати послідовність процесу: первинне калібрування-настроювання-кінцеве калібрування.

3. Схарактеризувати послідовність процесу: калібрування без настроювання.
4. Схарактеризувати послідовність процесу: настроювання-кінцеве калібрування
5. Як обрати точки калібрування для мультиметра із роздільною здатністю $3\frac{1}{2}$ або $4\frac{1}{2}$ розрядів для постійної напруги.
6. Як обрати точки калібрування для мультиметра із роздільною здатністю $3\frac{1}{2}$ або $4\frac{1}{2}$ розрядів для змінної напруги в діапазоні менше 0,5 В.
7. Наведіть послідовність калібрування мультиметра по постійній і змінній напрузі.
8. Наведіть схему вимірювання опору з двома дротами і компенсацією.
9. Наведіть схему вимірювання опору з двома дротами без компенсації.
10. Наведіть схему вимірювання опору з чотирма дротами з компенсацією.
11. Наведіть формулу визначення похибки e_x отриманих показів мультиметра, що калібрується. Проаналізуйте складові, що входять до неї.
12. Як визначається невизначеність, пов'язана із збіжністю показів мультиметра V_{iX} .
13. Як визначається невизначеність, пов'язана із еталоном V_S .
14. Як визначається роздільна здатність мультиметра, що калібрується δV_{iX} , δV_{iXO} .
15. Як визначається поправка до значення вихідного сигналу калібратора, що обумовлюється похибкою калібрування його самого δV_{SE} .

ТЕРМІНИ ТА ВИЗНАЧЕННЯ

Багатофункціональний калібратор - прилад, який відтворює на своєму виході основні електричні величини такі, як напруга постійного та змінного струму, постійний та змінний струм і активний опір в діапазонах, що забезпечують калібрування як цифрових, так і аналогових мультиметрів, а також інших приладів вимірювання електричних величин більш вузького призначення. Цей прилад, за своїми характеристиками є, практично, невеличкою калібрувальною лабораторією.

Бюджет невизначеності – звіт про невизначеність вимірювань, про складові цієї невизначеності вимірювань, їх розрахунку та об'єднанні.

Примітка. Бюджет невизначеності може включати модель вимірювань, оцінки і невизначеності вимірювань, пов'язані з величинами, що входять до моделі вимірювань, коваріації, види застосованих функцій щільності ймовірності, число степенів свободи, тип оцінювання невизначеності вимірювань та коефіцієнт охоплення.

Відносна стандартна невизначеність – відношення стандартної невизначеності до оцінки вимірюваної величини.

Відносна комбінована невизначеність – відношення комбінованої невизначеності до оцінки вихідної величини.

Відносна розширена невизначеність – відношення розширеної невизначеності до оцінки вихідної величини.

Вхідна величина в моделі вимірювань – величина, яка повинна бути виміряна, або величина, значення якої може бути отримано іншим способом, для розрахунку вимірюваного значення вимірюваної величини.

Вихідна величина в моделі вимірювання – величина, виміряне значення якої розраховують, використовуючи значення вхідних величин в моделі вимірювання.

Впливова величина – величина, яка при прямому вимірюванні не впливає на величину, яка фактично вимірюється, але впливає на співвідношення між показами і результатом вимірювання.

Дефініційна невизначеність – складова невизначеності вимірювань, що є результатом обмеженої деталізації в визначенні вимірюваної величини.

Примітка1. Дефініційна невизначеність є практичний мінімум невизначеності вимірювання при будь-якому вимірюванні даної вимірюваної величини.

Державна повірка засобів вимірювальної техніки – повірка органами державної метрологічної служби або за їх дорученням засобів вимірювальної техніки, які використовуються в сферах, що підлягають державному метрологічному нагляду.

Інтервал охоплення – інтервал, який містить сукупність істинних значень вимірюваної величини із заданою ймовірністю, і який заснований на доступній інформації.

Ймовірність охоплення – ймовірність того, що сукупність істинних значень вимірюваної величини знаходиться всередині вказаного інтервалу охоплення

Коефіцієнт охоплення – число більше ніж 1, на яке домножують стандартну невизначеність вимірювань для отримання розширеної невизначеності вимірювань.

Калібрування засобу вимірювальної техніки – сукупність операцій, що виконуються з метою визначення метрологічних характеристик та придатності засобу вимірювальної техніки до застосування в певних умовах.

Калібрувальний знак – знак встановленої форми, що наносять на засоби вимірювальної техніки, які визнані придатними для застосування в певних умовах у результаті їх калібрування.

Модель вимірювань – математичний зв'язок між всіма величинами, про які відомо, що вони причетні до вимірювання.

Примітка 1. Загальною формою моделі вимірювання є рівняння $f(Y, X_1, \dots, X_n) = 0$, де Y – вихідна величина в моделі вимірювання – є вимірюваною величиною, значення якої повинно бути отримано на основі інформації про вхідні величини в моделі вимірювання X_1, \dots, X_n .

Примітка 2. В більш складних випадках, коли існує дві та більше вихідних величин моделі, ця модель вимірювання буде складатися із декількох рівнянь.

Настроювання – операція, призначена для приведення вимірювального приладу у стан, що дозволяє його використання за призначенням. Настроювання може бути автоматичним, напівавтоматичним або ручним.

Невизначеність вимірювання [9] – невіднятий параметр, який характеризує розсіювання значень величини, які приписуються вимірюваній величині на основі використаної інформації.

Примітка 1. Невизначеність вимірювань включає складові, зумовлені систематичними ефектами, такі як, складові, що пов'язані із поправками та приписаними значеннями величини еталонів, а також диференційну невизначеність. Іноді не вводять поправки на оцінювані систематичні ефекти, а замість цього останні розглядаються як складові невизначеності вимірювань.

Примітка 2. Параметром може бути, наприклад, стандартне відхилення, що називається стандартною невизначеністю вимірювань, або половина ширини інтервалу із встановленою ймовірністю охоплення.

Примітка 3. Невизначеність вимірювань охоплює, в загальному випадку, багато складових. Деякі із цих складових можуть бути оцінені за типом А невизначеності вимірювань на основі статистичного розподілу значень величини із серії вимірювань і можуть характеризуватися стандартними відхиленнями. Інші складові, які можуть бути оцінені за типом В невизначеності вимірювань, можуть також характеризуватися стандартними відхиленнями, які оцінюються із функції щільності ймовірності на основі досвіду або іншої інформації.

Оцінювання невизначеності вимірювань по типу А – оцінювання складової невизначеності вимірювань за допомогою статистичного аналізу вимірюваних значень величини, спостережних при певних умовах вимірювання.

Оцінювання невизначеності вимірювань за типом В – оцінювання складової невизначеності вимірювань, визначеної іншим способом, ніж оцінювання невизначеності вимірювань за типом А.

Примітка. Оцінювання ґрунтується на інформації:

- Пов'язаної із значенням величини, що взяті із надійних публікацій;
- Пов'язаної із значенням величини атестованого стандартного зразка;
- Отриманої із сертифікатів калібрування;
- Про дрейф;
- Пов'язаної із класом точності повіреного засобу вимірювання;
- Отриманого із границь, встановлених із особистого досвіду.

Стандартна невизначеність u - невизначеність (непевність), що виражається як стандартне середньоквадратичне відхилення (СКВ).

Сумарна стандартна невизначеність (комбінована) u_c - невизначеність (непевність), що отримується шляхом підсумовування всіх складових стандартних невизначеностей, пов'язаних з вимірюваною величиною.

Сукупне вимірювання – це непряме вимірювання, в якому значення кількох одночасно вимірюваних однорідних величин отримують шляхом розв'язання системи рівнянь, що пов'язують різні сполучення цих величин, які вимірюються прямо чи опосередковано.

Сумісне вимірювання – непряме вимірювання, в якому значення декількох одночасно вимірюваних різнорідних фізичних величин отримують шляхом розв'язання рівнянь, які пов'язують їх із іншими фізичними величинами, що вимірюються прямо чи опосередковано.

Первинна повірка засобів вимірювальної техніки – повірка, що виконується вперше після виготовлення засобів вимірювальної техніки або після ремонту, а також при імпорті партії.

Періодична повірка засобів вимірювальної техніки – повірка, що виконується протягом експлуатації засобів вимірювальної техніки через встановлений проміжок часу (міжповірочний інтервал).

Розширена невизначеність U - інтервал навколо результату вимірювання, в межах якого ймовірно розташована більшість розподілу значень, які з достатнім обґрунтуванням можуть бути приписані вимірюваній величині. Роздільна здатність - найменша різниця у показах приладу, яка може сприйматися значущою.

Примітка: Для цифрових приладів ця різниця дорівнює одиниці найменшого розряду індикатора приладу.

Термін "роздільна здатність" у Міжнародному словнику основних термінів метрології у випадку цифрових мультиметрів розуміється наступним чином:

Наприклад, якщо найбільше значення, що може показати прилад є 1999 і якщо найменша зміна показів відповідає одиниці найменшого розряду індикатора, то роздільна здатність дорівнює 1/1999, або 0,05% верхньої границі шкали.

Роздільна здатність цифрового мультиметру часто виражається як ціле число та дріб. У попередньому прикладі роздільна здатність дорівнює $5 \frac{1}{2}$ розрядів, де перша цифра (5) визначає кількість розрядів, де значення може змінюватися від 0 до 9. Дріб визначає першу цифру (найбільший розряд), якій може мати одне (або більше) значення крім нуля. Іншими словами може мати значення 0 та 1 і більше ніяких.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ, ПЕРІОДИЧНИХ ВИДАНЬ, ОФІЦІЙНИХ ДЖЕРЕЛ ІНФОРМАЦІЇ В МЕРЕЖІ INTERNET

1. Guide to Expression of Uncertainty in Measurement. [ISO/IEC Guide 98-3:2008](#).
2. ДСТУ – Н РМГ 43:2006. Застосування "Руководства по выражению неопределенностей измерений" (РМГ 43:2001, IDT).
3. Васілевський О.М. Основи теорії невизначеності вимірювань: підручник / О.М.Васілевський, В.Ю.Кучерук, Є.Т.Володарський. – Вінниця: ВНТУ, 2015. – 230 с.
4. Ишанин Г.Г., Козлов М.Г., Томский К.А. (2004). Основы светотехники. – СПб.: Береста, 292 с.
5. Evaluation of measurement data – An introduction to the «Guide to the expression of uncertainty in measurement» and related documents: JCGM 104:2009. – Sevres: JCGM, 2009.
6. Руководство по выражению неопределенности измерения. Государственное предприятие «Всероссийский научно-исследовательский институт метрологии им.Д.И.Менделеева. Первая редакция Международная организация по стандартизации, 1983 ISBN 92-67-10186-9 http://temperatures.ru/pages/osnovnye_normativnye_dokumenty
7. Interstate council for standardization, metrology and certification. РМГ 91-2006 State system for ensuring the uniformity of measurements. Joint use of concepts «error of measurement» and «uncertainty of measurement». General principles.
8. КОOMET R/GM/21:2011 Использование понятий “погрешность измерения” и “неопределенность измерения”. Общие принципы
9. Походун А.И. (2006). Экспериментальные методы исследований. Погрешности и неопределённости измерений. Учебное пособие. СПб: СПбГУ ИТМО.
10. Шантир А.С. Оцінювання складових невизначеності при калібруванні растрових електронних наноскопів [Internet]. Восточно-Европейский журнал передовых технологий ISSN 1729-3774 1/9 (61)2013
11. EA-4/02 M:2013 Вираз невизначеності вимірювання при калібруванні
12. JCGM 106:2012. Evaluation of measurement data – The role of measurement uncertainty in conformity assessment (Оценивание данных измерения – Роль неопределенности измерения в подтверждении соответствия) http://temperatures.ru/pages/osnovnye_normativnye_dokumenty
13. ДСТУ ГОСТ 9038:2009 Меры длины концевые плоскопараллельные. Технические условия.
14. ДСТУ ГОСТ 8.113:2009 ГСИ. Штангенциркули. Методики поверки

15. Коцюба А.М. Оцінювання невизначеності вимірювання розміру металічної деталі з допомогою мікрометра. <http://metrology.com.ua/neopredelennost/primery-prakticheskikh-zadach/rasshirennaya-neopredelennost-izdeliya>

16. EA-10/15. EA Guidelines for the Calibration and Certification of digital multimeters. January 2001. (EA-10/15. Настанова з калібрування та сертифікації цифрових мультиметрів. Січень 2001).

17. ДСТУ ГОСТ 8.003:2008 Микроскопы инструментальные. Методы и средства поверки.

18. Інструкція із калібрування мультиметрів цифрових EL-001.

ДОДАТОК А
**Зразок оформлення титульної сторінки до звіту з практичних
(лабораторних) робіт**

Черкаський державний технологічний університет

(повне найменування вищого навчального закладу)

Приладобудування, мехатроніки та комп'ютеризованих технологій

(повна назва кафедри, циклової комісії)

Звіт з практичних (лабораторних) робіт
з дисципліни «Основи теорії похибок»

Керівник

(П.І.П)

Виконав

Студент _____

(П.І.П)

Група

Залікова книжка № _____

Підпис

Черкаси 2018

Додаток Б

Додаток Б1 - Функція нормального розподілу (використана функція =НОРМСТРАСП(z))

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
+0,0	0,5000	0,504	0,5080	0,512	0,5160	0,520	0,5239	0,528	0,5319	0,536
+0,1	0,5398	0,544	0,5478	0,552	0,5557	0,560	0,5636	0,567	0,5714	0,575
+0,2	0,5793	0,583	0,5871	0,591	0,5948	0,599	0,6026	0,606	0,6103	0,614
+0,3	0,6179	0,622	0,6255	0,629	0,6331	0,637	0,6406	0,644	0,6480	0,652
+0,4	0,6554	0,659	0,6628	0,666	0,6700	0,674	0,6772	0,681	0,6844	0,688
+0,5	0,6915	0,695	0,6985	0,702	0,7054	0,709	0,7123	0,716	0,7190	0,722
+0,6	0,7257	0,729	0,7324	0,736	0,7389	0,742	0,7454	0,749	0,7517	0,755
+0,7	0,7580	0,761	0,7642	0,767	0,7704	0,773	0,7764	0,779	0,7823	0,785
+0,8	0,7881	0,791	0,7939	0,797	0,7995	0,802	0,8051	0,808	0,8106	0,813
+0,9	0,8159	0,819	0,8212	0,824	0,8264	0,829	0,8315	0,834	0,8365	0,839
+1,0	0,8413	0,844	0,8461	0,848	0,8505	0,853	0,8554	0,858	0,8599	0,862
+1,1	0,8643	0,866	0,8686	0,871	0,8729	0,875	0,8770	0,879	0,8810	0,883
+1,2	0,8849	0,887	0,8888	0,891	0,8925	0,894	0,8962	0,898	0,8997	0,901
+1,3	0,9032	0,905	0,9066	0,908	0,9099	0,911	0,9131	0,915	0,9162	0,918
+1,4	0,9192	0,921	0,9222	0,924	0,9251	0,926	0,9279	0,929	0,9306	0,932
+1,5	0,9332	0,934	0,9357	0,937	0,9382	0,939	0,9406	0,942	0,9429	0,944
+1,6	0,9452	0,946	0,9474	0,948	0,9495	0,951	0,9515	0,953	0,9535	0,954
+1,7	0,9554	0,956	0,9573	0,958	0,9591	0,960	0,9608	0,962	0,9626	0,963
+1,8	0,9641	0,965	0,9656	0,966	0,9671	0,968	0,9686	0,969	0,9699	0,971
+1,9	0,9713	0,972	0,9726	0,973	0,9738	0,974	0,9750	0,976	0,9761	0,977
+2,0	0,9773	0,978	0,9783	0,979	0,9793	0,980	0,9803	0,981	0,9812	0,982
+2,1	0,9821	0,983	0,9830	0,983	0,9838	0,984	0,9846	0,985	0,9854	0,986
+2,2	0,9861	0,986	0,9868	0,987	0,9875	0,988	0,9881	0,988	0,9887	0,989
+2,3	0,9893		0,9898		0,9904		0,9909		0,9913	
+2,4	0,9918		0,9922		0,9927		0,9931		0,9934	

+2,5	0,9938		0,9941		0,9945		0,9948		0,9951	
+2,6	0,9953		0,9956		0,9959		0,9961		0,9963	
+2,7	0,9965		0,9967		0,9969		0,9971		0,9973	
+2,8	0,9974		0,9976		0,9977		0,9979		0,9980	
+2,9	0,9981		0,9983		0,9984		0,9985		0,9986	
+3,0	0,99865		0,99874		0,99882		0,99889		0,99896	
+3,1	0,99903		0,99910		0,99915		0,99921		0,99926	
+3,2	0,99931		0,99936		0,99940		0,99944		0,99948	
+3,3	0,99952		0,99954		0,99958		0,99961		0,99964	
+3,4	0,99966		0,99969		0,99971		0,99973		0,99975	
+3,5	0,99977		0,99978		0,99980		0,99981		0,99983	

Для від'ємних значень z функція нормального розподілу визначається за допомогою співвідношення $\Phi_1(-z) = 1 - \Phi_1(z)$

Додаток Б2 - Розподіл Стюдента $P\left\{|t| < t_p = 2 \int_0^{t_p} s(t;k) dt\right\}$ значення t_p

k	P											
	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	0,95	0,98	0,99
1	0,158	0,325	0,510	0,727	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657
2	0,142	0,289	0,445	0,617	0,816	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	0,137	0,277	0,424	0,584	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841
4	0,134	0,271	0,414	0,569	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
5	0,132	0,267	0,408	0,559	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
6	0,131	0,265	0,404	0,553	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
7	0,130	0,263	0,402	0,549	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
8	0,130	0,262	0,399	0,546	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,986	3,355
9	0,129	0,261	0,398	0,543	0,703	0,883	1,100	1,383	1,883	2,262	2,821	3,250
10	0,129	0,260	0,397	0,542	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169

11	0,129	0,260	0,396	0,540	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106
12	0,128	0,259	0,395	0,539	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055
13	0,128	0,259	0,394	0,538	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012
14	0,128	0,258	0,393	0,537	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977
15	0,128	0,258	0,393	0,536	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947
16	0,128	0,258	0,392	0,535	0,690	0,865	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921
17	0,128	0,257	0,392	0,534	0,689	0,863	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898
18	0,127	0,257	0,392	0,534	0,688	0,862	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878
19	0,127	0,257	0,391	0,533	0,688	0,861	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861
20	0,127	0,257	0,391	0,533	0,687	0,860	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845
21	0,127	0,257	0,391	0,532	0,686	0,859	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831
22	0,127	0,256	0,390	0,532	0,686	0,858	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819
23	0,127	0,256	0,390	0,532	0,685	0,858	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807
24	0,127	0,256	0,390	0,531	0,684	0,857	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797
25	0,127	0,256	0,390	0,531	0,684	0,856	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787
26	0,127	0,256	0,390	0,531	0,684	0,856	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779
27	0,127	0,256	0,389	0,531	0,684	0,855	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771
28	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,855	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763
29	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,311	1,669	2,045	2,462	2,756
30	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750
∞	0,12566	0,25335	0,38532	0,5244	0,67449	0,84162	1,03643	1,28155	1,64485	1,95996	2,32664	2,57582

Додаток Б3 - Інтегральна функція χ^2 – розподілу Пірсона. Значення $\chi^2_{k;P}$ для різних k та P

k	P												
	0,01	0,02	0,05	0,10	0,20	0,30	0,50	0,70	0,80	0,90	0,95	0,98	0,99
1	0,0001	0,0006	0,00393	0,0158	0,0642	0,148	0,455	1,074	1,642	2,706	3,841	5,412	6,635
2	0,0201	0,0404	0,103	0,211	0,446	0,713	1,386	2,408	3,219	4,605	5,991	7,824	9,210

3	0,115	0,185	0,352	0,584	1,005	1,424	2,366	3,665	4,642	6,251	7,815	9,837	11,345
4	0,297	0,429	0,711	1,064	1,649	2,195	3,357	4,878	5,989	7,779	9,488	11,668	13,277
5	0,554	0,752	1,145	1,610	2,343	3,000	4,351	6,064	7,289	9,236	11,070	13,388	15,086
6	0,872	1,134	1,635	2,204	3,070	3,828	5,348	7,231	8,558	10,645	12,592	15,033	16,812
7	1,239	1,564	2,167	2,833	3,822	4,671	6,346	8,383	9,803	12,017	14,067	16,622	18,475
8	1,646	2,032	2,733	3,490	4,594	5,527	7,344	9,524	11,030	13,362	15,507	18,168	20,090
9	2,088	2,532	3,325	4,168	5,380	6,393	8,343	10,656	12,242	14,684	16,919	19,679	21,666
10	2,558	3,059	3,940	4,865	6,179	7,267	9,342	11,781	13,442	15,987	18,307	21,161	23,209
11	3,053	3,609	4,575	5,578	6,989	8,148	10,341	12,899	14,631	17,275	19,675	22,618	24,725
12	3,571	4,178	5,226	6,304	7,807	9,034	11,340	14,011	15,812	18,549	21,026	24,054	26,217
13	4,107	4,765	5,982	7,042	8,634	9,926	12,340	15,119	16,985	19,812	22,362	25,472	27,688
14	4,660	5,368	6,571	7,790	9,467	10,821	13,339	16,222	18,151	21,064	23,685	26,873	29,141
15	5,229	5,985	7,261	8,547	10,307	11,721	14,339	17,322	19,311	22,307	24,996	28,259	30,578
16	5,812	6,614	7,962	9,312	11,152	12,624	15,338	18,418	20,465	23,542	26,296	29,633	32,000
17	6,408	7,255	8,672	10,085	12,002	13,531	16,338	19,511	21,615	24,769	27,587	30,995	33,409
18	7,015	7,906	9,390	10,865	12,857	14,440	17,338	20,601	22,760	25,989	28,869	32,346	34,805
19	7,633	8,567	10,117	11,651	12,716	15,352	18,338	21,689	23,900	27,204	30,144	33,687	36,191
20	8,260	9,237	10,851	12,444	14,578	16,266	19,337	22,775	25,038	28,412	31,410	35,020	37,566
21	8,897	9,915	11,591	13,240	15,445	17,182	20,337	23,858	26,171	29,615	32,671	36,343	38,932
22	9,542	10,600	12,338	14,041	16,314	18,101	21,337	24,939	27,301	30,813	33,924	37,659	40,289
23	10,196	11,293	13,091	14,848	17,187	19,021	22,337	26,018	28,429	32,007	35,172	38,968	41,638
24	10,856	11,992	13,848	15,659	18,062	19,943	23,337	27,096	29,553	33,196	36,415	40,270	42,980
25	11,524	12,697	14,611	16,473	18,940	20,867	24,337	28,172	30,675	34,382	37,652	41,566	44,314
26	12,198	13,409	15,379	17,292	19,820	21,792	25,336	29,246	31,795	35,563	38,885	42,856	45,642
27	12,879	14,125	16,151	18,114	20,703	22,710	26,336	30,319	32,912	36,741	40,113	44,140	46,963
28	13,565	14,847	16,928	18,939	21,588	23,647	27,336	31,391	34,027	37,916	41,337	45,419	48,278
29	14,256	15,574	17,708	19,768	22,475	24,577	28,336	32,461	35,139	39,087	42,557	46,693	49,588
30	14,953	16,306	18,493	20,599	23,364	25,508	29,336	33,530	36,250	40,256	43,773	47,962	50,892

Додаток Б4 - Значення F- критерію Фішера при рівні значущості ($\alpha = 5\%$ - зелений колір; $\alpha = 1\%$ - чорний колір) використана функція =FРАСПОБР(0,05;k₂;k₁)

k ₂	k ₁ (ступінь свободи для більшої дисперсії)										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	161,45	199,5	215,71	224,58	230,16	233,99	236,77	238,88	240,54	241,88	242,98
	4052,2	4999,5	5403,4	5624,6	5763,6	5859	5928,4	5981,1	6022,5	6055,8	6083,3
2	18,513	19	19,164	19,247	19,296	19,33	19,353	19,371	19,385	19,396	19,405
	98,503	99	99,166	99,249	99,299	99,333	99,356	99,374	99,388	99,399	99,408
3	10,128	9,55209	9,2766	9,1172	9,0135	8,9406	8,8867	8,8452	8,8123	8,7855	8,7633
	34,116	30,8165	29,457	28,71	28,237	27,911	27,672	27,489	27,345	27,229	27,133
4	7,7086	6,94427	6,5914	6,3882	6,2561	6,1631	6,0942	6,041	5,9988	5,9644	5,9358
	21,198	18	16,694	15,977	15,522	15,207	14,976	14,799	14,659	14,546	14,452
5	6,6079	5,78614	5,4095	5,1922	5,0503	4,9503	4,8759	4,8183	4,7725	4,7351	4,704
	16,258	13,2739	12,06	11,392	10,967	10,672	10,456	10,289	10,158	10,051	9,9626
6	5,9874	5,14325	4,7571	4,5337	4,3874	4,2839	4,2067	4,1468	4,099	4,06	4,0274
	13,745	10,9248	9,7795	9,1483	8,7459	8,4661	8,26	8,1017	7,9761	7,8741	7,7896
7	5,5914	4,73741	4,3468	4,1203	3,9715	3,866	3,787	3,7257	3,6767	3,6365	3,603
	12,246	9,54658	8,4513	7,8466	7,4604	7,1914	6,9928	6,84	6,7188	6,6201	6,5382
8	5,3177	4,45897	4,0662	3,8379	3,6875	3,5806	3,5005	3,4381	3,3881	3,3472	3,313
	11,259	8,64911	7,591	7,0061	6,6318	6,3707	6,1776	6,0289	5,9106	5,8143	5,7343
9	5,1174	4,25649	3,8625	3,6331	3,4817	3,3738	3,2927	3,2296	3,1789	3,1373	3,1025
	10,561	8,02152	6,9919	6,4221	6,0569	5,8018	5,6129	5,4671	5,3511	5,2565	5,1779
10	4,9646	4,10282	3,7083	3,478	3,3258	3,2172	3,1355	3,0717	3,0204	2,9782	2,943
	10,044	7,55943	6,5523	5,9943	5,6363	5,3858	5,2001	5,0567	4,9424	4,8491	4,7715
11	4,8443	3,9823	3,5874	3,3567	3,2039	3,0946	3,0123	2,948	2,8962	2,8536	2,8179
	9,646	7,20571	6,2167	5,6683	5,316	5,0692	4,8861	4,7445	4,6315	4,5393	4,4624
12	4,7472	3,88529	3,4903	3,2592	3,1059	2,9961	2,9134	2,8486	2,7964	2,7534	2,7173
	9,3302	6,92661	5,9525	5,412	5,0643	4,8206	4,6395	4,4994	4,3875	4,2961	4,2198

Продовження таблиці Б4

k_2	k_1 (ступінь свободи для більшої дисперсії)										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
13	4,6672	3,80557	3,4105	3,1791	3,0254	2,9153	2,8321	2,7669	2,7144	2,671	2,6347
	9,0738	6,70096	5,7394	5,2053	4,8616	4,6204	4,441	4,3021	4,1911	4,1003	4,0245
14	4,6001	3,73889	3,3439	3,1122	2,9582	2,8477	2,7642	2,6987	2,6458	2,6022	2,5655
	8,8616	6,51488	5,5639	5,0354	4,695	4,4558	4,2779	4,1399	4,0297	3,9394	3,864
15	4,5431	3,68232	3,2874	3,0556	2,9013	2,7905	2,7066	2,6408	2,5876	2,5437	2,5068
	8,6831	6,35887	5,417	4,8932	4,5556	4,3183	4,1415	4,0045	3,8948	3,8049	3,7299
16	4,494	3,63372	3,2389	3,0069	2,8524	2,7413	2,6572	2,5911	2,5377	2,4935	2,4564
	8,531	6,22624	5,2922	4,7726	4,4374	4,2016	4,0259	3,8896	3,7804	3,6909	3,6162
17	4,4513	3,59153	3,1968	2,9647	2,81	2,6987	2,6143	2,548	2,4943	2,4499	2,4126
	8,3997	6,11211	5,185	4,669	4,3359	4,1015	3,9267	3,791	3,6822	3,5931	3,5185
18	4,4139	3,55456	3,1599	2,9277	2,7729	2,6613	2,5767	2,5102	2,4563	2,4117	2,3742
	8,2854	6,0129	5,0919	4,579	4,2479	4,0146	3,8406	3,7054	3,5971	3,5082	3,4338
19	4,3807	3,52189	3,1274	2,8951	2,7401	2,6283	2,5435	2,4768	2,4227	2,3779	2,3402
	8,1849	5,92588	5,0103	4,5003	4,1708	3,9386	3,7653	3,6305	3,5225	3,4338	3,3596
20	4,3512	3,49283	3,0984	2,8661	2,7109	2,599	2,514	2,4471	2,3928	2,3479	2,31
	8,096	5,84893	4,9382	4,4307	4,1027	3,8714	3,6987	3,5644	3,4567	3,3682	3,2941
21	4,3248	3,4668	3,0725	2,8401	2,6848	2,5727	2,4876	2,4205	2,366	2,321	2,2829
	8,0166	5,78042	4,874	4,3688	4,0421	3,8117	3,6396	3,5056	3,3981	3,3098	3,2359
22	4,3009	3,44336	3,0491	2,8167	2,6613	2,5491	2,4638	2,3965	2,3419	2,2967	2,2585
	7,9454	5,71902	4,8166	4,3134	3,988	3,7583	3,5867	3,453	3,3458	3,2576	3,1837
23	4,2793	3,42213	3,028	2,7955	2,64	2,5277	2,4422	2,3748	2,3201	2,2747	2,2364
	7,8811	5,6637	4,7649	4,2636	3,9392	3,7102	3,539	3,4057	3,2986	3,2106	3,1368
24	4,2597	3,40283	3,0088	2,7763	2,6207	2,5082	2,4226	2,3551	2,3002	2,2547	2,2163
	7,8229	5,61359	4,7181	4,2184	3,8951	3,6667	3,4959	3,3629	3,256	3,1681	3,0944

Продовження таблиці Б4

k_2	k_1 (ступінь свободи для більшої дисперсії)										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
25	4,2417	3,38519	2,9912	2,7587	2,603	2,4904	2,4047	2,3371	2,2821	2,2365	2,1979
	7,7698	5,568	4,6755	4,1774	3,855	3,6272	3,4568	3,3239	3,2172	3,1294	3,0558
26	4,2252	3,36902	2,9752	2,7426	2,5868	2,4741	2,3883	2,3205	2,2655	2,2197	2,1811
	7,7213	5,52633	4,6366	4,14	3,8183	3,5911	3,421	3,2884	3,1818	3,0941	3,0205
27	4,21	3,35413	2,9604	2,7278	2,5719	2,4591	2,3732	2,3053	2,2501	2,2043	2,1655
	7,6767	5,48812	4,6009	4,1056	3,7848	3,558	3,3882	3,2558	3,1494	3,0618	2,9882
28	4,196	3,34039	2,9467	2,7141	2,5581	2,4453	2,3593	2,2913	2,236	2,19	2,1512
	7,6356	5,45294	4,5681	4,074	3,7539	3,5276	3,3581	3,2259	3,1195	3,032	2,9585
29	4,183	3,32765	2,934	2,7014	2,5454	2,4324	2,3463	2,2783	2,2229	2,1768	2,1379
	7,5977	5,42045	4,5378	4,0449	3,7254	3,4995	3,3303	3,1982	3,092	3,0045	2,9311
30	4,1709	3,31583	2,9223	2,6896	2,5336	2,4205	2,3343	2,2662	2,2107	2,1646	2,1256
	7,5625	5,39035	4,5097	4,0179	3,699	3,4735	3,3045	3,1726	3,0665	2,9791	2,9057
32	4,1491	3,29454	2,9011	2,6684	2,5123	2,3991	2,3127	2,2444	2,1888	2,1425	2,1033
	7,4993	5,33634	4,4594	3,9695	3,6517	3,4269	3,2583	3,1267	3,0208	2,9335	2,8602
34	4,13	3,2759	2,8826	2,6499	2,4936	2,3803	2,2938	2,2253	2,1696	2,1231	2,0838
	7,4441	5,28928	4,4156	3,9273	3,6106	3,3863	3,2182	3,0868	2,981	2,8938	2,8205
36	4,1132	3,25945	2,8663	2,6335	2,4772	2,3638	2,2771	2,2085	2,1526	2,1061	2,0666
	7,3956	5,24789	4,3771	3,8903	3,5744	3,3507	3,1829	3,0517	2,9461	2,8589	2,7857
38	4,0982	3,24482	2,8517	2,619	2,4625	2,349	2,2623	2,1936	2,1375	2,0909	2,0513
	7,3525	5,21122	4,343	3,8575	3,5424	3,3191	3,1516	3,0207	2,9151	2,8281	2,7549
40	4,0847	3,23173	2,8387	2,606	2,4495	2,3359	2,249	2,1802	2,124	2,0772	2,0376
	7,3141	5,17851	4,3126	3,8283	3,5138	3,291	3,1238	2,993	2,8876	2,8005	2,7274
42	4,0727	3,21994	2,827	2,5943	2,4377	2,324	2,2371	2,1681	2,1119	2,065	2,0252
	7,2796	5,14914	4,2853	3,8021	3,4882	3,2658	3,0988	2,9681	2,8628	2,7758	2,7027

Продовження таблиці Б4

k_2	k_1 (ступінь свободи для більшої дисперсії)										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
44	4,0617	3,20928	2,8165	2,5837	2,427	2,3133	2,2263	2,1572	2,1009	2,0539	2,014
	7,2484	5,12263	4,2606	3,7784	3,4651	3,243	3,0762	2,9457	2,8405	2,7536	2,6804
46	4,0517	3,19958	2,8068	2,574	2,4174	2,3035	2,2164	2,1473	2,0909	2,0438	2,0039
	7,22	5,09858	4,2383	3,757	3,4442	3,2224	3,0558	2,9254	2,8203	2,7334	2,6602
48	4,0427	3,19073	2,7981	2,5652	2,4085	2,2946	2,2074	2,1382	2,0817	2,0346	1,9946
	7,1942	5,07666	4,218	3,7374	3,4251	3,2036	3,0372	2,9069	2,8018	2,715	2,6418
50	4,0343	3,18261	2,79	2,5572	2,4004	2,2864	2,1992	2,1299	2,0734	2,0261	1,9861
	7,1706	5,05661	4,1993	3,7195	3,4077	3,1864	3,0202	2,89	2,785	2,6981	2,625
60	4,0012	3,15041	2,7581	2,5252	2,3683	2,2541	2,1665	2,097	2,0401	1,9926	1,9522
	7,0771	4,97743	4,1259	3,649	3,3389	3,1187	2,953	2,8233	2,7185	2,6318	2,5587
70	3,9778	3,12768	2,7355	2,5027	2,3456	2,2312	2,1435	2,0737	2,0166	1,9689	1,9283
	7,0114	4,92187	4,0744	3,5996	3,2907	3,0712	2,906	2,7765	2,6719	2,5852	2,5122
80	3,9604	3,11077	2,7188	2,4859	2,3287	2,2142	2,1263	2,0564	1,9991	1,9512	1,9105
	6,9627	4,88074	4,0363	3,5631	3,255	3,0361	2,8713	2,742	2,6374	2,5508	2,4777
100	3,9361	3,0873	2,6955	2,4626	2,3053	2,1906	2,1025	2,0323	1,9748	1,9267	1,8857
	6,8953	4,82391	3,9837	3,5127	3,2059	2,9877	2,8233	2,6943	2,5898	2,5033	2,4302
∞	3,8446	2,99873	2,6079	2,3749	2,2171	2,1016	2,0126	1,9415	1,883	1,8339	1,7918
	6,6433	4,61225	3,7881	3,3254	3,0233	2,808	2,6453	2,5172	2,4132	2,3268	2,2536

Продовження таблиці Б4

k_2	k_1 (ступінь свободи для більшої дисперсії)										
	12	13	14	15	16	17	18	19	20	30	∞
1	243,906	244,69	245,36	245,95	246,46	246,92	247,32	247,69	248,01	250,1	254,3
	6106,32	6125,9	6142,7	6157,3	6170,1	6181,4	6191,5	6200,6	6208,7	6260,6	6365
2	19,4125	19,419	19,424	19,429	19,433	19,437	19,44	19,443	19,446	19,462	19,5
	99,4159	99,422	99,428	99,433	99,437	99,44	99,444	99,447	99,449	99,466	99,5
3	8,74464	8,7287	8,7149	8,7029	8,6923	8,6829	8,6745	8,667	8,6602	8,6166	8,527
	27,0518	26,983	26,924	26,872	26,827	26,787	26,751	26,719	26,69	26,505	26,13
4	5,91173	5,8911	5,8733	5,8578	5,8441	5,832	5,8211	5,8114	5,8025	5,7459	5,629
	14,3736	14,307	14,249	14,198	14,154	14,115	14,08	14,048	14,02	13,838	13,47
5	4,6777	4,6552	4,6358	4,6188	4,6038	4,5904	4,5785	4,5678	4,5581	4,4957	4,366
	9,88828	9,8248	9,77	9,7222	9,6802	9,6429	9,6096	9,5797	9,5526	9,3793	9,024
6	3,99994	3,9764	3,9559	3,9381	3,9223	3,9083	3,8957	3,8844	3,8742	3,8082	3,67
	7,71833	7,6575	7,6049	7,559	7,5186	7,4827	7,4507	7,4219	7,3958	7,2285	6,884
7	3,57468	3,5503	3,5292	3,5107	3,4944	3,4799	3,4669	3,4551	3,4445	3,3758	3,231
	6,46909	6,41	6,359	6,3143	6,275	6,2401	6,2089	6,1808	6,1554	5,992	5,653
8	3,28394	3,259	3,2374	3,2184	3,2016	3,1867	3,1733	3,1613	3,1503	3,0794	2,929
	5,66672	5,6089	5,5589	5,5151	5,4766	5,4423	5,4116	5,384	5,3591	5,1981	4,862
9	3,07295	3,0475	3,0255	3,0061	2,989	2,9737	2,96	2,9477	2,9365	2,8637	2,708
	5,11143	5,0545	5,0052	4,9621	4,924	4,8902	4,8599	4,8327	4,808	4,6486	4,314
10	2,91298	2,8872	2,8647	2,845	2,8276	2,812	2,798	2,7854	2,774	2,6996	2,54
	4,70587	4,6496	4,6008	4,5581	4,5204	4,4869	4,4569	4,4299	4,4054	4,2469	3,913
11	2,78757	2,7614	2,7386	2,7186	2,7009	2,6851	2,6709	2,6581	2,6464	2,5705	2,406
	4,3974	4,3416	4,2932	4,2509	4,2134	4,1801	4,1503	4,1234	4,099	3,9411	3,606
12	2,68664	2,6602	2,6371	2,6169	2,5989	2,5828	2,5684	2,5554	2,5436	2,4663	2,298
	4,15526	4,0999	4,0518	4,0096	3,9724	3,9392	3,9095	3,8827	3,8584	3,7008	3,364

Продовження таблиці Б4

k_2	k_1 (ступінь свободи для більшої дисперсії)										
	12	13	14	15	16	17	18	19	20	30	∞
13	2,60366	2,5769	2,5536	2,5331	2,5149	2,4987	2,4841	2,4709	2,4589	2,3803	2,208
	3,96033	3,9052	3,8573	3,8154	3,7783	3,7452	3,7156	3,6888	3,6646	3,507	3,169
14	2,53424	2,5073	2,4837	2,463	2,4446	2,4282	2,4134	2,4	2,3879	2,3082	2,133
	3,80014	3,7452	3,6975	3,6557	3,6187	3,5857	3,5561	3,5294	3,5052	3,3476	3,008
15	2,47531	2,4481	2,4244	2,4034	2,3849	2,3683	2,3533	2,3398	2,3275	2,2468	2,068
	3,66624	3,6115	3,5639	3,5222	3,4852	3,4523	3,4228	3,3961	3,3719	3,2141	2,872
16	2,42466	2,3973	2,3733	2,3522	2,3335	2,3167	2,3016	2,288	2,2756	2,1938	2,012
	3,55269	3,4981	3,4506	3,4089	3,372	3,3391	3,3096	3,2829	3,2587	3,1007	2,757
17	2,38065	2,3531	2,329	2,3077	2,2888	2,2719	2,2567	2,2429	2,2304	2,1477	1,962
	3,4552	3,4007	3,3533	3,3117	3,2748	3,2419	3,2124	3,1857	3,1615	3,0032	2,657
18	2,34207	2,3143	2,29	2,2686	2,2496	2,2325	2,2172	2,2033	2,1906	2,1071	1,919
	3,37061	3,3162	3,2689	3,2273	3,1904	3,1575	3,128	3,1013	3,0771	2,9185	2,57
19	2,30795	2,28	2,2556	2,2341	2,2149	2,1977	2,1823	2,1683	2,1555	2,0712	1,88
	3,29653	3,2422	3,1949	3,1533	3,1165	3,0836	3,0541	3,0274	3,0031	2,8442	2,493
20	2,27758	2,2495	2,225	2,2033	2,184	2,1667	2,1511	2,137	2,1242	2,0391	1,845
	3,23112	3,1769	3,1296	3,088	3,0512	3,0183	2,9887	2,962	2,9377	2,7785	2,425
21	2,25036	2,2222	2,1975	2,1757	2,1563	2,1389	2,1232	2,109	2,096	2,0102	1,814
	3,17295	3,1187	3,0715	3,03	2,9931	2,9602	2,9306	2,9039	2,8796	2,72	2,364
22	2,22583	2,1975	2,1727	2,1508	2,1313	2,1138	2,098	2,0837	2,0707	1,9842	1,785
	3,12089	3,0667	3,0195	2,9779	2,9411	2,9082	2,8786	2,8518	2,8274	2,6675	2,309
23	2,20361	2,1752	2,1502	2,1282	2,1086	2,091	2,0751	2,0608	2,0476	1,9605	1,759
	3,07402	3,0199	2,9727	2,9311	2,8943	2,8613	2,8317	2,8049	2,7805	2,6202	2,26
24	2,18338	2,1548	2,1298	2,1077	2,088	2,0703	2,0543	2,0399	2,0267	1,939	1,735
	3,03161	2,9775	2,9303	2,8887	2,8519	2,8189	2,7892	2,7624	2,738	2,5773	2,215

Продовження таблиці Б4

k_2	k_1 (ступінь свободи для більшої дисперсії)										
	12	13	14	15	16	17	18	19	20	30	∞
25	2,16489	2,1362	2,1111	2,0889	2,0691	2,0513	2,0353	2,0207	2,0075	1,9192	1,713
	2,99306	2,9389	2,8917	2,8502	2,8133	2,7803	2,7506	2,7238	2,6993	2,5383	2,174
26	2,14793	2,1192	2,0939	2,0716	2,0518	2,0339	2,0178	2,0032	1,9898	1,901	1,693
	2,95785	2,9038	2,8566	2,815	2,7781	2,7451	2,7153	2,6885	2,664	2,5026	2,136
27	2,1323	2,1035	2,0781	2,0558	2,0358	2,0179	2,0017	1,987	1,9736	1,8842	1,674
	2,92557	2,8715	2,8243	2,7827	2,7458	2,7127	2,683	2,6561	2,6316	2,4699	2,101
28	2,11787	2,0889	2,0635	2,0411	2,021	2,003	1,9868	1,972	1,9586	1,8687	1,657
	2,89588	2,8418	2,7946	2,753	2,716	2,683	2,6532	2,6263	2,6017	2,4397	2,068
29	2,10449	2,0755	2,05	2,0275	2,0073	1,9893	1,973	1,9581	1,9446	1,8543	1,64
	2,86847	2,8144	2,7672	2,7256	2,6886	2,6555	2,6257	2,5987	2,5742	2,4118	2,038
30	2,09206	2,063	2,0374	2,0148	1,9946	1,9765	1,9601	1,9452	1,9317	1,8409	1,625
	2,8431	2,789	2,7418	2,7002	2,6632	2,6301	2,6003	2,5732	2,5487	2,386	2,011
32	2,06966	2,0404	2,0147	1,992	1,9717	1,9534	1,9369	1,9219	1,9083	1,8166	1,597
	2,79759	2,7435	2,6963	2,6546	2,6176	2,5844	2,5546	2,5275	2,5029	2,3395	1,96
34	2,05004	2,0207	1,9949	1,972	1,9516	1,9332	1,9166	1,9015	1,8877	1,7953	1,572
	2,75797	2,7039	2,6566	2,615	2,5779	2,5447	2,5147	2,4876	2,4629	2,299	1,916
36	2,0327	2,0032	1,9773	1,9543	1,9338	1,9153	1,8986	1,8834	1,8696	1,7764	1,55
	2,72315	2,6691	2,6218	2,5801	2,543	2,5097	2,4797	2,4526	2,4278	2,2633	1,876
38	2,01728	1,9877	1,9616	1,9386	1,9179	1,8994	1,8826	1,8673	1,8534	1,7596	1,53
	2,69232	2,6382	2,5909	2,5492	2,512	2,4787	2,4487	2,4215	2,3967	2,2317	1,841
40	2,00346	1,9738	1,9476	1,9245	1,9037	1,8851	1,8682	1,8529	1,8389	1,7444	1,512
	2,66483	2,6107	2,5634	2,5216	2,4844	2,4511	2,421	2,3937	2,3689	2,2034	1,809
42	1,99101	1,9612	1,935	1,9118	1,891	1,8722	1,8553	1,8399	1,8258	1,7308	1,495
	2,64016	2,586	2,5387	2,4969	2,4596	2,4263	2,3962	2,3688	2,3439	2,178	1,781

Продовження таблиці Б4

k_2	k_1 (ступінь свободи для більшої дисперсії)										
	12	13	14	15	16	17	18	19	20	30	∞
44	1,97974	1,9499	1,9236	1,9002	1,8794	1,8606	1,8436	1,8281	1,8139	1,7184	1,48
	2,6179	2,5638	2,5164	2,4746	2,4373	2,4039	2,3737	2,3463	2,3214	2,155	1,755
46	1,96949	1,9395	1,9132	1,8898	1,8688	1,85	1,8329	1,8173	1,8031	1,707	1,466
	2,59771	2,5436	2,4962	2,4543	2,417	2,3835	2,3533	2,3259	2,3009	2,1341	1,731
48	1,96012	1,9301	1,9037	1,8802	1,8592	1,8402	1,8231	1,8075	1,7932	1,6967	1,453
	2,57932	2,5252	2,4777	2,4358	2,3985	2,365	2,3348	2,3073	2,2823	2,115	1,709
50	1,95153	1,9214	1,8949	1,8714	1,8503	1,8313	1,8141	1,7985	1,7841	1,6872	1,441
	2,5625	2,5083	2,4609	2,419	2,3816	2,3481	2,3178	2,2903	2,2652	2,0976	1,688
60	1,9174	1,887	1,8602	1,8364	1,8151	1,7959	1,7784	1,7625	1,748	1,6491	1,393
	2,49612	2,4419	2,3943	2,3523	2,3148	2,2811	2,2507	2,223	2,1978	2,0285	1,606
70	1,89325	1,8627	1,8357	1,8117	1,7902	1,7708	1,7531	1,7371	1,7223	1,622	1,357
	2,44957	2,3953	2,3477	2,3055	2,2679	2,2341	2,2036	2,1758	2,1504	1,9797	1,546
80	1,87526	1,8445	1,8174	1,7932	1,7716	1,752	1,7342	1,718	1,7032	1,6017	1,329
	2,41514	2,3608	2,3131	2,2709	2,2332	2,1993	2,1686	2,1408	2,1153	1,9435	1,5
100	1,85026	1,8193	1,7919	1,7675	1,7456	1,7259	1,7079	1,6915	1,6764	1,5733	1,287
	2,36758	2,3132	2,2654	2,223	2,1852	2,1511	2,1203	2,0923	2,0666	1,8933	1,434
∞	1,75539	1,7234	1,6951	1,6697	1,6469	1,6262	1,6073	1,59	1,574	1,4629	1,062
	2,19066	2,1358	2,0875	2,0445	2,006	1,9713	1,9397	1,9109	1,8844	1,7029	1,089

Додаток Б5 – Значення v_α при різних кількостях вимірювань n

n	$q = 1 - \alpha$			
	0.1	0,05	0,025	0,01
3	1,406	1,412	1,414	1,414
4	1,645	1,689	1,710	1,723
5	1,731	1,869	1,917	1,955
6	1,894	1,996	2,067	2,130
7	1,974	2,093	2,182	2,265
8	2,041	2,172	2,273	2,374
9	2,097	2,237	2,349	2,464
10	2,146	2,294	2,414	2,540
11	2,190	2,383	2,470	2,606
12	2,229	2,387	2,519	2,663
13	2,264	2,426	2,562	2,714

n	$q = 1 - \alpha$			
	0.1	0,05	0,025	0,01
14	2,297	2,461	2,602	2,759
15	2,326	2,493	2,638	2,808
16	2,354	2,523	2,670	2,837
17	2,380	2,551	2,701	2,871
18	2,404	2,557	2,728	2,903
19	2,426	2,600	2,754	2,932
20	2,447	2,623	2,778	2,959
21	2,467	2,644	2,801	2,984
22	2,486	2,664	2,823	3,008
23	2,504	2,683	2,843	3,030
24	2,520	2,701	2,862	3,051
25	2,537	2,717	2,880	3,071

ДОДАТОК В - Форми звітності згідно з ДСТУ 3989-2000

ДСТУ 3989 – 2000

ДОДАТОК А
(обов'язковий)

ФОРМИ СВИДОЦТВА ПРО КАЛІБРУВАННЯ ЗВТ

А.1 Форма свідоцтва про калібрування ЗВТ, що видається калібрувальною лабораторією

_____ (назва підприємства (організації), якому підпорядковано калібрувальну лабораторію)

_____ (назва калібрувальної лабораторії) № _____
(№ за реєстром калібрувальних лабораторій)

Акредитована _____ (назва органу з акредитації)

СВИДОЦТВО про калібрування засобу вимірювальної техніки

№ _____ Чинне до _____

_____ (назва засобу вимірювальної техніки)

Умовне позначення _____ Зав. № _____

Виготовлено _____ (назва підприємства-виробника)

Належить _____ (назва підприємства)

Під час визначення метрологічних характеристик отримано такі значення¹:

_____ Метрологічні характеристики визначено за таких умов¹:

_____ Під час контролю метрологічних характеристик²

_____ (назва метрологічних характеристик)

визнано їх відповідність вимогам _____ (назва документа, що містить

_____ вимоги до метрологічних характеристик)

Керівник калібрувальної лабораторії _____ (підпис) _____ (ініціал імені, прізвище)

Співробітник калібрувальної лабораторії, _____ (підпис) _____ (ініціал імені, прізвище)
що провадив калібрування

М. П. або відбиток _____ Дата калібрування « ____ » _____ р.
калібрувального тавра

¹ Заповнюють у разі визначення метрологічних характеристик ЗВТ за певних умов.

² Заповнюють у разі контролю метрологічних характеристик ЗВТ на відповідність встановленим вимогам.

Примітка. Якщо калібрувальну лабораторію не акредитовано, то відомості щодо її акредитації (ким акредитовано та номер за реєстром) не зазначають.

ДОДАТОК Б
(обов'язковий)

ФОРМИ ДОВІДКИ ПРО НЕПРИДАТНІСТЬ ЗВТ

Б.1 Форма довідки про непридатність ЗВТ, що видається калібрувальною лабораторією

(назва підприємства (організації), якому підпорядковано калібрувальну лабораторію)	
_____	№ _____
(назва калібрувальної лабораторії)	(№ за реєстром калібрувальних лабораторій)
Акредитована _____	
(назва органу з акредитації)	

ДОВІДКА
про непридатність засобу вимірювальної техніки
 № _____

« ____ » _____ р.

(назва засобу вимірювальної техніки)	
Умовне позначення _____	Зав. № _____
Виготовлено _____	
(назва підприємства-виробника)	
Належить _____	
(назва підприємства)	

На підставі результатів калібрування засіб вимірювальної техніки визнано непридатним до застосування.
 Підстави для визнання засобу вимірювальної техніки непридатним до застосування

Керівник калібрувальної лабораторії

(підпис)

(ініціал імені, прізвище)

Співробітник лабораторії,
що провадив калібрування

(підпис)

(ініціал імені, прізвище)

М. П. або відбиток
калібрувального тавра

Примітка. Якщо калібрувальну лабораторію не акредитовано, то відомості щодо її акредитації (ким акредитовано та номер за реєстром) не зазначають.

Б.2 Форма довідки про непридатність ЗВТ, що видається метрологічним центром або територіальним органом

ДЕРЖСТАНДАРТ УКРАЇНИ

(назва метрологічного центру або територіального органу)

**ДОВІДКА
про непридатність засобу вимірювальної техніки**

№ _____

« ____ » _____ р.

(назва засобу вимірювальної техніки)

Умовне позначення _____

Зав. № _____

Виготовлено _____

(назва підприємства-виробника)

Належить _____

(назва підприємства)

На підставі результатів калібрування засіб вимірювальної техніки визнано непридатним до застосування.
Підстави для визнання засобу вимірювальної техніки непридатним до застосування

Вчений зберігач еталона
або державний повірник

(підпис)

(ініціал імені, прізвище)

М. П. або відбиток
калібрувального тавра

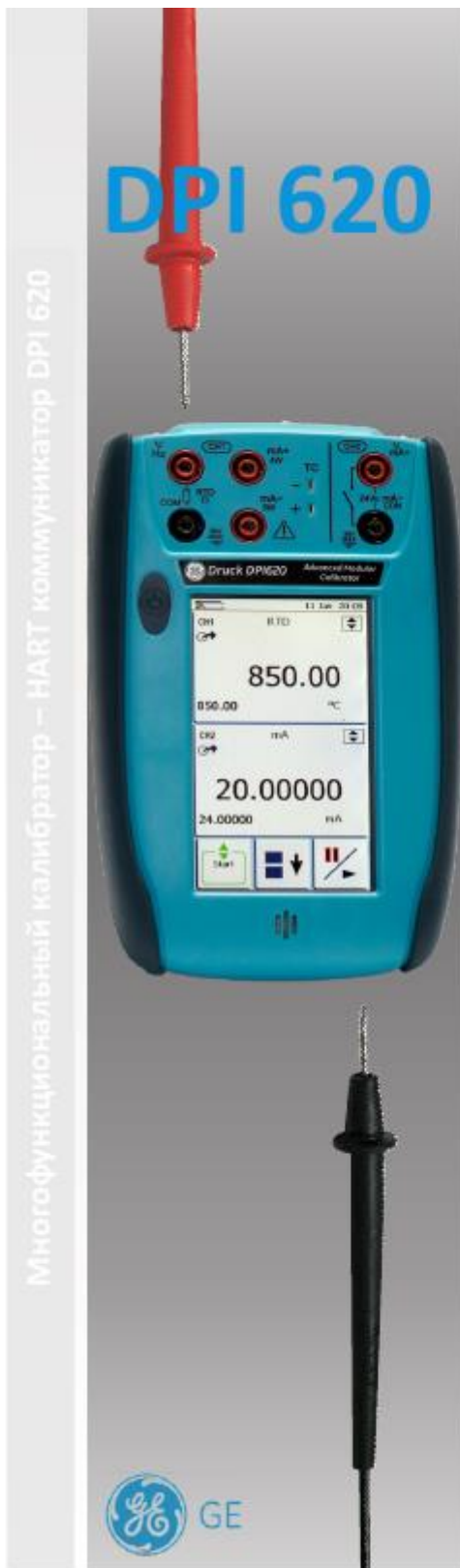
УДК 389.14:006.354

17.020

T80

Ключові слова: калібрувальна лабораторія, калібрування, засоби вимірювальної техніки.

ДОДАТОК Г – Технічні характеристики застосовних приладів



Многофункциональный калибратор – HART коммуникатор DPI 620

DPI 620

DPI 620

Многофункциональный калибратор – HART коммуникатор DPI 620, модульная система AMC

DPI 620 является основой модульной системы AMC, предоставляющей широкие перспективы построения универсальных калибровочных станций.

Система AMC включает в себя:

- Многофункциональный калибратор DPI 620.
- Различные генераторы давления.
- Модули давления (датчики).
- Необходимые принадлежности.
- Программное обеспечение «Intecal-A».

Модульная система AMC обладает исключительной гибкостью конфигураций, благодаря чему Вам обеспечивается возможность получить калибровочную станцию, адаптированную именно под Ваши задачи.

Вследствие применения передовых разработок данная система эффективно используется как в лабораторных, так и в полевых условиях. Основным компонентом AMC является DPI 620 - это ультракомпактный калибратор электрических, частотных сигналов, сигналов термопар и термометров сопротивления с одновременным измерением и генерацией, а также HART коммуникатор.

DPI 620 - многофункциональный калибратор - HART коммуникатор

Генерация и измерение электрических сигналов

- Напряжения (мВ, В).
- Тока (мА).
- Сопротивления (Ом, 2/3/4 проводной схеме).
- Частоты (синусоидальная, прямоугольная, треугольная форма сигналов).
- Импульсов.
- Питание токовой петли 24В.

Имитация и измерения

- Термометров сопротивления (12 типов).
- Термопар (12 типов).
- Встроенная автоматическая компенсация холодного спая.
- Автоматическое опознавание схемы измерения сопротивления (2/3/4 проводной).

Общие характеристики

- Цветной сенсорный экран.
- Ультра компактный корпус IP65.
- Изолированные каналы.
- Измерений / генерации.
- 2 USB порта (отсутствует в DPI 620 IS).
- SD карта памяти (2GB).

TEKTECH

ООО "ТЭК-Тех" 125343, Москва, Россия тел.: +7 (495) 646-2294
пр. Серебрякова 6, офис 224 эл. почта: info@tektex.ru факс: +7 (495) 646-2294

DPI 620

Многофункциональный калибратор –
HART коммуникатор DPI 620,
модульная система AMC

DPI 620

Измерение и генерация электрических сигналов

		Погрешность ±1°C, за 24 часа (примечание 1)		Суммарная неопределенность, 10...30°C, за 1 год (примеч. 3)		Дополн. погр., -10...10°C, 30...50°C		Разре- шение	Код канала измерения на экране		
		%ИВ	+%ВПИ	%ИВ	+%ВПИ	%ИВ	%ВПИ/°C				
Режим измерения											
Напряжение постоянного тока	Термопары (ТП)	Обращайтесь к таблице Измерение и генерация сигналов термопар.								CH1	
	ТП -10...100 мВ	0,005	,008	0,00/0,009*	0,01	0	0,0005	0,001	CH1		
	± 200 мВ	0,0045	0,004	0,007/0,0085*	0,005	0	0,0005	0,001	CH1 CH2		
	± 2000 мВ	0,004	0,003	0,007/0,008*	0,005	0	0,0005	0,01	CH1 CH2		
	± 20 В	0,0025/0,0035*	0,002/0,0025*	0,01/0,018	0,002/0,0025*	0	0,0005	,0001	С1 CH2		
	± 30 В	0,0035/0,005*	0,0035/0,0045*	0,01/0,019*	0,004/0,0045*	0	0,0005	0,0001	CH1 CH2		
Напряжение переменного тока **	0...2000 мВ	0,125	0,125	0,2	0,15	0,005	0,005	0,1	CH1		
	0...20 В	0,1255	0,125	0,2	0,15	0,005	0,005	0,001	CH1		
	0...300 В	1	0	1,5	0,1	,05	0,005	0,01	CH1		
Ток	± 20 мА	0,006	0,005	0,012/0,016*	0,006/0,0065*	0	0,0005	0,0001	CH1 CH2		
	± 55 мА	0,005	0,005	0,016/0,019*	0,005/0,0055*	0	0,0005	0,0001	CH1 CH2		
Сопротивление (4-х пров. схема, Ttype Ohms)	Термометры сопр.	Обращайтесь к таблице Измерение и генерация сигналов термометров сопротивления.								CH1	
	0...400 Ом	0,0055	0,001	0,009	0,0012	0	0,005	0,001	CH1		
	0...4000 Ом	0,0055	0,001	0,009	0,0012	0	0,0005	0,01	CH1		
Сопротивление (4-х проводная схема)	Термометры сопр.	Обращайтесь к таблице Измерение и генерация сигналов термометров сопротивления.								CH1	
	0...400 Ом	0,012	0,005	0,015	0,006	0	0,001	0,001	CH1		
	0...4000 Ом	0,0115	0,0045	0,015	0,006	0	0,001	0,01	CH1		
Частота	0...1000 Гц	0,0003	0,0002	0,003	0,0002			0,01	CH1		
	1...50** / 5* (кГц)	0,0003	0,0004	0,003	0,0004			0,00001	CH1		
	0...999	999	Обращайтесь к данным по эквивалентным частотам.						0,01	CH1	
	0...999	999	Обращайтесь к данным по эквивалентным частотам.						0,01	CH1	
	Суммир. счетчик	Максимальное значение 999999.								1	CH1
	Уровень триггера	Автоматический и регулируемый вручную от 0 до 20 В.								0,1	
Давление	25 мбар ... 1000 бар	Обращайтесь к таблице диапазонов модулей давления PM620.								P1 P2	
	Внешние модули давления IDOS	Обращайтесь к описанию универсальных внешних модулей давления IDOS UPM. Для подключения необходимы IO620-IDOS-USB и IO620-USB-PC кабели.								IDOS	

Многофункциональный калибратор – HART коммуникатор DPI 620