МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЧЕРКАСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

Вєдєрніков Дмитро Андрійович

УДК 621.391

ДИСЕРТАЦІЯ

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ, МЕТОДИ ТА ЗАСОБИ ОЦІНЮВАННЯ ПАРАМЕТРА ПОСТІЙНОГО СИГНАЛУ НА ФОНІ НЕГАУСОВИХ КОРЕЛЬОВАНИХ ЗАВАД

122 – комп'ютерні науки

Подається на здобуття наукового ступеня доктора філософії

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

___________________Д.А. Вєдєрніков

Науковий керівник
Палагін Володимир Васильович,
доктор технічних наук, професор

Черкаси – 2020

АНОТАЦІЯ

Вєдєрніков Д.А. Математичні моделі, методи та засоби оцінювання параметра постійного сигналу на фоні негаусових корельованих завад. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 122 – комп'ютерні науки (12 Інформаційні технології). – Черкаський державний технологічний університет, Черкаси, 2020.

У роботі вирішена науково-технічна задача застосування і розвитку методів математичного та комп'ютерного моделювання процесів оцінювання параметрів сигналів на фоні корельованих негаусових завад.

Запропоновані нові математичні моделі адитивної взаємодії корисного сигналу та корельованої негаусової завади на основі застосування одномоментних та двохмоментних кумулянтних функцій вищих порядків, що надало можливість описати не тільки параметри і характеристики негаусового розподілу досліджуваного випадкового процесу, але і врахувати кореляційні зв’язки для синтезу алгоритмів оцінювання невідомих параметрів.

На основі отриманих моментно-кумулянтних моделей опису випадкових корельованих негаусових процесів запропоновані поліноміальні стохастичні методи оцінювання невідомого параметра постійного сигналу при опрацюванні залежних вибіркових значень, що дозволило провести синтез обчислювальних алгоритмів для обробки негаусових асиметричних, ексцесних та асиметрично-ексцесних корельованих процесів. На основі запропонованих методів проведено синтез та наведений аналіз поліноміальних обчислювальних алгоритмів оцінювання постійного параметра корисного сигналу з кращими точністними характеристиками у вигляді зменшення дисперсії оцінки у порівнянні з відомими результатами за раунок врахування додаткової інформації про досліджувані процеси у вигляді моментно-кумулянтних функцій вищих порядків.

Розроблений програмний комплекс, його структура та набір програмних модулів забезпечують проведення комп'ютерного моделювання процесів оцінювання параметра постійного сигналу при адитивній взаємодії з негаусовими корельованими завадами різних типів і видів. Шляхом проведення обчислювальних експериментів на модельних прикладах апробовані програмні модулі та досліджено ефективність застосування отриманих алгоритмів.

Наукова новизна дисертаційної роботи полягає в створенні моделей та методів математичного та комп’ютерного моделювання процесів оцінювання параметрів сигналу на фоні негаусових корельованих завад на основі застосування одномоментних та двохмоментних кумулянтних функцій вищих порядків та модифікованого методу максимізації полінома, що надало можливість підвищити точностні характеристики оцінювання невідомого параметра сигналу у комп’ютеризованих інформаційно-вимірювальних системах за рахунок врахування структури і особливостей досліджуваних випадкових процесів.

Практична цінність одержаних результатів визначається тим, що отримані методи та засоби математичного і комп’ютерного моделювання дали змогу: синтезувати нелінійні методи оцінювання невідомого параметра корисного сигналу при адитивній взаємодії з негаусовою корельованою завадою з меншими значеннями дисперсії оцінки у порівнянні з відомими результатами в припущені про гаусовий розподіл досліджуваного процесу, причому ефективність оцінювання зростає при збільшенні степеня оціночного стохастичного полінома та врахуванні параметрів та характеристик негаусових корельованих завад; розробити імітаційну модель процесу оцінювання параметра корисного сигналу для проведення аналізу отриманих результатів, що приводить до скорочення часу і вартості проведення досліджень при побудові технічних систем; запропонувати структурну схему поліноміальної системи обробки досліджуваного корельованого негаусового процессу на основі модифікованого методу

максимізації полінома, що дозволяє модернізувати існуючі системи контролю, діагностики, моніторингу тощо з кращими точностними характеристиками.

Ключові слова: негаусові корельовані завади, одномоментні та двохмоментні кумулянтні функції, стохастичний поліном, оцінювання параметрів.

ABSTRACT

Viediernikov D.A. Mathematical models, methods and tools of constant signal parameter estimation in non-Gaussian correlated noise.

The thesis presented for the degree of candidate of technical sciences (Doctor of Philosophy) in specialty 122 - Computer Science. - Cherkasy State Technological University. Cherkasy, 2020.

The scientific and technical problem of application and development of methods of mathematical and computer modeling of signal parameters estimation processes in correlated non-Gaussian noise is solved in the work.

New mathematical models of additive interaction of useful signal and correlated non-Gaussian noise based on application of one-moment and two-moment cumulative functions of higher orders are offered, which made it possible to describe not only parameters and characteristics of non-Gaussian distribution parameters but also take into account correlations for the synthesis of algorithms for estimating unknown parameters.

Based on the obtained moment and cumulant models of description random correlated non-Gaussian processes, polynomial stochastic methods for signal parameter estimating in correlated sample values are proposed, which allowed to synthesis of computational algorithms for processing of non-Gaussian asymmetric, excesses and asymmetric-excesses processes. Based on the proposed methods, the synthesis and analysis of polynomial computational algorithms for parameter

estimation are offered. The results that were obtained in the work have better accuracy characteristics. One can observe a decrease of parameter estimation variance compared with the well known results by taking into account additional information about the observed processes in the form of moment-cumulant functions of higher orders.

The developed software tools, its structure and a set of software modules provide computer modeling of the processes of parameter estimating in additive non-Gaussian correlated noise of different types and kinds. By carrying out computational experiments on model examples, program modules were tested and the efficiency of applying the obtained algorithms was investigated.

Список публікацій в яких опубліковані основні наукові результати дисертації:

1. Палагін В. В. Статистичне оцінювання параметрів негаусових корельованих випадкових процесів : [монографія] / В. В. Палагін, О. В. Івченко, Д. А. Вєдєрніков ; Черкаський державний технологічний університет, 2018. – 199 с.
2. В.В. Палагин. Полиномиальные методы оценивания параметров сигнала на фоне негауссовских коррелированных помех/ В.В. Палагин, А.В. Ивченко, Е.А. Палагина, Д.А. Ведерников. // Информатика и математические методы в моделировании. Том. 9 (2019), № 4. - С.266 - 279.
3. В.В. Палагин. Нелинейные методы оценивания параметров сигнала на фоне асимметрично-эксцессных негауссовских коррелированных помех / В.В. Палагин, Д.А. Ведерников. // Вісник ЧДТУ, 2020, №2. - С.77-86.
4. Д.А. Ведерников. Модели и методы оценивания параметров сигнала на фоне эксцессных негауссовских коррелированных помех /

Д.А. Ведерников. // Slovak International Scientific Journal, №41 (2020), VOL.1, pp. 47-53.

Список публікацій які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

5. Вєдєрніков Д.А. Математичне моделювання оцінювання параметрів сигналів на фоні негаусових корельованих завад / Вєдєрніков Д.А., Палагіна О.А., Палагін В.В. // 9-та Міжнародна наукова конференція «Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації», Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 14-15 травня 2020 р. . - С. 30-31.

6. Вєдєрніков Д.А. Статистичне оцінювання параметрів сигналів на фоні негаусових корельованих завад адаптованим методом максимізації поліному / Вєдєрніков Д.А. // Матеріали Десятої Міжнародної наукової конференції студентів та молодих вчених «Сучасні інформаційні технології - 2020» «Modern Information Technology - 2020» (14-15 травня 2020 р., м.Одеса), Одеський національний політехнічний університет, Інститут комп'ютерних систем, 2020. - С.95.

7. Палагін В.В. Знаходження оцінок параметра постійного сигналу на фоні негаусових корельованих завад / Палагін В.В., Івченко О.В., Вєдєрніков Д.А. // Праці VII Міжнародної науково-практичної конференції «Обробка сигналів і негауссівських процесів», присвяченої пам’яті професора Ю.П.Кунченка: Тези доповідей. – Черкаси: ЧДТУ, 2019. – С.103-106.

8. Вєдєрніков Д.А. Оцінювання параметра постійного сигналу на фоні корельованих негаусових завад методом максимізації поліному / Вєдєрніков Д.А. // 22-й Міжнародний молодіжний форум «Радіоелектроніка і молодь у XXI столітті», 2018. – С.44-45.

9. Палагін В.В. Поліноміальний метод оцінювання параметрів сигналів при впливі адитивних корельованих негаусових завад / Палагін В.В., Івченко О.В., Ведерников Д.А., Онищенко С.О., Овчінніков П.А. // VII Міжнародна науково-практична конференція Фізико-технічні проблеми

передавання, оброблення та зберігання інформації в інфокомунікаційних системах 8-10 листопада 2018 р., Чернівці, Україна. – С.25-26.

10. V.Palahin. Computer Modeling of Noise Signals Proccesing System in non-Gaussian Noise / V.Palahin, J.Juhár, O. Zorin, D.Viediernikov, E. Palahina // IEEE 38th International Conference on Electronics and Nanotechnology (ELNANO-2018), April 24-26, 2018, pp.658-662. (**Scopus**)
11. В.В.Палагин. Алгоритмы оценивания параметров постоянный сигналов на фоне аддитивных коррелированных негауссовых помех / В.В.Палагин, А.В. Ивченко, Д.А. Ведерников. // I Международная научно-практическая конференция «Информационно-коммуникационные технологии: достижения, проблемы, инновации» (ИКТ-2018), 14-15 июня 2018. - С. 62-64.
12. В.В. Палагин. Построение моделей аддитивного взаимодействия постоянного сигнала и коррелированной негауссовой помехи с использованием статистических характеристик высших порядков / В.В. Палагин, А.В. Ивченко, Д.А. Ведерников // Праці VI Міжнародної науково-практичної конференції «Обробка сигналів і негауссівських процесів», присвяченої пам’яті професора Ю.П.Кунченка: Тези доповідей. – Черкаси: ЧДТУ, 2017. – С.35-37.

ЗМІСТ

ВСТУП

Актуальність теми. Побудова сучасних інформаційно-вимірювальних систем, систем управління та моніторингу характеризується постійно зростаючими вимогами до якості їх функціонування, що безпосередньо пов’язано з обробкою даних та випадкових процесів. Покращення функціонування цих систем безпосередньо залежить не тільки від технологічного оновлення, але і від розробки і впровадження нових і ефективних моделей, методів і засобів їх реалізації, в тому числі для оцінювання параметрів сигналів, які приймаються на фоні завад.

При функціонуванні багатьох інформаційно-вимірювальних систем, систем зв’язку, навігації та ін. застосовуються різноманітні оптимальні статистичні методи обробки випадкових процесів, для яких в основному розглядається гаусівська модель щільності розподілу. Таке припущення про опис випадкових процесів часто не відповідає дійсності і унеможливлює представлення реальних процесів із заданою точністю.

Аналіз багатьох випадкових природних процесів та явищ доводить, що для опису їх представлення необхідно використовувати негаусові моделі. Так, при проходженні сигналів через неоднорідні середовища, вплив інтерференційних явищ, відбиття сигналів від рухомих цілей та ін. призводить до необхідності застосування негаусових моделей випадкових процесів, що викликає серйозні труднощі практичної характеру для реалізації алгоритмів і їх впровадження в системи вказаного класу. Тому, для покращення функціонування систем по обробці випадкових процесів, в тому числі для оцінювання параметрів сигналів, необхідно застосовувати ефективні методи та алгоритми з адекватним математичним представленням реальних об’єктів дослідження, які будуть представляти реальні природні процеси із заданою точністю.

Традиційний підхід для розробки систем статистичної обробки сигналів, в тому числі оцінювання параметрів сигналів при впливі негаусових завад, характеризується суттєвими труднощами, які пов’язані зі складністю алгоритмічної реалізації та зростанням обчислювальних ресурсів, що унеможливлює синтез якісних програмно-алгоритмічних та апаратних засобів статистичної обробки сигналів. Суттєвим ускладненням при реалізації традиційного підходу може бути наявність статистичного зв'язку досліджуваних вибіркових негаусових випадкових величин, що потребує додаткових досліджень, алгоритмічної та практичної реалізації.

Вирішення проблем удосконалення математичних моделей та методів обробки випадкових процесів представлені в роботах А. Я. Білецького, В. М. Безрука, Т. К. Вінцюка, Я. П. Драгана, С.В.Заболотнього, О.І.Красильнікова, Ю. П. Кунченка, Б. Р. Левіна, Б. Г. Марченка, М. В. Мисловича, А. О. Морозова, О. Г. Наконечного, Ю. Г. Сосуліна, Л. С. Сікори, Р. Л. Стратоновича, Я. З. Ципкіна, В. Г. Репіна, В. І. Тихонова, М. І. Шлезінгера, Л. М. Щербака, Г. П. Тартаковського, В. А. Тіхонова, В. В. Шахгильдяна, І. М. Яворського та ін. Серед зарубіжних науковців, які зробили значний внесок у вирішення цієї проблеми, є Van Trees H., Widrow B., Walach E, Haykin S., Kailath T., Sayed A. H., Yousef N. R., Al-Naffouri T. Y., Nascimento V. H., Rupp M., Douglas S. C., Rao C. та ін.

Аналіз наукових досліджень останніх років засвідчив, що для розв'язання задач оцінювання невідомих параметрів сигналів на фоні негаусових завад є інший перспективний підхід, заснований професором Ю.П.Кунченко і продовжений його учнями, який базується на застосуванні чисельних характеристик для опису випадкових процесів, а саме моментних і кумулянтних функцій вищих порядків, що дозволяє з необхідним наближенням описати статистичні властивості досліджуваних негаусових процесів. Такий підхід може підвищити точність оцінювання невідомих параметрів сигналу у порівнянні з відомими результатами при заданих обмеженнях на їх складність.

Базуючись на даному підході, для розв'язання поставлених задач використовується метод максимізації поліному (метод Кунченка), який довів свою ефективність у порівнянні з відомими результатами в припущені застосування гаусових моделей досліджуваних випадкових процесів.

Разом з тим, застосування такого підходу для розв’язання задач оцінювання параметрів сигналу на фоні корельованих негаусових завад потребує проведення теоретичних досліджень і практичних розробок, які б дозволили розробити нові моделі і методи статистичної обробки сигналів для врахування кореляційних зв’язків негаусових випадкових величин.

Таким чином, представляється актуальною науково-технічна задача створення нових математичних моделей, методів і засобів математичного і комп’ютерного моделювання процесів оцінювання параметрів сигналів на фоні негаусових корельованих завад, що спостерігаються в інформаційно-вимірювальних системах, вирішення якої підвищує якісні характеристики систем статистичного оцінювання параметрів сигналів.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Напрям дисертаційної роботи відповідає планам науково-дослідних робіт Черкаського державного технологічного університету. Дисертаційна робота проводилася на кафедрі радіотехніки, телекомунікаційних і робототехнічних систем відповідно до основних наукових напрямів та найважливіших проблем фундаментальних досліджень у галузі природничих, технічних, суспільних і гуманітарних наук Національної академії наук України на 2019–2023 роки, зокрема «Розроблення математичних методів та систем моделювання об’єктів та процесів», «Дослідження математичних моделей, проблем комп’ютерної математики, оптимізації, оцінювання, ідентифікації». Дисертаційна робота виконана відповідно до планів науково-дослідної роботи на тему: «Поліноміальні моделі та методи адаптивного опрацювання негаусових статистичних даних», номер державної реєстрації 0118U004994.

Мета і завдання дослідження. Мета дисертаційної роботи полягає у створенні методів і засобів математичного і комп’ютерного моделювання алгоритмів оцінювання параметрів сигналів на фоні негаусових корельованих завад шляхом розробки нових моментно-кумулянтних математичних моделей досліджуваних процесів та методів оцінювання їх параметрів для покращення якості отримуваних оцінок за рахунок підвищення їх точності для синтезу ефективних методів і комп'ютерних засобів функціонування систем обробки даних.

Для досягнення мети дослідження необхідно розв'язати такі задачі:

- аналіз особливостей побудови і застосування моделей і методів статистичного оцінювання параметрів сигналів на фоні негаусових корельованих завад для обґрунтування застосування моментно-кумулянтного підходу до опису випадкових процесів і методів їх опрацювання з метою підвищення точності оцінювання в інформаційно-вимірювальних системах;
- розробка математичних моделей адитивної взаємодії постійного сигналу і негаусових корельованих завад різних типів і видів, заснованих на використанні одномірних і багатомірних кумулянтних функцій вищих порядків;
- розробка поліноміальних методів оцінювання параметрів сигналу на фоні негаусових корельованих завад при застосуванні модифікованого методу максимізації полінома для статистичного оцінювання невідомих параметрів;
- аналіз запропонованих моментно-кумулянтних моделей опису досліджуваних випадкових процесів та їх властивостей при реалізації поліноміальних алгоритмів оцінювання, перевірка їх ефективності;
- створення програмних засобів комп'ютерного моделювання для оцінювання параметра постійного сигналу на фоні негаусових корельованих завад та дослідження ефективності запропонованих алгоритмів.

Об'єкт дослідження – процеси оцінювання параметрів сигналів на фоні негаусових корельованих завад в інформаційно-вимірювальних системах.

Предметом дослідження є математичні моделі адитивної взаємодії постійного сигналу і негаусових стаціонарних корельованих завад різних типів і видів, що засновані на застосуванні моментно-кумулянтних функцій вищих порядків, методи і засоби моделювання процесів оцінювання параметрів постійних сигналів, що орієнтовані на створення засобів їх комп’ютерної реалізації.

Методи дослідження. Дисертаційні дослідження базуються на застосуванні апарату математичної статистики, теорії ймовірності та теорії опису випадкових процесів (для побудови і дослідження випадкових процесів та їх математичних моделей), методів математичного кореляційного аналізу і статистичного оцінювання (для побудови методів оцінювання параметрів сигналу на фоні корельованих негаусових завад при застосуванні моментно-кумулянтних функцій вищих порядків), методів побудови комп’ютерних засобів моделювання (для розробки та аналізу програмних засобів моделювання). Достовірність отриманих результатів і висновків перевірена порівнянням теоретичних положень з експериментальними даними, отриманими за допомогою комп’ютерного моделювання.

Наукова новизна одержаних результатів полягає у створенні методів математичного моделювання процесів оцінювання параметра постійного сигналу при адитивній взаємодії з негаусовими корельованими завадами на основі використання моментно-кумулянтних функцій вищих порядків, модифікованого методу максимізації полінома (методу Кунченко), що дозволяє зменшити дисперсію шуканих оцінок параметра постійного сигналу і забезпечує високу якість статистичної обробки в комп’ютеризованих технічних системах.

Вперше запропоновано:

- імовірнісні моделі адитивної взаємодії постійного сигналу і негаусових стаціонарних корельованих завад, що базуються на застосуванні одномоментних і багатомоментних кумулянтних функціях вищих порядків, що дозволило синтезувати ефективні обчислювальні алгоритми оцінювання при залежних вибірках досліджуваного процесу;
- методи синтезу поліноміальних обчислювальних алгоритмів

визначення параметра постійного сигналу на фоні асиметричних, ексцесних та асиметрично-ексцесних корельованих негаусових завад, які спостерігаються в каналах передачі даних, що дозволяє зменшити дисперсії оцінок невідомого параметра постійного сигналу у порівнянні з відомими результатами;

Удосконалено:

- застосування методу максимізації полінома для оцінювання шуканого параметра досліджуваного стаціонарного негаусового корельованого процесу, який ґрунтується на застосуванні стохастичних поліномів і моментно-кумулянтного підходу до опису характеру і кореляційних зв’язків вибіркових значень випадкових процесів, що дозволяє синтезувати нелінійні алгоритми оцінювання параметра випадкових процесів з меншими значеннями дисперсій оцінок у порівнянні з класичними результатами;

Отримало подальший розвиток:

- елементи теорії оцінювання невідомих параметрів сигналів при взаємодії з негаусовими корельованими завадами на основі одномоментного та багатомоментного представлення випадкових процесів і модифікованого методу максимізації поліному, що дозволяє забезпечити ефективні рішення прикладних задач при проектуванні і дослідженні комп’ютеризованих технічних систем.

Практичне значення одержаних результатів визначається тим, що запропоновані моментно-кумулянтні моделі негаусових корельованих випадкових процесів, методи і комп’ютерні засоби моделювання дозволяють: синтезувати обчислювальні алгоритми оцінювання невідомого параметра постійного сигналу з меншими дисперсіями шуканих оцінок у порівнянні з відомими результатами; точність оцінювання запропонованих нелінійних алгоритмів може перевищувати точність відомих обчислювальних алгоритмів в припущенні про гаусову модель досліджуваного випадкового процесу, причому рівень ефективності отриманих оцінок залежить від параметрів негаусового розподілу випадкових процесів і статистичного зв’язку вибіркових значень; запропонована комп’ютерна модель процесу оцінювання шуканого параметра сигналу на фоні корельованих негаусових завад різних типів і видів дозволяє провести аналіз характеристик оцінювання, що призводить до скорочення часу дослідження при проектуванні систем оцінювання в комп’ютеризованих та інформаційно-вимірювальних технічних системах.

Основні результати дисертаційної роботи впроваджені: ДП НВК «Фотоприлад» - при проектуванні спеціальної апаратури керування; використовуються для учбового процесу в спецкурсі «Теорія нелінійної статистичної радіотехніки», які викладаються в Черкаському державному технологічному університеті.

Особистий внесок здобувача. Наукові та практичні положення дослідження, представлені в дисертаційній роботі, отримані автором особисто або при його особистій участі та підтверджені в індивідуальних публікаціях та у співавторстві. У роботі [1] проведено аналіз задач математичного моделювання обробки випадкових процесів і обґрунтування застосування одномоментних і багатомоментних кумулянтних функцій вищих порядків для опису негаусових корельованих процесів. У роботах [2, 5, 7] запропоновані нові моделі адитивної взаємодії постійного сигналу і асиметричних негаусових корельованих завад, [3, 9, 12] – асиметрично-ексцесних негаусових корельованих завад, що ґрунтуються на застосуванні моментно-кумулянтного підходу до опису випадкових процеів, представлені нові поліноміальні методи оцінювання невідомого параметра при застосуванні модифікованого методу максимізації поліному та проведений аналіз асимптотичних властивостей оцінок. У роботі [10] представлений підхід щодо моделювання обробки негаусових процесів при застосуванні моментно-кумулянтних моделей і поліноміальних функцій. У роботі [11] проведений аналіз кореляційних функцій та особливості їх застосування при моделюванні процесів оцінювання.

Апробація результатів дисертації. Основні положення дисертаційної роботи доповідалися й обговорювалися на 8 науково-технічних міжнародних конференціях: 9-та Міжнародна наукова конференція «Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації» (Кам'янець-Подільськ, 2020); 10-та Міжнародна наукова конференція студентів та молодих вчених «Сучасні інформаційні технології - 2020» «Modern Information Technology - 2020» (м.Одеса, 2020); VII міжнародна науково-практична конференція «Обробка сигналів і негаусівських процесів», присвячена пам’яті професора Ю. П. Кунченка (Черкаси, 2019); 22-й Міжнародний молодіжний форум «Радіоелектроніка і молодь у XXI столітті», (Харків, 2018); VII Міжнародна науково-практична конференція Фізико-технічні проблеми передавання, оброблення та зберігання інформації в інфокомунікаційних системах (Чернівці, 2018); IEEE 38th International Conference on Electronics and Nanotechnology (ELNANO-2018), (Kyiv, 2018, - **Scopus**); I Міжнародна науково-практична конференція «Інформаційно-комунікаційні технології: досягнення, проблеми, іновації» (ІКТ-2018, Київ); VI міжнародна науково-практична конференція «Обробка сигналів і негаусівських процесів», присвячена пам’яті професора Ю. П. Кунченка (Черкаси, 2017).

Публікації. Основні результати дисертації опубліковані у 12 наукових роботах, у тому числі 1 монографія, 2 статті у фахових виданнях України, 1 стаття у зарубіжному періодичному наукометричному виданні (Index Copernicus), 8 публікацій у матеріалах конференцій, в тому числі у наукометричному виданні (*Scopus*).

Структура дисертації. Дисертаційна робота складається зі вступу, 4 розділів, висновків, списку використаних джерел, що містить 118 найменувань, та додатків. Загальний обсяг дисертаційної роботи становить 159 сторінок, у тому числі 130 сторінок основного тексту, ілюстрованого 13 рисунками і 6 таблицями.

РОЗДІЛ 1

АНАЛІЗ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧНОГО ОПИСУ І МЕТОДІВ ОЦІНЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ СИГНАЛІВ НА ФОНІ НЕГАУСІВСЬКИХ ЗАВАД

1.1 Аналіз задач математичного моделювання обробки випадкових процесів

Оцінювання параметрів сигналів, що приймаються на фоні завад, є важливою статистичною задачею для багатьох технічних систем. Для її вирішення успішно застосовуються відомі методи оцінювання, в тому числі метод максимальної правдоподібності, метод моментів і ін. [1-4]. Не дивлячись на те, що в загальному випадку застосування цих методів не обмежує використання довільної щільності розподілу випадкових процесів, широкого поширення набули гаусові щільності розподілу. Це пояснюється, в загальному випадку, не тільки процесами нормалізації, але і зручністю використання математичного апарату для отримання кінцевих результатів. Такий підхід не дозволяє адекватно описати реальні випадкові процеси, які відрізняються від гаусових, що призводить до втрати якості отриманих оцінок досліджуваних випадкових процесів.

Складність математичного представлення великої кількості реальних явищ, що являють собою випадкові процеси різної фізичної природи, пов’язана з їх негаусовим характером [1–4]. Проходження сигналів через неоднорідні середовища, багатопроменеве поширення, різні дестабілізуючі фактори сприяють виникненню випадкових процесів, які характеризуються негаусовими щільностями розподілів [5-7].

Випадкові процеси, які описують завади в каналах зв’язку, процеси передачі дискретних даних по каналах короткохвильового діапазону, процеси, які описують відбиті від рухомих цілей сигнали, флуктуації параметрів каналів зв’язку є негаусовими випадковими процесами.

Побудова високошвидкісних систем передачі дискретних повідомлень, що використовують стохастичні канали зв'язку, є досить актуальною задачею з огляду на те, що кількість переданої каналами зв'язку інформації безперервно збільшується. Ця обставина диктує необхідність використання для цього не тільки спеціально виділених каналів, але й каналів погіршеної якості (з комутацією), а також радіоканалів різного виду [5–7]. При цьому виникає багато проблем, пов'язаних із урахуванням різного роду адитивних завад. Наприклад, при використанні каналів зв'язку короткохвильового діапазону особливо характерна ситуація наявності в них зосереджених по спектру завад, які є негаусовими випадковими процесами [8–11]. Наявність цих завад обумовлена, наприклад, великою кількістю радіозасобів, які одночасно працюють у каналі на близьких частотах.

Крім того, досить часто доводиться мати справу з обробкою процесів, статистичні характеристики яких мають негаусову щільність розподілу ймовірностей і ненульову автокореляційну функцію. Такі процеси називаються корельованими випадковими процесами [12, 13]. Це такі випадкові процеси, в яких існують статистичні залежності між відліками, узятими в різні моменти часу. Подібні процеси, наприклад, описують радіосигнали, що являють собою коливання, форма яких тією чи іншою мірою наближається до детермінованого коливання. Зазначені процеси характерні для радіосигналів, які надходять на вхід радіоприймального пристрою (РпрП) у вигляді активної синусоїдальної завади від сторонньої випромінюючої станції (в системах радіозв'язку) або у вигляді відбиття від підстильної поверхні (в когерентно-імпульсних радіолокаційних станціях). Зазначені види радіосигналів, як правило, є заважаючими і тому називаються корельованими завадами [8, 14].

Такі негаусові завади, як атмосферні, модульовані і хаотичні імпульсні завади, деякі види пасивних завад, зокрема – від земної та морської поверхні, імпульсні і зосереджені завади в каналах зв'язку, характеризуються більш складними зв’язками, ніж кореляційні [13–16].

Іншими видами корельованих процесів є процеси, що описують відбиті від рухомих цілей сигнали. При цьому характер випадкового процесу може і не змінюватися, але його кореляційні функції відрізняються від кореляційних функцій процесів, що описують завади [15, 16].

Корельовані процеси можуть спостерігатися в сучасних системах цифрової обробки, які працюють з великим масивом дискретних відліків випадкового процесу – з випадковою послідовністю або вибіркою [17–19]. При цьому період дискретизації може не перевищувати максимальний інтервал кореляції досліджуваного випадкового процесу.

Необхідність розробки нових систем виявлення, вимірювання, оцінювання параметрів випадкових даних або їх модернізації пов'язана з безперервно зростаючим потоком інформації, що передається, приймається й обробляється, складністю просторової конфігурації, інтеграцією радіосистем, що розв’язують різні задачі при безупинно зростаючій інтенсивності використання частотного діапазону, проблемою електромагнітної сумісності та радіопротидії. Розв’язання цих задач потребує урахування всіх характеристик як каналів передачі, так і параметрів процесів, що проходять через канали передачі, зокрема, їх просторових і амплітудних розподілів, статистичних характеристик, використання додаткових незадіяних можливостей підвищення ефективності, завадостійкості та якості функціонування технічних систем.

Урахування в алгоритмах обробки більшої кількості статистичних ознак про об’єкт дослідження сприяє отриманню достовірнішої інформації, що, в свою чергу, викликає більший інтерес до негаусових процесів. Така ознака стохастичного процесу, як статистичний зв'язок, визначає деякі закономірності перебігу процесу в часі. Але в більшості класичних методів оцінювання оперують статистичними даними за умови відсутності статистичних зв’язків між ними [20, 21].

Шляхи вирішення проблем подолання апріорної невизначеності про об’єкти дослідження і побудови їх математичних моделей та методів обробки випадкових процесів окреслені в роботах А. Я. Білецького, В. М. Безрука, Т. К. Вінцюка, Я. П. Драгана, С.В.Заболотнього, О.І.Красильнікова, Ю. П. Кунченка, Б. Р. Левіна, Б. Г. Марченка, М. В. Мисловича, А. О. Морозова, О. Г. Наконечного, Ю. Г. Сосуліна, Л. С. Сікори, Р. Л. Стратоновича, Я. З. Ципкіна, В. Г. Репіна, В. І. Тихонова, М. І. Шлезінгера, Л. М. Щербака, Г. П. Тартаковського, В. А. Тіхонова, В. В. Шахгильдяна, І. М. Яворського та ін. Серед зарубіжних науковців, які зробили значний внесок у вирішення цієї проблеми, є Van Trees H., Widrow B., Walach E, Haykin S., Kailath T., Sayed A. H., Yousef N. R., Al-Naffouri T. Y., Nascimento V. H., Rupp M., Douglas S. C., Meng T. H.-Y., Rao C. та ін.

Запропонований Ю. Г. Сосуліним оціночно-кореляційно-компенсаційний (ОКК) метод [22] дає можливість синтезувати системи обробки процесів, що характеризуються структурною інваріантністю, яка зберігається при досить загальних моделях реальних випадкових явищ. Зазначена особливість ОКК підходу дає можливість охопити широкий спектр задач обробки процесів. Значний внесок у дослідження негаусових процесів на основі моментних і кумулянтних функцій, які визначають спектри вищих порядків, зробили Ю. П. Кунченко, А. М. Ширяєв, В. П. Леонов, Д. Брилллінджер, М. Розенблатт, А. Н. Колмогоров, А. М. Малахов, І. Г. Журбенко та ін.

Основні способи обробки випадкових процесів залежать від статистичного опису випадкових даних і базуються на:

1) використанні ймовірнісних методів оптимального оцінювання, де в якості статистичної інформації про досліджуваний об’єкт використовують щільності розподілу ймовірності ЩР (метод максимальної правдоподібності) [1-3, 22–28];

2) використанні непараметричних статистичних методів оцінювання, де в якості статистичної інформації про досліджуваний об’єкт використовують усереднені характеристики (метод моментів, метод найменших квадратів,

метод максимізації полінома), які відображають основні властивості випадкових процесів [12, 28–36].

Перший підхід оперує сукупністю законів розподілу, що вважається повною характеристикою випадкового процесу. При цьому в класичній теорії оцінювання можлива заміна невідомої функції щільності розподілу вихідного випадкового процесу щільністю ймовірності нормального закону розподілу [1]. Гаусові моделі процесів для багатьох ситуацій, що виникають в радіотехніці, радіолокації, гідроакустиці й ін., є зручною математичною ідеалізацією реальних явищ. Але в той же час питання про вплив такої заміни на якість оцінок невідомих параметрів залишається відкритим і спірним.

Існує багато робіт, присвячених оцінюванню параметрів негаусових процесів за усередненими характеристиками [35–40].

Останнім часом інтерес багатьох дослідників пов'язаний з синтезом оптимального оцінювання, що часто зводиться до використання адаптивної фільтрації, застосування якої обумовлено, по-перше, обмеженою апріорною інформацією про статистичні характеристики сигналів, що не дозволяє застосовувати класичні алгоритми оцінювання, і, по-друге, нестаціонарністю сигналів і завад.

Задачі оцінювання параметрів корельованих процесів ще більше ускладнюють можливість застосування ймовірнісних підходів статистичної обробки, що вимагає розвитку теорії нелінійної обробки таких процесів з використанням усереднених характеристик. Використання усереднених характеристик дає змогу розширити простір статистичних ознак негаусових випадкових процесів, що зменшує помилки оцінювання параметрів шляхом введення адекватної обробки сигналів без збільшення складності алгоритму. Такими характеристиками можуть бути, наприклад, моментні і кумулянтні функції випадкового процесу (кореляційні функції, асиметрія, ексцес, дисперсія та ін.) [41–47]. Моментно-кумулянтне представлення випадкових процесів є найбільш конструктивним у цій сфері і дає можливість розв’язувати багато задач – як підвищення точності оцінювання параметрів негаусових процесів, так і компенсації завад із метою підвищення завадостійкості та якості функціонування технічних систем.

Тому розробка математичних моделей негаусових процесів, а також методів виявлення сигналів і оцінювання їх параметрів, що базуються на цих описах, є актуальною і важливою науково-технічною задачею. Дослідженню цих питань присвячені як наукові видання [48-53], так і численні статті [54-58].

Розглянемо декілька практичних прикладів технічних систем, де проводиться обробка статистичних даних і зустрічаються проблеми з оцінюванням параметрів корельованих випадкових процесів.

1.2. Аналіз задач оцінювання параметрів сигналів на фоні завад

Обробка сигналів з невідомими параметрами

Статистична обробка сигналів займає одну із важливих позицій при побудові сучасних систем зв'язку, моніторингу та контролю з використанням сигналів самої різної природи. Одна із поширених задач в радіолокації є зондування простору з метою виявлення об’єктів. В цьому випадку [59-61 та ін.] в якості корисного сигналу використовується прямокутний відео- або радіоімпульс, який після детекторної обробки представляється напругою постійного значення. Одним із різновидів цієї моделі сигналів може бути клас сигналів, які представляють собою випадкові структури із різними видами модуляції, при обробці яких необхідно враховувати кореляційні властивості. До таких сигналів можна віднести інформаційні сигнали з шумовою несучою [62], сигнали, які спотворені модулюючою завадою [63, 64] та ін. Для обробки таких сигналів широкого застосування набули статистичні методи обробки, зокрема статистичні методи оцінювання їх невідомих параметрів.

На рис.1.1 представлена загальна структура системи вимірювання (статистичного оцінювання) параметрів сигналів, яка базується на моніторингу даних з відповідних датчиків (Sensor) і подальшою обробкою спеціалізованими сигнальними процесорами (Signal Processor) [65]. Саме від ефективності моделей і алгоритмів обробки даних і буде залежати якість отриманих результатів вимірювання.

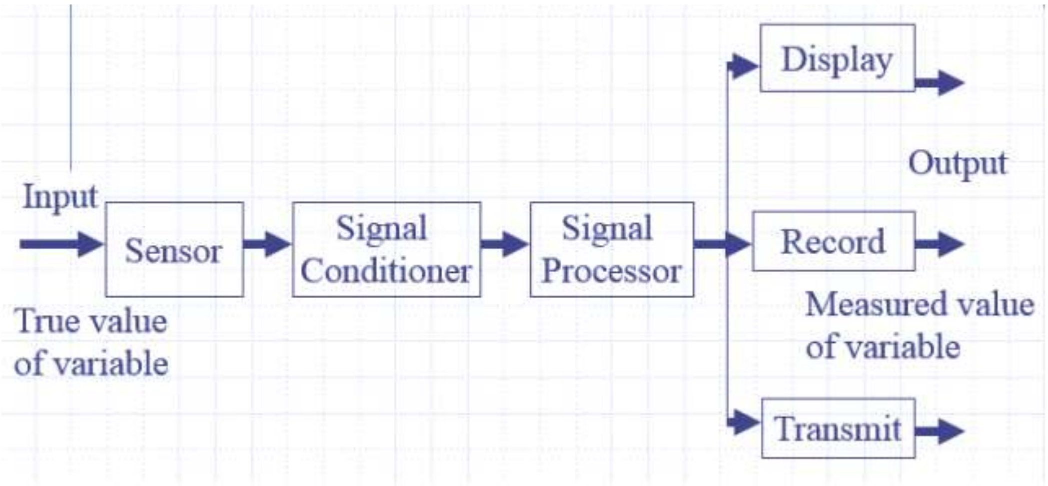


Рисунок 1.1 – Структура системи вимірювання (статистичного оцінювання) параметрів сигналів при застосуванні сигнальних процесорів

Наприклад, в роботі [66] показано рішення задач для вимірювання параметрів сигналів, які приймаються на фоні шумів. Для такої обробки використовується цифровий сигнальний процесор ARM9 LPC3250 (рис.1.2), функціонування якого базується на відомих законах розподілу випадкових процесів, які опрацьовуються.

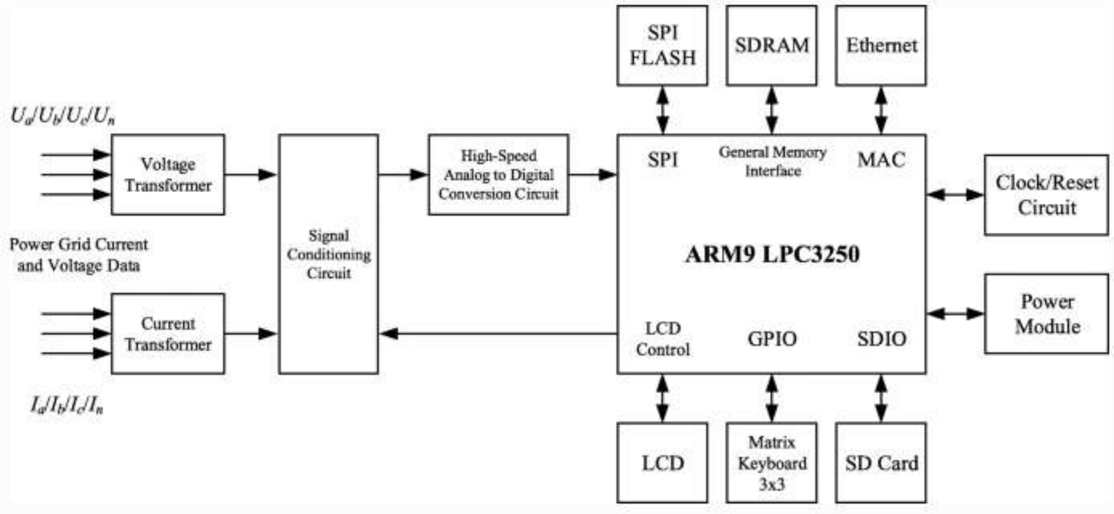


Рисунок 1.2 – Система вимірювання параметрів сигналів на базі цифрового процесора.

В більшості існуючих систем обробки випадкових процесів використовують добре відомий метод максимальної правдоподібності, який в основному використовують для гаусівських моделей випадкових процесів. Для негаусівських випадкових процесів, як правило, багатомоментна функція розподілу невідома. Тому використання даного підходу може призводити до неоптимальних оцінок.

Необхідно зазначити, що при цифровій обробці сигналів використовується його дискретизація, яка при малих інтервалах часу між вибірками може призводити до появи кореляційних зв’язків, що в цілому призведе до зменшення точності обробки і потребує застосування вже інших моделей представлення випадкових процесів. Звідси постає актуальним питання пошуку оптимальних методів обробки випадкових процесів (оцінювання) при наявності ненульової автокореляційної функції.

При реалізації самих різних технічних систем телекомунікації, радіолокації, моніторингу параметрів середовища тощо (рис.1.3) виникають задачі, які пов’язані з визначенням різноманітних параметрів сигналів, що потребує застосування ефективних алгоритмів та методів статистичного оцінювання для їх якісного функціонування в складному завадовому середовищі [67].

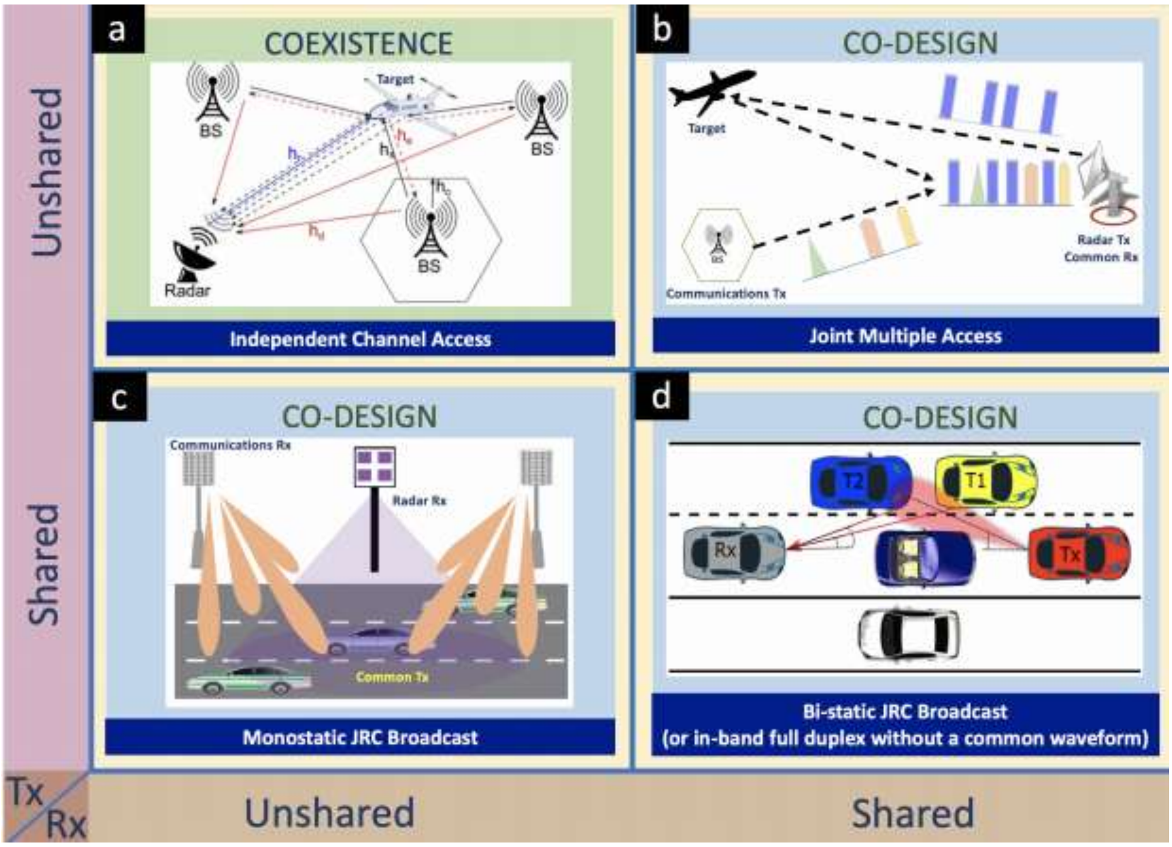


Рисунок 1.3 – Приклади технічних систем з різноманітною взаємодією радіолокаційних і комунікаційних компонентів.

Системи вимірювання тиску за допомогою спеціалізованих давачів

При функціонуванні багатьох вимірювальних систем використовують різноманітні давачі, які здатні перетворювати температуру, тиск, вагу та ін. в електричні величини для подальшої їх передачі та обробки [68]. Одними із таких перетворювачів є п'єзоелектричні перетворювачі, які здатні перетворювати механічні величини в електричні і навпаки. При застосуванні п'єзоелектричних перетворювачів утворюється напруга U, яка буде функцією від корисного параметра P:

$$U = f(P).$$

При виконанні операції вимірювання напруги U_P і розв’язанні зворотної задачі заходять шуканий параметр $P = F(U_P)$, який впливає на перетворювач. Відмітимо, що у різноманітних давачах залежність вихідної напруги від зовнішнього впливу може мати лінійний і нелінійний характер.

В [68] наведені графіки вихідних напруг різноманітних п’єзоелементів, отримані для різних умовах (рис.1.4.).

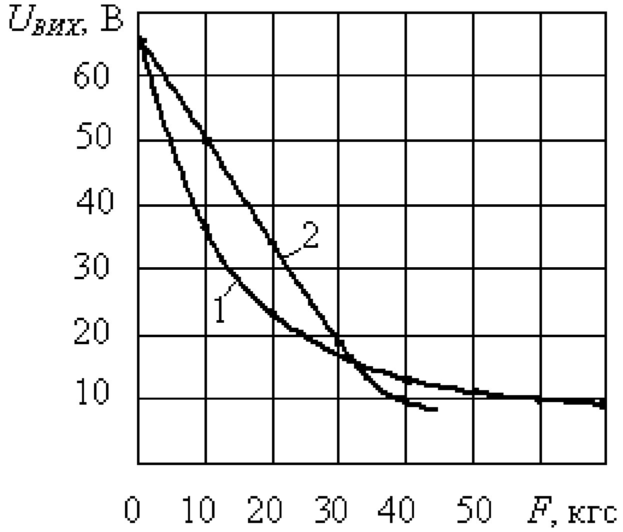


Рисунок 1.4. Залежність вихідної напруги від прикладеного тиску.

З представлених графіків видно, що напругу на виході давача можна представити за допомогою лінійної функції від тиску:

$$U(P) = \kappa_0 + \kappa_1 P,$$

де κ_0 і κ_1 відомі константи,

а в інших випадках можна описати за допомогою квадратичних функцій

$$U(P) = \kappa_0 + \kappa_1 P + \kappa_2 P^2,$$

або за допомогою більш складних нелінійних функцій.

При вимірюванні напруги U_P, значення корисного параметра P для першого випадку буде знаходитися з рівняння:

$$U_P = \kappa_0 + \kappa_1 P,$$

де шуканий параметр буде мати вид

$$P = \frac{U_P - \kappa_0}{\kappa_1}.$$

Для квадратичної функції представлення шукане значення корисного параметра P знаходиться з рішення відповідного квадратного рівняння.

При рішенні наведеної задачі виникають питання, пов’язані із зашумленням шуканих коефіцієнтів, що потребує застосування статистичних методів обробки. Задача суттєво ускладнюється при впливі негаусових корельованих процесів у випадку застосування давачів для обробки різноманітних сигналів в спеціалізованих системах.

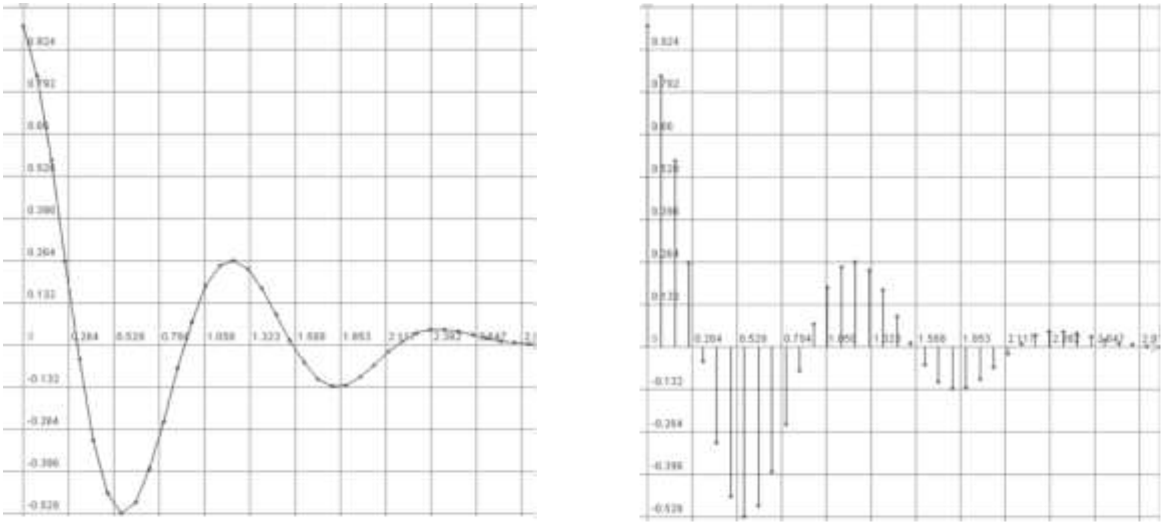
1.3 Випадкові процеси та їх опис

Випадковою величиною (ВВ) називається величина, яка змінює свої значення непередбачувано від досліду до досліду і її подальші значення можна спрогнозувати на основі попередніх значень лише з певною ймовірністю. ВВ поділяють на неперервні, які можуть набувати безмежної множини значень, що неперервно змінюються, та дискретні, які можуть набувати скінченної множини значень. Зазвичай для дискретної ВВ задано ймовірність її реалізації, а для неперервної ВВ існує щільність або щільність ймовірностей. Вважається, що ВВ описана повністю, якщо встановлено закон її розподілу.

Задачі, в яких спостерігається випадкова величина, можна поділити на дві групи. Перші задачі стосуються вимірювання майже сталих величин, які замасковані випадковим шумом і їх послідовні у часі значення на фоні регулярної складової змінюються у часі хаотично відносно певного значення. В цьому випадку аргументом є час (часова залежність значень сигналу, на який впливає випадковий шум). Інша група задач стосується вимірювання величин, які самі по собі є випадковими (наприклад, параметри деталі в партії, параметри випадкової завади) і аргументом є номер елемента такої величини.

В технічних системах джерелом інформації про вимірювану фізичну величину є електричний сигнал $x(t,\Theta)$, де Θ – вектор невідомих параметрів, що підлягають визначенню. Сигналом або процесом вважається довільна функція часу. При фіксованому моменті часу $t=t_i$. $i=0,1,2$ ..., отримується миттєве значення процесу або випадкової величини.

Випадковими називаються процеси, чисельні значення яких неможливо визначити (обчислити) для будь-якого заданого моменту часу. Окреме спостереження випадкового процесу називається його реалізацією (вибіркою). На рисунку 1.5 (а) наведена неперервна реалізація імпульсного сигналу, а на рисунку 1.5 (б) наведена реалізація часового ряду імпульсного сигналу.



а) б)

Рисунок 1.5 – Реалізація імпульсного сигналу.

Сукупність миттєвих значень, що відповідають значенням різних реалізацій в один і той же момент часу t_i, називають i-ю послідовністю процесу $X(t)$. Звідси випливає, що як аргументи випадкового процесу виступають час і номер реалізації [11]. Хоча між цими координатами є принципова відмінність, яка полягає в тому, що час може бути як безперервним, так і дискретним, а номер реалізації приймає тільки цілочисельні значення, в теоретично-ймовірнісному плані вони рівноправні.

Отже, можливі два підходи до вивчення властивостей випадкових процесів: перший, що ґрунтується на аналізі безлічі реалізацій, і другий, який оперує безліччю послідовностей.

Випадковий сигнал, що підлягає аналого-цифровому перетворенню, являє собою часову послідовність (часовий ряд), члени якої відстоять один від одного на величину інтервалу дискретизації. Сучасні системи обробки сигналів в основному є цифровими і для них необхідне дискретне представлення значень досліджуваної величини.

Виділяють найважливіші класи процесів, які трапляються на практиці при розв'язанні найрізноманітніших задач [1-4]:

1. детерміновані процеси;
2. випадкові процеси $X(t)$;
3. детерміновані послідовності з регулярними інтервалами часу між відліками *T=const*;
4. випадкові послідовності з регулярними інтервалами часу між відліками;
5. детерміновані послідовності з випадковими інтервалами часу між відліками *T=random*;
6. випадкові послідовності з випадковими інтервалами часу між відліками.

Кожен з перерахованих класів має свій характерний опис – математичну модель, параметри якої підлягають визначенню як за допомогою теоретичних, так і експериментальних методів дослідження.

Різні комбінації цих процесів дають можливість побудувати більш складні моделі процесів, які використовуються як при дослідженнях з метою визначення їх характеристик, так і при моделюванні процесів із заданими властивостями, які використовуються при імітаційному моделюванні засобів вимірювання і обробки з метою визначення їх метрологічних характеристик.

Основою для опису випадкових процесів і потоків подій є математичний опис випадкових величин.

Для опису випадкових величин в практичних додатках найбільш часто застосовуються [1-4]:

- закони розподілу випадкових величин;
- характеристичні функції;
- числові характеристики законів розподілу.

Ці характеристики мають різний ступінь повноти опису.

На відміну від гаусових, негаусові процеси статистично описуються по-різному. Залежно від статистичного опису досліджуваного об’єкта використовуються відповідні методи і алгоритми обробки процесів. В теорії статистичного опрацювання використовуються такі основні способи опису негаусових корельованих процесів:

- класичний опис за допомогою багатомірної (багатомоментної) щільності розподілу (ЩР) ймовірностей, що відрізняється від гаусового розподілу. При цьому найбільш поширеними є щільності розподілу, запропоновані Д. Мідлтоном [22], М. Накагамі [69] та іншими;

- використання характеристичних функцій для опису випадкових процесів;

- використання марковських моделей процесів [70], для яких нескладно знайти багатомірну щільність розподілу;

- використання полігаусових моделей (Gaussian mixture) [71].

Принципово новий підхід опрацювання випадкових процесів базується на використанні не ЩР, а усереднених характеристик у вигляді моментних чи кумулянтних функцій [35, 36, 42, 72].

Також можливе представлення випадкових процесів за допомогою їх частотних характеристик (спектрів) і характеристик взаємозв’язку (кореляційних функцій) [73–75].

Законом розподілу називається функціональна залежність, що встановлює зв'язок між можливим значенням випадкової величини і ймовірністю появи цього значення.

Закони розподілу записуються у вигляді:

- функції розподілу ймовірності – $F_x(x) = P(X < x)$;

- щільності розподілу ймовірності – $W_x(x) = \frac{dF_x(x)}{dx}$.

Аналітичні вирази законів розподілу ймовірності, що найбільш часто трапляються, наведені в наступному пункті та додатках.

Закони розподілу, як і характеристичні функції, дають вичерпний опис випадкової величини. Однак для їх експериментального визначення потрібен великий обсяг даних і, отже, великі обчислювальні ресурси.

У більшості ж практичних випадків для опису випадкових величин застосовують наближені методи, що ґрунтуються на знанні числових характеристик.

До числових характеристик відносяться: початкові і центральні моменти k-го порядку, моментні функції вищих порядків, мода, медіана, коефіцієнти варіації і форми, кореляційні функції, спектральні функції, узагальнені кореляційно-спектральні характеристики.

Використання числових характеристик дозволяє розширити простір статистичних ознак негаусових випадкових процесів, що зменшує помилки оцінювання параметрів шляхом введення адекватної обробки даних без збільшення складності алгоритму. Найпоширенішими числовими характеристиками можуть бути, наприклад, моментні і кумулянтні функції випадкового процесу (кореляційні функції, асиметрія, ексцес, дисперсія та ін.) [35, 36, 42, 72]. Моментно-кумулянтна обробка видається найбільш конструктивною в цій області і дає можливість вирішувати багато задач: як підвищення точності оцінювання параметрів негаусових процесів, так і компенсації завад із метою підвищення завадостійкості та якості функціонування технічних систем.

1.4 Ймовірнісний опис негаусових випадкових величин та процесів

Відомо, що вичерпним статистичним описом випадкових процесів є застосування функцій і щільностей розподілу, які, в свою чергу, можуть поділятися на неперервні і дискретні) [76].

Моделі одновимірних розподілів випадкових процесів дають представлення про такі числові характеристики, як математичне сподівання, дисперсію, стандартне відхилення, початкові моменти досліджуваного випадкого процесу. Функція розподілу $F_1(x,t)$ і щільність розподілу ймовірностей $W(x,t)$ випадкового процесу однозначно описують значення випадкової функції $X(t)$ у заданий момент часу t. Ці функції є найпростішими характеристиками випадкового процесу, оскільки вони дають уявлення про процес лише в окремі фіксовані моменти часу.

Серед типових і найбільш поширених законів розподілу випадкових величин відмічають наступні.

Рівномірний закон розподілу, яким описують помилки квантування за рівнем при аналогово-цифровому перетворенні, випадкову фазу вузькосмугового шуму.

Закон розподілу Релея використовується для опису випадкової огинаючої вузькосмугового випадкового процесу (шуму), законів надійності, деяких радіотехнічних сигналів. Цей закон розподілу апроксимує амплітудні значення шумових коливань (перешкод) в радіоприймачі, значення амплітуди випадкового сигналу, що завмирає, у каналах зв'язку.

Закон розподілу Релея-Райса використовується для опису випадкової огинаючої суми сигналу і вузькосмугового шуму.

Експоненційний закон розподілу використовується в теорії масового обслуговування і теорії надійності для моделювання часу безвідмовної роботи системи.

Логарифмічно нормальний закон розподілу використовується у випадку, коли випадкові величини діють мультиплікативно.

В таблиці А.1 подані деякі найпоширеніші одновимірні закони розподілу ймовірностей неперервних випадкових процесів [76]. В таблиці А.2 подані деякі найпоширеніші одновимірні закони розподілу ймовірностей дискретних випадкових процесів.

Повніше властивості випадкового процесу можна описати не тільки щільністю розподілу ймовірності і функцією розподілу ймовірності, але й за допомогою характеристичної функції (табл.А.3):

$$\mathrm{f}_{\xi}\left(u/\vec{\vartheta}\right)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\mathrm{p}_{\xi}\left(x/\vec{\vartheta}\right)e^{jux}\mathrm{d}\,x.$$

Часто використовують саме ту форму (модель) випадкового процесу, яка є зручнішою для використовуваного алгоритму обробки.

Досить часто для негаусових випадкових процесів використовують неповний статистичний опис, що пов’язано зі складністю пошуку аналітичного виразу закону розподілу процесу. Поширеними характеристиками негаусових випадкових процесів, які відображають їх основні властивості, є моментні і кумулянтні функції.

1.5. Функції розподілу ймовірностей вищих порядків

Застосування одномірних щільностей законів розподілу не дає інформації про статистичні зв’язки випадкового процесу. Альтернативним вирішенням даної задачі є застосування двомірних функцій розподілу ймовірностей випадкового процесу [77], що дає можливість описати взаємозв’язок випадкових величин при двох довільних моментах часу t_1 та t_2:

$$F_2(x_1,t_1;x_2,t_2)=P\{X(t_1)<x_1;(X(t_2)<x_2\}\approx\frac{n(x_1,t_1;x_2,t_2)}{N},$$

та знаходиться двомірна щільність розподілу при реалізації диференціювання функції розподілу по змінних x_1 та x_2:

$$W_2(x_1,t_1;x_2,t_2)=\frac{\partial^2 F_2(x_1,t_1;x_2,t_2)}{\partial x_1 \partial x_2}.$$

По аналогії, можна визначити n-мірну функцію розподілу ймовірностей випадкового процесу:

$$F_n(x_1,t_1;x_2,t_2;...;x_n,t_n) = P\{X(t_1) < x_1;(X(t_2) < x_2;...;(X(t_n) < x_n\}$$

та зробити перехід до n-мірної щільності розподілу ймовірностей:

$$W_n(x_1,t_1;x_2,t_2;...;x_n,t_n) = \frac{\partial^2 F_n(x_1,t_1;x_2,t_2;...;x_n,t_n)}{\partial x_1 \partial x_2 ... \partial x_n}.$$

Відмічається, що при великих значень n вираз $W_n(x_1,t_1;x_2,t_2;...;x_n,t_n)$ є складним, що ускладнює його практичне застосування. Але на практиці існують деякі процеси, які можливо описати в такий спосіб – це марковські випадкові процеси та білий шум.

Так як для білого шуму у різні моменти часу миттєві значення є незалежними, то n-мірну щільність розподілу можна визначити як добутом n одномірних щільностей:

$$W_n(x_1,t_1;x_2,t_2;...;x_n,t_n) = W_1(x_1,t_1)...W_1(x_n,t_n) = \prod_{i=1}^{n} W_1(x_i,t_i).$$

Для Марковських випадкових процесі характерна така особливість, що умовна щільність розподілу ймовірностей у момент t_n не залежить від попередніх подій, а залежить від значення процесу в попередній момент часу:

$$W_y[(x_n,t_n)/x_{n-1},t_{n-1})] = \frac{W_2(x_{n-1},t_{n-1};x_n,t_n)}{W_1(x_{n-1},t_{n-1})},$$

де $W_y[(x_n,t_n)/x_{n-1},t_{n-1})]$ – умовна щільність розподілу ймовірностей значень процесу в момент часу t_n в залежності від розподілу в момент часу t_{n-1};

$W_2(x_{n-1},t_{n-1};x_n,t_n)$ – безумовна двомірна щільність розподілу ймовірностей значень процесу в моменти часу t_n і t_{n-1};

$W_1(x_{n-1},t_{n-1})$ – безумовна одновимірна щільність розподілу ймовірностей значень процесу в момент часу t_{n-1}.

Для інших видів (двомірна, тривимірна і т.д.) щільностей розподілу ймовірностей марковського випадкового процесу можна записати:

$$W_2(x_1,t_1;x_2,t_2)=W_1(x_1,t_1)\cdot W_y[(x_2,t_2)/x_1,t_1)];$$

$$\begin{aligned}&W_3(x_1,t_1;x_2,t_2;x_3,t_3)=W_2(x_1,t_1;x_2,t_2)\cdot W_y[(x_3,t_3)/x_2,t_2)]=\\&=W_1(x_1,t_1)\cdot W_y[(x_2,t_2)/x_1,t_1)]\cdot W_y[(x_3,t_3)/x_2,t_2)];\end{aligned}$$

$$W_n(x_1,t_1;...;x_n,t_n)=W_1(x_1,t_1)\cdot W_y(x_2,t_2)/x_1,t_1)\cdot ...W_y(x_n,t_n)/x_{n-1},t_{n-1}).$$

Таким чином можна зробити висновок, що n-мірна щільність розподілу ймовірностей значень випадкового марковського процесу може бути описана за допомогою щільностей розподілу ймовірностей, не вищих другого порядку.

Наведемо деякий статистичний опис і характеристики випадкового корельованого процесу.

Кореляційні функції випадкових процесів

Статистичний зв'язок між різними елементами вибірки називають кореляцією. Кореляція між результатами послідовності називається автокореляцією, а між результатами двох окремих послідовностей – взаємна кореляція.

Типові моделі нормованих кореляційних функцій, що знайшли своє застосування в різноманітних додатках, наведені в таблиці Б.1 [78], де можна виділити монотонні і коливні кореляційні функції.

За відомою або обчисленою кореляційною функцією можна визначити такі кореляційні характеристики, як показник коливальності, інтервали кореляції, кореляційні моменти (див. додаток Б).

Наведемо деякі приклади автокореляційних функцій процесів, які зустрічаються в різноманітних додатках.

Для кореляційної функції періодичного стаціонарного процесу можна записати аналітичний вираз:

$$R_{xx}(\tau)=\sigma^2\frac{1}{2}\sum_{R=1}^{n}A_R^2\cos\omega_R\tau\,,$$

де A, ω, τ – амплітуда, частота та час кореляції гармонійного сигналу відповідно, σ^2 – дисперсія випадкового процесу.

Графічний вираз цієї функції зображений на рисунку 1.6 а).

Сигнал на виході низькочастотного RC-фільтра також має кореляційну залежність, яка опишеться виразом:

$$R_{xx}(\tau)=\sigma^2 e^{-A|\tau|},$$

а час кореляції буде визначений як:

$$\tau_{кор}=\frac{1}{A}.$$

При застосуванні коливних контурів вихідний сигнал має наступну автокореляційну функцію:

$$R_{xx}(\tau)=e^{-A|\tau|}\cos\omega\tau\,.$$

На рисунку 1.6 наведені деякі кореляційні функції випадкових процесів, які найбільш поширені в різноманітних додатках [78].

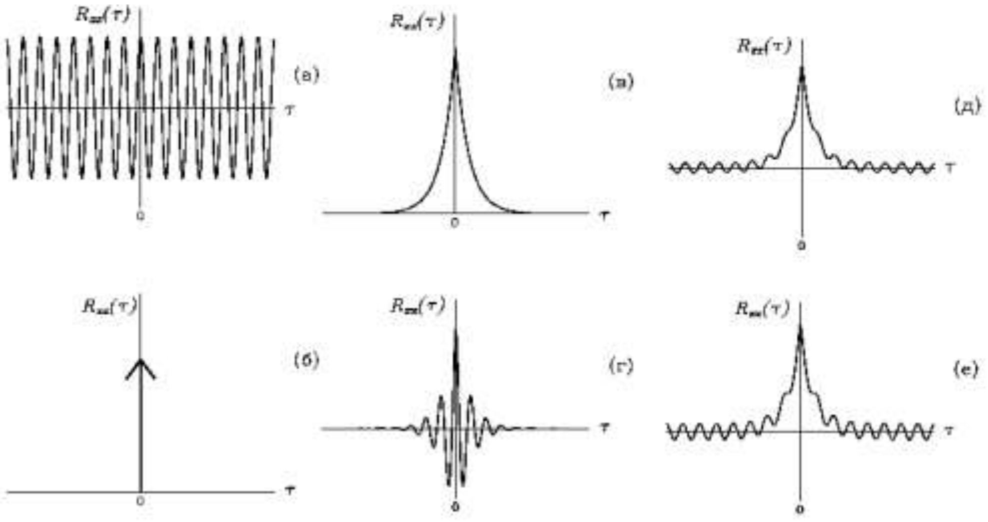


Рисунок 1.6 – Кореляційні функції гармонійного сигналу з випадковою початковою фазою (а), білого шуму (б), кольорового шуму (в), вузькосмугового шуму (г), суми гармонійного сигналу з випадковою початковою фазою і кольорового шуму (д), суми гармонійного сигналу з випадковою початковою фазою і вузькосмугового шуму (е).

Як зазначалося, гаусова модель процесу не охоплює всього різноманіття реально існуючих явищ. Існують процеси, ЩР яких відмінна від гаусового розподілу. Тому як загальну математичну модель випадкового процесу, що адекватно описує реальні процеси, доцільно розглядати саме негаусову.

Як правило на вході інформаційно-вимірювальних пристроїв використовують дискретизацію сигналів з кроком дискретизації τ. При спостережені випадкового процесу $\xi(t)$ з ненульовими кореляційними функціями можна вважати, що значення $\{\xi(t_1),\xi(t_2),..,\xi(t_n)\}$ в певні моменти часу $t_1,t_2,..,t_n$ є послідовністю n випадкових величин. Тому значення $\{\xi(t_1),\xi(t_2),..,\xi(t_n)\}$ в різних реалізаціях будуть різними.

Нехай на вхід вимірювального пристрою поступає випадковий процес ξ, з якого утворюється вибірка $\vec{x}=\{x_1,x_2,...,x_n\}$. Цей процес буде однозначно характеризуватися багатомірною ЩР $W_n(\xi_1...\xi_n,t_1,t_2,..,t_n)$. Тоді, нескінченна послідовність ЩР:

$$W(\xi,t),W_2(\xi_1,\xi_2,t_1,t_2),..,W_n(\xi_1...\xi_n,t_1,t_2,...,t_n),....,$$

дає повний опис про випадковий процес $\xi(t)$.

Якщо багатомірну ЩР записати як добуток одномірних ЩР:

$$W_n(\xi_1...\xi_n,t_1,t_2,..,t_n)=\sum_{k=1}^{n}W_1(\xi_\kappa,t_\kappa),$$

то процес повністю описується одномірною ЩР $W(\xi,t)$ в тому випадку, якщо статистичні зв'язки між значеннями процесу в моменти часу $t_1,t_2,..,t_n$. відсутні.

Якщо крок дискретизації τ буде меншим інтервалу кореляції $\tau_0=\int_0^\infty R_{v,k}(\tau)d\tau$, то це дає підстави говорити про існування статистичного зв'язку між значеннями $\{\xi(t_1),\xi(t_2),..,\xi(t_n)\}$:

$$W_n(\xi_1...\xi_n,t_1,t_2,...,t_n)\neq\sum_{k=1}^{n}W_1(\xi_\kappa,t_\kappa).$$

Застосування багатомірних ЩР є проблематичним, що пов'язане з отриманням аналітичних виразів. У цьому випадку часто оперують двомірними розподілами процесів. Наприклад, в [79] представлена задача асимптотично оптимального виявляча сигналів на фоні негаусових завад. Цей клас розподілів може описувати негаусові радіозавади, які є вузькосмуговими завадами.

Для спрощення опису негаусових процесів, зокрема, використовують марковські моделі. Для цього необхідно задати лише двомірний розподіл, що спрощує задачу. Похибки представлення такої моделі можна знизити при використанні узагальнених марковських процесів, для яких треба знати ЩР більшої розмірності. У зв'язку з цим ведеться пошук інших моделей та методів обробки негаусових процесів, що базуються на них і які дозволяють повніше і ефективніше використовувати негаусові характеристики випадкових процесів.

Часто для опису реальних негаусових сигналів і завад використовують ймовірнісні суміші стандартних розподілів - рандомізовані розподіли, полігаусові моделі [71]. Негаусовий процес вважають полігаусовим процесом, якщо функції ЩР представити сумішами гаусових.

Необхідно відмітити, що головним недоліком представлених ймовірнісних методів обробки випадкових процесів є необхідність знання про параметри і види розподілів. Тому при розв'язанні ряду задач обробки негаусових процесів доцільно надавати перевагу моделям, які не залежать від виду розподілів.

Нескінченна послідовність щільностей розподілу

$$W_1(x_1,t_1),W_2(x_1,t_1;x_2,t_2),...W_n(x_1,t_1;x_2,t_2;...,x_n,t_n),...$$

дає вичерпну інформацію про випадковий процес $\xi(t)$.

Характеристична функція випадкового процесу $\xi(t)$ має вигляд:

$$f_1(u,t)=\int_{-\infty}^{\infty}P(x,t)exp[\,jux]dx=<exp[\,j(u\xi(t))]>$$

і є одномоментною характеристичною функцією, яка залежить від параметра *t*.

N-моментна характеристична функція визначається як:

$$f_n(u_1,t_1;u_2,t_2;...,u_n,t_n)=<\exp[\,j(u_1\xi(t_1)+u_2\xi(t_2)+...+u_n\xi(t_n))]>.$$

Нескінченна послідовність характеристичних функцій $f_1(u_1,t_1),\ f_2(u_1,t_1;u_2,t_2),...f_n(u_1,t_1;u_2,t_2;...,u_n,t_n),...$ дає вичерпну інформацію про випадковий процес $\xi(t)$.

Якщо *N*-моментну характеристичну функцію випадкового процесу $\xi(t)$ розкласти в степеневий ряд по u_i, то коефіцієнти розкладу будуть функціями параметрів $t_1,t_2,...,t_n$ і називаються сумісними моментами (моментними функціями) значень випадкового процесу в моменти часу $t_1,t_2,...,t_n$.

При відсутності повної апріорної інформації про досліджуваний процес, коли невідомі ЩР та характеристичні функції, зручно використовувати частковий опис у вигляді мометних та кумулянтних функцій.

Моментні функції порядку S є коефіцієнтами розкладу n-моментної характеристичної функції в степеневий ряд [72].

Тоді моментні функції можуть бути визначені як:

$$\alpha_s(t_1,t_2,...,t_n) = (\quad j)^s [\frac{\partial^s f_n(u_1,t_1;u_2,t_2;...,u_n,t_n)}{\partial u_1 \; \partial u_2 \; \partial u_n}].$$

Якщо всі аргументи моментної функції s-го порядку прирівняти між собою, то отримаємо момент s-го порядку випадкового процесу.

Нескінченна послідовність моментних функцій $\alpha_1(t_1)$, $\alpha_2(t_1,t_2)$,…, $\alpha_s(t_1,t_2,...,t_n)$,….. вичерпним чином представляє випадковий процес $\xi(t)$.

Кумулянтні функції випадкового процесу $\xi(t)$ також можуть бути визначені через характеристичні функції:

$$\chi_s(t_1,t_2,...,t_n) = (\quad j)^s [\frac{\partial^s \ln f_n(u_1,t_1;u_2,t_2;...,u_n,t_n)}{\partial u_1 \; \partial u_2 \; \partial u_n}].$$

Також відомо, що нескінчена послідовність кумулянтних функцій $\chi_1(t_1),\chi_2(t_1,t_2),\chi_3(t_1,t_2,.t_3),..,\chi_n(t_1,t_2,...,t_n),...$ при відповідних умовах збіжності також, як і послідовність моментних функцій, повністю і однозначним чином представляє випадковий процес. Слід зазначити, що кумулянтні функції випадкового процесу можуть задаватися у відомих межах незалежно один від одного. Це є однією з переваг кумулянтного опису перед моментним.

Як зазначалося вище, інформація про ЩР багатомірних випадкових процесів в більшості випадків є такою, що складно отримується, якщо випадковий процес є відмінним від гаусового.

Якщо багатомоментні щільності розподілу ймовірностей досліджуваних процесів є невідомими, то частковий опис у вигляді усереднених характеристик, а саме моментних і кумулянтних функцій, дозволяє відображати важливі властивості об’єктів дослідження, у тому числі і характер статистичної залежності.

Серед переваг і особливостей використання моментно-кумулянтного опису можна відзначити наступне.

Для будь-якого негаусового процесу, для якого існує характеристична функція одномоментного розподілу, при певних умовах існує строго визначена нескінченна послідовність чисел, що називаються кумулянтами. Якщо процес визначається також багатомоментною характеристичною функцією, то їй відповідає нескінченна послідовність кумулянтних функцій вищих порядків. Кінцева послідовність моментних або кумулянтних функцій є частковим описом випадкового процесу. Перевагою часткового опису є те, що він описує не один випадковий процес, а множину випадкових процесів. У кожного випадкового процесу такої множини перші кумулянтні функції до певного порядку можуть бути одні, а кумулянтні функції вищих порядків різні. Тобто для дослідження основних властивостей негаусових процесів достатньо неповного опису. Окрім того, є можливість описати негаусовий характер випадкових процесів, коли певні кумулянтні коефіцієнти відмінні від нуля. Так, добре відомо, що кумулянтний опис третього і вище порядків дає можливість описати негаусовий характер випадкового процесу. Існує багато випадкових негаусових процесів, у яких частина кумулянтів може приймати нульові значення. Найбільше відомостей про властивості випадкового процесу несуть кумулянти перших порядків.

В роботі пропонується розвинути цей напрямок досліджень для негаусових процесів, математична модель яких може мати двомоментний розподіл. Це потребує розробки нових моментно-кумулянтних моделей, методів і алгоритмів їх обробки.

1.6. Моментно-кумулянтний опис негаусових випадкових величин та процесів

Іншим варіантом опису негаусових випадкових величин є використання моментно-кумулянтного опису. Даний спосіб був запропонований А.М.Малаховим [72] та знайшов подальший розвиток і застосування в роботах Ю.П.Кунченко [35, 36, 42, 43, 80 - 82] та його учнів [44-47, 83-89 та ін.]. Розглянемо основні положення цього підходу більш детально.

Нехай протягом періоду $[0,T]$ спостерігається негаусова завада ξ, з якої отримаємо вибірку об'ємом n, що запишеться наступним чином

$$\vec{x}=\{x_1,x_2,\ldots x_n\}.$$

Послідовність початкових моментів $m_{(v)i}$ порядку i , що використовуються для моментно-кумулянтного опису, отримуються як математичне сподівання від вибіркових значень x_v наступним чином:

$$\alpha_i = E(x_v^i).$$

Для початкових моментів справедлива рівність

$$f(u)=1+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\alpha_k}{k!}(ju)^k \ .$$

Тобто, нескінченна послідовність моментів є визначеним і повним описом випадкової величини. Інколи разом з моментами для опису випадкових величин використовуються χ_i кумулянти порядку і, що являються коефіцієнтами розкладу логарифма характеристичної функції в степеневий ряд. Тобто справедливе співвідношення

$$\ln f(u)=\sum_{r=1}^{\infty}\frac{\chi_r}{r!}(ju)^r .$$

Між кумулянтами та моментами існує взаємно однозначна відповідність [42, 72].

Кумулянт першого порядку χ_1 є математичним сподіванням випадкової величини, а кумулянт другого порядку χ_2 – її дисперсією.

Кумулянт третього порядку χ_3 називається асиметрією розподілу, а кумулянт четвертого порядку χ_4 - ексцесом.

Часто замість кумулянтів зручно використовувати кумулянтні коефіцієнти γ_i, що визначаються залежністю

$$\gamma_i = \chi_i \cdot \chi_2^{-\frac{i}{2}}.$$

Кумулянти γ_3 та γ_4 будемо називати коефіцієнтом асиметрії та ексцесу.

Особливістю опису випадкових величин є те, що кінцева послідовність моментів та кумулянтів є частковим описом випадкової величини, тобто описує не одну певну випадкову величину, а множину випадкових величин. Гаусова випадкова величина описується лише математичним сподіванням та дисперсією, тобто моментами першого та другого порядку. При збільшенні порядку моментів та кумулянтів, що використовуються для опису, можна як завгодно точно описати негаусову модель завади. Тобто, загальну структуру опису негаусової завади можна записати наступним чином

$$\vec{\chi}_{\text{nG}} = \{\underbrace{\chi_1, \chi_2, \chi_3, \ldots, \chi_\infty}_{\infty}\}.$$

При описі випадкових величин за допомогою ЩР або функції розподілу всі випадкові величини добре класифікувалися за формою аналітичного виразу функції або ЩР випадкових величин. Але при кумулянтному описі подібна класифікація не завжди є зручною, оскільки відома лише кінцева або безкінечна послідовність кумулянтів.

Враховуючи це, професором Ю.П.Кунченко було введено поняття перфорованих випадкових величин та виділено три класи випадкових величин, що є негаусовими, але за своїми властивостями близькі до гаусових випадкових величин: асиметричні, ексцесні та асиметрично-ексцесні [42]. Ці випадкові величини більш точно описують реальні завади, але є простішими з точки зору застосування в математичних обчисленнях, ніж строго негаусові завади.

Загальна структура кумулянтного опису близьких до гаусових завад є наступною

$$\vec{\chi}_{nG} = \{\underbrace{\chi_1, \chi_2}_{G}, \underbrace{\chi_3, \ldots \chi_m}_{nG}, \underbrace{0,0,\ldots 0}_{e}, \underbrace{\chi_{m+e+1}, \ldots \chi_\infty}_{\text{кумул.вищих порядків}}\}.$$

Загальна структура кумулянтного опису асиметричних, ексцесних та асиметрично-ексцесних завад запишеться наступним чином відповідно:

$$\vec{\chi}_{nG} = \{\chi_1, \chi_2, \underbrace{\chi_3, 0, \chi_5, 0,}_{4} \underbrace{0, \ldots 0}_{4}, \chi_{11}, \chi_{12,} \cdots \chi_\infty\},$$

$$\vec{\chi}_{nG} = \{\chi_1, \chi_2, \underbrace{0, \chi_4, 0, \chi_6,}_{4} \underbrace{0, \ldots 0}_{4}, \chi_{11}, \chi_{12,} \cdots \chi_\infty\},$$

$$\vec{\chi}_{nG} = \{\chi_1, \chi_2, \underbrace{\chi_3, \chi_4, 0, 0,}_{4} \underbrace{0, \ldots 0}_{4}, \chi_{11}, \chi_{12,} \cdots \chi_\infty\}.$$

Кожен з цих класів поділяється на типи в залежності від точності опису негаусової завади. Так, якщо в гаусових завадах відмінними від нуля є лише математичне сподівання та дисперсія, то в близьких до гаусових завадах І типу відмінними від нуля, окрім математичного сподівання, є два кумулянти, ІІ типу – 3 кумулянти, ІІІ типу – 4 і т.д. Слід зазначити, що кумулянти непарного порядку характеризують асиметричність функції ЩР випадкової величини, а кумулянти парного порядку є характеристикою ексцесності випадкової величини. Класифікація близьких до гаусових випадкових величин І та ІІ типу по відмінності від нуля кумулянтих коефіцієнтів, починаючи з третього порядку, наведена в таблиці 1.1

Вказані в таблиці 1.1 типи та види негаусових завад будуть використовуватися в якості моделі завади. Окрім того, буде проведена робота по отриманню нових кумулянтних моделей негаусових випадкових процесів, які будуть характеризувати їх статистичний зв’язок.

Таблиця 1.1. Класифікація близьких до гаусових випадкових величин.

Клас випадкових величин	Тип Вид	I	II	III	IV
Асиметричні	1	$\gamma_3 \neq 0$	$\gamma_3 \neq 0, \gamma_5 \neq 0$		
	2	$\gamma_5 \neq 0$			
Ексцесні	1	$\gamma_4 \neq 0$	$\gamma_4 \neq 0, \gamma_6 \neq 0$		
	2	$\gamma_6 \neq 0$			
Асиметрично-ексцесні	1		$\gamma_3 \neq 0, \gamma_4 \neq 0$	$\gamma_3 \neq 0, \gamma_4 \neq 0, \gamma_5 \neq 0$	$\gamma_3 \neq 0, \gamma_4 \neq 0, \gamma_5 \neq 0, \gamma_6 \neq 0$
	2		$\gamma_3 \neq 0, \gamma_6 \neq 0$	$\gamma_3 \neq 0, \gamma_4 \neq 0, \gamma_6 \neq 0$	
	3		$\gamma_4 \neq 0, \gamma_5 \neq 0$	$\gamma_3 \neq 0, \gamma_5 \neq 0, \gamma_6 \neq 0$	
	4		$\gamma_5 \neq 0, \gamma_6 \neq 0$	$\gamma_4 \neq 0, \gamma_5 \neq 0, \gamma_6 \neq 0$	

Статистичний зміст кумулянтних функцій

Статистичний зміст кумулянтних функцій n-го порядку полягає в тому, що вони описують всі степені статистичного зв'язку значень випадкового процесу, що взяті в моменти часу $t_1,t_2,..,t_n$. Іноді кумулянтні функції вищих порядків називають кореляційними функціями [42, 72].

Для стаціонарного випадкового процесу його моментні і кумулянтні функції порядків залежать тільки від різниці моментів часу [77].

Моментні і кумулянтні функції S-го порядку стаціонарного випадкового процесу можуть бути одно, двох і т.д. моментними функціями [72, 77]. Наприклад, кумулянтні функції двохмоментного розподілу 4-го порядку є різними функціями $\chi_4 = \chi_4(0,0,0,0)$, $\chi_4(0,0,0,\tau)$, $\chi_4(0,0,\tau,\tau)$, $\chi_4(0,\tau,\tau,\tau)$.

Якщо $t_1 = t_2 = .. = t_n = t$, то кумулянтні функції трансформуються в кумулянти одномоментного розподілу, що розглядається в момент часу t і для стаціонарних процесів не будуть залежати від моменту часу.

Існують спеціальні назви для моментних і кумулянтних функцій випадкового процесу $\xi(t)$ [72]:

$\chi_1(t)=\alpha_1(t)=m(t)$ – середнє значення випадкового процесу;

$\chi_2(t_1,t_2)=B(t_1,t_2)$ – кореляційна функція випадкового процесу;

$\alpha_n(t_1,t_2)=K(t_1,t_2)$ – коваріаційна функція випадкового процесу;

$\chi_2(t,t)=B(t,t)=\sigma^2(t)$ – дисперсія випадкового процесу;

$\chi_4(t_1,t_2,t_3,t_4)$ – ексцесна функція випадкового процесу.

Зв'язок між цими функціями має наступний вигляд:

$$K(t_1,t_2)=B(t_1,t_2)+m(t_1)m(t_2),\ K(t,t)=\sigma^2(t)+m^2(t).$$

Іноді для рішення задач оцінювання параметрів стаціонарних випадкових процесів оперують спектральними щільностями (спектрами) вищих порядків, які визначаються як *(s-1)*-мірне перетворення Фур’є від кумулянтної функції *S*-го порядку [90 - 93].

Заданому набору кумулянтних функцій $\chi_i(\bar{t})$ відповідає набір спектральних щільностей $\chi_i(\bar{\omega})$, $\bar{\omega}=\{\omega_1,\omega_2,...,\omega_i\}$, що є теж повним описом випадкового процесу. При заданих спектральних щільностях кумулянтні функції знаходяться за допомогою зворотного перетворення Фур’є.

В аналізі дискретних випадкових процесів або часових рядів, як правило, зручніше використовувати дискретне перетворення Фур'є:

$$\tilde{\chi}_s(0,k,l,...,n)=\sum_{i=-(N-1)}^{N-1}\cdots\sum_{j=-(N-1)}^{N-1}\chi_s(0,i,v,...,j\times$$

$$\times exp[-j\frac{2\pi}{2N-1}(ki+lv+...+nj)\ .$$

Деяка складність у застосуванні та аналізі спектрів вищих порядків полягає в тому, що вони багатомірні навіть для одновимірних процесів. Тому для прикладного спектрального аналізу інтерес становлять одномірні спектри *r*-го порядку.

Кореляційні моменти випадкових процесів

Необхідно відмітити, що використання математичного сподівання та дисперсії не дає можливості оцінити швидкість зміни випадкового процесу. Для оцінки цієї властивості оперують іншою характеристикою, яка описує ступінь статистичного зв’язку миттєвих значень. Найбільш поширеною числовою характеристикою такого типу є математичне сподівання добутку центрованих випадкових величин:

$$M_{1,2}[X_u(t_1)\cdot x_u(t_2)]=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\{x_1(t_1)-M_1[x_1(t_1)]\}\cdot\{x_2(t_2)-M_2[x_2(t_2)]\}\cdot$$
$$\cdot W_2(x_1,t_1;x_2,t_2)dx_1dx_2.$$

Ця характеристика називається кореляційним моментом або коваріацією випадкових величин x_1, та x_2.

Якщо ці величини є вибірковими значеннями з одного й того ж випадкового процесу *X(t)* у різні моменти часу, то таку характеристику інколи називають автоковаріацією. Якщо ж згадані випадкові величини є вибірками з різних випадкових процесів, то таку характеристику називають взаємною коваріацією.

При прямо пропорційному статистичному зв’язку між випадковими величинами говорять про коваріантність, а при обернено пропорційному зв’язку – про контрваріантність. У першому випадку знак кореляційного моменту додатний, а у другому випадку – від’ємний.

Часто значення кореляційного моменту нормують й отриману величину називають коефіцієнтом кореляції:

$$R(x_1,x_2)=\frac{M_{1,2}[x_1,x_2]}{\sigma_1\cdot\sigma_2},$$

де σ_1 та σ_2 – середні квадратичні відхилення випадкових величин x_1 та x_2 відповідно. Очевидно, що абсолютне значення коефіцієнта кореляції не перевищує одиниці:

$$-1 \le R \le 1.$$

Ліва нерівність характеризує контрваріантний зв'язок, а права – коваріантний.

При наявності ансамблю з N реалізацій випадкового процесу коефіцієнт кореляції між його миттєвими значеннями в моменти t_1 і t_2 визначають за формулою

$$R = \frac{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\{[x_i(t_1) - M_1(t_1)] \cdot [x_i(t_2) - M_1(t_2)]\}}{\frac{1}{N-1}\sqrt{\sum_{i=1}^{N}[x_i(t_1) - M_1(t_1)]^2 \cdot [x_i(t_2) - M_1(t_2)]^2}},$$

де $M_1(t_1)$, $M_1(t_2)$ – математичні сподівання (середні значення) випадкового процесу в моменти t_1 та t_2 відповідно.

1.7 Аналіз методів оцінювання параметрів випадкових процесів

Наведемо огляд деяких методів оцінювання параметрів випадкових процесів, які знайшли своє застосування при рішення практичних задач.

1.7.1 Метод максимальної правдоподібності

Історично склалося так, що основним описом випадкової величини є опис за допомогою функції щільності розподілу імовірностей, що найбільш повно відображає статистичні характеристики цієї випадкової величини. Внаслідок цього і метод максимальної правдоподібності, заснований на використанні такого опису, займає важливе місце в теорії оцінок параметрів [1-10].

Нехай задана незалежна вибірка $\vec{x} = (x_1, x_2, ...x_n)$ з генеральної сукупності випадкової величини ξ, що являє собою суміш сигналу та завади і нехай спільна щільність розподілу вибірки $\vec{x}$ залежить від деякого векторного параметра $\vec{\vartheta}$, тобто

$$p(\vec{x}/\vec{\vartheta}) = \prod_{i=1}^{n} p(x_i/\vec{\vartheta}).$$

Функція

$$L(\vec{\vartheta}) = p(\vec{x}/\vec{\vartheta}),$$

розглянута як функція аргументу $\vec{\vartheta}$ при заданій вибірці $\vec{x}$ називається функцією правдоподібності.

Метод максимальної правдоподібності полягає в тому, що в якості оцінки невідомого параметра $\vec{\vartheta}$ вибирається таке значення аргументу $\vec{\vartheta}$, при якому функція правдоподібності досягає свого максимального значення, тобто в якості оцінки $\hat{\vec{\vartheta}}$ параметра $\vec{\vartheta}$ приймається рішення рівняння

$$L(\hat{\vec{\vartheta}}) = \max_{\vec{\vartheta}} L(\vec{\vartheta}).$$

Часто замість функції правдоподібності $L(\vec{\vartheta})$ використовують логарифм функції правдоподібності $\ln L(\vec{\vartheta})$, що досягає максимуму в тих же точках, що й $L(\vec{\vartheta})$. Якщо функція $p(\vec{x}/\vec{\vartheta})$ неперервно диференційована по $\vec{\vartheta}$, то для знаходження оцінок максимальної правдоподібності необхідно вирішити так звану систему рівнянь максимальної правдоподібності

$$\frac{\partial}{\partial \vartheta_i} \ln L(\vec{\vartheta}) \Big|_{\vec{\vartheta}=\hat{\vec{\vartheta}}} = 0, \quad i = \overline{1,q}.$$

Перевага оцінок максимальної правдоподібності полягає в тому, що при виконанні умов регулярності знайдені оцінки є асимптотично ефективними.

Якщо вибіркові значення незалежні, але неоднаково розподілені, то спільна щільність розподілу дорівнює

$$p(x_1, x_2, \ldots x_n/\vec{\vartheta}) = \prod_{\nu=1}^{n} p_\nu(x_\nu/\vec{\vartheta}).$$

У цьому випадку оцінка знаходиться з рішення наступної системи рівнянь:

$$\sum_{\nu=1}^{n}\frac{\partial}{\partial\vartheta_i}\ln p_\nu(x_\nu/\vec{\vartheta})|_{\vec{\vartheta}=\hat{\vec{\vartheta}}},$$

де $i=\overline{1,q}$.

Якщо вибіркові значення незалежні й однаково розподілені, то спільна щільність розподілу дорівнює добутку щільностей:

$$p(x_1,x_2,\ldots x_n/\vec{\vartheta})=\prod_{\nu=1}^{n}p(x_\nu/\vec{\vartheta}).$$

Тоді система рівнянь для знаходження оцінок параметрів прийме вигляд

$$\sum_{\nu=1}^{n}\frac{\partial}{\partial\vartheta_i}\ln p\ (x_\nu/\vec{\vartheta})|_{\vec{\vartheta}=\hat{\vec{\vartheta}}}=0,$$

де $i=\overline{1,q}$.

Показано, що асимптотично при $n\to\infty$ дисперсія оцінки скалярного параметра дорівнює величині зворотної інформації Фішера.

Метод максимальної правдоподібності є універсальним, тобто немає обмежень на використання щільностей розподілу, але для негаусових щільностей постає проблема отримання алгоритмів оцінювання та практичної реалізації отриманих алгоритмів.

1.7.2 Метод найменших квадратів

Одним з перших методів знаходження оцінок вважається метод найменших квадратів, що був запропонований К. Гаусом в 1804 р. [1 - 10].

Нехай задана вибірка $\vec{x}=(x_1,x_2,\ldots x_n)$ з незалежних випадкових величин ξ, але з різними моментами першого порядку $\alpha_{1\nu}(\vec{\vartheta})$, $\nu=\overline{1,n}$. Згідно методу найменших квадратів в якості оцінки невідомого параметра вибирається значення $\hat{\vec{\vartheta}}\in\Theta$, при якому досягається мінімум за $\vec{\vartheta}$ суми квадратів різниці ν-ї випадкової величини та її математичного сподівання, тобто мінімум функції

$$S(\vec{\xi};\vec{\vartheta})=\sum_{v=1}^{n}\left[\xi_v-\alpha_{1v}(\vec{\vartheta})\right]^2.$$

Якщо функції $\alpha_{1v}(\vec{\vartheta})$ диференційовані по кожній складовій векторного параметра

$$\left|\frac{\partial\alpha_{1v}(\vec{\vartheta})}{\partial\vartheta_m}\right|<\infty,\quad \forall\vec{\vartheta}\in\vec{\Theta},\quad m=\overline{1,q},\quad v=\overline{1,n},$$

то для знаходження оцінок метода найменших квадратів потрібно розв'язати систему рівнянь

$$\frac{\partial}{\partial\vartheta_m}S(\vec{\xi};\vec{\vartheta})=\sum_{v=1}^{n}\left[\xi_v-\alpha_{1v}(\vec{\vartheta})\right]\frac{\partial}{\partial\vartheta_m}\alpha_{1v}(\vec{\vartheta})\bigg|_{\vec{\vartheta}=\bar{\vec{\vartheta}}}=0,\quad m=\overline{1,q}.$$

Метод найменших квадратів знайшов широке застосування в прикладних задачах статистики, оскільки він навіть при малих вибірках володіє властивістю оптимальності, що полягає в тому, що він дає незміщені оцінки, що являються лінійними функціями від спостережень і мають мінімальну дисперсію.

Недоліком методу найменших квадратів є те, що за умови негаусовості завади постає проблема використання в даному методі негаусової моделі завад, що обумовлене проблемою обробки негаусових щільностей розподілу.

Отже, при використанні класичних методів, зокрема методу максимальної правдоподібності та методу найменших квадратів, у випадку впливу на корисний сигнал негаусової завади виникають ряд труднощів, що пов'язані з описом моделі негаусової завади та використання її у вказаних методах. Саме тому пропонується використати метод максимізації полінома (метод Кунченко), який добре себе зарекомендував при рішенні різноманітних задач оцінювання параметрів сигналів, що приймаються на фоні негаусових завад [35, 36, 42 та ін.], та провести його адаптацію на випадок обробки статистично залежних випадкових процесів.

1.7.3. Метод максимізації полінома (метод Кунченко), його властивості та застосування

Одним з кроків розв’язку проблеми збільшення точності оцінювання інформативних параметрів зашумлених сигналів є уточнення моделі завади. В більшості задач робиться припущення про гаусовість завади, що не завжди відображає реальну завадову ситуацію. Використання негаусових моделей викликає певні труднощі при їх описі та при застосуванні в класичних методах оцінювання. Саме тому пропонується використати моментно-кумулянтний опис випадкових величин та метод максимізації полінома (метод Кунченко), що розроблений саме для застосування моментно-кумулянтного опису негаусових випадкових процесів [35, 36, 42, 72 та ін.].

Метод максимізації полінома є новим методом знаходження оцінок параметрів випадкової величини. У цьому методі при відсутності повної апріорної інформації використовується кінцева послідовність моментів і кумулянтів, що є частковим описом випадкової величини.

Нехай маємо векторну випадкову величину $\vec{\xi} = \{\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n\}$ незалежних, однаково розподілених випадкових величин, що статистично залежать від скалярного параметра ϑ, коли його істинне значення рівне ϑ_0.

Узагальнений стохастичний поліном першого типу степені s і розміром n виду

$$S_{sn}(\vec{\xi}, \vartheta) = nk_0(\vartheta) + \sum_{i=1}^{s} k_i(\vartheta) \sum_{v=1}^{n} \varphi_i(\xi_v), \tag{1.1}$$

в якому коефіцієнти $k_i(\cdot)$ залежать від параметра ϑ називається узагальненим стохастичним поліномом 1-го типу з коефіцієнтами, що залежать від скалярного параметра ϑ [35, 36, 42].

Нехай функції параметра $\psi_i(\vartheta)$ диференційовані по параметру ϑ, тобто

$$\left| \frac{d}{d\vartheta} \psi_i(\vartheta) \right| < \infty .$$

Для даного полінома (1.1) справедливе наступне твердження: якщо в узагальненому стохастичному поліномі виду (1.1), де коефіцієнти $k_0(\vartheta)$ і $k_i(\vartheta)$ рівні відповідно

$$k_0(\vartheta)=\int\limits_a^{\vartheta}\sum_{i=1}^{s}\left[h_i(\vartheta)\psi_i(\vartheta)\right]d\vartheta,\ \ k_i(\vartheta)=\int\limits_a^{\vartheta}h_i(\vartheta)d\vartheta,$$

а функції $h_i(\vartheta)$ знаходяться з розв'язку системи лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\sum_{j=1}^{s}h_j(\vartheta)F_{i,j}(\vartheta)=\frac{d}{d\vartheta}\psi_i(\vartheta),\quad i=\overline{1,s},\quad \text{для } \forall\vartheta\in(a,b),$$

де

$$F_{i,j}(\vartheta)=\psi_{i,j}(\vartheta)-\psi_i(\vartheta)\psi_j(\vartheta),\ \ \psi_{i,j}(\vartheta)=E\varphi_i(\xi)\varphi_j(\xi),$$

то при будь-якому кінцевому s поліном (1.1) асимптотично при $n\to\infty$ як функція параметра ϑ має максимум в точці $\hat{\vartheta}_n$ в околі істинного значення ϑ_0. Причому при $n\to\infty$ величина $\hat{\vartheta}_n$ сходиться по імовірності до ϑ_0.

Поліном виду (1.1), для якого виконуються наведені в твердженні умови, називається оціночним стохастичним поліномом степені s і позначається $\Pi_{sn}(\vec{\xi},\vartheta)$.

Отже, метод знаходження оцінок невідомих параметрів випадкових величин, що базується на тому, що в якості оцінки параметра вибирається значення $\hat{\vartheta}_n$, при якому оціночний поліном $\Pi_{sn}(\vec{\xi},\vartheta)$ як функція ϑ приймає максимальне значення, називається методом максимізації полінома або методом Кунченка [35, 36, 42].

Таким чином, в методі максимізації полінома в якості оцінки береться величина

$$\hat{\vartheta}_n=\arg\max\Pi_{sn}(\vec{\xi},\vartheta),$$

що знаходиться з рівняння

$$\frac{d}{d\vartheta}\Pi_{sn}(\vec{\xi};\vartheta)\Big|_{\vartheta=\hat{\vartheta}}=0,$$

яке називається рівнянням максимізації полінома і в розгорнутому вигляді дорівнюватиме

$$\sum_{i=1}^{s} h_i(\vartheta)\sum_{v=1}^{n}\left[\varphi_i(\xi_v)-\psi_i(\vartheta)\right]\Big|_{\vartheta=\hat{\vartheta}}=0. \qquad (1.2)$$

В якості розв’язку рівняння (1.2) вибирається дійсний корінь, що залежить від вибіркових значень, для якого $\Pi_{sn}(\vec{\xi},\vartheta)$ приймає максимальне значення.

Важливим є знаходження оцінок параметрів методом максимізації полінома, коли стохастичний поліном заданий в класі степеневих поліномів.

Якщо функції $\varphi(\xi)=\xi^i$, то стохастичний поліном заданий в класі степеневих поліномів і він описується за допомогою послідовності початкових моментів $\alpha_i(\vartheta)$, $i=\overline{1,2\cdot s}$, порядку i. В цьому випадку об’єм тіла $\Delta_s(\vartheta)$ стохастичного полінома визначається через центровані корелянти розміром (i,j), тобто через функції $F_{i,j}(\vartheta)$, що дорівнюють

$$F_{i,j}(\vartheta)=\alpha_{i+j}(\vartheta)-\alpha_i(\vartheta)\alpha_j(\vartheta).$$

Тобто

$$K_s(\vartheta)=\left\|K_{i,j}(\vartheta)\right\|, \qquad i,j=\overline{1,s}.$$

В цьому випадку оцінка параметра ϑ знаходиться з розв’язку рівняння максимізації полінома

$$\sum_{i=1}^{s} h_i(\vartheta)\sum_{v=1}^{n}\left[\xi^i-\alpha_i(\vartheta)\right]\Big|_{\vartheta=\hat{\vartheta}}=0,$$

де коефіцієнти $h_i(\vartheta)$ знаходяться з розв’язку системи лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\sum_{i=1}^{s} h_i(\vartheta)F_{i,j}(\vartheta)=\frac{d}{d\vartheta}\alpha_i(\vartheta), \qquad i=\overline{1,s}.$$

Розглянемо застосування методу максимізації полінома для оцінки векторного параметра.

Часто при розв’язанні практичних задач виникає необхідність оцінювати не один параметр, а декілька параметрів, тобто параметр ϑ, що оцінюється, являється векторним $\vec{\vartheta}=\{\vartheta_1,\vartheta_2,...,\vartheta_q\}$ розмірністю $q=1,2,...$, $\vartheta_m\in(a_m,b_m)$ [53]. Як зазначалося раніше, при оцінюванні параметрів методом максимізації полінома в якості апріорної інформації використовується послідовність функцій $\psi_i(\vartheta)$, $i=\overline{1,2s}$, яка в даному випадку буде залежати від векторного параметра ϑ.

Отже, необхідно знайти оцінку векторного параметра $\hat{\vec{\vartheta}}$, тобто слід знайти оцінку кожної складової векторного параметра, тобто $\hat{\vec{\vartheta}}=(\hat{\vartheta}_1,\hat{\vartheta}_2,...,\hat{\vartheta}_q)$.

Для знаходження оцінки векторного параметра методом максимізації полінома необхідно для кожної складової ϑ_m, $m=\overline{1,q}$ вектора $\vec{\vartheta}$ побудувати узагальнений стохастичний поліном степені s виду

$$\Pi_{sn(m)}(\vec{\xi};\vec{\vartheta})=\sum_{i=1}^{s}k_{i(m)}(\vec{\vartheta})\sum_{v=1}^{n}\varphi_i(\xi_v)-k_{0(m)}(\vec{\vartheta}), \qquad (1.3)$$

де $k_{i(m)}(\vec{\vartheta})=\int\limits_{a_m}^{\vartheta_m}h_{i(m)}(\vec{\vartheta})d\vartheta_m$, $k_{0(m)}(\vec{\vartheta})=n\sum\limits_{i=1}^{s}\int\limits_{a_m}^{\vartheta_m}h_{i(m)}(\vec{\vartheta})\psi_i(\vec{\vartheta})d\vartheta_m$.

А функції $h_{i(m)}(\vec{\vartheta})$ параметра $\vec{\vartheta}$ знаходяться для кожної складової ϑ_m з розв’язку системи лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\sum_{j=1}^{s}h_{j(m)}(\vec{\vartheta})F_{i,j}(\vec{\vartheta})=\frac{d}{d\vartheta_m}\psi_i(\vec{\vartheta}), \quad i=\overline{1,s}, \quad m=\overrightarrow{1,q}. \qquad (1.4)$$

В якості оцінки $\hat{\vec{\vartheta}}=(\hat{\vartheta}_1,\hat{\vartheta}_2,...,\hat{\vartheta}_q)$ беруться ті значення параметрів складових, для яких кожен із стохастичних поліномів $\Pi_{sn(m)}(\vec{\xi};\vec{\vartheta})$, $m=\overline{1,q}$ виду (1.3) досягає сумісно максимального значення. Так-як за побудовою стохастичних поліномів (1.3) кожний з поліномів є диференційованим по параметру ϑ_m, то знаходження сумісної оцінки призводить до того, що оцінки складових вектора $\vec{\vartheta}$ знаходяться з сумісного розв'язку системи q рівнянь максимізації полінома виду

$$\frac{d}{d\vartheta_m}\Pi_{sn(m)}(\vec{\xi};\vec{\vartheta})\bigg|_{\vec{\vartheta}=\hat{\vec{\vartheta}}}=0, \qquad m=\overline{1,q}.$$

Ця система в розгорнутому вигляді буде дорівнювати

$$\sum_{i=1}^{s}h_{i(m)}(\vec{\vartheta})\sum_{v=1}^{n}\left[\varphi_i(\xi_v)-\psi_i(\vec{\vartheta})\right]\bigg|_{\vec{\vartheta}=\hat{\vec{\vartheta}}}=0. \qquad (1.5)$$

Таким чином, метод максимізації полінома при знаходженні оцінок векторного параметра скалярної випадкової величини при незалежних і однаково розподілених вибіркових значеннях полягає в тому, що оцінки складових векторного параметра знаходяться з сумісного розв'язку системи рівнянь (1.5). При цьому в кожному m-му рівнянні коефіцієнти $h_{i(m)}(\vec{\vartheta})$ знаходяться з розв'язку системи лінійних алгебраїчних рівнянь (1.4) [35, 36, 42].

Метод максимізації полінома успішно використовується для розв'язку ряду задач [43 - 46]. Проте для вирішення деяких задач, зокрема оцінювання інформативних параметрів сигналів, що приймаються на фоні корельованих негаусових завад, застосування методу максимізації полінома потребує модифікації та подальшого вдосконалення.

1.8. Висновки

Використання методів теорії обробки випадкових процесів є необхідним при побудові сучасних інформаційно-вимірювальних систем, систем діагностики, моніторингу, контролю, розвиток яких характеризується підвищеними вимогами до точності та якості обробки інформації. Удосконалення систем цього класу пов'язане як із технологічним оновленням, так і зі створенням досконалих методів оцінювання параметрів випадкових процесів, що відображають поведінку об'єкта дослідження.

Складність математичного представлення великої кількості реальних явищ у системах обробки сигналів, що являють собою випадкові процеси різної фізичної природи, пов’язана з їх негаусовим характером. Застосування традиційного підходу додатково ускладнюється при обробці корельованих негаусових процесів. Тому виникає проблема розробки і дослідження нових математичних моделей і методів обробки статистично залежних випадкових даних.

Статистичний опис для значень стаціонарного багатомірного випадкового процесу задається багатомірними щільностями ймовірності, проте в ряді випадків доцільно оперувати іншими, більш простими характеристиками випадкового процесу.

Інформація про ЩР багатомірних випадкових процесів в більшості випадків є такою, що складно отримується, якщо випадковий процес є відмінним від гаусового.

Якщо багатомоментні щільності розподілу ймовірностей досліджуваних процесів є невідомими, то частковий опис у вигляді усереднених характеристик, а саме моментних і кумулянтних функцій, дозволяє відображати важливі властивості об’єктів дослідження, у тому числі і характер статистичної залежності.

Моментно-кумулянтний опис представлений моментами і кумулянтами одномоментного розподілу і моментними та кумулянтними функціями багатомоментного розподілу, які описують статистичний зв’язок відповідного порядку, що охоплює значення випадкового процесу в обрані моменти часу. Тому математична модель дискретного негаусового корельованого процесу може бути представлена кумулянтами вище другого порядку одномоментного розподілу вибіркових значень і кумулянтними функціями вище другого порядку багатомоментного розподілу статистично пов’язаних цих же вибіркових значень.

Внаслідок вибору моментно-кумулянтного опису серед інших неповних імовірнісних описів, для синтезу високоточних алгоритмів оцінювання параметра випадкового процесу доцільно використовувати метод максимізації полінома, який потрібно модифікувати для поставленої задачі.

Для вирішення поставленої задачі необхідно: 1) розробити узагальнену математичну модель випадкового негаусового корельованого процесу для адитивної взаємодії корисного сигналу та завади на основі моментно-кумулянтного опису; 2) застосувати модифікований метод максимізації полінома для отримання оцінок параметра корисного сигналу, що приймається на фоні негаусових корельованих завад, та розробити обчислювальні алгоритми його реалізації; 3) провести процедури оцінювання параметрів корисного сигналу і дослідити властивості отриманих оцінок; 4) реалізувати програмний комплекс комп’ютерного моделювання оцінювання параметрів корисного сигналу та дослідити ефективність запропонованих алгоритмів.

РОЗДІЛ 2

МЕТОД МАКСИМІЗАЦІЇ ПОЛІНОМА ТА ЙОГО МОДИФІКАЦІЯ ДЛЯ ОЦІНЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ СИГНАЛІВ ЗА СТАТИСТИЧНО ЗАЛЕЖНОЮ ВИБІРКОЮ

2.1. Моделі статистично залежних випадкових негаусових процесів

Як зазначалося в попередньому розділі, статистичний опис випадкових процесів може бути реалізований при застосуванні моментно-кумулянтного представлення, що суттєво спрощує побудову відповідних алгоритмів статистичної оброки сигналів при заданих обмеженнях [42]. Аналіз досліджень за останні роки переконливо свідчить, що даний напрямок застосування кумулянтних і моментних функцій набуває свого активного розвитку, що в першу чергу пов’язано з практичною реалізацією даного підходу і побудовою високоякісних методів та алгоритмів у порівнянні з відомими результатами. Особлива ефективність такого представлення випадкових величин проявляється при описі негаусових процесів, про що свідчать чисельні публікації по вирішенню задач регресії, оцінювання, виявлення, розрізнення сигналів тощо [15, 16, 42 - 46, 80 - 89].

Разом з тим необхідно відмітити, що не дивлячись на існуючі рішення по застосуванню моментно-кумулянтного підходу до опису випадкових процесів, відкритими залишаються питання по опису статистично залежних негаусових процесів і розробки алгоритмів оцінювання параметрів сигналів при взаємодії з негаусовими завадами, що потребує додаткових досліджень і розробок. Такі дослідження і розробки були проведені і викладені в наступних публікаціях [83, 94 - 104].

Як було відмічено раніше, при вирішенні практичних завдань достатньою характеристикою врахування статистичного зв'язку випадкових величин є двомірний імовірнісний розподіл [83, 84]. В цьому випадку випадкову величину з будь-яким статистичним зв'язком вибіркових значень можна характеризувати не тільки одновимірними, але і сумісними кумулянтами, які виражаються через сумісні моменти:

$$E(\xi^i\xi^j)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\xi^i\xi^jP(\xi_1,\xi_2)dx\,.$$

Нехай є вибіркові значення стаціонарного випадкового процесу, де самі вибірки можна розглядати як окремі випадкові величини. Тоді в якості одного з простих і поширених випадків статистично залежних вибіркових значень можна взяти взаємозв'язок між двома випадковими величинами, що еквівалентно розгляду двовимірної сумісної щільності розподілу двох випадкових величин.

Розглянемо випадок, коли є дві залежні випадкові величини ξ і η з щільністю розподілу p_ξ і p_η відповідно. Тоді початкові моменти першого порядку випадкових величин ξ і η будуть відповідно рівні:

$$m_i^{(\xi)}=E\xi^i=\int_{-\infty}^{+\infty}x^ip_\xi(x)dx,\quad m_i^{(\eta)}=E\eta^i=\int_{-\infty}^{+\infty}y^ip_\eta(y)dy.$$

Так як випадкові величини ξ і η залежні, то окрім початкових моментів вони мають змішані (сумісні) моменти різної розмірності.

Визначення 2.1. Змішаним (сумісним) моментом двох випадкових величин розмірності (i,j) будемо називати величину, рівну математичному сподіванню добутку i-го степеня випадкової величини ξ і j-го степеня випадкової величини η, тобто

$$m_{i,j}^{(\xi,\eta)}=E\xi^i\eta^j=\int_{-\infty}^{+\infty}x^iy^jp(x,y)dxdy,$$

де $p(x,y)$ – сумісний розподіл випадкових величин ξ и η.

Тоді має місце наступна рівність:

$$m_i^{(\xi)}=\mathrm{m}_{i,0}^{(\xi,\eta)},\ m_j^{(\eta)}=m_{0,j}^{(\xi,\eta)},\ m_{i+j}^{(\xi)}=m_{i,j}^{(\xi,\xi)},\ m_{i+j}^{(\eta)}=m_{i,j}^{(\eta,\eta)}.$$

Аналогічно можна визначити змішаний (сумісний) момент для трьох і більше випадкових величин ξ, η, γ розмірністю (i,j,k), який буде мати вид:

$$m_{i,j,k}^{(\xi,\eta,\gamma)} = E\xi^i\eta^j\gamma^k = \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} x^i y^j z^k p(x,y,z)dxdydz .$$

Окрім початкових моментів i-го порядку і змішаних моментів розмірності (i,j) будемо використовувати кореляційні моменти розмірності (i,j).

Визначення 2.2. Кореляційним моментом двох випадкових величин ξ і η розмірності (i,j) будемо називати величину $K_{i,j}^{(\xi,\eta)}$, яка визначається рівністю:

$$K_{i,j}^{(\xi,\eta)} = E\left(\xi^i - m_i^{(\xi)}\right)\left(\eta^j - m_j^{(\eta)}\right) = E\xi^i\eta^j - m_i^{(\xi)}m_j^{(\eta)} = m_{i,j}^{(\xi,\eta)} - m_i^{(\xi)}m_j^{(\eta)} .$$

Аналогічно можна визначити кореляційний момент для трьох випадкових величин (i,j,k) розмірності, де може мати місце два випадки, а саме:

1) $K_{i,j,k}^{(\xi,\eta,\gamma)} = E\left(\xi^i - m_i^{(\xi)}\right)\left(\eta^j - m_j^{(\eta)}\right)\left(\gamma^k - m_k^{(\gamma)}\right) =$

$m_{i,j,k}^{(\xi,\eta,\gamma)} - m_k^{(\gamma)}m_{i,j}^{(\xi,\eta)} - m_j^{(\eta)}m_{i,k}^{(\xi,\gamma)} - m_i^{(\xi)}m_{j,k}^{(\eta,\gamma)} + 2m_i^{(\xi)}m_j^{(\eta)}m_k^{(\gamma)}$,

2) $K_{i,j,k}^{(\xi,\eta,\gamma)} = E\left(\xi^i\eta^j - m_{i,j}^{(\xi,\eta)}\right)\left(\gamma^k - m_k^{(\gamma)}\right) = m_{i,j,k}^{(\xi,\eta,\gamma)} - m_{i,j}^{(\xi,\eta)}m_k^{(\gamma)}$.

Аналогічно можуть бути визначені кореляційні моменти для чотирьох, п'яти і більше випадкових величин.

Використання сумісних моментів дозволяє оперувати не тільки з такими параметрами, як асиметрія (γ_3), ексцес (γ_4) і іншими кумулянтними коефіцієнтами, які описують характер негаусового розподілу випадкової величини, але і степінь взаємозв'язку випадкових величин.

У роботах [83, 94 - 96] розглядалися питання використання на практиці моделей кореляційних функцій, їх взаємозв'язку і властивостей, а також особливості використання моментно-кумулянтного опису статистично залежних випадкових величин. Показано, що для негаусових статистично незалежних випадкових величин з нульовим математичним очікуванням взаємозв'язок між початковими моментами α_i і кумулянтами χ_i до шостого порядку має вигляд:

$$\alpha_1 = 0,\ \ \alpha_2 = \chi_2,\ \ \alpha_3 = \chi_3,\ \ \alpha_4 = \chi_4 + 3\chi_2^2,$$

$$\alpha_5 = \chi_5 + 10\chi_2\chi_3,\ \ \alpha_6 = \chi_6 + 15\chi_2\chi_4 + 10\chi_3^2 + 15\chi_2^3 .$$

Відзначимо, що для гаусових випадкових величин кумулянти третього і вище порядку ($\chi_3, \chi_4, \ldots$) дорівнюють нулю.

Якщо розглядати негаусову статистично залежну випадкову величину з нульовим математичним очікуванням, то зв'язок між сумісними моментами m_{ij} і кумулянтами χ_{ij} до шостого порядку має вигляд [83, 94 - 96]:

$$m_{11} = \chi_{11},\ m_{12} = \chi_{12},\ m_{13} = \chi_{13} + 3\chi_2\chi_{11},$$

$$m_{22} = \chi_{22} + \chi_2^2 + 2\chi_{11}^2,\ m_{23} = \chi_{23} + \chi_2\chi_3 + 6\chi_{11}\chi_{12} + 3\chi_2\chi_{12},$$

$$m_{33} = \chi_{33} + 3\chi_{31}\chi_2 + \chi_3^2 + 9\chi_{11}\chi_{22} + 9\chi_{12}^2 + 3\chi_{13}\chi_2 + 9\chi_2^2\chi_{11} + 6\chi_{11}^3,\ \ldots .$$

Якщо випадкова величина є статистично незалежною, то багатовимірні моменти трансформуються в добуток одновимірних.

Моменти можуть бути отримані в результаті експериментальних досліджень як певні усереднення вибіркових значень і залишатися єдиними величинами, які представляють певні властивості випадкової величини. Як відомо, на основі нескінченної послідовності моментних функцій можна відновити вигляд характеристичної функції. Для випадкових величин, які відрізняються від гаусових, саме ці характеристики можуть нести всі можливі відомості про їх статистичний зв'язок і розподіли.

Так як не завжди вдається мати повну інформацію про багатовимірні функції розподілу, доцільним є більш детальний розгляд статистично залежних випадкових величин за допомогою усереднених характеристик у вигляді моментів і кумулянтів. Причому відмініcть від нульового значення сімісних кумулянтів свідчить про існування статистичної залежності між відповідними випадковими величинами.

Між сумісними моментами і кумулянтами існують зв'язки, подібні до зв'язків для одновимірних випадкових величин. Відомо, що сумісний кумулянт другого порядку (ковариация) χ_{11} описує статистичний зв'язок першого порядку або корельованість випадкових величин:

$$\chi_{11} = m_{11} - m_{\xi 1} m_{\xi 2},$$

де $m_{\xi 1}$ и $m_{\xi 2}$ - математичне сподівання випадкової величини ξ_1 і ξ_2 відповідно.

Статистична зв'язок між вибірковими значеннями, при яких $\chi_{11} \neq 0$, характеризує кореляцію цих вибіркових значень. Окрім того відомо, що рівність нулю χ_{11} ще не свідчить про статистичну незалежність, так як кумулянти вищих порядків можуть відрізнятися від нуля і встановлювати більш складну залежність між випадковими величинами, ніж їх залежність при взаємній кореляції. Згідно цих міркувань, кумулянт третього порядку описує статистичний зв'язок другого порядку, кумулянт s-го порядку описує статистичний зв'язок $(s-1)$ -го порядку. Причому цей зв'язок може існувати незалежно від наявності статистичних зв'язків нижчих порядків. Цю закономірність можна побачити з математичних виразів багатовимірних кумулянтів.

Застосування такого підходу до опису випадкових процесів дає можливість представити довільні випадкові величини. Наприклад, відомо, що щільність розподілу лапласівських випадкових процесів є симетричною. Тому при розгляді таких випадкових величин з нульовим математичним сподіванням кумулянти непарного порядку будуть дорівнювати нулю і до шостого порядку запишуться як:

$$\chi_1 = 0,\ \chi_2 = \sigma^2,\ \chi_3 = 0,\ \chi_4 = 3\sigma^2,\ \chi_5 = 0,\ \chi_6 = 30\sigma^2.$$

Таким чином можна зробити висновок, що лапласівський випадковий процес є ексцесним і характеризується парними кумулянтами.

Аналогічно розглядаються процеси, які характеризуються розподілом Стюд'єнта. Для таких процесів щільність розподілу також є симетричною, а коефіцієнт асиметрії дорівнює нулю, тобто процес є ексцесним.

Поширеним прикладом досліджуваних випадкових процесів є процеси з Релеєвською щільністю розподілу, які часто спостерігаються в радіотехнічних системах і характеризуються коефіцієнтами асиметрії $\gamma_3 = 0{,}63$ та ексцесу, $\gamma_4 = 3{,}26$, що відповідає асиметрично-ексцесним випадковим величинам.

Таким чином можна зробити висновок, що існуючі типи щільностей розподілу можна класифікувати з точки зору застосування моментно-кумулянтного опису, що і було обґрунтовано професором Ю.П.Кунченко [42] і представленов табл.1.1.

Необхідно відмітити, що нескінчений набір моментів і кумулянтів однозначно описує параметри і поведінку випадкового процесу, так само, як і щільності розподілу. Але на практиці оперують частковим набором моментів і кумулянтів, що призводить до часткового опису. Слід зазначити, що саме моментні функції низького порядку дають найбільший внесок в опис випадкового процесу і тому є більш важливими з точки зору їх застосування. Таким чинном можна зробити висновок, що саме кореляційна функції, як параметр опису статистичного зв’язку випадкових величин, є найбільш важливою для практичного застосування.

Професор Ю.П.Кунченко запропонував нові класи статистично незалежних негаусових випадкових процесів, які базується на перфорації кумулянтного опису (коли моментно –кумулянтна модель представлена лише частиною кумулянтів з усієї можливої множини, що може відповідати реально існуючим процесам) [42]. Застосуємо цю ідею на випадок статистично залежних негаусових процесів при використанні моментно-кумулянтного підходу.

Аналіз статистичних двовимірних зв'язків можна представити у вигляді таблиці 2.1, яка наочно описує характеристики випадкової величини при застосуванні кумулянтного опису.

Таблиця 2.1 – Представлення двовимірних сумісних моментів

Порядок сумісних кумулянтів	**Позначення двовимірних сумісних моментів**					
1	χ_{10}	χ_{01}				
2	χ_{02}	χ_{11}	χ_{20}			
3	χ_{30}	χ_{12}	χ_{21}	χ_{03}		
4	χ_{40}	χ_{31}	χ_{22}	χ_{13}	χ_{04}	
…	**…**	**…**	**…**	**…**	**…**	**…**

Рівність нулю всіх сумісних кумулянтів (таблиця 2.1) є необхідною і достатньою умовою статистичної незалежності випадкової величини:

При представленні кумулянтів для досліджуваного випадкового процесу (таблиця 2.1) виділимо певні класи випадкових величин. Зокрема, для двомірного гаусового розподілу сумісні моменти представлені в таблиці 2.2. Від нуля відрізняються кумулянти першого і другого порядків, причому дана випадкова величина характеризується тільки статистичним зв'язком другого порядку або кореляцією. В цьому випадку, при представленні сумісних кумулянтів приходимо до поняття залежних гаусових випадкових величин.

Таблиця 2.2 – Представлення двовимірних сумісних моментів для гаусового розподілу

Порядок сумісних кумулянтів	**Позначення двовимірних сумісних моментів**					
1	χ_{10}	χ_{01}				
2	χ_{20}	χ_{11}	χ_{20}			
3						
4						
…	**…**	**…**	**…**	**…**	**…**	**…**

Визначення 2.3. Гаусовими статистично залежними випадковими величинами називатимемо такі, для яких відмінними від нуля будуть одновимірний кумулянт другого порядку χ_2 і сумісний кумулянт другого порядку χ_{11}, а всі інші кумулянти третього і вище порядків, а також сумісні кумулянти вище другого порядку дорівнюють нулю. У цьому випадку початкові моменти до шостого порядку мають вигляд:

$$\alpha_1 = \chi_1,\ \alpha_2 = \chi_2,\ \alpha_3 = 0,\ \alpha_4 = 3\chi_2^2,$$

$$\alpha_5 = 0,\ \alpha_6 = 15\chi_2^3, \ldots,$$

а сумісні моменти мають наступний взаємозв'язок зі сумісними кумулянтами:

$$m_{11}^{(v,k)} = \chi_{11} = \chi_2 \cdot r^{(v,k)},$$

$$m_{12} = \chi_{12} = 0,\ m_{22}^{(v,k)} = \chi_2^2 + 2\chi_{11}^2 = \chi_2^2\left(1 + 2r^{(v,k)^2}\right),\ \ldots,$$

де $r^{(v,k)}$ - кореляційна функція заданого виду між v-м і k-м вибірковим значенням.

Наприклад, кореляційна функція може мати один із наступних видів:

$$r_\xi(\tau) = \sigma^2 e^{-A|\tau|},\ r_\xi(\tau) = \sigma^2 e^{-A|\tau|} \cos\beta\tau,\ r_\xi(\tau) = \sigma^2 e^{-A|\tau|} (\cos\beta\tau + \frac{A}{\beta}\sin\beta\,|\,\tau\,|),$$

де $\tau = |t_v - t_k|$ - кореляційний інтервал, котрий при врахуванні статистичних зв'язків менше інтервалу кореляції $\tau = |t_v - t_k| \le \tau_{кор}$, $v,k = \overline{1,n}$; $\tau_{кор}$ - час кореляції; $\sigma^2 = r_\xi(0)$ - дисперсія випадкового процесу; $1/A > 0$ – постійна часу, яка характеризує статистичний зв'язок вибіркових значень.

У даній роботі проводяться дослідження з побудови нелінійних методів оцінювання параметра постійного сигналу, що приймається на фоні асиметричних, ексцесних та асиметрично-ексцесних корельованих негаусових завад. Дані класи досліджуваних випадкових процесів представлені в таблицях 2.3-2.5. з наданням відповідних визначень.

Таблиця 2.3 – Представлення двовимірних сумісних моментів для асиметричних корельованих негаусових випадкових величин 1-го типу 1-го виду

Порядок сумісних кумулянтів	**Позначення двовимірних сумісних моментів**					
1	χ_{10}	χ_{01}				
2	χ_{20}	χ_{11}	χ_{20}			
3	χ_{30}	χ_{12}	χ_{21}	χ_{03}		
4						
…	…	…	…	…	…	…

Визначення 2.4. Асиметричними статистично залежними випадковими величинами 1-го типу 1-го виду будемо називати такі, для яких відмінними від нуля будуть χ_2, χ_3, а також сумісні кумулянти χ_{11}, χ_{12}, χ_{21}, а всі інші кумулянти і сумісні кумулянти вище третього порядку рівні нулю. У цьому випадку початкові моменти до шостого порядку мають вигляд:

$$\alpha_1 = \chi_1,\ \ \alpha_2 = \chi_2,\ \ \alpha_3 = \chi_3,\ \ \alpha_4 = 3\chi_2^2,\ \ \alpha_5 = 10\chi_3\chi_3,\ \ \alpha_6 = 10{\chi_3}^2 + 15\chi_2^3, \ldots,$$

а сумісні моменти мають наступний взаємозв'язок з сумісними кумулянтами:

$$m_{11}^{(v,k)} = \chi_{11} = \chi_2 \cdot r^{(v,k)},\ \ m_{12}^{(v,k)} = \chi_{12} = \gamma_3 \chi_2^{3/2} r^{(v,k)^{3/2}},\ \ m_{22}^{(v,k)} = \chi_2^2\left(1 + 2r^{(v,k)^2}\right),\ \ldots .$$

Таблиця 2.4 – Представлення двовимірних сумісних моментів для ексцесних корельованих негаусових випадкових величин 1-го типу 1-го виду

Порядок сумісних кумулянтів	**Позначення двовимірних сумісних моментів**					
1	χ_{10}	χ_{01}				
2	χ_{20}	χ_{11}	χ_{02}			
3						
4	χ_{40}	χ_{31}	χ_{22}	χ_{13}	χ_{04}	
…	…	…	…	…	…	…

Визначення 2.5. Ексцесними статистично залежними випадковими величинами 1-го типу 1-го виду будемо називати такі, для яких відмінними від нуля будуть χ_2 і χ_4, а також сумісні кумулянти χ_{11}, χ_{31}, χ_{22}, χ_{13}, а всі інші кумулянти третього і вище четвертого порядків, а також сумісні кумулянти вище четвертого порядку дорівнюють нулю. У цьому випадку початкові моменти до шостого порядку мають вигляд:

$$\alpha_1 = \chi_1,\ \alpha_2 = \chi_2,\ \alpha_3 = 0,\ \alpha_4 = \chi_4 + 3\chi_2^2,\ \alpha_5 = 0,$$

$$\alpha_6 = 15\chi_2\chi_4 + 15\chi_2^3, \ldots,$$

а сумісні моменти мають наступний взаємозв'язок зі сумісними кумулянтами:

$$m_{11}^{(v,k)} = \chi_{11} = \chi_2 \cdot r^{(v,k)},\ m_{12}^{(v,k)} = \chi_{12} = 0,\ m_{13}^{(v,k)} = \gamma_4\chi_{11}^2 + 3\chi_2\chi_{11},$$

$$m_{22}^{(v,k)} = \chi_2^2\left(\gamma_4 r^{(v,k)^2} + 1 + 2r^{(v,k)^2}\right), \ \ldots .$$

Таблиця 2.5 – Представлення двовимірних сумісних моментів для асиметрично-ексцесних корельованих негаусових випадкових величин

Порядок сумісних кумулянтів	**Позначення двовимірних сумісних моментів**					
1	χ_{10}	χ_{01}				
2	χ_{20}	χ_{11}	χ_{20}			
3	χ_{30}	χ_{12}	χ_{21}	χ_{03}		
4	χ_{40}	χ_{31}	χ_{22}	χ_{13}	χ_{04}	
…	…	…	…	…	…	…

Визначення 2.6. Асиметрично-ексцесними статистично залежними випадковими величинами 2-го типу 1-го виду будемо називати такі, для яких відмінними від нуля будуть χ_2, χ_3 і χ_4, а також сумісні кумулянти χ_{11}, χ_{12}, χ_{21}, χ_{31}, χ_{13} і χ_{22}, а всі інші кумулянти вище четвертого порядку, а також

сумісні кумулянти вище четвертого порядку рівні нулю. У цьому випадку початкові моменти до шостого порядку мають вигляд:

$$\alpha_1 = \chi_1,\ \ \alpha_2 = \chi_2,\ \ \alpha_3 = \chi_3,\ \ \alpha_4 = \chi_4 + 3\chi_2^2,$$

$$\alpha_5 = 10\chi_3\chi_3,\ \ \alpha_6 = 15\chi_2\chi_4 + 10{\chi_3}^2 + 15\chi_2^3, \ldots,$$

а сумісні моменти мають наступний взаємозв'язок зі сумісними кумулянтами:

$$m_{11}^{(v,k)} = \chi_{11} = \chi_2 \cdot r^{(v,k)},\ \ m_{12}^{(v,k)} = \chi_{12} = \gamma_3\chi_2^{3/2} r^{{(v,k)}^{3/2}},\ \ m_{22}^{(v,k)} = \chi_2^2\left(\gamma_4 r^{{(v,k)}^2} + 1 + 2r^{{(v,k)}^2}\right),\ \ldots\ .$$

Якщо припустити, що випадкова величина має нульове математичне сподівання, то початковий момент першого порядку буде дорівнювати нулю, тобто $\alpha_1 = 0$.

На основі запропонованих моментно-кумулянтних моделей корельованих негаусових процесів будуть побудовані методи оцінювання параметра постійного сигналу при використанні модифікованого методу максимізації полінома (ММMП).

2.2. Моментно-кумулянтні моделі адитивної взаємодії корисного сигналу та корельованих негаусових завад

На основі обраного підходу щодо опису корельованих негаусових процесів і представлення класифікації відповідних випадкових величин отримані вирази для значень моментних функцій для двохмоментних моделей негаусових стаціонарних процесів, наведених в додатку В.

Розглянемо найбільш поширену адитивну модель $\xi(t)$ взаємодії досліджуваного корисного постійного сигналу $S(\vartheta)$, що залежить від параметра ϑ, і стаціонарної негаусової статистично залежної завади $\eta(t)$:

$$\xi(t) = S(\vartheta) + \eta(t)\,.$$

Для побудови поліноміальних методів оцінювання представимо моментно-кумулянтні моделі досліджуваного процесу у вигляді одномоментних і двохмоментних кумулянтних функцій:

$$\chi_2,\ \chi_3\ \ \chi_4,\ \chi_2(0,\tau),\ \chi_4(0,0,0,\tau),\ \ldots.$$

Нехай з прийнятого сигналу $\xi(t)$ досліджується статистично залежна і однаково розподілена вибірка $\vec{x}=\{x_1,x_2,...x_n\}$ обсягом n : $x_v = S_\vartheta + \eta_v$, де для стислості використовуємо позначення $S_\vartheta = S(\vartheta)$. За результатами статистичної обробки даних необхідно отримати результат оцінювання параметра постійного сигналу за умови, що інші параметри відомі (дисперсія завади і інші кумулянти).

Отримаємо аналітичні вирази для функцій $K_{i,j}(t_1,t_2,t_3,...,t_n)$, які характеризують статистичний зв'язок в різні моменти часу і використовуються при поліноміальному синтезі оцінок параметрів. Такі функції, на відміну від корелянтів статистично незалежних процесів, визначаються через моментні функції вищих порядків, що дає можливість врахувати кореляцію досліджуваного випадкового процесу [83]:

$$K_{i,j}(t_1,t_2,t_3,...,t_n)=\alpha_{i+j}(t_1,t_2,t_3,...,t_n)-\alpha_i(t_1)\alpha_j(t_1),\quad i+j=n.$$

Для стаціонарних корельованих дискретних процесів дані функції визначаються з виразу:

$$K_{i,j}(v-k)=E\{[\xi_v^i-\alpha_i][\xi_k^i-\alpha_j]\}=E\{[\xi_v^i\xi_k^i-\alpha_i\alpha_j]\}=E[\xi_v^i\xi_k^i]-\alpha_i\alpha_j\,,$$

де ξ_v^i, ξ_k^i - значення стаціонарного процесу в v і k-й моменти дискретного часу t ($t=1,2,...,n$).

Наведемо початкові одномірні моменти до 4-го порядку, а також сумісні двохвимірні моменти, що характеризують *кореляційні зв'язки асиметричних негаусових процесів*.

Вирази для початкових одновимірних моментів до 4-го порядку асиметричних негаусових випадкових величин мають вигляд:

$$\alpha_1=0,\ \alpha_2=\chi_2,\ \alpha_3=\chi_2^{3/2}\gamma_3,\ \alpha_4=3\chi_2^2,$$

а двохмоментні функції даного розподілу запишуться як:

$$\alpha_2(0,\tau)=\chi_2(0,\tau),\ \alpha_3(0,\tau,\tau)=\chi_3(0,\tau,\tau),\ \alpha_4(0,\tau,\tau,\tau)=3\chi_2\cdot\chi_2(0,\tau),$$

$$\alpha_4(0,0,\tau,\tau)=\chi_2^2+2\chi_2^2\cdot(0,\tau).$$

Для запропонованої моделі адитивної взаємодії постійного сигналу і асиметричної негаусової завади моменти одномоментного розподілу до 4-го порядку отримають наступний вид:

$$m_1=S_\vartheta,\ \ m_2=\chi_2+S_\vartheta^2,\ \ m_3=\chi_2^{1,5}\gamma_3+3\chi_2S_\vartheta+S_\vartheta^3,\ \ m_4=3\chi_2^2+4\chi_2^{1,5}\gamma_3S_\vartheta+6\chi_2S_\vartheta^2+S_\vartheta^4,$$

а моменти двохмоментного розподілу запишуться як:

$$m_{11}=S_\vartheta{}^2+\chi_2r^{(v,k)},$$

$$m_{12}=S_\vartheta{}^3+S_\vartheta\chi_2+2S_\vartheta\chi_2r^{(v,k)}+\gamma_3\chi_2^{3/2}r^{(v,k)^{3/2}}\quad,$$

$$m_{22}=S_\vartheta{}^4+2S_\vartheta{}^2\chi_2+4S_\vartheta{}^2\chi_2r^{(v,k)}+4S_\vartheta\gamma_3\chi_2^{3/2}r^{(v,k)^{3/2}}+ \\ +\chi_2^2\left(1+2r^{(v,k)^2}\right).$$

В цьому випадку корелянти $K_{i,j}(\tau,\vartheta)$ двохмоментного випадкового процесу $\xi(t)$ набудуть виду:

$$K_{1,1}(0,\tau,\vartheta)=m_{11}-m_1m_2=\chi_2r_\xi(\tau),$$

$$K_{1,2}(0,\tau,\tau,\vartheta)=m_{12}-m_1m_2=2S_\vartheta\chi_2r^{(v,k)}+\gamma_3\chi_2^{3/2}r^{(v,k)^{3/2}},$$

$$K_{2,2}(0,0,\tau,\tau,\vartheta)=m_{22}-m_2m_2=4S_\vartheta{}^2\chi_2r^{(v,k)}+4S_\vartheta\gamma_3\chi_2^{3/2}r^{(v,k)^{3/2}}+2\chi_2^2r^{(v,k)^2}.$$

При відсутності кореляційних зв'язків між вибірковими значеннями корелянти запишуться як:

$$K_{1,1}=\chi_2,\ K_{1,2}=\chi_2^{3/2}\gamma_3+2\chi_2S_\vartheta,\ K_{2,2}=4S_\vartheta{}^2\chi_2+S_\vartheta\gamma_3\chi_2^{3/2}+2\chi_2^2$$

і співпадають з виразами, отриманими в [42].

Наведемо початкові одномірні моменти до 4-го порядку, а також сумісні двохвимірні моменти, що характеризують *кореляційні зв'язки ексцесних негаусових процесів*.

Вирази для початкових одновимірних моментів до 4-го порядку ексцесних негаусових випадкових величин мають вигляд:

$$\alpha_1=0,\ \ \alpha_2=\chi_2,\ \ \alpha_3=0_3,\ \ \alpha_4=\chi_2^2(\gamma_4+3),$$

а двохмоментні функції даного розподілу запишуться як:

$$\alpha_2(0,\tau)=\chi_2(0,\tau),\ \alpha_3(0,\tau,\tau)=0,\ \alpha_4(0,\tau,\tau,\tau)=\chi_4(0,\tau,\tau,\tau)+3\chi_2\cdot\chi_2(0,\tau),$$

$$\alpha_4(0,0,\tau,\tau)=\chi_4(0,0,\tau,\tau)+\chi_2^2+2\chi_2^2\cdot(0,\tau).$$

Для запропонованої моделі адитивної взаємодії постійного сигналу і ексцесної негаусової завади моменти одномоментного розподілу до 4-го порядку отримають наступний вид:

$$m_1=S_\vartheta,\ m_2=\chi_2+S_\vartheta^2,\ m_3=3\chi_2 S_\vartheta+S_\vartheta^3,\ m_4=3\chi_2^2+6\chi_2 S_\vartheta^2+S_\vartheta^4+\gamma_4\chi_2^2,$$

а моменти двохмоментного розподілу запишуться як:

$$m_{11}=S_\vartheta{}^2+\chi_2 r^{(v,k)},\ m_{12}=S_\vartheta{}^3+S_\vartheta\chi_2+2S_\vartheta\chi_2 r^{(v,k)}\ ,$$

$$m_{22}=S_\vartheta{}^4+2S_\vartheta{}^2\chi_2+4S_\vartheta{}^2\chi_2 r^{(v,k)}+\chi_2^2\left(\gamma_4 r^{(v,k)^2}+1+2r^{(v,k)^2}\right).$$

В цьому випадку корелянти $K_{i,j}(\tau,\vartheta)$ двохмоментного випадкового процесу $\xi(t)$ набудуть виду:

$$K_{1,1}(0,\tau,\vartheta)=m_{11}-m_1m_2=\chi_2 r_\xi(\tau),\ K_{1,2}(0,\tau,\tau,\vartheta)=m_{12}-m_1m_2=2S_\vartheta\chi_2 r^{(v,k)},$$

$$K_{2,2}(0,0,\tau,\tau,\vartheta)=m_{22}-m_2m_2=4S_\vartheta{}^2\chi_2 r^{(v,k)}+\gamma_4\chi_2^2 r^{(v,k)^2}+2\chi_2^2 r^{(v,k)^2}\ .$$

При відсутності кореляційних зв'язків між вибірковими значеннями коррелянти запишуться як:

$$K_{1,1}=\chi_2,\ K_{1,2}=2\chi_2 S_\vartheta,\ K_{2,2}=4S_\vartheta{}^2\chi_2+\chi_2^2(\gamma_4+2)$$

і співпадають з виразами, отриманими в [42].

Наведемо початкові одномірні моменти до 4-го порядку, а також сумісні двохвимірні моменти, що характеризують *кореляційні зв'язки асиметрично-ексцесних негаусових процесів*.

Вирази для початкових одновимірних моментів до 4-го порядку асиметрично-ексцесних негаусових випадкових величин мають вигляд:

$$\alpha_1=0,\ \alpha_2=\chi_2,\ \alpha_3=\chi_2^{3/2}\gamma_3,\ \alpha_4=\chi_2^2(\gamma_4+3),$$

а двохмоментні функції даного розподілу запишуться як:

$$\alpha_2(0,\tau)=\chi_2(0,\tau),\ \alpha_3(0,\tau,\tau)=\chi_3(0,\tau,\tau),\ \alpha_4(0,\tau,\tau,\tau)=\chi_4(0,\tau,\tau,\tau)+3\chi_2\cdot\chi_2(0,\tau),$$

$$\alpha_4(0,0,\tau,\tau)=\chi_4(0,0,\tau,\tau)+\chi_2^2+2\chi_2^2\cdot(0,\tau).$$

Для запропонованої моделі адитивної взаємодії постійного сигналу і асиметрично-ексцесної негаусової завади моменти одномоментного розподілу до 4-го порядку отримають наступний вид:

$$m_1 = S_\vartheta,\ \ m_2 = \chi_2 + S_\vartheta^2,\ \ m_3 = \chi_2^{1,5}\gamma_3 + 3\chi_2 S_\vartheta + S_\vartheta^3,\ \ m_4 = 3\chi_2^2 + 4\chi_2^{1,5}\gamma_3 S_\vartheta + 6\chi_2 S_\vartheta^2 + S_\vartheta^4 + \gamma_4\chi_2^2,$$

а моменти двохмоментного розподілу запишуться як:

$$m_{11} = S_\vartheta{}^2 + \chi_2 r^{(v,k)},\ \ m_{12} = S_\vartheta{}^3 + S_\vartheta\chi_2 + 2S_\vartheta\chi_2 r^{(v,k)} + \gamma_3\chi_2^{3/2} r^{(v,k)^{3/2}} \quad ,$$

$$m_{22} = S_\vartheta{}^4 + 2S_\vartheta{}^2\chi_2 + 4S_\vartheta{}^2\chi_2 r^{(v,k)} + 4S_\vartheta\gamma_3\chi_2^{3/2} r^{(v,k)^{3/2}} + \chi_2^2\left(\gamma_4 r^{(v,k)^2} + 1 + 2r^{(v,k)^2}\right).$$

В цьому випадку корелянти $K_{i,j}(\tau,\vartheta)$ двохмоментного випадкового процесу $\xi(t)$ набудуть виду:

$$K_{1,1}(0,\tau,\vartheta) = m_{11} - m_1 m_2 = \chi_2 r_\xi(\tau),\ K_{1,2}(0,\tau,\tau,\vartheta) = m_{12} - m_1 m_2 = 2S_\vartheta\chi_2 r^{(v,k)} + \gamma_3\chi_2^{3/2} r^{(v,k)^{3/2}},,$$

$$K_{2,2}(0,0,\tau,\tau,\vartheta) = m_{22} - m_2 m_2 = 4S_\vartheta{}^2\chi_2 r^{(v,k)} + 4S_\vartheta\gamma_3\chi_2^{3/2} r^{(v,k)^{3/2}} + \gamma_4\chi_2^2 r^{(v,k)^2} + 2\chi_2^2 r^{(v,k)^2}.$$

При відсутності кореляційних зв'язків між вибірковими значеннями коррелянти запишуться як:

$$K_{1,1} = \chi_2,\ K_{1,2} = \chi_2^{3/2}\gamma_3 + 2\chi_2 S_\vartheta,\ K_{2,2} = 4S_\vartheta{}^2\chi_2 + S_\vartheta\gamma_3\chi_2^{3/2} + \chi_2^2(\gamma_4 + 2)$$

і співпадають з виразами, отриманими в [42].

Таким чином, запропоновані нові моделі адитивної взаємодії корисного сигналу $S(\vartheta)$ з негаусовими корельованими завадами різних типів і видів, які будуть використані при синтезі поліноміальних алгоритмів оцінювання невідомого параметра ϑ при застосуванні нового модифікованого методу оцінювання (метод максимізації полінома) і проведено аналіз ефективності отриманих результатів.

Запропоноване представлення випадкових процесів за допомогою моментних і кумулянтних функцій відрізняється від відомих моделей врахуванням таких властивостей процесу, як негаусовість і корельованість за допомогою кумулянтних функцій вищих порядків.

2.3. Оцінювання параметрів випадкового процесу за вибірковими даними

При практичній реалізації запропонованих моделей в п.2.2. потрібно володіти апріорною інформацією про одномоментні та двохмоментні функції досліджуваного процесу, або використовувати оціночні значення, отримані одним із можливих відомих методів. Наведемо відомості про оціночний спосіб подолання апріорної невизначеності з вибіркових значень.

Процес оцінювання початкових моментів може бути просто реалізований при застосуванні усереднених статистик для відповідних степеневих перетворень над вибірковими значеннями з досліджуваного процесу [105]:

$$\hat{\alpha}_i = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} x_n^i.$$

Така оцінка буде слушною і асимптотично незміщеною, характеризується простотою отримання при практичній реалізації [106].

Оціночне значення дисперсії, як середнє значення квадратів відхилень елементів вибірки від їхнього середнього значення, представлена виразом виду:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \hat{\alpha}_1)^2.$$

Тоді дисперсія середнього значення вибірки обсягом N в припущенні статистичної незалежності вибіркових значень описується виразом:

$$\hat{\sigma}_x^2 = \frac{\hat{\sigma}^2}{N}.$$

Для оцінки характеристик негаусовості досліджуваного процесу, зокрема коєфіцієнтів асиметрії γ_3 та γ_4, використовують наступні вирази [105]:

$$\hat{\gamma}_3 = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \hat{\alpha}_1)^3}{[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \hat{\alpha}_1)^2]^{3/2}}.$$

$$\hat{\gamma}_4 = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \hat{\alpha}_1)^4}{[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \hat{\alpha}_1)^2]^2} - 3.$$

При врахуванні взаємної кореляції вибіркових значень об’ємом N для відомої нормованої кореляційної функції $\rho_r = \frac{\overline{\chi}_2(\overline{t})}{\hat{\sigma}^2}$ вибіркову дисперсію середнього значення можна оцінити за виразом [106, 107]:

$$\hat{\sigma}^2_{kor} = \hat{\sigma}^2_x[1 + \frac{2}{N}\sum_{r=1}^{N-1}(n-r)\rho_r],$$

$$\sigma^2_{\vartheta} = \chi_2 \left(1 - \frac{3}{n\chi_2 Z}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} Z_{ij}x_i x_j\right)^{-1},$$

де вираз $\frac{2}{N}\sum_{r=1}^{N-1}(n-r)\rho_r$ буде визначати ефективну кількість незалежних (некорельованих) значень вибірки:

$$n_{eff} = \frac{n}{\frac{2}{N}\sum_{r=1}^{N-1}(n-r)\rho_r}.$$

Таким чином, при наявності кореляції між вибірковими значеннями ефективність усереднення знижується при збільшенні статистичних зв’язків.

2.4 Модифікація методу максимізації полінома для оцінювання параметрів сигналів при адитивній взаємодії з негаусовою корельованою завадою

Як вже було відмічено в першому розділі, одним із відомих методів оцінювання параметрів сигналів при взаємодії з негаусовими завадами є метод максимізації поліному, запропонований професором Кунченко Ю.П. [35, 36, 42]. Даний метод отримав своє успішне застосування при рішенні багатьох технічних задач в припущенні оцінювання параметрів за незалежною вибіркою з досліджуваного процесу. Застосування даного методу для обробки статистично залежних вибіркових значень потребує своєї модифікації, що було реалізовано і досліджено в роботах [83, 84]. Наведемо коротке обґрунтування модифікації даного методу для оцінювання параметрів сигналів при статистично залежних вибіркових значеннях при застосуванні сумісних моментів вищих порядків.

Нехай спостерігається корельований стаціонарний випадковий процес $\xi(t)$ з відомою автокореляційною функцією $\rho_r = \frac{\bar{\chi}_2(\bar{t})}{\hat{\sigma}^2}$, над яким проведена операція дискретизації . Причому, час дискретизації є меншим часу кореляції $\tau_{кор}$. Тому дискретні значення процесу характеризуються статистичними зв'язками. Необхідно за результатами обробки вибіркових значень отримати оцінку невідомих параметрів досліджуваного сигналу.

В роботах [35, 36, 42, 108] відмічено, що одна з властивостей стохастичних поліномів полягає в тому, що їх можна використати для розкладу випадкової послідовності $\bar{\xi} = \{\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n\}$ в поліноміальну послідовність $\xi_S = \{\xi_{1S}, \xi_{2S}, ..., \xi_{nS}\}$. Для статистично незалежної послідовності поліноміальна послідовність формується на основі виразу при застосуванні степеневих перетворень над вибірковими значеннями [42]:

$$\xi_{vS} = h_0 + \sum_{i=1}^{S} h_i \xi_v^i, \ v = \overline{1, n-1}. \qquad (2.1)$$

При отриманні такого розкладу для статистично залежних послідовностей стохастичний поліном повинен враховувати статистичні зв’язки між значеннями цієї послідовності. Тому корельований досліджуваний процес представляється у вигляді поліноміальної послідовності з елементами у вигляді степеневого стохастичного поліному розмірності S:

$$\xi_{vS} = h_0 + \sum_{i=1}^{S} \sum_{k=0}^{v} h_{ik} \xi_{v-k}^{i}\ , \quad v = \overline{1, n-1}. \tag{2.2}$$

Відмітимо, що значення елементів ξ_{vS} в (2.2) в поточний момент часу v залежать в тому числі і від значень в попередні моменти часу (v-k). Статистичний зв'язок між елементами послідовності буде визначатися часовою відстанню між елементами послідовності.

Розглянемо набір значень корельованої поліноміальної послідовності ξ_{vS} по всім вибірковим значенням $v = 1, n-1$. Тоді отримаємо стохастичний поліномом для всіх значень n вибірки $\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n$:

$$\sum_{v=1}^{n} \xi_{vS} = nh_0 + \sum_{i=1}^{S} \sum_{k=0}^{v} h_{ik} \sum_{v=1}^{n} \xi_{v-k}^{i}\ . \tag{2.3}$$

У такій поліноміальній послідовності ξ_S усереднене значення суми буде визначатися стохастичним поліномом:

$$\frac{1}{n} \sum_{v=1}^{n} \xi_{vS} = h_0 + \sum_{i=1}^{S} \sum_{k=0}^{v} h_{ik} \frac{1}{n} \sum_{v=1}^{n} \xi_{v-k}^{i}\ . \tag{2.4}$$

Тоді вибірковий середній стохастичний поліномом описується через такі статистики, якими є вибіркові моменти:

$$\frac{1}{n} \sum_{v=1}^{n} \xi_{v-k}^{i}\ .$$

Оптимальний коефіцієнт h_0, згідно умов збіжності поліноміальної послідовності $\xi_S = \{\xi_{1S}, \xi_{2S}, ..., \xi_{nS}\}$, в середньоквадратичному до початкової послідовності $\overline{\xi}=\{\xi_1,\xi_2,...,\xi_n\}$ [109] при моментному описі останньої повинен визначатися з виразу:

$$h_0=\alpha_1-\sum_{i=1}^{S}\sum_{k=0}^{n-1}h_{ik}\alpha_i\ ,$$

де $\alpha_1=E\{\xi\}$ - математичне сподівання, $\alpha_i=E\{\xi_v^i\}$ - моменти порядку і.

Тоді наближення (2.4) можемо записати у вигляді:

$$\xi_{vS}=\alpha_1-\sum_{i=1}^{S}\sum_{k=0}^{v}h_{ik}\alpha_i+\sum_{i=1}^{S}\sum_{k=0}^{v}h_{ik}\xi_{v-k}^i=\alpha_1+\sum_{i=1}^{S}\sum_{k=0}^{v}h_{ik}(\xi_{v-k}^i-\alpha_i)\,,v=\overline{1,n-1}. \quad (2.5)$$

Так як в технічних системах використовується скінченний час автокореляції (див. розділ 1), при побудові систем оцінювання необхідно визначати глибину P автокореляційних зв’язків для елементів поліноміальної послідовності. Тоді вираз (2.5) запишемо як:

$$\xi_{vS}=\alpha_1+\sum_{i=1}^{S}\sum_{k=0}^{P}h_{ik}(\xi_{v-k}^i-\alpha_i),\ v=\overline{1,n-1},$$

де $P\approx\tau_{кор}$ при дискретному представленні процесу.

Коефіцієнти h_{ik} будуть визначатися як розв’язки системи рівнянь:

$$\sum_{i=1}^{S}\sum_{k=0}^{n-1}h_{ik}K_{i,j}(v-k)=K_j(v),\ \ j=\overline{1,S},\ \ v=\overline{1,n-1}, \quad (2.6)$$

$$\text{де } K_j(v)=E\{(\xi_v-\alpha_1)(\xi_v^j-\alpha_j)\}=E\{(\xi_v\xi_v^j-\alpha_1\alpha_j)\},$$

$$K_{i,j}(v-k)=E\{(\xi_v^i-\alpha_i)(\xi_k^i-\alpha_j)\}=E\{(\xi_v^i\xi_k^i-\alpha_i\alpha_j)\}.$$

При оптимальних коефіцієнтах розкладу h_{ik}, які знайдені із вирішення системи (2.6), величина дисперсії розкладу $\sigma_{\xi_{vS}}^2$ (при обмеженій тривалості послідовності n) може бути оцінена з виразу:

$$\sigma_{\xi_{vS}}^2=\sum_{i=1}^{S}\sum_{v=0}^{n-1}h_{iv}K_j(v).$$

Середньоквадратична похибка розкладу початкової послідовності в поліноміальну буде визначатися з виразу [42]:

$$D = \sigma_{\xi_v}^2 - \sigma_{\xi_{vS}}^2, \qquad (2.7)$$

де $\sigma_{\xi_v}^2$ - дисперсія початкової вибірки $\overline{\xi}$.

При збільшенні тривалості часового ряду (обсягу послідовності n) і збільшенні кількості членів поліному (збільшення S) похибка розкладу (2.7) буде мінімізуватися, тобто:

$$\lim_{\substack{n \to \infty \\ S \to \infty}} D = 0.$$

Таким чином, зробимо висновок, що таке поліноміальне представлення корельованих вибіркових значень випадкового процесу дає можливість застосувати метод максимізації полінома для отримання оцінок параметрів сигналів [83, 84].

Одна з важливих особливостей застосування стохастичних поліномів для отримання шуканих оцінок полягає в тому, що при використанні кумулянтних функцій вищих порядків (при використанні степеневих перетворень вибіркових значень) з’являється принципова можливість описати параметри негаусових випадкових процесів. А при застосуванні сумісних двохмоментних кумулянтних функцій з’являється можливість описати статистичні зв’язки між вибірковими значеннями.

В даній роботі запропоновано розширити практичне застосування стохастичних поліномів для оцінювання параметрів статистично залежних випадкових процесів на основі модифікації методу максимізації поліному (методу Кунченко).

Як відміняється в [35, 36, 42], якщо параметр ϑ , який необхідно оцінити, при спостереженні вибірки $\overline{\xi} = \{\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n\}$ приймає істинне значення ϑ_0, то вибірковий стохастичний поліном при любому кінцевому S асимптотично при $n \to \infty$, як функція параметра ϑ, має максимум в точці $\hat{\vartheta}_0$, околиці істинного значення ϑ_0 . При $n \to \infty$ величина $\hat{\vartheta}_0$ сходиться по імовірності до ϑ_0.

Тоді коефіцієнти полінома і моментні функції також будуть залежати від оцінюваного параметра ϑ, так як будуть виражатися через вибіркові значення.

Представимо стохастичний поліном як:

$$\sum_{v=1}^{n}\xi_{vS} = nk_0(\vartheta)+\sum_{i=1}^{S}\sum_{k=0}^{v}k_{ik}(\vartheta)\sum_{v=1}^{n}\xi_{v-k}^{i}\ . \qquad (2.8)$$

Коефіцієнти полінома, згідно [35, 36], повинні визначатися наступним чином:

коефіцієнт $k_0(\vartheta)$ дорівнює:

$$k_0(\vartheta) = -\int_{a}^{\vartheta}\sum_{i=1}^{s}\left[\sum_{k=0}^{v}h_{ik}(\vartheta)\alpha_i(\vartheta)\right]d\vartheta, \qquad (2.9)$$

а коефіцієнти $k_{ik}(\vartheta), i=\overline{1,s}$ рівні:

$$k_{ik}(\vartheta) = \int_{a}^{\vartheta}h_{ik}(\vartheta)d\vartheta, \qquad (2.10)$$

де функції $h_{ik}(\vartheta)$ параметра ϑ диференційовані по параметру ϑ і такі, що для любого значення $\vartheta\in(a,b)$:

$$\sum_{i=1}^{s}h_{ik}(\vartheta)\frac{d}{d\vartheta}\alpha_i(\vartheta) > 0, \quad k=\overline{1,n}. \qquad (2.11)$$

Виконання даної умови буде забезпечуватися, якщо коефіцієнти $h_{ik}(\vartheta)$ знаходяться з наступної системи рівнянь:

$$\sum_{i=1}^{S}\sum_{k=0}^{n-1}h_{ik}K_{i,j}(v-k) = \frac{d}{d\vartheta}\alpha_i(\vartheta),\ j=\overline{1,s},\ v=\overline{0,n-1},\ \text{для}\ \forall\vartheta\in(a,b). \qquad (2.12)$$

Після підстановки коефіцієнтів (2.9), (2.10) в стохастичний поліном, отримаємо наступне співвідношення:

$$\sum_{v=1}^{n}\xi_{vS} = -n\int_{a}^{\vartheta}\sum_{i=1}^{s}\left[\sum_{k=0}^{v}h_{ik}(\vartheta)\alpha_i(\vartheta)\right]d\vartheta+\sum_{i=1}^{S}\sum_{k=0}^{v}\int_{a}^{\vartheta}h_{ik}(\vartheta)d\vartheta\sum_{v=1}^{n}\xi_{v-k}^{i}\ .$$

Тоді вибірковий середній стохастичний поліном набуде вигляду:

$$\frac{1}{n}\sum_{v=1}^{n}\xi_{vS} = -\int_{a}^{\vartheta}\sum_{i=1}^{s}\left[\sum_{k=0}^{v}h_{ik}(\vartheta)\alpha_i(\vartheta)\right]d\vartheta + \sum_{i=1}^{S}\sum_{k=0}^{v}\int_{a}^{\vartheta}h_{ik}(\vartheta)d\vartheta\frac{1}{n}\sum_{v=1}^{n}\xi_{v-k}^{i}.$$

При $n \to \infty$ стохастичний поліном збігається до свого математичного сподівання, яке приймає максимум в точці істинного значення параметра ϑ_0, при якому спостерігається випадковий процес ξ, що випливає із другої властивості стохастичних поліномів Кунченка [42].

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{v=1}^{n}\xi_{vS} \to -\int_{a}^{\vartheta}\left[\sum_{i=1}^{s}\sum_{k=0}^{v}h_{ik}(\vartheta)\alpha_i(\vartheta)\right]d\vartheta + \sum_{i=1}^{S}\sum_{k=0}^{v}\left(\int_{a}^{\vartheta}h_{ik}(\vartheta)d\vartheta\right)\alpha_i(\vartheta_0).$$

Отримана збіжність є узагальненням закону великих чисел для середнього вибіркового стохастичного полінома.

Відомо, що необхідною і достатньою умовою існування екстремуму функції в деякій точці є умова, щоб перша похідна в цій точці дорівнювала нулю. Показано, що в цьому випадку перша похідна функції математичного сподівання вибіркового середнього стохастичного поліному дорівнює:

$$\frac{d}{d\vartheta}\left[-\int_{a}^{\vartheta}\left[\sum_{i=1}^{s}\sum_{k=0}^{v}h_{ik}(\vartheta)\alpha_i(\vartheta)\right]d\vartheta + \sum_{i=1}^{S}\sum_{k=0}^{v}\left(\int_{a}^{\vartheta}h_{ik}(\vartheta)d\vartheta\right)\alpha_i(\vartheta_0)\right] =$$

$$= \sum_{i=1}^{s}\sum_{k=0}^{v}h_{ik}(\vartheta)\left[\alpha_i(\vartheta_0) - \alpha_i(\vartheta)\right].$$

Тоді права частина отриманого виразу буде дорівнює нулю, якщо $\vartheta = \vartheta_0$.

Отриманий стохастичний поліном (2.8) буде принципово відрізнятися від полінома, що використовується для знаходження оцінок за статистично незалежною вибіркою [42]. Ця відмінність полягає в залежності коефіцієнтів полінома від параметрів кореляції у вигляді застосування сумісних кумулянтних функцій різних порядків, що дає можливість описати будь який статистичний зв'язок.

Таким чином, модифікація методу максимізації полінома (методу Кунченко) для оцінювання параметрів корисного сигналу на фоні негаусових корельованих завад полягає в тому, що в якості оцінки параметра обирається таке значення $\hat{\vartheta}_0$, при якому поліном (2.8), як функція параметру ϑ, приймає максимальне значення.

Так як вибірковий стохастичний поліном є диференційованим, то для знаходження оцінок параметрів можна використовувати рівність:

$$\frac{d}{d\vartheta}\sum_{v=1}^{n}\xi_{vS}=\frac{d}{d\vartheta}(-n\int_{a}^{\vartheta}\sum_{i=1}^{s}\left[\sum_{k=0}^{v}h_{ik}(\vartheta)\alpha_i(\vartheta)\right]d\vartheta+\sum_{i=1}^{S}\sum_{k=0}^{v}\int_{a}^{\vartheta}h_{ik}(\vartheta)d\vartheta\sum_{v=1}^{n}\xi_{v-k}^{i})=0.$$

І в розгорнутому вигляді запишеться як:

$$\sum_{i=1}^{S}\sum_{k=0}^{v}h_{ik}[\vartheta]\sum_{v=1}^{n}(\xi_{v-k}^{i}-\alpha_i[\vartheta])\,|_{\vartheta=\hat{\vartheta}}=0. \qquad (2.13)$$

Рішенням рівняння (2.13) буде дійсний корінь, для якого поліном приймає максимальне значення.

Тоді математичне сподівання (2.13) запишеться як:

$$E[\frac{d}{d\vartheta}\sum_{v=1}^{n}\xi_{vS}]=\sum_{i=1}^{S}\sum_{k=0}^{v}h_{ik}[\vartheta](\alpha_i[\vartheta_0]-\alpha_i[\vartheta]),$$

а дисперсія (2.13):

$$E\left[\frac{d}{d\vartheta}\sum_{v=1}^{n}\xi_{vS}\right]^2=\sum_{i=1}^{S}\sum_{j=1}^{S}\sum_{k=0}^{n-1}h_{ik}(\vartheta)h_{jk}(\vartheta)K_{i,j}(v-k,\vartheta). \qquad (2.14)$$

Так як невідомі коефіцієнти $h_{ik}(\vartheta)$ знаходяться із рішення системи рівнянь (2.12), то якщо кожне і-те рівняння цієї системи помножити на знайдені $h_{ik}(\vartheta)$ і просумувати по і, то отримаємо співвідношення:

$$\sum_{i=1}^{S}\sum_{j=1}^{S}\sum_{k=0}^{n-1}h_{ik}(\vartheta)h_{jk}(\vartheta)K_{i,j}(v-k,\vartheta)=\sum_{j=1}^{S}\sum_{k=0}^{n-1}h_{jk}(\vartheta)\frac{d}{d\vartheta}\alpha_j(\vartheta). \qquad (2.15)$$

Шукана оцінка з (2.13) буде асимптотично незміщеною, а дисперсія оцінки визначається з виразу [35, 36, 42]:

$$\left(\hat{\vartheta}_n-\vartheta_0\right)\approx\frac{\frac{d}{d\vartheta}\sum_{v=1}^{n}\xi_{vS}\,|_{\vartheta_0}}{-\frac{d^2}{d\vartheta^2}\sum_{v=1}^{n}\xi_{vS}\,|_{\vartheta_0}}.$$

Для функцій $h_{ik}(\vartheta)$ має місце нерівність:

$$[J_s(\vartheta_0)]^{-1} = E\left[-\frac{d^2}{d\vartheta^2}\sum_{v=1}^{n}\xi_{vS}\right]_{\vartheta_0} = n\sum_{j=1}^{S}\sum_{k=0}^{n-1} h_{jk}(\vartheta)\frac{d}{d\vartheta}\alpha_j(\vartheta)_{\vartheta_0} \geq 0, \quad (2.16)$$

де $J_s(\vartheta_0)$ - кількість добутої інформації про шуканий параметр ϑ і є певним еквівалентом інформації Фішера [42], але є меншою за неї, хоча може постерігатися і рівність.

Для шуканих оцінок параметрів корисних сигналів, що знайдені методом максимізації степеневого полінома, мінімальна дисперсія асимптотично зворотно пропорційна кількості добутої інформації:

$$\sigma^2_{\min} \approx J_s^{-1}(\vartheta_0), \quad (2.17)$$

або:

$$\sigma^2_{\min} \approx n\sum_{j=1}^{S}\sum_{k=0}^{n-1} h_{jk}(\vartheta)\frac{d}{d\vartheta}\alpha_j(\vartheta)_{\vartheta_0}.$$

Як показано в [[35, 36, 42], для оцінки, знайденої методом максимізації полінома, асимптотично справедлива наступна нерівність:

$$\sigma^2_{(s+1)\min} \leq \sigma^2_{(s)\min}, \qquad \text{або} \qquad J^{-1}_{(s)sn}(\vartheta) \leq J^{-1}_{(s+1)sn}(\vartheta),$$

де $\sigma^2_{(s)\min}$ - асимптотична дисперсія оцінки, коли кількість членів в поліномі (2.13) рівна s.

Закономірність збільшення кількості добутої інформації з ростом степеня стохастичного полінома зберігається і на випадок статистично залежних вибіркових значень. Значення дисперсії, як оберненої функції до кількості добутої інформації, може змінюватись за рахунок різних кореляційних зв'язків. Таким чином представляє інтерес дослідження поведінки дисперсії шуканої оцінки параметрів сигналу для різних видів як функцій кореляції, так і кумулянтних функцій вищих порядків.

Важливим залишається питання відшукання коефіцієнтів поліному (2.13), а саме способів розв’язку системи рівнянь (2.12). Розв’язок системи виду (2.12) є математично складною задачею і буде реалізовано при застосуванні методу Крамера і доповнень Шура [106] в наступному розділі.

Таким чином модифікація методу максимізації полінома на основі додаткового застосування сумісних кумулянтних функцій вищих порядків дозволяє реалізовувати процеси оцінювання параметрів корисних сигналів при адитивній взаємодії з корельованими негаусовими завадами. Синтез та аналіз поліноміальних алгоритмів оцінювання наведений в наступному розділі.

2.5. Висновки

Отримав подальший розвиток математичний апарат представлення корельованих негаусових процесів на основі застосування моментно-кумулянтного підходу при реалізації нелінійних методів оцінювання параметрів корельованих негаусових процесів на основі застосування стохастичних поліномів. Отримані наступні основні результати.

1. Запропоновані нові математичні моделі адитивної взаємодії корисного сигналу та корельованої негаусової завади на основі застосування одномоментних та двохмоментних кумулянтних функцій вищих порядків, що надало можливість описати не тільки параметри і характеристики негаусового розподілу досліджуваного випадкового процесу, але і врахувати кореляційні зв’язки для синтезу алгоритмів оцінювання невідомих параметрів.

2. Отримані аналітичні вирази моментно-кумулянтних моделей для асиметричних, ексцесних, асиметрично-ексцесних корельованих негаусових процесів адитивної взаємодії корисного сигналу та завади, що дозволило розширити клас розв'язуваних завдань для синтезу алгоритмів обробки сигналів при статистично залежних вибіркових значеннях.

3. Для реалізації адаптивних алгоритмів оцінювання параметрів сигналів на фоні негаусових корельованих завад наведені способи апріорного визначення статистик вищих порядків за наявними вибірковими значеннями, що надає додаткові можливості реалізації гнучких поліноміальних алгоритмів оцінювання в залежності від завадової ситуації.

4. Представлено модифікацію методу максимізації полінома (методу Кунченко) для синтезу оцінок параметрів корисних сигналів, які приймаються на фоні корельованих негаусових завад. Модифікація методу базується на застосуванні двохмоментних кумулянтних функцій вищих порядків, які дають можливість врахувати статистичні зв'язки вибіркових значень при заданих обмеженнях та забезпечити адекватне представлення досліджуваного процесу. Застосування нового модифікованого методу дозволить розробити нові алгоритми оцінювання параметрів сигналів в інформаційно-вимірювальних системах, системах контролю, моніторингу та діагностики.

Використання багатомоментних кумулянтних функцій для опису статистично залежних негаусових випадкових процесів розширило клас досліджуваних випадкових величин і можливості застосування методу максимізації поліному (методу Кунченко) для отримання оцінок невідомих параметрів сигналів.

РОЗДІЛ 3

МЕТОДИ ТА АЛГОРИТМИ ОЦІНЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ СИГНАЛІВ НА ФОНІ НЕГАУСОВИХ КОРЕЛЬОВАНИХ ЗАВАД

Підвищення ефективності оцінювання параметрів сигналів безпосередньо залежить від моделей та методів, які використовуються для статистичної обробки даних та враховують властивості досліджуваних процесів.

В другому розділі були запропоновані нові моделі представлення адитивної суміші корисного сигналу та негаусової корельованої завади на основі застосування моментно-кумулянтних функцій вищих порядків, в тому числі сумісних моментів, що дало змогу не тільки описати параметри та характеристики негаусових стаціонарних процесів, але і врахувати статистичні зв’язки вибіркових значень. В запропонованих моделях використовується такий параметр, як кореляційна функція, вид та параметри якої можуть бути самі різноманітні в залежності від задач, які розв’язуються.

Для розв’язання задач оцінювання параметрів сигналів за статистично залежною вибіркою було запропоновано використання методу максимізації поліному та його модифікацію, що надасть можливість синтезувати алгоритми оцінювання та провести аналіз їх ефективності. Використання модифікованого методу максимізації поліному оперує не тільки одномірними, але і багатомірними кумулянтними функціями, що дозволяє підвищити його ефективність за рахунок врахування додаткових параметрів досліджуваних корельованих негаусових процесів.

В даному розділі представлено застосування модифікованого методу максимізації полінома для отримання оцінок параметра корисного сигналу при адитивній взаємодії з корельованими негаусовими асиметричними, ексцесними, асиметрично-ексцесними завадами та проведення аналізу його ефективності у порівнянні з відомими результатами.

3.1. Оцінювання параметра постійного сигналу при взаємодії з корельованими асиметричними негаусовими завадами

3.1.1. Синтез поліноміальних алгоритмів оцінювання параметра постійного сигналу на фоні асиметричних негаусових завад

Дл дослідження запропонованих моделей розглянемо адитивную модель $\xi(t)$ взаємодії досліджуваного постійного сигналу $S(\vartheta)$, що залежить від параметра ϑ, і стаціонарної негаусової статистично залежної завади $\eta(t)$:

$$\xi(t) = S(\vartheta) + \eta(t).$$

З прийнятого сигналу $\xi(t)$ досліджується статистично залежна і однаково розподілена вибірка $\vec{\mathrm{x}} = \{\mathrm{x}_1, \mathrm{x}_2, \ldots \mathrm{x}_\mathrm{n}\}$ обсягом n : $\mathrm{x}_v = S_\vartheta + \eta_v$, де для стислості використовуємо позначення $S_\vartheta = S(\vartheta)$. За результатами статистичної обробки випадкового процесу необхідно оцінити параметр постійного сигналу за умови, що інші параметри відомі (дисперсія завади і інші кумулянти).

В якості адитивної завади розглянемо негаусовий асиметричний стаціонарний корельовний випадковий процес з нульовим математичним сподіванням, який описується одномоментними кумулянтними функціями χ_2, χ_3 і сумісними кумулянтами χ_{11}, χ_{12}, χ_{21} в моменти часу (v,k) :

$$\alpha_1 = \chi_1,\ \alpha_2 = \chi_2,\ \alpha_3 = \chi_3,\ \alpha_4 = 3\chi_2^2,\ \alpha_5 = 10\chi_3\chi_3,\ \alpha_6 = 10\chi_3{}^2 + 15\chi_2^3, \ldots,$$

$$m_{11}^{(v,k)} = \chi_{11} = \chi_2 \cdot r^{(v,k)},\ m_{12}^{(v,k)} = \chi_{12} = \gamma_3 \chi_2^{3/2} r^{(v,k)^{3/2}},\ m_{22}^{(v,k)} = \chi_2^2\left(1 + 2r^{(v,k)^2}\right), \ldots .$$

Припустимо, що кореляційна функція досліджуваного процесу відома $\chi_{11}^{(\mathrm{v,k})}(\mathrm{t_v}, \mathrm{t_k}; \vartheta) = \mathrm{r}_\xi(\tau)$ і може приймати один із поширених в різноманітних додатках різновидів [83, 110], наприклад:

$$\mathrm{r}_\xi(\tau) = \sigma^2 \mathrm{e}^{-\mathrm{A}|\tau|},\ \mathrm{r}_\xi(\tau) = \sigma^2 \mathrm{e}^{-\mathrm{A}|\tau|} \cos\beta\tau,\ \mathrm{r}_\xi(\tau) = \sigma^2 \mathrm{e}^{-\mathrm{A}|\tau|} (\cos\beta\tau + \frac{\mathrm{A}}{\beta} \sin\beta\,|\,\tau\,|),$$

де $\tau=|t_v-t_k|$ - кореляційний інтервал, котрий при врахуванні статистичних зв'язків меньше інтервалу кореляції $\tau=|t_v-t_k|\le\tau_{кор}$, $v,k=\overline{1,n}$; $\tau_{кор}$ - час кореляції; $\sigma^2=r_\xi(0)$ - дисперсія випадкового процесу; $1/A>0$ – постійна часу, яка характеризує статистичний звязок вибіркових значень, β – коефіцієнт, який може приймати довільні додатні значення.

Основні характеристики кореляційних функцій наведені в додатку Б.

Необхідно за результатами обробки вибіркових значень $\vec{x}=\{x_1,x_2,...x_n\}$ з адитивної суміші корисного сигналу $S(\vartheta)$ і негаусової корельованої завади $\eta(t)$ знайти оцінку ϑ невідомого параметра сигналу при умові апріорної визначеності всіх інших параметрів досліджуваного процесу.

Для розв'язання поставленої задачі пропонується використання модифікованого методу максимізації полінома, який дозволяє врахувати не тільки параметри негаусового процесу при застосуванні кумулянтних функцій вищих порядків, але і статистичні зв'язки досліджуваного процесу при оперуванні сумісними кумулянтними функціями.

В другому розділі показано, що згідно модифікованого методу максимізації поліному досліджувані вибіркові значення можуть бути представлені у вигляді стохастичного полінома ступеня s [94 - 96]. В цьому випадку оцінка параметра ϑ корисного сигналу $S(\vartheta)$ при моментно-кумулянтному описі випадкового процесу буде знаходитися з рішення рівняння:

$$\sum_{i=1}^{s} h_{i(v,k)}[\vartheta]\sum_{v=1}^{n}\left(\xi^{i}_{(v,k)}-\alpha_i[\vartheta]\right)\Big|_{\vartheta=\hat{\vartheta}}=0,\ v,k=\overline{1,n}, \qquad (3.1)$$

де $\xi^{i}_{(v,k)}$ - статистично залежні і однаково розподілені вибіркові значення досліджуваного випадкового процесу $\xi(t)$ в моменти часу v і k , $\alpha_i[\vartheta]$ - моменти і-го порядку одномоментного розподілу випадкового процесу; - $h_{i(v,k)}[\vartheta]$ невідомі коефіцієнти, які залежать не тільки від невідомого параметра, який оцінюється, але і від функції кореляції $r_\xi(\tau)$, яка визначена на $\tau = |v-k|$. Знаходження оцінки параметра ϑ корисного сигналу знаходиться з рішення системи алгебраїчних рівнянь:

$$\sum_{i=1}^{s} h_{i(v,k)}[\vartheta] K_{i,j}(\tau,\vartheta) = \frac{d}{d\vartheta}\alpha_i(\vartheta),\; i=\overline{1,s},\; v,k=\overline{1,n}, \tag{3.2}$$

де $K_{i,j}(\tau,\vartheta)$ - коефіцієнти, які визначені із співвідношення:

$$K_{i,j}(\tau,\vartheta) = E\{[\xi_v^i-\alpha_i][\xi_k^j-\alpha_j]\} = E[\xi_v^i\xi_k^j]-\alpha_i\alpha_j \tag{3.3}$$

де ξ_v^i , …, ξ_k^i - значення стаціонарного процесу в v -й і k -й моменти дискретного часу t ($t=1,2,...,n$).

Відмітимо, що коефіцієнти $K_{i,j}(\tau,\vartheta)$ в тому числі залежать від сумісних моментів $E[\xi_v^i\xi_k^j]$. Таким чином, є можливість не тільки описати параметри негаусових випадкових величин у вигляді одновимірних моментів вищих порядків, але статистичні зв'язки досліджуваних процесів.

Оцінювання параметра корисного сигналу при степені стохастичного поліному s=1

Проведемо синтез лінійного оцінювання невідомого параметра корисного сигналу при застосуванні модифікованого методу максимізації поліному при степені поліному s=1.

В якості апріорної інформації про досліджуваний асиметричний корельований процес виступають одномоментні і двохмоментні кумулянтні функції порядку 2s, які до 2-го порядку запишуться відповідно:

$$\alpha_1 = 0,\;\; \alpha_2 = \chi_2,$$

$$\alpha_2(0,\tau) = \chi_2(0,\tau).$$

При адитивній взаємодії постійного сигналу і асиметричної негаусової завади моменти одномоментного розподілу до 4-го порядку при використанні виразу моментів $m_i = E[S_\vartheta + \eta_v]$, отримають наступний вид:

$$m_1 = S_\vartheta,\;\; m_2 = \chi_2 + S_\vartheta^2,$$

а моменти двохмоментного розподілу запишуться як:

$$m_{11} = S_{\vartheta}{}^{2} + \chi_2 r^{(v,k)}.$$

Подання корелянтів $K_{i,j}(\tau)$ двохмоментного стаціонарного випадкового процесу через кумулянти і кумулянтні функції має вид:

$$K_{1,1}(0,\tau) = m_{11}(0,\tau) - m_1 m_1 = \chi_2(0,\tau) = \chi_2 r_{\xi}(\tau).$$

При відсутності кореляційних зв'язків між вибірковими значеннями корелянти запишуться як:

$$K_{1,1} = \chi_2$$

і співпадають з виразами, отриманими в [42].

Для проведення дослідження використаємо модельний приклад кореляційної функції виду:

$$r_{\xi}(\tau) = \sigma^2 e^{-A|\tau|},$$

де A – постійна часу, яка характеризує статистичний зв’язок вибіркових значень і при $|\tau| \approx 3\frac{1}{A}$ і більше можна вважати, що кореляційні зв’язки слабкі, або $r_{\xi}(\tau) = 0$.

При першій степені полінома (s=1), згідно (3.1), рявняння для знаходження оцінки шуканого параметра прийме вид:

$$h_{1(v,k)}[\vartheta] \sum_{v=1}^{n} \left(\xi_{(v,k)} - m_1[\vartheta]\right)\Big|_{\vartheta=\hat{\vartheta}} = 0, \; v,k = \overline{1,n}, \tag{3.4}$$

де невідомий коефіцієнт $h_{1(v,k)}$ знаходиться з рішення рівняння (3.2) при застосуванні формул Крамера і доповнення Шура [106]:

$$h_{1(v,k)}[\vartheta] K_{1,1}(\tau,\vartheta) = \frac{d}{d\vartheta} m_1(\vartheta), \; v,k = \overline{1,n}.$$

Для даного простого випадку невідомий коефіцієнт буде знаходитися з виразу:

$$h_{1(v,k)}[\vartheta] = \frac{\Delta_{11,v}(\vartheta)}{\Delta_{1,v}(\vartheta)}, \; v,k = \overline{1,n},$$

де $\Delta_{1,v}(\vartheta)$ =det$\left\|K_{1,1}(\tau,\vartheta)\right\|$ - визначник матриці розмірності s, елементами якої є центральні корелянти асиметричного корельованого випадкового процесу;

$\Delta_{11,v}(\vartheta)$ - визначник, отриманий із $\Delta_{1,v}(\vartheta)$ заміною і-го стовпця стовпцем, що складається з вільних членів системи рівнянь (3.2).

Вираз $K_{1,1}(\tau,\vartheta)$ являє собою кореляційну матрицю, яка описує статистичні залежності вибіркових значень в різні моменти часу (v,k) і для експоненційної залежності набуде вигляду:

$$K_{1,1}(\tau,\vartheta)==\begin{vmatrix} K_{1,1}^{(1,1)} & K_{1,1}^{(1,2)} & \dots & K_{1,1}^{(1,n)} \\ K_{1,1}^{(2,1)} & K_{1,1}^{(2,2)} & \dots & K_{1,1}^{(2,n)} \\ . & . & . & . \\ K_{1,1}^{(n,1)} & K_{1,1}^{(n,2)} & \dots & K_{1,1}^{(n,n)} \end{vmatrix} = \sigma^2 \begin{vmatrix} 1 & e^{-A} & \dots & e^{-A(n-1)} \\ e^{-A} & 1 & \dots & e^{-A(n-2)} \\ . & . & . & . \\ e^{-A(n-1)} & e^{-A(n-2)} & \dots & 1 \end{vmatrix}. \qquad (3.5)$$

При підстановці знайденого коефіцієнта $h_{1(v,k)}$ в рівняння максимізації полінома (3.4) отримаємо вираз, з якого знаходиться оцінка корисного сигналу у вигляді:

$$\hat{S}_{\vartheta} = \frac{\sum_{v=1}^{n} \Delta_{11,v}(\vartheta) x_v}{\sum_{v=1}^{n} \Delta_{11,v}(\vartheta)}. \qquad (3.6)$$

При відсутності статистичних зв'язків, коли, наприклад значення параметра А є великим (практично А>10), оціночний вираз (3.5) вироджується в добре відомий вираз для оцінки шуканого параметра і знаходиться як середнє з вибіркових значень [42]:

$$\hat{S}_{\vartheta} = \frac{1}{n}\sum_{v=1}^{n} x_v. \qquad (3.7)$$

Відмітимо, що отриманий вираз (3.6) не враховує параметри негаусового розподілу вибіркових значень, оскільки в якості апріорної інформації про досліджуваний процес використовувалися кумулянтні функції до другого порядку. Збільшимо степінь стохастичного поліному і проведемо необхідні дослідження.

Оцінювання параметра корисного сигналу при степені стохастичного поліному s=2

При збільшенні степеня стохастичного поліному в якості апріорної інформації про досліджуваний процес з’являється можливість використати одномоментні і двохмоментні кумулянтні функції порядку 2s, які до 4-го порядку для асиметричного негаусового корельованого процесу запишуться як:

$$\alpha_1 = 0,\ \alpha_2 = \chi_2,\ \alpha_3 = \chi_2^{1,5}\gamma_3,\ \alpha_4 = 3\chi_2^2,$$

$$\alpha_2(0,\tau) = \chi_2(0,\tau),\ \alpha_3(0,\tau,\tau) = \chi_3(0,\tau,\tau),\ \alpha_4(0,\tau,\tau,\tau) = 3\chi_2 \cdot \chi_2(0,\tau).$$

При адитивній взаємодії постійного сигналу і досліджуваного випадкового процесу моменти одномоментного розподілу до 4-го порядку отримають наступний вид:

$$m_1 = S_\vartheta,\ m_2 = \chi_2 + S_\vartheta^2,\ m_3 = \chi_2^{1,5}\gamma_3 + 3\chi_2 S_\vartheta + S_\vartheta^3,\ m_4 = 3\chi_2^2 + 4\chi_2^{1,5}\gamma_3 S_\vartheta + 6\chi_2 S_\vartheta^2 + S_\vartheta^4,$$

а моменти двохмоментного розподілу запишуться як:

$$m_{11} = {S_\vartheta}^2 + \chi_2 r^{(v,k)},\ m_{12} = {S_\vartheta}^3 + S_\vartheta\chi_2 + 2S_\vartheta\chi_2 r^{(v,k)} + \gamma_3\chi_2^{3/2} {r^{(v,k)}}^{3/2} \quad ,$$

$$m_{22} = {S_\vartheta}^4 + 2{S_\vartheta}^2\chi_2 + 4{S_\vartheta}^2\chi_2 r^{(v,k)} + 4S_\vartheta\gamma_3\chi_2^{3/2} {r^{(v,k)}}^{3/2} + \chi_2^2\left(1 + 2{r^{(v,k)}}^2\right).$$

Тоді корелянти $K_{i,j}(\tau)$ двохмоментного стаціонарного випадкового процесу запишуться як:

$$K_{1,1}(0,\tau) = m_2(0,\tau) - m_1 m_2 = \chi_2(0,\tau) = \chi_2 r_\xi(\tau),$$

$$K_{1,2}(0,\tau,\tau) = m_3(0,\tau,\tau) - m_1 m_2 = \chi_3(0,\tau,\tau) + 3\chi_2(0,\tau)S_\vartheta - S_\vartheta\chi_2 = \chi_2^{3/2}\gamma_3 r_\xi(0,\tau,\tau) + \chi_2 S_\vartheta(3r_\xi(\tau) - 1)$$

$$K_{2,2}(0,0,\tau,\tau) = m_4(0,0,\tau,\tau) - m_2 m_2 = 2\chi_2^2 r_\xi^2(\tau) + 4\chi_2^{3/2}\gamma_3 r_\xi(0,\tau,\tau)S_\vartheta + \chi_2 S_\vartheta^2(6r_\xi(\tau) - 2)$$

При відсутності кореляційних зв'язків між вибірковими значеннями корелянти запишуться як:

$$K_{1,1} = \chi_2,\ K_{1,2} = \chi_2^{3/2}\gamma_3 + 2\chi_2 S_\vartheta,\ K_{2,2} = 4{S_\vartheta}^2\chi_2 + S_\vartheta\gamma_3\chi_2^{3/2} + 2\chi_2^2$$

і співпадають з виразами, отриманими в [42].

Для проведення дослідження використаємо такий самий експоненціальний модельний приклад кореляційної функції, представлений вище.

При другій степені полінома (s=2), згідно (3.1), рівняння для знаходження оцінки шуканого параметра ϑ прийме вид:

$$h_{1(v,k)}[\vartheta]\sum_{v=1}^{n}\left(\xi_{(v,k)} - m_1[\vartheta]\right) + h_{2(v,k)}[\vartheta]\sum_{v=1}^{n}\left(\xi_{(v,k)}^2 - m_2[\vartheta]\right)\Big|_{\vartheta=\hat{\vartheta}} = 0,\ v,k = \overline{1,n}, \qquad (3.8)$$

де невідомі коефіцієнти $h_{1(v,k)}$ та $h_{2(v,k)}$ знаходяться з рішення рівняння (3.2), яке набуде виду:

$$\begin{cases} h_{1(v,k)}[\vartheta]K_{1,1}(\tau,\vartheta)+h_{2(v,k)}[\vartheta]K_{1,2}(\tau,\vartheta)=\dfrac{d}{d\vartheta}m_1(\vartheta) \\ h_{1(v,k)}[\vartheta]K_{2,1}(\tau,\vartheta)+h_{2(v,k)}[\vartheta]K_{2,2}(\tau,\vartheta)=\dfrac{d}{d\vartheta}m_2(\vartheta) \end{cases},\ v,k=\overline{1,n} \tag{3.9}$$

і при застосуванні формул Крамера і доповнень Шура коефіцієнти рівняння (3.8) отримають вид:

$$h_{1(v,k)}[\vartheta]=\frac{\Delta_{12,v}(\vartheta)}{\Delta_{2,v}(\vartheta)},\ h_{2(v,k)}[\vartheta]=\frac{\Delta_{22,v}(\vartheta)}{\Delta_{2,v}(\vartheta)},\ \ v,k=\overline{1,n}, \tag{3.10}$$

де $\Delta_{2,v}(\vartheta)=\det\begin{Vmatrix} K_{1,1}(0,\tau,\vartheta) & K_{1,2}(0,\tau,\tau,\vartheta) \\ K_{2,1}(0,\tau,\tau,\vartheta) & K_{2,2}(0,0,\tau,\tau,\vartheta) \end{Vmatrix}$, $\Delta_{12,v}(\vartheta)=\det\begin{Vmatrix} \dfrac{d}{d\vartheta}m_1(\vartheta) & K_{1,2}(0,\tau,\tau,\vartheta) \\ \dfrac{d}{d\vartheta}m_2(\vartheta) & K_{2,2}(0,0,\tau,\tau,\vartheta) \end{Vmatrix}$,

$$\Delta_{22,v}(\vartheta)=\det\begin{Vmatrix} K_{1,1}(0,\tau,\vartheta) & \dfrac{d}{d\vartheta}m_1(\vartheta) \\ K_{2,1}(0,\tau,\tau,\vartheta) & \dfrac{d}{d\vartheta}m_2(\vartheta) \end{Vmatrix},$$

а центральні корелянти представляють собою кореляційні матриці і будуть визначатися по аналогії з (3.5.).

Через громіздкість виразів значення визначників не наводиться. Підставляючи отримані коефіцієнти (3.10) в рівняння (3.8) отримаємо рівняння максимізації полінома другого ступеня для знаходження оцінки невідомого параметра.

Якщо вибірка є некорельованою, тобто $r_\xi(v,k)$ =0 при $v\neq \mathrm{k}$ і $r_\xi(v,k)$ =1 при $v=\mathrm{k}$, то рівняння максимізації полінома другого ступеня випадкового процесу прийме добре відомий вид [42]:

$$\gamma_3 S_\vartheta^2-(2\gamma_3\frac{1}{n}\sum_{v=1}^{n}x_v-2\chi_2^{\frac{1}{2}})S_\vartheta-[2\chi_2^{\frac{1}{2}}\frac{1}{n}\sum_{v=1}^{n}x_v-\gamma_3\frac{1}{n}\sum_{v=1}^{n}x_v^2+\chi_2\gamma_3]\Big|_{S_\vartheta=\hat{S}_\vartheta}=0. \tag{3.11}$$

Легко показати, що при розгляді гаусових моделей випадкових процесів, коли коефіцієнт асиметрії $\gamma_3=0$, вираз (3.11) перетворюється до добре відомого виду (3.7) при лінійній оцінці параметра.

3.1.2. Асимптотичні властивості оцінки параметра постійного сигналу при взаємодії з корельованими асиметричними негаусовими завадами

Для оцінки ефективності отриманих алгоритмів візьмемо параметр дисперсії оцінки шуканого параметра ϑ постійного сигналу $S(\vartheta)$, який асимптотично є оберненою величиною (2.17) до кількості добутої інформації про оцінюваний параметр і визначається як:

$$I_{sn}(\vartheta)=\sum_{v=1}^{n}\sum_{i=1}^{s}h_{i(v,k)}[\vartheta]\frac{d}{d\vartheta}m_i(\vartheta)=\frac{1}{\sigma^2_{(\vartheta)s}},\ k=\overline{1,n}\,. \qquad (3.12)$$

Тоді при степені поліному $s=1$ кількість добутої інформації про оцінюваний параметр ϑ запишеться як:

$$I_{1n}(\vartheta)=\sum_{v=1}^{n}h_{1(v,k)}[\vartheta]=\sum_{v=1}^{n}\frac{\Delta_{11,v}(\vartheta)}{\Delta_{1,v}(\vartheta)}. \qquad (3.13)$$

Легко показати, що для статистично незалежних вибіркових значень отриманий вираз (3.13) вироджується в добре відомий, який має вид [42], і дисперсія оцінки параметра ϑ отримає вид:

$$\sigma^2_{(\vartheta)1n}=\frac{1}{\mathrm{I}_{1n}(\vartheta)}=\frac{\chi_2}{\mathrm{n}}.$$

Таким чином, при зростанні кількості вибіркових значень дисперсія оцінки буде зменшуватися.

Аналіз (3.13) показує, що даний вираз, як і лінійне правило оцінювання, не враховує параметри негаусового розподілу досліджуваного процесу. Тому знайдемо кількість добутої інформації про оцінюваний параметр при степені поліному $s=2$ і порівняємо їх між собою.

При степені поліному $s=2$ кількість добутої інформації про оцінюваний параметр ϑ запишеться як:

$$I_{2n}(\vartheta)=\sum_{v=1}^{n}h_{1(v,k)}[\vartheta]\frac{d}{d\vartheta}m_1(\vartheta)+h_{2(v,k)}[\vartheta]\frac{d}{d\vartheta}m_2(\vartheta)=\frac{1}{\sigma^2_{(\vartheta)2n}},\ k=\overline{1,n}, \qquad (3.14)$$

де невідомі коефіцієнти $h_{1(v,k)}[\vartheta]$ і $h_{2(v,k)}[\vartheta]$ знаходяться з (3.10).

Для оцінки ефективності запропонованих моделей і отриманих методів оцінювання проведемо порівняльний аналіз отриманих дисперсій оцінок, або їх обернених величин у вигляді кількості добутої інформації про оцінюваний параметр ϑ як:

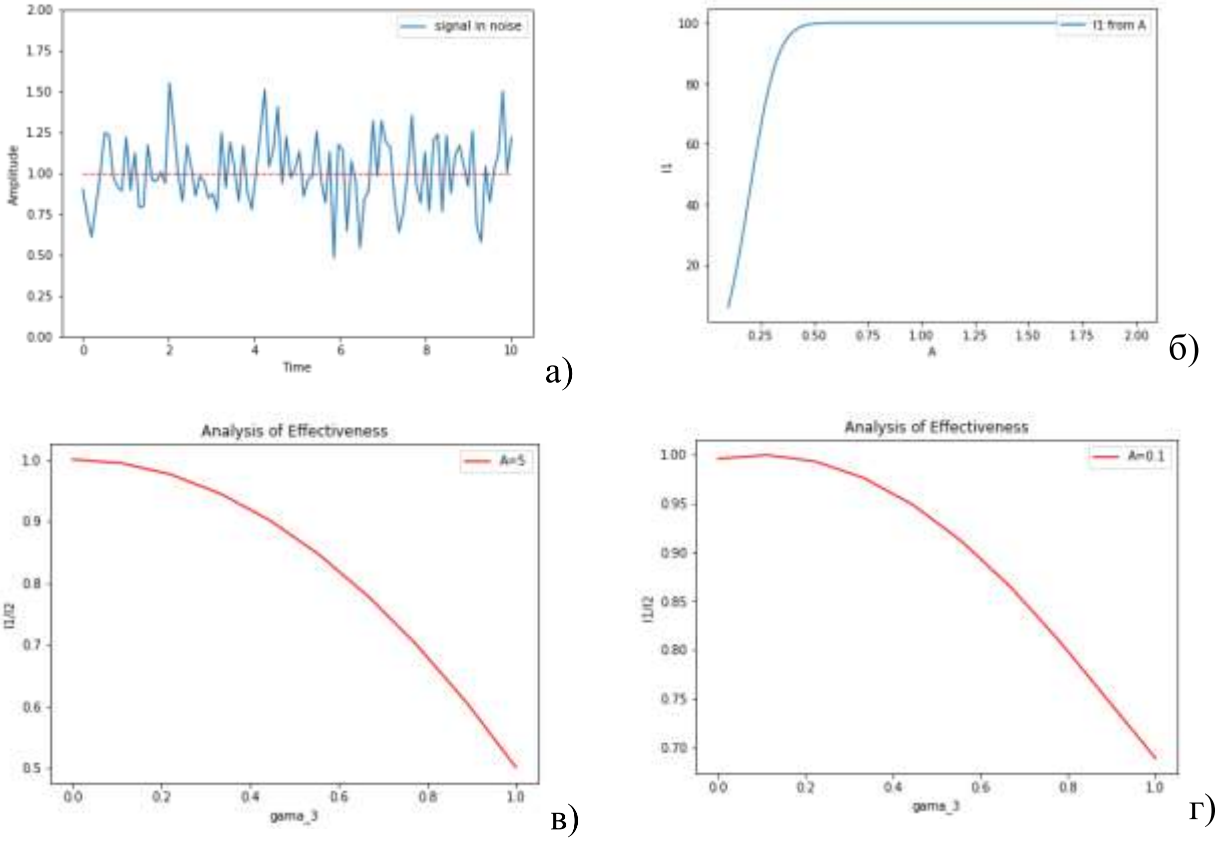
$$g(\vartheta)=\frac{\sigma^2_{(\vartheta)2n}}{\sigma^2_{(\vartheta)1n}}=\frac{I_{1n}(\vartheta)}{I_{2n}(\vartheta)}. \qquad (3.15)$$

На рис.3.1 наведені результати аналізу отриманих оцінок при застосуванні нового модифікованого методу максимізації полінома при різних степенях стохастичного полінома. Проводилось оцінювання зашумленого постійного сигналу з одиничною амплітудою на фоні негаусових асиметричних корельованих завад (рис.3.1 а).

Синтезоване лінійне правило знаходження оцінки постійного параметра ϑ (3.6) не враховує негаусовий характер досліджуваного випадкового процесу, тому що для його опису використовувалися тільки перші два моменти, що характеризують середнє значення і дисперсію випадкової величини. На рис.3.1 б. наведена залежність кількості добутої інформації $I_{1n}(\vartheta)$ про оцінюваний параметр ϑ від коефіцієнта кореляції А, з якого видно, що з при зменшенні кореляційних зв’язків (збільшенні значення параметра А) спостерігається збільшення $I_{1n}(\vartheta)$, що свідчить про зменшення дисперсії оцінки.

З ростом степеня оціночного стохастичного полінома (3.8) для знаходження оцінки невідомого параметра постійного сигналу враховуються не тільки початкові моменти у вигляді коефіцієнта асиметрії, який характеризує степінь асиметрії негаусового досліджуваного випадкового процесу, але і спільні моменти, що дозволило описати кореляційні властивості.

На рис.3.1. (в, г) наведені порівняльні результати відношення $I_{1n}(\vartheta)/I_{2n}(\vartheta)$ від значення коефіцієнта асиметрії γ_3 при різних значеннях коефіцієнта кореляції (А=5, 0.1). З графіків видно, що врахування параметра γ_3 дозволяє збільшити значення кількості добутої інформації $I_{2n}(\vartheta)$ про оцінюваний параметр ϑ (у порівнянні з лінійною оцінкою - $I_{1n}(\vartheta)$), що еквівалентно зменшенню дисперсії оцінки невідомого параметра і збільшенню точності оцінювання. При слабких кореляційних зв'язках (A = 5) результат ефективності оцінювання буде збігатися з добре вивченими властивостями, представленими в [42, 108]. У той же час необхідно відзначити, що наявність сильних кореляційних зв'язків (зменшення коефіцієнта A з 5 до 0.1 для експоненційної кореляційної функції $r_{\xi}(\tau)=\sigma^2 e^{-A|\tau|}$) між вибірковими значеннями зменшує ефективність оцінювання.



а) б) в) г)

Рисунок 3.1. Часове представлення зашумленого постійного сигналу з одиничною амплітудою (а); залежність кількості добутої інформації $I_{1n}(\vartheta)$ про оцінюваний параметр ϑ від коефіцієнта кореляції A; порівняльні результати відношення $I_{1n}(\vartheta)/I_{2n}(\vartheta)$ від значення коефіцієнта асиметрії γ_3 при різних значеннях коефіцієнта кореляції (A=5, 0.1) кореляційної функції $r_{\xi}(\tau)=\sigma^2 e^{-A|\tau|}$.

Але дисперсія оцінки при нелінійній обробці ($s=2$) все одно буде менше в порівнянні з добре відомими результатами в припущенні гаусових моделей досліджуваних випадкових процесів ($s=1$). При граничних значеннях коефіцієнта асиметрії $\gamma_3=1$ зменшення дисперсії оцінки при А = 5 становить до 2 разів, а при збільшенні кореляційних зв'язків при А = 0.1 до 1.4 разів.

3.2. Оцінювання параметра постійного сигналу при взаємодії з корельованими ексцесними негаусовими завадами

3.2.1. Синтез поліноміальних алгоритмів оцінювання параметра постійного сигналу на фоні ексцесних негаусових завад

Постановка задачі обробки випадкового процесу буде збігатися з представленим матеріалом в п.3.1.1.

В якості адитивної завади розглянемо негаусовий ексцесний стаціонарний корельований випадковий процес з нульовим математичним сподіванням, який описується одномоментними кумулянтними функціями χ_2 , χ_4 і сумісними кумулянтами χ_{11} , χ_{31} , χ_{22} , χ_{13} в моменти часу (v,k) (див.додаток В):

$$\alpha_1=\chi_1,\;\; \alpha_2=\chi_2,\;\; \alpha_3=0,\;\; \alpha_4=\chi_2^2(\gamma_4+3),\;\; \alpha_5=0_3,\;\; \alpha_6=\chi_2^3(15\gamma_4+15),\;\ldots,$$

$$m_{11}^{(v,k)}=\chi_{11}=\chi_2\cdot r^{(v,k)},\;\; m_{12}^{(v,k)}=\chi_{12}=0,\;\; m_{13}^{(v,k)}=\gamma_4\chi_{11}^2+3\chi_2\chi_{11},$$

$$m_{22}^{(v,k)}=\chi_2^2\left(\gamma_4 r^{(v,k)^2}+1+2r^{(v,k)^2}\right),\;\ldots .$$

Необхідно за результатами обробки вибіркових значень $\vec{\mathrm{x}}=\{\mathrm{x}_1,\mathrm{x}_2,\ldots\mathrm{x}_n\}$ з адитивної суміші корисного сигналу $S(\vartheta)$ і негаусової корельованої завади $\eta(t)$ знайти оцінку ϑ невідомого параметра сигналу при умові апріорної визначеності всіх інших параметрів досліджуваного процесу.

Для розв’язання поставленої задачі пропонується використання модифікованого методу максимізації полінома, який дозволяє врахувати не тільки параметри негаусового процесу при застосуванні кумулянтних функцій вищих порядків, але і статистичні зв’язки досліджуваного процесу при оперуванні сумісними кумулянтними функціями.

Для розв’язання поставленої задачі скористаємося виразами (3.1-3.3), наведеними в п.3.1.1.

Оцінювання параметра корисного сигналу при степені стохастичного поліному s=1

Проведемо синтез лінійного оцінювання невідомого параметра корисного сигналу при застосуванні модифікованого методу максимізації поліному при степені поліному s=1. В цьому випадку алгоритм отримання основних результатів і самі результати будуть повністю співпадати з результатами, наведеними в п.3.1.1., оскільки в якості апріорної інформації про досліджуваний процес використовуються такі самі моментно-кумулянтні функції до 2-го порядку. Шуканий оціночний результат невідомого параметра постійного сигналу буде співпадати з виразами (3.6) для корельованого випадкового процесу і (3.7) для статистично незалежних вибіркових значень відповідно.

Збільшимо степінь стохастичного поліному і проведемо необхідні дослідження.

Оцінювання параметра корисного сигналу при степені стохастичного поліному s=3

При збільшенні степеня стохастичного поліному до s=2 отримаємо лінійний результат оцінювання, отриманий в (3.6). Тому збільшимо степінь поліному до s=3. В цьому випадку в якості апріорної інформації про досліджуваний процес з’являється можливість використати одномоментні і двохмоментні кумулянтні функції порядку 2s, які до 6-го порядку для ексцесного негаусового корельованого процесу запишуться як:

$$\alpha_1 = 0,\ \alpha_2 = \chi_2,\ \alpha_3 = 0,\ \alpha_4 = \chi_2^2(\gamma_4 + 3),\ \alpha_5 = 0,\ \alpha_6 = 15(\chi_2\gamma_4 + \chi_2^3),$$

$$\alpha_2(0,\tau) = \chi_2(0,\tau),\ \alpha_3(0,\tau,\tau) = 0,$$

$$\alpha_4(0,\tau,\tau,\tau) = \chi_4(0,\tau,\tau,\tau) + 3\chi_2 \cdot \chi_2(0,\tau),\ \alpha_5(0,0,\tau,\tau,\tau) = 0,$$

$$\alpha_6(0,0,0,\tau,\tau,\tau) = \chi_6(0,0,0,\tau,\tau,\tau) + 3(\chi_2\chi_4(0,0,0,\tau) + \chi_2\chi_4(0,\tau,\tau,\tau) +$$
$$+3\chi_2(0,\tau)\chi_4(0,0,\tau,\tau)) + 9\chi_2^2\chi_2(0,\tau) + 6\chi_2^3(0,\tau).$$

При адитивній взаємодії постійного сигналу і досліджуваного випадкового процесу моменти одномоментного розподілу до 6-го порядку отримають наступний вид:

$$m_1 = S_\vartheta,\ \ m_2 = \chi_2 + S_\vartheta^2,\ \ m_3 = 3\chi_2 S_\vartheta + S_\vartheta^3,\ m_4 = 3\chi_2^2 + 6\chi_2 S_\vartheta^2 + S_\vartheta^4 + \gamma_4\chi_2^2,$$

$$m_5 = S_\vartheta^5 + 10S_\vartheta^3\chi_2 + 5S_\vartheta(3+\gamma_4)\chi_2^2,\ m_6 = S_\vartheta^6 + 15S_\vartheta^4\chi_2 + 15S_\vartheta^2(3+\gamma_4)\chi_2^2 + 15\left(1+\gamma_4^2\right)\chi_2^3,$$

а моменти двохмоментного розподілу запишуться як:

$$m_{11} = S_\vartheta{}^2 + \chi_2 r^{(v,k)},\ \ m_{12} = S_\vartheta{}^3 + S_\vartheta\chi_2 + 2S_\vartheta\chi_2 r^{(v,k)}\quad,$$

$$m_{22} = S_\vartheta{}^4 + 2S_\vartheta{}^2\chi_2 + 4S_\vartheta{}^2\chi_2 r^{(v,k)} + \chi_2^2\left(\gamma_4 r^{(v,k)^2} + 1 + 2r^{(v,k)^2}\right).$$

Тоді корелянти $K_{i,j}(\tau)$ двохмоментного стаціонарного випадкового процесу запишуться як:

$$K_{1,1}(0,\tau,\vartheta) = m_{11} - m_1 m_2 = \chi_2 r_\xi(\tau),$$

$$K_{1,2}(0,\tau,\tau,\vartheta) = m_{12} - m_1 m_2 = 2S_\vartheta\chi_2 r^{(v,k)},$$

$$K_{2,2}(0,0,\tau,\tau,\vartheta) = m_{22} - m_2 m_2 = 4S_\vartheta{}^2\chi_2 r^{(v,k)} + \gamma_4\chi_2^2 r^{(v,k)^2} + 2\chi_2^2 r^{(v,k)^2}\ .$$

При відсутності кореляційних зв'язків між вибірковими значеннями корелянти запишуться як:

$$K_{1,1} = \chi_2,\ K_{1,2} = 2\chi_2 S_\vartheta,\ K_{2,2} = 4S_\vartheta{}^2\chi_2 + \chi_2^2(\gamma_4 + 2)\,.$$

і співпадають з виразами, отриманими в [42, 108].

Для проведення дослідження використаємо такий самий експоненціальний модельний приклад кореляційної функції, представлений вище.

При третій степені полінома (s=3), згідно (3.1), рівняння для знаходження оцінки шуканого параметра ϑ прийме вид:

$$h_{1(v,k)}[\vartheta]\sum_{v=1}^{n}\left(\xi_{(v,k)}-m_1[\vartheta]\right)+h_{2(v,k)}[\vartheta]\sum_{v=1}^{n}\left(\xi^2_{(v,k)}-m_2[\vartheta]\right)+h_{3(v,k)}[\vartheta]\sum_{v=1}^{n}\left(\xi^3_{(v,k)}-m_3[\vartheta]\right)\Bigg|_{\vartheta=\hat{\vartheta}}=0,\ v,k=\overline{1,n}, \qquad (3.16)$$

де невідомі коефіцієнти $h_{1(v,k)}$, $h_{2(v,k)}$ та $h_{3(v,k)}$ знаходяться з рішення рівняння (3.2), яке запишеться як:

$$\begin{cases} h_{1(v,k)}[\vartheta]K_{1,1}(\tau,\vartheta)+h_{2(v,k)}[\vartheta]K_{1,2}(\tau,\vartheta)+h_{3v,k)}[\vartheta]K_{1,3}(\tau,\vartheta)=\dfrac{d}{d\vartheta}m_1(\vartheta) \\ h_{1(v,k)}[\vartheta]K_{2,1}(\tau,\vartheta)+h_{2(v,k)}[\vartheta]K_{2,2}(\tau,\vartheta)+h_{3v,k)}[\vartheta]K_{2,3}(\tau,\vartheta)=\dfrac{d}{d\vartheta}m_2(\vartheta),\ v,k=\overline{1,n} \\ h_{1(v,k)}[\vartheta]K_{3,1}(\tau,\vartheta)+h_{2(v,k)}[\vartheta]K_{3,2}(\tau,\vartheta)+h_{3v,k)}[\vartheta]K_{3,3}(\tau,\vartheta)=\dfrac{d}{d\vartheta}m_3(\vartheta) \end{cases}$$

і при застосуванні формул Крамера коефіцієнти рівняння (3.16) отримають вид:

$$h_{1(v,k)}[\vartheta]=\frac{\Delta_{13,v}(\vartheta)}{\Delta_{3,v}(\vartheta)},\ h_{2(v,k)}[\vartheta]=\frac{\Delta_{23,v}(\vartheta)}{\Delta_{3,v}(\vartheta)},\ h_{2(v,k)}[\vartheta]=\frac{\Delta_{33,v}(\vartheta)}{\Delta_{3,v}(\vartheta)}\ v,k=\overline{1,n}.$$

Знаходження даних коефіцієнтів відбувається при застосуванні формул доповнення Шура, де

$$\Delta_{3,v}(\vartheta)=\det\begin{Vmatrix} K_{1,1}(0,\tau,\vartheta) & K_{1,2}(0,\tau,\tau,\vartheta) & K_{1,3}(0,\tau,\tau,\tau,\vartheta) \\ K_{2,1}(0,\tau,\tau,\vartheta) & K_{2,2}(0,0,\tau,\tau,\vartheta) & K_{2,3}(0,0,\tau,\tau,\tau,\vartheta) \\ K_{3,1}(0,\tau,\tau,\tau,\vartheta) & K_{3,2}(0,0,\tau,\tau,\tau,\vartheta) & K_{1,3}(0,0,0,\tau,\tau,\tau,\vartheta) \end{Vmatrix},$$

$$\Delta_{13,v}(\vartheta)=\det\begin{Vmatrix} \dfrac{d}{d\vartheta}m_1(\vartheta) & K_{1,2}(0,\tau,\tau,\vartheta) & K_{1,3}(0,\tau,\tau,\tau,\vartheta) \\ \dfrac{d}{d\vartheta}m_2(\vartheta) & K_{2,2}(0,0,\tau,\tau,\vartheta) & K_{2,3}(0,0,\tau,\tau,\tau,\vartheta) \\ \dfrac{d}{d\vartheta}m_3(\vartheta) & K_{3,2}(0,0,\tau,\tau,\tau,\vartheta) & K_{1,3}(0,0,0,\tau,\tau,\tau,\vartheta) \end{Vmatrix},$$

$$\Delta_{23,v}(\vartheta)=\det\begin{Vmatrix} K_{1,1}(0,\tau,\vartheta) & \dfrac{d}{d\vartheta}m_1(\vartheta) & K_{1,3}(0,\tau,\tau,\tau,\vartheta) \\ K_{2,1}(0,\tau,\tau,\vartheta) & \dfrac{d}{d\vartheta}m_2(\vartheta) & K_{2,3}(0,0,\tau,\tau,\tau,\vartheta) \\ K_{3,1}(0,\tau,\tau,\tau,\vartheta) & \dfrac{d}{d\vartheta}m_3(\vartheta) & K_{1,3}(0,0,0,\tau,\tau,\tau,\vartheta) \end{Vmatrix},$$

$$\Delta_{33,v}(\vartheta)=\det\begin{Vmatrix} K_{1,1}(0,\tau,\vartheta) & K_{1,2}(0,\tau,\tau,\vartheta) & \frac{d}{d\vartheta}m_1(\vartheta) \\ K_{2,1}(0,\tau,\tau,\vartheta) & K_{2,2}(0,0,\tau,\tau,\vartheta) & \frac{d}{d\vartheta}m_2(\vartheta) \\ K_{3,1}(0,\tau,\tau,\tau,\vartheta) & K_{3,2}(0,0,\tau,\tau,\tau,\vartheta) & \frac{d}{d\vartheta}m_{13}(\vartheta) \end{Vmatrix}.$$

а центральні корелянти представляють собою кореляційні матриці і будуть визначатися по аналогії з (3.5.) для ексцесних випадкових процесів.

Через громіздкість виразів значення визначників не наводиться. Підставляючи отримані коефіцієнти в рівняння степені полінома s=3, отримаємо вираз оціночного стохастичного полінома третього степеня для знаходження оцінки невідомого параметра.

3.2.2. Асимптотичні властивості оцінки параметра постійного сигналу при взаємодії з корельованими ексцесними негаусовими завадами

Для оцінки ефективності отриманих алгоритмів візьмемо параметр дисперсії оцінки шуканого параметра ϑ постійного сигналу $S(\vartheta)$, який асимптотично є оберненою величиною (2.17) до кількості добутої інформації про оцінюваний параметр і визначається як (3.12).

При степені поліному $s=1$ і $s=2$ кількість добутої інформації про оцінюваний параметр ϑ буде співпадати з виразом (3.13.). Таким чином, як це було показано раніше, лінійне правило оцінювання не враховує параметри негаусового розподілу досліджуваного процесу. Тому знайдемо кількість добутої інформації про оцінюваний параметр при степені поліному $s=3$ і порівняємо їх між собою.

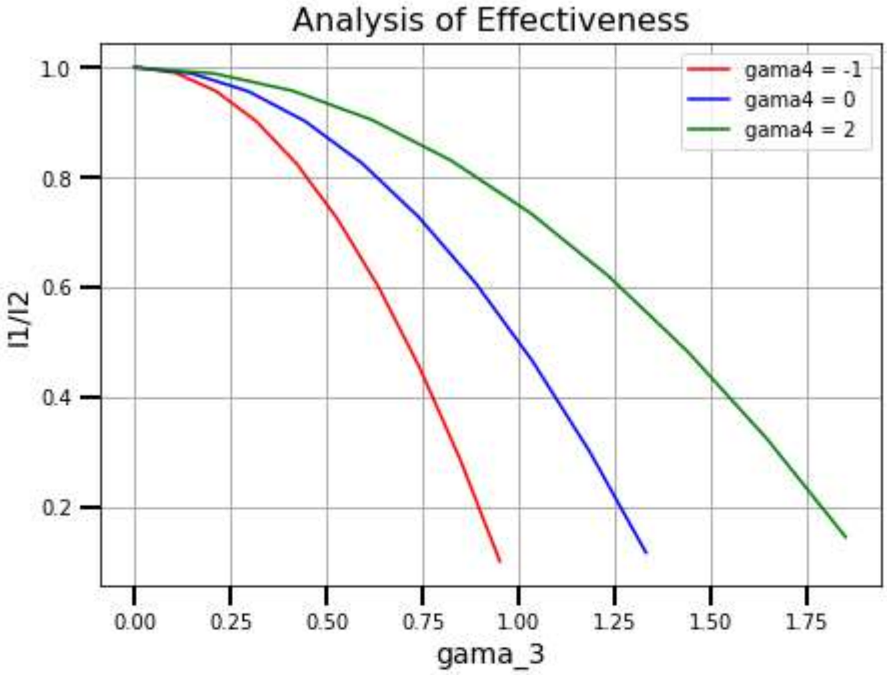
При степені поліному $s=3$ кількість добутої інформації про оцінюваний параметр ϑ буде виражатися в загальному виді через (3.13), де знаходження невідомих коефіцієнтів $h_{1(v,k)}[\vartheta]$, $h_{2(v,k)}[\vartheta]$ і $h_{3(v,k)}[\vartheta]$ приведено вище.

Для оцінки ефективності запропонованих моделей і отриманих методів оцінювання проведемо порівняльний аналіз отриманих дисперсій оцінок, або їх обернених величин у вигляді кількості добутої інформації про оцінюваний параметр ϑ у вигляді співвідношення (3.15).

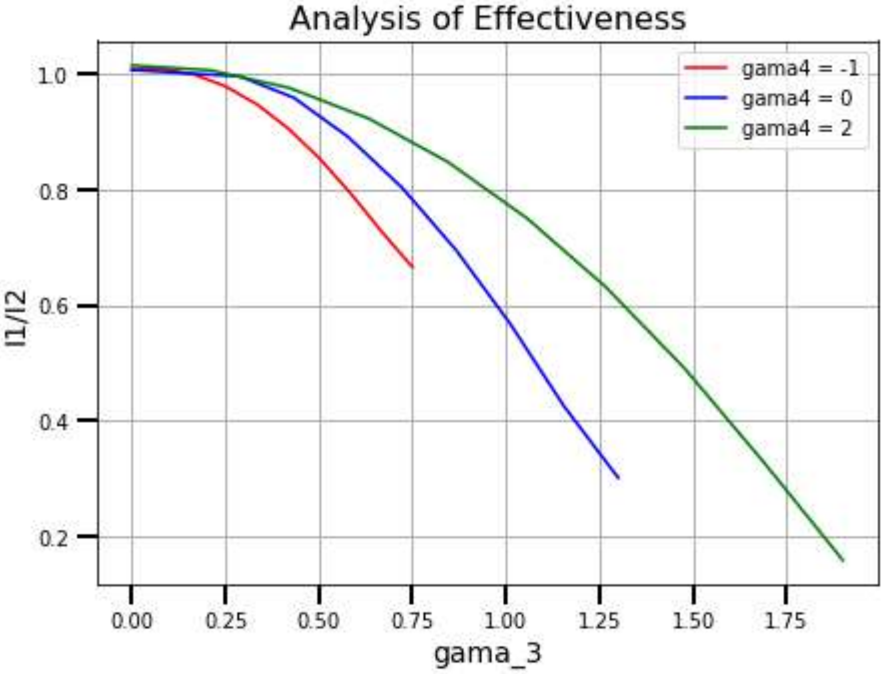
На рис.3.2 наведені результати аналізу отриманих оцінок при застосуванні нового модифікованого методу максимізації полінома при різних степенях стохастичного полінома.

Синтезоване лінійне правило знаходження оцінки постійного параметра ϑ (3.6) не враховує негаусовий характер досліджуваного випадкового процесу. З ростом степеня оціночного стохастичного полінома (3.8) для знаходження оцінки невідомого параметра постійного сигналу враховуються не тільки початкові моменти у вигляді коефіцієнта ексцеса γ_4, які характеризують степінь негаусовості досліджуваного випадкового процесу, але і сумісні моменти, що дозволяє описати кореляційні властивості.

На рис.3.2. наведені порівняльні результати відношення $I_{1n}(\vartheta)/I_{2n}(\vartheta)$ від значення коефіцієнта асиметрії γ_3 при різних значеннях коефіцієнта кореляції (А=10, 1). З графіків видно, що врахування параметра γ_3 дозволяє збільшити значення кількості добутої інформації $I_{2n}(\vartheta)$ про оцінюваний параметр ϑ (у порівнянні з лінійною оцінкою - $I_{1n}(\vartheta)$), що еквівалентно зменшенню дисперсії оцінки невідомого параметра і збільшенню точності оцінювання. При слабких кореляційних зв'язках (А=10) результат ефективності оцінювання буде збігатися з добре вивченими властивостями, представленими в [9, 10]. У той же час необхідно відзначити, що наявність сильних кореляційних зв'язків (зменшення коефіцієнта А з 10 до 1 для експоненційної кореляційної функції $r_\xi(\tau) = \sigma^2 e^{-A|\tau|}$) між вибірковими значеннями зменшує ефективність оцінювання, яка все рівно буде не меншою у порівнянні з добре відомими результатами в припущенні гаусових моделей досліджуваних випадкових процесів ($s=1$). Необхідно відмітити, що область допустимих значень для коефіцієнта ексцесу буде іншою і детально вивчалася в роботі [110].



A=10



A=1

Рисунок 3.2. Порівняльні результати відношення $I_{1n}(\vartheta)/I_{2n}(\vartheta)$ від значення коефіцієнта асиметрії γ_3 при різних значеннях коефіцієнта кореляції (A=10, 1) кореляційної функції $r_\xi(\tau)=\sigma^2 e^{-A|\tau|}$ і коефіцієнта ексцеса.

3.3. Оцінювання параметра постійного сигналу при взаємодії з корельованими асиметрично-ексцесними негаусовими завадами

3.3.1. Синтез поліноміальних алгоритмів оцінювання параметра постійного сигналу на фоні асиметрично-ексцесних негаусових завад

Постановка задачі обробки випадкового процесу буде збігатися з представленим матеріалом в п.3.1.1.

В якості адитивної завади розглянемо негаусовий асиметрично-ексцесний стаціонарний корельований випадковий процес з нульовим математичним сподіванням, який описується одномоментними кумулянтними функціями χ_2, χ_3, χ_4 і сумісними кумулянтами χ_{11}, χ_{12}, χ_{21} в моменти часу (v,k) (див.додаток В):

$$\alpha_1 = \chi_1,\ \alpha_2 = \chi_2,\ \alpha_3 = \chi_3,\ \alpha_4 = \chi_2^2(\gamma_4 + 3),\ \alpha_5 = 10\chi_2^{5/2}\gamma_3,\ \alpha_6 = \chi_2^3(10\gamma_3^2 + 15\gamma_4 + 15), \ldots,$$

$$m_{11}^{(v,k)} = \chi_{11} = \chi_2 \cdot r^{(v,k)},\ m_{12}^{(v,k)} = \chi_{12} = \gamma_3\chi_2^{3/2} r^{(v,k)^{3/2}},\ m_{22}^{(v,k)} = \chi_2^2\left(\gamma_4 r^{(v,k)^2} + 1 + 2r^{(v,k)^2}\right), \ldots .$$

Основні характеристики кореляційних функцій наведені в додатку Б.

Необхідно за результатами обробки вибіркових значень $\vec{x} = \{x_1, x_2, \ldots x_n\}$ з адитивної суміші корисного сигналу $S(\vartheta)$ і негаусової корельованої завади $\eta(t)$ знайти оцінку ϑ невідомого параметра сигналу при умові апріорної визначеності всіх інших параметрів досліджуваного процесу.

Для розв’язання поставленої задачі пропонується використання модифікованого методу максимізації полінома, який дозволяє врахувати не тільки параметри негаусового процесу при застосуванні кумулянтних функцій вищих порядків, але і статистичні зв’язки досліджуваного процесу при оперуванні сумісними кумулянтними функціями.

Для розв’язання поставленої задачі скористаємося виразами (3.1-3.3), наведеними в п.3.1.1.

Оцінювання параметра корисного сигналу при степені стохастичного поліному s=1

Проведемо синтез лінійного оцінювання невідомого параметра корисного сигналу при застосуванні модифікованого методу максимізації поліному при степені поліному s=1. В цьому випадку алгоритм отримання основних результатів і самі результати будуть повністю співпадати з результатами, наведеними в п.3.1.1., оскільки в якості апріорної інформації про досліджуваний процес використовуються такі самі моментно-кумулянтні функції до 2-го порядку. Шуканий оціночний результат невідомого параметра постійного сигналу буде співпадати з виразами (3.6) для корельованого випадкового процесу, і (3.7) для статистично незалежних вибіркових значень відповідно.

Збільшимо степінь стохастичного поліному і проведемо необхідні дослідження.

Оцінювання параметра корисного сигналу при степені стохастичного поліному s=2

При збільшенні степеня стохастичного поліному в якості апріорної інформації про досліджуваний процесс зявляється можливість використати одномоментні і двохмоментні кумулянтні функції порядку 2s, які до 4-го порядку для асиметрично-ексцесного негаусового корельованого процесу запишуться як:

$$\alpha_1 = 0,\ \ \alpha_2 = \chi_2,\ \alpha_3 = \chi_2^{3/2}\gamma_3,\ \ \ \alpha_4 = \chi_2^2(\gamma_4 + 3),$$

$$\alpha_2(0,\tau) = \chi_2(0,\tau),\ \alpha_3(0,\tau,\tau) = \chi_3(0,\tau,\tau),\ \alpha_4(0,\tau,\tau,\tau) = \chi_4(0,\tau,\tau,\tau) + 3\chi_2 \cdot \chi_2(0,\tau),$$

При адитивній взаємодії постійного сигналу і досліджуваного випадкового процесу моменти одномоментного розподілу до 4-го порядку отримають наступний вид:

$$m_1 = S_\vartheta,\ \ m_2 = \chi_2 + S_\vartheta^2,\ \ m_3 = \chi_2^{1,5}\gamma_3 + 3\chi_2 S_\vartheta + S_\vartheta^3,\ \ m_4 = 3\chi_2^2 + 4\chi_2^{1,5}\gamma_3 S_\vartheta + 6\chi_2 S_\vartheta^2 + S_\vartheta^4 + \gamma_4\chi_2^2,$$

а моменти двохмоментного розподілу запишуться як:

$$m_{11} = S_{\vartheta}{}^{2} + \chi_2 r^{(v,k)}, \;\; m_{12} = S_{\vartheta}{}^{3} + S_{\vartheta}\chi_2 + 2S_{\vartheta}\chi_2 r^{(v,k)} + \gamma_3 \chi_2^{3/2} r^{(v,k)^{3/2}} \quad ,$$

$$m_{22} = S_{\vartheta}{}^{4} + 2S_{\vartheta}{}^{2}\chi_2 + 4S_{\vartheta}{}^{2}\chi_2 r^{(v,k)} + 4S_{\vartheta}\gamma_3\chi_2^{3/2} r^{(v,k)^{3/2}} + \chi_2^2\left(\gamma_4 r^{(v,k)^2} + 1 + 2r^{(v,k)^2}\right).$$

Тоді корелянти $K_{i,j}(\tau)$ двохмоментного стаціонарного випадкового процесу запишуться як:

$$K_{1,1}(0,\tau,\vartheta) = m_{11} - m_1 m_2 = \chi_2 r_{\xi}(\tau)\,,$$

$$K_{1,2}(0,\tau,\tau,\vartheta) = m_{12} - m_1 m_2 = 2S_{\vartheta}\chi_2 r^{(v,k)} + \gamma_3 \chi_2^{3/2} r^{(v,k)^{3/2}}\,,$$

$$K_{2,2}(0,0,\tau,\tau,\vartheta) = m_{22} - m_2 m_2 = 4S_{\vartheta}{}^{2}\chi_2 r^{(v,k)} + 4S_{\vartheta}\gamma_3\chi_2^{3/2} r^{(v,k)^{3/2}} + \gamma_4\chi_2^2 r^{(v,k)^2} + 2\chi_2^2 r^{(v,k)^2}\;.$$

При відсутності кореляційних зв'язків між вибірковими значеннями корелянти запишуться як:

$$K_{1,1} = \chi_2\,,\; K_{1,2} = \chi_2^{3/2}\gamma_3 + 2\chi_2 S_{\vartheta}\,,\; K_{2,2} = 4S_{\vartheta}{}^{2}\chi_2 + S_{\vartheta}\gamma_3\chi_2^{3/2} + \chi_2^2(\gamma_4 + 2)$$

і співпадають з виразами, отриманими в [42, 108].

Для проведення дослідження використаємо такий самий експоненціальний модельний приклад кореляційної функції, представлений вище.

При другій степені полінома (s=2), згідно (3.1), рівняння для знаходження оцінки шуканого параметра ϑ прийме вид (3.8), де невідомі коефіцієнти $h_{1(v,k)}$ та $h_{2(v,k)}$ знаходяться з рішення рівняння (3.2), яке набуде виду (3.9), і запишуться як

$$h_{1(v,k)}[\vartheta] = \frac{\Delta_{12,v}(\vartheta)}{\Delta_{2,v}(\vartheta)},\;\; h_{2(v,k)}[\vartheta] = \frac{\Delta_{22,v}(\vartheta)}{\Delta_{2,v}(\vartheta)},\;\; v,k = \overline{1,n}\,.$$

Знаходження даних коефіцієнтів відбувається при застосуванні доповнень Шура, де

$$\Delta_{2,v}(\vartheta) = \det\begin{Vmatrix} K_{1,1}(0,\tau,\vartheta) & K_{1,2}(0,\tau,\tau,\vartheta) \\ K_{2,1}(0,\tau,\tau,\vartheta) & K_{2,2}(0,0,\tau,\tau,\vartheta) \end{Vmatrix},\;\; \Delta_{12,v}(\vartheta) = \det\begin{Vmatrix} \dfrac{d}{d\vartheta}m_1(\vartheta) & K_{1,2}(0,\tau,\tau,\vartheta) \\ \dfrac{d}{d\vartheta}m_2(\vartheta) & K_{2,2}(0,0,\tau,\tau,\vartheta) \end{Vmatrix},$$

$$\Delta_{22,v}(\vartheta) = \det \begin{Vmatrix} K_{1,1}(0,\tau,\vartheta) & \frac{d}{d\vartheta} m_1(\vartheta) \\ K_{2,1}(0,\tau,\tau,\vartheta) & \frac{d}{d\vartheta} m_2(\vartheta) \end{Vmatrix},$$

а центральні корелянти представляють собою кореляційні матриці і будуть визначатися по аналогії з (3.5.) для асиметрично-ексцесних випадкових процесів.

Через громіздкість виразів значення визначників не наводиться. Підставляючи отримані коефіцієнти в рівняння (3.8) отримаємо вираз максимізації полінома другого ступеня для знаходження оцінки невідомого параметра.

Якщо вибірка є некорельованою, тобто $r_{\xi}(v,k)=0$ при $v \neq \mathrm{k}$ і $r_{\xi}(v,k)=1$ при $v=\mathrm{k}$, то рівняння максимізації полінома другого ступеня випадкового процесу так само прийме добре відомий вид [42, 108]:

$$\gamma_3 S_\vartheta^2 - (2\gamma_3 \frac{1}{n}\sum_{v=1}^{n} x_v - 2\chi_2^{\frac{1}{2}}) S_\vartheta - [2\chi_2^{\frac{1}{2}} \frac{1}{n}\sum_{v=1}^{n} x_v - \gamma_3 \frac{1}{n}\sum_{v=1}^{n} x_v^2 + \chi_2\gamma_3]\Big|_{S_\vartheta = \hat{S}_\vartheta} = 0. \tag{3.17}$$

Легко показати, що при розгляді гаусових моделей випадкових процесів, коли коефіцієнт асиметрії $\gamma_3 = 0$, вираз (3.17) перетворюється до добре відомого виду (3.7) при лінійній оцінці параметра.

3.3.2. Асимптотичні властивості оцінки параметра постійного сигналу при взаємодії з корельованими асиметрично-ексцесними негаусовими завадами

Для оцінки ефективності отриманих алгоритмів візьмемо параметр дисперсії оцінки шуканого параметра ϑ постійного сигналу $S(\vartheta)$, який асимптотично є оберненою величиною (2.17) до кількості добутої інформації про оцінюваний параметр і визначається як (3.12).

При степені поліному $s=1$ кількість добутої інформації про оцінюваний параметр ϑ буде співпадати з виразом (3.13.). Таким чином, як це було показано раніше, лінійне правило оцінювання не враховує параметри негаусового розподілу досліджуваного процесу. Тому знайдемо кількість добутої інформації про оцінюваний параметр при степені поліному $s=2$ і порівняємо їх між собою.

При степені поліному $s=2$ кількість добутої інформації про оцінюваний параметр ϑ буде виражатися через (3.14), де знаходження невідомих коефіцієнтів $h_{1(v,k)}[\vartheta]$ і $h_{2(v,k)}[\vartheta]$ приведено вище.

Для оцінки ефективності запропонованих моделей і отриманих методів оцінювання проведемо порівняльний аналіз отриманих дисперсій оцінок, або їх обернених величин у вигляді кількості добутої інформації про оцінюваний параметр ϑ у вигляді співвідношення (3.15).

На рис.3.3 наведені результати аналізу отриманих оцінок при застосуванні нового модифікованого методу максимізації полінома при різних степенях стохастичного полінома.

Синтезоване лінійне правило знаходження оцінки постійного параметра ϑ (3.6) не враховує негаусовий характер досліджуваного випадкового процесу. З ростом степеня оціночного стохастичного полінома (3.8) для знаходження оцінки невідомого параметра постійного сигналу враховуються не тільки початкові моменти у вигляді коефіцієнта асиметрії γ_3 та ексцеса γ_4, які характеризують степінь негаусовості досліджуваного випадкового процесу, але і сумісні моменти, що дозволило описати кореляційні властивості.

На рис.3.3.-3.4 наведені порівняльні результати відношення $I_{1n}(\vartheta)/I_{2n}(\vartheta)$ від значення коефіцієнта асиметрії γ_3 при різних значеннях коефіцієнта кореляції (А=5, 0.1) та коефіцієнта ексцеса γ_4. З графіків видно, що врахування параметра γ_3 дозволяє збільшити значення кількості добутої інформації $I_{2n}(\vartheta)$ про оцінюваний параметр ϑ (у порівнянні з лінійною оцінкою - $I_{1n}(\vartheta)$), що еквівалентно зменшенню дисперсії оцінки невідомого параметра і збільшенню точності оцінювання. При слабких кореляційних зв'язках (А = 5) результат ефективності оцінювання буде збігатися з добре вивченими властивостями, представленими в [9, 10]. У той же час необхідно відзначити, що наявність сильних кореляційних зв'язків (зменшення коефіцієнта А з 5 до 0.1 для експоненційної кореляційної функції $r_{\xi}(\tau)=\sigma^{2}e^{-A|\tau|}$) між вибірковими значеннями зменшує ефективність оцінювання, яка все рівно буде не меншою у порівнянні з добре відомими результатами в припущенні гаусових моделей досліджуваних випадкових процесів ($s=1$).

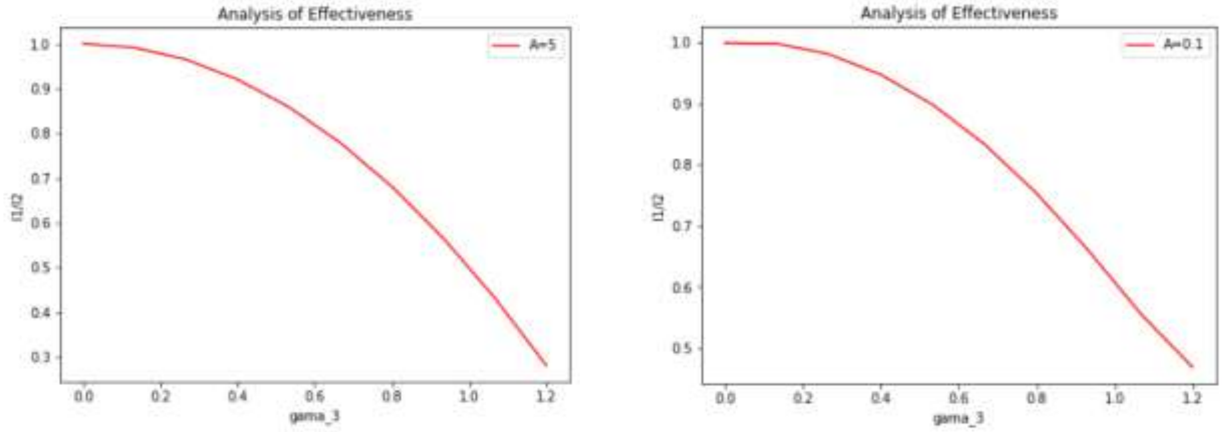


Рисунок 3.3. Порівняльні результати відношення $I_{1n}(\vartheta)/I_{2n}(\vartheta)$ від значення коефіцієнта асиметрії γ_{3} при різних значеннях коефіцієнта кореляції (А=5, 0.1) кореляційної функції $r_{\xi}(\tau)=\sigma^{2}e^{-A|\tau|}$ і значенні коефіцієнта ексцеса $\gamma_{4}=1$.

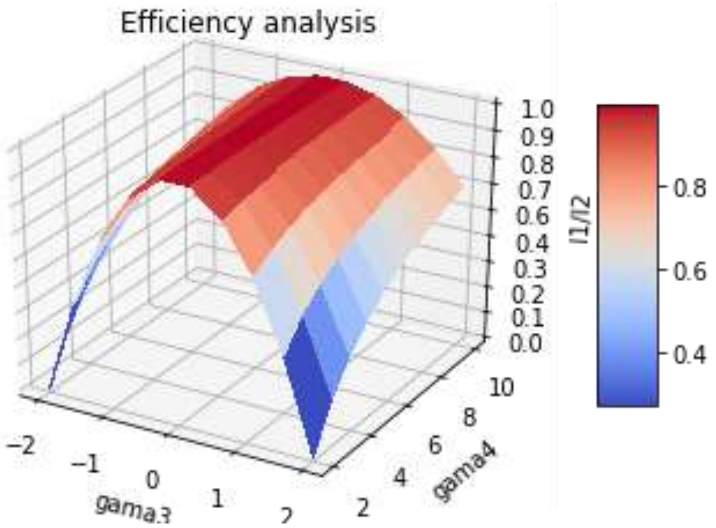


Рисунок 3.4. Порівняльні результати відношення $I_{1n}(\vartheta)/I_{2n}(\vartheta)$ від значення коефіцієнта асиметрії γ_{3} і коефіцієнта ексцеса γ_{4} для кореляційної функції виду $r_{\xi}(\tau)=\sigma^{2}e^{-A|\tau|}$ (А=5).

Необхідно відмітити, що при наявності двох параметрів, які характеризують параметри негаусовості досліджуваного процесу, області допустимих значень для відповідних коефіцієнтів асиметрії та ексцесу змінюються і досліджувалась в [83].

3.4. Структурна схема поліноміальної системи обробки досліджуваного корельованого негаусового процесу

На основі запропонованих моделей та методів поліноміального оцінювання параметра постійного сигналу на фоні корельованих негаусових завад, які базуються на модифікованому методі максимізації поліному і застосуванні кумулянтних функцій вищих порядків для опису статистичних властивостей досліджуваного процесу, представлена структурна схема поліноміальної системи обробки (рис.3.5), узагальненість якої дозволяє оцінити параметри корисного сигналу при різних степенях поліному.

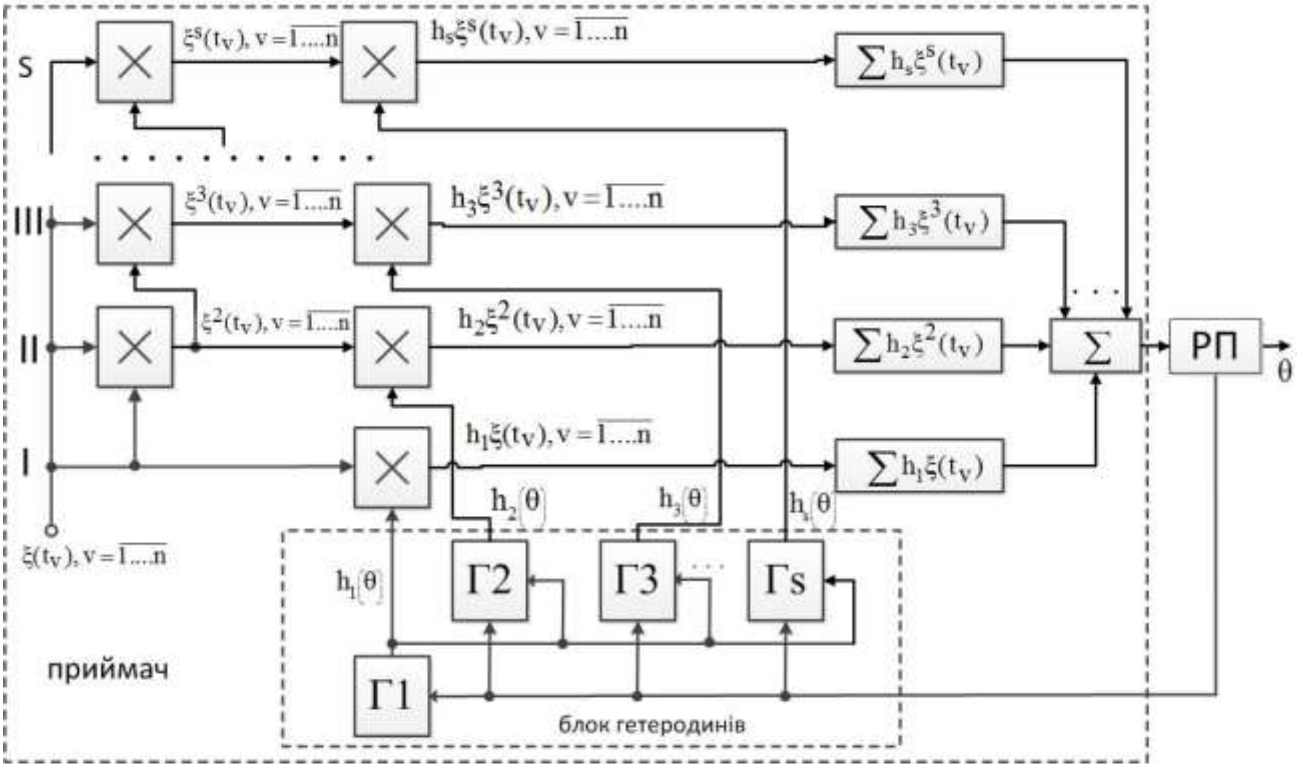


Рис.3.5 Структурна схема поліноміальної системи обробки досліджуваного корельованого негаусового процесу

На структурній схемі представлені лінійна (I) і нелінійна обробка (II-S) вибіркових значень. Для лінійної обробки (при степені поліному s=1) вибіркові значення досліджуваного процесу $\xi(t_v)$, $v=1..n$ потрапляють на вхід системи і підлягають перемноженню з отриманим коефіцієнтом $h_1(\vartheta)$, який формується від сигналу опорного генератора Γ_1, значення якого підбирається в результаті рішення рівняння (системи рівнянь) в блоці РП. При нелінійній обробці алгоритм роботи системи буде аналогічний.

Таку структуру можна реалізувати на сучасній елементній базі при використанні різноманітних мікроконтролерів, програмованих логічних інтегральних схем (ПЛІС) тощо.

3.5. Висновки

Побудова методів математичного та комп'ютерного моделювання процесів оцінювання невідомих параметрів сигналів, що приймаються на фоні корельованих негаусових завад при використанні моментно-кумулянтного підходу до опису випадкових процесів і модифікованого методу максимізації полінома (метод Кунченко) дозволило створити алгоритмічні основи нелінійної обробки сигналів, що дозволяє підвищити точність оцінювання параметрів сигналів в комп'ютеризованих системах прийому і обробки даних при врахуванні параметрів і характеристик негаусових завад. Зокрема, отримані наступні результати.

1. На основі отриманих моментно-кумулянтних моделей опису випадкових корельованих негаусових процесів запропоновані поліноміальні стохастичні методи оцінювання невідомого параметра постійного сигналу при опрацюванні залежних вибіркових значень, що дозволило провести синтез обчислювальних алгоритмів для обробки негаусових асиметричних, ексцесних та асиметрично-ексцесних корельованих процесів.

2. На основі запропонованих методів проведено синтез та наведений аналіз поліноміальних обчислювальних алгоритмів оцінювання постійного параметра корисного сигналу з кращими точністними характеристиками у

порівнянні з відомими результатами за рахунок врахування додаткової інформації про досліджувані процеси у вигляді моментно-кумулянтних функцій вищих порядків.

3. При врахуванні статистичної залежності вибіркових значень досліджуваних процесів спостерігається підвищення ефективності оцінювання параметра корисного сигналу модифікованим методом максимізації поліному у вигляді зменшення дисперсії оцінки у порівнянні з відомими методами. У загальному випадку отримані дисперсії оцінок не перевищують, але можуть бути меншими за дисперсії інших оцінок, які знайдені класичними підходами.

4. Запропонована структурна схема поліноміальної системи обробки досліджуваного корельованого негаусового процесу на основі модифікованого методу максимізації полінома, що дозволяє модернізувати існуючі системи контролю, діагностики, моніторингу тощо з кращими точністними характеристиками.

РОЗДІЛ 4

ПРОГРАМНІ ЗАСОБИ КОМП’ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ОЦІНЮВАННЯ ПАРАМЕТРА ПОСТІЙНОГО СИГНАЛУ НА ФОНІ КОРЕЛЬОВАНИХ НЕГАУСОВИХ ЗАВАД

4.1. Розробка програмних засобів комп'ютерного моделювання процесів оцінювання

Ефективність різноманітних систем обробки сигналів, в тому числі оцінювання параметрів сигналів та завад, безпосередньо залежить не тільки від технічного оновлення елементної бази даних систем, але і від алгоритмічного забезпечення функціонування цих систем, що вимагає постійного дослідження та вдосконалення існуючих рішень. Тому, для підвищення ефективності алгоритмів обробки сигналів підвищують [111, 112] інформативність ознак завдяки застосуванню більш інформативних математичних моделей об'єктів і процесів, які є адекватними реальним умовам спостереження.

Найпростішою і поширеною моделлю, яка застосовується для опису випадкових процесів, є гаусова модель, яка характеризується трьома параметрами: математичним очікуванням, дисперсією і кореляційними властивостями. Хоча таке представлення отримало широке розповсюдження при реалізації різноманітних додатків [1-10], проте, відомо [12, 42, 113], що в дійсності багато реальних процесів мають негаусовий характер і ті методи, які застосовуються дя обробки таких процесів, не забезпечують задану точність. Тому виникає необхідність в побудові, моделюванні та дослідженні методів і алгоритмів процесів обробки сигналів, які були б ефективнішими саме для негаусового представлення досліджуваних процесів.

В дисертаційній роботі, на основі розроблених моделей і методів процесів оцінювання параметра постійного сигналу при адитивній взаємодії з негаусовими корельованими завадами, створені інструментальні засоби, які дозволяють провести дослідження отриманих результатів і продемонструвати їх ефективність при розв’язанні прикладних задач.

При проведенні моделювання використовувалися отримані моделі та алгоритми, які базуються на моменно-кумулянтному підході до опису випадкових процесів, які були реалізовані на платформі проблемно орієнтованих пакетів MATLAB, Wolfram Mathematica із використанням широкого спектра пакетів розширення, а саме Simulink, Signal Processing Blockset та ін.

На рис. 4.1. приведена структура комплексу програм, призначених для моделювання процесів оцінювання параметра постійного сигналу на фоні різноманітних завад, а також оцінювання самих параметрів завад при застосуванні добре апробованих методів.

Комплекс представляє собою набір програм, які реалізовані як окремі модулі (Мод.X.X.X), і призначені для:

генерування гаусових некорельованих процесів в модулі (М.1.1.1), які характеризуються векторним параметром $\vartheta = \{\alpha, \chi_2\}$ і використовуються в якості тестових для порівняння результатів дослідження; генерування гаусових корельованих процесів в модулі (М.1.2.1) з параметрами $\vartheta = \{r_\xi(\tau), \alpha, \chi_2, \}$; генерування негаусових некорельованих процесів в модулях (М.1.3.1), (М.1.3.2), (М.1.3.3) з параметрами $\vartheta = \{\alpha, \chi_2, \gamma_3\}$, $\vartheta = \{\alpha, \chi_2, \gamma_4\}$ і $\vartheta = \{\alpha, \chi_2, \gamma_3, \gamma_4\}$ відповідно; генерування негаусових корельованих процесів в модулях (М.1.4.1), (М.1.4.2), (М.1.4.3) з параметрами $\vartheta = \{r_\xi(\tau), \alpha, \chi_2, \gamma_3\}$ $\vartheta = \{r_\xi(\tau), \alpha, \chi_2, \gamma_4\}$ і $\vartheta = \{r_\xi(\tau), \chi_2, \gamma_3, \gamma_4\}$ відповідно.

Для реалізації процесів оцінювання використовуються модулі (М.2.1.1), (М.2.1.2), (М.2.1.3), де реалізується оцінювання параметрів завади при застосуванні методу моментів, а саме для роздільного оцінювання параметрів ϑ трьох класів корельованих негаусових процесів: $\vartheta = \{\alpha, \chi_2, \gamma_3\}$ $\vartheta = \{\alpha, \chi_2, \gamma_4\}$, $\vartheta = \{\chi_2, \gamma_3, \gamma_4\}$ - асиметричних, ексцесних, асиметрично-ексцесних відповідно.

Для отримання оцінки параметра постійного сигналу при застосуванні модифікованого методу максимізації поліному (МММП) для трьох класів негаусових корельованих завад використовуються розроблені програмні модулі (М.2.2.1), (М.2.2.2), (М.2.2.3).

Ефективність проведеного дослідження представлено у вигляді значень дисперсій оцінок (кількості добутої інформації про оціночний параметр) і коефіцієнтів зменшення дисперсії, які використовувалися для порівняння з існуючими результатами.

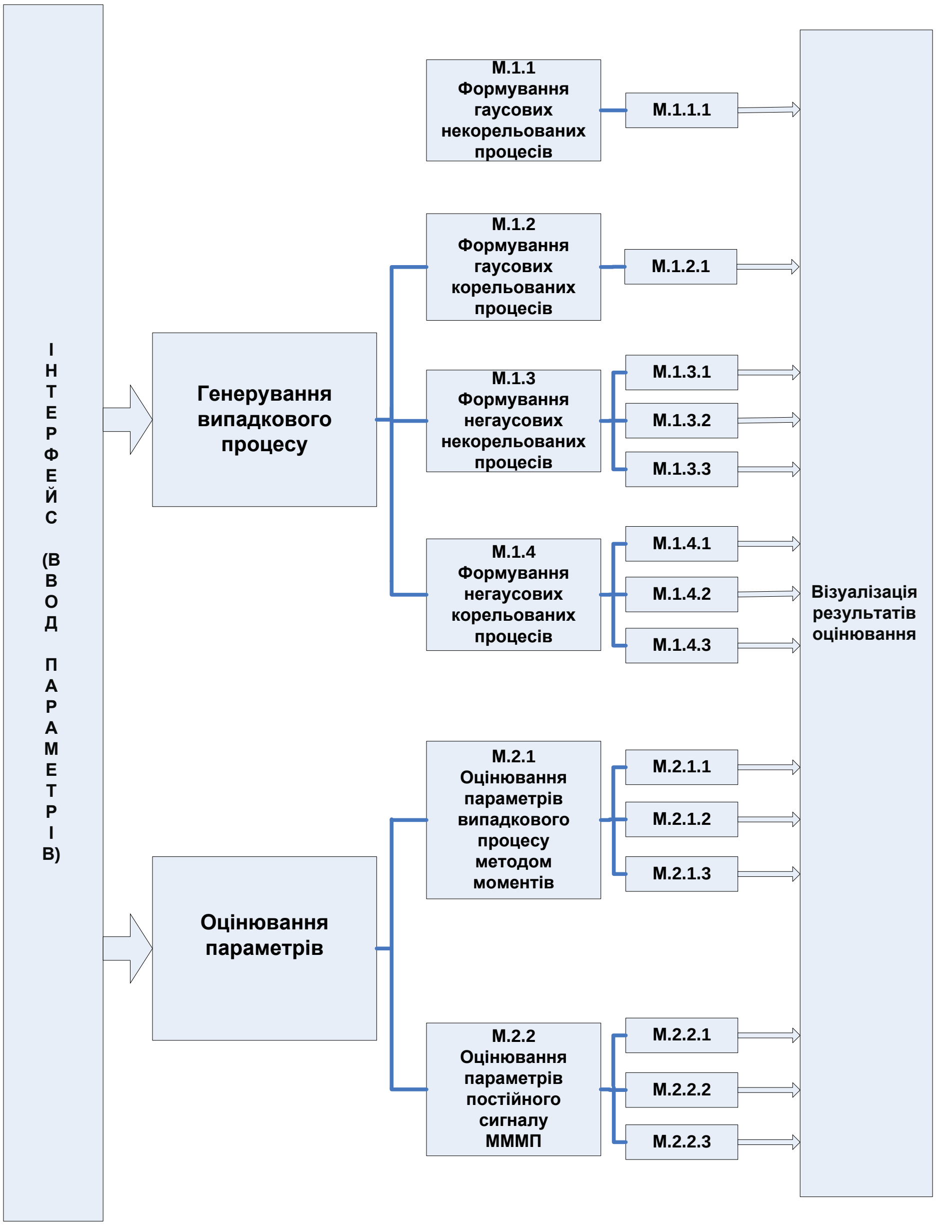


Рис. 4.1. Структура комплексу програм, призначених для моделювання процесів оцінювання параметра постійного сигналу на фоні завад

На рис. 4.2. представлена структурна схема процесів оцінювання параметра постійного сигналу при застосуванні моменто-кумулянтного підходу до опису випадкових процесів і застосуванні стохастичних оціночних поліномів на основі модифікованого методу максимізації поліному.

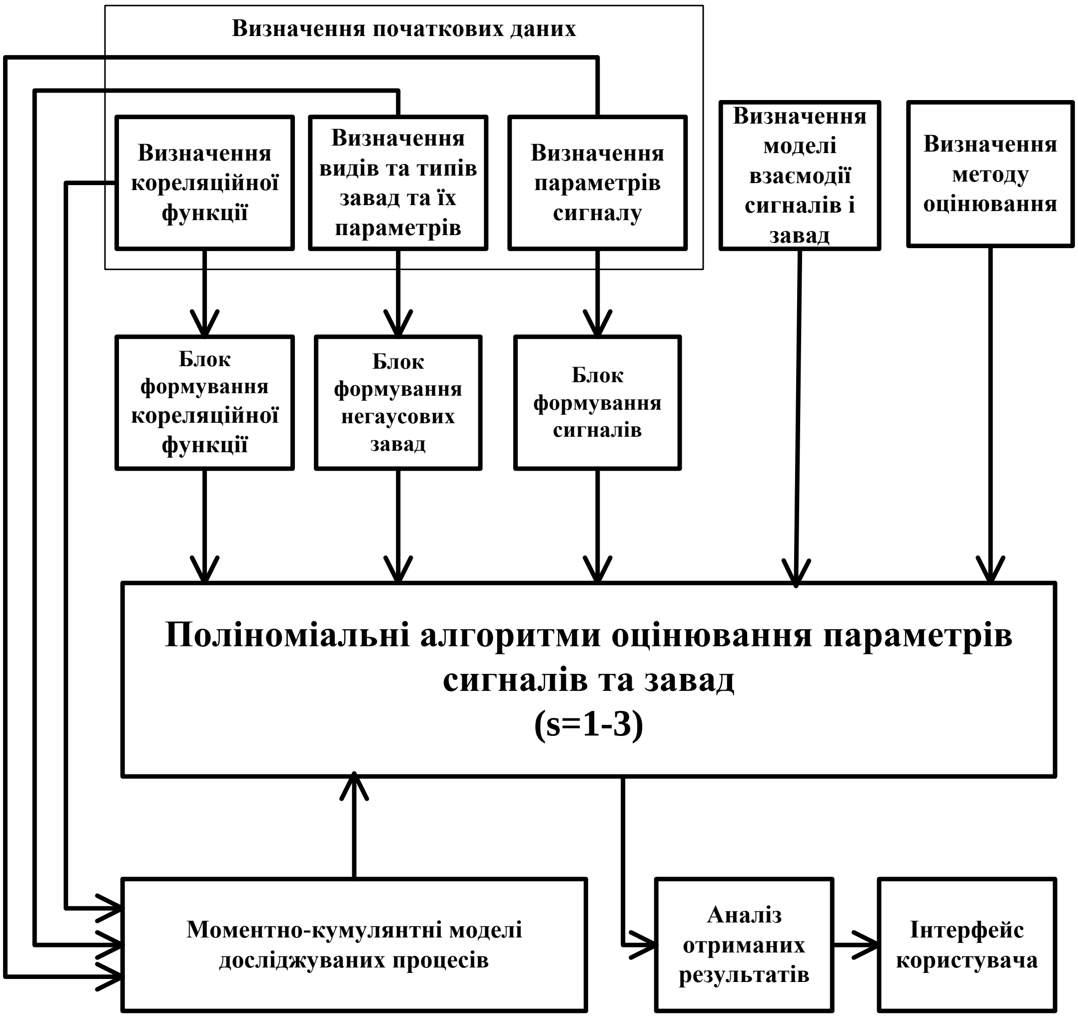


Рис. 4.2. Структурна схема процесів оцінювання параметра постійного сигналу

На представленій структурі процесу оцінювання параметрів постійного сигналу (рис. 4.2) користувач в блоці «Визначення початкових даних» задає початкові умови проведення моделювання, а саме формуються параметри завади, сигналу та кореляційної функції, які утворюють моментно-кумулянтну модель досліджуваного випадкового процесу, яка використовується поліноміальними алгоритмами обробки для отримання та аналізу результатів оцінювання.

Окрім цього передбачена адаптивне оцінювання параметрів сигналу. Мається на увазі, що в якості апріорної інформації про досліджуваний процес використовуються не заздалегідь відомі значення завади, а їх оціночні значення, які можна отримати, наприклад методом моментів, основні аналітичні вирази яких наведені в п.2.3. В цьому випадку в блоці «Визначення методу оцінювання» обирається один із методів оцінювання – «Метод моментів» - для проведення оцінювання одного із параметрів $\vartheta = \left\{ r_{\xi}(\tau), \chi_2, \gamma_3, \gamma_4 \right\}$, або «Модифікований метод максимізації поліному» - для поліноміального оцінювання параметра постійного сигналу при взаємодії з негаусовою завадою.

Результат оцінювання фіксується в блоці «Аналіз отриманих результатів» і надходить користувачу для візуалізації.

Блок формування негаусових завад, в тому числі корельованих, детально представлений в [83, 110] і складається з формування асиметричних, ексцесних, асиметрично-ексцесних негаусових процесів із заданими кореляційними властивостями. Наведемо основні відомості про побудову таких генераторів.

4.2. Програмна реалізація стаціонарних корельованих негаусових процесів із заданими параметрами

Формування гаусових вибіркових значень $X' \approx N(\mu, \sigma^2)$ є класичною задачею, яка добре вивчена і розглядається в багатьох додатках. Тому зупинимося на формуванні багатомірних гаусових випадкових величин, які отримали не таке широке розповсюдження.

Запишемо щільність багатомірного нормального розподілу як:

$$P_n(\xi(t_1),...,\xi(t_n)) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi\sigma^2)^n D}} \exp[-\frac{1}{2\sigma^2 D} \sum_{\mu,\nu=1}^{n} D_{\mu\nu}(\xi_\mu - m)(\xi_\nu - m)], \quad (4.1)$$

де m- математичне сподівання, σ^2 - дисперсія, D- визначник n-го порядку, що складений з коефіцієнтів кореляції $R_{\mu\nu}$.

Формування послідовностей $X = (x_1, x_2, ..., x_n)$ з нормальним багатомірним розподілом базується на формуванні і використанні умовних розподілів випадкових величин. Тоді для повністю визначеної функції сумісного розподілу $F_n(\xi(t_1),...,\xi(t_n))$, умовні і безумовні розподіли випадкового процесу X генеруються як:

1. генеруємо x_1 з функцією розподілу $F\ (\xi(t_1))$;
2. генеруємо x_2 з функцією розподілу $F_2(\ \ |\xi(t_1))$;
3. генеруємо x_3 з функцією розподілу $F_3(\ \ |\xi(t_1),\xi(t_2))$;

……………………………

4. генеруємо x_n з функцією розподілу $F_n(\ \ |\xi(t_1),\xi(t_2),...,\xi(t_{n\ 1}))$.

Такий підхід є дуже трудомістким і має свої практичні обмеження. Більш простий підхід формування багатомірних гаусових послідовностей запропонований в [71], де застосовується спеціальна властивість нормального багатовимірного розподілу. Так як матриця коваріації багатомірної гаусової послідовності Z є симетричною і позитивно визначеною, то її можна однозначно розкласти в розклад Холецького як $Z = CC^T$. Так як кореляційні функції R_{ij} є (i, j)-м елементом матриці C, то алгоритм для формування випадкових послідовностей $\vec{x} = \{x_1, x_2, ...x_n\}$ з нормальним багатомірним розподілом запишеться яе:

a) Формування одномірних незалежних і однаково розподілених випадкових величин $z_1, z_2, ...z_n$ з розподілом $N(a\ ,\sigma\ )$;

b) Визначемо випадкову величину як:

$$x_i = m_i + \sum_{j=1}^{n} R_{ij} z_j \quad i = 1,2,...,n; \tag{4.2}$$

c) Транспонуємо вектор випадкових послідовностей $\vec{x} = \{x_1, x_2, ...x_n\}^T$.

Такий підхід дозволяє сформувати багатомірні гаусові послідовності із заданими кореляційними властивостями.

Розглянемо інший підхід, який дозволяє отримати багатомірні корельовані негаусові випадкові процеси, які використовуються для проведення моделювання отриманих результатів на основі полігаусових, зокрема, бігаусових моделей [71], де задаються такі параметри, як математичне очікування, дисперсії випадкових процесів і коефіцієнти використання вибіркових значень. При використанні двох гаусових щільностей розподілу виду:

$$p_1(x/a1,\sigma_1,\delta)=\frac{\delta}{\sqrt{2\pi\sigma_1^2}}e^{-\frac{(x-a1)^2}{2\sigma_1^2}},\ p_2(x/a2,\sigma_2,\delta)=\frac{1-\delta}{\sqrt{2\pi\sigma_2^2}}e^{-\frac{(x-a2)^2}{2\sigma_2^2}},$$

де $a1$, $a2$ - математичні сподівання випадкових процесів, σ_1, σ_2 - дисперсії випадкових процесів, δ — величина, що належить інтервалу [0 - 1] і характеризує частки використання двох випадкових послідовностей. Разом з тим врахуємо, що має виконуватися умова:

$$\sum_{i=1}^{r}\delta_i=1. \tag{4.3}$$

Для бігаусової моделі формування випадкової негаусової послідовності запишемо:

$$p(x/\vartheta)=\frac{\delta}{\sqrt{2\pi\sigma_1^2}}e^{-\frac{(x-a1)^2}{2\sigma_1^2}}+\frac{1-\delta}{\sqrt{2\pi\sigma_2^2}}e^{-\frac{(x-a2)^2}{2\sigma_2^2}}.$$

Таким чином, змінюючи за певними правилами вище наведені параметри гаусових компонент, можна отримати негаусові вибіркові значення з заданими коефіцієнтами асиметрії і ексцесу. Правила знаходження параметрів гаусових складових визначаються системою нелінійних рівнянь:

$$a=\delta(a1-a2)+a2,$$

$$\sigma=\delta(1-\delta)(a1-a2)^2+\delta(\sigma_1^2-\sigma_2^2)+\sigma_2^2,$$

$$\gamma_3 = \delta(1-\delta)(1-2\delta)(a1-a2)^3 + 3\delta(1-\delta)(a1-a2)(\sigma_1^2 - \sigma_2^2), \qquad (4.4)$$

$$\gamma_4 = \delta(1-\delta)(1-6\delta+6\delta^2)(a1-a2)^4 + 6\delta(1-\delta)(1-2\delta)(a1-a2)^2(\sigma_1^2 - \sigma_2^2) + \\ + 3\delta(1-\delta)(\sigma_1^2 - \sigma_2^2) \quad ,$$

де а – математичне сподівання негаусового процесу (а=0), σ - дисперсія негаусового процесу ($\sigma = 1$), γ_3, γ_4 - задані коефіцієнти асиметрії і ексцесу негаусового процесу.

Даний підхід можна розповсюдити для отримання корельованих багатомірних негаусових випадкових послідовностей на основі застосування бігаусових моделей.

Знайшовши параметри одномоментних гаусових розподілів($a1$, $a2$ і σ_1, σ_2), за вище наведеним методом генеруються два гаусові кореляційні процеси з кореляційною функцією R_{ij} , що сформовані в відповідно до досліджуваної моделі:

$$P_{n1}(\xi(t_1),...,\xi(t_n)) = \frac{\delta}{\sqrt{(2\pi\sigma_1^2)^n D}} \exp[-\frac{1}{2\sigma_1^2 D} \sum_{\mu,\nu=1}^{n} D_{\mu\nu}(\xi_\mu - a1)(\xi_\nu - a1)],$$

$$P_{n2}(\xi(t_1),...,\xi(t_n)) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi\sigma_2^2)^n D}} \exp[-\frac{1 \quad \delta}{2\sigma_2^2 D} \sum_{\mu,\nu=1}^{n} D_{\mu\nu}(\xi_\mu - a2)(\xi_\nu - a2),$$

де D- визначник n-го порядку, що складений з коефіцієнтів кореляції, $D_{\mu\nu}$ - алгебраїчне доповнення елемента $R_{i,j}$ визначника D.

Таким чином, два корельовані випадкові процеси з гаусовими законами розподілу об’єднуються в одну вибірку, яка і буде характеризуватися наявністю між елементної кореляції і негаусовим законом розподілу з заданими коефіцієнтами асиметрії і ексцесу:

$$P_n(\xi(t_1),...,\xi(t_n)) = \frac{\delta}{\sqrt{(2\pi\sigma_1^2)^n D}} \exp[-\frac{1}{2\sigma_1^2 D} \sum_{\mu,v=1}^{n} D_{\mu v}(\xi_\mu - a1)(\xi_v - a1)] +$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{(2\pi\sigma_2^2)^n D}} \exp[-\frac{1 \quad \delta}{2\sigma_2^2 D} \sum_{\mu,v=1}^{n} D_{\mu v}(\xi_\mu - a2)(\xi_v - a2)].$$

На основі отриманих моделей і методів оцінювання постійного параметра сигналу, що приймається на фоні корельованих негаусових завад, проведено імітаційне моделювання, що демонструє ефективність отриманих результатів. На рис.4.3 наведені часові залежності реалізації некорельованого (а) і корельованого (б) асиметрично-ексцесного негаусового процесу, отриманого при використанні полігаусової генерації вибіркових значень при n=1000, A=1, $\gamma_3 = 0.8$, $\gamma_4 = 0.67$. Видно, що при наявності кореляційних зв'язків між вибірковими значеннями хаотичність отриманої корельованої випадкової величини зменшилася, що пояснюється наявністю експоненційного взаємозв'язку між вибірковими значеннями. Окрім цього наведені кореляційні поля (в, г), що демонструють взаємну залежність між вибірковими значеннями. При зменшенні коефіцієнта A кореляція суттєво зростає, що демонструється на рис.4.4. при n=1000, A=0.1, $\gamma_3 = 0.9$, $\gamma_4 = 0.8$.

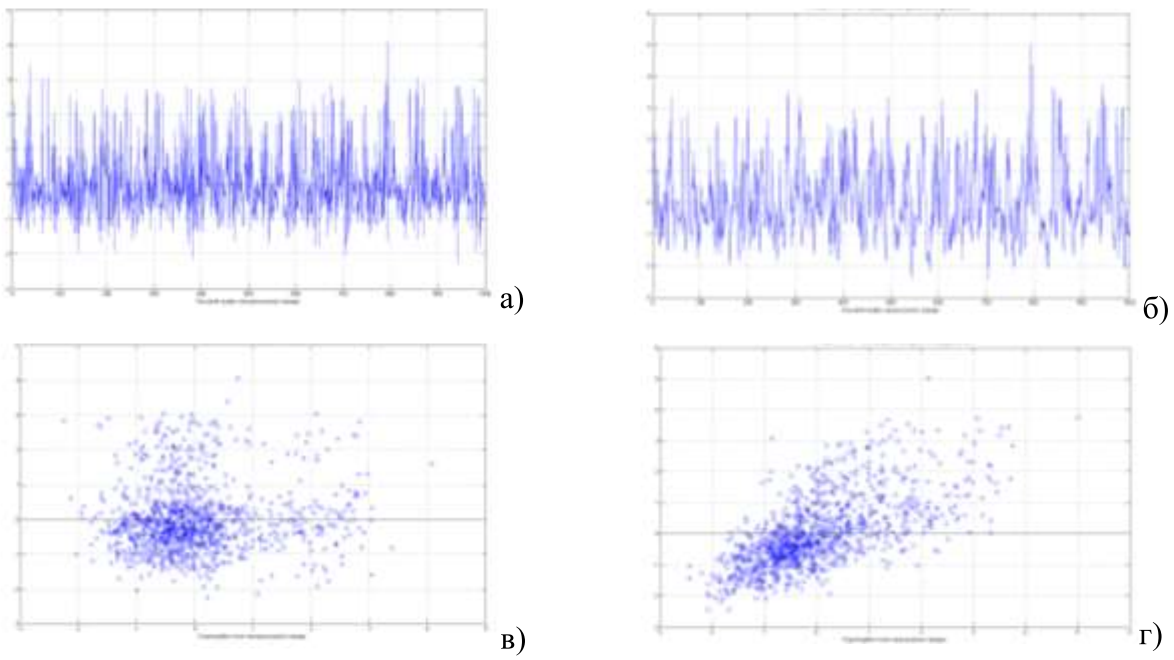


Рис.4.3. Часові залежності некорельованого (а) і корельованого (б) негаусового процесу; кореляційні поля для некорельованих (в) і корельованих (г) негаусових вибіркових значень при не значних кореляційних зв’язках.

Рис.4.4. Часові залежності некорельованого (а) і корельованого (б) негаусового процесу; ілюстрація кореляційних полів для некорельованих (в) і корельованих (г) негаусових вибіркових значень при сильних кореляційних зв’язках.

Характеристика лінійного зв’язку між двома вибірковими значеннями визначається як коефіцієнт кореляції, який має вид [116]:

$$\hat{R}_{i,j} = \frac{S_{ij}}{\sqrt{S_i^2} \cdot \sqrt{S_j^2}} ,$$

де $S_{ij} = E[x_i x_j] = \frac{1}{n} \sum_{i,j=1}^{n} (x_i - m_1)(x_j - m_1)$, $S_i^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - m_1)^2$, $S_j^2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} (x_j - m_1)^2$.

За даним виразом була проведена оцінка значень коефіцієнтів кореляції і отримана оціночна матриця кореляції.

Таким чином, розглянутий підхід отримання негаусових корельованих випадкових послідовностей. Вибіркові значення можна розглядати як корельовані з наперед заданою кореляційною функцією.

4.3. Застосування програмних засобів комп'ютерного моделювання для реалізації процесів оцінювання постійного сигналу на фоні корельованих негаусових завад

Наведемо деякі результати статистичного моделювання процесів оцінювання параметра постійного сигналу при адитивній взаємодії з корельованими негаусовими випадковими процесами на основі запропонованих моделей та методів поліноміальної обробки даних для різних степенів стохастичного поліному.

Як відмічалося в попередніх розділах, основним показником ефективності отриманих результатів є значення дисперсії оцінки шуканого параметра. Оскільки в роботі отримані різні значення цієї величини в залежності від степеня стохастичного поліному, досліджується відношення дисперсій оцінок, знайдених удосконаленим методом максимізації полінома при степені 2 і 3 до величини дисперсії оцінки при степені полінома 1, коли розглядається гаусова модель.

Важливою умовою визначення дисперсії отримуваних оцінок є багаторазове проведення експерименту для різних вибірок з однаковими вихідними статистичними характеристиками [117].

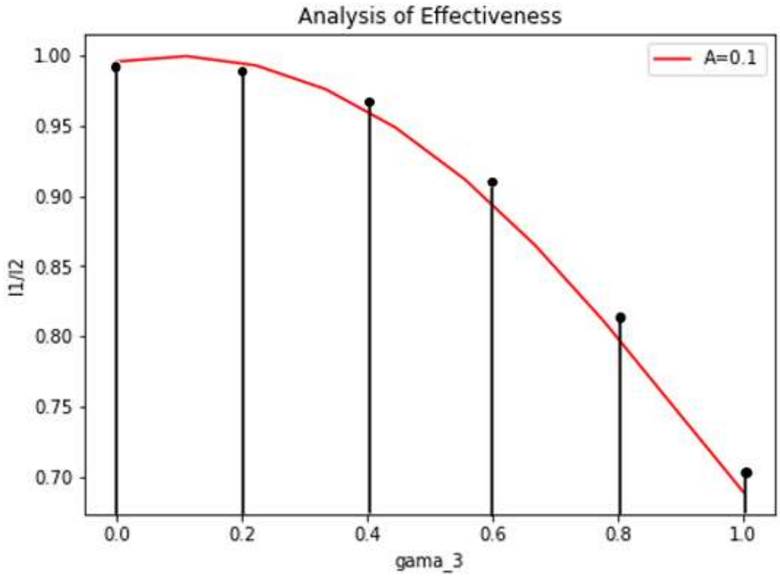


Рис. 4.5. Залежність експериментальних значень коефіцієнта зменшення дисперсії оцінювання параметра постійного сигналу від коефіцієнта асиметрії γ_3 при порівнянні з теоретичними дослідженнями для експоненціальної кореляційної функції при A=0.1.

Результатом моделювання є отримання порівняльних результатів ефективності у вигляді експериментальних та теоретичних значень коефіцієнтів зменшення дисперсії оцінок параметра постійного сигналу на фоні негаусових корельованих завад (рис. 4.5). На рис.4.5 суцільною лінією відображаються отримані теоретичні значення коефіцієнта зменшення дисперсії, що розраховані в розділі 3, а також дискретні значення коефіцієнта зменшення дисперсії, які отримані в результаті комп’ютерного моделювання. Отримані графіки демонструють високу збіжність результатів, що підтверджує ефективність отриманих результатів.

4.4. Висновки

Розроблений програмний комплекс, його структура та набір програмних модулів забезпечують проведення комп'ютерного моделювання процесів оцінювання параметра постійного сигналу при адитивній взаємодії з негаусовими корельованими завадами різних типів і видів. Шляхом проведення обчислювальних експериментів на модельних прикладах апробовані програмні модулі для різних комбінацій взаємодії сигналу і завади для різних степеней оціночного поліному.

Експериментальна перевірка ефективності запропонованих методів оцінювання стала можливою завдяки застосуванню змодельованих негаусових корельованих процесів різних типів із необхідними значеннями кумулянтів і кореляційних функцій відповідно до досліджуваної моделі. Проведенню імітаційне моделювання алгоритмів оцінювання параметрів, що базуються на застосуванні удосконаленого методу максимізації полінома при степенях $s=1$ і $s=2$.

Отримані результати підтверджують достовірність теоретичних висновків про ефективність нелінійної поліноміальної обробки досліджуваних процесів запропонованих алгоритмів оцінювання параметра постійного сигналу на фоні негаусових корельованих завад.

ВИСНОВКИ

Застосування сучасної теорії обробки випадкових процесів є необхідною умовою побудови сучасних інформаційно-вимірювальних систем, систем діагностики, моніторингу, контролю, розвиток яких характеризується підвищеними вимогами до точності та якості обробки інформації. Удосконалення систем цього класу пов’язане як із технологічним оновленням, так і зі створенням досконалих методів оцінювання параметрів випадкових процесів, що відображають поведінку об’єкта дослідження.

У дисертаційній роботі розглянута і вирішена науково-технічна задача використання і розвитку методів математичного та комп'ютерного моделювання процесів оцінювання параметра постійного сигналу при адитивній взаємодії з корельованими негаусовими завадами різних типів і видів на основі розробки моментно-кумулянтних моделей досліджуваних процесів і поліноміальних методів оцінювання при застосуванні модифікованого методу максимізації полінома, що дозволило підвищити точність процесів оцінювання в системах прийому і обробки даних при врахуванні параметрів і характеристик негаусових процесів та створити алгоритмічні основи і комп'ютерні засоби їх реалізації. У тому числі отримані наступні результати.

1. Аналіз задач підвищення ефективності процесів оцінювання невідомих параметрів сигналів при впливі негаусових корельованих завад в системах моніторингу, контроля, спостереження та діагностики показав, що перспективним напрямком є підхід, який ґрунтується на застосуванні моментно-кумулянтних функцій вищих порядків для опису випадкових процесів та модифікованого методу максимізації полінома (методу Кунченка), що дозволяє створити алгоритмічні основи процесів моделювання та організації програмних моделюючих засобів.

2. Запропоновані нові математичні моделі адитивної взаємодії корисного сигналу та корельованої негаусової завади на основі застосування

одномоментних та двохмоментних кумулянтних функцій вищих порядків, що надало можливість описати не тільки параметри і характеристики негаусового розподілу досліджуваного випадкового процесу, але і врахувати кореляційні зв’язки для синтезу алгоритмів оцінювання невідомих параметрів.

3. Отримані аналітичні вирази моментно-кумулянтних моделей для асиметричних, ексцесних, асиметрично-ексцесних корельованих негаусових процесів адитивної взаємодії корисного сигналу та завади, що дозволило розширити клас розв'язуваних завдань для синтезу алгоритмів обробки сигналів при статистично залежних вибіркових значеннях. Використання багатомоментних кумулянтних функцій для опису статистично залежних негаусових випадкових процесів розширило клас досліджуваних випадкових величин і можливості застосування методу максимізації поліному (методу Кунченко) для отримання оцінок невідомих параметрів сигналів. Для реалізації адаптивних алгоритмів оцінювання параметрів сигналів на фоні негаусових корельованих завад наведені способи апріорного визначення статистик вищих порядків за наявними вибірковими значеннями, що надає додаткові можливості реалізації гнучких поліноміальних алгоритмів оцінювання в залежності від завадової ситуації.

4. Представлено модифікацію методу максимізації полінома (методу Кунченко) для синтезу оцінок параметрів постійних сигналів, які приймаються на фоні корельованих негаусових завад. Модифікація методу базується на застосуванні двохмоментних кумулянтних функцій вищих порядків, які дають можливість врахувати статистичні зв’язки вибіркових значень при заданих обмеженнях на їх складність та забезпечити адекватне представлення досліджуваного процесу. Застосування нового модифікованого методу дозволило розробити нові алгоритми оцінювання параметрів сигналів в інформаційно-вимірювальних системах, системах контролю, моніторингу та діагностики з кращими точністними характеристиками у порівнянні з відомими методами.

5. На основі отриманих моментно-кумулянтних моделей опису випадкових корельованих негаусових процесів запропоновані поліноміальні стохастичні методи оцінювання невідомого параметра постійного сигналу при опрацюванні залежних вибіркових значень, що дозволило провести синтез обчислювальних алгоритмів для обробки негаусових асиметричних, ексцесних та асиметрично-ексцесних корельованих процесів. На основі запропонованих методів проведено синтез та наведений аналіз поліноміальних обчислювальних алгоритмів оцінювання постійного параметра корисного сигналу з кращими точністними характеристиками у вигляді зменшення дисперсії оцінки у порівнянні з відомими результатами за раунок врахування додаткової інформації про досліджувані процеси у вигляді моментно-кумулянтних функцій вищих порядків.

6. Запропонована структурна схема поліноміальної системи обробки досліджуваного корельованого негаусового процесу на основі модифікованого методу максимізації полінома, що дозволяє модернізувати існуючі технічні системи з кращими точністними характеристиками.

7. Розроблений програмний комплекс, його структура та набір програмних модулів забезпечують проведення комп'ютерного моделювання процесів оцінювання параметра постійного сигналу при адитивній взаємодії з негаусовими корельованими завадами різних типів і видів. Шляхом проведення обчислювальних експериментів на модельних прикладах апробовані програмні модулі для різних типів негаусової завади і степеней оціночного стохастичного поліному.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники / Б.Р. Левин — [3-е изд., перераб. и доп.] — М.: Радио и связь, 1989. — 696 с.
2. Тихонов В.И. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем: учебное пособие для вузов / В.И. Тихонов, В.Н. Харисов — М.: Радио и связь, 1991. — 608 с.
3. Van Trees H.L. Detection, Estimation, and Modulation Theory. / Van Trees H.L. - Part IV: Optimum Array Processing. John Wiley, 2002. - 1470 pp.
4. Kay S.M. Foundamentals of Statistical Signal Processing / S.M. Kay. Vol. I. Estimation Theory. Prentice-Hall PTR, 1998.
5. Mourad Barkat: ‘Signal Detection and Estimation’, (Artech House, Boston, 2005).
6. D.Middleton: ‘Non-Gaussian Statistical Communication Theory’, (Jonn Willey & Sons, New Jersey, 2012).
7. Волков И.К. Случайные процессы: Учеб. для вузов / Под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко / И.К. Волков, С.М. Зуев, Г.М. Цветкова – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. – 448 с.
8. Безрук В.М. Теоретические основы проектирования систем распознавания сигналов для автоматизированного радиоконтроля / Безрук В.М., Г.М.Певцов. // Монография. – Х.: Коллегиум, 2007- 430 с.
9. V.P.Tuzlukov: ‘Signal Processing Noise’, (CRC Press LLC, Boca Raton, 2002).
10. Перов А.И. Статистическая теория радиотехнических систем / А.И. Перов. – М. : Радиотехника, 2003.-400 с.
11. Шелухин О.И. Цифровая обработка и передача речи / О.И. Шелухин, Н.Ф. Лукьянцев. – М.: Радио и связь, 2000. – 454 с.
12. Шелухин О.И. Негауссовские процессы в радиотехнике / О.И. Шелухин. – М., 1998. , 310 с.

13. Гуревич А.В. Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере / А.В. Гуревич, А.Б. Шварцбург. – М.: Наука, 1973. – 272 с.

14. Тихонов В.А. Негауссовы характеристики речевых сигналов / В.А. Тихонов // АСУ и приборы автоматики. – 2003. – №123. – С. 57 – 62.

15. Арюшенко В.М., Воловач В.И. Измерение информационных параметров сигнала в условиях воздействия аддитивных негауссовских коррелированых помех // Автометрия. 2016, Т.52., №6. – С.22-28.

16. Арюшенко В.М., Воловач В.И. Оценка точности измеренмя информационных параметров сигнала на фоне коррелированной аддитивной помехи при непрерывной обработке // Изв. Вузов России. Сер. Радиоэлектроника. 2015.№1. – С59-65.

17. Соленов В.И. Нелинейная обработка и адаптация в негауссовских помехах/ О.И. Шелухин, В.И. Соленов. – Киев: КМУГА, 1997. – 180 с.

18. Лемешко Б.Ю. Корреляционный анализ наблюдений многомерных случайных величин при нарушении предположений о нормальности / Б.Ю. Лемешко, С.С. Помадин // Новосибирск Сибирский журнал индустриальной математики. – 2002. – Т.5. – № 3. – С.115-130.

19. Родионов А.А. Оценка параметров сигнала, наблюдаемого на фоне помехи с ограниченным пространственным спектром / А.А. Родионов, В.И. Турчин //. Препринт ИПФ РАН №615. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2002. – С.16.

20. Бабак В.П. Теорія ймовірностей, випадкові процеси та математична статистика / В.П. Бабак, Б.Г. Марченко, М.Є. Фриз. — К.: Техніка, 2004. — 288 с.

21. Huihong Zhao, Chenghui Zhang: ‘Non-Gaussian noise quadratic estimation for linear discrete-time time-varying systems’, Neurocomputing, 2016, 174(B), pp.921-927.

22. Сосулин Ю.Г. Теоретические основы радиолокации и радионавигации: учеб. пособие для вузов / Ю.Г. Сосулин — М.: Радио и связь, 1992. — 304 с.

23. Алебастров В.А. Основы загоризонтной радиолокации / [В.А. Алебастров, Э.Ш. Гойхман, И.М. Заморин и др.]; под ред. А.А. Колосова — М.: Радио и связь, 1984. — 256 с.

24. Теоретические основы радиолокации. / [под ред. Я.Д. Ширмана]. – М.: Сов. радио, 1970. — 560 с.

25. Теория обнаружения сигналов. / [под ред. П.А. Бакута]. — М.: Радио и связь, 1984. — 440 с.

26. Репин В.Г. Статистический синтез при априорной неопределённости и адаптация информационных систем / В.Г. Репин, Г.П. Тартаковский — М.: Сов. радио, 1977. — 432 с.

27. Rao C.R. Linear Statistical Inference and Applications. / C.R. Rao. — Johns Wiley & Sons Inc, New-York, 1965. — 270 pp.

28. Турчин В.И. Введение в современную теорию оценки параметров сигналов/ В.И.Турчин. – Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2005. – 116 с.

29. Middleton D. Introduction to Statistical Communication Theory. / Middleton D. - McGraw- Hill Book Company, New York, 1960. - 832 pp.

30. Ибрагимов И.А. Асимптотическая теория оценивания / И.А. Ибрагимов, Р.З. Хасьминский. – М.: Наука, 1979. – 528 с.

31. Крамер Г. Математические методы статистики / Г. Крамер – М.: Мир, 1975. – 648 с.

32. Hayes M.H. Statistical Digital Signal Processing and Modeling. / M.H. Hayes. — New York: John Wiley & Sons, 1996. – pp.330.

33. Бендат Дж. Измерение и анализ случайных процессов / Дж. Бендат, А. Пирсол. – М.: Мир, 1974. – 464 с.

34. Васильев Ф.П. Обобщенный метод моментов в задачах оптимального управления / Ф.П. Васильев, А.З. Ишмухаметов, М.М. Потапов. – М.: Изд-во МГУ, 1989. – 142 с.

35. Кунченко Ю.П. Оценка параметров случайных величин методом максимизации полинома / Ю.П. Кунченко, Ю.Г. Лега. – К.: Наукова думка, 1992. – 180 с.

36. Кунченко Ю.П. Нелинейная оценка параметров негауссовских радиотехнических сигналов / Ю.П. Кунченко. – К.: Выща шк.,1987. – 191 с.

37. Васильев К.К. Статистический анализ многомерных изображений / К.К. Васильев, В.Р. Крашенинников. — Ульяновск: УлГТУ, 2007. — 170 с.

38. Методы и алгоритмы восстановления сигналов и изображений: монография / А.В. Верлань, И.О. Горошко, Е.Ю.Карпенко и др. — К.:НАН Украины, Ин-т проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова, 2011. – 386 с.

39. Сидняев Н.И. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник / Н.И .Сидняев. – М.: Издательство Юрайт; ИД Юрайт, 2011. – 219 с.

40. E.L.Lehmann: ‘Theory of point estimation. second edition’, (Springer-Verlag, New York, 1998).

41. Первунинский С.М. Нелинейная фильтрация негауссовых сигналов в классе степенных полиномиальных операторов/ С.М. Первунинский. – К.: Наук. думка, 2001. – 235 с.

42. Kunchenko, Y. P. Polynomial Parameter Estimations of Close to Gaussian Random variables [Текст] / Y. P. Kunchenko // Germany, Aachen: Shaker Verlag, 2002. — 396 p.

43. Кунченко Ю.П. Применение метода максимизации полинома для оценки параметров сигналов, принимаемых многоэлементной антенной решеткой / Ю.П Кунченко, Т.В. Воробкало // Радиофизика и электроника. – Харьков, – 2002. – Т. 7, – № 2. – С. 415 – 418.

44. V.V.Palahin. Features of the constant signal parameter estimation by the method of truncated polynomial maximization / V.V.Palahin, A.V.Goncharov, V.V.Filipov. // Oxford Journal of Scientific Research, 2015, No.1. (9) (January-June). Volume IV. “Oxford University Press”, 2015., pp.170-177.

45. Palahin V. Modeling of Joint Signal Detection and Parameter Estimation on Background of Non-Gaussian Noise / Palahin V., Palahina O., Filipov V.,

Leleko S., Ivchenko A. // Journal of Applied Mathematics and Computational Mechanics, 2015, issue 14 (3) , pp.87-94.

46. V.Palahin. Joint Signal parameters estimation in non-Gaussian noise by the method of polynomial maximization. / V.Palahin, J.Juhár. // Journal of Electrical Engineering, Vol. 67 (2016), no.3, 217–221, 2016.

47. L.Vokorokos. Parameters Estimation of Correlated non-Gaussian processes by the Method of Polynomial Maximization. / L.Vokorokos, S.Marchevský, A.Ivchenko, E.Palahina, V.Palahin. // IET Signal Processing, 2016. pp..313-319.

48. Голяницкий И.А. Математические модели и методы в радиосвязи / Под ред. Ю.А.Громакова / И.А. Голяницкий. — М.: Эко-Трендз, 2005. — 439с.

49. Марченко Б.Г. Линейные случайные процессы и их приложения / Б.Г. Марченко, Л.Н. Щербак — К.: Наукова думка, 1975. — 144 с.

50. Tuzlukov V.P. Signal Processing Noise. / V.P. Tuzlukov. — CRC Press, 2002, -676 pp.

51. Бакулев П.А. Радиолокационные системы: учебник для вузов / П.А. Бакулев — М.: Радиотехника, 2004. — 320 с.

52. Вопросы подповерхностной радиолокации: коллективная монография / [под ред. А.Ю. Гринева]. — М.: Радиотехника, 2005. — 416 с.

53. Трифонов А.П. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех / А.П. Трифонов, Ю.С. Шинаков — М.: Радио и связь, 1986. — 264 с.

54. Шатилов С.В. Применение кумулянтов при оценивании центральных моментов негауссовского случайного процесса / С.В. Шатилов // Инфокоммуникационные технологии. 2008. — Т.6, №1. — С. 16—19.

55. Данилов В.А. Подавление негауссовских помех нелинейным преобразователем с характеристикой осциллирующего типа / В.А. Данилов, В.Н. Ефименко, Ю.В. Жабинский // Радиотехника. — 2007. — № 12. — С. 11 — 15.

56. Фомин А.И. Анализ методов подавления негауссовских помех / А.И. Фомин // Мир транспорта. — 2012. — № 3. — С. 24 — 29.

57. Huihong Zhao, Chenghui Zhang: ‘Non-Gaussian noise quadratic estimation for linear discrete-time time-varying systems’, Neurocomputing, 2016, 174(B), pp.921-927

58. Shaoying Wang, Huajing Fang, Xuegang Tian: ‘Minimum variance estimation for linear uncertain systems with one-stepcorrelated noises and incomplete measurements’, Digital Signal Processing, 2016, 49, pp.126-136.

59. Ванжа А. В. Оптимальное оценивание импульсных сигналов со случайными амплитудами и моментами появления / А. В. Ванжа, А. М. Силаев // Изв. вузов. Радиофизика. – Т.38. – 1995. – № 12. – С. 1257-1266.

60. Васильев К.К. Прием сигналов при мультипликативных помехах / К.К. Васильев. – Саратов: изд. СГУ, 1983. – 128 с.

61. Ахманов С.Я. Введение в статистическую радиофизику и оптику / С.Я. Ахманов, Ю.Е.Дьяков, А.С.Чиркин. – М.: Наука, 1981. – 640 с.

62. Лега Ю. Г. Принципы построения и исследования систем связи с использованием шумовых сигналов: дисс. ... д-ра техн. наук: 05.12.14 / Ю. Г. Лега. – Черкассы, 2001. – 342 с.

63. Калинин А.И. Распространение радиоволн на трассах наземных и космических радиолиний / А.И. Калинин. – М.: Связь, 1979. – 296 с.

64. Маковеева М.М. Шинаков Ю.С. Системы связи с подвижными объектами / М.М. Маковеева, Ю.С.Шинаков. – М.: Радио и Связь, 2002. – 440 с.

65. Measurement Systems in Automation and Process Control System [Електронний ресурс] Режим доступу https://paktechpoint.com/measurement-systems-of-automation. . – Назва з екрана. – Дата перегляду: 30.03.2016.

66. Peng Luo. A new measurement algorithm for PMU in power system based on all-phase Fourier transform / Peng Luo, Hui Fan, Suxiang Zhang, Xiaoguang Hao & Xiaowei Wang. // EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking volume 2019, Article number: 165 (2019).

67. Kumar Vijay Mishra. Toward Millimeter Wave Joint Radar-Communications: A Signal Processing Perspective / Kumar Vijay Mishra, Bhavani Shankar M. R., Visa Koivunen, Bjorn Ottersten, Sergiy A.Vorobyov // IEEE Signal Processing Magazine, https://arxiv.org/pdf/1905.00690.pdf

68. В.М.Шарапов, И.Г.Минаев, Ю.Ю.Бондаренко, и др.. Под ред. В.М.Шарапова. Пьезоелектрические преобразователи. – Черкассы:ЧГТУ, 2004. – 435.

69. Чабдаров Ш.М. Полигауссовы представления произвольных помех и прием дискретных сигналов / Ш.М. Чабдаров, А.Т. Трофимов // Радиотехника и электроника. – 1975. – Т.20, №4. – С. 734–745.

70. Беляков, И.В. Негауссовские процессы [Текст] / И.В. Беляков, О.И. Шелухин. – СПб.: Политехника, 1992. – 312с.

71. Чабдаров Ш.М. Основы статистической теории радиосвязи. Полигауссовы модели и методы / Ш.М. Чабдаров, Н.З. Сафиуллин, А.Ю. Феоктистов: учеб. пособие для вузов. — Казань: Изд–во Каз. авиац. Ин-та, 1983. — 86 с.

72. Малахов А.Н. Кумулянтный анализ негауссовских процессов и их преобразований / А.Н. Малахов — М.: Сов. радио, 1979. — 376 с.

73. Обнаружение радиосигналов / П.С.Акимов, Ф.Ф. Евстратов и др. // Под ред. А.А. Колосова. – М.: Радио и связь, 1989. – 288 с.

74. Дороднов А.А. О полноте систем гауссовских функций и полигауссовских приближениях в радиотехнике / А.А. Дороднов, Ш.М. Чабдаров // Радиотехника. – 1975. – Т.30, №7. – С. 1–7.

75. Дженкинс Г. Спектральный анализ и его приложения / Г. Дженкинс, Д. Ваттс. – М.: Мир, вып.1, 1971, вып. 2, 1972. – 318 с.

76. Жлуктенко, В. І. Теорія ймовірностей і математична статистика : навч.-метод. посіб. Ч. ІІ. Математична статистика / В. І. Жлуктенко, С. І. Наконечний, С. С. Савіна. — К. : КНЕУ, 2005. — 335 с.

77. Кендалл М. Статистические выводы и связи/ М. Кендалл, А. Стюарт. – М.: Наука, 1973. —900 с.

78. Хинчин А.Я. Избранные труды по теории вероятностей. сост. Б.В.Гнеденко, ред.А.М.Зубков / А.Я.Хинчин. – М., “ТВП”, 1995; – 552 с.

79. Прокис Джон. Цифровая связь. Пер. с англ. / Под ред. Д.Д. Кловского / Джон Прокис. – М.: Радио и связь, 2000. - 800 с.

80. Kunchenko Y.P. A Moment Performance Criterion of a Decision Making for Testing Simple Statistical Hypothesis / Y.P. Kunchenko // IEEE, International Symposium on Information Theory, June-July, 1997. — Ulm, 1997 — 231 p.

81. Кунченко Ю.П. Критерий асимптотической нормальности проверки простых статистических гипотез / Ю.П. Кунченко, В.В. Палагин // Праці УНДІРТ. — Одеса, 1998. — № 3 — С. 66 — 70.

82. Кунченко Ю.П. Синтез алгоритмов проверки простых статистических гипотез, основанных на использовании стохастических полиномов, оптимальных по критерию асимптотической нормальности / Ю.П. Кунченко, В.В. Палагин // Труды 51-й научной сессии, посвященной дню радио, 1996 г.: тезисы докл. — Москва, 1996. — №2 — С. 128 — 129.

83. В.В.Палагін. Статистичне оцінювання параметрів негаусових корельованих випадкових процесів: [монографія] / В.В.Палагін, О.В.Івченко, Д.А.Вєдєрніков. // ЧДТУ., 2018. – 199 с.

84. Палагін В.В. Адаптація методу максимізації полінома для оцінки параметрів випадкових величин за статистично-залежною вибіркою / В.В. Палагін, О.В. Івченко // Збірник наукових праць «Системи обробки інформації». – Харків. – 2009. – випуск 2(76). – С.118-123

85. Івченко О.В. Особливості застосування моментно-кумулянтного опису статистично залежних випадкових величин / Івченко О.В.// Materialy V mezinarodni vedecko – prakticka conference “Moderni vymozenosti vedy – 2010” – Praha, 2010. – С. 29–31.

86. Івченко О.В. Особливості опису стохастичних процесів за допомогою статистичних характеристик вищих порядків / Івченко О.В.// Праці V Міжнародної науково-практичної конференції «Обробка сигналів і

негауссівських процесів», присвяченої пам’яті професора Ю.П. Кунченка: Тези доповідей. – Черкаси: ЧДТУ, 2015. – С. 35–37.

87. Палагін В.В. Особливості оцінювання параметрів статистично залежних випадкових величин / В.В. Палагін, О.В. Івченко // Вісник ЧДТУ. – 2009. – №1. – С. 73 – 78.

88. Палагін В.В. Оцінка скалярного параметра корельованої асиметричної випадкової величини першого типу першого виду методом максимізації полінома / В.В. Палагін, О.В. Івченко // Журнал «Інформаційні технології та комп`ютерна інженерія».- Вінниця .- 2009.- №3(16) .- С. 64-71

89. Палагін В.В. Оцінка скалярного параметра корельованої ексцесної випадкової величини 1-го типу 1-го виду методом максимізації полінома / В.В. Палагін, О.В. Івченко // Вісник інженерної академії наук України випуск 2.- Київ .- 2009.- С. 268-274.

90. Дженкинс Г. Спектральный анализ и его приложения / Г. Дженкинс, Д. Ваттс. – М.: Мир, вып.1, 1971, вып. 2, 1972. – 318 с.

91. Rosenblatt M. Estimation of the bispectrum / M. Rosenblatt, J.S.Van Ness // Ann. Math. Statist. – 1965. – №36. – P. 1120–1136.

92. Sinai Ya.G. Topics in Ergodic Theory, Princeton Univ / Ya.G. Sinai. – Press, 1994; – 333 c.

93. Корнфельд И.П. Эргодическая теория / И.П. Корнфельд, Я.Г. Синай, С.В. Фомин. – М.,“Наука”, 1980; – 384 с.

94. В.В. Палагин. Полиномиальные методы оценивания параметров сигнала на фоне негауссовских коррелированных помех/ В.В. Палагин, А.В. Ивченко, Е.А. Палагина, Д.А. Ведерников. // Информатика и математические методы в моделировании. Том. 9 (2019), № 4. - С.266 - 279.

95. В.В. Палагин. Нелинейные методы оценивания параметров сигнала на фоне асимметрично-эксцессных негауссовских коррелированных помех / В.В. Палагин, Д.А. Ведерников. // Вісник ЧДТУ, 2020, №2. - С.77-86.

96. Д.А. Ведерников. Модели и методы оценивания параметров сигнала на фоне эксцессных негауссовских коррелированных помех /

Д.А. Ведерников. // Slovak International Scientific Journal, №41 (2020), VOL.1, pp. 47-53.

97. Вєдєрніков Д.А. Математичне моделювання оцінювання параметрів сигналів на фоні негаусових корельованих завад / Вєдєрніков Д.А., Палагіна О.А., Палагін В.В. // 9-та Міжнародна наукова конференція «Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації», Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 14-15 травня 2020 р. . - С. 30-31.

98. Вєдєрніков Д.А. Статистичне оцінювання параметрів сигналів на фоні негаусових корельованих завад адаптованим методом максимізації поліному / Вєдєрніков Д.А. // Матеріали Десятої Міжнародної наукової конференції студентів та молодих вчених «Сучасні інформаційні технології - 2020» «Modern Information Technology - 2020» (14-15 травня 2020 р., м.Одеса), Одеський національний політехнічний університет, Інститут комп'ютерних систем, 2020. - С.95.

99. Палагін В.В. Знаходження оцінок параметра постійного сигналу на фоні негаусових корельованих завад / Палагін В.В., Івченко О.В., Вєдєрніков Д.А. // Праці VII Міжнародної науково-практичної конференції «Обробка сигналів і негауссівських процесів», присвяченої пам'яті професора Ю.П.Кунченка: Тези доповідей. – Черкаси: ЧДТУ, 2019. – С.103-106.

100. Вєдєрніков Д.А. Оцінювання параметра постійного сигналу на фоні корельованих негаусових завад методом максимізації поліному / Вєдєрніков Д.А. // 22-й Міжнародний молодіжний форум «Радіоелектроніка і молодь у XXI столітті», 2018. – С.44-45.

101. Палагін В.В. Поліноміальний метод оцінювання параметрів сигналів при впливі адитивних корельованих негаусових завад / Палагін В.В., Івченко О.В., Ведерников Д.А., Онищенко С.О., Овчінніков П.А. // VII Міжнародна науково-практична конференція Фізико-технічні проблеми

передавання, оброблення та зберігання інформації в інфокомунікаційних системах 8-10 листопада 2018 р., Чернівці, Україна. – С.25-26.

102. V.Palahin. Computer Modeling of Noise Signals Proccesing System in non-Gaussian Noise / V.Palahin, J.Juhár, O. Zorin, D.Viediernikov, E. Palahina // IEEE 38th International Conference on Electronics and Nanotechnology (ELNANO-2018), April 24-26, 2018, pp.658-662.

103. В.В.Палагин. Алгоритмы оценивания параметров постоянный сигналов на фоне аддитивных коррелированных негауссовых помех / В.В.Палагин, А.В. Ивченко, Д.А. Ведерников. // I Международная научно-практическая конференция «Информационно-коммуникационные технологии: достижения, проблемы, инновации» (ИКТ-2018), 14-15 июня 2018. - С. 62-64.

104. В.В. Палагин. Построение моделей аддитивного взаимодействия постоянного сигнала и коррелированной негауссовой помехи с использованием статистических характеристик высших порядков / В.В. Палагин, А.В. Ивченко, Д.А. Ведерников // Праці VI Міжнародної науково-практичної конференції «Обробка сигналів і негауссівських процесів», присвяченої пам’яті професора Ю.П.Кунченка: Тези доповідей. – Черкаси: ЧДТУ, 2017. – С.35-37.

105. Дорожевець М. Опрацювання результатів вимірювань: Навч. посібник / М. Дорожевець. – Львів: Видавництво Національного університету «Львівська політехніка», 2007. –624 с.

106. Гихман И.И. Теория вероятностей и математическая статистика / И.И. Гихман, А.В. Скороход, М.И. Ядренко — К.: Вища шк., 1988. — 439 с.

107. Виленский С.Я. Статистическая обработка результатов исследования случайных функций / С.Я. Виленский. – М.: Энергия, 1979. –320с.

108. Кунченко Ю.П., Полиномиальные оценки параметров близких к гауссовским случайных величин. Ч.II. Оценка параметров близких к

гауссовским случайных величин / Ю.П. Кунченко, С.В. Заболотный. – Черкассы: ЧИТИ, 2001. – 251 с.

109. Палагін В.В. Особливості оцінювання параметрів статистично залежних випадкових величин / В.В. Палагін, О.В. Івченко // Вісник ЧДТУ. – 2009. – №1. – С. 73 – 78.

110. Івченко О. В. Математичні моделі, методи та засоби оцінювання параметрів негаусових корельованих випадкових процесів: дис. канд. техн. наук: 01.05.02. Черкаси, 2016. 206 с.

111. Шалыгин А. С. Прикладные методы статистического моделирования / А.С. Шалыгин, Ю.И. Палагин. – Л.: Машиностроение, 1986. — 320 с.

112. Самарский А.А. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры / А.А. Самарский, А.П. Михайлов — М.: Физматлит, 2001. — 320 с.

113. Городецкий А.Я. Информационные системы. Вероятностные модели и статистические решения: учеб.пособие / А.Я. Городецкий — СПб: Изд-во СПбГПУ, 2003. — 326 с.

114. Scheuer E.M. On the generation of normal random vectors. / Scheuer, E.M. and Stoller, D.S.// Technometrics, 4, 1962. – pp.278-281.

115. Чабдаров Ш.М. Основы статистической радиосвязи: Полигауссовы модели и методы. Учебное пособие / Ш.М. Чабдаров, Н.З. Сафиуллин, А.Ю. Феоктистов. – Казань: КАИ, 1983. – 87с.

116. Андерсон Т. Введение в многомерный статистический анализ: Пер. с англ. / Т. Андерсон. – М.: Государственное издательство фізико-математической литературы, 1963.-500с.

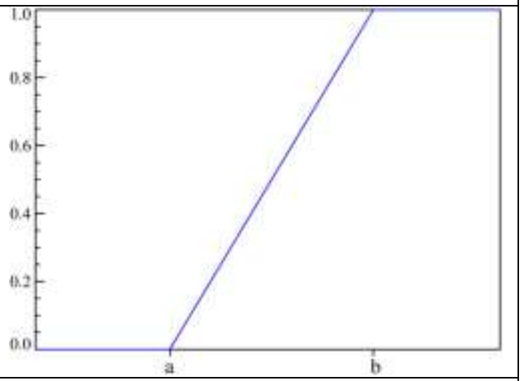
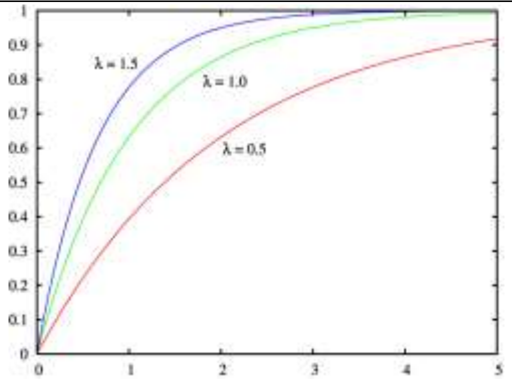
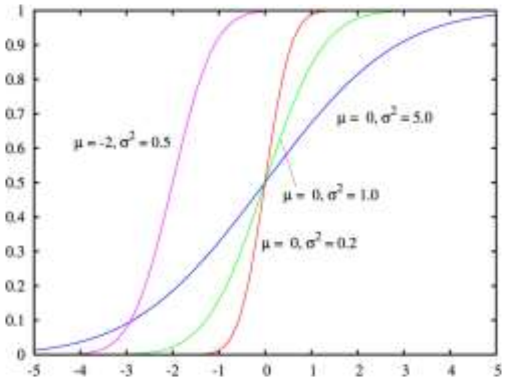
117. Малышкин Г.С. Оптимальные и адаптивные методы обработки гидроакустических сигналов / Г.С. Малышкин //. Том 2. Адаптивные методы. – ОАО "Концерн "ЦНИИ "Электроприбор", 2013.

118. Яглом, А. М. Корреляционная теория стационарных случайных функций / А. М. Яглом. – Л.: Гидрометеоиздат, 1981. – 282с.

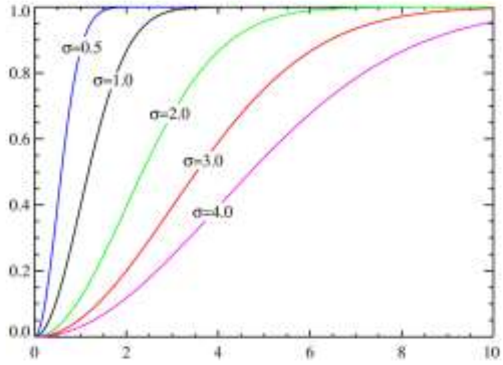
ДОДАТОК А

Одновимірні закони розподілу ймовірностей неперервних і дискретних випадкових процесів

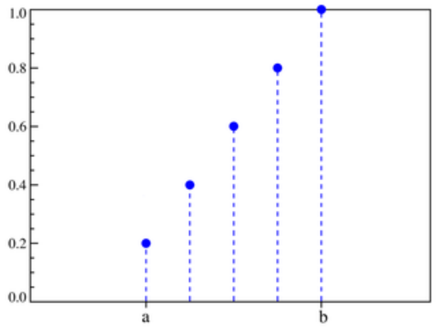
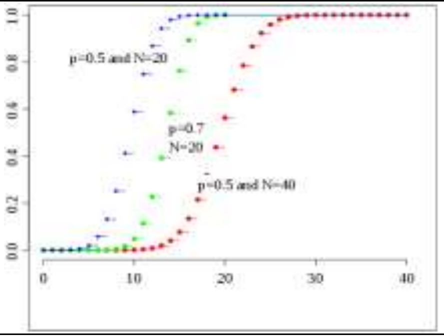
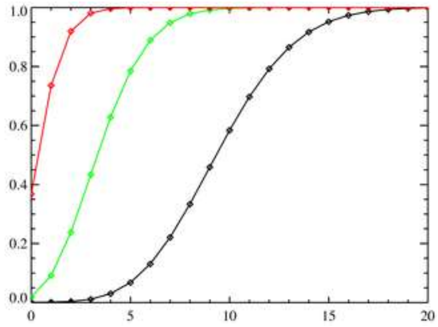
Таблиця А.1 – Типові закони розподілу ймовірностей неперервних випадкових процесів

Назва закону розподілу	Одновимірна функція розподілу $F_1(x,t)$	Графік функції $F_1(x,t)$
Рівномірний	$F_1 = \left\{ \begin{matrix} 0,\ x < a \\ \dfrac{(x-a)}{(b-a)},\ a \le x < b \\ 1,\ x \ge b \end{matrix} \right\}$	
Екпоненційний	$F_1 = \left\{ \begin{matrix} 1-e^{-\lambda x},\ x \ge 0 \\ 0,\ x < 0 \end{matrix} \right\}$	
Нормальний (закон Гаусса)	$F_1 = \dfrac{1}{2}\left[1 + erf\,(\dfrac{x-\mu}{\sqrt{2\sigma^2}})\right]$ μ – математичне сподівання σ – дисперсія	

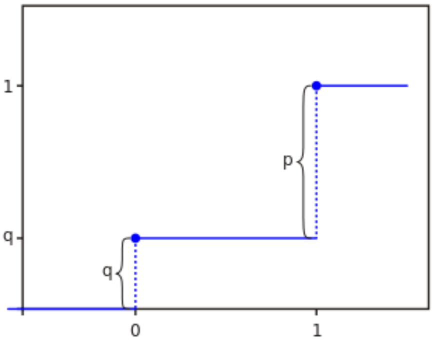
Продовження таблиці А.1

Назва закону розподілу	**Одновимірна функція розподілу** $F_1(x,t)$	**Графік функції** $F_1(x,t)$
Закон розподілу Релея	$F_1 = \begin{Bmatrix} 1-e^{-x^2/2\sigma^2}, & x \ge 0 \\ 0, & x < 0 \end{Bmatrix}$	

Таблиця А.2 – Типові закони розподілу ймовірностей дискретних випадкових процесів

Назва закону розподілу	**Одновимірна функція розподілу** $F_1(x,t)$	**Графік функції** $F_1(x,t)$
Дискретний рівномірний	$F_1 = \begin{Bmatrix} 0, x < a \\ (x-a+1)/n,\ a \le x \le b \\ 1, x > b \end{Bmatrix}$	
Дискретний біноміальний	$F_1 = I_{1-p}(n-\lvert k\rvert,1+\lvert k\rvert)$	
Пуассона	$F_1 = \dfrac{\Gamma(k+1,\lambda)}{k!}$	

Продовження таблиці А.2

Назва закону розподілу	**Одновимірна функція розподілу** $F_1(x,t)$	**Графік функції** $F_1(x,t)$
Бернуллі	$F_1 = \left\{ \begin{matrix} 0, & k < 0 \\ q, & 0 \le k < 1 \\ 1, & k \ge 1 \end{matrix} \right\}$	

Таблиця А.3 – Типові одновимірні характеристичні функції неперервних випадкових процесів

Назва закону	**Одновимірна характеристична функція** $\mathrm{f}_{\xi}\left(u/\vec{\vartheta}\right)$
Рівномірний	$\mathrm{f}_{\xi}\left(u/\vec{\vartheta}\right)=\frac{1}{ju(b-a)}(e^{jub}-e^{-jua})$
Екпоненційний	$\mathrm{f}_{\xi}\left(u/\vec{\vartheta}\right)=(1-\frac{ju}{\lambda})^{-1}$
Нормальний (закон Гаусса)	$\mathrm{f}_{\xi}\left(u/\vec{\vartheta}\right)=\exp(ju-0{,}5\sigma^2u^2)$
Релея	$\mathrm{f}_{\xi}\left(u/\vec{\vartheta}\right)=1+j\cdot\sigma\cdot t\cdot\sqrt{\frac{\pi}{2}}\cdot w(\frac{\sigma\cdot t}{\sqrt{2}})$

ДОДАТОК Б

Кореляційні функції випадкових процесів

Наведемо основні відомості про кореляційні функції випадкових процесів [110]

Таблиця Б.1 – Типові моделі кореляційних функцій

№	$r_x(\tau)$
1	$e^{-\alpha\|\tau\|}$
2	$e^{-\alpha\|\tau\|}(1+\alpha\|\tau\|)$
3	$e^{-\alpha\|\tau\|}(1-\alpha\|\tau\|)$
4	$e^{-\alpha\|\tau\|}(1+\alpha\|\tau\|+\alpha^2\tau^2/3)$
5	$e^{-\alpha\|\tau\|}cos\,\omega_0\tau$
6	$e^{-\alpha\|\tau\|}(cos\,\omega_0\tau+\alpha/\omega_0 Sin\omega_0\tau)$
7	$e^{-\alpha\|\tau\|}(cos\,\omega_0\tau-\alpha/\omega_0 Sin\omega_0\tau)$
8	$e^{-\alpha\|\tau\|}(cos\,\omega_0\tau+CSin\omega_0\tau)$

На практиці існуює багато різних способів визначення інтервалів кореляції, яле всі вони будуть мати однаковий фізичний зміст – тривалість існування кореляційної функції. Наведемо основні визначення, які пояснюють ці процеси.

Максимальний інтервал кореляції $\tau_k=\tau_{k\,max}$ визначається як розв’язок рівняння (див. таблицю Б.2):

$$|r_x(\tau\ge\tau_{k\,max})|\le\Delta,$$

де Δ задане значення, прийняте, як правило, рівним 0,01, 0,02, 0,05 [46].

Таким чином, під максимальним інтервалом кореляції слід розуміти часовий інтервал від початку координат до точки перетину з лініями Δ і -Δ, коли нормовані кореляційні функції знаходяться в межах [-Δ, Δ].

На рисунку Б.1 наведений максимальний інтервал кореляції при розгляді коливальної моделі кореляційної функції $r_x(\tau)=e^{-\alpha|\tau|}\cos\omega_0\tau$ при $\alpha=1$, $\omega_0=5$, Δ=0,05.

Вирази $\tau_{k\,max}$ для типових моделей $r_x(\tau)$ наведені в таблиці Б.2.

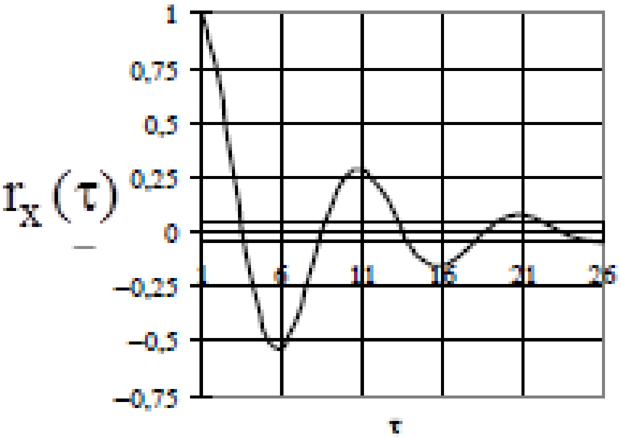


Рисунок Б.1 – Коливальна модель для кореляційної функції виду $r_x(\tau)=e^{-\alpha|\tau|}\cos\omega_0\tau$ при $\alpha=1$, $\omega_0=5$, Δ=0,05.

Таблиця Б.2 – Максимальні інтервали кореляції для типових моделей кореляційних функцій

№	Найменування	$\Delta=0,01$	$\Delta=0,02$	$\Delta=0,05$
1	$e^{-\alpha\|\tau\|}$	$4,61/\alpha$	$3,92/\alpha$	$3/\alpha$
2	$e^{-\alpha\|\tau\|}(1+\alpha\|\tau\|)$	$6,64/\alpha$	$5,84/\alpha$	$4,75/\alpha$
3	$e^{-\alpha\|\tau\|}(1-\alpha\|\tau\|)$	$6,27/\alpha$	$5,4/\alpha$	$4,14/\alpha$
4	$e^{-\alpha\|\tau\|}(1+\alpha\|\tau\|+\alpha^2\tau^2/3)$	$8,03/\alpha$	$7,14/\alpha$	$5,92/\alpha$
5	$e^{-\alpha\|\tau\|}\cos\omega_0\tau$	$4,61/\alpha$	$3,92/\alpha$	$3/\alpha$
6	$e^{-\alpha\|\tau\|}(\cos\omega_0\tau+\alpha/\omega_0 Sin\omega_0\tau)$	$4,61/\alpha$	$3,92/\alpha$	$3/\alpha$
7	$e^{-\alpha\|\tau\|}(\cos\omega_0\tau-\alpha/\omega_0 Sin\omega_0\tau)$	$4,61/\alpha$	$3,92/\alpha$	$3/\alpha$

Під інтервалом кореляції часто розуміють основу прямокутника з одиничною висотою, а площа визначається нормованою кореляційною функцією [118]:

$$\tau_k^2 = \int_0^\infty r(\tau)d\tau .$$

Для деяких класів процесів $\tau_k = 0$, що свідчить про відсутність кореляції. Але кореляція може існувати, про що свідчить $\tau_{k\,max} = 0$. Таким чином, при оцінюванні τ_k доцільно застосовувати лише випадкові процеси з монотонними кореляційними функціями.

Для усунення даного недоліку можна запропоновати визначення інтервалів кореляції у вигляді:

$$\tau_k^3 = \int_0^\infty |\,r(\tau)|d\tau , \quad \tau_k^4 = \int_0^\infty \rho^2(\tau)d\tau .$$

Аналіз даних виразів для τ_k^3 і τ_k^4 свідчить, що оцінка тривалості існування кореляційної функції є проблематичною, особливо для коливних моделей кореляційних функцій. Застосування параметра τ_k^4 усуває цей недолік. Тому, значення τ_k^4 дає занижені результати, але в технічних додатках він застосовується частіше ніж τ_k^3. Аналітичні вирази інтервалів кореляції τ_k^2 і τ_k^4 для типових моделей кореляційних функцій наведені в таблиці Б.3.

Таблиця Б.3 – Аналітичні вирази інтервалів кореляції для типових моделей кореляційних функцій

№	Найменування	τ_k^2	τ_k^4
1	$e^{-\alpha\|\tau\|}$	$1/\alpha$	$1/2\alpha$
2	$e^{-\alpha\|\tau\|}(1+\alpha\|\tau\|)$	$2/\alpha$	$5/4\alpha$
3	$e^{-\alpha\|\tau\|}(1-\alpha\|\tau\|)$	0	$1/4\alpha$
4	$e^{-\alpha\|\tau\|}(1+\alpha\|\tau\|+\alpha^2\tau^2/3)$	$8/3\alpha$	$7/4\alpha$
5	$e^{-\alpha\|\tau\|}cos\,\omega_0\tau$	$\frac{\alpha}{\alpha^2+\omega_0^2}$	$\frac{2\alpha^2+\omega_0^2}{4\alpha(\alpha^2+\omega_0^2)}$
6	$e^{-\alpha\|\tau\|}(cos\,\omega_0\tau+\alpha/\omega_0 Sin\omega_0\tau)$	$\frac{2\alpha}{\alpha^2+\omega_0^2}$	$\frac{5\alpha^2+\omega_0^2}{4\alpha(\alpha^2+\omega_0^2)}$
7	$e^{-\alpha\|\tau\|}(cos\,\omega_0\tau-\alpha/\omega_0 Sin\omega_0\tau)$	0	$\frac{1}{4\alpha}$

Як видно з таблиці Б.3., τ_k^2 і τ_k^4 характеризуються заниженим результатом у порівнянні з $\tau_{k\,max}$.

В багатьох додатках для розв’язання прикладних задач часто застосовують моменти кореляційних функцій, які наводяться по аналогії з моментами законів розподілу. Запишемо початковий момент *k*-го порядку як:

$$\mu_k=\int_0^{\infty}\tau^k r_x(\tau)d\tau\,.$$

Аналітичні значення моментів типових моделей кореляційних функцій наведемо в таблиці Б.4.

Таблиця Б.4 – Аналітичні значення моментів типових моделей кореляційних функцій

№	Найменування	μ_1	μ_2	μ_3
1	$e^{-\alpha\|\tau\|}$	$1/\alpha^2$	$2/\alpha^3$	$6/\alpha^4$
2	$e^{-\alpha\|\tau\|}(1+\alpha\|\tau\|)$	$3/\alpha^2$	$8/\alpha^3$	$30/\alpha^4$
3	$e^{-\alpha\|\tau\|}(1-\alpha\|\tau\|)$	$-1/\alpha^2$	$-4/\alpha^3$	$-18/\alpha^4$
4	$e^{-\alpha\|\tau\|}(1+\alpha\|\tau\|+\alpha^2\tau^2/3)$	$5/\alpha^2$	$16/\alpha^3$	$70/\alpha^4$
5	$e^{-\alpha\|\tau\|}cos\,\omega_0\tau$	$\frac{\alpha^2-\omega_0^2}{(\alpha^2+\omega_0^2)^2}$	$\frac{2(\alpha^3-3\alpha\omega_0^2)}{(\alpha^2+\omega_0^2)^3}$	$6\frac{\alpha^4-6\alpha^2\omega_0^2+\omega_0^4}{(\alpha^2+\omega_0^2)^4}$
6	$e^{-\alpha\|\tau\|}(cos\,\omega_0\tau+\alpha/\omega_0 Sin\omega_0\tau)$	$\frac{3\alpha^2-\omega_0^2}{(\alpha^2+\omega_0^2)^2}$	$\frac{8\alpha(\alpha^2-\omega_0^2)}{(\alpha^2+\omega_0^2)^3}$	$6\frac{5\alpha^4-10\alpha^2\omega_0^2+\omega_0^4}{(\alpha^2+\omega_0^2)^4}$
7	$e^{-\alpha\|\tau\|}(cos\,\omega_0\tau -$ $-\alpha/\omega_0 Sin\omega_0\tau)$	$\frac{1}{(\alpha^2+\omega_0^2)^2}$	$-\frac{4\alpha}{(\alpha^2+\omega_0^2)^2}$	$-6\frac{3\alpha^4+2\alpha^2\omega_0^2-\omega_0^4}{(\alpha^2+\omega_0^2)^4}$

Відомості про моменти дозволяє оперувати ще одним визначенням тривалості кореляційної функції:

$$\tau_k^5 = \mu_1 / \mu_0 .$$

Для автокореляційних функції приведемо узагальнені характеристики взаємних кореляційних характеристик:

максимальний інтервал кореляції: $\tau_{kxy}^{(1)} = \tau_{k\,max\,xy}$;

інтервал кореляції: $\tau_{kxy}^{(2)} = \int_{-\infty}^{\infty} r_{xy}(\tau)d\tau$;

інтервал кореляції: $\tau_{kxy}^{(3)} = \int_{-\infty}^{\infty} |r_{xy}(\tau)|d\tau$;

інтервал кореляції: $\tau^{(4)}_{kxy} = \int\limits_{-\infty}^{\infty} r^2_{xy}(\tau)d\tau;$

моменти кореляційних функцій: $\mu_{kxy} = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \tau^k r_{xy}(\tau)d\tau.$

Ці характеристики використовуються в різноманітних додатках, наприклад для ідентифікації результатів оцінювання взаємних кореляційних характеристик, визначення часу затримки сигналів тощо.

Ще одним із параметрів кореляції є спектральні щільності потужності випадкових процесів $S(\omega)$, які наведені в таблиці Б.5.

Таблиця Б.5 – Спектральні щільності потужності випадкових процесів з типовими кореляційними функціями

№	K(τ)	$S(\omega)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} K(\tau)e^{-j\omega\tau}d\tau$
1	$e^{-\alpha\|\tau\|}$	$\frac{\sigma^2\alpha}{\pi(\alpha^2+\omega^2)}$
2	$e^{-\alpha\|\tau\|}(1+\alpha\|\tau\|)$	$\frac{\sigma^2 2\alpha^3}{\pi(\alpha^2+\omega^2)^2}$
3	$e^{-\alpha\|\tau\|}(1-\alpha\|\tau\|)$	$\frac{\sigma^2 2\alpha\omega^2}{\pi(\alpha^2+\omega^2)^2}$
4	$e^{-\alpha\|\tau\|}(1+\alpha\|\tau\|+\alpha^2\tau^2/3)$	$\frac{\sigma^2 8\alpha^5}{3\pi(\alpha^2+\omega^2)^3}$
5	$e^{-\alpha\|\tau\|}\cos\omega_0\tau$	$\frac{\sigma^2\alpha}{2\pi}[\frac{1}{\alpha^2+(\omega-\omega_0)^2}+\frac{1}{\alpha^2+(\omega+\omega_0)^2}]$
6	$e^{-\alpha\|\tau\|}(\cos\omega_0\tau+\alpha/\omega_0 Sin\omega_0\tau)$	$\frac{\sigma^2 2\alpha(\alpha^2+\omega_0^2)}{\pi[\alpha^2+(\omega-\omega_0)^2][\alpha^2+(\omega+\omega_0)^2]}$
7	$e^{-\alpha\|\tau\|}(\cos\omega_0\tau -$ $-\alpha/\omega_0 Sin\omega_0\tau)$	$\frac{\sigma^2 2\alpha\omega^2}{\pi[\alpha^2+(\omega-\omega_0)^2][\alpha^2+(\omega+\omega_0)^2]}$

ДОДАТОК В

Значення моментних функцій для двохмоментних моделей негаусових стаціонарних процесів

Моментні функції *асиметричних корельованих стаціонарних випадкових процесів* до 12-го порядку запишуться у вигляді моментів одномоментного розподілу [42, 72]:

$$\alpha_1 = 0, \alpha_2 = \chi_2, \alpha_3 = \chi_2^{1,5}\gamma_3, \ \alpha_4 = 3\chi_2^2, \ \alpha_5 = 10\chi_2^{2,5}\gamma_3, \ \alpha_6 = 5\chi_2^3\left(3 + 2\gamma_3^2\right),$$

$$\alpha_7 = 105\chi_2^{3,5}\gamma_3, \ \alpha_8 = 35\chi_2^4\left(3 + 8\gamma_3^2\right), \ \alpha_9 = 140\chi_2^{4,5}\gamma_3\left(9 + 2\gamma_3^2\right),$$

$$\alpha_{10} = 315\chi_2^5\left(3 + 20\gamma_3^2\right), \ \alpha_{11} = 1925\chi_2^{5,5}\gamma_3\left(9 + 8\gamma_3^2\right),$$

$$\alpha_{12} = 385\chi_2^6\left(27 + 360\gamma_3^2 + 40\gamma_3^4\right),$$

і моментних функцій двохмоментного розподілу [83, 110]:

$$\alpha_2(0,\tau) = \chi_2(0,\tau), \ \alpha_3(0,\tau,\tau) = \chi_3(0,\tau,\tau),$$

$$\alpha_4(0,\tau,\tau,\tau) = 3\chi_2 \cdot \chi_2(0,\tau), \ \alpha_4(0,0,\tau,\tau) = \chi_2^2 + 2\chi_2^2(0,\tau),$$

$$\alpha_5(0,0,\tau,\tau,\tau) = \chi_5(0,0,\tau,\tau,\tau) + \chi_2\chi_3 + 2\chi_2\chi_3(0,0,\tau) + \chi_2\chi_3(0,\tau,\tau) + 6\chi_2(0,\tau)\chi_3(0,\tau,\tau)$$

$$\alpha_6(0,0,0,\tau,\tau,\tau) = \chi_3^2 + 9\chi_3(0,0,\tau)\chi_3(0,\tau,\tau) + 9\chi_2^2\chi_2(0,\tau) + 6\chi_2^3(0,\tau).$$

Моментні функції *корельованих ексцесних стаціонарних випадкових процесів* запишуться у вигляді моментів одномоментного розподілу:

$$\alpha_1 = 0, \alpha_2 = \chi_2, \ \alpha_3 = 0, \ \alpha_4 = \chi_2^2\left(\gamma_4 + 3\right), \ \alpha_5 = 0, \ \alpha_6 = \chi_2^3\left(15\gamma_4 + 15\right),$$

$$\alpha_7 = 0, \ \alpha_8 = \chi_2^4\left(35\gamma_4^2 + 210\gamma_4 + 105\right), \ \alpha_9 = 0, \ \alpha_{10} = \chi_2^5\left(1575\gamma_4^2 + 3150\gamma_4 + 945\right),$$

$$\alpha_{11} = 0, \ \alpha_{12} = \chi_2^6\left(5775\gamma_4^3 + 51975\gamma_4^2 + 51975\gamma_4 + 10395\right),$$

і моментних функцій двохмоментного розподілу:

$$\alpha_2(0,\tau) = \chi_2(0,\tau), \ \alpha_3(0,\tau,\tau) = 0, \ \alpha_4(0,\tau,\tau,\tau) = \chi_4(0,\tau,\tau,\tau) + 3\chi_2 \cdot \chi_2(0,\tau),$$

$$\alpha_4(0,0,\tau,\tau) = \chi_4(0,0,\tau,\tau) + \chi_2^2 + 2\chi_2^2(0,\tau), \ \alpha_5(0,0,\tau,\tau,\tau) = 0,$$

$$\alpha_6(0,0,0,\tau,\tau,\tau) = \chi_6(0,0,0,\tau,\tau,\tau) + 3(\chi_2\chi_4(0,0,0,\tau) + \chi_2\chi_4(0,\tau,\tau,\tau) +$$
$$+3\chi_2(0,\tau)\chi_4(0,0,\tau,\tau)) + 9\chi_2^2\chi_2(0,\tau) + 6\chi_2^3(0,\tau).$$

Моментні функції асиметрично-ексцесних корельованих стаціонарних випадкових процесів запишуться у вигляді моментів одномоментного розподілу:

$$\alpha_1 = 0,\ \ \alpha_2 = \chi_2,\ \alpha_3 = \chi_2^{3/2}\gamma_3,\ \ \ \alpha_4 = \chi_2^2(\gamma_4 + 3),\ \ \alpha_5 = 10\chi_2^{5/2}\gamma_3,$$

$$\alpha_6 = \chi_2^3(10\gamma_3^2 + 15\gamma_4 + 15),\ \ \alpha_7 = \chi_2^{7/2}(35\gamma_3\gamma_4 + 105\gamma_3),$$

$$\alpha_8 = \chi_2^4(280\gamma_3^2 + 35\gamma_4^2 + 210\gamma_4 + 105),$$

$$\alpha_9 = \chi_2^{9/2}(1260\gamma_3\gamma_4 + 280\gamma_3^3 + 1260\gamma_3),$$

$$\alpha_{10} = \chi_2^5(2100\gamma_3^2\gamma_4 + 1575\gamma_4^2 + 6300\gamma_3^2 + 3150\gamma_4 + 945),$$

$$\alpha_{11} = \chi_2^{11/2}(5775\gamma_3\gamma_4^2 + 34650\gamma_3\gamma_4 + 17325\gamma_3 + 15400\gamma_3^3),$$

$$\alpha_{12} = \chi_2^6(5775\gamma_4^3 + 15400\gamma_3^4 + 138600\gamma_3^2\gamma_4 +$$
$$+ 51975\gamma_4^2 + 51975\gamma_4 + 138600\gamma_3^2 + 10395),$$

і моментних функцій двохмоментного розподілу:

$$\alpha_2(0,\tau) = \chi_2(0,\tau),\ \alpha_3(0,\tau,\tau) = \chi_3(0,\tau,\tau),$$

$$\alpha_4(0,\tau,\tau,\tau) = \chi_4(0,\tau,\tau,\tau) + 3\chi_2 \cdot \chi_2(0,\tau),$$

$$\alpha_4(0,0,\tau,\tau) = \chi_4(0,0,\tau,\tau) + \chi_2^2 + 2\chi_2^2(0,\tau),$$

$$\alpha_5(0,0,\tau,\tau,\tau) = \chi_5(0,0,\tau,\tau,\tau) + \chi_2\chi_3 + 2\chi_2\chi_3(0,0,\tau) + \chi_2\chi_3(0,\tau,\tau) + 6\chi_2(0,\tau)\chi_3(0,\tau,\tau)$$
$$\alpha_6(0,0,0,\tau,\tau,\tau) = \chi_6(0,0,0,\tau,\tau,\tau) + 3(\chi_2\chi_4(0,0,0,\tau) + \chi_2\chi_4(0,\tau,\tau,\tau) +$$
$$+3\chi_2(0,\tau)\chi_4(0,0,\tau,\tau)) + \chi_3^2 + 9\chi_3(0,0,\tau)\chi_3(0,\tau,\tau) + 9\chi_2^2\chi_2(0,\tau) + 6\chi_2^3(0,\tau).$$

ДОДАТОК Г

Список публікацій в яких опубліковані основні наукові результати дисертації:

1. Палагін В. В. Статистичне оцінювання параметрів негаусових корельованих випадкових процесів : [монографія] / В. В. Палагін, О. В. Івченко, Д. А. Вєдєрніков ; Черкаський державний технологічний університет, 2018. – 199 с.
2. В.В. Палагин. Полиномиальные методы оценивания параметров сигнала на фоне негауссовских коррелированных помех/ В.В. Палагин, А.В. Ивченко, Е.А. Палагина, Д.А. Ведерников. // Информатика и математические методы в моделировании. Том. 9 (2019), № 4. - С.266 - 279.
3. В.В. Палагин. Нелинейные методы оценивания параметров сигнала на фоне асимметрично-эксцессных негауссовских коррелированных помех / В.В. Палагин, Д.А. Ведерников. // Вісник ЧДТУ, 2020, №2. - С.77-86.
4. Д.А. Ведерников. Модели и методы оценивания параметров сигнала на фоне эксцессных негауссовских коррелированных помех / Д.А. Ведерников. // Slovak International Scientific Journal, №41 (2020), VOL.1, pp. 47-53.

Список публікацій які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

5. Вєдєрніков Д.А. Математичне моделювання оцінювання параметрів сигналів на фоні негаусових корельованих завад / Вєдєрніков Д.А., Палагіна О.А., Палагін В.В. // 9-та Міжнародна наукова конференція «Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації», Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 14-15 травня 2020 р. . - С. 30-31.
6. Вєдєрніков Д.А. Статистичне оцінювання параметрів сигналів на фоні негаусових корельованих завад адаптованим методом максимізації поліному / Вєдєрніков Д.А. // Матеріали Десятої Міжнародної наукової конференції студентів та молодих вчених «Сучасні інформаційні

технології - 2020» «Modern Information Technology - 2020» (14-15 травня 2020 р., м.Одеса), Одеський національний політехнічний університет, Інститут комп'ютерних систем, 2020. - С.95.

7. Палагін В.В. Знаходження оцінок параметра постійного сигналу на фоні негаусових корельованих завад / Палагін В.В., Івченко О.В., Вєдєрніков Д.А. // Праці VII Міжнародної науково-практичної конференції «Обробка сигналів і негауссівських процесів», присвяченої пам'яті професора Ю.П.Кунченка: Тези доповідей. – Черкаси: ЧДТУ, 2019. – С.103-106.
8. Вєдєрніков Д.А. Оцінювання параметра постійного сигналу на фоні корельованих негаусових завад методом максимізації поліному / Вєдєрніков Д.А. // 22-й Міжнародний молодіжний форум «Радіоелектроніка і молодь у XXI столітті», 2018. – С.44-45.
9. Палагін В.В. Поліноміальний метод оцінювання параметрів сигналів при впливі адитивних корельованих негаусових завад / Палагін В.В., Івченко О.В., Ведерников Д.А., Онищенко С.О., Овчінніков П.А. // VII Міжнародна науково-практична конференція Фізико-технічні проблеми передавання, оброблення та зберігання інформації в інфокомунікаційних системах 8-10 листопада 2018 р., Чернівці, Україна. – С.25-26.
10. V.Palahin. Computer Modeling of Noise Signals Proccesing System in non-Gaussian Noise / V.Palahin, J.Juhár, O. Zorin, D.Viediernikov, E. Palahina // IEEE 38th International Conference on Electronics and Nanotechnology (ELNANO-2018), April 24-26, 2018, pp.658-662. (**Scopus**)
11. В.В.Палагин. Алгоритмы оценивания параметров постоянный сигналов на фоне аддитивных коррелированных негауссовых помех / В.В.Палагин, А.В. Ивченко, Д.А. Ведерников. // I Международная научно-практическая конференция «Информационно-коммуникационные технологии: достижения, проблемы, инновации» (ИКТ-2018), 14-15 июня 2018. - С. 62-64.

12. В.В. Палагин. Построение моделей аддитивного взаимодействия постоянного сигнала и коррелированной негауссовой помехи с использованием статистических характеристик высших порядков / В.В. Палагин, А.В. Ивченко, Д.А. Ведерников // Праці VI Міжнародної науково-практичної конференції «Обробка сигналів і негауссівських процесів», присвяченої пам’яті професора Ю.П.Кунченка: Тези доповідей. – Черкаси: ЧДТУ, 2017. – С.35-37.

ДОДАТОК Д

Документи про впровадження результатів дисертаційної роботи

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Ректор
Черкаського державного
технологічного університету
Григор О.О.
____
«____» ____________ 2020 р.

ДОВІДКА
про впровадження в учбовий процес
результатів дисертаційної роботи Вєдєрнікова Дмитра Андрійовича

Основні результати дисертаційної роботи Вєдєрнікова Д.А. застосовуються при викладанні спеціалізованого курсу на кафедрі радіотехніки, телекомунікаційних та робототехнічних систем «Теорія нелінійної статистичної радіотехніки» студентам зі спеціальності 172 – Телекомунікації та радіотехніка в Черкаському державному технологічному університеті.

До розроблено лекційного курсу включено такі результати, отримані автором:

1. Математичні моделі адитивної суміші постійного сигналу та негаусових корельованих завад різних типів та видів, які базуються на моментно-кумулянтному описі випадкових процесів. На основі отриманих моделей запропоновані поліноміальні стохастичні методи оцінювання невідомого параметра постійного сигналу при залежних вибіркових значень, що дозволило провести синтез обчислювальних алгоритмів для обробки негаусових асиметричних, ексцесних та асиметрично-ексцесних корельованих процесів з кращими точністними характеристиками у порівнянні з відомим результатами за рахунок врахування додаткової інформації про досліджувані процеси у вигляді моментно-кумулянтних функцій вищих порядків.
2. Запропонована структурна схема поліноміальної системи обробки досліджуваного корельованого негаусового процесу на основі модифікованого методу максимізації полінома, що дозволяє модернізувати існуючі системи контролю, діагностики, моніторингу тощо з кращими точністними характеристиками.

Результати наукового дослідження були використані в підготовці методичних вказівок:

Методичні рекомендації до виконання лабораторних робіт з дисципліни «Теорія нелінійної статистичної радіотехніки» для студентів освітнього ступеня магістра спеціальності 172 «Телекомунікації та радіотехніка» усіх форм навчання [Електронний ресурс] / [упоряд. В.В.Палагін, А.В.Гончаров, Д.А.Вєдєрніков]; – ; М-во освіти і науки України, Черкас. держ. технол. ун-т. – Черкаси : ЧДТУ, РВЦ, 2020. – с. 50 - Назва з титульного екрана.

Виконання лабораторних робіт знайомить з новими методами та алгоритмами опрацювання сигналів на фоні негаусових завад, які демонструють високу ефективність при простій практичній реалізації у порівнянні з відомими результатами.

В.о. декана факультету
електронних технологій і робототехніки
к.т.н., доцент А.М.Чорній

Завідувач кафедри радіотехніки,
телекомунікаційних та робототехнічних систем,
д.т.н., професор В.В.Палагін

ЗАТВЕРДЖУЮ
Генеральний директор
ДП НВК «Фотоприлад»
_____________ Г.С. Корево
«26» _____06_____ 2020р.

АКТ

про впровадження результатів дисертаційного дослідження на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 122 – комп'ютерні науки та інформаційні технології Вєдєрнікова Дмитра Андрійовича

Розроблені Вєдєрніковим Д.А. на кафедрі радіотехніки, телекомунікаційних та робототехнічних систем Черкаського державного технологічного університету моделі, методи та інструментальні засоби по ефективному опрацюванню сигналів на фоні завад, що представлені в його дисертаційному дослідженні, використані в спеціалізованих системах, які розробляються в ДП НВК «Фотоприлад».

Зокрема, запропоновані нові методи та алгоритми оцінювання невідомого параметра корисного сигналу в складних завадових ситуаціях знайшли своє використання при розробці спеціалізованої апаратури керування. Впровадження нових результатів дисертаційного дослідження покращило роботу окремих блоків спеціалізованих систем, що дозволило збільшити точність керування при впливі різнорідних оптичних і електронних завад.

Запропоновані поліноміальні методи по опрацюванню сигналів на фоні корельованих негаусових завад на основі моментно-кумулянтного підходу до опису випадкових процесів характеризуються своєю простою практичною реалізацією, високою ефективністю, успішно реалізуються на сучасній елементній базі та розширюють клас важливих об'єктів дослідження по оцінюванню параметрів сигналів.

Головний конструктор
(оптико-електронні прилади) О.Я. Хомченко

Головний конструктор
(оптико - механічні конструкції) Ю.М. Компанієць