МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЧЕРКАСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

Олексюк Вадим Володимирович

ДИСЕРТАЦІЯ

МАТЕМАТИЧНЕ ТА ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАВАДОСТІЙКОСТІ ЦИФРОВИХ МОДЕМІВ З ШУМОВИМИ СИГНАЛАМИ

121 – Інженерія програмного забезпечення

Подається на здобуття наукового ступеня
доктора філософії

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело
_____ /В.В. Олексюк/

Науковий керівник:
Первунінський Станіслав Михайлович
заслужений діяч науки і техніки України,
доктор технічних наук, професор

Черкаси – 2020

АНОТАЦІЯ

Олексюк В.В. Математичне та програмне забезпечення дослідження завадостійкості цифрових модемів з шумовими сигналами. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 121 «Інженерія програмного забезпечення». – Черкаський державний технологічний університет, Черкаси, 2020.

Актуальність розробок математичного та програмного забезпечення дослідження цифрових модемів з шумовими сигналами викликана потребою покращення результатів оцінювання характеристик завадостійкості цифрових модемів зі складними сигналами. За останні кілька десятиліть увагу дослідників привернули системи зв'язку з надширокім спектром сигналу, зокрема з використанням хаотичного та шумового сигналу в якості несучої. Розвиток цифрових технологій спростив практичну реалізацію таких систем. На сучасному етапі недостатня розвиненість методики оцінювання потенційної завадостійкості цифрових систем з шумовою носійною призводить до наявності суттєвих похибок у розрахунках. Зокрема це проявляється у значних розходженнях між емпіричними та теоретичними оцінками завадостійкості таких систем. Тому виникає потреба у розробці нових підходів до математичного моделювання та проектування програмного забезпечення процесів аналізу та імітаційного моделювання цифрових модемів для отримання потенційної оцінки завадостійкості таких систем.

Дисертаційна робота спрямована на вирішення актуальної науковотехнічної задачі, що полягає в підвищенні точності оцінки характеристик демодуляторів цифрових модемів з шумовими сигналами за рахунок розробки математичного та програмного забезпечення моделювання процесу оцінювання їх завадостійкості. Розробка відповідного математичного та програмного забезпечення дає змогу інженерам з'ясувати перспективність розробки системи на етапі проектування, а на етапі реалізації вибрати оптимальні параметри системи в умовах дії завад різного походження.

В роботі використовується об’єктно-орієнтований підхід опису процесу проектування архітектури програмного забезпечення дослідження завадостійкості цифрових модемів з шумовими сигналами за допомогою уніфікованої мови моделювання (UML). Даний підхід дозволив удосконалити метод проектування програмного забезпечення імітаційного моделювання процесу оцінювання завадостійкості цифрових модемів з шумовими сигналами та забезпечити ефективніший супровід імітаційної моделі. За допомогою мови програмування Java виконано об’єктно-орієнтовану реалізацію досліджуваних моделей цифрових модемів.

Розроблено у середовищі програмування та запатентовано структурну схему модему множинного доступу із кореляційно-часовою модуляцією шумового сигналу для К≥2 користувачів. У патенті проведена модифікація таким чином, що на стороні модулятора еталонний сигнал зменшений в (К-1) разів по потужності відносно запатентованого прототипу, та збільшена завадостійкість приймача за рахунок зменшення негативного впливу еталонної складової сигналу як системної завади для К користувачів.

Удосконалено метод пошуку мінімальної кількості відліків аналоговоцифрового перетворювача шумового сигналу для заданого рівня відношення сигнал/завада. Даний метод дозволяє шляхом застосування експоненційної регресії підвищити ефективність програмної реалізації цифрового модему за рахунок зменшення ймовірність помилки біту та збільшення швидкості передачі для різного рівня завадових обставин в модемі множинного доступу з кореляційно часовою маніпуляцією шумового сигналу. Збільшення швидкості передачі відбувається за рахунок зменшення довжини тактового інтервалу для обраного значення перевищення сигнал / завада на вході демодулятора. Виконується аналіз завадостійкості та розробляються методи математичного моделювання процесу оцінювання завадостійкість цифрового модему множинного доступу з кореляційно часовою маніпуляцією шумового сигналу та бінарного модему з фазовою маніпуляцією шумового сигналу. Розроблено програмне забезпечення, що спрощує процес вибору

оптимальних параметрів цих демодуляторів. Для перерахованих модемів в якості носія інформації використовується шумовий сигнал типу білого гауссового шуму та автокореляційний метод прийому сигналів демодулятором в каналі де діє адитивна гауссова завада.

Дослідження завадостійкості систем автокореляційного типу в більшості випадків проводять з використанням гауссової апроксимації випадкових величин (ВВ) в демодуляторі. Вплив наявності в демодуляторі негауссового розподілу ВВ розглядається вперше для підвищення точності теоретичної оцінки завадостійкості системи. В дослідженні використовуються дві методики оцінювання завадостійкості, що враховують складові з різними законами розподілу ймовірностей у функціоналі порогового детектора:

1) врахування негаусового (квадратичного) розподілу в демодуляторі кореляційно часових модемів бінарного та множинного доступу. На відміну від існуючих метод враховує негаусовий закон розподілу складових, що дає змогу отримати нові аналітичні закономірності обрахунку уточненої завадостійкості;

2) застосування апарату характеристичної функції в аналізі бінарних модемів з кореляційно часовою та фазовою маніпуляцією шумового сигналу, що на відміну від існуючих методів гауссової апроксимації ВВ дозволяє застосувати закони теорії імовірності для функціональних перетворень ВВ та отримати аналітичні вирази для обчислення потенційної завадостійкості демодуляторів.

Проведений аналіз завадостійкості модему множинного доступу з урахуванням впливу вхідних складових сигналу, що апроксимовані гауссовим та Хі-квадрат законами розподілу ймовірностей. Вперше розроблено метод математичного моделювання процесу оцінювання завадостійкості демодулятора цифрового модему з шумовими сигналами, що враховує квадратичний розподіл випадкової величини демодулятора. На відміну від відомих аналогів цей метод враховує негауссовий закон розподілу складових, що дає змогу підвищити точність оцінки завадостійкості багатопозиційного модему з кореляційно часовою маніпуляцією шумового сигналу.

Вперше виконано математичне моделювання процесу оцінювання завадостійкості модему з використанням апарату характеристичних функцій ВВ для бінарного модему з кореляційно часовою маніпуляцією шумового сигналу, що на відміну від існуючих аналогів дозволяє підвищити точність оцінки завадостійкості модему та отримати аналітичні вирази для обчислення потенційної завадостійкості демодулятора за рахунок врахування негауссовості функції розподілу випадкових величин. На відміну від існуючих методів опису з апроксимаціє їх гауссовими випадковими величинами це дозволяє враховувати негауссовість функції розподілу ВВ та отримати кінцеві аналітичні вирази для обчислення потенційної завадостійкості демодулятора, що призводить до зменшення розбіжностей між теоретичними та експериментальними даними визначення ймовірності помилки.

Отримав подальший розвиток метод математичного моделювання процесу оцінювання завадостійкості з використанням характеристичних функцій. Цей метод за рахунок врахування негауссовості функції розподілу випадкових величин дозволяє отримати аналітичні вирази для точної оцінки потенційної завадостійкості демодулятора для модему з фазовою маніпуляцією шумового сигналу.

На основі проведеного аналізу розроблено математичне забезпечення, що дає змогу визначити аналітичну залежність завадостійкості цифрових демодуляторів досліджуваних модемів від параметру сигнал/завада та кількості відліків вхідного сигналу на тактовому інтервалі.

Ключові слова: автокореляційна система зв’язку, бінарний модем, імітаційне моделювання, кореляційно-часова маніпуляція, множинний доступ, програмне забезпечення, фазова маніпуляція, характеристична функція, шумовий сигнал.

SUMMARY

Oleksiuk V.V. Mathware and software for bit error rate research of digital modems with noise signals. – Qualified scientific work on the rights of the manuscript.

The thesis on competition of a scientific philosophy doctor degree in specialty 121 Software engineering. – Cherkassy State Technological University, Cherkassy, 2020.

The urgency of the development of mathware and software research of digital modems with noise signals is caused by the need to improve the results of bit error rate (BER) estimation characteristics of digital modems with complex signals. Over the last few decades, researchers have been drawn to ultra-wide signal communication systems, including the use of chaotic and noise signals as a carrier. The development of digital technologies has simplified the practical implementation of such systems. At the present stage, the underdevelopment of the methodology for estimating the potential BER of digital systems with noise carrier leads to the presence of significant errors in the calculations. In particular, this is manifested in significant differences between empirical and theoretical estimates of BER of such systems. Therefore, there is a need to develop new approaches to mathematical modeling and software design processes for analysis and simulation of digital modems to obtain a potential estimate of BER of such systems.

The thesis is aimed at solving the current scientific and technical problem, which is to increase the accuracy of estimating the characteristics of digital modems' demodulators with noise signals through the development of mathware and software modeling of the estimating process their bit error rate. Development of appropriate mathware and software allows engineers to determine the prospects for the development of the system at the design stage, and at the implementation stage to select the optimal parameters of the system under conditions of interference of various origins.

The work uses an object-oriented approach to describe the process of designing the software architecture for bit error rate research of digital modems with noise signals using a unified modeling language (UML). This approach allowed to improve the method of designing software for simulation of the estimating process the BER of digital modems with noise signals and to provide better simulation model support.

Using the Java programming language, an object-oriented implementation of the studied models of digital modems was performed.

A block diagram of a multiple access modem with correlation-time manipulation of the noise signal for K≥2 users is developed in integrated development environment and patented. The patent modifies in the way that on the modulator side the reference signal is reduced by (K-1) times the power relative to the patented prototype and decrease bit error rate of the receiver by reducing the negative impact of the reference component of the signal as system interference for K users.

The method of finding the minimum number of samples of the analog-todigital converter of a noise signal for the set level of the signal-to-noise ratio (SNR) is improved. This method allows increasing the efficiency of software implementation of a digital modem by applying exponential regression by reducing the probability of bit error and increasing the transmission rate for different levels of interference in a multiple access modem with correlated time manipulation of the noise signal. The increase transmission rate occurs by reducing the length of samples for the selected value of the SNR at the input of the demodulator. BER analysis is performed and methods of mathematical modeling of the BER estimation process of digital multiple access modems with correlation-time noise signal manipulation and binary modem with phase noise signal manipulation are developed. Software has been developed that simplifies the process of selecting the optimal parameters of these demodulators. For the listed modems as the information carrier the noise signal of type of white Gaussian noise and the autocorrelation method of reception of signals by the demodulator in the channel where the additive Gaussian noise operates is used.

Investigations of BER of autocorrelation type systems in most cases are carried out using a Gaussian approximation of random variables (RV) in a demodulator. The influence of the presence of a non-Gaussian explosive distribution in a demodulator is considered for the first time to increase the accuracy of the theoretical assessment of the BER of the system.

The study uses two methods for estimating BER, taking into account components with different laws of probability distribution in the functionality of the threshold detector:

1) Taking into account the non-Gaussian (quadratic) distribution in the demodulator of correlation time modems of binary and multiple accesses. In contrast to the existing methods, it takes into account the non-Gaussian law of component distribution, which makes it possible to obtain new analytical regularities for calculating the specified BER;

2) application of the characteristic function apparatus in the analysis of binary modems with correlation time and phase manipulation of the noise signal, which in contrast to the existing methods of Gaussian approximation of explosives allows to apply the laws of probability theory for functional transformations of explosives and obtain analytical expressions.

The BER analysis of the multiple access modems is carried out taking into account the influence of the input components of the signal, which are approximated by the Gaussian and Chi-square probability distribution laws. For the first time, a method of mathematical modeling of the estimate process of BER of a digital modem demodulator with noise signals was developed, which takes into account the quadratic distribution of the random variable demodulator. In contrast to the known analogues, this method takes into account the non-Gaussian law of component distribution, which allows increasing the accuracy of estimating the BER of a multiposition modem with correlation-time manipulation of the noise signal.

For the first time, mathematical modeling of the process of estimating modem BER was performed using the apparatus of characteristic RV functions for binary modem with correlation-time noise signal manipulation, which, unlike existing analogues, allows increasing the accuracy of BER estimation and obtaining analytical expressions to calculate potential distribution of random variables. In contrast to the existing methods of description with approximation of their Gaussian random variables, this allows to take into account the non-Gaussian function of the explosive distribution and obtain final analytical expressions to calculate the potential BER of

the demodulator, which reduces discrepancies between theoretical and experimental data.

The method of mathematical modeling of the BER estimation process was further developed using characteristic functions. This method takes into account analytical non-Gaussian distribution function of random variables to accurately estimate the potential BER of the demodulator for modem with phase noise signal manipulation.

Based on the analysis, mathware is developed, which allows determining the analytical dependence of BER of digital demodulators of the studied modems on the SNR parameter and the number of samples of the input signal on the clock interval.

Keywords: autocorrelation communication system, binary modem, characteristic function, correlation-time manipulation, multiple access, noise signal, phase manipulation, simulation, software.

Список публікацій за темою дисертації

1. Первунінський С.М., Олексюк В.В. Аналіз бінарного цифрового модема шумових сигналів з урахуванням впливу квадратичної складової демодулятора // С. М. Первунінський, В. В. Олексюк. – Вісник Черкаського державного технологічного університету. – 2018. – № 1. – С. 35-40.

2. Пат. 123726 Україна, МПК H04B 7/00. Пристрій для передачі даних шумовими сигналами від К користувачів / С. М. Первунінський, В. В. Олексюк; власник Черкаський державний технологічний університет – № u201707998; заявл. 31.07.2017; опубл. 12.03.2018, Бюл.№ 5.

3. Первунінський С.М., Олексюк В.В. Завадостійкість модема множинного доступу шумових сигналів з урахуванням впливу квадратичної складової/ С. М. Первунінський, В. В. Олексюк // Вісник Черкаського державного технологічного університету. – 2019. – № 2. – С. 60–68.

4. Первунінський С. М., Олексюк В.В. Оцінка завадостійкості бінарного модему шумових сигналів методом характеристичних функцій/ С. М. Первунінський, В. В. Олексюк // Вісник Університету «Україна». Серія: інформатика, обчислювальна техніка та кібернетика, 2019. – №2(23). – С. 54–62.

5. Первунінський С. М., Олексюк В.В. Програмне забезпечення системи автоматизованого керування імітаційною моделлю модемів з шумовими сигналами/ С. М. Первунінський, В. В. Олексюк // Вісник інженерної академії України, 2019. – №4. – С. 105–109.

6. Pervuninsky S., Metalap V., Oleksjuk V. Analysis noise immunity of the binary digital modem with signals type noise using the characteristic function method/ S.M. Pervuninsky, V.V. Metalap, V.V. Oleksjuk // Magyar Tudományos Journal – 2019. – № 35. – С. 60–64.

7. С. М. Первунінський, В. В. Олексюк. Завадостійкість бінарного цифрового модему шумових сигналів з врахуванням впливу квадратичної складової демодулятора / С. М. Первунінський // Тези доповідей IV Міжнародної науково-практичної конференції «Інформаційні технології в освіті, науці і техніці» (ІТОНТ-2018): Черкаси: ЧДТУ, 2018. – С.141–142.

8. С. М. Первунінський, В. В. Олексюк. Аналіз завадостійкості модему множинного доступу шумових сигналів з врахуванням впливу квадратичної складової демодулятора / С. М. Первунінський // Збірник матеріалів доповідей та тез II міжнародної науково-практичної конференції «Проблеми кібербезпеки інформаційно-телекомунікаційних систем (PCSITS-2019): Київ: 2019. – С. 38-40.

9. С. М. Первунінський, В. В. Олексюк. Аналіз завадостійкості модему множинного доступу шумових сигналів з врахуванням впливу квадратичної складової демодулятора. / С. М. Первунінський //Матеріали I міжнародної науково-практичної конференції «Інформаційні моделюючі технології, системи та комплекси» (ІМТСК-2019): Черкаси: 2019. – С. 47-49.

10. В. В. Олексюк. Експериментальна завадостійкість макету бінарних цифрових модемів шумових сигналів // Тези доповідей V Міжнародної науково-практичної конференції «Інформаційні технології в освіті, науці і техніці» (ІТОНТ-2020): Черкаси: ЧДТУ, 2020. – С.75–76.

ЗМІСТ

СПИСОК ПРИЙНЯТИХ СКОРОЧЕНЬ 14

ВСТУП 15

РОЗДІЛ 1 АНАЛІЗ ПРЕДМЕТУ ДОСЛІДЖЕННЯ. ПОСТАНОВКА ЗАВДАНЬ. 22

1.1. Постановка завдань 22

1.2. Порівняльний аналіз систем імітаційного моделювання 23

1.3. Типи модемів з широкосмуговими сигналами 27

1.3.1. Когерентні модеми 30

1.3.2. Некогерентні модеми 31

1.4. Програмна реалізації некогерентних модемів з шумовими та шумоподібними сигналами 32

1.4.1. Амплітудна маніпуляція шумового сигналу (АМШС) 32

1.4.2. Фазової маніпуляції шумового сигналу (ФМШС) 33

1.4.3. Кореляційно-часова маніпуляції шумового сигналу (КЧМШС)36

1.4.4. Організація множинного доступу в системі з КЧМШС 37

1.5. Математичне забезпечення теоретичної оцінки завадостійкості автокореляційних модемів з шумовою носійною 40

1.6. Завдання дослідження 43

1.7. Висновки до першого розділу 43

РОЗДІЛ 2 МАТИМАТИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЦИФРОВИХ МОДЕМІВ З АВТОКОРЕЛЯЦІЙНИМИ МЕТОДАМИ ОБРОБКИ ШУМОВИХ СИГНАЛІВ45

2.1. Вступ 45

2.2. Аналіз структури модельованого шумового сигналу в програмному комплесі імітаційного моделювання з врахуванням впливу квадратичної складової демодулятора цифрового модему 45

2.3. Аналіз впливу квадратичної складової демодулятора в імітаційній моделі цифрового модему із множинним доступом 56

2.4. Аналіз завадостійкості моделі бінарного модему КЧМШС методом характеристичних функцій..... 72

2.5. Аналіз завадостійкості моделі бінарного модему ФМШС методом характеристичних функцій..... 80

2.6. Висновки до другого розділу..... 86

РОЗДІЛ 3 ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ПРОЦЕСІВ МОДЕЛЮВАННЯ МОДЕМІВ З АВТОКОРЕЛЯЦІЙНИМИ МЕТОДАМИ ОБРОБКИ ШУМОВИХ СИГНАЛІВ 87

3.1. Вступ 87

3.2. Імітаційне моделювання процесу передачі даних в комп’ютерних системах 87

3.3. Відношення сигнал/завада цифрової системи зв’язку 88

3.4. Удосконалення методу проектування програмного забезпечення імітаційні моделі процесу передачі даних шумовими сигналами в комп’ютерних системах..... 90

3.4.1. Удосконалення етапу «Аналіз вимог»..... 90

3.4.2. Удосконалення на етапі «Архітектурне проектування»..... 94

3.4.3. Удосконалення на етапі «Реалізації»..... 95

3.5. Результати імітаційного моделювання процесу передачі даних шумовими сигналами..... 102

3.5.1. Оцінка завадостійкості бінарного модему з КЧМШС з врахуванням квадратичної складової..... 102

3.5.2. Оцінка завадостійкості бінарного модему з КЧМШС методом характеристичних функцій..... 104

3.5.3. Оцінка завадостійкості бінарного модему з ФМШС методом характеристичних функцій 107

3.5.4. Оцінка технології передачі даних з підвищеною завадостійкістю 110

3.6. Висновки до третього розділу 115

РОЗДІЛ 4 РОЗРОБКА АПАРАТНО-ПРОГРАМНИХ ЗАСОБІВ РЕАЛІЗАЦІЇ СИСТЕМ ПЕРЕДАЧІ ДАНИХ ШУМОВИМИ СИГНАЛАМИ. 117

4.1 Вступ 117

4.2 Структура апаратних засобів інформаційної системи передачі даних шумовими сигналами 117

4.3 Програмне забезпечення макету інформаційної системи передачі даних шумовими сигналами 122

4.4 Оцінка завадостійкості макету інформаційної системи передачі даних шумовими сигналами 127

4.1.1. Система передачі даних з КЧМШС 127

4.1.2. Система передачі даних з фазовою маніпуляцією шумового сигналу 128

4.5 Висновки до четвертого розділу 129

ВИСНОВКИ 131

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ 133

ДОДАТОК А 143

ДОДАТОК Б 144

ДОДАТОК В 154

СПИСОК ПРИЙНЯТИХ СКОРОЧЕНЬ

AWGN (Additive white Gaussian noise) – адитивна завада білого гаусового шуму

BER (Bit Error Rate) – частота виникнення бітової помилки

CDMA (Code Division Multiple Access) – множинний доступ із кодовим розподілом каналів

CDSK (Correlation Delay Shift Keying) – кореляційно-часова маніпуляція

COOK (Chaotic On-Off Keying) – хаотична маніпуляція із ввімкненням / вимкненням

DCSK (Differential Chaos Shift Keying) – диференційна хаотична маніпуляція

DSSS (Direct Sequence spread spectrum) – розширення спектру прямими послідовностями

FHSS (Frequency Hopping Spread Spectrum) – розширення спектру шляхом швидкої псевдовипадкової зміни частоти

IDE (Integrated Development Environment) – інтегроване середовище розробки

IEEE (Institute of Electrical and Electronics Engineers) – інститут інженерів з електроніки та електротехніки

SS (Spread Spectrum) – розширення спектру сигналу

UML (Unified Modeling Language) – уніфікована мова моделювання

АМШС – амплітудна маніпуляція шумового сигналу

АХФ – апарат характеристичних функцій

КЧМШС – кореляційно-часова маніпуляції шумового сигналу

ООП – об’єктно-орієнтований програмування

ПЗ – програмне забезпечення

ФМШС – фазова маніпуляція шумового сигналу

ВСТУП

Актуальність теми дослідження. Розробока математичного та програмного забезпечення дослідження цифрових модемів з шумовими сигналами викликана потребою покращення результатів оцінювання характеристик цифрових модемів зі складними сигналами. На сучасному етапі недостатня розвиненість методики оцінювання потенційної завадостійкості цифрових систем з шумовим носієм призводить до наявності похибок у розрахунках. Зокрема це проявляється у суттєвих розходженнях між емпіричними та теоретичними оцінками завадостійкості таких систем.

Складність систем зв'язку та обробки сигналів значно зросла за останні десятиліття. У той же час розвиток цифрових технологій призвів до збільшення швидкості обробки. Завадостійкість систем зв'язку може бути оцінена ще до етапу проектування за допомогою використання потужних засобів комп'ютерних обчислень на основі аналітичних обрахунків, програмного забезпечення імітаційного моделювання та за допомогою апаратного макетування [63]. Аналітичні методи, використовуються на ранніх етапах проектування тому, що дають значне розуміння взаємозв'язку між параметрами та роботою системи. Однак зробити оцінку ефективності складних систем зв’язку ґрунтуючись лише на аналітичних прийомах вкрай важко. Оцінка завадостійкості, що отримана на основі сконструйованих апаратних прототипів, є точним і надійним методом, що корисний на заключних етапах проектування. Але такий підхід, як правило, менш гнучкий, затратний та трудомісткий.

Оптимальним методом оцінки ефективності являється програмно-імітаційне моделювання систем зв’язку, яке є різновидом експериментальних досліджень. Але недостатня розвиненість методики оцінювання потенційної завадостійкості систем з шумовим носієм призводить до наявності систематичних похибок у розрахунках та суттєвих розходжень між теоретичними й експериментальними даними [77]. Тому виникає потреба у розробці нових підходів до математичного моделювання і проектування

програмного забезпечення процесів аналізу та імітаційного моделювання цифрових модемів для отримання потенційної оцінки завадостійкості таких систем зв’язку.

Значний внесок у розвиток теорії і практики застосування імітаційних моделей внесли зарубіжні та вітчизняні вчені – Michel C. Jeruchim, Philip Balaban, K. Sam Shanmugan, Кельтон В., Лоу А.. Серед українських вчених слід відзначити [90]: Литвинов В.В., Томашевський В. М., Марьянович Т.П. та ін..

За допомогою підходу програмного забезпечення імітаційного моделювання можна легко поєднувати математичні та емпіричні моделі, включати в аналіз реальні характеристики пристроїв та фактичних сигналів. Так як гармонійний сигнал обмежує інженера використанням параметрів – амплітуди, фази та частоти, тому можливості вдосконалення вузькосмугових цифрових систем швидко вичерпалися. Протягом останніх кількох десятиліть увага фахівців галузі телекомунікації прикута до проблем широкосмугових (ШС) та надширокосмугових (НШС) систем зв’язку [91, 92]. Інформаційна несуча з розширеним спектром в таких системах отримала назву широкосмугового або шумового сигналу.

Значний внесок у розвиток теорії і практики застосування широкосмугових систем внесли зарубіжні та вітчизняні вчені – А.М. Семенов [89], А.А. Сікарєв [89], А.А. Воронін [41], Л.Е. Варакін [37-39], М.Ю. Ільченко [9], А.Г. Ложковського [14], А. І. Семенко [28], С.М. Первунінського [81], Ю. Г. Леги [59], Р.М. Дідковського [78] та ін..

Найбільш практичного поширення отримали розробки автокореляційних систем передачі цифрової інформації з використанням хаотичних [30] та шумових сигналів [59]. Дані системи є перспективними з точки зору структурної скритності та захищеності.

Таким чином наукова задача направлена на створення та дослідження математичних моделей та методів програмування процесів обробки шумових сигналів в модемах комп'ютерних мереж, що мають прості схеми реалізації

приймально-передавальних пристроїв та забезпечують ефективну передачу дискретної інформації по ліням зв'язку.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.

Робота виконувалася на кафедрі програмного забезпечення автоматизованих систем згідно з планом наукових досліджень Черкаського державного технологічного університету та Міністерства освіти і науки України в рамках науково-дослідної роботи – НДР № 198/2 «Синтез та аналіз дискретних систем зв’язку множинного доступу з шумовими сигналами» (номер державної реєстрації 0112U001706).

Мета та задачі дослідження.

Мета дисертаційної роботи полягає в підвищенні точності оцінки характеристик демодуляторів цифрових модемів з шумовими сигналами за рахунок розробки математичного та програмного забезпечення для моделювання процесу оцінювання їх завадостійкості.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити наступні завдання:

- Провести аналіз автокореляційних методів передачі даних шумовими та шумоподібними сигналами а також методів та засобів імітаційного моделювання та програмного забезпечення реалізації цих процесів;
- розробити методи моделювання процесу передачі даних в модемах з кореляційною та фазовою маніпуляцією шумової складової;
- удосконалили метод проектування програмного забезпечення імітаційного моделювання процесу передачі модемом сигналів шляхом відображення процесів кореляційно-часової та фазової маніпуляції;
- розробити методи математичного моделювання оцінювання завадостійкості цифрових модемів автокореляційного типу з шумовими сигналами для підвищення адекватності програмної реалізації оцінювання завадостійкості таких модемів;
- експериментально підтвердити достовірність отриманих результатів моделювання та ефективність удосконалень процесів проектування програмних систем.

Об'єктом дослідження є процес моделювання обробки інформації в цифрових модемах з шумовими сигналами.

Предметом дослідження є математичні і програмні методи оцінювання завадостійкості в моделях цифрових модемів автокореляційного типу з шумовими сигналами.

Методи дослідження.

Для вирішення поставлених в дисертації задач, застосовувались методи: об'єктно-орієнтованого програмування (для удосконалення методу проектування та програмування імітаційної моделі), уніфікованої мови моделювання (UML, Unified Modeling Language) для аналізу та синтезу програмних рішень, системного аналізу (для виявлення протиріч та властивостей об'єктів дослідження), теорії широкосмугового зв'язку та теорія передачі дискретних повідомлень (для побудови математичних моделей передачі даних шумовими сигналами), теорії ймовірності (для виконання теоретичної оцінки завадостійкості систем передачі даних), математичної статистики (для дослідження процесу передачі даних шумовими сигналами).

Наукова новизна отриманих результатів:

1. *вперше* розроблено метод математичного моделювання процесу оцінювання завадостійкості демодулятора цифрового модему з шумовими сигналами, що враховує квадратичний розподіл випадкової величини демодулятора. На відміну від відомих аналогів цей метод враховує негауссовий закон розподілу складових, що дає змогу підвищити точність оцінки завадостійкості багатопозиційного модему з кореляційно часовою маніпуляцією шумового сигналу;

2. *вперше* розроблено метод математичного моделювання процесу оцінювання завадостійкості з використанням характеристичних функцій для бінарного модему з кореляційно часовою маніпуляцією шумового сигналу, що на відміну від існуючих аналогів дозволяє підвищити точність оцінки завадостійкості модему та отримати аналітичні вирази для обчислення потенційної завадостійкості демодулятора за рахунок врахування негауссовості

функції розподілу випадкової величини;

3. *отримав подальший розвиток* метод математичного моделювання процесу оцінювання завадостійкості з використанням характеристичних функцій, що за рахунок врахування негауссовості функції розподілу випадкових величин дозволяє отримати аналітичні вирази для точної оцінки потенційної завадостійкості демодулятора для модему з фазовою маніпуляцією шумового сигналу.

4. *удосконалено* метод пошуку мінімальної кількості відліків аналогово-цифрового перетворювача шумового сигналу для заданого рівня відношення сигнал/завада, який шляхом застосування експоненційної регресії дозволяє підвищити ефективність програмної реалізації цифрового модему та забезпечити зменшення ймовірність помилки біту для різного рівня завадових обставин в модемі множинного доступу з кореляційно часовою маніпуляцією шумового сигналу;

5. *удосконалено* метод проектування програмного забезпечення шляхом об’єктно-орієнтованого підходу до імітаційного моделювання процесу оцінювання завадостійкості цифрових модемів з шумовими сигналами, що дозволяє підвищити ефективність супроводжування імітаційної системи.

Практичне значення отриманих результатів.

1. Розроблена у середовищі програмування та запатентована [72] структурна схема модему множинного доступу із кореляційно-часовою модуляцією шумового сигналу, що на стороні модулятора має в (*K-1*) разів меншу потужність еталонного сигналу відносно запатентованого прототипу, та дозволяє збільшити завадостійкість приймача за рахунок зменшення негативного впливу потужності системної завади для *K*-користувачів;

2. Розроблене програмне забезпечення обрахунку мінімальної кількість відліків аналогово-цифрового перетворювача (АЦП) модему з шумовими сигналами для визначеної кількості користувачів та заданого рівня відношення сигнал/завада мінімізує імовірність виникнення помилки;

3. Використання удосконаленої архітектури та об’єктно-орієнтованої методики програмної реалізації засобів імітаційного моделювання цифрових модемів з шумовим носієм дає можливість підвищити ефективність супроводження імітаційної системи;

4. Розроблені засоби середовища математичного та програмного забезпечення дають точні аналітичні вирази оцінки завадостійкості цифрових модемів, що важливо для задач порівняння нових методів розробки та проектування модемів інформаційних систем.

5. Одержані в роботі результати використані в процесі проектування систем передачі даних та впроваджені у ДП НДІ «Акорд» (м. Черкаси, акт від 16.09.2020 р.).

Достовірність отриманих результатів

Достовірність отриманих результатів експериментально підтверджена, забезпечується коректним використанням наукових методів дослідження, обробки та їх інтерпретації без протиріч відомим результатам.

Особистий вклад здобувача. Дисертація є самостійно виконаною завершеною роботою здобувача. У публікаціях, написаних у співавторстві, здобувачеві належать: [79, 88] – розробка програного забезпечення імітаційної моделі в обчислювальному експерименті, систематизація та аналіз результатів; [72] – опис модему; [80, 86, 87] – основні аналітичні співвідношення, програмне забезпечення імітаційної моделі, визначення мінімальної кількість відліків АЦП; [83] – розробка архітектури та програмного забезпечення системи автоматизованого керування імітаційною моделлю [20, 82] – застосування апарату характеристичної функції та перевірка його імітаційною моделлю; [35] – створення, опис та дослідження завадостійкості програмно-апаратного макету передачі інформації вирішена автором самостійно.

Апробація результатів дисертації. Основні теоретичні та практичні результати досліджень доповідались та обговорювались на наступних конференціях:

– Міжнародна науково-практична конференція «Інформаційні технології в освіті, науці і техніці ITONT-2018» (17-18.05.2018 р., Черкаси);

– Міжнародна науково-практична конференція «Проблеми кібербезпеки інформаційно-телекомунікаційних систем (PCSITS)» (11-12.04.2019 р., Київ);

– Міжнародна науково-практична конференція «Інформаційні моделюючі технології, системи та комплекси» (29-31.05.2019 р., Черкаси);

– Міжнародна науково-практична конференція «Інформаційні технології в освіті, науці і техніці ITONT-2020» (21-23.05.2020 р., Черкаси);

Публікації. Результати дисертаційної роботи опубліковані у 10 наукових працях, з яких 4 статті у фахових наукових виданнях України; 1 стаття у закордонному науковому періодичному виданні; 1 патент України; 4 публікації – матеріали міжнародних науково-практичних конференцій.

Структура та обсяг роботи. Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел та додатків. Загальний обсяг дисертаційної роботи становить 158 сторінок комп’ютерного тексту, у тому числі: основний текст – 101 сторінок; 12 таблиць та 55 рисунків; 3 додатки обсягом 15 сторінок; список використаних джерел складає 100 найменувань на 10 сторінках.

РОЗДІЛ 1
АНАЛІЗ ПРЕДМЕТУ ДОСЛІДЖЕННЯ. ПОСТАНОВКА ЗАВДАНЬ.

1.1. Постановка завдань

Метою першого розділу є аналіз та дослідження модемів на основі широкосмугових шумових сигналів хаосу та програмна реалізація процесу їх імітації.

Широкосмугові інформаційні системи мають ряд спільних властивостей, які позитивно вирізняють їх у порівнянні з традиційними вузькосмуговими системами:

– висока енергетична та параметрична (структурна) скритність;

– висока крипто- та імітостійкість;

– захищеність інформації від навмисних завад, придушення та перехвату;

– захищеність інформації від несанкціонованого доступу;

– висока завадостійкість;

– стійкість системи при передачі даних у багатопроменевому каналі та в каналі із змінними параметрами;

– можливість вторинного використання частотного ресурсу.

Крім того, процеси програмної реалізації імітаційних моделей автокореляційного типу з шумовими сигналами (що є об’єктом даного дослідження) мають ряд особливостей. Передача опорного сигналу апріорі забезпечує високу структурну скритність сигналу. Енергія сигналу розосереджена як по спектру, так і в часі, що покращує умови електромагнітної сумісності. Більш того, автокореляційний метод прийому сигналу виключає необхідність генерування опорного сигналу в приймальному пристрої. Також зникає необхідність у системах фазової та частотної синхронізації приймача. Залишається актуальною лише задача тактової синхронізації. Отже, технічна реалізація приймального та передавального пристрою системи зв’язку з автокореляційним прийомом модульованого шумового сигналу є простішою, ніж для систем із псевдошумовими сигналами.

Застосування широкосмугових сигналів дає змогу спростити схеми та збільшити завадо-захищеність.

Для досягнення вказаної мети розділу виконуються наступні завдання:

– опис властивостей широкосмугових сигналів та програмна реалізація систем, що їх генерують;

– класифікація відомих телекомунікаційних систем які використовують широкосмугові сигнали, опис їх математичних та програмних моделей.

Результати вирішення даних завдань дають змогу оцінити сучасний стан розвитку телекомунікаційних систем, які використовують широкосмугові сигнали у якості методу розширення спектру та оцінити переваги над традиційними методами розширення спектру.

1.2. Порівняльний аналіз систем імітаційного моделювання

Інформаційна технологія розробки програмного забезпечення моделей, що відображають властивості об’єкта та процеси в системах зв'язку (в подальшому називатимуться імітаційнійними) складається з декількох етапів. Аналіз вимог включає дослідження завадостійкості системи при зміні окремих параметрів її елементів (є предметом дослідження) та вивчення чутливості системи до малих змін параметрів. Наступним етапом розробки є проектування архітектури системи. Загальним принципом імітаційного моделювання є представлення досліджуваної системи у вигляді сукупності підсистем. Система поділяється на модулі, які виконують певні функції реальної системи і працюють в ній відносно автономно.

За етапом проектування слідує етап конструювання програмного забезпечення та тестування. Для кожного виділеного модуля відомі точні алгоритми функціонування, що визначають вихідні сигнали модуля при відомих описах вхідних сигналів. Модульний принцип побудови імітаційної моделі дозволяє аналізувати і коригувати роботу моделі по частинах, що спрощує процес виявлення помилок (відлагодження) при розробці моделі і дає можливість відносно просто перебудовувати модель для рішення нових задач.

Імітаційну модель системи зв'язку з шумовими сигналами $S_i(t)$, $t \in [0,T]$, $i=\overline{1,N}$, де T – інтервал моделювання системи, N – число сигналів в наборі $\{S_i(t), i=\overline{1,4}\}$, можна побудувати з використанням структурної схеми системи, представленої на рис. 1.1.

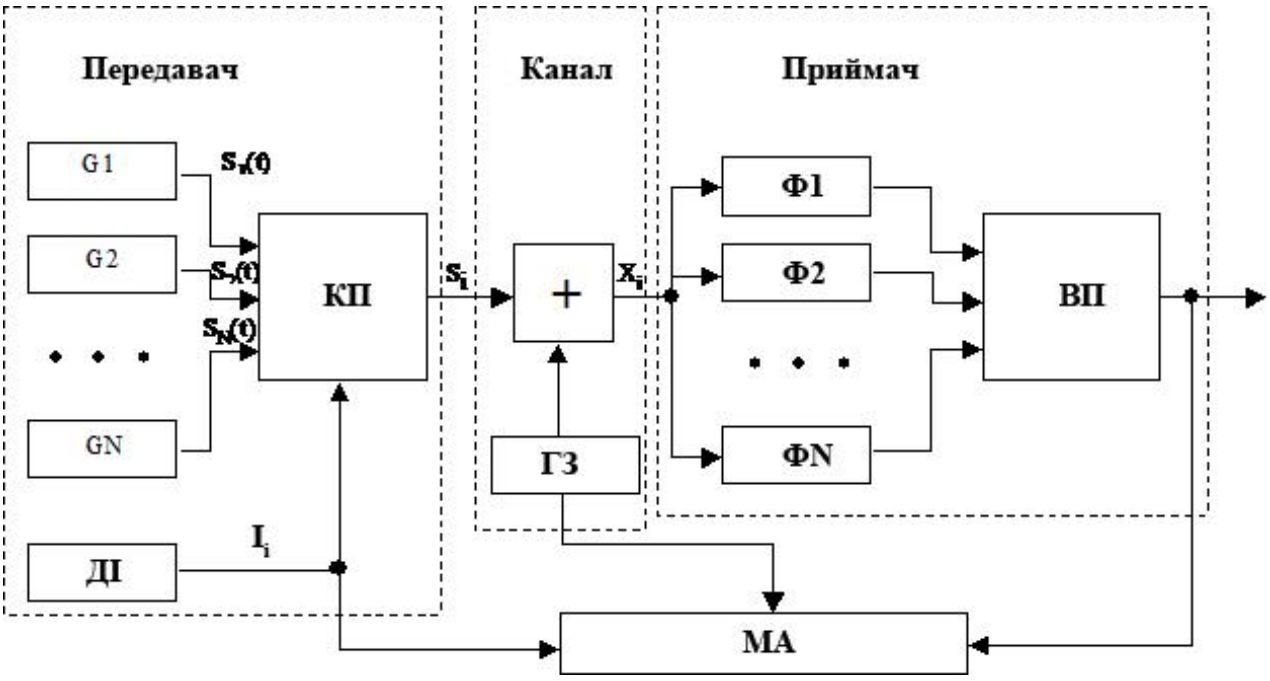


Рисунок 1.1 – Структурна схема імітаційної моделі системи зв'язку

Схема імітаційної моделі включає основні елементи будь-якої системи зв'язку: передавач – канал – приймач і модуль аналізу МА, фіксуючий ступінь відмінності переданої інформації I_i, $i=\overline{1,N}$ що надходить від джерела повідомлень (ДІ) і оцінки, що спостерігається на виході приймача. Комутуючий пристрій (КП) передавача передає сигнал $S_i(t)$ від генератора Gi в канал зв'язку при передачах інформаційного сигналу від ДІ . До інформаційного сигналу $S_i(t)$ в каналі зв'язку додається адитивна завада (ГЗ). Реалізація випадкового процесу $\xi(t) = S_i(t)+n(t)$ аналізується системою фільтрів $Ф1$-$ФN$ в приймачі, вирішуючий пристрій (ВП) отримує оцінку U_i прийнятого повідомлення $S_i(t)$ [59] .

Цифрові принципи реалізації імітаційної моделі вимагають представлення аналогових сигналів у вигляді числової послідовності. Перехід від аналогових сигналів до цифрових виконується із застосуванням процедур аналого-цифрових перетворень (АЦП). Основна увага звертається на

особливості реалізації блоків, які формують і обробляють сигнали негаусового типу.

Негаусовий вид сигналів і перешкод, аналізований в моделі системи зв'язку з незалежними шумовими сигналами, пред'являє до імітаційної моделі наступні вимоги [59]:

1. Генератори негаусових сигналів повинні формувати послідовність випадкових величин у вигляді вибірки об'ємом M (масив ξ_i , $i=\overline{1,M}$), що має стохастичні характеристики, задані послідовностями моментних або кумулянтних функцій порядку *i = 1,2, ..., S.*

2. Кожен із сигналів *Si(t),* $i=\overline{1,N}$ повинен відтворюватися генератор у вигляді незалежних вибірок обсягом M при кожному зверненні до генератора.

3. Алгоритми синтезу негаусових випадкових процесів повинні бути досить універсальними, щоб можна було проводити дослідження системи з різними видами кумулянтних функцій.

Конкретна структура алгоритмів формування сигналів в модуляторі і їх обробки в демодуляторі залежить від виду модельованої системи зв'язку з шумовими сигналами. Питання алгоритмізації задач моделювання окремих блоків моделі, особливостей побудови програмного забезпечення моделі приводить до пошуку інструменту реалізації таких завдань. В таблиці 1.1 представлені порівняльний аналіз [42] систем імітаційного моделювання та описані їхні основні функціональні можливості.

Таблиця 1.1 Порівняльний аналіз засобів імітаційного моделювання

№	Критерій	GPSS	AnyLogic	Extend	Simulink
1.	**Сфера застосування**	Універсальна мова моделювання дискретних систем, в т.ч. СМО.	ІТ, управління, телекомунікації, наука, логістика, ланцюги поставок, медицина, транспорт.	СМО, включаючи збутову логістику, call-центри з великим навантаженням, пакувальні лінії.	моделювання, імітація та аналіз динамічних систем, включаючи дискретні, неперервні та гібридні, нелінійні та розривні системи.
2.	**Візуальне середовище**	–	+	+	+

Таблиця 1.1 (продовження)

№	Критерій	GPSS	AnyLogic	Extend	Simulink
3.	**Бібліотеки**		Process Modeling; Pedestrian; Rail Yard		Розширювана бібліотека готових блоків
4.	**Графічні можливості** **Побудова графіків** **Анімація**	Побудова графіків, гістограм, графічні вікна для спостереження за процесом моделювання.	Вбудована анімація і створення аплетів, оптимізатор OptQuest, швидкий механізм планування експериментів.	Інтегрований еволюційний оптимізатор, інтерактивний відладчик вихідних кодів, COM/ ActiveX, навігатор, діаграми Ганта.	Інтерактивне графічне середовище для побудови блок-діаграм; Повна інтеграція з MATLAB.
5.	**Можливість програмування**	PLUS	Java	MODL	Засоби інтеграції готових C/C++, FORTRAN, ADA та MATLAB-алгоритмів
6.	**Можливість відладки**	+	+	+	+
7.	**Генерування звітів**	+	+	+	+
8.	**Системні вимоги**	64MB min., 128MB recom. Windows 95, 98, ME, NT, 2000 and XP	128MB min., 512MB recom. Windows NT, 2000 and XP	64MB min., 128MB+ recom. Windows XP, 2000, NT, ME, 98; Power Macintosh OS X and 9.1+	4 GB min., 8 GB recom. Windows 7, 10

Розглянуті системи володіють своїми перевагами та недоліками. Серед переваг варто відзначити простоту, що дозволяє реалізувати компактну програму, що легко читається, зручна для коректування та відлагодження. Загалом використання процесно-орієнтованих мов моделювання привертає дослідників простотою складання програм, що реалізовано завдяки орієнтації на коло задач з якими мови моделювання добре справляються. Але виконання поставлених в дослідженні задач та реалізація вимог до програмного забезпечення потребує використання універсального об’єктно орієнтованого підходу. Імітаційний комплекс дослідження завадостійкості цифрових модемів з шумовими сигналами реалізовано за допомогою мови програмування Java.

1.3. Типи модемів з широкосмуговими сигналами

Широкосмуговим називається сигнал, у якому база сигналу (добуток ширини спектру F сигналу на його тривалість T) набагато більше одиниці:

$$B = FT >> 1. \quad (1.1)$$

Застосування шумових сигналів в якості несучої має ряд переваг, зокрема високу завадо-захищеність. Завадо-захищеність – це головний комплексний показник якості роботи систем передачі інформації, зокрема, цифрових систем радіозв'язку. Завадо-захищеність систем з шумовими сигналами включає [37,64]:

– високу завадостійкість, здатність системи протистояти шкідливому впливу перешкод як природного, так і навмисного походження (різного роду шуми, перешкоди, багатопроменеве поширення сигналів і т. п.). Завадостійкість характеризується ймовірністю помилки в прийомі одного біта інформації (Bit Error Rate, BER) на тлі шуму або природних перешкод.

– імітаційна стійкість – здатність протистояти навмисній імітації шумоподібних сигналів (ШПС) з подібною структурою;

– енергетична скритність сигналу, що забезпечує захищеність інформації на фізичному рівні; енергетична скритність – коли рівень енергетичного спектра ШПС нижче рівня енергетичного спектра білого шуму:

$$N_{ШПС} << N_0,$$

тобто, сигнали ШПС знаходяться «під шумом»;

– можливість одночасної роботи в одному діапазоні з вузькосмуговими системами зв’язку за рахунок повторного використання смуг частот, які використовуються традиційними вузькосмуговими системами;

– можливість організації множинного доступу завдяки кодовому розподілу користувачів; особливо відзначається широке практичне застосування ШПС при розробці систем мобільного зв'язку 3-го покоління (3G) CDMA-технологій на базі стандарту IS-95 [64].

– ефективність та стійкість зв’язку у багатопроменевих каналах та в каналах із змінними параметрами;

– висока інформаційна ємність сигналу;

– захист інформації від несанкціонованого доступу.

Існує ряд методів (рис. 1.2) розширення спектру сигналу повідомлення:

Рисунок 1.2 – Класифікація завадозахищенних радіотехнологій

Метод стрибкоподібної перебудови частоти (Frequency Hopping Spread Spectrum, FHSS) – розширення спектру відбувається за рахунок швидкого переключення частоти передавача у деякій послідовності, використовується у військових системах зв'язку, а також у стандарті IEEE 802.15.1

Метод прямої послідовності (Direct Sequence spread spectrum, DSSS) – множення інформаційного сигналу на розширюючий кодовий сигнал, форма якого відома і передавачеві, і приймачеві. Цей метод широко застосовується у сучасних системах зв'язку, зокрема, стандартах IEEE 802.11, 802.15.4, CDMA.

Метод розширення спектру за допомогою шумових та шумоподібних сигналів – для розширення спектру сигналу використовуються хаотичні або шумові сигнали, параметри яких модулюються інформаційним сигналом.

Широкосмугові системи радіозв'язку сьогодні поєднують в собі велику класифікацію таких систем, які відрізняються одна від іншої по формі сигналів (рис. 1.3), методом їх формування/прийому та рядом інших параметрів.

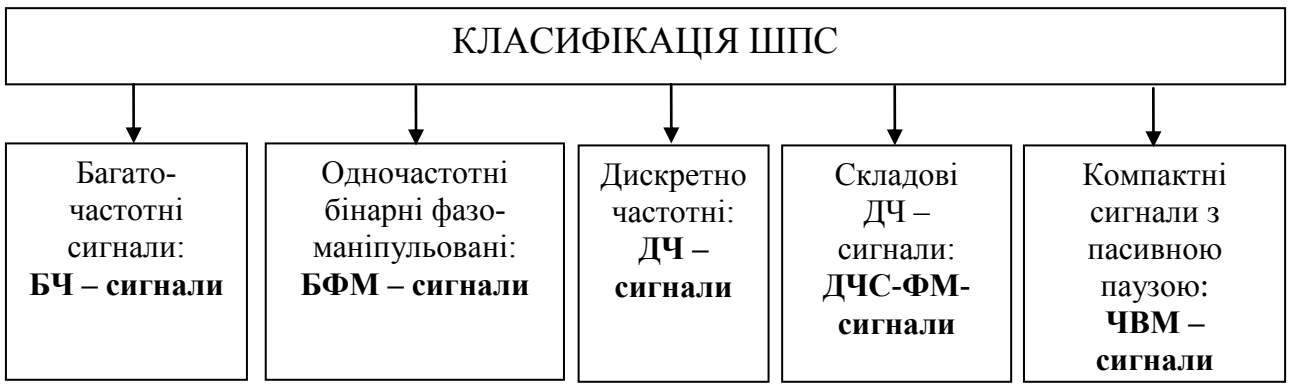


Рисунок 1.3 – Класифікація основних типів ШПС

Відповідно і області застосування широкосмугових систем зв’язку є різними. Системи на основі шумових і шумоподібних систем можливо розділити на дві основні групи (рис. 1.4): з взаємнокореляційним (когерентним) і автокореляційним (некогерентним) принципом прийому. Активні системи з взаємнокореляційним прийомом сигналу виконують генерацію хаотичних сигналів з однаковими параметрами в модуляторі та демодуляторі, що дає змогу в демодуляторі порівнювати отриманий сигнал зі згенерованим еталоном. В автокореляційних системах модульований сигнал передається разом з опорним, виключаючи необхідність генерації останнього на стороні приймача.

Кореляційна обробка ефективна в тому випадку, коли опорний сигнал являється точною копією прийнятого корисного сигналу [89]. Тому для підвищення ефективності кореляційної обробки у каналі із змінними параметрами для взаємнокореляційних систем виконується реконструкція опорного сигналу у відповідності із змінами параметрів каналу зв’язку.

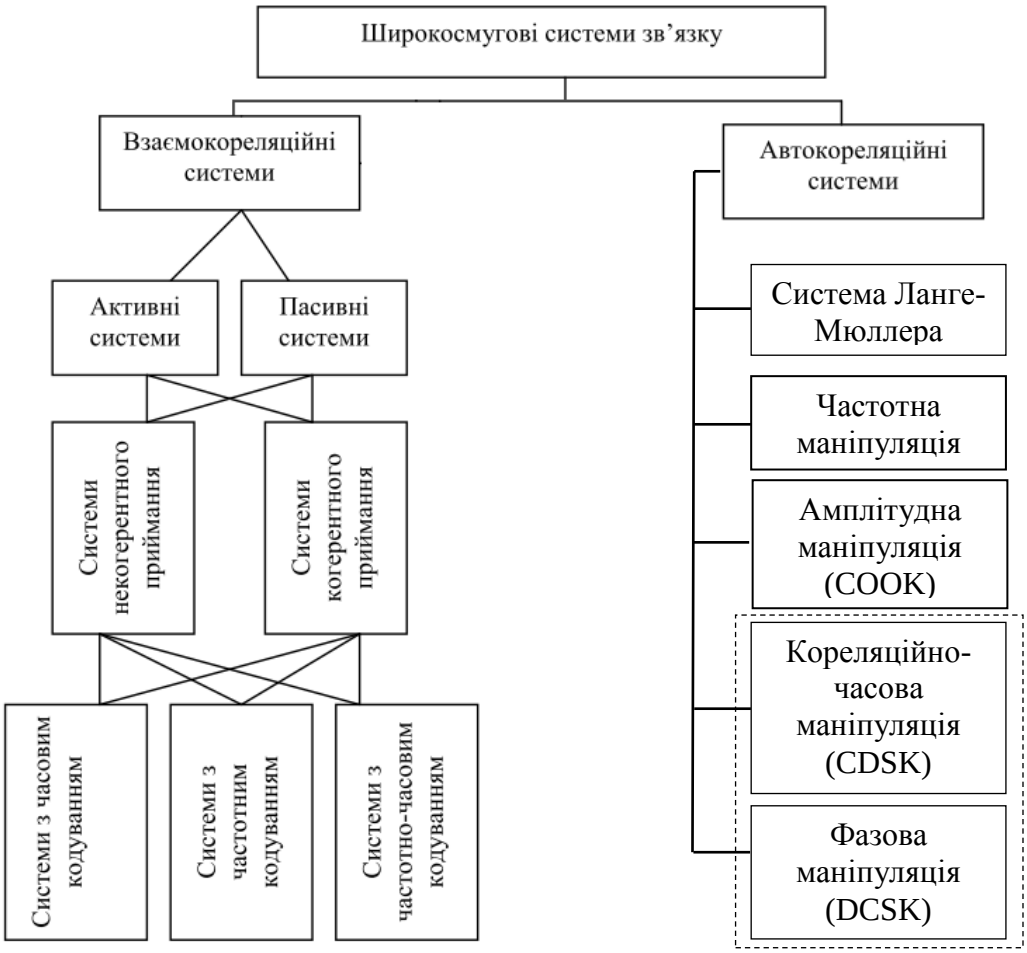


Рисунок 1.4 – Класифікація широкосмугових систем радіозв’язку

В автокореляційних системах немає необхідності в реконструкції сигналу у відповідності із змінами параметрів каналу зв’язку, тому що роль опорного сигналу виконує прийнятий корисний сигнал. Відзначимо ряд позитивних властивостей автокореляційних систем передачі інформації [64]:

– автокореляційні системи допускають просту технічну реалізацію демодуляторів, а також пристроїв синхронізації;

– роль опорного сигналу відіграє сам приймальний сигнал, тому автокореляційні системи можуть досить ефективно працювати як в каналах з постійними, так і в каналах зі змінними параметрами, а також в каналах з багатопроменевістю;

– автокореляційний прийом відноситься до числа оптимальних методів прийому сигналів невідомої форми.

Таким чином, автокореляційні широкосмугові модеми можуть бути реалізовані значно простіше, ніж взаємокореляційні. Крім того, в демодуляторі відсутня реконструкція прийнятого сигналу, тому за рахунок цього в якості опорного сигналу можуть бути використані як хаотичні, так і шумові процеси. Значною перевагою використання шумових сигналів в порівнянні з хаотичними є їх більша інформаційна ємкість і крипто-стійкість та менша детермінованість.

1.3.1. Когерентні модеми

Для широкосмугових когерентних систем передачі даних характерне використання хаотичного процесу в якості опорного сигналу. Хаотичні системи бувають як аналоговими, так і дискретними. Основні властивості сигналів таких систем [57]:

1) Детермінованість – можливо однозначно визначити значення хаотичного процесу в будь-який момент часу за умови володіння початковими умовами; дана властивість відрізняє хаотичні системи від шумових.

2) Чутливість до початкових умов – поведінка хаотичної системи суттєво змінюється навіть при незначній зміні початкових умов.

3) Шумоподібність – реалізація хаотичного процесу має параметри розподілу, подібні до випадкового процесу. Для спостерігача, який не володіє

початковими параметрами хаотичного процесу, такий процес нічим не відрізняється від випадкового [33].

Основними недоліками когерентних систем є необхідність:

– відновлення опорного сигналу на приймальній стороні;

– достатньо складної оцінки параметрів каналу зв'язку;

– фазової та частотної синхронізації.

Перечисленні вимоги суттєвого ускладнюють реалізацію приймально-передавальної апаратури. Як наслідок, системи даного типу не знайшли широкого практичного застосування.

1.3.2. Некогерентні модеми

Некогерентні модеми є автокореляційними і використовують енергетичні (або квадратурні) методи розпізнавання сигналу *y(t)* в демодуляторі (рис. 1.5).

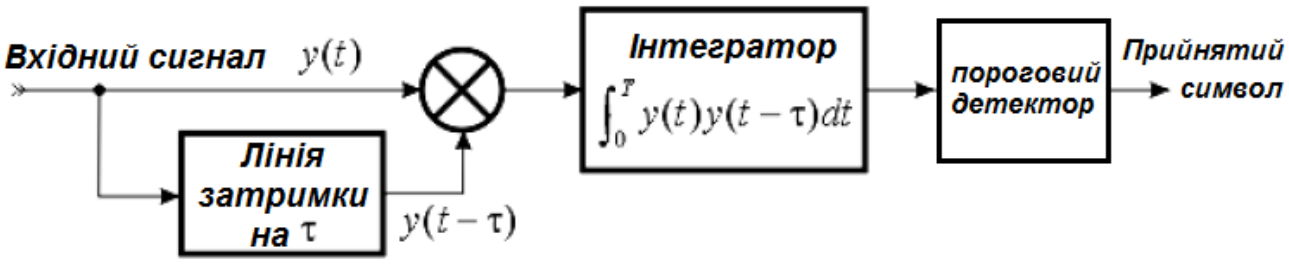


Рисунок 1.5 – Схема демодулятора

Відмінною особливістю таких систем є те, що при кореляційній обробці сигналу в демодуляторі роль опорного відіграє сам прийнятий сигнал, який являє собою суму корисного сигналу і завади. Функцію розпізнання виконує корелятор, який обчислює енергію прийнятого сигналу в інтеграторі, і на її основі за допомогою визначеного значення у пороговому детекторі приймає рішення про переданий символ.

Автокореляційні системи з шумовими сигналами не вимагають:

– відновлення опорного сигналу на приймальній стороні;

– оцінки характеристик каналу зв'язку,

– фазової і частотної синхронізації, що веде до суттєвого спрощення приймально-передавальної апаратури.

Основним недоліком автокореляційних модемів є збільшений рівень завад на виході корелятора за рахунок наявності в отриманому сигналі власних шумів (так званих системних завад) окрім корисного сигналу та адитивної завади каналу зв’язку.

1.4. Програмна реалізації некогерентних модемів з шумовими та шумоподібними сигналами

1.4.1. Амплітудна маніпуляція шумового сигналу (АМШС)

Амплітудна маніпуляція шумового сигналу в міжнародній термінології має назву «chaos on-off keying (COOK) modulation» і вперше була запропонована в [7] та пізніше обговорювалась в роботах [4-3].

У системі з АМШС, коли перемикач замкнутий (рис. 1.6, а), передається символ «1» у вигляді шумового сигналу $\xi(t)$, який формує шумовий генератор *Г*, в іншому випадку передається «0» – пасивною паузою, $\alpha \in \{1;0\}$.

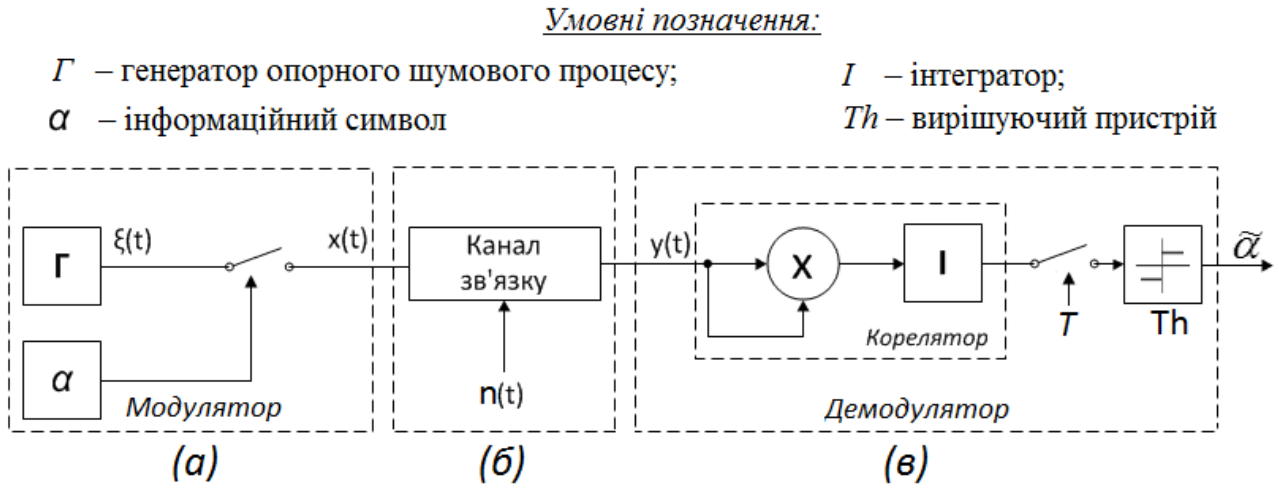


Рисунок 1.6 – Структурна схема модему з АМШС:

(а) передавач; (б) канал зв’язку; (в) приймач

На виході передавача сигнал має вигляд:

$$x(t) = \begin{cases} \xi(t), & \alpha = 1; \\ 0, & \alpha = 0. \end{cases}$$

Модульований сигнал на часовій діаграмі має вигляд:

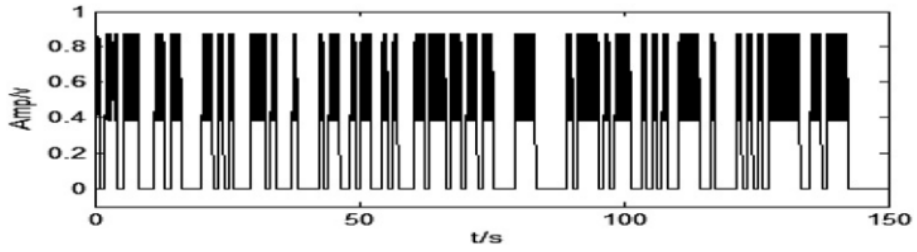


Рисунок 1.7 – Часова діаграма сигналу модему з АМШС

На вході приймача (рис. 1.6, в), сигнал який пройшов через канал зв'язку (рис. 1.6, б), де діє адитивна завада типу білого гауссового шуму, має вигляд:

$$y(t) = \begin{cases} \xi(t) + n(t), & \alpha = 1; \\ n(t), & \alpha = 0. \end{cases}$$

На виході корелятора при передачі символу $\alpha = 1$ тривалістю T сигнал має вигляд:

$$\vartheta = \int_{(l-1)T}^{lT} y(t)^2 dt = \int_{(l-1)T}^{lT} \left(\xi(t)^2 + 2\xi(t)n(t) + n(t)^2 \right) dt.$$

Пристрій прийняття рішень за значенням величини ϑ фіксує оцінку сигналу $\tilde{\alpha} = 1$, якщо сигнал на виході корелятора більший за поріг Th, або $\tilde{\alpha} = 0$ – у протилежному випадку. Величина порогу, як правило, дорівнює половині енергії шумового сигналу $\xi(t)$:

$$Th = \frac{M\left[\int_{(l-1)T}^{lT} \xi(t)^2 dt \right]}{2},$$

де $M[\bullet]$ – символ математичного сподівання.

Модем з АМШС достатньо простий в реалізації, але має невисоку завадостійкість та володіє основним недоліком – низькою скритністю, за рахунок явної різниці в енергетичних параметрах сигналу для різних інформаційних символів [51].

1.4.2. Фазової маніпуляції шумового сигналу (ФМШС)

В міжнародній термінології даний спосіб передавання даних отримав назву «differential chaos shift keying (DCSK)». Серед систем з маніпуляцією шумового сигналу ФМШС являється однією з найбільш досліджуваних [31-18],

причиною тому є порівняно легка реалізація [5]. Вперше система з фазовою маніпуляцією хаотичного сигналу запропонована в роботі [21]. В роботі [24] розглядається система, що використовує фазову маніпуляцію хаотичного сигналу для передавання цифрової інформації. У роботах [74, 84] авторами обґрунтовано, що система вказаного типу може бути побудована на базі шумової носійної (реалізації випадкового процесу).

Структурна схема системи зв'язку ФМШС показана на рис. 1.8 У цій схемі тактовий інтервал передачі символу складається з двох рівних частин: протягом першої частини передається опорний сигнал, згенерований шумовим генератором Г, протягом другої – копія опорного сигналу, затримана на половину тривалості символьного інтервалу і помножена на інформаційний символ $\alpha, \alpha \in \{+1;-1\}$.

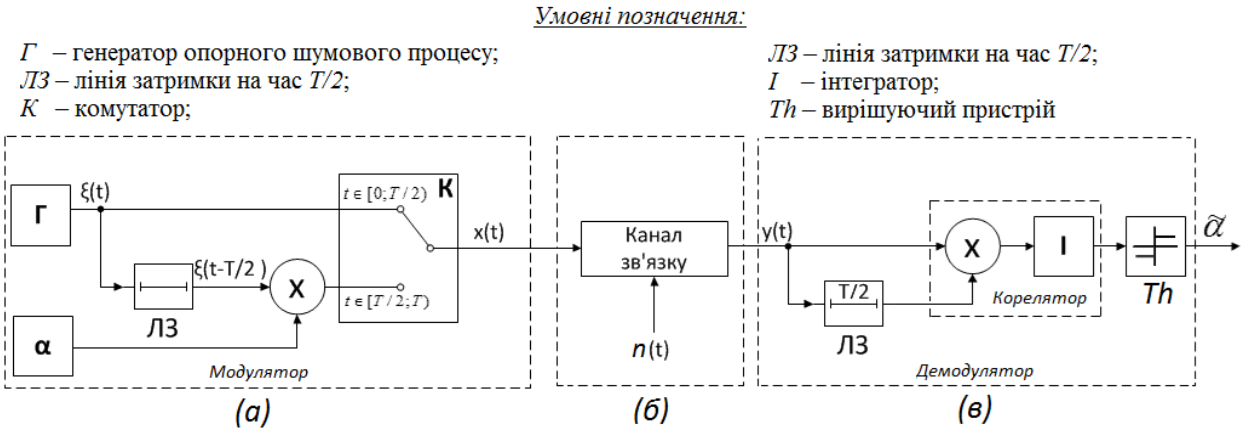


Рисунок 1.8 – Структурна схема системи зв'язку з ФМШС:
(а) передавач; (б) канал зв'язку; (в) приймач

Таким чином, сигнал на виході передавача має аналітичний вигляд:

$$x(t) = \begin{cases} \xi(t), & t \in [0,...,T/2] \\ \alpha\xi(t - T/2), & t \in (T/2,...,T] \end{cases},$$

Програмна реалізація модулятора з ФМШС на мові програмування Java представлено лістингом 1.1:

```
/** * @param symbol modulated information symbol*/
public void modulation(long symbol) {
    for (int i = 0; i <getLengthInterval()/2 ; i++) {
        a[i] = generateGaussian(getSigmaSignal());
        a[getLengthInterval()/2+i] = symbol * a[i];}
}
```

Лістинг 1.1 – Модуляція сигналу в модемі з ФМШС

На стороні приймача вхідний сигнал затримується на час *T/2*, перемножується на свою незатриману копію і поступає на вхід інтегратора *I*. Для цифрового демодулятора сигнал (після проходження АЦП) на виході корелятора дорівнює:

$$\vartheta = \left\langle \alpha \bar{x}_1 + \bar{n}_1, \bar{x}_1 + \bar{n}_2 \right\rangle.$$

де, $\left\langle \bar{x}, \bar{n} \right\rangle = \sum_{j=1}^{N} x_j \cdot n_{j-\tau}$ – скалярний добуток дискретних випадкових величин $\bar{x}$ та $\bar{n}$.

Вирішуючий пристрій *Th* приймає рішення про прийом інформаційного символу за наступним правилом:

$$\tilde{\alpha} = \begin{cases} +1, & \vartheta > 0; \\ -1, & \vartheta \le 0. \end{cases} \qquad (1.2)$$

Програмна реалізація демодулятора з ФМШС на мові програмування Java представлено лістингом 1.2:

```
/**
 * @param sentSymbol transmitted information symbol
 */
public int demodulation(long sentSymbol) {
    double sum = 0;
    for (int i = 0; i < getLengthInterval()/2; i++) {
        sum += a[getLengthInterval()/2+i] * a[i];
    }
    long receivedSymbol = -1;
    if (sum >= 0) receivedSymbol = 1;
    return checkError(sentSymbol, receivedSymbol);
}
```

Лістинг 1.2 – Демодуляція сигналу в модемі з ФМШС

Системи з ФМШС додатково мають низку переваг порівняно з іншими хаотичними та шумовими системами: 1) порівняно високий рівень завадостійкості; 2) простота реалізації генератора сигналу; 3) нульовий пороговий рівень вирішуючого пристрою (детектора).

Крім того, у системах передачі даних з ФМШС енергетичні параметри вихідного сигналу передавача є стабільними і незалежними від інформації, що передається, а отже, цей сигнал більше схожий на адитивну заваду каналу, ніж у системах з АМШС. Проте недоліком описаної системи є те, що при передачі символу «+1» відбувається повторення одного і того ж фрагменту шумового

сигналу, а це дозволяє виявити факт передачі, а також встановити тривалість символьного інтервалу [51].

1.4.3. Кореляційно-часова маніпуляції шумового сигналу (КЧМШС)

Система кореляційно-часової маніпуляції шумового сигналу (КЧМШС) в міжнародній термінології отримала назву «correlation delay shift keying (CDSK)». Структурна схема системи зв'язку CDSK показана на рис. 1.9.

Затримана на час τ копія опорного шумового сигналу перемножується на інформаційний символ $\alpha, \alpha \in \{+1;-1\}$, і додається до опорного сигналу. Сигнал на виході приймача має вигляд:

$$x(t) = \xi(t) + \alpha\xi(t-\tau), \quad t = [0;T].$$

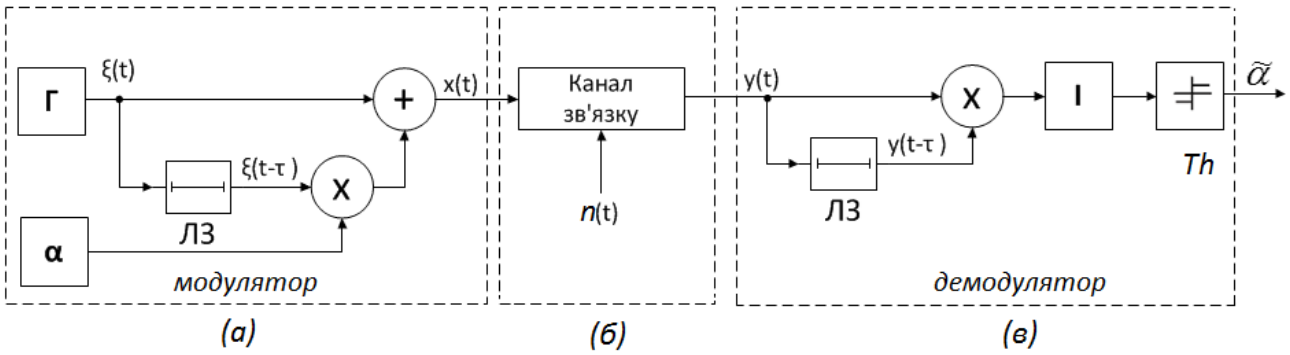


Рисунок 1.9 – Структурна схема системи зв'язку з КЧМШС:

(а) передавач; (б) канал зв'язку; (в) приймач

Програмна реалізація модулятора з КЧМШС на мові програмування Java представлено лістингом 1.3:

```
/**
 * @param symbol modulated information symbol
 */
public void modulation(long symbol) {
for (int i = 0; i < lengthInterval; i++) {
    b[i] = b[lengthInterval + i];
    a[i] = a[lengthInterval + i];
    a[lengthInterval + i] = generateGaussian(getSigmaSignal());
    b[lengthInterval + i] = a[m + i];
}
for (int i = 0; i < m; i++) {
     a[lengthInterval +i] =
      a[lengthInterval +i] +
      (symbol * b[lengthInterval + i - tau]);
}}
```

Лістинг 1.3 – Модуляція сигналу в модемі з КЧМШС

Після проходження каналу зв'язку, де діє адитивна завада типу білого гаусового шуму, на стороні приймача затриманий на час τ вхідний сигнал перемножується з незатриманим сигналом і поступає на інтегратор *I*. Отриманий сигнал після проходження АЦП на виході інтегратора дорівнює:

$$\vartheta = \left\langle \bar{\xi}_0 + \alpha\bar{\xi}_\tau + \bar{n}_0, \bar{\xi}_\tau + \alpha\bar{\xi}_{2\tau} + \bar{n}_\tau \right\rangle$$

Програмна реалізація демодулятора з КЧМШС на мові програмування Java представлено лістингом 1.4:

```
/**
 * @param sentSymbol transmitted information symbol
 */
public int demodulation(long sentSymbol) {
double sum = 0;
for (int i = 0; i < lengthIntelval; i++) {
     sum += a[lengthIntelval+i] * a[lengthIntelval + i - tau];
    }
long receivedSymbol = -1;
    if (sum >= 0) receivedSymbol = 1;
    return checkError(sentSymbol, receivedSymbol);
}
```

Лістинг 1.4 – Демодуляція сигналу в модемі з КЧМШС

Пристрій прийняття рішень, як і у випадку ФМШС, працює за принципом (1.2). Система з КЧМШС вирішує недолік системи з ФМШС, виключаючи повтори фрагментів шумового сигналу, що робить її найбільш скритною з усіх розглянутих систем і в той же час достатньо простою для реалізації.

1.4.4. Організація множинного доступу в системі з КЧМШС

На схемі (рис. 1.10) використовуються наступні позначення: *Г* – генератор опорного шумового сигналу; *СФ* – смуговий фільтр; $ЛЗ_i$ – лінія затримки на час τ_i, де $i = \overline{1,K}$ – номер користувача; I – інтегратор; *В* – вирішуючий пристрій.

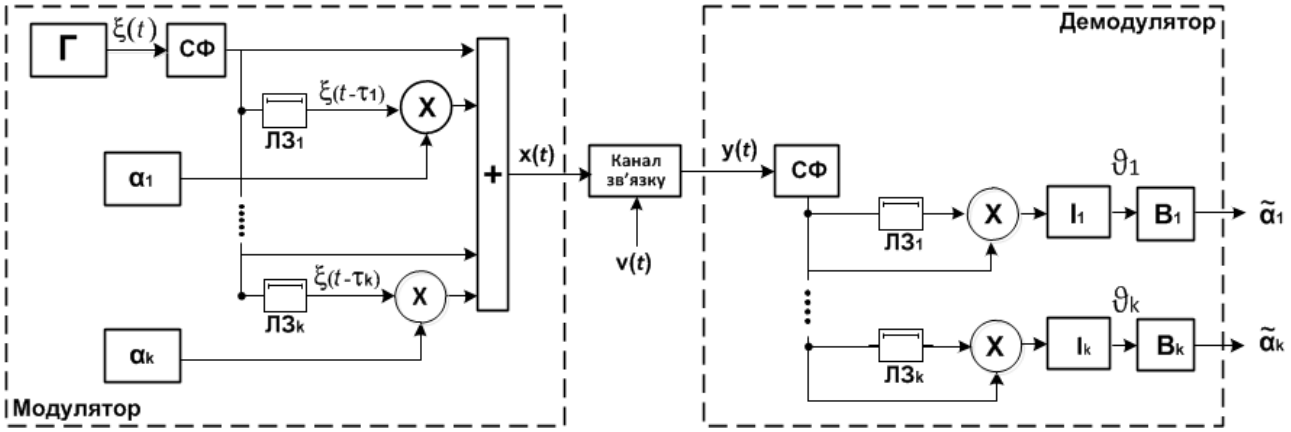


Рисунок 1.10 – Структурна схема модему

За рахунок негативного впливу потужності еталонного сигналу як системної завади для К користувачів описаний модем не забезпечує достатньої завадостійкості передачі даних. Для збільшення завадостійкості модему, який описано в патенті [73], доцільно усунути надлишкову заваду, утворену додатковими (К-1) лініями еталонного сигналу на вході суматора.

У патенті [72] проведена модифікація таким чином, що на стороні модулятора еталонний сигнал має в (К-1) разів меншу потужність відносно прототипу (рис. 1.10).

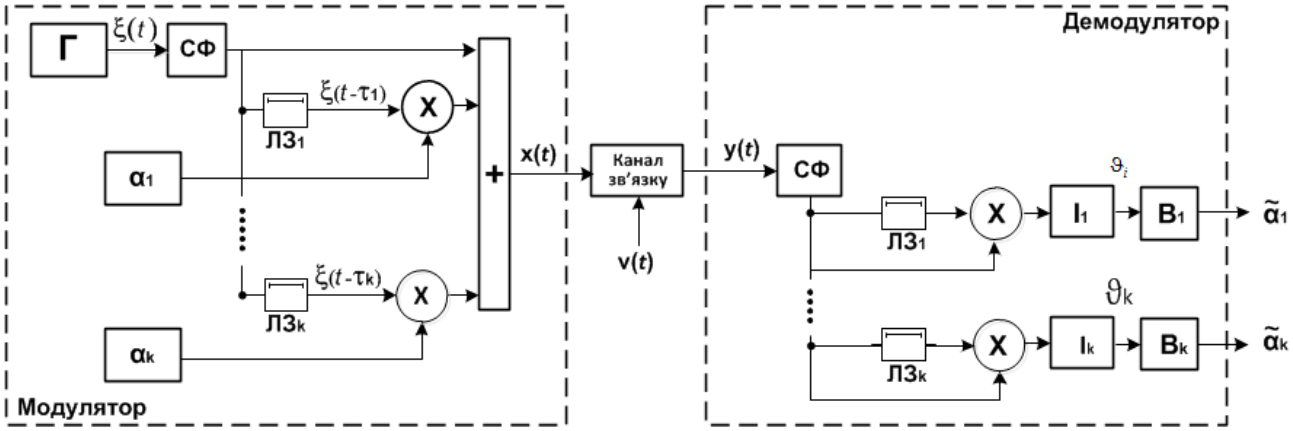


Рисунок 1.11 – Модифікована структурна схема модему

Суттєвою ознакою модему (рис. 1.11) на відміну від прототипу є те, що еталонний сигнал $\xi(t)$ від смугового фільтра подається не на К входів загального суматора, а тільки на один вхід.

Внесені зміни дозволяють зменшити потужність еталонного сигналу, що надходить в лінію передачі сигналу, в К разів та збільшити завадостійкість

приймача за рахунок зменшення негативного впливу потужності еталонного сигналу як системної завади для К користувачів.

Програмна реалізація багатопозиційного модему з КЧМШС на мові програмування Java представлено лістингами 1.5-1.6:

```
/**
 * @param symbol modulated information symbols
*/

public void modulation(long[] symbols) {

    int lengthInterval = getLengthInterval();
    for (int i = 0; i < lengthInterval; i++) {
        b[i] = b[lengthInterval + i];
        a[i] = a[lengthInterval + i];
        a[lengthInterval + i] = generateGaussian(getSigmaSignal());
        b[lengthInterval + i] = a[lengthInterval + i];
    }

    for (int i = 0; i < lengthInterval; i++) {
        for (int j = 0; j < getCountUsers(); j++) {
            a[lengthInterval+i] = a[lengthInterval+i] +
        (symbols[j] * b[lengthInterval + i - tau[j]]);
        }
    }
}
```

Лістинг 1.5 – Модуляція сигналу в багатопозиційному модемі з КЧМШС

```
/**
 * @param sentSymbol transmitted information symbol
 * @return errors number of transmission errors
 */

public int demodulation(long[] sentSymbol) {

    double [] sum = new double[getCountUsers()];

    for (int j = 0; j < getCountUsers(); j++) {
        sum[j] = 0;
        for (int i = 0; i < getLengthInterval(); i++) {
            sum[j] += a[getLengthInterval()+i] *
                            a[getLengthInterval()+i-tau[j]];
        }
    }
    long receivedSymbol;

    int errors = 0;
    for (int j = 0; j < getCountUsers(); j++) {
        receivedSymbol = -1;
        if (sum[j] >= 0) receivedSymbol = 1;
        errors += checkError(sentSymbol[j],receivedSymbol);
    }
    return errors;
}
```

Лістинг 1.6 – Демодуляція сигналу в багатопозиційному модемі з КЧМШС

1.5. Математичне забезпечення теоретичної оцінки завадостійкості автокореляційних модемів з шумовою носійною

Питання удосконалення систем з шумовими сигналами передбачає підвищення точності теоретичної оцінки завадостійкості запропонованих методів демодуляції інформаційних складових сигналів.

Сучасний стан розвитку дозволяє розглядати можливості практичного застосування складних алгоритмів обробки шумових сигналів з використанням досягнень цифрової мікроелектроніки. Важливою стала задача оцінки завадостійкості цифрових модемів, що дає змогу інженерам ще на етапі проектування з'ясувати перспективність розробки системи. Але недостатній розвиток методики таких оцінювань та спроби перенести на системи даного типу методологію оцінки класичних систем призводить до суттєвих розбіжностей між теоретичними й експериментальними даними [77].

У випадку класичних систем зв'язку вирішення задачі суттєво спрощується, оскільки величина на виході корелятора приймача, при прийомі на фоні білого гауссового шуму, має нормальний розподіл [44, с. 60]. У такому разі, щоб отримати результат, достатньо обчислити перші два моменти розподілу даної величини.

Нерозвиненість методики оцінювання та спроби перенести на системи з ШС та НШС методологію класичних систем призводить до наявності систематичних похибок у розрахунках. У випадках, коли розподіл має суттєво негауссовий характер, виникає необхідність розробки спеціальних методів дослідження завадостійкості систем даного типу [77].

Демодулятори, для яких проводиться аналіз, характерні тим, що функціонал для оцінки прийнятого інформаційного біту містить складові з різними законами розподілу ймовірностей. Як правило, в роботах даного типу оцінка завадостійкості демодулятора виконується з апроксимацією наявної в демодуляторі квадратичної складової сигналу гауссовим розподілом. В другому розділі даної роботи розглядається вплив наявності в демодуляторі ВВ з

розподілом χ^2, що дозволяє підвищити точність теоретичної оцінки завадостійкості системи.

Дослідження підтвердило, що при врахуванні квадратичного розподілу досягається краща відповідність між аналітичними результатами та імітаційним моделюванням, ніж при використанні гаусової апроксимації ВВ. Порівняння теоретичної оцінки завадостійкості з негаусовим розподілом з результатами імітаційного моделювання показало наявність деякого відхилення, що спостерігається в зоні великих та малих значень відношення сигнал/шум, що потребує проведення подальших досліджень.

В проведеному аналізі [79] розглядається складова ϑ, яка після проходження АЦП на вході порогового пристрою (з урахуванням стаціонарності шуму) має вигляд:

$$\vartheta = \left\langle \bar{\xi}^0 + \alpha\bar{\xi}^\tau + \bar{n}^0, \bar{\xi}^\tau + \alpha\bar{\xi}^{2\tau} + \bar{n}^\tau \right\rangle; \tag{1.3}$$

де, $\left\langle \bar{v}^0, \bar{s}^\tau \right\rangle = \sum_{j=1}^{N} v_j \cdot s_{j-\tau}$ – скалярний добуток дискретних випадкових величин $\bar{v}^0$ та $\bar{s}^\tau$.

В (1.3) можна виділити дві випадкові складові, що підкоряються різним законам розподілу ймовірності:

$$\begin{aligned} \vartheta_1 = {} & 2\left\langle \bar{\xi}^0, \bar{\xi}^\tau \right\rangle + \alpha\left\langle \bar{\xi}^0, \bar{\xi}^{2\tau} \right\rangle + 2\left\langle \bar{\xi}^0, \bar{n}^\tau \right\rangle + \\ & + \alpha\left\langle \bar{\xi}^\tau, \bar{n}^\tau \right\rangle + \alpha\left\langle \bar{\xi}^{2\tau}, \bar{n}^0 \right\rangle + \left\langle \bar{n}^0, \bar{n}^\tau \right\rangle, \end{aligned} \tag{1.4}$$

і

$$\vartheta_2 = \alpha\left\langle \bar{\xi}^\tau, \bar{\xi}^\tau \right\rangle. \tag{1.5}$$

Вирішуючий пристрій демодулятора фіксує прийом символу $\alpha = +1$ при виконанні умови:

$$\vartheta \geq 0. \tag{1.6}$$

Порушення даної нерівності є умовна ймовірність помилки (фіксація $\alpha = -1$ при передачі символу $\alpha = +1$), що визначається інтегралом

$$\mathrm{P}(\alpha=-1/\alpha=+1)=\int_{0}^{\infty}\int_{-\infty}^{-\vartheta_2}\omega(\vartheta_1,\vartheta_2)d\vartheta_1 d\vartheta_2, \tag{1.7}$$

де $\omega(\vartheta_1,\vartheta_2)$ – сумісна щільність розподілу ВВ $\vartheta=\vartheta_1+\vartheta_2$.

Функція щільності розподілу суми незалежних випадкових величин визначається через згортку щільності їх розподілів $\vartheta=\vartheta_1+\vartheta_2$.

Одним із продуктивних підходів до вирішення задачі такого типу є застосування апарату характеристичних функцій [99, с. 294]. Якщо відома функція щільності розподілу $f(\vartheta,1,1)$, то характеристична функція величини ϑ визначається як обернене перетворення Фур'є для функції $f(\vartheta,1,1)$:

$$\varphi(t,1,1)=\int_{-\infty}^{\infty}e^{itr}\,f(\vartheta,1,1)\,dr. \tag{1.8}$$

Важливо, що характеристична функція суми незалежних випадкових величин є добутком відповідних характеристичних функцій, тому

$$\varphi(t,1,\cdots N)=\varphi^{N}(t,1,1). \tag{1.9}$$

Для характеристичної функції виконується теорема єдності та теорема обертання [12, с. 303], тому однозначно визначається функція щільності

$$f(\vartheta,1,N)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-it\vartheta}\varphi(t,1,N)\,dt. \tag{1.10}$$

Таким чином, дана методика полягає в послідовному виконанні обчислень за формулами (1.8–1.10) для кожного значення відношення сигнал/завада на вході приймача h^2, вибраного на першому етапі розрахунків, та для кожного вибраного на даному етапі значення кількості відліків N.

Представлена в розділі методика, що базується на математичному апараті характеристичних функцій, дозволяє визначити потенційну завадостійкість цифрового модему, забезпечуючи зменшення розбіжностей між теоретичними та експериментальними даними визначення ймовірності помилки.

1.6. Завдання дослідження

З метою підвищенні точності оцінки характеристик демодуляторів цифрових модемів з шумовими сигналами для моделювання процесу оцінювання їх завадостійкості, необхідне вирішення наступних задач:

1) розробка методів моделювання процесу передачі даних в модемах з кореляційною та фазовою маніпуляцією шумової складової;
2) удосконалення методу проектування програмного забезпечення імітаційного моделювання процесу передачі модемом сигналів шляхом відображення процесів кореляційно-часової та фазової маніпуляції;
3) розробка методів математичного моделювання оцінювання завадостійкості цифрових модемів автокореляційного типу з шумовими сигналами для підвищення адекватності програмної реалізації оцінювання завадостійкості таких модемів;
4) експериментальне підтвердження достовірності отриманих результатів моделювання та ефективність удосконалень процесів проектування програмних систем.

1.7. Висновки до першого розділу

В першому розділі проведено дослідження модемів з хаотичною та шумовою носійною. Наявність описаних недоліків (детермінованості, більшої передбачуваності) хаотичних процесів дозволила детальніше розглянути шумовий сигнал. Відповідно до мети розділу було виконані наступні завдання:

1. виконаний опис властивостей шумових/хаотичних сигналів та програмна реалізація систем, що їх генерують;

2. проведено класифікацію відомих телекомунікаційних систем, їх математичних та програмних моделей, які використовують хаос або шум у якості методу розширення спектру сигналу, на основі якого встановлено:

– системи передачі даних з когерентною шумовою модуляцією мають вищу завадостійкість і скритність, проте вони вимагають точної синхронізації

передавача і приймача, вкрай чутливі до змінних параметрів лінії передачі, потребують складних апаратурних реалізацій;

– систему з амплітудною маніпуляцією шумового сигналу, що має достатньо високу завадостійкість і просту реалізацію, однак енергетичний принцип прийому сигналу призводить до низької скритності передачі;

– фазову модуляцію шумового сигналу, що дозволяє отримати максимальну серед розглянутих систем завадостійкість, проте наявність регулярних повторів фрагментів шумового сигналу знижує її скритність, що може бути покращено лише за рахунок суттєвого ускладнення системи;

– кореляційно-часову модуляцію, що забезпечує максимальний рівень скритності, але при цьому має нищу завадостійкість, порівняно із системою ФМШС.

Отримані в цьому розділі результати слугують основою для аналізу телекомунікаційних схем у наступному розділі.

РОЗДІЛ 2
МАТИМАТИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЦИФРОВИХ МОДЕМІВ З АВТОКОРЕЛЯЦІЙНИМИ МЕТОДАМИ ОБРОБКИ ШУМОВИХ СИГНАЛІВ

2.1. Вступ

Метою другого розділу є підвищення точності оцінки завадостійкості моделей систем на основі кореляційно-часової та фазової шумової модуляції.

Для досягнення мети розділу вирішуються наступні завдання:

– Розробляються та описуються математичні моделі пристроїв прийому та передачі інформації на основі КЧШМ та ФМШС;

– розробляються методи математичного моделювання процесу оцінювання завадостійкості демодуляторів, що дозволяють враховувати негауссовість функції розподілу для підвищення точності оцінки завадостійкості.

Отримані в даному розділі результати слугують основою для порівняльного аналізу з даними програмного забезпечення імітаційного моделювання проведеного у наступному розділі.

2.2. Аналіз структури модельованого шумового сигналу в програмному комплесі імітаційного моделювання з врахуванням впливу квадратичної складової демодулятора цифрового модему

На виході аналогового модулятора шуму в бінарній системі автокореляційного типу на тактовому інтервалі T сигнал має вигляд:

$$x(t) = \xi(t) + \alpha\xi(t-\tau),\ t = [0;T], \tag{2.1}$$

де, $\alpha \in \{-1, +1\}$ – переданий інформаційний символ, що відповідає логічним бінарним сигналам «0» та «1»;

$\xi(t)$ – шумовий випадковий процес;

τ – часова затримка.

На вхід демодулятора надходить сигнал виду:

$$y(t) = x(t) + n(t) = \xi(t) + \alpha\xi(t-\tau) + n(t), \tag{2.2}$$

де $n(t)$ – адитивна завада типу білого гауссового шуму, що додається до сигналу в каналі зв'язку.

Значення сигналу на виході корелятора визначається величиною

$$\vartheta = \int_0^T y(t) \cdot y(t-\tau) dt.$$

Пристрій прийняття рішення по значенню ϑ визначає оцінку сигналу $\hat{\alpha} = 1$, якщо сигнал на виході корелятора має додатне значення, інакше $\hat{\alpha} = -1$.

Для спрощення подальших обрахунків розглядаємо систему з цифровою обробкою сигналу в демодуляторі. Після проходження сигналу (2.2) аналогового цифрового перетворювача (АЦП) на вході демодулятора маємо векторне представлення вхідного сигналу [78]

$$\bar{y} = \bar{\xi}^0 + \alpha \bar{\xi}^\tau + \bar{n}^0,$$

де $\bar{\varphi}^\mu$ – вектор з N відліками, що представляє проквантовані в часі складові $\varphi(t-\mu), \quad \mu \in \{0;\tau\}, \quad \varphi \in \{\xi; n\}$.

Сигнал ϑ на вході порогового пристрою (на виході корелятора) з урахуванням $\alpha^2 = 1$ та стаціонарності шуму запишемо у вигляді:

$$\begin{aligned}
\vartheta &= \left\langle \bar{\xi}^0 + \alpha\bar{\xi}^\tau + \bar{n}^0, \bar{\xi}^\tau + \alpha\bar{\xi}^{2\tau} + \bar{n}^\tau \right\rangle = \\
&= \left\langle \bar{\xi}^0, \bar{\xi}^\tau \right\rangle + \alpha\left\langle \bar{\xi}^0, \bar{\xi}^{2\tau} \right\rangle + \left\langle \bar{\xi}^0, \bar{n}^\tau \right\rangle + \alpha\left\langle \bar{\xi}^\tau, \bar{\xi}^\tau \right\rangle + \\
&+ \left\langle \bar{\xi}^\tau, \bar{\xi}^{2\tau} \right\rangle + \alpha\left\langle \bar{\xi}^\tau, \bar{n}^\tau \right\rangle + \left\langle \bar{\xi}^\tau, \bar{n}^0 \right\rangle + \alpha\left\langle \bar{\xi}^{2\tau}, \bar{n}^0 \right\rangle + \\
&+ \left\langle \bar{n}^0, \bar{n}^\tau \right\rangle = 2\left\langle \bar{\xi}^0, \bar{\xi}^\tau \right\rangle + \alpha\left\langle \bar{\xi}^0, \bar{\xi}^{2\tau} \right\rangle + 2\left\langle \bar{\xi}^0, \bar{n}^\tau \right\rangle + \\
&\alpha\left\langle \bar{\xi}^\tau, \bar{n}^\tau \right\rangle + \alpha\left\langle \bar{\xi}^\tau, \bar{\xi}^\tau \right\rangle + \alpha\left\langle \bar{\xi}^{2\tau}, \bar{n}^0 \right\rangle + \left\langle \bar{n}^0, \bar{n}^\tau \right\rangle,
\end{aligned} \tag{2.3}$$

де, $\left\langle \bar{v}^0, \bar{s}^\tau \right\rangle = \sum_{j=1}^{N} v_j \cdot s_{j-\tau}$ – скалярний добуток дискретних випадкових величин $\bar{v}^0$ та $\bar{s}^\tau$.

В (2.3) можна виділити дві випадкові складові, що підкоряються різним законам розподілу ймовірності:

$$\vartheta_1 = 2\left\langle \bar{\xi}^0, \bar{\xi}^\tau \right\rangle + \alpha\left\langle \bar{\xi}^0, \bar{\xi}^{2\tau} \right\rangle + 2\left\langle \bar{\xi}^0, \bar{n}^\tau \right\rangle + \\ + \alpha\left\langle \bar{\xi}^\tau, \bar{n}^\tau \right\rangle + \alpha\left\langle \bar{\xi}^{2\tau}, \bar{n}^0 \right\rangle + \left\langle \bar{n}^0, \bar{n}^\tau \right\rangle, \tag{2.4}$$

і

$$\vartheta_2 = \alpha\left\langle \bar{\xi}^\tau, \bar{\xi}^\tau \right\rangle. \tag{2.5}$$

Вирішуючий пристрій демодулятора фіксує прийом символу $\alpha = +1$ при виконанні умови:

$$\vartheta \geq 0. \tag{2.6}$$

Нерівність (2.6) з урахуванням рівностей (2.4) і (2.5) можна записати у вигляді:

$$\vartheta_2 \geq -\vartheta_1. \tag{2.7}$$

Порушення даної нерівності є умовна ймовірність помилки (фіксація $\alpha = -1$ при передачі символу $\alpha = +1$), що визначається інтегралом

$$\mathrm{P}(\alpha = -1/\alpha = +1) = \int_0^\infty \int_{-\infty}^{-\vartheta_2} \omega(\vartheta_1, \vartheta_2) d\vartheta_1 d\vartheta_2, \tag{2.8}$$

де $\omega(\vartheta_1, \vartheta_2)$ – сумісна щільність розподілу ВВ $\vartheta = \vartheta_1 + \vartheta_2$. Щільність розподілу $\omega(\vartheta_1, \vartheta_2)$ можна отримати через згортку розподілів ВВ ϑ_1 і ϑ_2.

Визначимо початкові моменти першого та другого порядку ВВ ϑ_1.

$$m_1(\vartheta_1) = M[2\left\langle \bar{\xi}^0, \bar{\xi}^\tau \right\rangle + \alpha\left\langle \bar{\xi}^0, \bar{\xi}^{2\tau} \right\rangle + 2\left\langle \bar{\xi}^0, \bar{n}^\tau \right\rangle + \\ + \alpha\left\langle \bar{\xi}^\tau, \bar{n}^\tau \right\rangle + \alpha\left\langle \bar{\xi}^{2\tau}, \bar{n}^0 \right\rangle + \left\langle \bar{n}^0, \bar{n}^\tau \right\rangle] = \\ = \sum_{j=1}^{N} M\{2\left\langle \xi_j, \xi_{j-\tau} \right\rangle + \alpha\left\langle \xi_j, \xi_{j-2\tau} \right\rangle + 2\left\langle \xi_j, n_{j-\tau} \right\rangle + \\ \alpha\left\langle \xi_{j-\tau}, n_{j-\tau} \right\rangle + \alpha\left\langle \xi_{j-2\tau}, n_j \right\rangle + \left\langle n_j, n_{j-\tau} \right\rangle\} = 0.$$

$$m_2(\vartheta_1) = M[2\left\langle \bar{\xi}^0, \bar{\xi}^\tau \right\rangle + \alpha\left\langle \bar{\xi}^0, \bar{\xi}^{2\tau} \right\rangle + 2\left\langle \bar{\xi}^0, \bar{n}^\tau \right\rangle + \\ + \alpha\left\langle \bar{\xi}^\tau, \bar{n}^\tau \right\rangle + \alpha\left\langle \bar{\xi}^{2\tau}, \bar{n}^0 \right\rangle + \left\langle \bar{n}^0, \bar{n}^\tau \right\rangle]^2. \tag{2.9}$$

Використовуючи формулу (для спільно-гауссових ВВ) [94, с.74]:

$$M[\xi_1\xi_2\xi_3\xi_4] = M[\xi_1\xi_2]M[\xi_3\xi_4] + M[\xi_1\xi_3]M[\xi_2\xi_4] + M[\xi_1\xi_4]M[\xi_2\xi_3] - 2\mathrm{m}_1\mathrm{m}_2\mathrm{m}_3\mathrm{m}_4,$$

розкриваючи квадратні дужки в (2.9), послідовно знайдемо другі початкові моменти доданків:

$$M[2\left\langle \bar{\xi}^0, \bar{\xi}^\tau \right\rangle^2] = 2\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} M\{\xi_i \cdot \xi_{i-\tau} \cdot \xi_j \cdot \xi_{j-\tau}\} =$$

$$= 2\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} \{M\{\xi_i \cdot \xi_{i-\tau}\} \cdot M\{\xi_j \cdot \xi_{j-\tau}\} + \\ + M\{\xi_i \cdot \xi_j\} \cdot M\{\xi_{i-\tau} \cdot \xi_{j-\tau}\} + \\ + M\{\xi_i \cdot \xi_{j-\tau}\} \cdot M\{\xi_{i-\tau} \cdot \xi_j\}\} \end{bmatrix} = 2\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{N} M\{\xi_i \cdot \xi_{i-\tau}\} \cdot \sum_{j=1}^{N} M\{\xi_j \cdot \xi_{j-\tau}\} + \\ + \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} M\{\xi_i \cdot \xi_j\} \cdot M\{\xi_{i-\tau} \cdot \xi_{j-\tau}\} + \\ + \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} M\{\xi_i \cdot \xi_{j-\tau}\} \cdot M\{\xi_j \cdot \xi_{i-\tau}\} \end{bmatrix} =$$

$$= 2\begin{bmatrix} 0 + \\ + \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} M\{\xi_i \cdot \xi_j\} \cdot M\{\xi_{i-\tau} \cdot \xi_{j-\tau}\} + \\ + 0 \end{bmatrix} = 2\sum_{j=1}^{N} M\{\xi_j \cdot \xi_j\} \cdot M\{\xi_{j-\tau} \cdot \xi_{j-\tau}\} =$$

$$= 2\sum_{j=1}^{N} M\{\xi_j^2\} \cdot M\{\xi_{j-\tau}^2\} = 2\sigma_\xi^4 N, \qquad (2.10)$$

аналогічно отримуємо

$$M[\alpha^2\left\langle \bar{\xi}^0, \bar{\xi}^{2\tau} \right\rangle^2] = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} M\{\xi_i \cdot \xi_{i-2\tau} \cdot \xi_j \cdot \xi_{j-2\tau}\} =$$

$$= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{N} M\{\xi_i \cdot \xi_{i-2\tau}\} \cdot \sum_{j=1}^{N} M\{\xi_j \cdot \xi_{j-2\tau}\} + \\ + \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} M\{\xi_i \cdot \xi_j\} \cdot M\{\xi_{i-2\tau} \cdot \xi_{j-2\tau}\} + \\ + \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} M\{\xi_i \cdot \xi_{j-2\tau}\} \cdot M\{\xi_{i-2\tau} \cdot \xi_j\} \end{bmatrix} = \qquad (2.11)$$

$$= 0 + \sum_{j=1}^{N} M\{\xi_j^2\} \cdot M\{\xi_{j-2\tau}^2\} + 0 = \sigma_\xi^4 N.$$

Детальніше розглянемо величину $\left\langle \bar{\xi}^0, \bar{n}^\tau \right\rangle$

$$M[2\left\langle \bar{\xi}^0, \bar{n}^\tau \right\rangle^2] = 2\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} M\{\xi_i \cdot n_{i-\tau} \cdot \xi_j \cdot n_{j-\tau}\} =$$

$$= 2\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} \{M\{\xi_i \cdot n_{i-\tau}\} \cdot M\{\xi_j \cdot n_{j-\tau}\} + \\ + M\{\xi_i \cdot \xi_j\} \cdot M\{n_{i-\tau} \cdot n_{j-\tau}\} + \\ + M\{\xi_i \cdot n_{j-\tau}\} \cdot M\{\xi_j \cdot n_{i-\tau}\}\} \end{bmatrix} = \qquad (2.12)$$

$$= 2\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{N} M\{\xi_i \cdot n_{i-\tau}\} + \sum_{j=1}^{N} M\{\xi_j \cdot n_{j-\tau}\} + \\ + \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} M\{\xi_i \cdot \xi_j\} \cdot M\{n_{i-\tau} \cdot n_{j-\tau}\} + \\ + \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} M\{\xi_i \cdot n_{j-\tau}\} \cdot M\{\xi_j \cdot n_{i-\tau}\} \end{bmatrix} =$$

$$= 2\begin{bmatrix} 0 + \\ + \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} M\{\xi_i \cdot \xi_j\} \cdot M\{n_{i-\tau} \cdot n_{j-\tau}\} + \\ + 0 \end{bmatrix} =$$

$$= 2\sum_{j=1}^{N} M\{\xi_j \cdot \xi_j\} \cdot M\{n_{i-\tau} \cdot n_{j-\tau}\} =$$

$$= 2\sum_{j=1}^{N} M\{\xi_j^2\} \cdot M\{n_{j-\tau}^2\} = 2\sigma_\xi^2 \sigma_n^2 N;$$

$$M[\left\langle \bar{n}^0, \bar{n}^\tau \right\rangle^2] = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} M\{n_i \cdot n_{i-\tau} \cdot n_j \cdot n_{j-\tau}\} =$$

$$= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} \{M\{n_i \cdot n_{i-\tau}\} \cdot M\{n_j \cdot n_{j-\tau}\} + \\ + M\{n_i \cdot n_j\} \cdot M\{n_{i-\tau} \cdot n_{j-\tau}\} + \\ + M\{n_i \cdot n_{j-\tau}\} \cdot M\{n_j \cdot n_{i-\tau}\}\} \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{N} M\{n_i \cdot n_{i-\tau}\} + \sum_{j=1}^{N} M\{n_j \cdot n_{j-\tau}\} + \\ + \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} M\{n_i \cdot n_j\} \cdot M\{n_{i-\tau} \cdot n_{j-\tau}\} + \\ + \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} M\{n_i \cdot n_{j-\tau}\} \cdot M\{n_j \cdot n_{i-\tau}\} \end{bmatrix} = \qquad (2.13)$$

$$= \begin{bmatrix} 0 + \\ + \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} M\{n_i \cdot n_j\} \cdot M\{n_{i-\tau} \cdot n_{j-\tau}\} + \\ + 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} M\{n_i \cdot n_j\} \cdot M\{n_{i-\tau} \cdot n_{j-\tau}\} =$$

$$\sum_{j=1}^{N} M\{n_j^2\} \cdot M\{n_{j-\tau}^2\} = \sigma_n^4 N;$$

$$M[\alpha\left\langle \bar{\xi}^{\tau}, \bar{\xi}^{\tau} \right\rangle^{2}] = \alpha\sigma_{\xi}^{2}N; \tag{2.14}$$

Таким же чином для величин $\alpha\left\langle \bar{\xi}^{\tau}, \bar{n}^{\tau} \right\rangle$ та $\alpha\left\langle \bar{\xi}^{2\tau}, \bar{n}^{0} \right\rangle$

$$M[\left\langle \bar{\xi}^{\tau}, \bar{n}^{\tau} \right\rangle^{2}] = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} M\{\xi_{i-\tau} \cdot n_{i-\tau} \cdot \xi_{j-\tau} \cdot n_{j-\tau}\} =$$

$$= \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\{M\{\xi_{i-\tau} \cdot n_{i-\tau} \cdot \xi_{j-\tau} \cdot n_{j-\tau}\} + \\ + M\{\xi_{i-\tau} \cdot \xi_{j-\tau}\} \cdot M\{n_{j-\tau} \cdot n_{j-\tau}\} + \\ + M\{\xi_{i-\tau} \cdot n_{j-\tau}\} \cdot M\{\xi_{j-\tau} \cdot n_{i-\tau}\}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 + \\ + \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} M\{\xi_{i-\tau} \cdot \xi_{j-\tau}\} \cdot M\{n_{j-\tau} \cdot n_{j-\tau}\} + \\ + 0 \end{bmatrix} = \tag{2.15}$$

$$= \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} M\{\xi_{i-\tau} \cdot \xi_{j-\tau}\} \cdot M\{n_{j-\tau} \cdot n_{j-\tau}\} = \sum_{j=1}^{N} M\{\xi_{i-\tau}^{2}\} \cdot M\{n_{j-\tau}^{2}\} = \sigma_{\xi}^{2}\sigma_{n}^{2}N.$$

$$M[\alpha\left\langle \bar{\xi}^{2\tau}, \bar{n}^{0} \right\rangle^{2}] = M[\alpha\left\langle \bar{\xi}^{\tau}, \bar{n}^{\tau} \right\rangle^{2}] = \alpha\sigma_{\xi}^{2}\sigma_{n}^{2}N. \tag{2.16}$$

Розглянемо значення математичного сподівання від подвоєних добутків

$$M[\left\langle \bar{\xi}^{0}, \bar{\xi}^{\tau} \right\rangle\left\langle \bar{\xi}^{0}, \bar{\xi}^{2\tau} \right\rangle] = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} M\{\xi_{i} \cdot \xi_{i-\tau} \cdot \xi_{j} \cdot \xi_{j-2\tau}\} = 0; \tag{2.17}$$

аналогічно для наступних добутків

$$M[4\left\langle \bar{\xi}^{0}, \bar{\xi}^{\tau} \right\rangle\left\langle \bar{\xi}^{\tau}, \bar{\xi}^{\tau} \right\rangle] = M[8\left\langle \bar{\xi}^{0}, \bar{\xi}^{\tau} \right\rangle\left\langle \bar{\xi}^{0}, \bar{n}^{\tau} \right\rangle] = M[4\left\langle \bar{\xi}^{0}, \bar{\xi}^{\tau} \right\rangle\left\langle \bar{n}^{0}, \bar{n}^{\tau} \right\rangle] = 0; \tag{2.18}$$

Підсумовуючи значення початкових моментів, представлених в (2.10–2.18), отримаємо дисперсію

$$\begin{aligned} D_{\vartheta_1} &= m_2(\vartheta_1) = M[2\left\langle \bar{\xi}^{0}, \bar{\xi}^{\tau} \right\rangle + \alpha\left\langle \bar{\xi}^{0}, \bar{\xi}^{2\tau} \right\rangle + 2\left\langle \bar{\xi}^{0}, \bar{n}^{\tau} \right\rangle + \\ &+ \alpha\left\langle \bar{\xi}^{\tau}, \bar{n}^{\tau} \right\rangle + \alpha\left\langle \bar{\xi}^{2\tau}, \bar{n}^{0} \right\rangle + \left\langle \bar{n}^{0}, \bar{n}^{\tau} \right\rangle]^{2} = 2\sigma_{\xi}^{4}N + \sigma_{\xi}^{4}N + \\ &+ 2\sigma_{\xi}^{2}\sigma_{n}^{2}N + 2\sigma_{\xi}^{2}\sigma_{n}^{2}N + \sigma_{n}^{4}N = \\ &= (3\sigma_{\xi}^{4} + 4\sigma_{\xi}^{2}\sigma_{n}^{2} + \sigma_{n}^{4})N = \\ &= \sigma_{\xi}^{2}\sigma_{n}^{2}N(3\sigma_{\xi}^{2}/\sigma_{n}^{2} + 4 + \sigma_{n}^{2}/\sigma_{\xi}^{2}). \end{aligned} \tag{2.19}$$

Використовуючи гауссову апроксимацію для щільності розподілу ВВ, що входять в ϑ_1, композицію законів щільності розподілу ВВ ϑ_1 в (2.4) можна описати гауссовим розподілом [36]

$$\omega(\vartheta_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_{\vartheta_1}}} \exp(-\frac{\vartheta_1^2}{2D_{\vartheta_1}}). \tag{2.20}$$

Визначимо щільність розподілу ВВ ϑ_2 у формулі (2.5)

$$\vartheta_2 = \alpha\left\langle \bar{\xi}^{\tau}, \bar{\xi}^{\tau} \right\rangle = \alpha\sum_{i=1}^{N} \xi_i^2. \tag{2.21}$$

В (2.21) коефіцієнт $\alpha = \pm 1$ вказує на знак інформаційного біту, представленого N відліками вхідного сигналу $y(t)$. Знак цього коефіцієнта змінює лише область розташування щільності розподілу $\omega_{\vartheta_2}(y)$ з позитивної ($y \geq 0$) при $\vartheta_2 \geq 0$ на негативну при зворотному значенні $\alpha < 0$. Опишемо щільність розподілу величини

$$\eta = |\vartheta_2| = \sum_{i=1}^{N} \xi_i^2, \tag{2.22}$$

Дисперсія центрованої ВВ ξ_i в (2.21) дорівнює σ_{ξ}^2. Тоді щільність розподілу величини $\eta = |\vartheta_2|$, як ВВ з розподілом χ^2 $N-$го порядку [94, с.345] дорівнює

$$p_{\eta}(y;N) = \begin{cases} \dfrac{y^{N/2-1}\exp(-y/(2\sigma_{\xi}^2))}{\sqrt{(2\sigma_{\xi}^2)^N}\,\Gamma(N/2)}, & y \geq 0, \\ 0, & y < 0, \end{cases} \tag{2.23}$$

де, $\Gamma(\nu) = \int_0^{\infty} x^{\nu-1}e^{-x}dx$ – гамма–функція.

Узагальнюючи отриманий розподіл величини $\eta = |\vartheta_2|$ на ВВ $\vartheta_2 = \alpha|\eta|$, з урахуванням величини $\alpha = -1$, отримаємо

$$\omega_{\eta}(y;N) = \begin{cases} \dfrac{|y|^{N/2-1}\exp(-|y|/2\sigma_{\xi}^2)}{\sqrt{(2\sigma_{\xi}^2)^N}\,\Gamma(N/2)}, & y \leq 0. \\ 0, & y > 0, \end{cases} \tag{2.24}$$

Сумісний розподіл ВВ ϑ_1 і ϑ_2 визначається із згортки розподілів (2.20) і (2.24)

$$\omega_{\vartheta_1+\vartheta_2}(y)=\int_{-\infty}^{\infty}\omega_{\vartheta_1}(\alpha y-x)\omega_{\vartheta_2}(x)dx=\int_{0}^{\infty}\omega_{\vartheta_1}(\alpha y-x)\omega_{\vartheta_2}(x)dx=$$

$$=\int_{0}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi D_{\vartheta_1}}}\exp(-\frac{(\alpha y-x)^2}{2D_{\vartheta_1}})\cdot\frac{x^{N/2-1}\exp(-x/2\sigma_\xi^2)}{\sqrt{(2\sigma_\xi^2)^N}\Gamma(N/2)}dx= \tag{2.25}$$

$$=\frac{\int_{0}^{\infty}x^{N/2-1}\exp[-x/(2\sigma_\xi^2)-(\alpha y-x)^2/(2D_{\vartheta_1})]dx}{\Gamma(N/2)\sqrt{2\pi D_{\vartheta_1}(2\sigma_\xi^2)^N}}.$$

Тоді ймовірність помилки демодулятором при рівноймовірній апріорній передачі бінарних посилок буде визначена із виразу

$$\mathrm{P_{ber}}=\int_{-\infty}^{0}\omega_{\vartheta_1+\vartheta_2}(y)dy=\frac{\int_{-\infty}^{0}\int_{0}^{\infty}x^{N/2-1}\exp[-\frac{x}{2\sigma_\xi^2}-\frac{(y-x)^2}{2D_{\vartheta_1}}]dxdy}{\Gamma(N/2)\sqrt{2\pi D_{\vartheta_1}(2\sigma_\xi^2)^N}}. \tag{2.26}$$

Підставивши значення дисперсії D_{ϑ_1} з (2.19) в (2.26), маємо

$$\mathrm{P_{ber}}=\frac{\int_{-\infty}^{0}\int_{0}^{\infty}x^{N/2-1}\exp[-\frac{x}{2\sigma_\xi^2}-\frac{(y-x)^2}{2(\sigma_\xi^2\sigma_n^2N(\frac{3\sigma_\xi^2}{\sigma_n^2}+4+\frac{\sigma_n^2}{\sigma_\xi^2}))}]dxdy}{\Gamma(N/2)\sqrt{2\pi\sigma_\xi^2\sigma_n^2N(\frac{3\sigma_\xi^2}{\sigma_n^2}+4+\frac{\sigma_n^2}{\sigma_\xi^2})(2\sigma_\xi^2)^N}}. \tag{2.27}$$

Для розрахунків завадостійкості демодулятора по (2.27) доцільно виділити параметр h^2 – перевищення сигнал/шум

$$h^2=\frac{E_b}{N_0},$$

де E_b – енергія сигнальної складової інформаційного біта;

$N_0=2\sigma_n^2$ – одностороння спектральна щільність потужності завади.

Згідно з (2.1), при використанні для $x(t)$ дискретного опису, енергія сигнальної складової дорівнює

$$E_b=2\sigma_\xi^2N,$$

тому

$$h^2=\frac{E_b}{N_0}=\frac{\sigma_\xi^2N}{\sigma_n^2}.$$

Враховуючи це значення h^2 у (2.27), маємо вираз

$$P_{ber} = \frac{\int_{-\infty}^{0}\int_{0}^{\infty} x^{N/2-1}\exp\left[-\frac{xN}{2\sigma_n^2 h^2} - \frac{(y-x)^2}{2(\sigma_n^4(3\frac{h^2}{N}+4+\frac{N}{h^2}))}\right]dxdy}{\Gamma(N/2)\sqrt{2\pi\sigma_n^4(3\frac{h^2}{N}+4+\frac{N}{h^2})(2\frac{N}{\sigma_n^2 h^2})^N}}. \quad (2.28)$$

В цій формулі дисперсія завади σ_n^2 присутня явно та неявно в параметрі h^2. Аналіз показує, що без зміни результату розрахунків завадостійкості у формулі (2.28) можна прийняти значення $\sigma_n^2 = 1$.

На рис. 2.1 представлено графік залежності ймовірності виникнення помилки P_{BER} від відношення сигнал/шум h^2 в бінарній автокореляційній системі при сталих значеннях кількості відліків *N*.

Порівняємо на рис. 2.2 отримані теоретичне значення завадостійкості із результатами імітаційного моделювання та відповідними результатами, що наведені для гауссової апроксимації складових в [75].

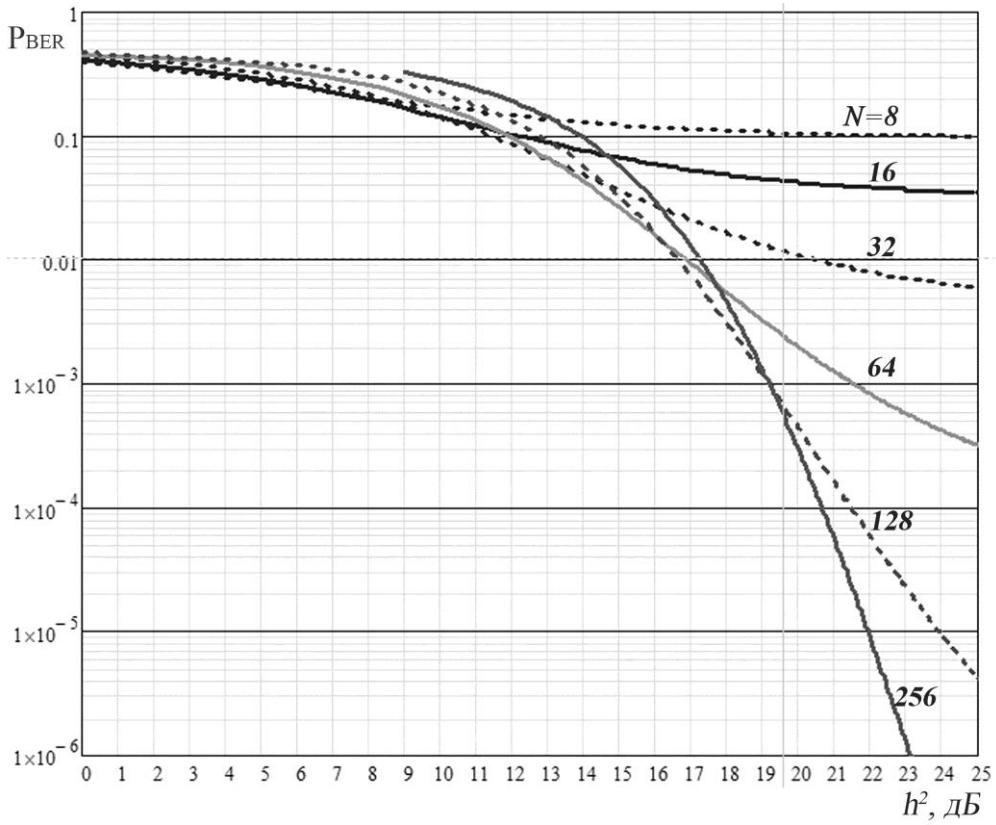


Рисунок 2.1 – Залежність P_{BER} від h^2 при сталих значеннях кількості відліків N

З графіку (рис. 2.2) видно, що розрахунки ймовірності по (2.28) з врахуванням розподілу χ^2 при всіх значеннях *N* краще відповідають результатам, отриманим імітаційним моделюванням, ніж з врахуванням

гауссової апроксимації ВВ. В той же час при деяких величинах N (наприклад, N=64) спостерігається значна різниця між результатами теоретичних розрахунків та імітаційним моделюванням для великих значень відношення сигнал/завада.

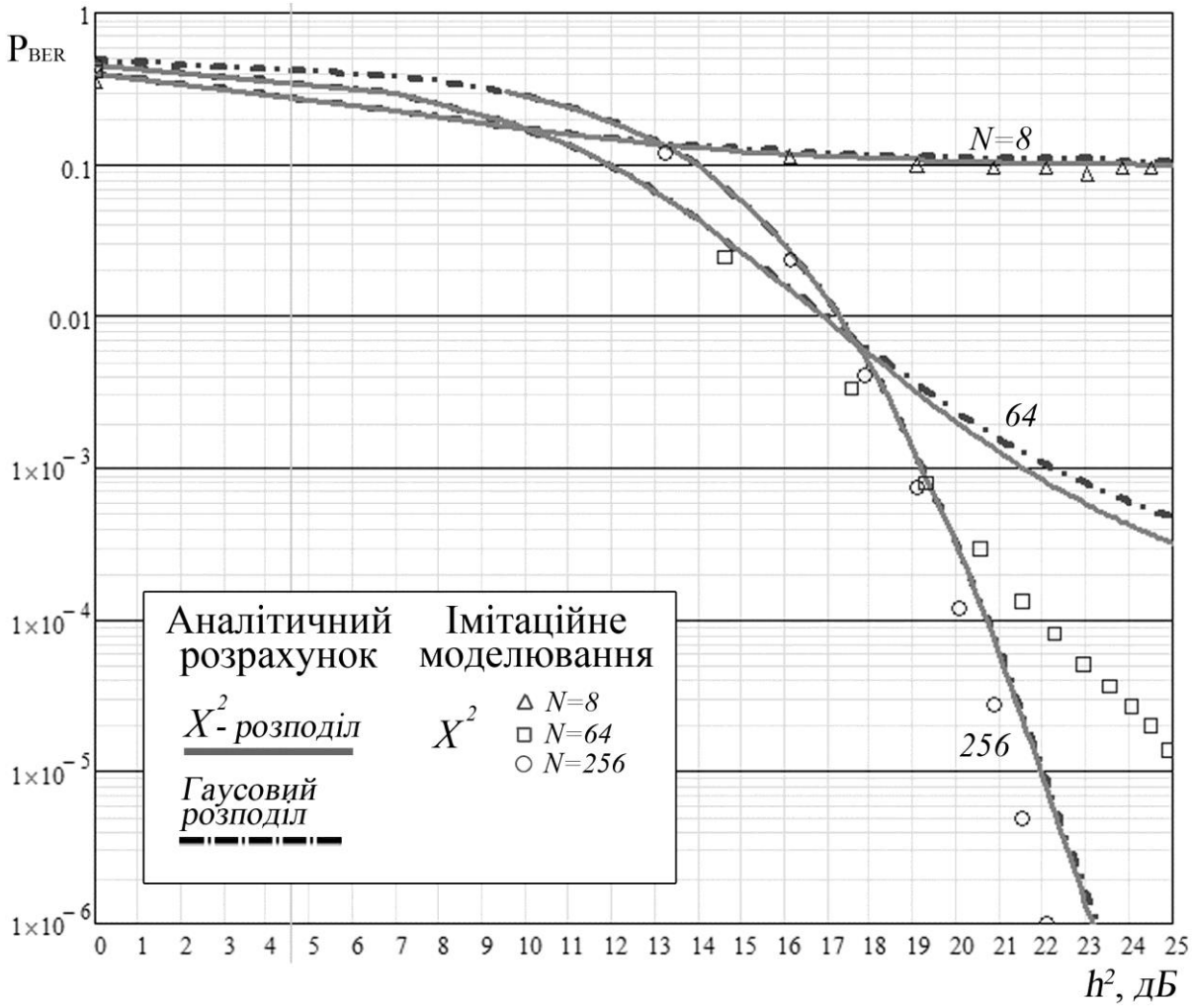


Рисунок 2.2 – Залежність P_{BER} від h^2

(аналітичні розрахунки та імітаційне моделювання)

При великих значеннях N (N=256) апроксимація квадратичним розподілом наближається до значень розрахунків при гауссовій апроксимації ВВ.

Представимо залежність ймовірності виникнення помилки від кількості відліків N при сталих значеннях відношення h^2. З графіку (рис. 2.3) видно, що в наведених залежностях має місце екстремум типу мінімуму. При збільшенні перевищення h^2 екстремальне значення величини N збільшується.

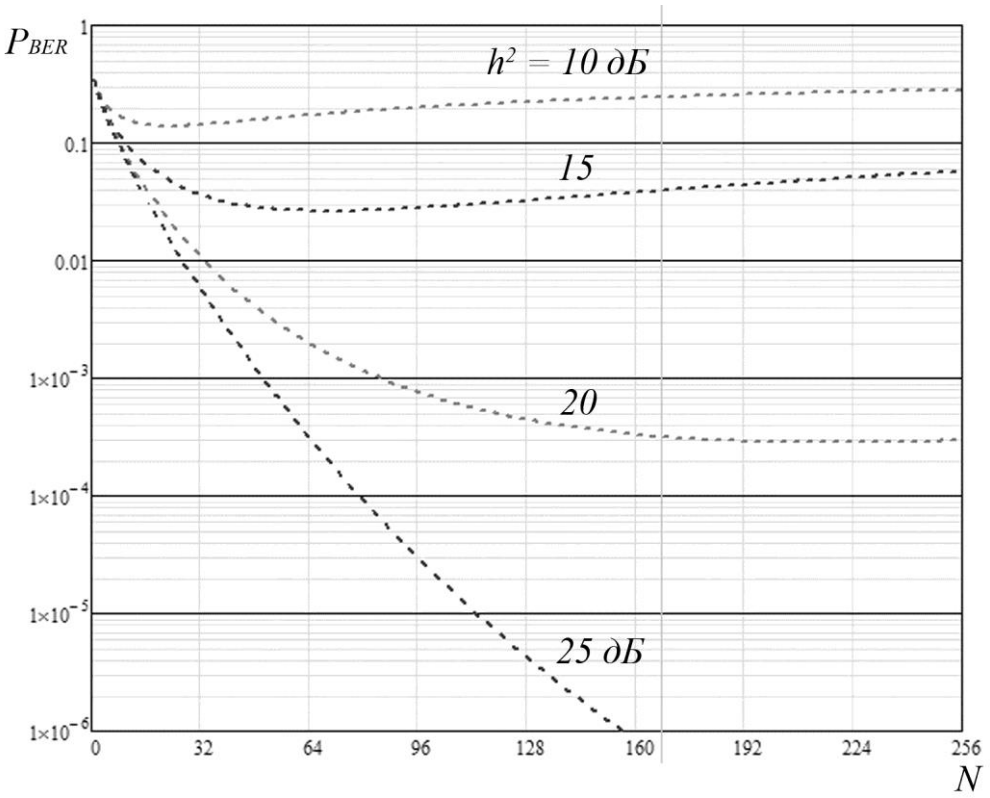


Рисунок 2.3 – Залежність P_{BER} від кількості відліків N при сталих значеннях h^2

На рис. 2.4. зображено графічна залежність відношення сигнал/завада від кількісті відліків при сталій ймовірності помилки біту P_{BER}.

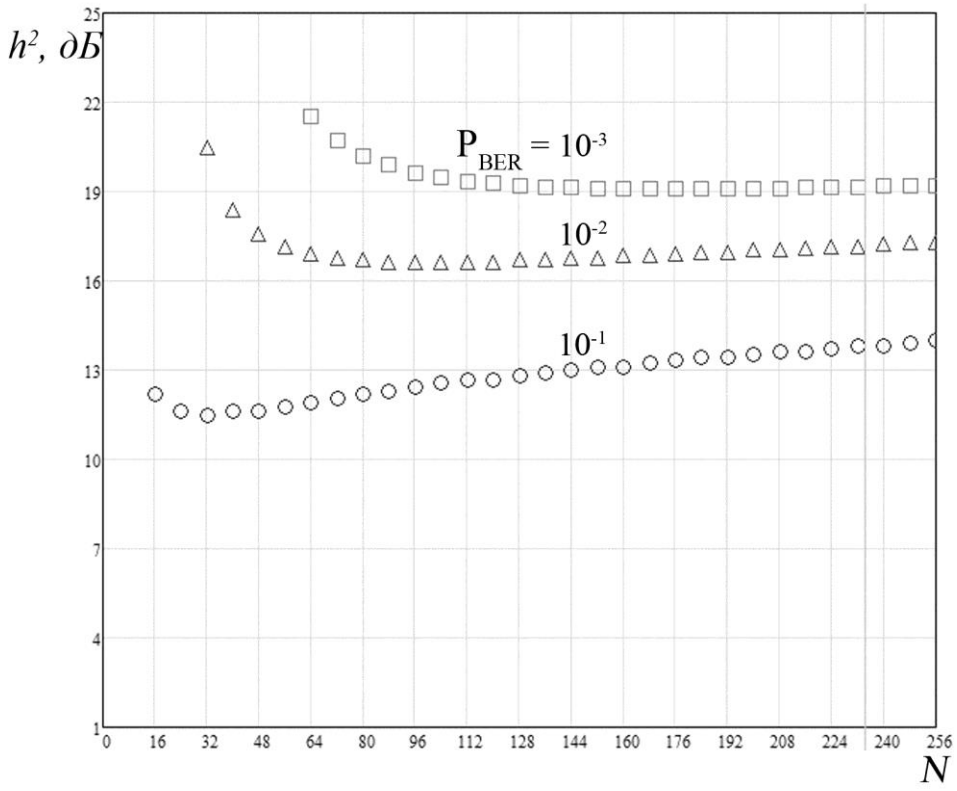


Рисунок 2.4 – Залежність h^2 від кількості відліків N
при сталій ймовірності помилки P_{BER}

Бачимо, що існують оптимальні значення кількості відліків *N*, які забезпечують необхідний рівень завадостійкості демодулятора при менших значеннях параметру h^2.

2.3. Аналіз впливу квадратичної складової демодулятора в імітаційній моделі цифрового модему із множинним доступом

У патенті [72] на стороні модулятора (рис. 2.5) еталонний сигнал має в (К-1) разів меншу потужність відносно прототипу [73], що дозволяє збільшити завадостійкість пристрою за рахунок зменшення впливу системної завади.

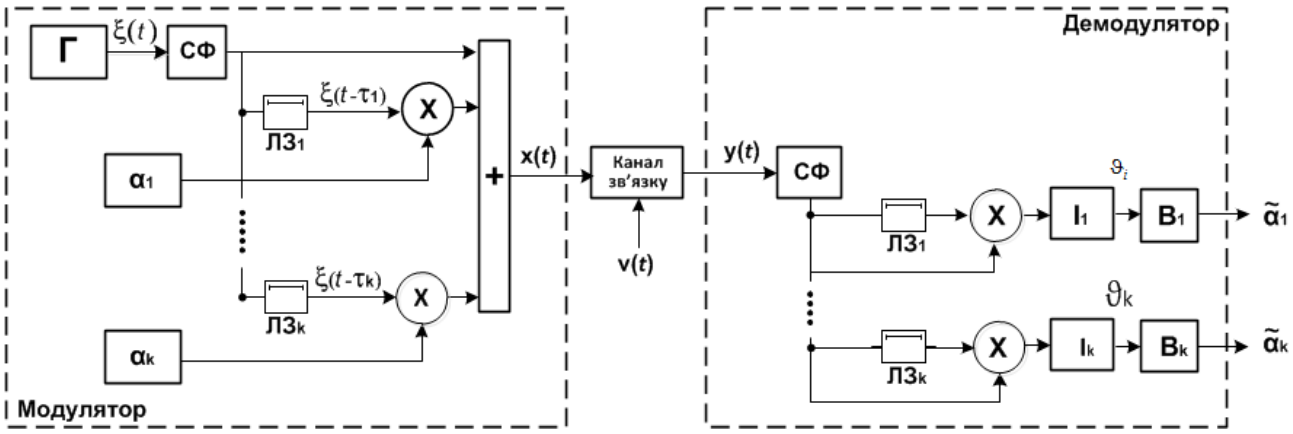


Рисунок 2.5 – Структурна схема модему

На виході модулятора (рис. 2.5) сигнал має вигляд:

$$x(t) = \xi(t) + \sum_{i=1}^{K} \alpha_i \xi(t - \tau_i),\ t = \overline{0;T}, \tag{2.29}$$

де $\alpha_i \in \{-1;+1\}$ – переданий інформаційний символ і-го користувача, що відповідає логічним бінарним сигналам «0» та «1» відповідно; T – довжина символьного інтервалу; $\xi(t)$ – опорний шумовий сигнал, згенерований шумовим генератором.

На вхід демодулятора приходить сигнал виду:

$$y(t) = x(t) + n(t) = \xi(t) + \sum_{i=1}^{K} \alpha_i \xi(t - \tau_i) + n(t), \tag{2.30}$$

де $n(t)$ $y(t) = x(t) + v(t)$– завада типу білого гауссового шуму, що додається в каналі зв'язку.

На виході *i*-го інтегратора (рис. 2.5) отримуємо значення сигналу:

$$\vartheta_i = \int_0^T y(t) \cdot y(t - \tau_i) dt, \tag{2.31}$$

Пристрій прийняття рішення по значенню ϑ_i визначає оцінку сигналу *i*-го користувача $\hat{\alpha}_i = 1$, якщо сигнал на виході корелятора (блок, що включає в себе множення та функцію кореляції) має додатне значення ($\vartheta_i \geq 0$), інакше $\hat{\alpha}_i = -1$.

Для спрощення апаратурної реалізації розглядаємо систему з цифровою обробкою сигналу в демодуляторі. Після обробки $y(t)$, що описаний виразом (2.30) аналогово-цифровим перетворювачем (АЦП) з інтервалом квантування по часу Δ на вході демодулятора, маємо векторне представленням вхідного сигналу

$$\bar{y} = \bar{\xi}_0 + \sum_{i=1}^{K} \alpha_i \bar{\xi}_i + \bar{n}_0, \tag{2.32}$$

де $\overline{\varphi_i}$, $\bar{\varphi} \in \{\bar{\xi}; \bar{n}\}$ – вектор з *N* відліками, що представляє проквантовані в часі складові $\overline{\varphi_i} = \{\varphi_{i,m}(t_m - \tau_i), \quad i = \overline{0, K}, \quad m = \overline{1, N}\}, \quad \tau_0 = 0, \quad t_m = m\Delta$.

Відповідно сигнал ϑ_i на вході порогового пристрою (на виході корелятора) запишемо у вигляді:

$$\vartheta_i = \left\langle \bar{\xi}_0 + \sum_{j=1}^{K} \alpha_j \cdot \bar{\xi}_j + \bar{n}_0, \bar{\xi}_i + \sum_{j=1}^{K} \alpha_j \cdot \bar{\xi}_{j+i} + \bar{n}_i \right\rangle = \tag{2.33}$$

$$= \left\langle \bar{\xi}_0, \bar{\xi}_i \right\rangle + \left\langle \bar{\xi}_0, \sum_{j=1}^{K} \alpha_j \cdot \bar{\xi}_{j+i} \right\rangle + \left\langle \bar{\xi}_0, \bar{n}_i \right\rangle +$$

$$+ \left\langle \sum_{j=1}^{K} \alpha_j \cdot \bar{\xi}_j, \bar{\xi}_i \right\rangle + \left\langle \sum_{j=1}^{K} \alpha_j \cdot \bar{\xi}_j, \sum_{j=1}^{K} \alpha_j \cdot \bar{\xi}_{j+i} \right\rangle + \left\langle \sum_{j=1}^{K} \alpha_j \cdot \bar{\xi}_j, \bar{n}_i \right\rangle +$$

$$+ \left\langle \bar{\xi}_i, \bar{n}_0 \right\rangle + \left\langle \sum_{j=1}^{K} \alpha_j \cdot \bar{\xi}_{j+i}, \bar{n}_0 \right\rangle + \left\langle \bar{n}_0, \bar{n}_i \right\rangle,$$

де, $\left\langle \bar{\nu}_j, \bar{s}_{j+i} \right\rangle = \sum_{m=1}^{N} \nu_{j,m} \cdot s_{j+i,m}$ – скалярний добуток векторів $\bar{\nu}_j$ та $\bar{s}_{j+i}$; $\nu, s \in \{\xi; n\}$, $\bar{s}_{j+i}$ – вектор, що представляє складову $s(t_m - \tau_j - \tau_i)$.

Розглянемо завадостійкість автокореляційної системи множинного доступу, визначивши залежності ймовірності виникнення помилки P_{BER} при

передачі біта, що залежить як від перевищення сигналу над завадою, так і від кількості відліків символьного інтервалу *N*.

Виходячи з (2.33), запишемо:

$$\vartheta_i = \eta_{11} + \eta_{12} + \eta_{13} + \eta_{21} + \eta_{22} + \eta_{23} + \eta_{31} + \eta_{32} + \eta_{33}, \tag{2.34}$$

де введено наступні позначення:

$$\eta_{11} = \left\langle \bar{\xi}_0, \bar{\xi}_i \right\rangle = \sum_{m=1}^{N} \xi_{0,m} \cdot \xi_{i,m};$$

$$\eta_{12} = \left\langle \bar{\xi}_0, \sum_{j=1}^{K} \alpha_j \cdot \bar{\xi}_{j+i} \right\rangle = \sum_{j=1}^{K} \alpha_j \sum_{m=1}^{N} \xi_{j+i,m} \cdot \xi_{0,m};$$

$$\eta_{13} = \left\langle \bar{\xi}_0, \bar{n}_i \right\rangle = \sum_{m=1}^{N} \xi_{0,m} \cdot n_{i,m};$$

$$\eta_{21} = \left\langle \sum_{j=1}^{K} \alpha_j \cdot \bar{\xi}_j, \bar{\xi}_i \right\rangle = \sum_{j=1}^{K} \alpha_j \sum_{m=1}^{N} \xi_{j,m} \cdot \xi_{i,m};$$

$$\eta_{22} = \left\langle \sum_{j=1}^{K} \alpha_j \cdot \bar{\xi}_j, \sum_{j=1}^{K} \alpha_j \cdot \bar{\xi}_{j+i} \right\rangle =$$

$$= \sum_{j=1}^{K} \alpha_j \sum_{z=1}^{K} \alpha_z \sum_{m=1}^{N} \xi_{j,m} \cdot \xi_{z+i,m};$$

$$\eta_{23} = \left\langle \sum_{j=1}^{K} \alpha_j \cdot \bar{\xi}_j, \bar{n}_i \right\rangle = \sum_{j=1}^{K} \alpha_j \sum_{m=1}^{N} \xi_{j,m} \cdot n_{i,m};$$

$$\eta_{31} = \left\langle \bar{\xi}_i, \bar{n}_0 \right\rangle = \sum_{m=1}^{N} \xi_{i,m} \cdot n_{0,m};$$

$$\eta_{33} = \left\langle \bar{n}_0, \bar{n}_i \right\rangle = \sum_{m=1}^{N} n_{0,m} \cdot n_{i,m}.$$

$$\eta_{32} = \left\langle \sum_{j=1}^{K} \alpha_j \cdot \bar{\xi}_{j+i}, \bar{n}_0 \right\rangle = \sum_{j=1}^{K} \alpha_j \sum_{m=1}^{N} \xi_{j+i,m} \cdot n_{0,m};$$

Для обчислення величини P_{BER} необхідно спочатку знайти значення математичного сподівання та дисперсії випадкової величини ϑ_i. Визначимо значення початкових моментів першого порядку для величини (2.34). Враховуючи некорельованість відліків $\xi_{j,m}$, знайдемо математичне сподівання скалярного добутку для елемента η_{11}.

$$m_1(\eta_{11}) = M\left\{ \sum_{m=1}^{N} \xi_{0,m} \cdot \xi_{i,m} \right\} = \sum_{m=1}^{N} \left[M\{\xi_{0,m}\} \cdot M\{\xi_{i,m}\} \right] = 0. \tag{2.35}$$

Аналогічним чином для решти доданків з (2.34) маємо

$$m_1(\eta_{12}) = m_1(\eta_{13}) = m_1(\eta_{22}) = m_1(\eta_{23}) = m_1(\eta_{31}) = m_1(\eta_{32}) = m_1(\eta_{33}) = 0, \tag{2.36}$$

Детальніше розглянемо величину

$$m_1(\eta_{21}) = M\left\{ \sum_{j=1}^{K} \sum_{m=1}^{N} \alpha_j \cdot \xi_{j,m} \cdot \xi_{i,m} \right\} =$$

$$= M\left\{ \sum_{\substack{j=1, \\ j \neq i}}^{i-1} \sum_{m=1}^{N} \alpha_j \cdot \xi_{j,m} \xi_{i,m} + \sum_{m=1}^{N} \alpha_i \cdot \xi_{i,m} \xi_{i,m} + \sum_{j=i+1}^{K} \sum_{m=1}^{N} \alpha_j \cdot \xi_{j,m} \xi_{i,m} \right\} =$$

$$= M\left\{\sum_{\substack{j=1,\\ j\neq i}}^{K}\sum_{m=1}^{N}\alpha_j\cdot\xi_{j,m}\xi_{i,m}+\sum_{m=1}^{N}\alpha_i\cdot\xi_{i,m}^2\right\}=$$

$$= M\left\{\sum_{\substack{j=1,\\ j\neq i}}^{K}\sum_{m=1}^{N}\alpha_j\cdot\xi_{j,m}\xi_{i,m}\right\}+M\left\{\sum_{m=1}^{N}\alpha_i\cdot\xi_{i,m}^2\right\}= \qquad (2.37)$$

$$= 0+M\left\{\sum_{m=1}^{N}\alpha_i\cdot\xi_{i,m}^2\right\}=\alpha_i\sum_{m=1}^{N}M\left\{\cdot\xi_{i,m}^2\right\}=\alpha_i\cdot\sigma_{\xi}^2\cdot N.$$

Додаючи значення моментів першого порядку складових у (2.34), отримаємо

$$m_1(\vartheta_i)=M\{\vartheta_i\}=\alpha_i\cdot\sigma_{\xi}^2\cdot N.$$

Для визначення дисперсії випадкової величини (ВВ) ϑ_i необхідно обрахувати моменти другого порядку

$$m_2(\vartheta_i)=M\{\eta_{11}+\eta_{12}+\eta_{13}+\eta_{21}+\eta_{22}+\eta_{23}+\eta_{31}+\eta_{32}+\eta_{33}\}^2, \qquad (2.38)$$

що містять доданки початкових моментів другого порядку від ВВ $\eta_{i,j},\quad i,j=\overline{1,3},$ і змішані моменти (кореляцію) від добутку $\eta_{i,j}\cdot\eta_{n,k},\quad i,j,n,k=\overline{1,3},\quad i,j\neq n,k$.

Враховуючи, що $\xi(t)$ – дельта корельований і центрований випадковий процес, можна записати:

$$M\{\xi_{i,m}\cdot\xi_{i,x}\}=\sigma_{\xi}^2\delta(m-x),$$

де $\delta(x)=\begin{cases}1, & x=0\\ 0, & x\neq 0\end{cases}$ – дельта-функція Кронекера.

Застосовуючи формулу [93, с. 74] для сумісно гауссових та центрованих випадкових величин:

$$M[\xi_1\xi_2\xi_3\xi_4]=M[\xi_1\xi_2]M[\xi_3\xi_4]+M[\xi_1\xi_3]M[\xi_2\xi_4]+M[\xi_1\xi_4]M[\xi_2\xi_3]; \qquad (2.39)$$

знайдемо другі початкові моменти доданків:

$$m_2(\eta_{11}^2)=M\left\{\left[\sum_{m=1}^{N}\xi_{0,m}\cdot\xi_{i,m}\right]^2\right\}=\sum_{m=1}^{N}\sum_{x=1}^{N}M\left\{\xi_{0,m}\cdot\xi_{i,m}\cdot\xi_{0,x}\cdot\xi_{i,x}\right\}=$$

$$=\sum_{m=1}^{N}\sum_{x=1}^{N}\begin{bmatrix}M\left\{\xi_{0,m}\cdot\xi_{i,m}\right\}M\left\{\xi_{0,x}\cdot\xi_{i,x}\right\}+\\+M\left\{\xi_{0,m}\cdot\xi_{0,x}\right\}M\left\{\xi_{i,m}\cdot\xi_{i,x}\right\}+\\+M\left\{\xi_{0,m}\cdot\xi_{i,x}\right\}M\left\{\xi_{i,m}\cdot\xi_{0,x}\right\}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\sum_{m=1}^{N}M\left\{\xi_{0,m}\cdot\xi_{i,m}\right\}\sum_{x=1}^{N}M\left\{\xi_{0,x}\cdot\xi_{i,x}\right\}+\\+\sum_{m=1}^{N}\sum_{x=1}^{N}M\left\{\xi_{0,m}\cdot\xi_{0,x}\right\}M\left\{\xi_{i,m}\cdot\xi_{i,x}\right\}+\\+\sum_{m=1}^{N}\sum_{x=1}^{N}M\left\{\xi_{0,m}\cdot\xi_{i,x}\right\}M\left\{\xi_{i,m}\cdot\xi_{0,x}\right\}\end{bmatrix}=$$

$$=\left[0+\sum_{m=1}^{N}\sum_{\substack{x=1\\x\neq m}}^{N}\left[M\left\{\xi_{0,m}\cdot\xi_{0,x}\right\}M\left\{\xi_{i,m}\cdot\xi_{i,x}\right\}\right]+\sum_{m=1}^{N}\left[M\left\{\xi_{0,m}\cdot\xi_{0,m}\right\}M\left\{\xi_{i,m}\cdot\xi_{i,m}\right\}\right]+0\right]=$$

$$=\sum_{m=1}^{N}\sum_{\substack{x=1\\x\neq m}}^{N}M\left\{\xi_{0,m}\cdot\xi_{0,x}\right\}\sigma_{\xi}^2\delta(m-x)+\sum_{m=1}^{N}\left[M\left\{\xi_{0,m}^2\right\}M\left\{\xi_{i,m}^2\right\}\right]= \qquad (2.40)$$

$$=0+\sigma_{\xi}^4N=\sigma_{\xi}^4N.$$

Аналогічно для $m_2(\eta_{12}^2)$, враховуючи, що, $\alpha_i\in\{+1;-1\}$, то $\alpha_i^2=1$,

$$m_2(\eta_{12}^2)=M\left\{\left[\sum_{j=1}^{K}\alpha_j\sum_{m=1}^{N}\xi_{0,m}\cdot\xi_{i+j,m}\right]^2\right\}=$$

$$=\sum_{j=1}^{K}\alpha_j\sum_{z=1}^{K}\alpha_zM\left\{\left[\sum_{m=1}^{N}\xi_{0,m}\cdot\xi_{j+i,m}\right]^2\right\}+$$

$$=\sum_{j=1}^{K}\alpha_j\sum_{z=1}^{K}\alpha_z\sum_{m=1}^{N}\sum_{x=1}^{N}M\left\{\xi_{0,m}\cdot\xi_{i+j,m}\cdot\xi_{0,x}\cdot\xi_{i+z,x}\right\}=$$

$$=\sum_{j=1}^{K}\alpha_j\sum_{z=1}^{K}\alpha_z\sum_{m=1}^{N}\sum_{x=1}^{N}\begin{bmatrix}M\left\{\xi_{0,m}\cdot\xi_{i+j,m}\right\}\cdot M\left\{\xi_{0,x}\cdot\xi_{i+z,x}\right\}+\\+M\left\{\xi_{0,m}\cdot\xi_{0,x}\right\}\cdot M\left\{\xi_{i+j,m}\cdot\xi_{i+z,x}\right\}+\\+M\left\{\xi_{0,m}\cdot\xi_{i+z,x}\right\}\cdot M\left\{\xi_{i+j,m}\cdot\xi_{0,x}\right\}\end{bmatrix}= \qquad (2.41)$$

$$=\sum_{j=1}^{K}\alpha_j^2\left[0+\sum_{m=1}^{N}\left[M\left\{\xi_{0,m}^2\right\}\cdot M\left\{\xi_{i+j,m}^2\right\}\right]+0\right]=$$

$$=K\cdot\sigma_{\xi}^4N;$$

Детальніше розглянемо складову $\eta_{21}^2=\sum_{j=1}^{K}\alpha_j\sum_{m=1}^{N}\xi_{i,m}\cdot\xi_{j,m}$, так як вона містить елементи, які підкоряються різним розподілам: $\eta_{21}^{\chi}=\alpha_i\sum_{m=1}^{N}\xi_{i,m}^2$, має квадратичний розподіл, а $\eta_{21}^{G}=\sum_{\substack{j=1,\\j\neq i}}^{K}\alpha_j\sum_{m=1}^{N}\xi_{i,m}\cdot\xi_{j,m}-$ наближається для $N>>1$ до Гаусового.

$$m_2\left(\left[\eta_{21}^{G}\right]^2\right)=M\left\{\left[\sum_{\substack{j=1,\\ j\neq i}}^{K}\alpha_j\sum_{m=1}^{N}\xi_{i,m}\cdot\xi_{j,m}\right]^2\right\}=$$

$$=M\left\{\sum_{\substack{j=1,\\ j\neq i}}^{K}\alpha_j\sum_{\substack{z=1,\\ z\neq i}}^{K}\alpha_z\left[\sum_{m=1}^{N}\sum_{x=1}^{N}\xi_{i,m}\cdot\xi_{j,m}\cdot\xi_{i,x}\cdot\xi_{z,x}\right]\right\}= \tag{2.42}$$

$$=\sum_{\substack{j=1,\\ j\neq i}}^{K}\alpha_j\sum_{\substack{z=1,\\ z\neq i}}^{K}\alpha_z\left[\begin{array}{l}\sum_{m=1}^{N}M\left\{\xi_{i,m}\cdot\xi_{j,m}\right\}\sum_{x=1}^{N}M\left\{\xi_{i,x}\cdot\xi_{z,x}\right\}+\\ +\sum_{m=1}^{N}\sum_{x=1}^{N}M\left\{\xi_{i,m}\cdot\xi_{i,x}\right\}\cdot M\left\{\xi_{j,m}\cdot\xi_{z,x}\right\}+\\ +\sum_{m=1}^{N}\sum_{x=1}^{N}M\left\{\xi_{i,m}\cdot\xi_{z,x}\right\}\cdot M\left\{\xi_{i,m}\cdot\xi_{j,x}\right\}\end{array}\right]=$$

$$=\sum_{\substack{j=1,\\ j\neq i}}^{K}\alpha_j\sum_{\substack{z=1,\\ z\neq i}}^{K}\alpha_z\sigma_\xi^2\delta(\mathrm{i}-\mathrm{j})\cdot\mathrm{N}\cdot\sum_{x=1}^{N}M\left\{\xi_{i,x}\cdot\xi_{z,x}\right\}+$$

$$+\sum_{\substack{j=1,\\ j\neq i}}^{K}\alpha_j\sum_{\substack{z=1,\\ z\neq i}}^{K}\alpha_z\left[\sum_{\substack{m=1,\\ x\neq m}}^{N}\sum_{\substack{x=1,\\ x\neq m}}^{N}M\left\{\xi_{i,m}\cdot\xi_{i,x}\right\}\cdot M\left\{\xi_{j,m}\cdot\xi_{z,x}\right\}+\sum_{m=1}^{N}M\left\{\xi_{i,m}\cdot\xi_{i,m}\right\}\cdot M\left\{\xi_{j,m}\cdot\xi_{z,m}\right\}\right]+$$

$$+\sum_{\substack{j=1,\\ j\neq i}}^{K}\alpha_j\sum_{\substack{z=1,\\ z\neq i}}^{K}\alpha_z\left[\sum_{\substack{m=1,\\ x\neq m}}^{N}\sum_{\substack{x=1,\\ x\neq m}}^{N}M\left\{\xi_{i,m}\cdot\xi_{z,x}\right\}\cdot M\left\{\xi_{i,m}\cdot\xi_{j,x}\right\}+\sum_{m=1}^{N}M\left\{\xi_{i,m}\cdot\xi_{z,m}\right\}\cdot M\left\{\xi_{i,m}\cdot\xi_{j,m}\right\}\right]=$$

$$=0+$$

$$+\sum_{\substack{j=1,\\ j\neq i}}^{K}\alpha_j\left[\sum_{\substack{m=1,\\ x\neq m}}^{N}\sum_{\substack{x=1,\\ x\neq m}}^{N}\sigma_\xi^2\delta(\mathrm{m}-\mathrm{x})\cdot M\left\{\xi_{j,m}\cdot\xi_{z,x}\right\}+\sigma_\xi^2\cdot N\cdot\sigma_\xi^2\cdot\delta(\mathrm{j}-\mathrm{z})\right]+$$

$$+\sum_{\substack{j=1,\\ j\neq i}}^{K}\alpha_j\sum_{\substack{z=1,\\ z\neq i}}^{K}\alpha_z\left[0+\sum_{m=1}^{N}\sigma_\xi^2\delta(\mathrm{i}-\mathrm{z})\cdot\sigma_\xi^2\delta(\mathrm{i}-\mathrm{j})\right]=$$

$$=0+\sum_{\substack{j=1,\\ j\neq i}}^{K}\alpha_j^2\left[0+\sigma_\xi^2\cdot N\cdot\sigma_\xi^2\cdot\delta(\mathrm{j}-\mathrm{j})\right]+0=$$

$$=\sigma_\xi^4 N\cdot(K-1);$$

Та відповідно для складової $\eta_{21}^{\chi}=\alpha_i\sum_{m=1}^{N}\xi_{i,m}^2$ маємо

$$m_2\left(\left[\eta_{21}^{\chi}\right]^2\right)=M\left\{\left[\alpha_i\sum_{m=1}^{N}\xi_{i,m}^2\right]^2\right\}=$$

$$=M\left\{\left[\alpha_i^2\sum_{m=1}^{N}\sum_{x=1}^{N}\xi_{i,m}^2\cdot\xi_{i,x}^2\right]\right\}= \qquad (2.43)$$

$$=\sum_{m=1}^{N}\sum_{x=1}^{N}M\left\{\xi_{i,m}\cdot\xi_{i,m}\cdot\xi_{i,x}\cdot\xi_{i,x}\right\}=$$

$$=\left[\begin{array}{l}\sum\limits_{m=1}^{N}M\left\{\xi_{i,m}\cdot\xi_{i,m}\right\}\sum\limits_{x=1}^{N}M\left\{\xi_{i,x}\cdot\xi_{i,x}\right\}+\\ +\sum\limits_{m=1}^{N}\sum\limits_{\substack{x=1,\\ x\neq m}}^{N}M\left\{\xi_{i,m}\cdot\xi_{i,x}\right\}\cdot M\left\{\xi_{i,m}\cdot\xi_{i,x}\right\}+\sum\limits_{m=1}^{N}M\left\{\xi_{i,m}\cdot\xi_{i,m}\right\}\cdot M\left\{\xi_{i,m}\cdot\xi_{i,m}\right\}\\ +\sum\limits_{m=1}^{N}\sum\limits_{\substack{x=1,\\ x\neq m}}^{N}M\left\{\xi_{i,m}\cdot\xi_{i,x}\right\}\cdot M\left\{\xi_{i,m}\cdot\xi_{i,x}\right\}+\sum\limits_{m=1}^{N}M\left\{\xi_{i,m}\cdot\xi_{i,m}\right\}\cdot M\left\{\xi_{i,m}\cdot\xi_{i,m}\right\}\end{array}\right]=$$

$$=\sigma_\xi^2N\cdot\sigma_\xi^2N+0+\sigma_\xi^2\cdot\sigma_\xi^2\cdot N+0+\sigma_\xi^2\cdot\sigma_\xi^2\cdot N=\sigma_\xi^4N^2+2\sigma_\xi^4N.$$

Для $m_2(\eta_{22}^2)$ враховуючи, що $\alpha_i^2=1$, маємо

$$m_2(\eta_{22}^2)=M\left\{\left[\sum_{j=1}^{K}\alpha_j\sum_{z=1}^{K}\alpha_z\sum_{m=1}^{N}\xi_{j,m}\cdot\xi_{z+i,m}\right]^2\right\}=$$

$$=M\left\{\sum_{j=1}^{K}\alpha_j\sum_{z=1}^{K}\alpha_z\sum_{l=1}^{K}\alpha_l\sum_{c=1}^{K}\alpha_c\sum_{m=1}^{N}\sum_{x=1}^{N}\xi_{j,m}\cdot\xi_{z+i,m}\cdot\xi_{l,x}\cdot\xi_{c+i,x}\right\}=$$

$$=\sum_{j=1}^{K}\alpha_j\sum_{z=1}^{K}\alpha_z\sum_{l=1}^{K}\alpha_l\sum_{c=1}^{K}\alpha_c\left[\begin{array}{l}\sum\limits_{m=1}^{N}M\left\{\xi_{j,m}\cdot\xi_{z+i,m}\right\}\sum\limits_{x=1}^{N}M\left\{\xi_{l,x}\cdot\xi_{c+i,x}\right\}+\\ +\sum\limits_{m=1}^{N}\sum\limits_{x=1}^{N}M\left\{\xi_{j,m}\cdot\xi_{l,x}\right\}\cdot M\left\{\xi_{z+i,m}\cdot\xi_{c+i,x}\right\}+\\ +\sum\limits_{m=1}^{N}\sum\limits_{x=1}^{N}M\left\{\xi_{j,m}\cdot\xi_{c+i,x}\right\}\cdot M\left\{\xi_{l,x}\cdot\xi_{z+i,m}\right\}\end{array}\right]=$$

$$=\left[\begin{array}{l}0+\\ +\sum\limits_{j=1}^{K}\alpha_j^2\sum\limits_{z=1}^{K}\alpha_z\sum\limits_{c=1}^{K}\alpha_c\sum\limits_{m=1}^{N}\sum\limits_{x=1}^{N}M\left\{\xi_{j,m}\cdot\xi_{j,x}\right\}\cdot M\left\{\xi_{z+i,m}\cdot\xi_{c+i,x}\right\}+\\ +0\end{array}\right]= \qquad (2.44)$$

$$=\sum_{j=1}^{K}\alpha_j^2\sum_{z=1}^{K}\alpha_z^2\left[\begin{array}{l}\sum\limits_{m=1}^{N}\sum\limits_{\substack{x=1,\\ x\neq m}}^{N}M\left\{\xi_{j,m}\cdot\xi_{j,x}\right\}\cdot M\left\{\xi_{z+i,m}\cdot\xi_{z+i,x}\right\}+\\ +\sum\limits_{m=1}^{N}M\left\{\xi_{j,m}\cdot\xi_{j,m}\right\}\cdot M\left\{\xi_{z+i,m}\cdot\xi_{z+i,m}\right\}\end{array}\right]=$$

$$= \sum_{j=1}^{K} \sum_{z=1}^{K} 0 + \sum_{m=1}^{N} M\left\{\xi_{j,m}^2\right\} \cdot M\left\{\xi_{z+i,m}^2\right\} = K^2 \sigma_{\xi}^4 N.$$

Враховуючи незалежність дискретних випадкових величин $\bar{\xi}$ та $\bar{n}$, знайдемо моменти величин $m_2(\eta_{13}^2)$, $m_2(\eta_{31}^2)$

$$m_2(\eta_{13}^2) = M\left\{\left[\sum_{m=1}^{N} \xi_{0,m} \cdot n_{i,m}\right]^2\right\} = \sum_{m=1}^{N} \sum_{x=1}^{N} M\left\{\xi_{0,m} \cdot n_{i,m} \cdot \xi_{0,x} \cdot n_{i,x}\right\} =$$

$$= \sum_{m=1}^{N} \sum_{x=1}^{N} \begin{bmatrix} M\left\{\xi_{0,m} \cdot n_{i,m}\right\} \cdot M\left\{\xi_{0,x} \cdot n_{i,x}\right\} + \\ + M\left\{\xi_{0,m} \cdot \xi_{0,x}\right\} \cdot M\left\{n_{i,m} \cdot n_{i,x}\right\} + \\ + M\left\{\xi_{0,m} \cdot n_{i,x}\right\} \cdot M\left\{n_{i,m} \cdot \xi_{0,x}\right\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{m=1}^{N} M\left\{\xi_{0,m} \cdot n_{i,m}\right\} \sum_{x=1}^{N} M\left\{\xi_{0,x} \cdot n_{i,x}\right\} + \\ + \sum_{m=1}^{N} \sum_{x=1}^{N} M\left\{\xi_{0,m} \cdot \xi_{0,x}\right\} \cdot M\left\{n_{i,m} \cdot n_{i,x}\right\} + \\ + \sum_{m=1}^{N} \sum_{x=1}^{N} M\left\{\xi_{0,m} \cdot n_{i,x}\right\} \cdot M\left\{n_{i,m} \cdot \xi_{0,x}\right\} \end{bmatrix} = \quad (2.45)$$

$$= \begin{bmatrix} 0 + \\ + \sum_{m=1}^{N} \sum_{x=1}^{N} M\left\{\xi_{0,m} \cdot \xi_{0,x}\right\} \cdot M\left\{n_{i,m} \cdot n_{i,x}\right\} + \\ + 0 \end{bmatrix} = \sum_{m=1}^{N} M\left\{\xi_{0,m}^2\right\} \cdot M\left\{n_{i,m}^2\right\} = \sigma_{\xi}^2 \cdot \sigma_n^2 \cdot N;$$

$$m_2(\eta_{31}^2) = M\left\{\left[\sum_{m=1}^{N} \xi_{i,m} \cdot n_{0,m}\right]^2\right\} = \sum_{m=1}^{N} \sum_{x=1}^{N} M\left\{\xi_{i,m} \cdot n_{0,m} \cdot \xi_{i,x} \cdot n_{0,x}\right\} =$$

$$= \begin{bmatrix} \sum_{m=1}^{N} M\left\{\xi_{i,m} \cdot n_{0,m}\right\} \sum_{x=1}^{N} M\left\{\xi_{i,x} \cdot n_{0,x}\right\} + \\ + \sum_{m=1}^{N} \sum_{x=1}^{N} M\left\{\xi_{i,m} \cdot \xi_{i,x}\right\} \cdot M\left\{n_{0,m} \cdot n_{0,x}\right\} + \\ + \sum_{m=1}^{N} \sum_{x=1}^{N} M\left\{\xi_{i,m} \cdot n_{0,x}\right\} \cdot M\left\{n_{0,m} \cdot \xi_{i,x}\right\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 + \\ + \sum_{m=1}^{N} \sum_{x=1}^{N} M\left\{\xi_{i,m} \cdot \xi_{i,x}\right\} \cdot M\left\{n_{0,m} \cdot n_{0,x}\right\} + \\ + 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \sum_{m=1}^{N} M\left\{\xi_{i,m}^2\right\} \cdot M\left\{n_{0,m}^2\right\} = \sigma_{\xi}^2 \cdot \sigma_n^2 \cdot N;$$

Аналогічно для $m_2(\eta_{23}^2)$ та $m_2(\eta_{32}^2)$ маємо

$$m_2(\eta_{23}^2) = M\left\{\left[\sum_{j=1}^{K} \alpha_j \sum_{m=1}^{N} \xi_{j,m} \cdot n_{i,m}\right]^2\right\} =$$

$$M\left\{\sum_{j=1}^{K} \left[\alpha_j \sum_{m=1}^{N} \xi_{j,m} \cdot n_{i,m}\right] \times \sum_{j=1}^{K} \left[\alpha_j \sum_{m=1}^{N} \xi_{j,m} \cdot n_{i,m}\right]\right\} =$$

$$= \sum_{j=1}^{K} \alpha_j \sum_{z=1}^{K} \alpha_z M\left\{\sum_{m=1}^{N} \sum_{x=1}^{N} \xi_{j,m} \cdot n_{i,m} \cdot \xi_{z,x} \cdot n_{i,x}\right\} =$$

$$= \sum_{z=1}^{K} \alpha_j \sum_{j=1}^{K} \alpha_z \begin{bmatrix} \sum_{m=1}^{N} M\{\xi_{j,m} \cdot n_{i,m}\} \sum_{x=1}^{N} M\{\xi_{z,x} \cdot n_{i,x}\} + \\ + \sum_{m=1}^{N} \sum_{x=1}^{N} M\{\xi_{j,m} \cdot \xi_{z,x}\} \cdot M\{n_{i,m} \cdot n_{i,x}\} + \\ + \sum_{m=1}^{N} \sum_{x=1}^{N} M\{\xi_{j,m} \cdot n_{i,x}\} \cdot M\{\xi_{z,x} \cdot n_{i,m}\} \end{bmatrix} =$$

$$= \sum_{j=1}^{K} \alpha_j^2 \begin{bmatrix} 0 + \\ + \sum_{m=1}^{N} \sum_{x=1}^{N} M\{\xi_{j,m} \cdot \xi_{j,x}\} \cdot M\{n_{i,m} \cdot n_{i,x}\} + \\ + 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \sum_{j=1}^{K} \sum_{m=1}^{N} M\{\xi_{j,m}^2\} \cdot M\{n_{i,m}^2\} = K \cdot \sigma_\xi^2 \cdot \sigma_n^2 \cdot N;$$

$$m_2(\eta_{32}^2) = M\left\{\left[\sum_{j=1}^{K} \alpha_j \sum_{m=1}^{N} \xi_{j+i,m} \cdot n_{0,m}\right]^2\right\} =$$

$$= \sum_{j=1}^{K} \alpha_j \sum_{z=1}^{K} \alpha_z M\left\{\sum_{m=1}^{N} \sum_{x=1}^{N} \xi_{j+i,m} \cdot n_{0,m} \cdot \xi_{z+i,x} \cdot n_{0,x}\right\} =$$

$$= \sum_{j=1}^{K} \alpha_j \sum_{z=1}^{K} \alpha_z \begin{bmatrix} \sum_{m=1}^{N} M\{\xi_{j+i,m} \cdot n_{0,m}\} \cdot \sum_{x=1}^{N} M\{\xi_{z+i,x} \cdot n_{0,x}\} + \\ + \sum_{m=1}^{N} \sum_{m=1}^{N} M\{\xi_{j+i,m} \cdot \xi_{z+i,x}\} M\{n_{0,m} \cdot n_{0,x}\} + \\ + \sum_{m=1}^{N} \sum_{m=1}^{N} M\{\xi_{j+i,m} \cdot n_{0,x}\} M\{n_{0,m} \cdot \xi_{z+i,x}\} \end{bmatrix} =$$

$$= \sum_{j=1}^{K} \alpha_j^2 \left[0 + \sum_{m=1}^{N} \sum_{m=1}^{N} M\{\xi_{j+i,m} \cdot \xi_{j+i,x}\} M\{n_{0,m} \cdot n_{0,x}\} + 0\right] =$$

$$= \sum_{j=1}^{K} \sum_{m=1}^{N} M\{\xi_{j+i,m}^2\} \cdot M\{n_{0,m}^2\} = K \cdot \sigma_\xi^2 \cdot \sigma_n^2 \cdot N.$$

Та для елемента

$$m_2(\eta_{33}^2) = M\left\{\left[\sum_{m=1}^{N} n_{0,m}\cdot n_{i,m}\right]^2\right\} =$$

$$= M\left\{\sum_{m=1}^{N}\sum_{x=1}^{N} n_{0,m}\cdot n_{i,m}\cdot n_{0,x}\cdot n_{i,x}\right\} =$$

$$= \begin{bmatrix} \sum_{m=1}^{N} M\{n_{0,m}\cdot n_{i,m}\}\sum_{x=1}^{N} M\{n_{0,x}\cdot n_{i,x}\} + \\ + \sum_{m=1}^{N}\sum_{x=1}^{N} M\{n_{0,m}\cdot n_{0,x}\}M\{n_{i,m}\cdot n_{i,x}\} + \\ + \sum_{m=1}^{N}\sum_{x=1}^{N} M\{n_{0,m}\cdot n_{i,x}\}M\{n_{i,m}\cdot n_{0,x}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 + \\ + \sum_{m=1}^{N}\sum_{\substack{x=1 \\ x\neq m}}^{N} \left[M\{n_{0,m}\cdot n_{0,x}\}M\{n_{i,m}\cdot n_{i,x}\}\right] + \\ + \sum_{m=1}^{N} \left[M\{n_{0,m}\cdot n_{0,m}\}M\{n_{i,m}\cdot n_{i,m}\}\right] + \\ + 0 \end{bmatrix} = \quad (2.46)$$

$$= \sum_{m=1}^{N}\sum_{\substack{x=1 \\ x\neq m}}^{N} M\{n_{0,m}\cdot n_{0,x}\}\sigma_n^2\delta(m-x) + \sum_{m=1}^{N}\left[M\{n_{0,m}^2\}M\{n_{i,m}^2\}\right] = 0 + \sigma_n^4 N = \sigma_n^4 N.$$

Значення математичного сподівання від подвоєних добутків дорівнюють нулю. Проілюструємо це на прикладі визначення:

$$m_2(\eta_{12}\cdot\eta_{22}) = M\left\{\left[\sum_{j=1}^{K}\alpha_j\sum_{m=1}^{N}\xi_{0,m}\cdot\xi_{i+j,m}\right]\cdot\left[\sum_{f=1}^{K}\alpha_f\sum_{z=1}^{K}\alpha_z\sum_{x=1}^{N}\xi_{f,x}\cdot\xi_{z+i,x}\right]\right\} =$$

$$= \sum_{j=1}^{K}\alpha_j\sum_{f=1}^{K}\alpha_f\sum_{z=1}^{K}\alpha_z\sum_{m=1}^{N}\sum_{x=1}^{N} M[\xi_{0,m}\cdot\xi_{i+j,m}\cdot\xi_{f,x}\cdot\xi_{z+i,x}] =$$

$$= \sum_{j=1}^{K}\alpha_j\sum_{\mathrm{f}=1}^{K}\alpha_f\sum_{z=1}^{K}\alpha_z\sum_{m=1}^{N}\sum_{x=1}^{N}\begin{bmatrix} M\{\xi_{0,m}\cdot\xi_{i+j,m}\}\cdot M\{\xi_{f,x}\cdot\xi_{z+i,x}\} + \\ + M\{\xi_{0,m}\cdot\xi_{f,x}\}\cdot M\{\xi_{i+j,m}\cdot\xi_{z+i,x}\} + \\ + M\{\xi_{0,m}\cdot\xi_{z+i,x}\}\cdot M\{\xi_{i+j,m}\cdot\xi_{f,x}\} \end{bmatrix} =$$

$$= \sum_{j=1}^{K}\alpha_j\sum_{\mathrm{f}=1}^{K}\alpha_f\sum_{z=1}^{K}\alpha_z\sum_{m=1}^{N}\sum_{x=1}^{N}\begin{bmatrix} \sigma_\xi^2\delta(i+j)\cdot M\{\xi_{f,n}\cdot\xi_{z+i,x}\} + \\ M\{\xi_{0,m}\cdot\xi_{f,x}\}\cdot M\{\xi_{i+j,m}\cdot\xi_{z+i,x}\} + \\ + M\{\xi_{0,m}\cdot\xi_{z+i,x}\}\cdot M\{\xi_{i+j,m}\cdot\xi_{f,x}\} \end{bmatrix} =$$

$$= \sum_{j=1}^{K}\alpha_j\sum_{\mathrm{f}=1}^{K}\alpha_f\sum_{z=1}^{K}\alpha_z\sum_{m=1}^{N}\sum_{x=1}^{N}\begin{bmatrix} 0 + M\{\xi_{0,m}\cdot\xi_{f,x}\}\cdot M\{\xi_{i+j,m}\cdot\xi_{z+i,x}\} + \\ + M\{\xi_{0,m}\cdot\xi_{z+i,x}\}\cdot M\{\xi_{i+j,m}\cdot\xi_{f,x}\} \end{bmatrix} =$$

$$= \sum_{j=1}^{K}\alpha_j\sum_{\mathrm{f}=1}^{K}\alpha_f\sum_{z=1}^{K}\alpha_z\begin{bmatrix} \sum_{m=1}^{N}\sum_{\substack{x=1 \\ x\neq m}}^{N} M\{\xi_{0,m}\cdot\xi_{f,x}\}\cdot M\{\xi_{i+j,m}\cdot\xi_{z+i,x}\} + \\ \sum_{m=1}^{N}\sigma_\xi^2\delta(f)\cdot M\{\xi_{i+j,m}\cdot\xi_{z+i,x}\} + \\ + \sum_{m=1}^{N}\sum_{\substack{x=1 \\ x\neq m}}^{N} M\{\xi_{0,m}\cdot\xi_{z+i,x}\}\cdot M\{\xi_{i+j,m}\cdot\xi_{f,x}\} + \\ \sum_{m=1}^{N}\sigma_\xi^2\delta(z+i)\cdot M\{\xi_{i+j,m}\cdot\xi_{f,x}\} \end{bmatrix} = \quad (2.47)$$

$$= \sum_{j=1}^{K} \alpha_j \sum_{\mathrm{f}=1}^{K} \alpha_f \sum_{z=1}^{K} \alpha_z \left[\begin{array}{l} \sum\limits_{m=1}^{N} \sum\limits_{\substack{x=1 \\ x \neq m}}^{N} M\{\xi_{0,m} \cdot \xi_{f,x}\} \cdot M\{\xi_{i+j,m} \cdot \xi_{z+i,x}\} + 0 + \\ + \sum\limits_{m=1}^{N} \sum\limits_{\substack{x=1 \\ x \neq m}}^{N} M\{\xi_{0,m} \cdot \xi_{z+i,x}\} \cdot M\{\xi_{i+j,m} \cdot \xi_{f,x}\} + 0 \end{array} \right] = 0$$

Складові виразу (2.34), за винятком η_{21}, мають розподіл, який при великих значеннях величини N наближається до гауссового. Доданок η_{21} містить складову (2.43), яка має розподіл χ^2 з N ступенями свободи [36]. Тому доданки, отримані у формулах (2.40–2.46), запишемо роздільно відповідно розподілів, яким вони апроксимуються:

$$m_2^{\vartheta i\langle G\rangle} = \sigma_\xi^4 N(1+K+(K-1)+K^2) + \\ + 2\sigma_\xi^2 \cdot \sigma_n^2 \cdot N(1+K) + \sigma_n^4 N;$$

$$m_2^{\vartheta i\langle \chi\rangle} = \sigma_\xi^4 N^2 + 2\sigma_\xi^4 N = \sigma_\xi^4 (N^2+2N);$$

Визначимо дисперсії ВВ $\vartheta_i^{<r>}$, $r \in \{\mathrm{G}, \chi\}$,

$$D_{<\mathrm{G}>}^{\vartheta i} = m_2^{\vartheta i} - \left(m_1^{\vartheta i}\right)^2 = N[\sigma_\xi^4(2K+K^2) + 2\sigma_\xi^2 \cdot \sigma_n^2 \cdot (1+K) + \sigma_n^4];$$

$$D_{<\chi>}^{\vartheta i} = m_2^{\vartheta i} - \left(m_1^{\vartheta i}\right)^2 = \sigma_\xi^4(N^2+2N) - \alpha_i^2 \cdot \sigma_\xi^4 \cdot N^2 = 2\sigma_\xi^4 N;$$

Таким чином, величина ϑ як сума незалежних ВВ з гауссовим та χ^2 розподілом має розподіл, що визначений згорткою розподілів, і її щільність ймовірності дорівнює [79]

$$\omega_{\vartheta_i^{<\mathrm{G}>}+\vartheta_i^{<\chi>}}(y) = \int_{-\infty}^{\infty} \omega_{\vartheta_i^{<\mathrm{G}>}}(\alpha y - x)\omega_{\vartheta_i^{<\chi>}}(x)dx = \int_0^{\infty} \omega_{\vartheta_i^{<\mathrm{G}>}}(\alpha y - x)\omega_{\vartheta_i^{<\chi>}}(x)dx =$$

$$= \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi D_{\langle \mathrm{G}\rangle}}} \exp\left(-\frac{(\alpha y - x)^2}{2D_{\langle \mathrm{G}\rangle}}\right) \cdot \frac{x^{N/2-1}\exp(-x/2\sigma_\xi^2)}{\sqrt{(2\sigma_\xi^2)^N}\,\Gamma(N/2)} dx =$$

$$= \frac{\int_0^{\infty} x^{N/2-1}\exp[-x/(2\sigma_\xi^2) - (\alpha y - x)^2/(2D_{\langle \mathrm{G}\rangle})]dx}{\Gamma(N/2)\sqrt{2\pi D_{\langle \mathrm{G}\rangle}(2\sigma_\xi^2)^N}}.$$

де $\Gamma(\nu) = \int_0^{\infty} x^{\nu-1}e^{-x}dx$ – гамма–функція.

Ймовірність помилки $\mathrm{P_{ber}}$ демодулятором при рівноймовірній апріорній передачі бінарних посилок буде визначена із виразу

$$P_{ber} = \int_{-\infty}^{0} \omega_{\vartheta_{1\langle G\rangle}+\vartheta_{2\langle \chi\rangle}}(y)dy = \frac{\int_{-\infty}^{0}\int_{0}^{\infty} x^{N/2-1}\exp[-\frac{x}{2\sigma_\xi^2}-\frac{(y-x)^2}{2D_{\langle G\rangle}}]dxdy}{\Gamma(N/2)\sqrt{2\pi D_{\langle G\rangle}(2\sigma_\xi^2)^N}}. \quad (2.48)$$

Підставивши значення дисперсії D_{ϑ_1} з (2.19) в (2.26), маємо

$$P_{ber} = \frac{\int_{-\infty}^{0}\int_{0}^{\infty} x^{N/2-1}\exp[-\frac{x}{2\sigma_\xi^2}-\frac{(y-x)^2}{2(N[\sigma_\xi^4(2K+K^2)+2\sigma_\xi^2\cdot\sigma_n^2\cdot(1+K)+\sigma_n^4])}]dxdy}{\Gamma(N/2)\sqrt{2\pi\cdot(N[\sigma_\xi^4(2K+K^2)+2\sigma_\xi^2\cdot\sigma_n^2\cdot(1+K)+\sigma_n^4])\cdot(2\sigma_\xi^2)^N}}. \quad (2.49)$$

Для розрахунків завадостійкості демодулятора по (2.27) доцільно виділити параметр h^2 – перевищення сигнал/шум

$$h^2 = \frac{E_b}{N_0},$$

де E_b – енергія сигнальної складової інформаційного біта;

$N_0 = 2\sigma_n^2$ – одностороння спектральна щільність потужності завади.

Енергія сигнальної складової системи дорівнює

$$E_b = (K+1)\sigma_\xi^2 N.$$

Для того щоб визначити завадостійкість і-го користувача, у виразі h^2 для окремого користувача слід взяти лише частину загальної енергії, що рівномірно розподілена між К користувачами

$$E_b = (1+1/K)\sigma_\xi^2 N,$$

тому

$$h^2 = \frac{E_b}{N_0} = \frac{(1+1/K)\sigma_\xi^2 N}{2\sigma_n^2}.$$

$$\sigma_\xi^2 = \frac{h^2\cdot 2\sigma_n^2}{(1+1/K)N}. \quad (2.50)$$

В рівнянні (2.28) приймемо σ_n^2=1, тоді

$$\sigma_\xi^2 = \frac{2\cdot h^2}{(1+1/K)N}.$$

Таким чином (2.27), прийме вигляд

$$P_{ber} = \frac{\int_{-\infty}^{0}\int_{0}^{\infty} x^{N/2-1}\exp\left[-\frac{x}{2\sigma_\xi^2} - \frac{(y-x)^2}{2(N[\sigma_\xi^2(\sigma_\xi^2 2K + \sigma_\xi^2 K^2) + 2\sigma_\xi^2\cdot\sigma_n^2\cdot(1+K) + \sigma_n^4])}\right]dxdy}{\Gamma(N/2)\sqrt{2\pi\cdot(N[\sigma_\xi^2(\sigma_\xi^2 2K + \sigma_\xi^2 K^2) + 2\sigma_\xi^2\cdot\sigma_n^2\cdot(1+K) + \sigma_n^4])\cdot\left(2\sigma_\xi^2\right)^N}}. \quad (2.51)$$

На графіку (рис. 1) представлені розрахунки ймовірності виникнення помилки (P_{BER}) від відношення сигнал/завада (h^2) з врахуванням розподілу χ^2 при різній кількості користувачів та сталій кількості відліків ($N=100$).

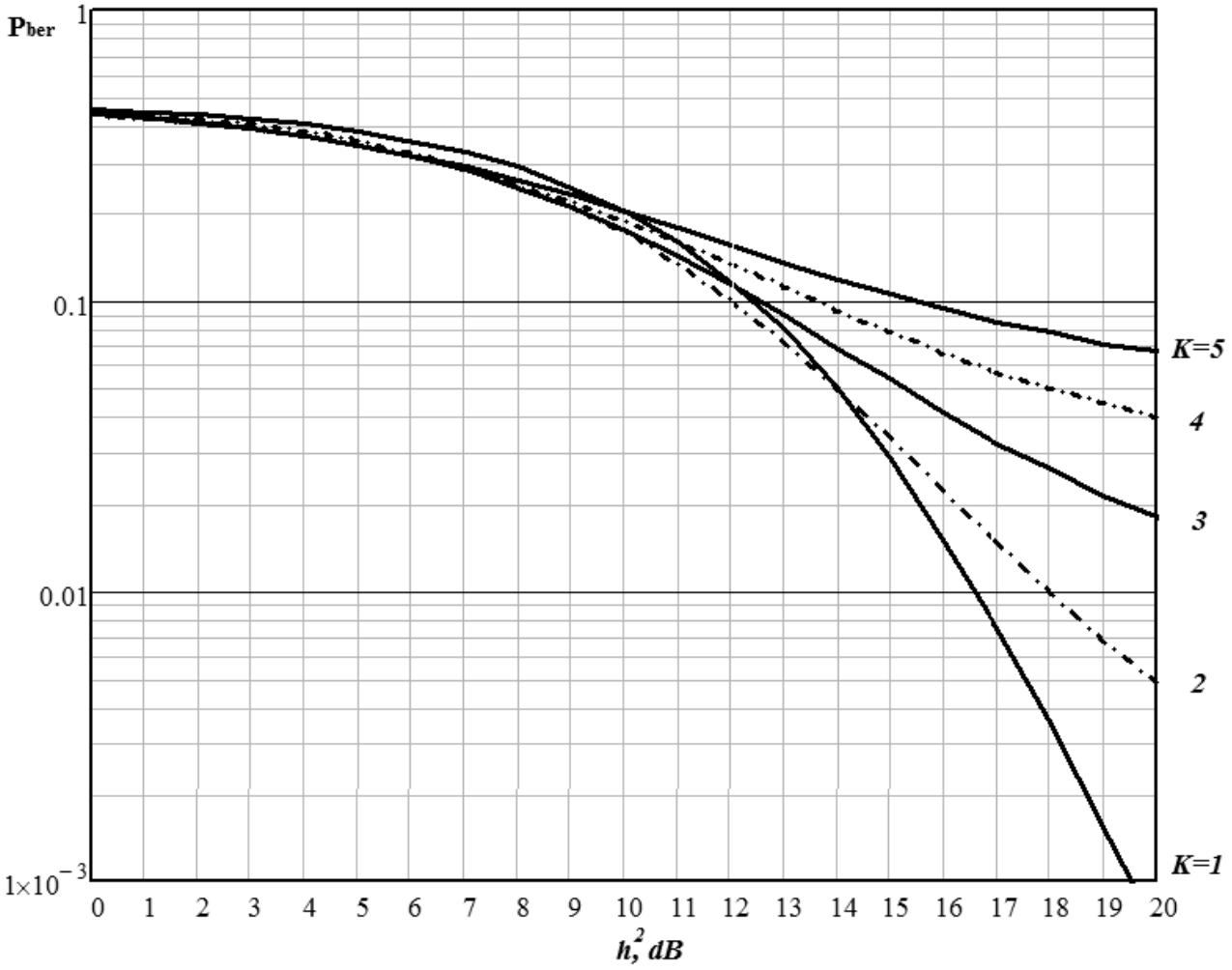


Рисунок 2.6 – Залежність ймовірності виникнення помилки P_{BER} від h^2

На рис. 2 представлені розрахунки імітаційного моделювання при різній кількості користувачів та сталій кількості відліків ($N=100$).

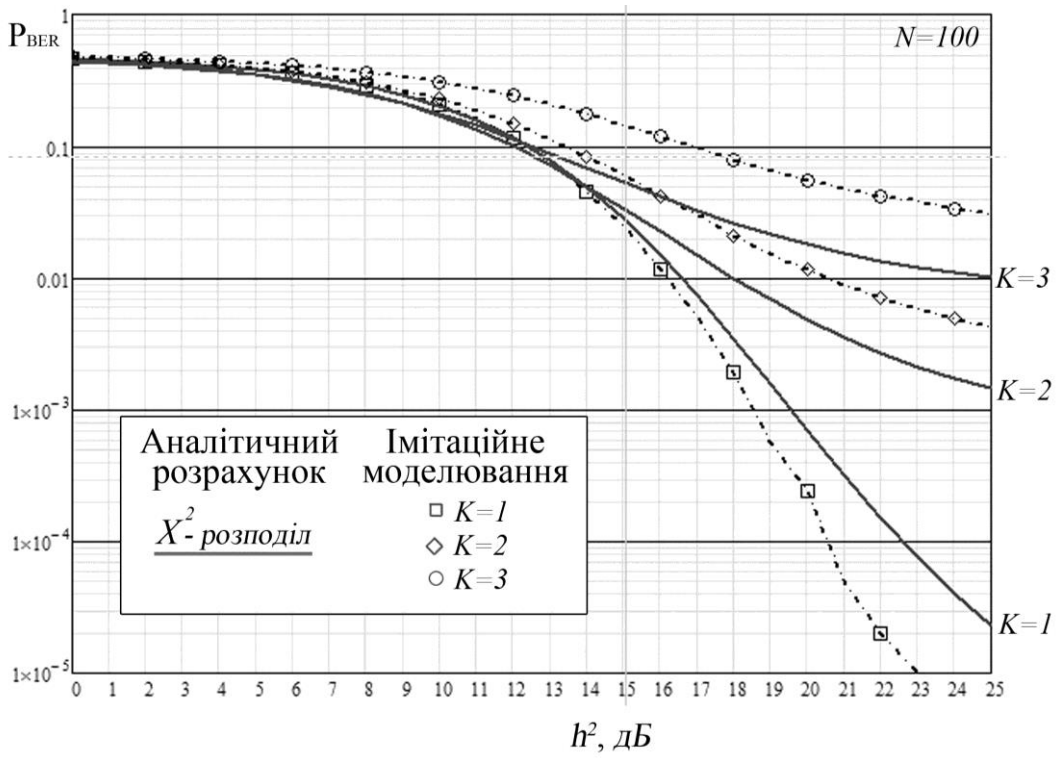
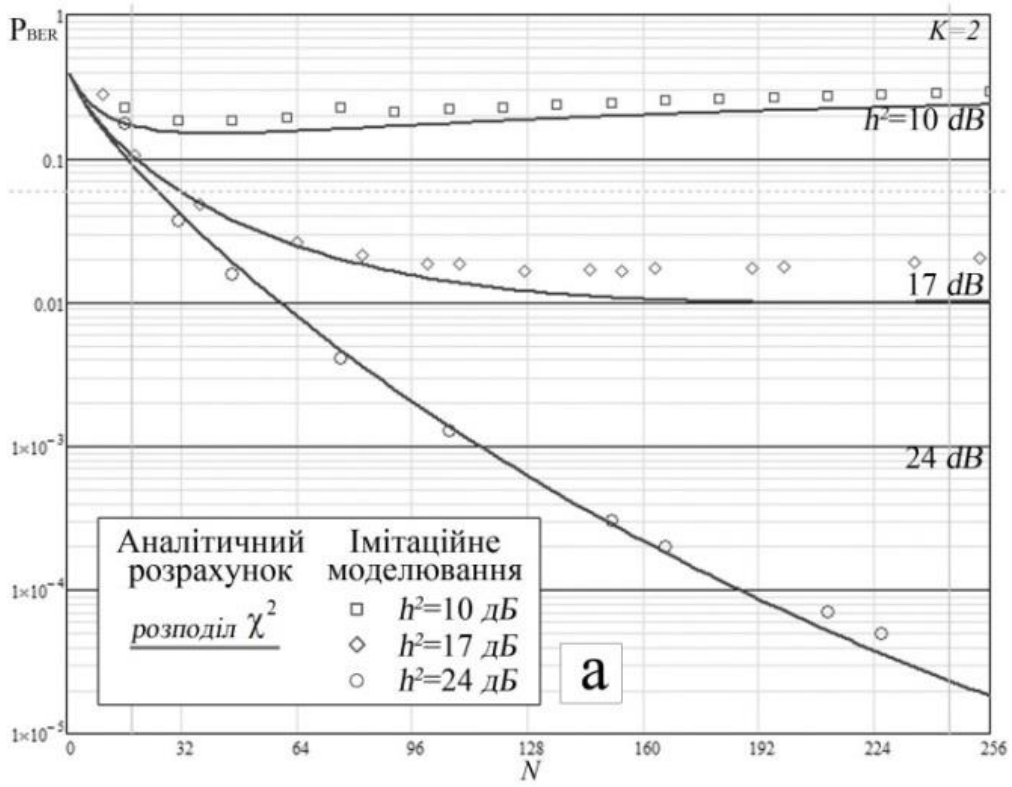


Рисунок 2.7 – Залежність ймовірності виникнення помилки P_{BER} від h^2 (Імітаційне моделювання)

Приведемо залежність ймовірності помилки від кількості відліків інформаційного символу N при сталому відношені сигнал/завада (E_b/N_0).



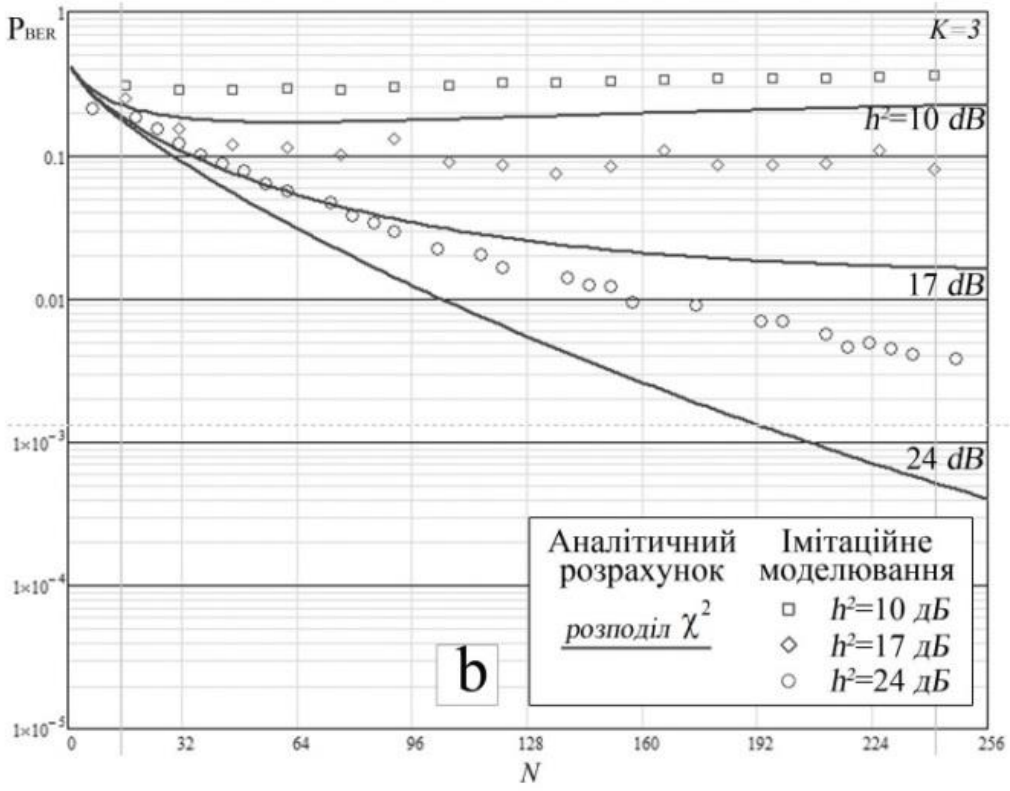


Рисунок 2.8 – Залежність ймовірності виникнення помилки P_{BER} від N відліків при сталих значеннях відношення сигнал/завада h^2 та різній кількості користувачів а) К=2; b) К=3

У наведених залежностях (рис. 2.9) ми можемо спостерігати екстремум типу мінімуму. При збільшенні перевищення h^2 екстремальне значення величини N збільшується.

Аналізуючи отримані дані (рис. 2.9), отримаємо оптимальне значення кількості відліків для заданого відношення сигнал-завада, h^2 за допомогою використання методу експоненціальної регресії:

$$N_{opt} = \exp(a + b \cdot h^2); \tag{2.52}$$

де,

$$b = \frac{n \cdot \sum_{k=1}^{K} h_k^2 \cdot \ln(N_k) - \sum h_k^2 \sum \ln(N_k)}{n \cdot \sum \left(h_k^2\right)^2 - \left(\sum h_k^2\right)};$$

$$a = \frac{1}{n} \cdot \sum \ln(N_k) - \frac{b}{n} \sum h_k^2.$$

У табл. 2.1 приведено значення обрахованих параметрів для різної кількості користувачів системи.

Таблиця 2.1 – Параметри експоненціальної регресії від К користувачів

Кількість користувачів, К	**a**	**b**
1	0.761	0.232
2	1.489	0.227
3	1.78	0.233
4	2.117	0.229

На рис. 2.10 представлена експоненціальна залежність оптимальної кількості (N) відліків від рівня сигнал/завада при різній кількості користувачів.

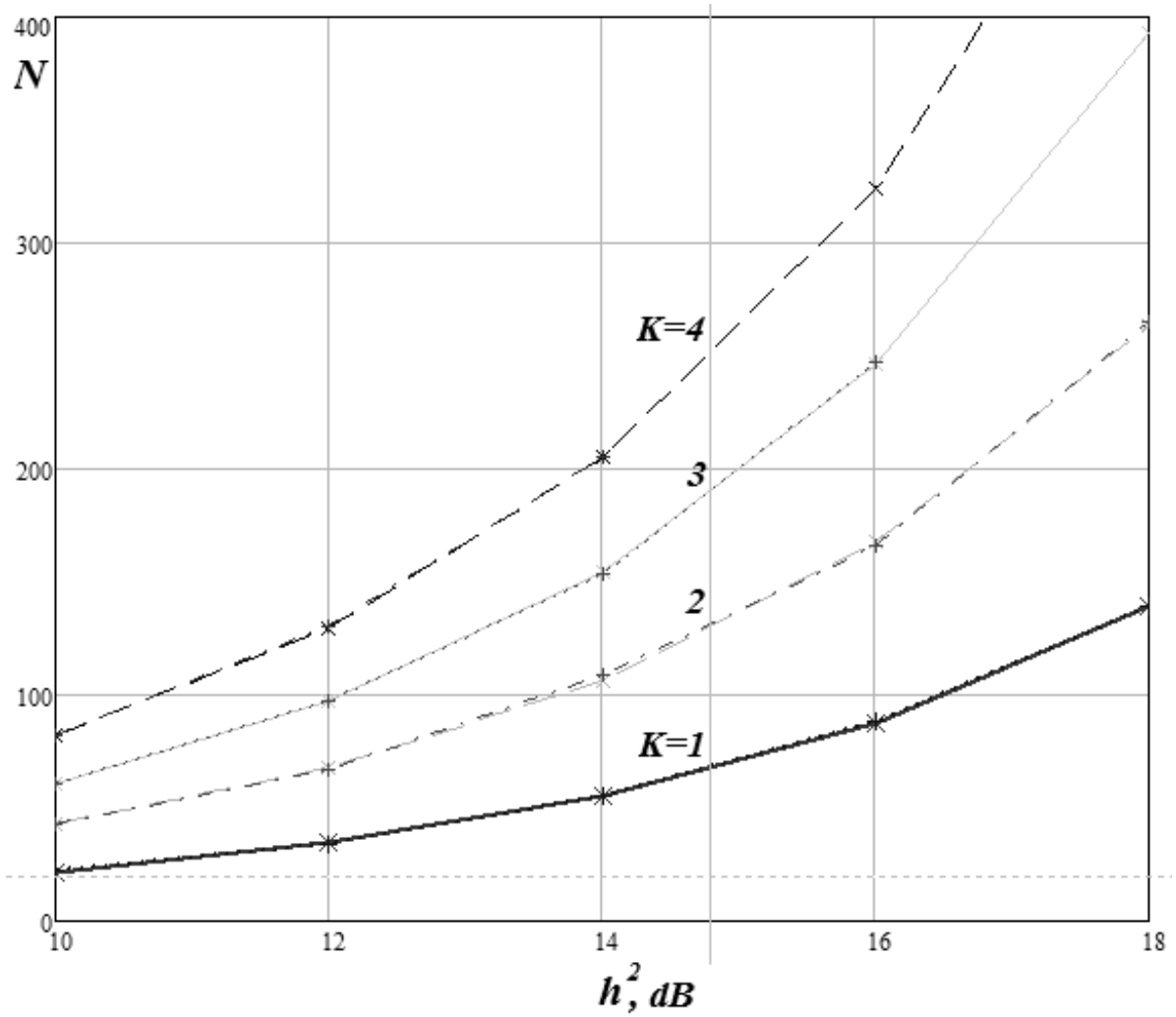


Рисунок 2.9 – Залежність оптимальної кількість відліків інформаційного біта, N від значення відношення сигнал/завада h^2 при різній кількості користувачів

2.4. Аналіз завадостійкості моделі бінарного модему КЧМШС методом характеристичних функцій

На виході модулятора шуму в бінарній системі автокореляційного типу (CDSK) на тактовому інтервалі T сигнал має вигляд:

$$x(t) = \xi(t) + \alpha\xi(t-\tau),\ t = [0;T], \tag{2.53}$$

де $\alpha \in \{-1,\ +1\}$ – переданий інформаційний символ, що відповідає логічним бінарним сигналам «0» та «1»;

$\xi(t)$ – випадковий процес типу центрованого білого гауссового шуму;

τ – часова затримка.

На вхід демодулятора надходить сигнал виду:

$$y(t) = x(t) + n(t) = \xi(t) + \alpha\xi(t-\tau) + n(t), \tag{2.54}$$

де $n(t)$ – адитивна завада типу білого гауссового шуму, що додається в каналі зв'язку.

Значення сигналу на виході корелятора у аналоговому демодуляторі визначається величиною

$$\vartheta = \int_0^T y(t)\cdot y(t-\tau)dt.$$

Пристрій прийняття рішення по значенню ϑ визначає оцінку сигналу $\tilde{\alpha} = 1$, якщо значення $\vartheta \geq 0$, інакше $\tilde{\alpha} = -1$.

Вважатимемо, що формування та оброблення сигналу в демодуляторі здійснюється цифровими методами в дискретному часі. Дискретизований сигнал на вході демодулятора представимо вектором

$$\bar{y} = \bar{\xi}_0 + \alpha\bar{\xi}_\tau + \bar{n}_0,$$

де $\overline{\varphi_i},\ \ \bar{\varphi}_i \in \{\bar{\xi}_i;\overline{n_i}\}$ – вектор з N відліками, що представляє квантовані в часі складові $\varphi_m(t_m - \tau),\ m = \overline{1,N}\},\ \ t_m = m\Delta,\ \tau = k\Delta,\ \Delta$ – крок квантування.

Сигнал ϑ на вході порогового пристрою з урахуванням стаціонарного шуму запишемо у вигляді:

$$\vartheta = \left\langle \bar{\xi}_0 + \alpha\bar{\xi}_\tau + \bar{n}_0, \bar{\xi}_\tau + \alpha\bar{\xi}_{2\tau} + \bar{n}_\tau \right\rangle \tag{2.55}$$

де $\left\langle \bar{v}_0, \bar{s}_\tau \right\rangle = \sum_{j=1}^{N} v_j \cdot s_{j-k}$ – скалярний добуток дискретних випадкових величин $\bar{v}_0$ та $\bar{s}_\tau$.

Завадостійкість демодулятора визначається через щільність розподілу $\omega(\vartheta)$ випадкової величини (ВВ) ϑ [79]. Наявність нелінійних операцій множення та піднесення до квадрату у значенні ϑ вказує на негауссовий розподіл цього параметру, хоча складові ξ і n в (2.55) є гауссовими. Це суттєво ускладнює теоретичний аналіз. З метою спрощення у попередніх дослідженнях [59, 79] брались окремі наближення до дійсного розподілу, що працювало лише при значеннях $N>>1$.

Знайти точний розподіл $\omega(\vartheta)$ можна, визначивши розподіл одного з доданків ВВ ϑ з виразу (2.55). Всі N доданків в (2.55) мають однаковий склад і представляють взаємно незалежні випадкові величини. Знайшовши розподіл одного з доданків, через його характеристичну функцію можна визначити характеристичну функцію розподілу $\omega(\vartheta)$. Потім оберненим перетворенням Фур'є отримаємо щільність розподілу $\omega(\vartheta)$.

Знайдемо щільність розподілу, наприклад, першого з доданків ϑ в (2.55) з індексом j=1

$$\begin{aligned} r \equiv \vartheta_{|j=1} &= \alpha\xi_{1-k}^2 + \xi_{1-k}(\xi_1 + n_1) + \\ &+ \alpha\xi_{1-k}(\alpha\xi_{1-2k} + n_{1-k}) + (\xi_1 + n_1)(\alpha\xi_{1-2k} + n_{1-k}) = \\ &= \alpha x^2 + xv + \alpha xz + vz, \end{aligned} \tag{2.56}$$

де для спрощення запису введено наступні позначення $x = \xi_{1-k}$, $\nu = \xi_1 + n_1$, $z = \alpha\xi_{1-2k} + n_k$.

Рівняння (2.56) має єдиний розв'язок для z в області можливих значень випадкових величин v, r та x:

$$z = \frac{r - \alpha x^2 - xv}{\alpha x + v} = \frac{r}{\alpha x + v} - x. \tag{2.57}$$

При цьому

$$\left|\frac{\partial z}{\partial r}\right| = \left|\frac{1}{\alpha x + v}\right|. \tag{2.58}$$

Щільність розподілу випадкової величини r визначимо, розглядаючи її як функцію від трьох випадкових величин v, z і x, кожна з них є центрованою, з гауссовим розподілом і статистично незалежною від інших.

Спільна щільність розподілу даних величин має вигляд

$$\omega_{x,v,z}(x,v,u) = \omega_x(x)\omega_v(v)\omega_z(u) = \\ = \frac{\exp(-\frac{x^2}{2D_\xi} - \frac{v^2}{2D_v} - \frac{u^2}{2D_z})}{\sqrt{(2\pi)^3 D_\xi D_v D_z}}, \tag{2.59}$$

де D_ξ – дисперсія випадкової величини ξ;

$D_v = D_Z = D_\xi + D_n$ – дисперсія ВВ v і z утворена з суми дисперсій завади D_n та D_ξ.

Тоді щільність розподілу випадкової величини r визначається з виразу [32]:

$$\omega(r) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \omega_{\xi,v,z}(x,v,u)\Big|_{u=\frac{r}{\alpha x+v}-x}\left|\frac{\partial z}{\partial r}\right| dxdv. \tag{2.60}$$

Підставивши в (2.60) вирази (2.57, 2.58), отримаємо

$$\omega(r) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-\frac{x^2}{2D_\xi} - \frac{v^2}{2D_v} - \frac{[(\frac{r}{\alpha x+v} - x)]^2}{2D_z})}{D_v\sqrt{(2\pi)^3 D_\xi}}\left|\frac{1}{\alpha x+v}\right| dvdx \tag{2.61}$$

$$\omega(r) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-\frac{x^2}{2D_\xi} - \frac{v^2}{2D_v} - \frac{[(\frac{r}{\alpha x+v} - x)]^2}{2D_z})}{\sqrt{(2\pi)^3 D_\xi D_v D_z}}\left|\frac{1}{\alpha x+v}\right| dxdv = \\ = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-\frac{x^2}{2D_\xi} - \frac{v^2}{2D_v} - \frac{r^2}{2D_z(\alpha x+v)^2} + \frac{rx}{D_z(\alpha x+v)} - \frac{x^2}{2D_z})}{|\alpha x+v|\sqrt{(2\pi)^3 D_\xi D_v D_z}} dxdv = \\ = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3 D_\xi D_v D_z}}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2D_\xi}}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-\frac{v^2}{2D_v} - \frac{r^2}{2D_z(\alpha x+v)^2} + \frac{rx}{D_z(\alpha x+v)} - \frac{x^2}{2D_z})}{|\alpha x+v|} dvdx.$$

Виконаємо перетворення показника у експоненти, у внутрішньому інтегралі в (2.61), враховуючи значення $D_{\nu} = D_Z$

$$\frac{rx}{D_z(\alpha x+\nu)} - \frac{\nu^2}{2D_\nu} - \frac{r^2}{2D_z(\alpha x+\nu)^2} - \frac{x^2}{2D_z} =$$

$$\frac{rx}{D_z(\alpha x+\nu)} - \frac{r^2}{2D_z(\alpha x+\nu)^2} - \frac{(\alpha x+\nu)^2}{2D_\nu} + \frac{\alpha x\nu}{D_\nu} - \frac{x^2}{D_\nu} + \frac{x^2}{D_\nu} =$$

$$= \frac{rx}{D_z(\alpha x+\nu)} - \frac{r^2}{2D_z(\alpha x+\nu)^2} - \frac{(\alpha x+\nu)^2}{2D_\nu} + \frac{x(\alpha x+\nu)}{\alpha D_\nu} - \frac{x^2}{D_\nu}.$$

У внутрішньому інтегралі (2.61), зробивши заміну $t = \nu + \alpha x,\ d\nu = dt$, отримаємо

$$\omega\ (\mathrm{r}) = \frac{1}{D_\nu\sqrt{(2\pi)^3 D_\xi}} \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-\frac{t^2}{2D_\nu} - \frac{r^2}{2D_\nu t^2} + \frac{rx}{D_\nu t} + \frac{tx}{\alpha D_\nu} - \mathrm{x}^2(\frac{1}{2D_\xi} + \frac{1}{2D_\nu}))}{|t|} dxdt =$$

$$= a\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-\frac{t^2}{2D_\nu} - \frac{r^2}{2D_\nu t^2})}{|t|} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2 c + x(\frac{r}{D_\nu t} + \frac{t}{\alpha D_\nu})} dxdt$$

$$\omega\ (\mathrm{r}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3 D_\xi D_\nu D_z}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\mathrm{x}^2}{2D\xi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-\frac{t^2}{2D_\nu} - \frac{r^2}{2D_\nu t^2} + \frac{rx}{D_\nu t} + \frac{tx}{\alpha D_\nu} - \frac{x^2}{D_\nu})}{|t|} dtdx =$$

$$= a\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\mathrm{x}^2}{2D\xi} - \frac{x^2}{D_\nu}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-\frac{t^2}{2D_\nu} - \frac{r^2}{2D_\nu t^2} + \frac{rx}{D_\nu t} + \frac{tx}{\alpha D_\nu})}{|t|} dtdx =$$

$$= a\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-\frac{t^2}{2D_\nu} - \frac{r^2}{2D_\nu t^2})}{|t|} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\mathrm{x}^2(\frac{1}{2D\xi} + \frac{1}{D_\nu}) + x(\frac{r}{D_\nu t} + \frac{t}{\alpha D_\nu})} dxdt =$$

$$= a\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-\frac{t^2}{2D_\nu} - \frac{r^2}{2D_\nu t^2})}{|t|} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-\mathrm{x}^2 c + xk] dxdt =$$

$$= a\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-\frac{t^2}{2D_\nu} - \frac{r^2}{2D_\nu t^2})}{|t|} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-(x\sqrt{c} - k/(2c))^2 + k^2/(4c)] dxdt =$$

$$= a\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-\frac{t^2}{2D_\nu} - \frac{r^2}{2D_\nu t^2} + k^2/(4c))}{|t|} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[-(x\sqrt{c} - k/(2c))^2] dxdt$$

де позначено:

$$a = \frac{1}{D_v\sqrt{(2\pi)^3 D_\xi D_v D_z}};$$
$$c = \frac{1}{2D_\xi} + \frac{1}{D_v} = \frac{D_v + 2D_\xi}{2D_\xi D_v}; \qquad (2.62)$$
$$k = \frac{r}{D_z t} + \frac{t}{\alpha D_v};$$

Внутрішній інтеграл рівний:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp[-(x\sqrt{c} - k/(2c))^2]dx =$$
$$\frac{1}{\sqrt{c}}\int_{-\infty}^{\infty} \exp[-\frac{(x - k/(2c))^2}{2(1/2)}]dx =$$
$$= \sqrt{\frac{\pi}{c}}$$

Тоді

$$\omega\,(\mathrm{r}) = a\sqrt{\frac{\pi}{c}}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-\frac{t^2}{2D_v} - \frac{r^2}{2D_v t^2} + k^2/(4c\ ))}{|t|}\mathrm{dt} =$$

$$= a\sqrt{\frac{\pi}{c}}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-\frac{t^2}{2D_v} - \frac{r^2}{2D_v t^2} + (\frac{r}{D_v t} + \frac{t}{\alpha D_v})^2/(4c\ ))}{|t|}\mathrm{dt} =$$

$$= a\sqrt{\frac{\pi}{c}}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-\frac{t^2}{2D_v} - \frac{r^2}{2D_v t^2} + [(\frac{r}{D_v t})^2 + (\frac{t}{\alpha D_v})^2 + \frac{2r}{\alpha D_v^2}]/(4c\ ))}{|t|}\mathrm{dt} =$$

$$= a\sqrt{\frac{\pi}{c}}\exp(\frac{r}{2\alpha c\ D_v^2})\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-\frac{t^2}{2D_v}(1 - \frac{1}{2c\ D_v}) - \frac{r^2}{2D_v t^2}(1 - \frac{1}{2c\ D_v}))}{|t|}\mathrm{dt} =$$

$$= a\sqrt{\frac{\pi}{c}}\exp(\frac{r}{2\alpha c\ D_v^2})\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-t^2\mathrm{m} - \frac{r^2 m}{t^2})}{|t|}\mathrm{dt}.$$

$$m = \frac{1}{2D_v}(1 - \frac{1}{2c\ D_v}) = \frac{D_v + D_\xi}{2D_v(D_v + 2D_\xi)}$$

Враховуючи [42, с. 321]

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-p^2x^2 \pm qx}dx = e^{\frac{q^2}{4p^2}}\frac{\sqrt{\pi}}{p}, \quad [p > 0] \quad ,$$

маємо

$$\omega(r) = a\sqrt{\frac{\pi}{c}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-\frac{t^2}{2D_v} - \frac{r^2}{2D_v t^2})}{|t|} e^{\frac{\left(\frac{r}{D_V t} + \frac{t}{\alpha D_V}\right)^2}{4c}} dt.$$

Тоді

$$\omega\ (\mathrm{r}) = a\sqrt{\frac{\pi}{c}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-\frac{t^2}{2D_v} - \frac{r^2}{2D_v t^2} + \frac{\left(\frac{r}{D_v t} + \frac{t}{\alpha D_v}\right)^2}{4c})}{|t|} \mathrm{dt} =$$

$$= 2a\sqrt{\frac{\pi}{c}} \exp(\frac{r}{2\alpha c\ D_v^2}) \int_0^{\infty} \frac{\exp(-t^2 \mathrm{m} - \frac{r^2 m}{t^2})}{t} \mathrm{dt},$$

де $m = \frac{1}{2D_v}(1 - \frac{1}{2c\ D_v}) = \frac{D_v + D_\xi}{2D_v(D_v + 2D_\xi)}$.

Скориставшись відомою функцією [42]

$$K_0(2\sqrt{km}) = \int_0^{\infty} \frac{\exp(-t^2 m - \frac{k}{t^2})}{|t|} dt, \quad k, m > 0,$$

де $K_0(\tilde{o})$ – циліндрична функція нульового порядку від уявного аргументу, маємо

$$\omega(\mathrm{r}) = 2a\sqrt{\frac{\pi}{c}} \exp(\frac{r}{2\alpha c\ D_v^2}) K_0(\frac{|r|(D_v + D_\xi)}{D_v(D_v + 2D_\xi)}),$$

$$-\infty < \mathrm{r} < \infty.$$

$$\omega\ (\mathrm{r}) = a\sqrt{\frac{\pi}{c}} \exp(\frac{r}{2\alpha c\ D_v^2}) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-t^2 m - \frac{r^2 m}{t^2})}{|t|} dt =$$

$$= 2a\sqrt{\frac{\pi}{c}} \exp(\frac{r}{2\alpha c\ D_v^2}) K_0(2rm) =$$

$$= 2a\sqrt{\frac{\pi}{c}} \exp(\frac{r}{2\alpha c\ D_v^2}) K_0(\frac{r}{D_v}(1 - \frac{1}{2c\ D_v})) =$$

$$= 2a\sqrt{\frac{\pi}{c}} \exp(\frac{r}{2\alpha c\ D_v^2}) K_0(\frac{r(D_v + D_\xi)}{D_v(D_v + 2D_\xi)}),$$

$$-\infty < \mathrm{r} < \infty.$$

Після підстановки значення констант c і a остаточно отримуємо

$$\omega\ (\mathrm{r}) = \frac{2}{\sqrt{(2\pi)^3 D_\xi D_v^2}} \sqrt{\frac{2\pi D_\xi D_v}{2D_\xi + D_v}} \exp\left(\frac{rD_\xi}{\alpha(2D_\xi + D_v)\ D_v}\right) K_0\left(\frac{r(D_\xi + D_v)}{D_v(D_v + 2D_\xi)}\right) =$$

$$= \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{1}{D_v(2D_\xi + D_v)}} \exp\left(\frac{rD_\xi}{\alpha(2D_\xi + D_v)D_v}\right) K_0\left(\frac{r(D_\xi + D_v)}{D_v(2D_\xi + D_v)}\right) =$$

$$= \frac{exp\left(\frac{rD_\xi}{\alpha(2D_\xi + D_v)D_v}\right)}{\pi\sqrt{D_v(2D_\xi + D_v)}} \times K_0\left(\frac{|r|(D_\xi + D_v)}{D_v(2D_\xi + D_v)}\right), \quad -\infty < \mathrm{r} < \infty \tag{2.63}$$

Знайдемо характеристичну функцію для визначеного розподілу ВВ

$$\chi(ju) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{jur}\omega(\mathrm{r})\mathrm{dr} = \frac{1}{\pi\sqrt{D_v(2D_\xi + D_v)}} \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-t^2 m)}{2|t|} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{r^2 m}{t^2} + r\left[\frac{D_\xi}{\alpha(2D_\xi + D_V)D_V} + ju\right]} drdt =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 + u^2 D_v(2D_\xi + D_v) - 2j\frac{uD_\xi}{\alpha}}}.$$

Маючи характеристичну функцію $\chi(ju)$ для розподілу одного з доданків ϑ у виразі (2.55), враховуючи незалежність всіх N доданків, знайдемо щільність розподілу:

$$\omega_\vartheta(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \chi^N(ju)\exp(-jux)du\,.$$

Відповідно ймовірність виникнення помилки $\mathrm{P_{ber}}$ в демодуляторі при апріорній передачі бінарних посилок з однаковою ймовірністю визначається величиною

$$\begin{aligned} \mathrm{P_{ber}} &= \int_{-\infty}^{0} \omega_\vartheta(x)dx = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{0} \int_{-\infty}^{\infty} \chi(ju)^N \mathrm{e}^{-jux} dudx = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{0} \int_{-\infty}^{\infty} [1 + u^2 D_v(2D_\xi + D_v) - 2j\frac{uD_\xi}{\alpha}]^{-N/2} \mathrm{e}^{-jux} dudx. \end{aligned} \tag{2.64}$$

На рис. 4.9 представлені розраховані по (2.64) залежності ймовірності виникнення помилки біту (P_{ber}) разом із даними імітаційного моделювання. Результати аналітичних обрахунків завадостійкості бінарної системи отримані за допомогою методів чисельного інтегрування з використанням засобів Mathcad. Рис.

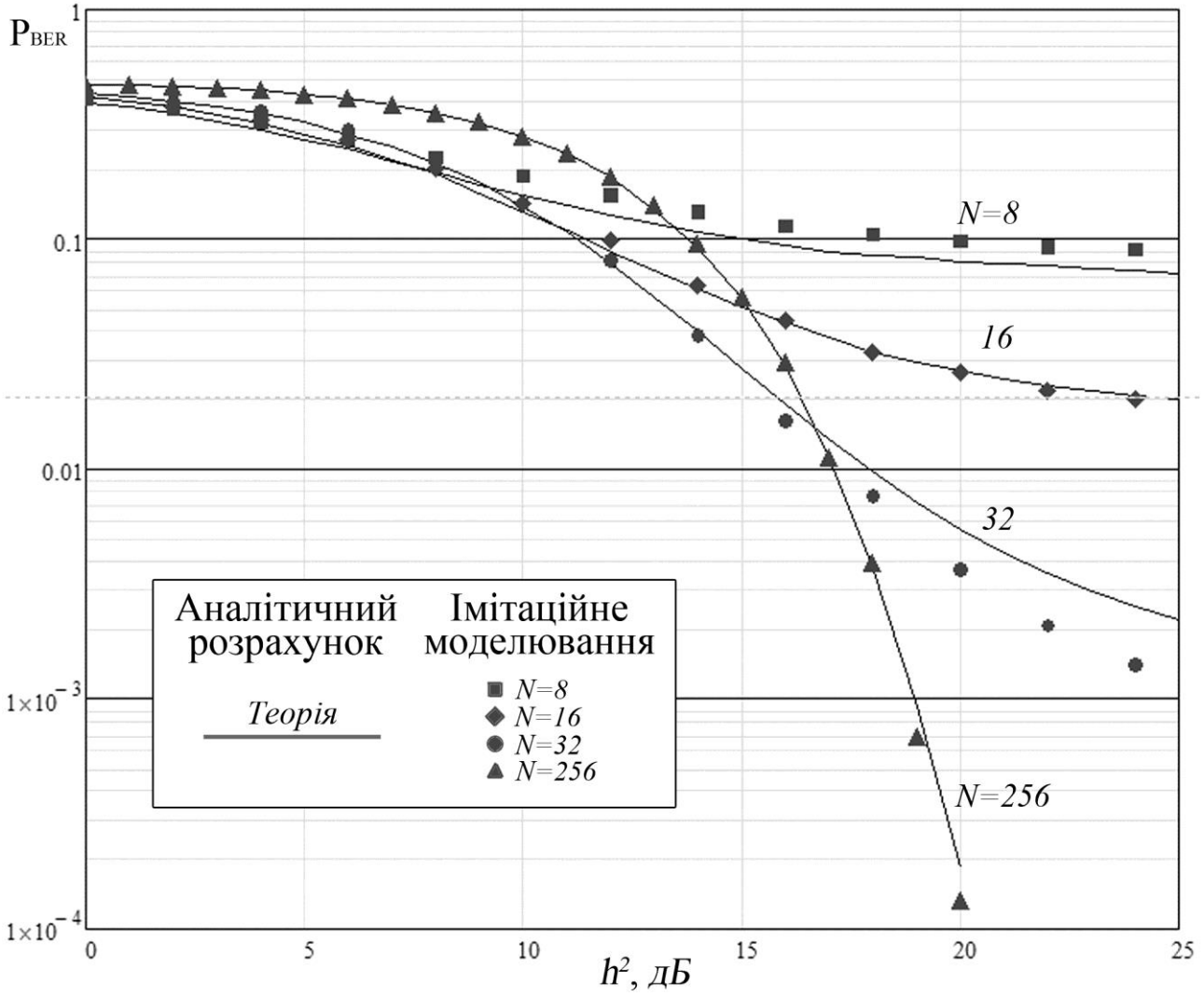


Рисунок 2.10 – Залежність ймовірності виникнення помилки P_{BER} від відношення сигнал/завада h^2:
аналітичні розрахунки та результати моделювання

2.5. Аналіз завадостійкості моделі бінарного модему ФМШС методом характеристичних функцій

На виході аналогового модулятора шуму в бінарній системі автокореляційного типу (Differential Chaos Shift Keying [25] (DCSK)) на тактовому інтервалі T сигнал має вигляд:

$$x(t)=\begin{cases}\xi(\mathrm{t}), & t\in[0,...,T/2]\\ \alpha\xi(\mathrm{t}-T/2), & t\in(T/2,...,T]\end{cases}, \tag{2.65}$$

де $\alpha\in\{-1,+1\}$ – переданий інформаційний символ, що відповідає логічним бінарним сигналам «0» та «1»;

$\xi(t)$ – випадковий процес типу центрованого білого гауссового шуму.

На вхід демодулятора надходить сигнал виду:

$$y(t)=x(t)+n(t)=\begin{cases}\xi(\mathrm{t})+n(t) & t\in[0,...,T/2]\\ \alpha\xi(\mathrm{t}-T/2)+n(\mathrm{t}), & t\in(T/2,...,T]\end{cases}, \tag{2.66}$$

де $n(t)$ – адитивна завада типу білого гауссового шуму, що додається в каналі зв'язку.

Значення сигналу на виході корелятора у демодуляторі аналогового типу визначається величиною

$$\vartheta=\int_{T/2}^{T}y(t)\cdot y(t-\frac{T}{2})dt. \tag{2.67}$$

Пристрій прийняття рішення по значенню ϑ визначає оцінку сигналу $\tilde{\alpha}=1$, якщо значення $\vartheta\geq 0$, інакше $\tilde{\alpha}=-1$.

Формування та оброблення сигналу в демодуляторі здійснюється цифровими методами в дискретному часі. Дискретизований сигнал на вході демодулятора, вважаючи, що значення кількості відліків біту N парне, представимо вектором

$$\bar{y}=\bar{x}+\bar{n}, \tag{2.68}$$

де для складових вектора $\bar{x}$ відповідно до (2.66) виконується рівняння

$$\alpha\xi_{N/2+k}=\alpha\xi_k,\quad k=\overline{1,N/2}.$$

З опису (2.67) слідує, що вектор $\bar{y}$ має дві складові вектора

$$\bar{x} = \bar{x}_1 + \alpha\bar{x}_1 \tag{2.69}$$

де $\bar{x}_1 = \{\xi_{1,j}, \quad j = \overline{1, N/2}\}$.

Сигнал ϑ при використанні дискретизованого опису складових у виразі (2.67) з врахуванням опису (2.69) можна записати в дискретному вигляді:

$$\vartheta = \left\langle \alpha\bar{x}_1 + \bar{n}_1, \bar{x}_1 + \bar{n}_2 \right\rangle = \sum_{j=1}^{N/2} \left\langle \alpha\xi_{1,j} + n_{1,j}, \xi_{1,j} + n_{2,j} \right\rangle, \tag{2.70}$$

де, $\left\langle \bar{y}\ , \bar{x}\ \right\rangle = \sum_{j=1}^{N/2} y_j \cdot x_j$ – скалярний добуток випадкових векторів $\bar{y}$ та $\bar{x}$.

Складові $\bar{n}_1$ та $\bar{n}_2$ є адитивною завадою типу білого гауссового шуму для інформаційної $\alpha\bar{x}_1$ та опорної частини сигналу $\bar{x}_1$ відповідно.

Імовірність помилки демодулятора визначається через щільність розподілу ВВ ϑ. Величина ϑ має негауссовий розподіл за наявністю нелінійних операцій добутку та піднесення до квадрату, хоча складові *x* і *n* в (2.70) мають гауссовий розподіл. Тому виникає необхідність розробки спеціальних методів дослідження завадостійкості бінарного модему даного типу.

Для цього скористаємось методом характеристичних функцій [77] та знайдемо щільність розподілу першого з доданків ϑ в (2.70), що має значення

$$r = \vartheta_1 = \alpha\xi_{1,1}^2 + \xi_{1,1}n_{1,1} + \alpha\xi_{1,1}n_{2,1} + n_{1,1}n_{2,1} = \alpha x^2 + x\nu + \alpha xz + \nu z, \tag{2.71}$$

де для спрощення введено наступне позначення $x = \xi_{1,1}, \quad \nu = n_{1,1}, \quad z = n_{2,1}$.

Отримаємо єдиний розв'язок z з рівності (2.71):

$$z = \frac{r - \alpha x^2 - x\nu}{\alpha x + \nu} = \frac{r}{\alpha x + \nu} - x, \tag{2.72}$$

частковою похідною якого є

$$\left|\frac{\partial z}{\partial r}\right| = \left|\frac{1}{\alpha x + \nu}\right|. \tag{2.73}$$

Щільність розподілу випадкової величини (ВВ) r визначимо, розглядаючи її як функцію від трьох випадкових величин, ν, z, та x, кожна з них є центрованою, гауссовою і статистично незалежною від інших.

Спільна щільність розподілу даних величин має вигляд

$$\omega_{x,v,z}(x,v,u)=\omega_x(x)\omega_v(v)\omega_z(z)=\frac{\exp(-\frac{x^2}{2D_\xi}-\frac{v^2}{2D_v}-\frac{z^2}{2D_z})}{\sqrt{(2\pi)^3 D_\xi D_v D_z}}, \tag{2.74}$$

де D_ξ – дисперсія випадкової величини ξ;

$D_Z = D_v = D_n$ – дисперсія ВВ n.

Тоді щільність розподілу випадкової величини r визначається з виразу [32]:

$$\omega(r)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\omega_{\xi,v,z}(x,v,z)\Big|_{z=\frac{\vartheta}{\alpha x+v}-x}\left|\frac{\partial z}{\partial \vartheta}\right|dxdv. \tag{2.75}$$

Підставивши в (2.75) вирази (2.72-2.74), отримаємо

$$\omega(r)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\exp(-\frac{x^2}{2D_\xi}-\frac{v^2}{2D_v}-\frac{\left(\frac{r}{\alpha x+v}-x\right)^2}{2D_z})}{\sqrt{(2\pi)^3 D_\xi D_v D_z}}\left|\frac{1}{\alpha x+v}\right|dxdv= \tag{2.76}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3 D_\xi D_v D_z}}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\frac{x^2}{2D_\xi}}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\exp(-\frac{v^2}{2D_v}-\frac{r^2}{2D_z(\alpha x+v)^2}+\frac{rx}{D_z(\alpha x+v)}-\frac{x^2}{2D_z})}{|\alpha x+v|}dxdv.$$

У внутрішньому інтегралі (2.76), зробивши заміну $t=v+\alpha x,\ dv=dt$, отримаємо

$$\omega(r)=\frac{1}{D_v\sqrt{(2\pi)^3 D_\xi}}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\exp(-\frac{t^2}{2D_v}-\frac{r^2}{2D_v t^2}+\frac{rx}{D_v t}+\frac{tx}{\alpha D_v}-x^2(\frac{1}{2D_\xi}+\frac{1}{2D_v}))}{|t|}dxdt=$$

$$=a\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\exp(-\frac{t^2}{2D_v}-\frac{r^2}{2D_v t^2})}{|t|}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-x^2c+x(\frac{r}{D_v t}+\frac{t}{\alpha D_v})}dxdt,$$

де позначено:

$$a=\frac{1}{D_v\sqrt{(2\pi)^3 D_\xi}};\quad c=\frac{1}{2D_\xi}+\frac{1}{D_v}=\frac{D_v+2D_\xi}{2D_\xi D_v} \tag{2.77}$$

Враховуючи [42, с. 321]

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-p^2x^2 \pm qx} dx = e^{\frac{q^2}{4p^2}} \frac{\sqrt{\pi}}{p}, \quad [p > 0] \quad ,$$

маємо

$$\omega\ (\mathrm{r}) = a\sqrt{\frac{\pi}{c}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-\frac{t^2}{2D_v} - \frac{r^2}{2D_v t^2} + \left(\frac{r}{D_v t} + \frac{t}{\alpha D_v}\right)^2 /(4c\ ))}{|t|} \mathrm{dt} =$$

$$= 2a\sqrt{\frac{\pi}{c}} \exp(\frac{r}{2\alpha c\ D_v^2}) \int_0^{\infty} \frac{\exp(-t^2 \mathrm{m} - \frac{r^2 m}{t^2})}{t} \mathrm{dt},$$

де $m = \frac{1}{2D_v}(1 - \frac{1}{2c\ D_v}) = \frac{D_v + D_\xi}{2D_v(D_v + 2D_\xi)}$.

Скориставшись функцією [42]

$$K_0(2\sqrt{km}) = \int_0^{\infty} \frac{\exp(-t^2 m - \frac{k}{t^2})}{|t|} dt, \quad k, m > 0,$$

де $K_0(\tilde{o})$ – циліндрична функція нульового порядку від уявного аргументу, маємо

$$\omega\ (r) = 2a\sqrt{\frac{\pi}{c}} \exp(\frac{r}{2\alpha c\ D_v^2}) K_0(\frac{|r|(D_v + D_\xi)}{D_v(D_v + 2D_\xi)}), \quad -\infty < r < \infty.$$

Після підстановки значення констант *a і c* остаточно отримуємо

$$\omega(r) = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{1}{D_v(2D_\xi + D_v)}} \exp(\frac{rD_\xi}{\alpha(2D_\xi + D_v)D_v}) K_0(\frac{|r|(D_\xi + D_v)}{D_v(2D_\xi + D_v)}). \qquad (2.78)$$

Знайдемо характеристичну функцію для визначеного розподілу

$$\chi(ju) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{jur} \omega(r) dr =$$

$$= \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{1}{D_v(2D_\xi + D_v)}}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\exp(-t^2 m)}{2|t|}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{r^2 m}{t^2}+r[\frac{D_\xi}{\alpha(2D_\xi+D_v)D_v}+ju]}\,drdt =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1+u^2 D_v(2D_\xi + D_v) - 2j\dfrac{uD_\xi}{\alpha}}}.$$

Отримавши характеристичну функцію $\chi(ju)$ для розподілу одного з доданків ϑ у виразі (2.70) та враховуючи, що характеристична функція суми N/2 незалежних ВВ є добутком відповідних характеристичних функцій, знайдемо щільність розподілу:

$$\omega_\vartheta(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\chi^{\frac{N}{2}}(\text{ju})\exp(\text{-jux})\text{du}\,.$$

Відповідно ймовірність виникнення помилки P_{ber} в демодуляторі при апріорній передачі бінарних посилок з однаковою ймовірністю визначається величиною

$$P_{ber} = \int_{-\infty}^{0}\omega_\vartheta(x)dx = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{0}\int_{-\infty}^{\infty}\chi(ju)^{\frac{N}{2}}e^{-jux}dudx =$$
$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{0}\int_{-\infty}^{\infty}[1+u^2 D_v(2D_\xi + D_v) - 2j\frac{uD_\xi}{\alpha}]^{-N/4}e^{-jux}dudx. \qquad (2.79)$$

Для розрахунків завадостійкості демодулятора за (2.79) доцільно виділити параметр h^2 – перевищення сигнал/шум

$$h^2 = \frac{E_b}{N_0},$$

де E_b – енергія сигналу на виході модулятору на такті T;

$N_0 = 2D_n$ – одностороння спектральна щільність потужності завади.

Енергія переданого сигналу дорівнює

$$E_\xi = D_\xi N,$$

тому

$$h^2 = \frac{E_\xi}{N_0} = \frac{D_\xi N}{2D_n}.$$

Звідки маємо

$$D_\xi = \frac{h^2 \cdot 2D_n}{N}. \qquad (2.80)$$

У рівнянні (2.80) приймемо $D_n = 1$, тоді

$$D_\xi = \frac{2 \cdot h^2}{N}.$$

Підставивши в (2.79) значення D_ξ з (2.80) та врахувавши $D_v = D_n = 1$, отримаємо

$$\mathrm{P_{ber}} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{0} \int_{-\infty}^{\infty} [1 + u^2(\frac{4h^2}{N} + 1) - 4j\frac{uh^2}{\alpha N}]^{-N/4} \mathrm{e}^{-jux} du dx. \qquad (2.81)$$

На рис. 2.11 представлені розраховані за (2.81) залежності ймовірності виникнення помилки біту ($\mathrm{P_{ber}}$) разом із даними імітаційного моделювання.

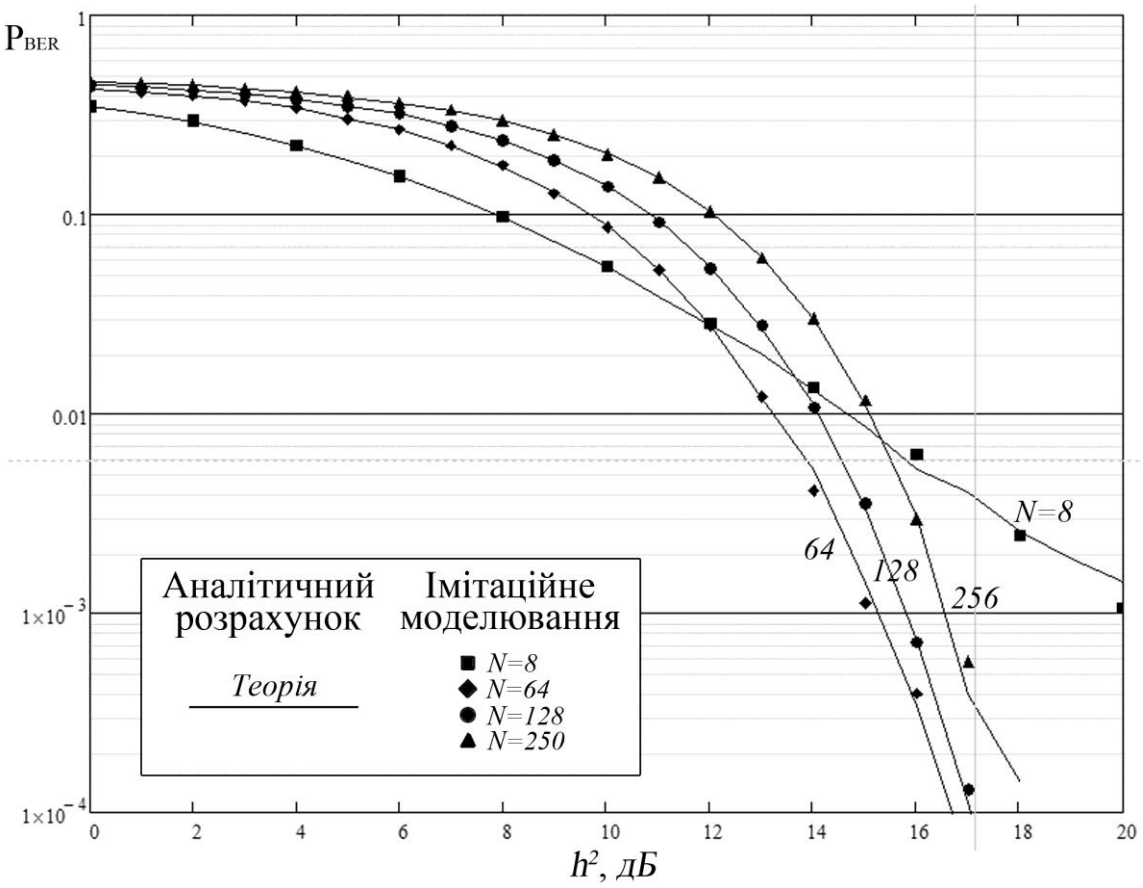


Рисунок 2.11 – Залежність ймовірності виникнення помилки $\mathrm{P_{BER}}$ від відношення сигнал/завада h^2:
аналітичні розрахунки та результати моделювання

2.6. Висновки до другого розділу

В розділі аналізувались процеси, що визначають особливості проектування програмного забезпечення методу імітаційного моделювання передачі сигналів у бінарних цифових модемах та модемах множинного доступу. Виконано аналіз процесу оцінки завадостійкості модемів із врахуванням впливу квадратичної складової та застосуванням математичного апарату характеристичних функцій, що на відміну від існуючих методів опису гауссових випадкових величин (ВВ) дозволяє враховувати негауссовість функції розподілу ВВ та отримати аналітичні вирази для обчислення потенційної завадостійкостіість демодулятора при наявності гауссової адитивної завади.

Застосовано метод імітаційного моделювання процесу оцінки завадостійкості з використанням квадратичного розподілу (хі-квадрат) опису випадкових величин багатопозиційного модему множинного доступу з кореляційно часовою маніпуляцією шумового сигналу, що дозволяє удосконалити процес проектування програмного забезпечення моделі, підвищує завадостійкість та адекватність моделювання. Існуюча різниця між даними моделі і теоретичними результатами пояснюється точним описом закону розподілу лише квадратичної складової з апроксимацією гауссовим законом розподілу інших складових демодулятора.

Знайдено аналітичний вираз обчислення мінімальну кількість відліків АЦП при максимальній достовірності демодулятора для заданого рівня відношення сигнал/завада, що дозволяє удосконалити процес розробки програмного забезпечення імітаційної моделі, підвищуючи її завадостійкість.

Дослідження показало, що застосування методики апарату характеристичних функцій усуває суттєві розбіжності між результатами теоретичного оцінювання завадостійкості демодулятора та результатами його імітаційного моделювання та підвищує адекватність програмного комплексу імітаційного моделювання реальним процесам, що відбуваються в цифрових модемах заданих типів.

РОЗДІЛ 3
ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ПРОЦЕСІВ МОДЕЛЮВАННЯ МОДЕМІВ З АВТОКОРЕЛЯЦІЙНИМИ МЕТОДАМИ ОБРОБКИ ШУМОВИХ СИГНАЛІВ

3.1. Вступ

В даному розділі розглядаються особливості програмної реалізації процесів оцінення завадостійкості систем з автокореляційним методами обробки шумових сигналів за допомогою імітаційного моделювання:

1. Висвітлюються питання структури та принципів функціонування імітаційних моделей процесу передачі даних в модемах, що досліджувалися у попередньому розділі. Виконана алгоритмізація завдань моделювання окремих блоків модемів з особливістю побудови програмного забезпечення моделей. Представлені результати моделювання оцінення завадостійкості модемів.

2. Досліджується питання визначення параметру перевищення сигналу над завадою для використання його при дослідженні завадостійкості дискретних систем передачі даних.

3. Проводиться порівняльний аналіз результатів дослідження завадостійкості систем отриманих шляхом математичного аналізу та його імітаційного моделювання.

3.2. Імітаційне моделювання процесу передачі даних в комп'ютерних системах

Під терміном «імітаційна модель» зазвичай мають на увазі обчислення значення певних характеристик процесу, який розвивається в часі шляхом відтворення такого процесу на комп'ютері за допомогою його математичної моделі. Імітаційне моделювання часто використовується в прикладних дослідженнях даного типу [73-13] для побудови та управління експериментом на основі моделей реальних систем.

Технології імітаційного моделювання складаються з наступних етапів [71]:

– складання моделі процесу (виділення характеристик реального світу);

– перевірка замкнутості моделі і розробка процедури обчислення внутрішніх характеристик по відомим зовнішнім характеристикам;

– розробка комп'ютерної програми для обчислення внутрішніх характеристик моделі;

– ідентифікація моделі (визначення значень зовнішніх характеристик моделі);

– верифікація моделі (з'ясування меж її застосування);

– організація експлуатації моделі (виконання імітаційних експериментів).

3.3. Відношення сигнал/завада цифрової системи зв'язку

Для розрахунків завадостійкості імітаційної моделі модему демодулятора доцільно виділити параметр h^2 – перевищення сигнал/шум

$$h^2 = \frac{E_b}{N_0},$$

де E_b – енергія сигнальної складової інформаційного біта;

N_0 – одностороння спектральна щільність потужності завади.

Імітаційне моделювання базується на представленні сигналів і завад у вигляді числових відліків (рис. 3.1) що потребує додаткового узгодження по визначенню параметру h^2.

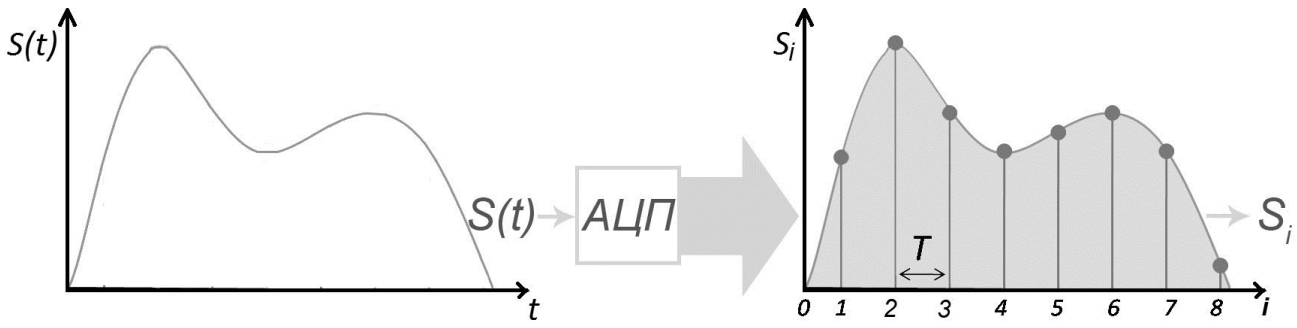


Рисунок 3.1 – Цифрова обробка сигналу

На рисунку 3.1 зображений аналоговий сигнал $S(t)$, що надходить на вхід аналого-цифровому перетворювача (АЦП), де здійснюється його часова

дискретизація. Результатом роботи процесора АЦП є нова послідовність чисел, що являють собою відліки вихідного сигналу.

В імітаційній моделі сигнали та завада формуються генератором випадкових чисел, тому зручним є представлення відношення сигнал/шум, h^2 через відповідні характеристик генератора, дисперсії сигналу σ_ξ^2 та завади σ_n^2.

Енергія сигнальної складової системи КЧМШС дорівнює [80]:

$$E_b = (K+1)\sigma_\xi^2 N. \tag{3.1}$$

Для визначення завадостійкості і-го користувача у виразі (3.1) слід взяти лише частину загальної енергії, що рівномірно розподілена між К – користувачами

$$E_b = (1+1/K)\sigma_\xi^2 N,$$

тому

$$h^2 = \frac{E_b}{N_0} = \frac{(1+1/K)\sigma_\xi^2 N}{2\sigma_n^2}.$$

Звідси дисперсія сигналу

$$\sigma_\xi^2 = \frac{h^2 \cdot 2\sigma_n^2}{(1+1/K)N}. \tag{3.2}$$

Для бінарного модему ($K=1$) маємо

$$h^2 = \frac{E_b}{N_0} = \frac{\sigma_\xi^2 N}{\sigma_n^2};$$

$$\sigma_\xi^2 = \frac{h^2 \cdot \sigma_n^2}{N}.$$

Для бінарної системи з ФМШС маємо [82]:

$$h^2 = \frac{E_\xi}{N_0} = \frac{\sigma_\xi^2 N}{2\sigma_n^2}.$$

Звідки дисперсія сигналу

$$\sigma_\xi^2 = \frac{h^2 \cdot 2\sigma_n^2}{N}.$$

Дані вирази при імітаційному моделюванні систем зв'язку визначають відношення сигнал/шум через параметри σ_ξ^2 та σ_n^2 генератора шуму замість спектральної щільності завади N_0 та енергії інформаційного сигналу E_s.

3.4. Удосконалення методу проектування програмного забезпечення імітаційні моделі процесу передачі даних шумовими сигналами в комп'ютерних системах

Застосування методу об'єктно-орієнтованого проектування для програмної реалізації імітаційної моделі вимагає його адаптації та удосконалення. В цьому підрозділі описані етапи проектування, які були змінені, та процеси, які адаптують метод проектування програмного забезпечення до особливостей імітаційного моделювання бінарних цифрових модемів та модемів із множинним доступом.

Важливим етапом дослідження є перевірка достовірності його результатів за допомогою побудови імітаційних моделей [98-21]. Імітаційна модель процесу передачі даних шумовими сигналами реалізована за допомогою мови програмування Java в середовищі IntelliJ IDEA у вигляді програми «Noise Communication System». Розробка програмного забезпечення системи автоматизованого керування імітаційною моделлю модемів виконана для багатопозиційної системи з кореляційно-часовою маніпуляцією шумового сигналу та бінарної системи з фазовою маніпуляцією шумового сигналу типу білого гауссового шуму. В даному розділі розглядається опис життєвого циклу розробки програмного забезпечення імітаційної моделі для оцінки ефективності застосування нових методів аналітичної оцінки. Дана модель забезпечує збір інформації про завадостійкість модемів такого типу при варіаціях параметру сигнал/шум на вході програмної реалізації демодулятора.

3.4.1. Удосконалення етапу «Аналіз вимог»

Відповідно до методу об'єктно-орієнтованого проектування програмного забезпечення [61, с.86] результати реалізації етапу «Аналіз вимог» подані в таблиці 3.1.

Таблиця 3.1 – Аналіз вимоги до системи

№ з/п	**Назва вимоги**	**Зміст вимоги**
1.	Вимоги взаємодії із зовнішнім оточенням	Спрямований на аналіз стану складових з якими взаємодіє дана система. Включає вимоги: функціональні, сценаріїв взаємодії та інтерфейсу.
1.1	Функціональні вимоги	Користувач має змогу: - вибрати тип системи телекомунікації - встановити параметри системи: кількість користувачів, відношення сигнал/шум, довжину символьного інтервалу та загальну кількість посилок інформаційного біту.
1.1	Функціональні вимоги	Система виконує: - генерацію інформаційного біту; - модуляцію; - проходження каналу зв’язку - демодуляцію - підрахунок помилок - обрахунок ймовірності помилки - запис результатів до файлу.
1.2	Вимоги до інтерфейсу користувача.	Достатньо забезпечити інтерфейс командного рядка в якому інструкції комп'ютеру можна задавати введенням команд із клавіатури.
2.	Вимоги до QoS системи в цілому	Визначення параметрів функціонування системи.
2.1	Надійність	Рівень надійності системи залежить від: - складу та рівня надійності технічних засобів; - складу та рівня надійності програмних засобів; - реальних умов функціонування системи.
3.	Вимоги до внутрішньої архітектури системи	Визначення вимог до технічних засобів та програмного забезпечення.
3.1	Вимоги до технічних засобів	Характеристики не менше зазначених: Core 2 Duo 2ГГц; 2 ГБ оперативної пам’яті; 100МБ вільного простору на диску.

Таблиця 3.1 (продовження)

№ з/п	Назва вимоги	Зміст вимоги
3.2.	Вимоги до програмного забезпечення.	Встановлена операційна система: Windows, Linux, MacOS; Встановлено середовище запуску: Java Runtime Environment
4	Вимоги до процесу розробки	Включає вимоги до етапів розробки та його документування.
4.1	Вимоги до етапності розробки	Ітераційна модель Дозволить розбити життєвий цикл розробки проекту на послідовність ітерацій, що включає всі процеси розробки (аналіз, проектування, реалізація, тестування та впровадження) для створення менших фрагментів функціональності (ітерації). Кожна ітерації закінчується отриманням версії працездатної програмної системи, що включає функціональність, визначену інтегрованим змістом усіх попередніх і поточної ітерації. Результат фінальної ітерації містить всю необхідну функціональність системи.
4.2	Документування розробки	Документація в коді за допомогою с javadoc: Основні мітки (дескриптори) @author, ідентифікація автора @version, визначення версії класу @since, час введення даної функціональності @see, посилання на іншу частину документації @param, документує патаметри @return описання значення що повертає метод.

Представлення основних вимог за допомогою уніфікованої мови моделювання (UML) зображено на діаграмі прецедентів (рис. 3.2) та діаграмі станів (рис. 3.3).

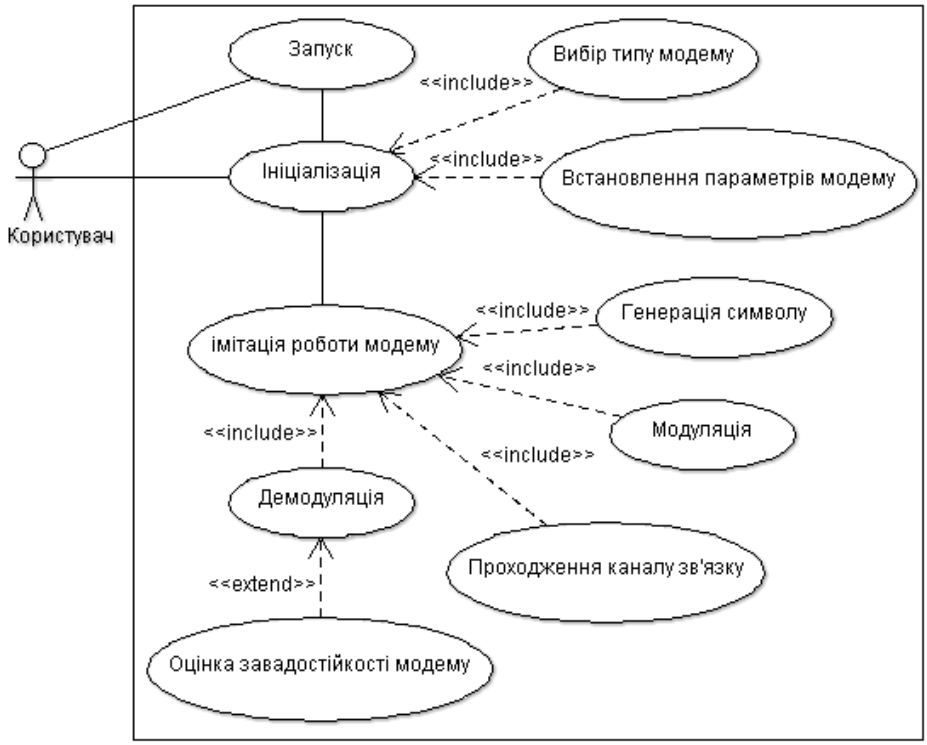


Рисунок 3.2 – Нотація діаграми використання (прецедентів)

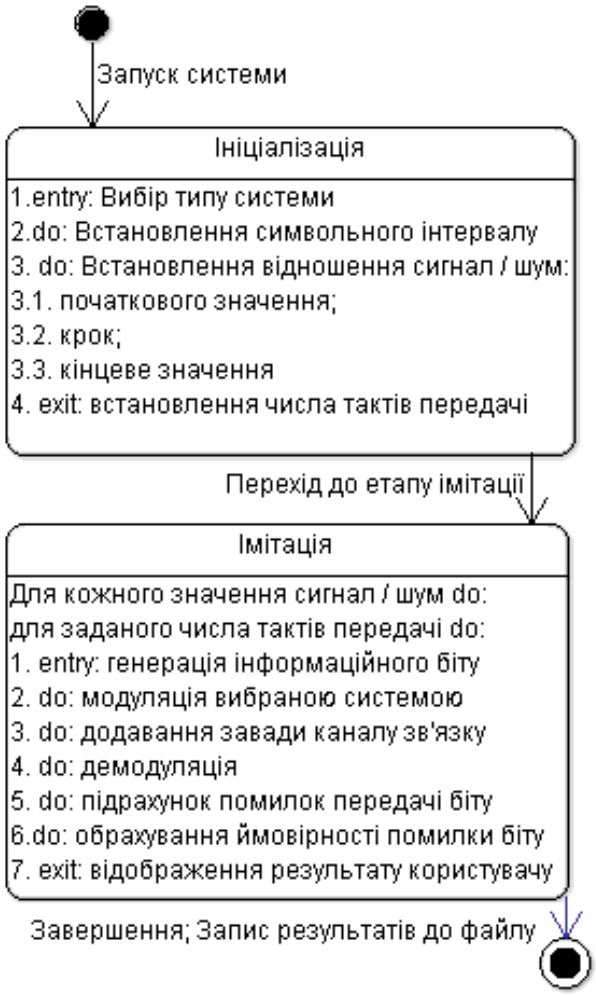


Рисунок 3.3 – Діаграма станів

3.4.2. Удосконалення на етапі «Архітектурне проектування»

Для проектування архітектури програмної системи застосовано наступну організацію класів (рис. 3.4). Дана архітектура робить можливим розширення імітаційної моделі за рахунок створення нових класів модемів (телекомунікаційних систем), що повинні унаслідувати абстрактний клас GaussianNoise CommunicationSystem та реалізувати всі його абстрактні методи.

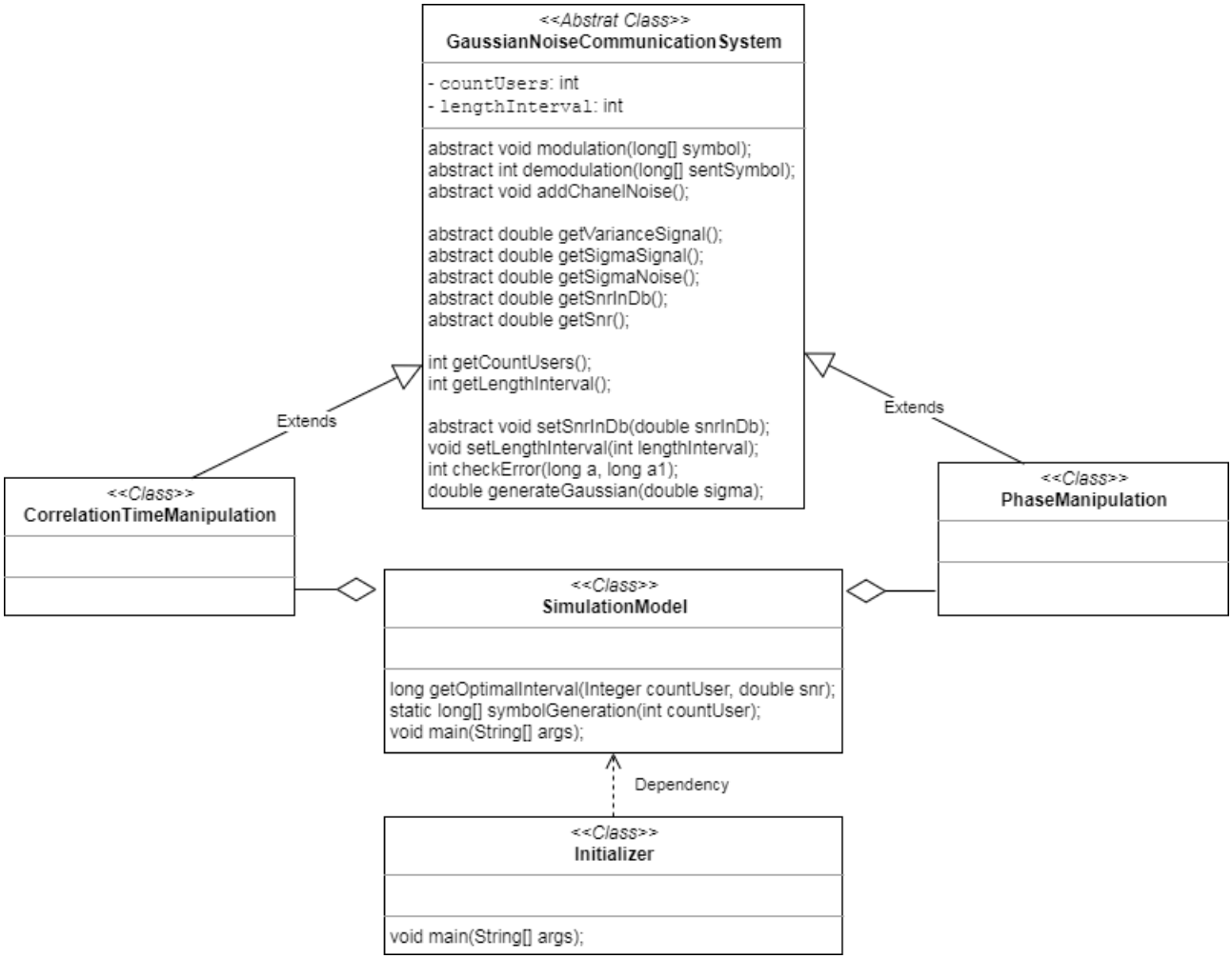


Рисунок 3.4 – Діаграма класів

В роботі досліджувалися два типа модемів, що реалізовані імітаційною моделлю: модем з кореляційно часовою маніпуляцією шумового сигналу з назвою класу «CorrelationTimeManipulation» та фазовою маніпуляцією шумового сигналу з назвою класу «PhaseManipulation», що наслідують абстрактний клас «GaussianNoiseCommunicationSystem» та успадковують його методи та мають необхідністю реалізації абстрактні методи відповідно до логіки їх функціональності.

Клас «Initializer» відповідає за взаємодію з користувачем системи та отримуючи параметри від користувача ініціалізує імітаційну модель «SimulationModel» та передає їй керування. Клас «SimulationModel» створює модель відповідного модему (вказаного в «Initializer») та запускає серію експериментів імітації передачі даних.

На діаграмі послідовності (рис. 3.5) відображена послідовна взаємодія користувача із імітаційним комплексом. Після запуску програми користувачу потрібно ввести параметри модельованої системи та запустити процес імітації. Імітційна система на основі переданих параметів створює модель відповідного модемі та проводить імітацію модуляції та демодуляції, по закінченню якої підраховується кількість помилок передачі та визначається оцінка ймовірності помилки, яка зберігається системою на диску та відображається користувачеві.

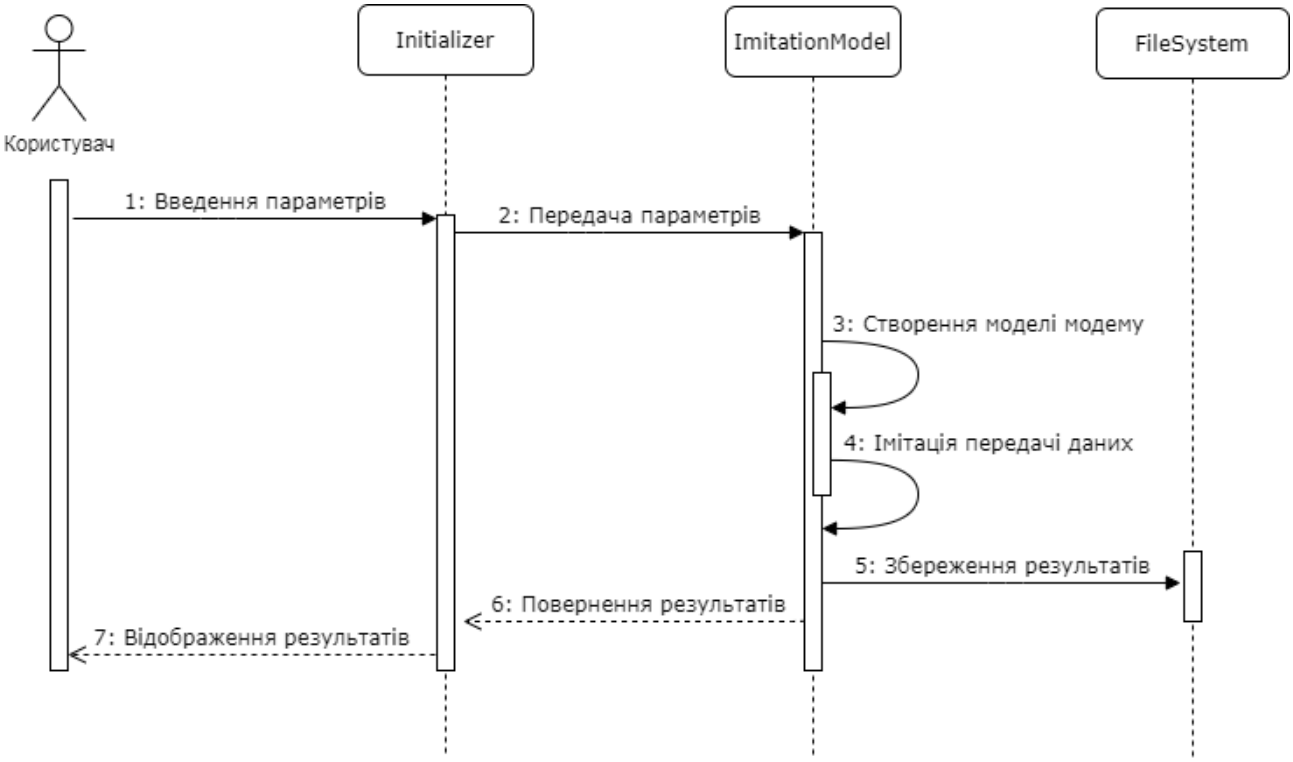


Рисунок 3.5 – Діаграма послідовності

3.4.3. Удосконалення на етапі «Реалізації»

Блок-схема загального алгоритму роботи імітаційної моделі наведена на рисунку 3.6.

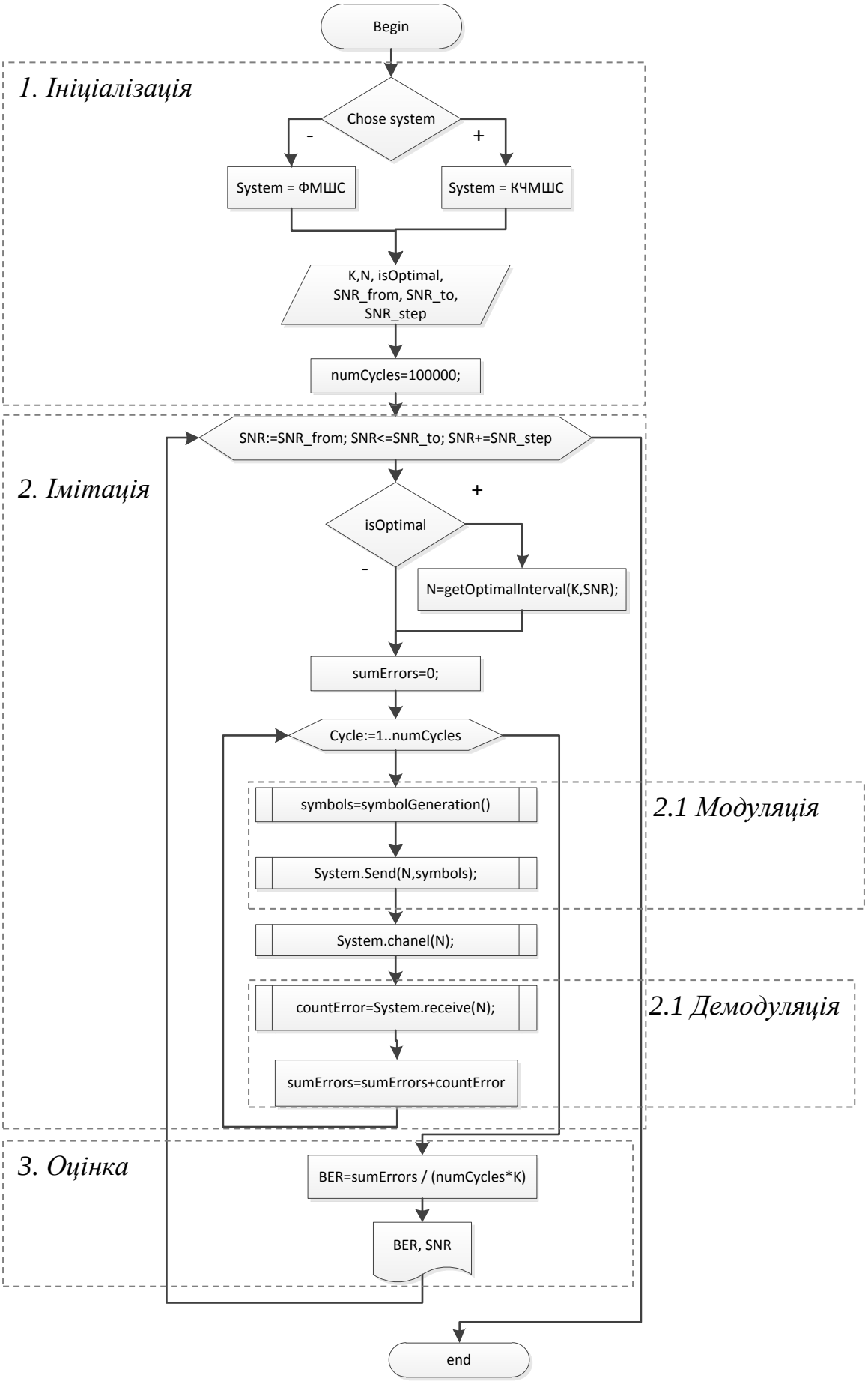


Рисунок 3.6 – Блок схема імітаційної моделі

Робота системи складається із трьох основних фаз.

Фаза ініціалізації

Імітаційна модель виконує ініціалізацію наступних параметрів:

– тип системи, *System*, {CDSK=КЧМШС, DCSK=ФМШС};

– кількість користувачів системи, *K*;

– кількість сеансів передачі, *numCycles=10^5;*

– кількість відліків на одному символьному інтервалі, *N;*

– початкове значення відношення сигнал/шум в дБ, *SNR_from;*

– крок значення відношення сигнал/шум в дБ, *SNR_step;*

– кінцеве значення відношення сигнал/шум в дБ, *SNR_to;*

– величина затримки, *Tau (для системи CDSK);*

Фаза імітації

Для набору вхідних параметрів здійснюються серії передач зі зміною відношення «сигнал/шум» у вказаному користувачем діапазоні. За один сеанс передачі інформаційного символу здійснюються наступні дії:

– генерація символу для передачі (рис. 3.7)*;*

– виконується модуляція шумового сигналу відповідно до вибору системи на кроці ініціалізації (рис. 3.8);

– опційне застосовується алгоритму експоненціальної регресії (рис. 3.11);

– імітується прохід сигналу через канал зв’язку з адитивною завадою білого гаусового шуму (рис. 3.9);

– виконується демодуляція переданого сигналу (рис. 3.103.103.103.10).

Фаза оцінки

На даній фазі обраховується ймовірність виникнення помилки біту (BER) шляхом ділення загальної кількості помилок на загальну кількість посилок для заданого відношення сигнал/шум. Результати записуються до текстового файлу робочої дерикторії на диску. Аналіз даних, зокрема побудова математичних моделей, графіків та проведення всіх аналітичних обрахунків, виконувався з використанням засобів Mathcad [65-54].

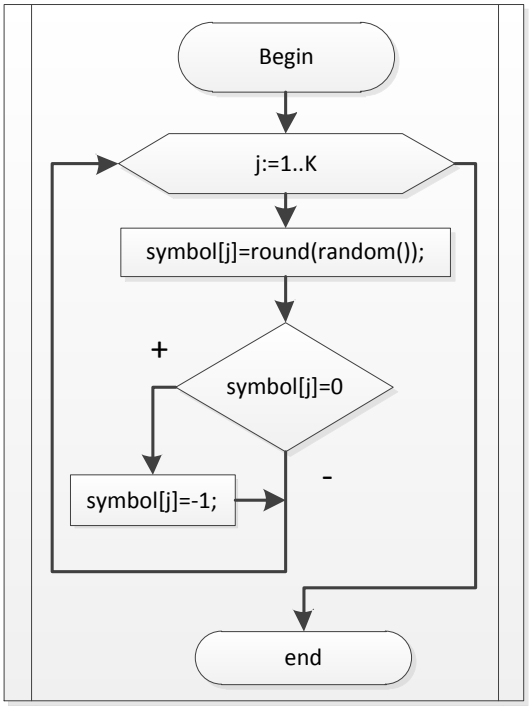


Рисунок 3.7 – Блок схема генерації даних

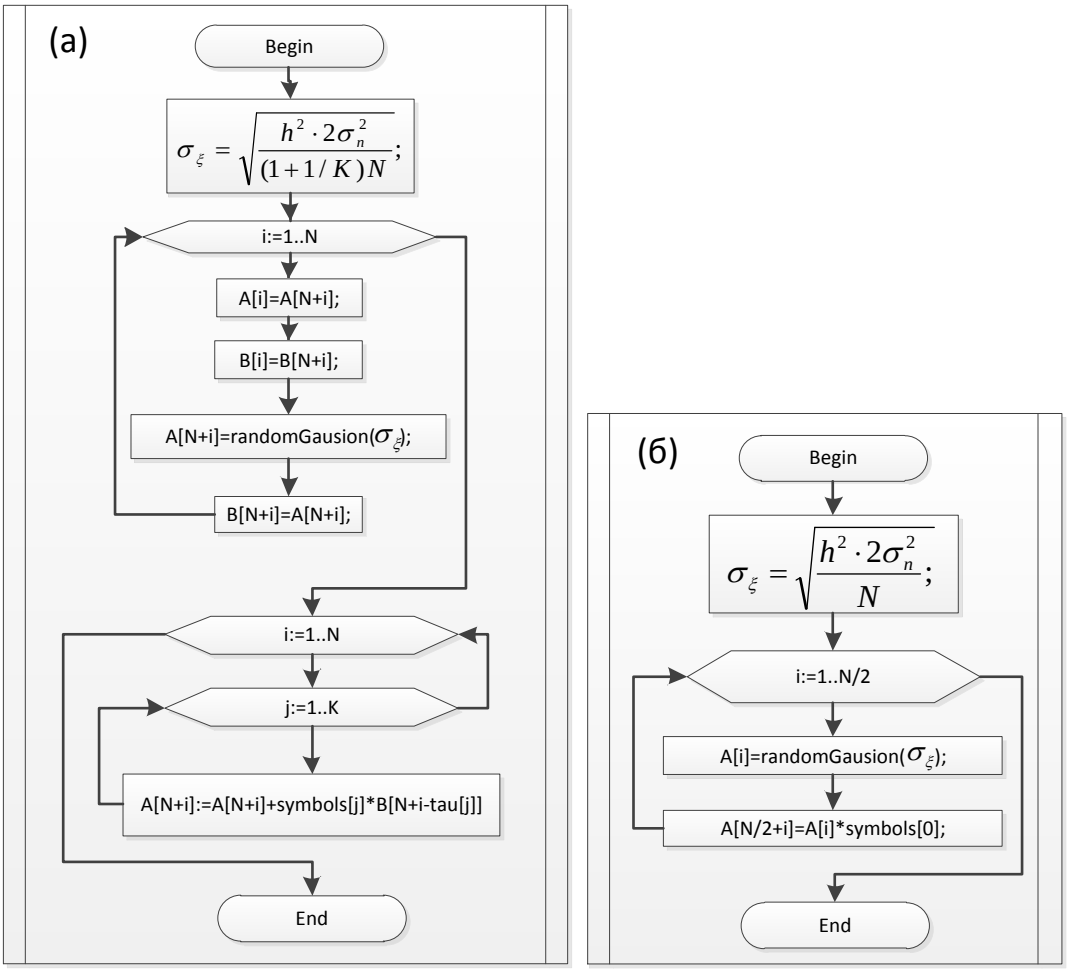


Рисунок 3.8 – Блок схема відправки даних: КЧМШС (а), ФМШС (б)

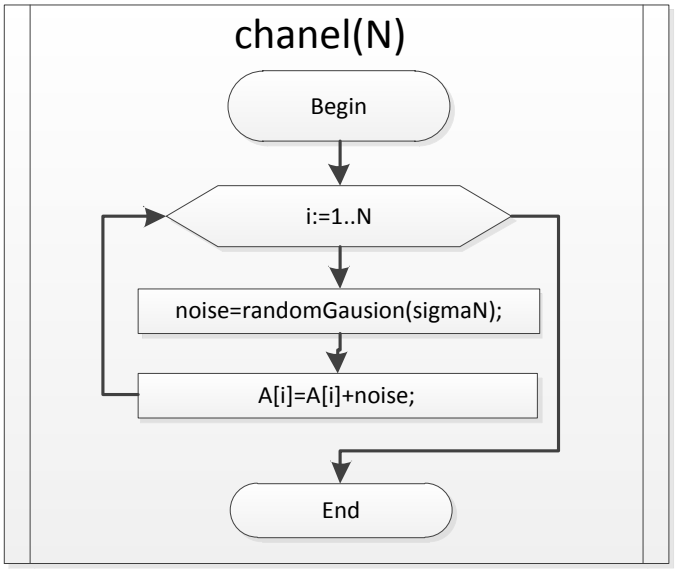


Рисунок 3.9 – Блок схема каналу з завадою білого гаусового шуму (AWN)

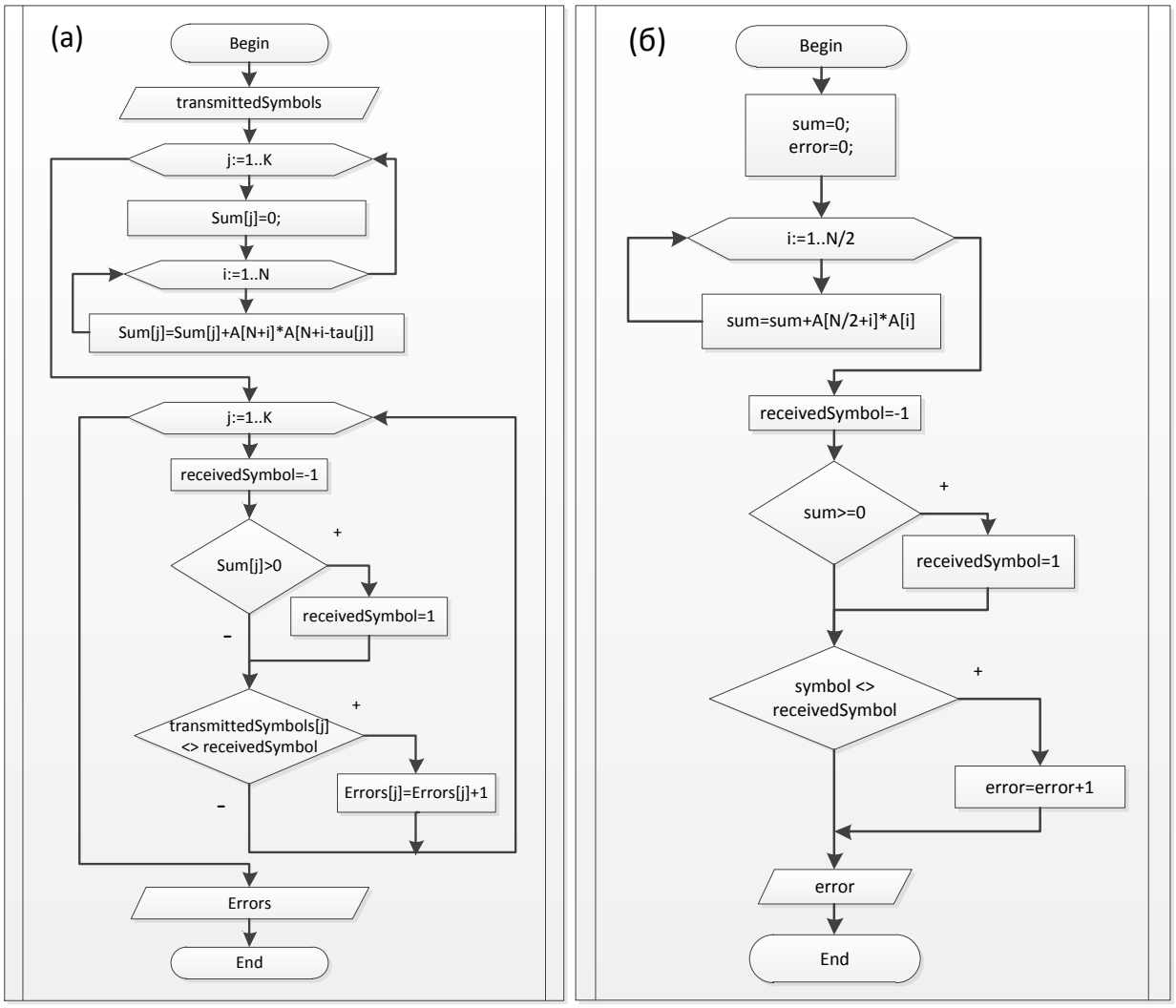


Рисунок 3.10 – Блок схема прийому даних: КЧМШ (а), ФМШС (б)

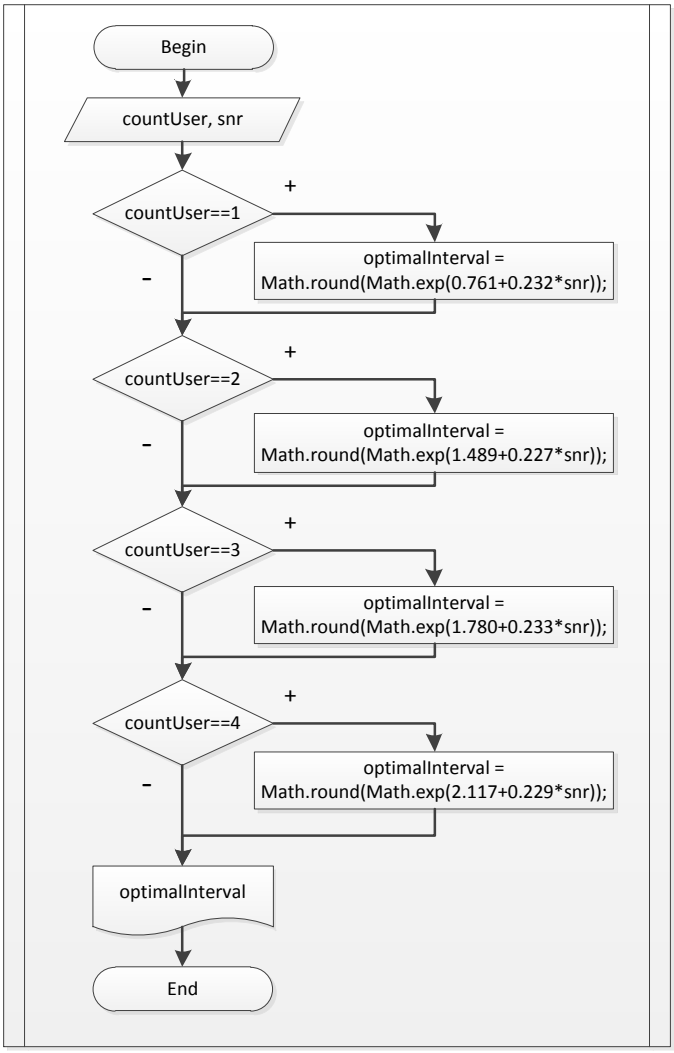


Рисунок 3.11 – Алгоритм обчислення мінімальної кількості відліків інформаційного символу шляхом застосування експоненціальної регресії

Після запуску програми «Simulation Noise Communication Model» відкривається вікно програми (рис. 3.12), в якому після введення параметрів і натискання кнопки «*Start*» представлено результати імітації роботи бінарного модему з кореляційно-часовою маніпуляцією шумового сигналу.

Імітаційна модель системи виконує послідовну імітацію передачі заданого числа бітів інформації для кожного значення відношення сигнал/шум . Після завершення кожного із сеансів дані результатів оцінки завадостійкості виводяться в табличній формі та записуються у файл робочої директорії.

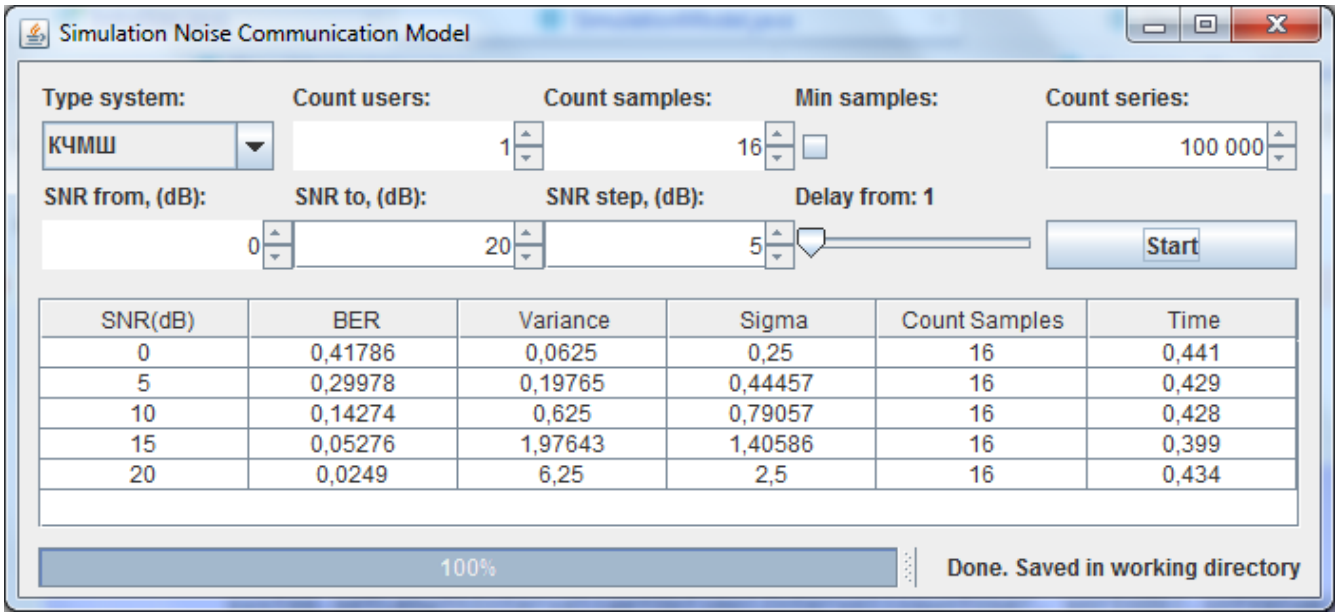


Рисунок 3.12 – Головне вікно програми (КЧМШС)

У вікні програми розміщені наступні компоненти:

1) Тип модельованої системи, *Type system*;

2) Кількість користувачів системи, *Count user;*

3) Кількість відліків символьного інтервалу, *Count samples;*

4) Перемикач режиму автоматичного вибору кількості відліків, що визначає мінімальну кількість відліків при максимальній достовірності демодулятора за формулою (2.52) для заданого рівня відношення сигнал/завада, *Min samples*;

5) Кількість сеансів передачі згенерованого інформаційного біту для заданого відношення сигнал/шум, *Count series*;

6) Відношення сигнал/шум в дБ, відповідно: початкове значення, кінцеве та крок *SNR from, SNR to, SNR step*;

7) Величина затримки, *Delay from;*

8) Таблиця виведення результатів моделювання – призначена для друку вхідних і вихідних параметрів моделювання, а саме: поточне відношення «сигнал/шум», ймовірність помилки, значення дисперсії σ_ξ^2 та середньо квадратичне відхилення сигналу σ_ξ, довжину символьних інтервалів, тривалість обрахунку в секундах;

3.5. Результати імітаційного моделювання процесу передачі даних шумовими сигналами

За допомогою побудованої імітаційної моделі було проведено серії експериментів для розрахунку завадостійкості систем передачі даних шумовими сигналами, теоретичне дослідження яких було виконано у розділі 2 даної роботи. В усіх експериментах було використано наступні спільні параметри: кількість тактів, $M = 1 \cdot 10^5$, довжина тактового інтервалу N=128 (база сигналу, $B = 64$), відношення сигнал/шум, h^2 послідовно змінюється від 0 до d, з кроком 1 включно до точності $1 \cdot 10^{-4}$ ймовірності виникнення помилки (BER). Таким чином, кожна серія складається з $d+1$ експериментів.

3.5.1. Оцінка завадостійкості бінарного модему з КЧМШС з врахуванням квадратичної складової

За допомогою описаної вище імітаційної моделі було проведене дослідження процесу передачі даних. У таблиці 3.2 представлено результати аналітичних (теоретичних) розрахунків та імітаційного моделювання.

Таблиця 3.2

Результати дослідження завадостійкості бінарного модему з КЧМШС з врахуванням квадратичної складової

Номер пп., i	Відношення «сигнал/шум», h^2	Ймовірність виникнення помилки (BER)	
		Спостережуване значення, x_i	Теоретичне значення, y_i
1.	0	0,46324	0,463
2.	1	0,45737	0,454
3.	2	0,4479	0,443
4.	3	0,43277	0,427
5.	4	0,41597	0,414
6.	5	0,39505	0,395
7.	6	0,36993	0,37
8.	7	0,34341	0,341
9.	8	0,30717	0,306
10.	9	0,26622	0,266
11.	10	0,22228	0,223
12.	11	0,17421	0,177
13.	12	0,13126	0,132

Таблиця 3.2 (продовження)

Номер пп., i	Відношення «сигнал/шум», h^2	Ймовірність виникнення помилки (BER)	
		Спостережуване значення, x_i	Теоретичне значення, y_i
14.	13	0,0888	0,091
15.	14	0,05435	0,057
16.	15	0,03008	0,032
17.	16	0,01385	0,016
18.	17	0,0053	0,0075
19.	18	0,00181	0,00311
20.	19	0,00055	0,00119

Середнє арифметичне імітаційного значення ймовірності помилки рівне $\bar{x} = 0.2310$, середнє арифметичне теоретичного значення ймовірності помилки – відповідно $\bar{y} = 0.2309$, а різниця між середніми арифметичними $\mu_{x-y} = \bar{x} - \bar{y} = 1.36 \cdot 10^{-4}$. Стандартна помилка різниці середніх арифметичних знаходиться за формулою

$$\delta_\mu = \frac{\sum_{i=1}^{d} (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^{d} (y_i - \bar{y})^2}{d \cdot (d-1)}. \qquad (3.3)$$

Із (3.3) $\delta_\mu = 9.32 \cdot 10^{-4}$ Звідси довірчий інтервал для μ_{x-y} визначається як

$$\Delta\mu = t_{0.95;19} \cdot \sqrt{\delta_\mu} = 2.09 \cdot \sqrt{9.32 \cdot 10^{-4}} = 0.0638, \qquad (3.4)$$

де $t_{0.95;19} = 2.09$ – табличне значення двостороннього критерію Стьюдента для 95%-го довірчого інтервалу та $d - 1 = 19$ ступенів свободи [32, 46]. Таким чином, $\Delta\mu = 0.0638$ і

$$\mu_{x-y} \in [-0.0636; 0.0639].$$

Середнє значення розбіжності між результатами, аналітичного розрахунку та імітаційного моделювання обрахуємо за формулою

$$\bar{\delta} = \frac{1}{d} \sum_{i=1}^{d} \frac{|x_i - y_i|}{y_i}. \qquad (3.5)$$

Відповідно до (3.5) розбіжність між теоретичними та імітаційними результатами складає $\bar{\delta} \approx 7.9\%$. Графік результатів імітаційного моделювання та відповідних їм результатів теоретичного дослідження наведено на рисунку 3.13.

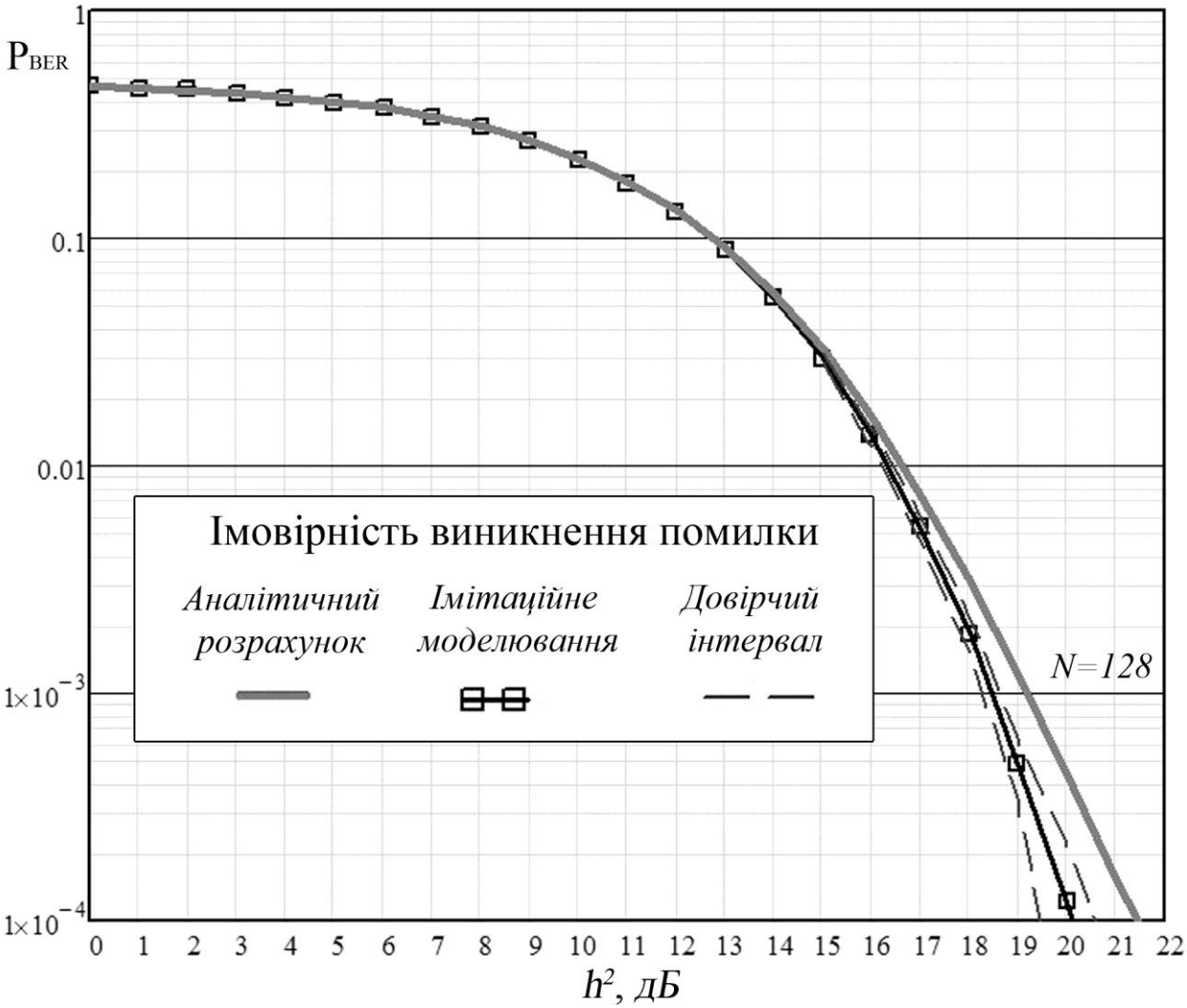
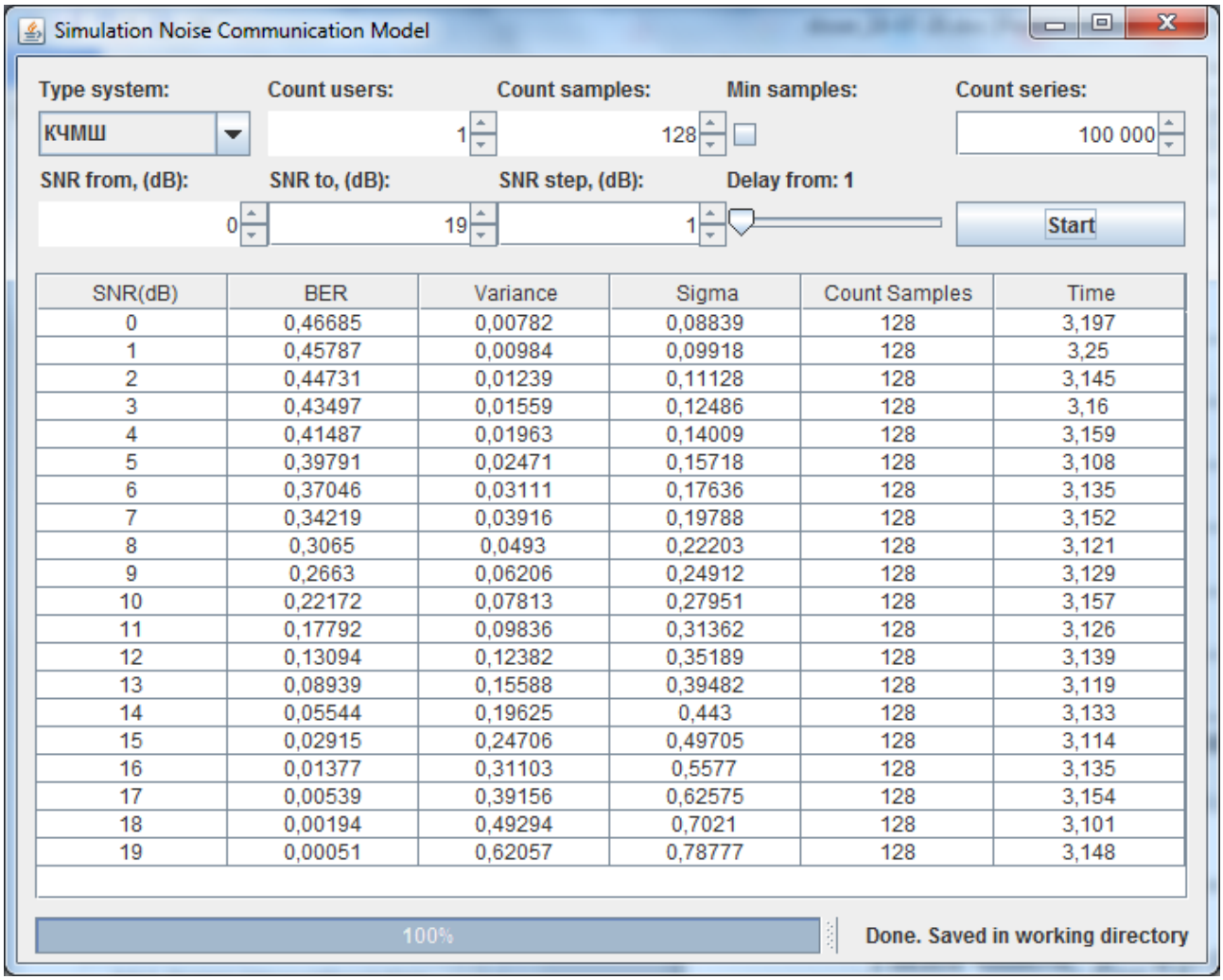


Рисунок 3.13 – Завадостійкість модему з КЧМШС

3.5.2. Оцінка завадостійкості бінарного модему з КЧМШС методом характеристичних функцій

У таблиці 3.3 визначено інтервал розсіювання $\bar{x} - 3\sigma_x \le x_i \le \bar{x} + 3\sigma_x$ спостережуваної величини ймовірності помилки x_i. Так як ймовірність помилки біту спостереженого значення імітаційного моделювання до точності $1 \cdot 10^{-1}$ (при відношенні сигнал/завада 15дБ) відповідає теоретичній оцінці, інтервал розсіювання побудований в межах $(1 \cdot 10^{-1}; 1 \cdot 10^{-4})$ і зображений на графіку (рис. 3.9). Вікно з результатами імітаційного моделювання зображено на рис. 3.14.



SNR(dB)	BER	Variance	Sigma	Count Samples	Time
0	0,46685	0,00782	0,08839	128	3,197
1	0,45787	0,00984	0,09918	128	3,25
2	0,44731	0,01239	0,11128	128	3,145
3	0,43497	0,01559	0,12486	128	3,16
4	0,41487	0,01963	0,14009	128	3,159
5	0,39791	0,02471	0,15718	128	3,108
6	0,37046	0,03111	0,17636	128	3,135
7	0,34219	0,03916	0,19788	128	3,152
8	0,3065	0,0493	0,22203	128	3,121
9	0,2663	0,06206	0,24912	128	3,129
10	0,22172	0,07813	0,27951	128	3,157
11	0,17792	0,09836	0,31362	128	3,126
12	0,13094	0,12382	0,35189	128	3,139
13	0,08939	0,15588	0,39482	128	3,119
14	0,05544	0,19625	0,443	128	3,133
15	0,02915	0,24706	0,49705	128	3,114
16	0,01377	0,31103	0,5577	128	3,135
17	0,00539	0,39156	0,62575	128	3,154
18	0,00194	0,49294	0,7021	128	3,101
19	0,00051	0,62057	0,78777	128	3,148

Рисунок 3.14 – Вікно імітаційної моделі бінарного модему з КЧМШС

Середнє арифметичне імітаційного значення ймовірності помилки рівне $\bar{x} = 0.2310$, середнє арифметичне теоретичного значення (табл. 3.3) ймовірності помилки – відповідно $\bar{y} = 0.2309$, а різниця між середніми арифметичними $\mu_{x-y} = \bar{x} - \bar{y} = 7.94 \cdot 10^{-5}$.

Стандартна помилка різниці середніх арифметичних знаходиться за формулою (3.3) $\delta_\mu = 9.49 \cdot 10^{-4}$. Довірчий інтервал для μ_{x-y} визначається за (3.4)

$$\Delta\mu = t_{0.95;19} \cdot \sqrt{\delta_\mu} = 2.09 \cdot \sqrt{9.49 \cdot 10^{-4}} = 0.0644,$$

Таким чином, $\mu_{x-y} \in [-0.0643; 0.0644]$.

Таблиця 3.3

Результати дослідження завадостійкості бінарного модему з КЧМШС методом характеристичних функцій

Номер пп., i	Відношення «сигнал/шум», h^2	Ймовірність виникнення помилки (BER)			
		Спостережуване значення,			Теоретичне значення, y_i
		$\bar{x}-3\sigma_x$	x_i	$\bar{x}+3\sigma_x$	
1.	0		0,46324		0,465
2.	1		0,45737		0,457
3.	2		0,4479		0,446
4.	3		0,43277		0,432
5.	4		0,41597		0,416
6.	5		0,39505		0,395
7.	6		0,36993		0,37
8.	7		0,34341		0,341
9.	8		0,30717		0,306
10.	9		0,26622		0,266
11.	10		0,22228		0,222
12.	11		0,17421		0,176
13.	12		0,13126		0,131
14.	13		0,0888		0,089
15.	14		0,05435		0,055
16.	15	0,028109	0,03008	0,030622	0,03
17.	16	0,012477	0,01385	0,015092	0,014
18.	17	0,004791	0,0053	0,006053	0,00601
19.	18	0,001470	0,00181	0,002213	0,00221
20.	19	0,000338	0,00055	0,000625	0,000712

Середнє значення розбіжності між аналітичним розрахунком та імітаційного дослідження знаходиться за формулою (3.5) відповідно, $\bar{\delta} \approx 2.9\%$. Отже, розбіжність між теоретичними та імітаційними результатами є несуттєвою, що дає можливість зробити висновок про адекватність аналітичної та імітаційної моделей.

Графік результатів імітаційного моделювання та відповідних їм результатів теоретичного дослідження наведено на рисунку 3.15.

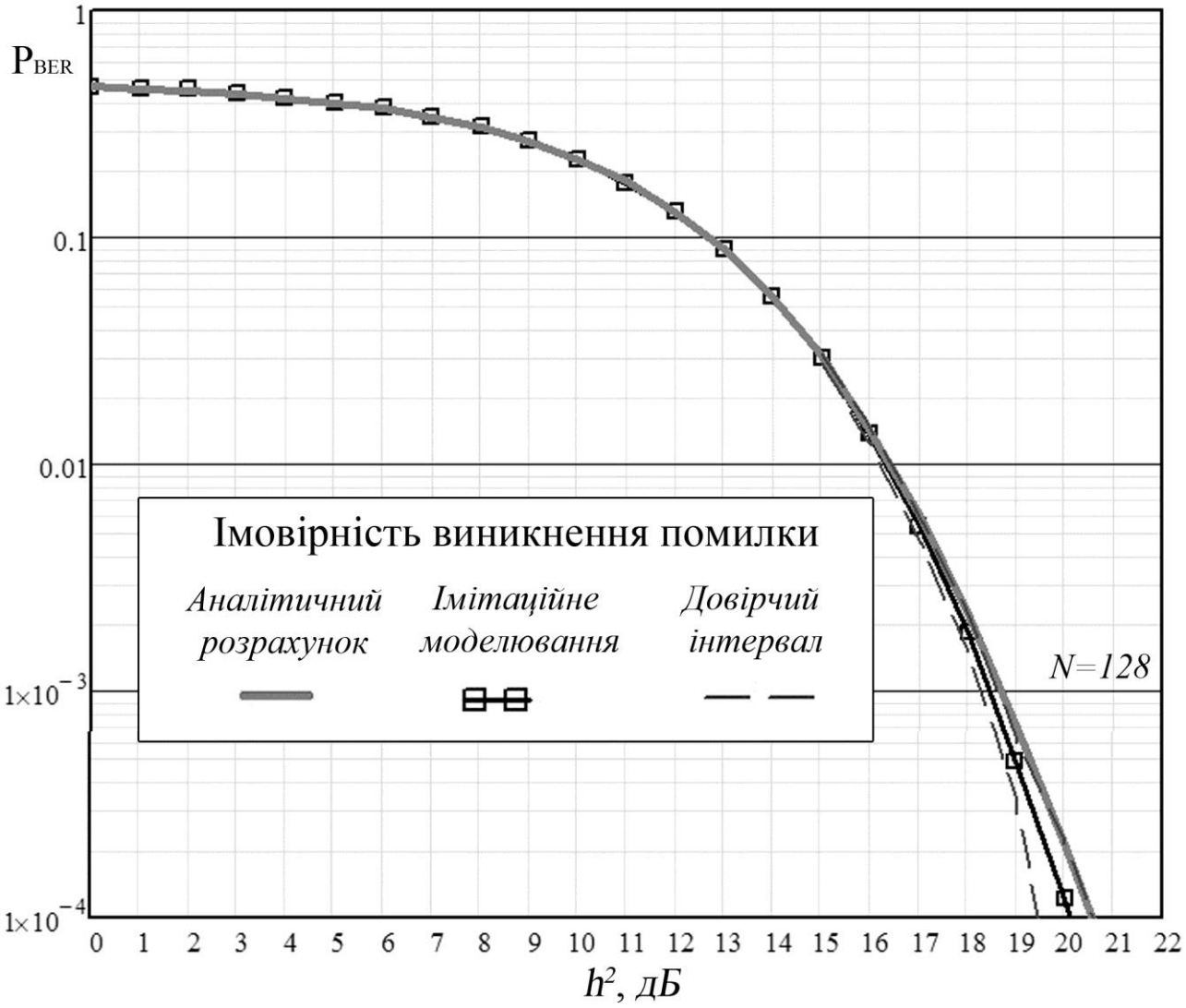


Рисунок 3.15 – Завадостійкість модему з КЧМШС

3.5.3. Оцінка завадостійкості бінарного модему з ФМШС методом характеристичних функцій

Середнє арифметичне імітаційного значення ймовірності помилки (табл. 3.4) рівне $\bar{x} = 0.2244$, середнє арифметичне теоретичного значення ймовірності помилки – відповідно $\bar{y} = 0.2099$, а різниця між середніми арифметичними $\mu_{x-y} = \bar{x} - \bar{y} = 0.0144$. Помилка різниці середніх арифметичних відповідно до (3.3) $\delta_\mu = 7.937 \cdot 10^{-4}$, довірчий інтервал для μ_{x-y} визначимо за (3.4)

$$\Delta\mu = t_{16,0.95}\sqrt{\delta_\mu} = 0.0597,$$

Таким чином, $\mu_{x-y} \in [-0.0453; 0.0741]$.

Таблиця 3.4

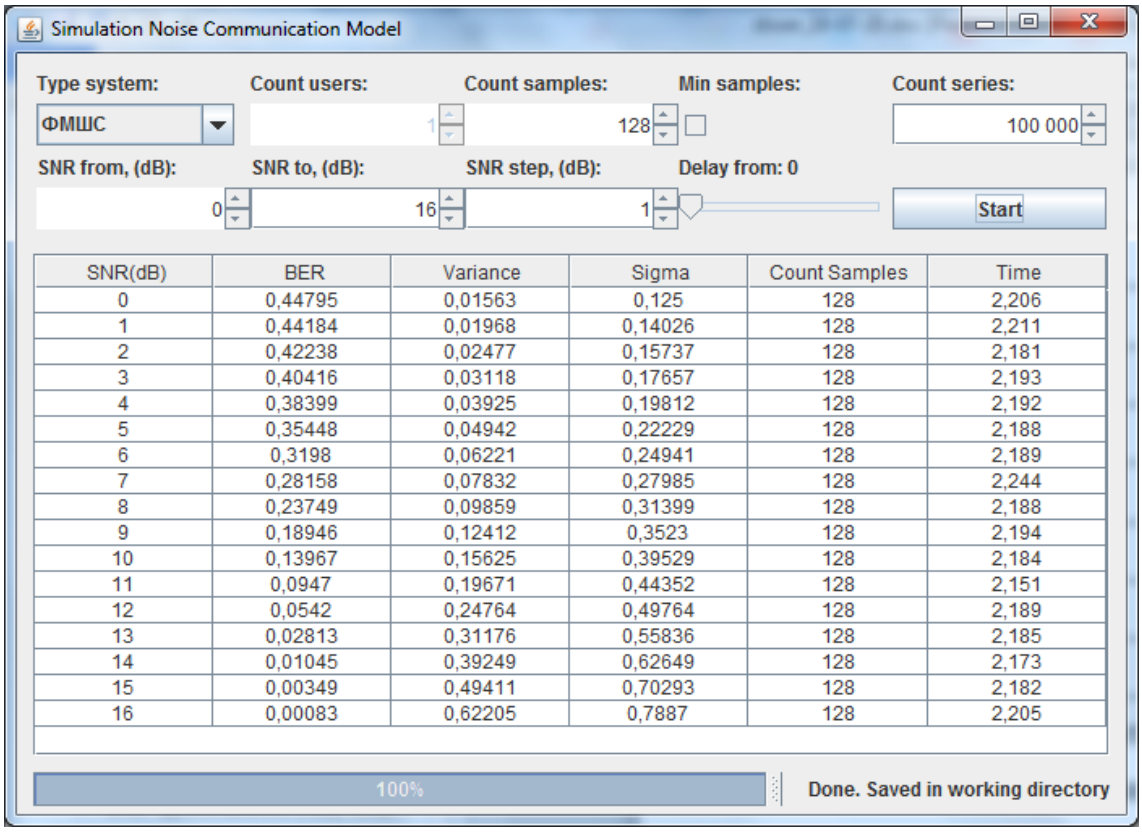
Результати дослідження завадостійкості бінарного модему ФМШС методом характеристичних функцій

Номер пп., i	Відношення «сигнал/шум», h^2	Ймовірність виникнення помилки (BER)			
		Спостережуване значення,			Теоретичне значення, y_i
		$\bar{x}-3\sigma_x$	x_i	$\bar{x}+3\sigma_x$	
1.	0		0.45237		0.451
2.	1		0.4401		0.439
3.	2		0.42578		0.424
4.	3		0.40688		0.405
5.	4		0.3825		0.382
6.	5		0.3524		0.353
7.	6		0.32026		0.32
8.	7		0.28169		0.281
9.	8		0.23645		0.237
10.	9		0.18708		0.188
11.	10		0.13968		0.139
12.	11		0.09437		0.094
13.	12		0.05397		0.055
14.	13		0.02688		0.027
15.	14	*0,00992*	0.01078	*0,01182*	0.011
16.	15	*0,00279*	0.00354	*0,00395*	0.003356
17.	16	*0,00048*	0.00056	*0,00096*	0.000737

Відповідно до (3.5) середнє значення розбіжності між результатами отримані внаслідок аналітичного розрахунку та імітаційного дослідження рівне $\bar{\delta} \approx 2.2\%$. Отже, розбіжність між теоретичними та імітаційними результатами є несуттєвою, що дає можливість зробити висновок про адекватність аналітичної та імітаційної моделей.

Вікно з результатами імітаційного моделювання зображено на рис. 3.14.

Графік результатів імітаційного моделювання та відповідних їм результатів теоретичного дослідження наведено на рисунку 3.17.



SNR(dB)	BER	Variance	Sigma	Count Samples	Time
0	0,44795	0,01563	0,125	128	2,206
1	0,44184	0,01968	0,14026	128	2,211
2	0,42238	0,02477	0,15737	128	2,181
3	0,40416	0,03118	0,17657	128	2,193
4	0,38399	0,03925	0,19812	128	2,192
5	0,35448	0,04942	0,22229	128	2,188
6	0,3198	0,06221	0,24941	128	2,189
7	0,28158	0,07832	0,27985	128	2,244
8	0,23749	0,09859	0,31399	128	2,188
9	0,18946	0,12412	0,3523	128	2,194
10	0,13967	0,15625	0,39529	128	2,184
11	0,0947	0,19671	0,44352	128	2,151
12	0,0542	0,24764	0,49764	128	2,189
13	0,02813	0,31176	0,55836	128	2,185
14	0,01045	0,39249	0,62649	128	2,173
15	0,00349	0,49411	0,70293	128	2,182
16	0,00083	0,62205	0,7887	128	2,205

Рисунок 3.16 – Вікно імітаційної моделі бінарного модему з ФМШС

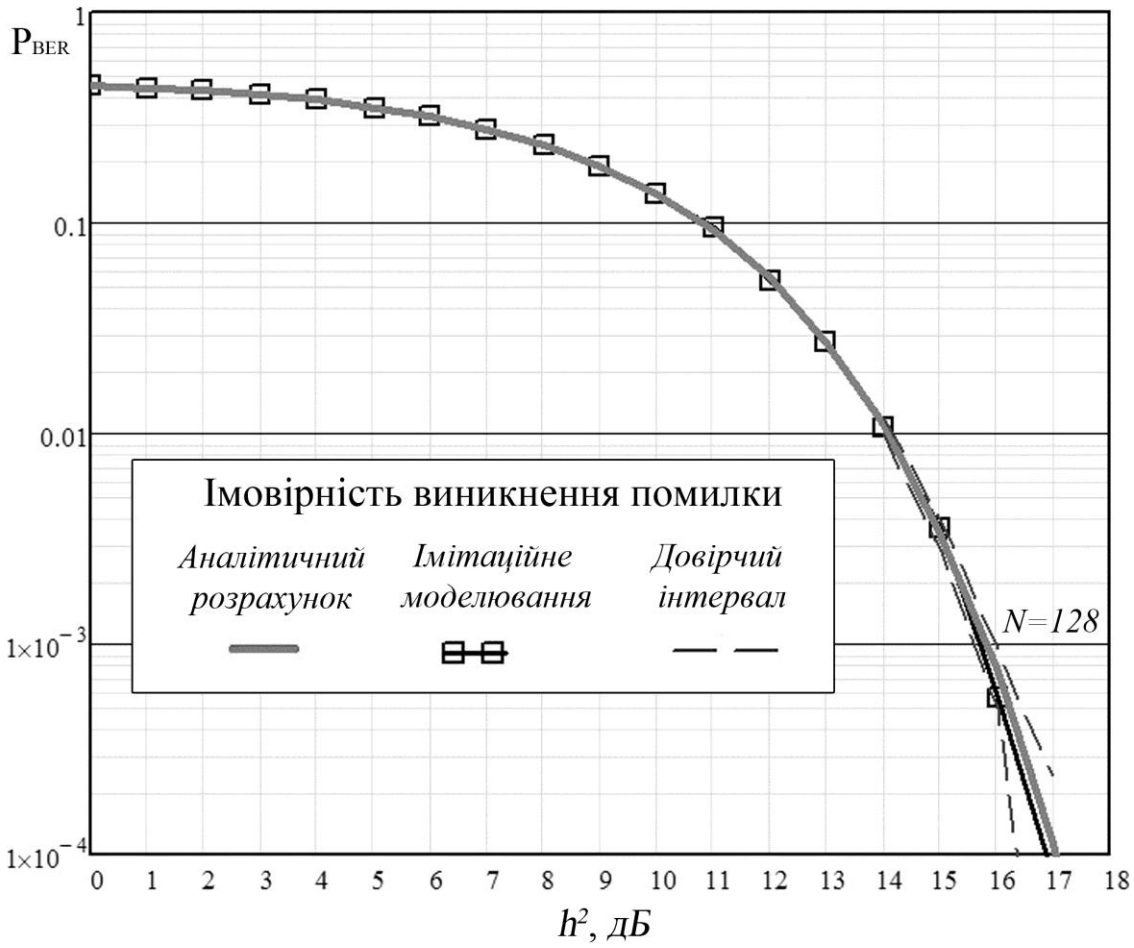
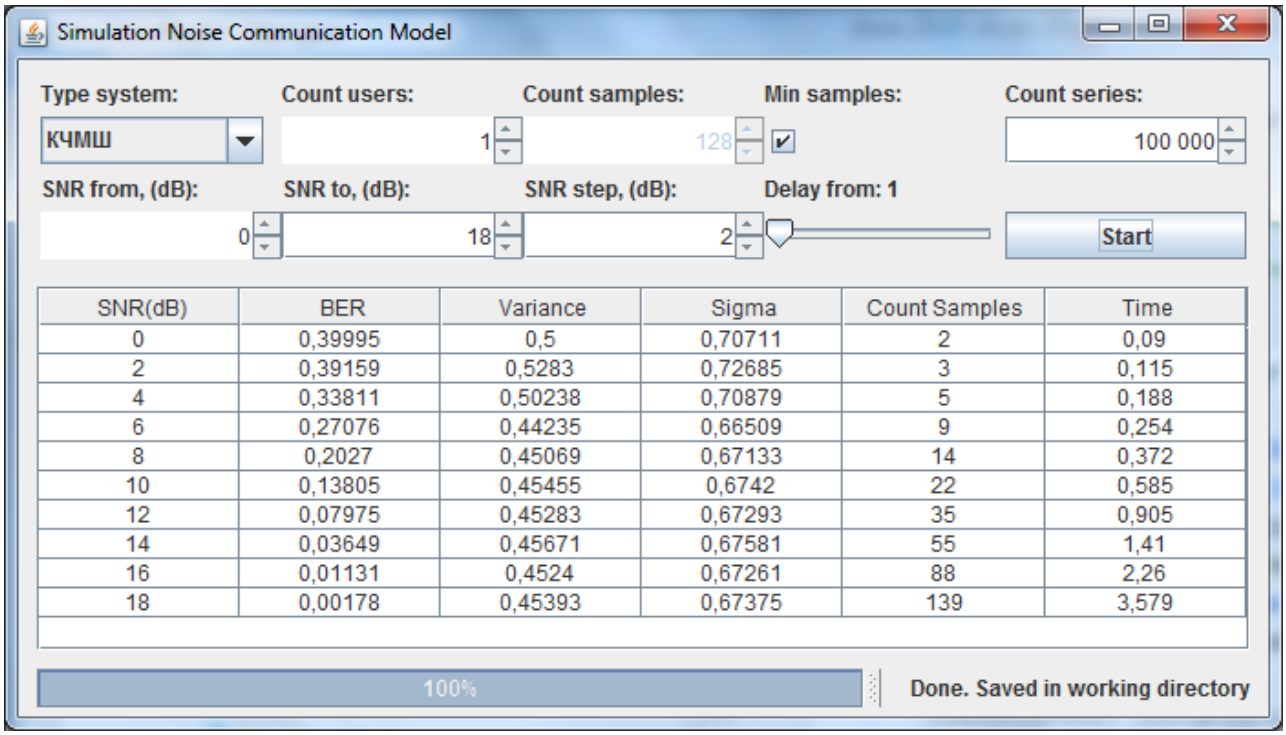


Рисунок 3.17 – Завадостійкість модему з ФМШС

3.5.4. Оцінка технології передачі даних з підвищеною завадостійкістю

Віповідно дослідження [80] розроблений алгоритм для програмної реалізації імітаційної моделі який дозволяє встановити мінімальну кількість відліків АЦП при максимальній достовірності демодуляції для заданого рівня відношення сигнал/завада. Завдяки програмної реалізації алгоритму, імітаційна модель обирає значення довжини символьного інтервалу відповідно до завадових обставин каналу звязку, що дозволяє збільшити завадостійкість та швидкість роботи імітаційної моделі (при значеннях відношення сигнал/шум менших 14 дБ) в порівнянні із сталою довжиною символьного інтервалу (рис. 3.19).

Результати досліджень моделі із застосування алгоритму знаходження мінімальної кількості відліків для відправки 10^5 бітів інформації багатопозиційним модемом з КЧМШ для різної кількості користувачів (К) наведені на рисунках (3.18 – 3.23). Для порівняння приводяться дані досліджень при сталій кількості відліків (*N=128*) представлених в таблицях (3.5 – 3.7).



SNR(dB)	BER	Variance	Sigma	Count Samples	Time
0	0,39995	0,5	0,70711	2	0,09
2	0,39159	0,5283	0,72685	3	0,115
4	0,33811	0,50238	0,70879	5	0,188
6	0,27076	0,44235	0,66509	9	0,254
8	0,2027	0,45069	0,67133	14	0,372
10	0,13805	0,45455	0,6742	22	0,585
12	0,07975	0,45283	0,67293	35	0,905
14	0,03649	0,45671	0,67581	55	1,41
16	0,01131	0,4524	0,67261	88	2,26
18	0,00178	0,45393	0,67375	139	3,579

Рисунок 3.18 – Вікно програми: застосування алгоритму знаходження мінімальної кількості відліків (К=1)

Таблиця 3.5

Результати імітаційного дослідження завадостійкості бінарного модему КЧМШС (К=1, N=128)

Відношення сигнал/шум, h^2(дБ)	**Ймовірність помилки біту (BER)**	σ_ξ^2	σ_ξ	**Кількість відліків, N**	**Витрати часу, сек.**
0,00	0,4649900	0,00781	0,08839	128	3,266
2,00	0,4462300	0,01238	0,11127	128	3,294
4,00	0,4157000	0,01962	0,14009	128	3,233
6,00	0,3707300	0,03110	0,17636	128	3,253
8,00	0,3088300	0,04929	0,22202	128	3,229
10,00	0,2243700	0,07813	0,27951	128	3,200
12,00	0,1301500	0,12382	0,35188	128	3,208
14,00	0,0541200	0,19624	0,44299	128	3,261
16,00	0,0145000	0,31102	0,55769	128	3,236
18,00	0,0016800	0,49294	0,70209	128	3,244
20,00	0,0001200	0,78125	0,88388	128	3,621

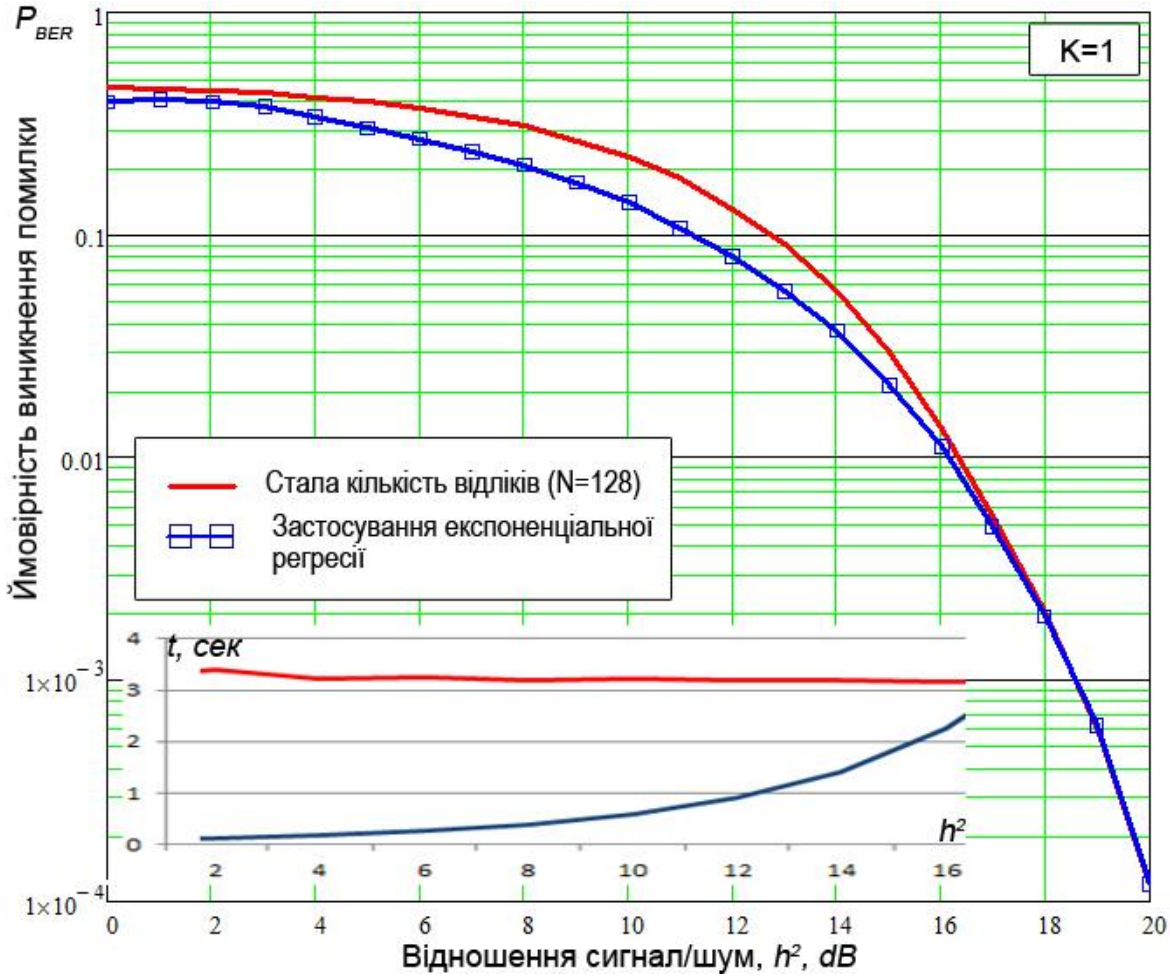


Рисунок 3.19 – Застосування алгоритму знаходження мінімальної кількості відліків

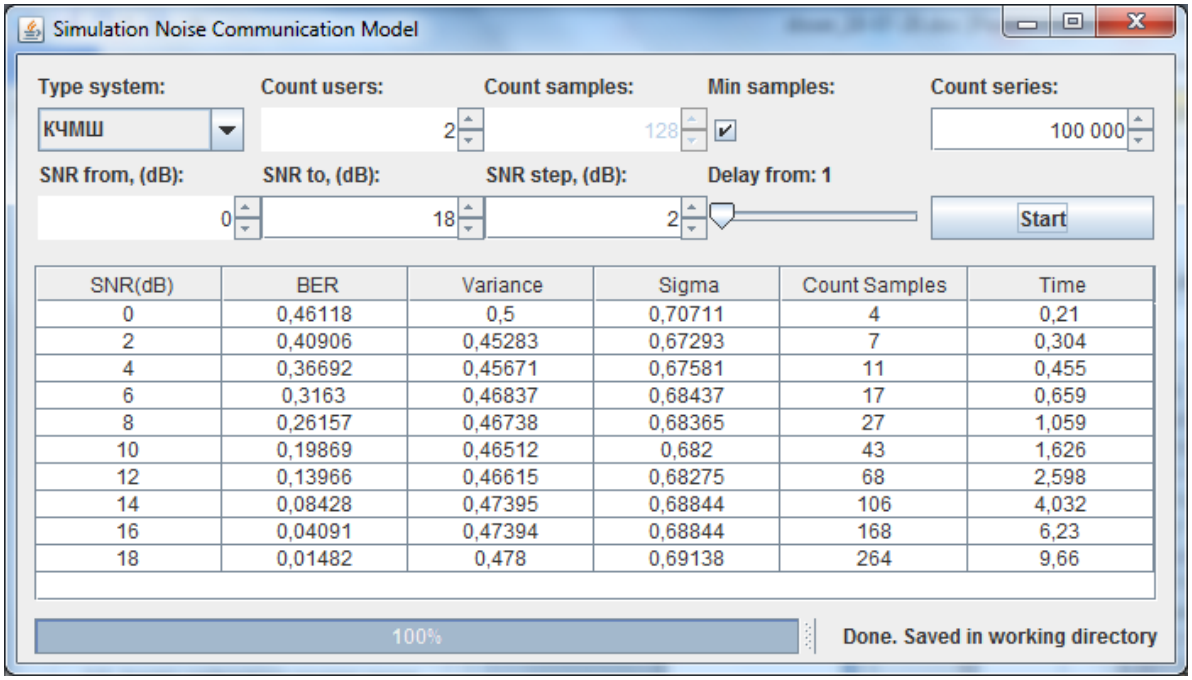


Рисунок 3.20 – Вікно програми: застосування алгоритму знаходження мінімальної кількості відліків (К=2)

Таблиця 3.6

Результати імітаційного дослідження завадостійкості бінарного модему КЧМШС (К=2, N=128)

Відношення сигнал/шум, h^2(дБ)	**Ймовірність помилки біту (BER)**	σ_ξ^2	σ_ξ	**Кількість відліків, N**	**Витрати часу, сек.**
0,00	0,4656550	0,01563	0,12500	128	4,643
2,00	0,4470950	0,02476	0,15737	128	4,695
4,00	0,4190750	0,03925	0,19811	128	4,688
6,00	0,3766400	0,06220	0,24941	128	4,694
8,00	0,3165500	0,09859	0,31399	128	4,692
10,00	0,2418650	0,15625	0,39528	128	4,716
12,00	0,1602550	0,24764	0,49763	128	4,696
14,00	0,0871600	0,39248	0,62648	128	4,797
16,00	0,0406450	0,62204	0,78870	128	4,709
18,00	0,0172600	0,98587	0,99291	128	4,797
20,00	0,0081750	1,56250	1,25000	128	4,759

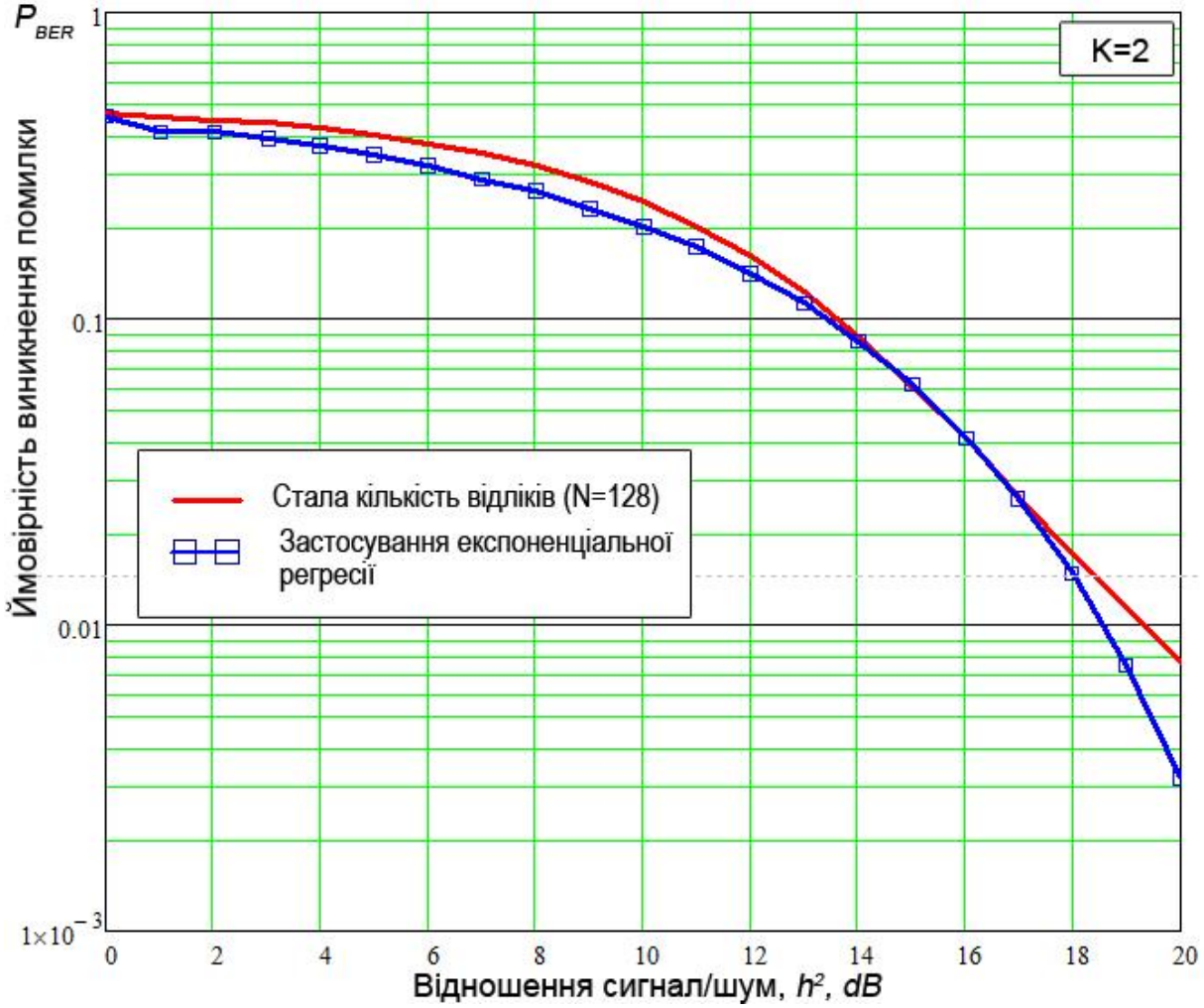


Рисунок 3.21 – Застосування алгоритму знаходження мінімальної кількості відліків (К=2)

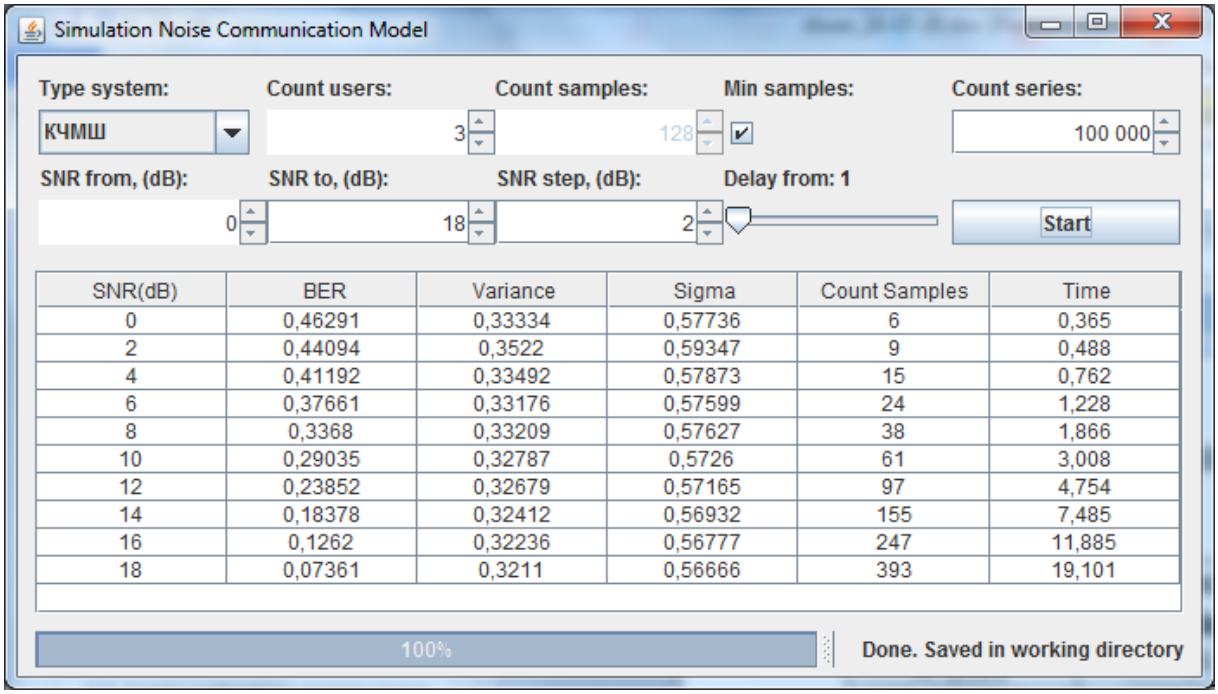


Рисунок 3.22 – Вікно програми: застосування алгоритму знаходження мінімальної кількості відліків (К=3)

Таблиця 3.7

Результати імітаційного дослідження завадостійкості бінарного модему КЧМШС (К=3, N=128)

Відношення сигнал/шум, h^2(дБ)	**Ймовірність помилки біту (BER)**	σ_ξ^2	σ_ξ	**Кількість відліків, N**	**Витрати часу, сек.**
0,00	0,4778433	0,01563	0,12500	128	6,211
2,00	0,4634433	0,02476	0,15737	128	6,274
4,00	0,4464467	0,03925	0,19811	128	6,217
6,00	0,4179233	0,06220	0,24941	128	6,231
8,00	0,3741400	0,09859	0,31399	128	6,219
10,00	0,3187167	0,15625	0,39528	128	6,254
12,00	0,2505167	0,24764	0,49763	128	6,236
14,00	0,1784900	0,39248	0,62648	128	6,219
16,00	0,1144900	0,62204	0,78870	128	6,236
18,00	0,0699267	0,98587	0,99291	128	6,226
20,00	0,0440700	1,56250	1,25000	128	6,222

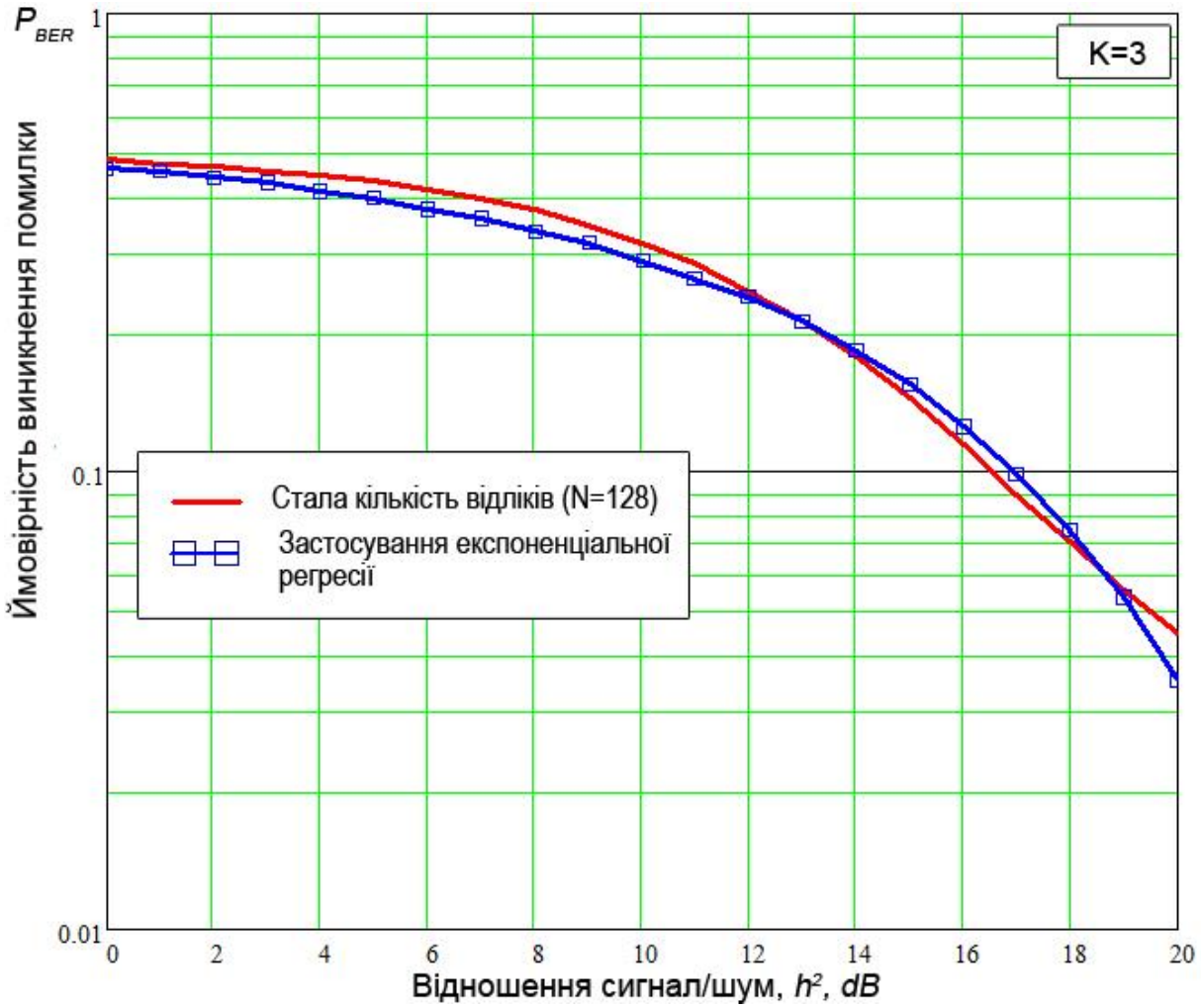


Рисунок 3.23 – Застосування алгоритму знаходження мінімальної кількості відліків (К=3)

3.6. Висновки до третього розділу

У третьому розділі отримані такі наукові та практичні результати:

1. Удосконалено метод проектування програмного забезпечення імітаційної моделі. Описані процеси проектування ПЗ, які відрізняються від вже відомого методу, об'єктно-орієнтованим підходом проектування програмного комплексу імітаційного моделювання телекомунікаційних систем.

2. Програмний комплекс імітаційного моделювання використано для дослідження процесів демодуляції сигналів. Отримані такі результати:

2.1 розроблена методика обрахунку параметрів відношення сигнал/завада для використання у імітаційному моделюванні дискретних комп'ютерних системи передачі даних;

2.2 представлені та описані структура і алгоритми функціонування імітаційних моделей для систем з КЧМШС та ФМШМ;

2.3 розроблено імітаційні моделі для дослідження завадостійкості систем передачі даних шумовими сигналами з КЧМШС та ФМШМ. Описані алгоритми роботи компонентів імітаційної моделі, а також представлено їх програмну реалізацію;

2.4 в процесі дослідження імітаційних моделей визначених систем були отримані залежності ймовірності виникнення бітової помилки (BER) від значення параметру відношення сигнал/завада, h^2;

2.5 отримані дані дали можливість побудувати 95% довірчий інтервал на основі *t*-критерію та величину розбіжності теоретичних та експериментальних даних (за допомогою обчислення значення модуля величини відхилення даних імітаційного та аналітичного моделювання). Для системи з КЧМШС з врахуванням квадратичної складової довірчій інтервал на основі t-критерію приймає межі [-0.0636;0.0639]. Модуль величини відхилення – 7.9%. Довірчий інтервал для системи з КЧМШС із застосуванням апарату характеристичної функції (АХФ) приймає значення [-0.0643;0.0644], модуль величини відхилення – 2,9%. Для системи з ФМШС із застосуванням АХФ довірчий інтервал лежить у межах $[-0.0453;0.0741\cdot10^{-3}]$, модуль величини відхилення – 2.2%;

2.6 побудовані 95% довірчі інтервали та значення модуля відхилення між теоретичними та експериментальними даними дають змогу стверджувати, що результати отримані за допомогою імітаційного моделювання є адекватними даними їх аналітичних моделей.

Отже, запропонований набір засобів теоретичного аналізу завадостійкості бінарних модемів типу КЧМШС та ФМШС з використанням методу характеристичних функцій та розроблені імітаційні моделі підтверджують отримані теоретичні результати аналізу завадостійкості цифрових модемів з шумовими сигналами. Ці методи можуть бути покладені в основу розробки модемів, що використовують автокореляційні алгоритми прийому, при проектуванні та створенні практичних систем.

Основні результати розділу опубліковані в роботах [80, 83, 87, 88].

РОЗДІЛ 4
РОЗРОБКА АПАРАТНО-ПРОГРАМНИХ ЗАСОБІВ РЕАЛІЗАЦІЇ СИСТЕМ ПЕРЕДАЧІ ДАНИХ ШУМОВИМИ СИГНАЛАМИ

4.1 Вступ

Для експериментального дослідження завадостійкості систем передачі даних систем з КЧМШС та ФМШМ розроблено програмно-апаратний макет, структура якого описується в даному розділі:

1. Проводиться опис проектування макетів систем передачі даних шумовими сигналами, що складається з передавача на базі апаратно обчислювальної платформи Arduino, лінії зв’язку та ЕОМ.

2. Представлені алгоритми обробки сигналів та описана їх робота. На основі алгоритмів виконується розробка програмного забезпечення для генерації сигналів на стороні передавача та обробки прийнятого сигналу на стороні приймача.

3. За допомогою розробленого програмно-апаратного комплексу приводяться результати експериментальних досліджень систем передачі даних з КЧМШС та ФМШМ.

4.2 Структура апаратних засобів інформаційної системи передачі даних шумовими сигналами

Структура апаратної складової макету представлена на рис. 4.1. Для формування модульованого шумового сигналу на стороні передавача використовується мікроконтролер із завантаженим програмним забезпеченням. Генератор шумового сигналу на основі вхідного шумового імпульсу формує інформаційний біт та послідовність імпульсів із заданою частотою, яка передається по лінії зв’язку на віртуальний COM-порт (вхід приймача). Результатом роботи є текстовий файл, що містить номер посилки, інформаційний символ для перевірки та список значень відліків сигналу. Сформований файл, що містить отриману інформацію, завантажується у

програму аналізатор, яка на виході дає значення ймовірності помилки біту, *BER*.

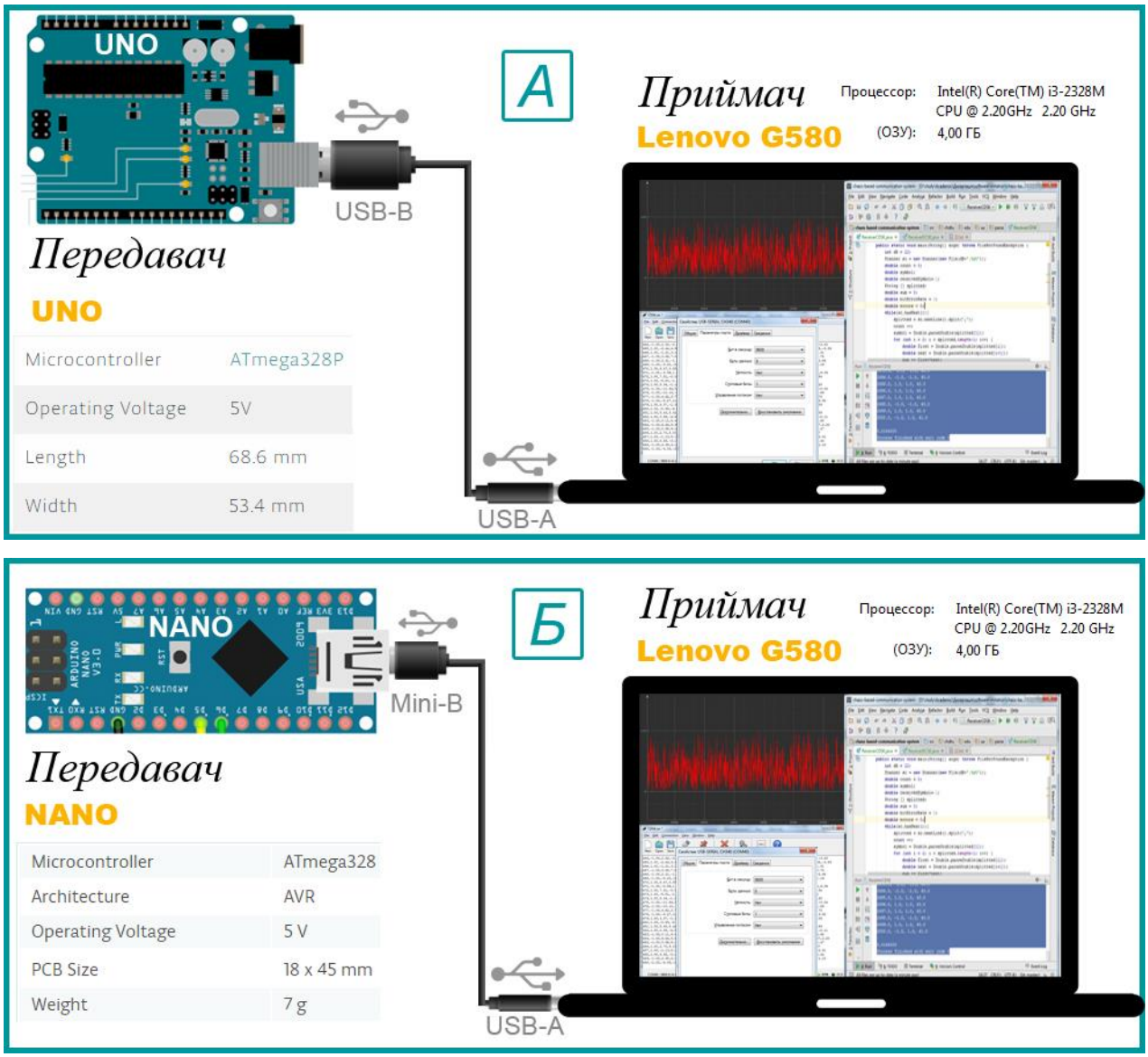


Рисунок 4.1 – Структура апаратної складової макету системи:
ФМШС (А), КЧМШС (Б)

Характеристика апаратно обчислюваних платформ Arduino UNO/NANO, що використовуються в якості передавача, представленні в таблиці 4.1.

Вибрані плати Arduino UNO/NANO мають ряд можливостей для здійснення зв'язку з комп'ютером. Один із способів комунікації забезпечується наявністю апаратного інтерфейсу UART. Під апаратним інтерфейсом розуміється електронний вузол, що знаходиться в контролері, в регістр якого програма тільки завантажує байт для передачі, а формування сигналів і всі інші операції робить сам вузол.

Таблиця 4.1

Характеристика апаратно обчислюваних платформ Arduino

Характеристика	**UNO**	**Nano**
Мікроконтролер	*ATmega328P*	*ATmega328*
Тактова частота	*16МГц*	*16МГц*
Робоча напруга (логічний рівень)	*5В*	*5В*
Напруга живлення	*7-12В*	*7-12В*
Digital I/O	*14 (6 з яких можуть використовуватися як ШІМ – виходи)*	*14 (6 з яких можуть використовуватися як ШІМ – виходи)*
Analog Inputs	*6*	*8*
Максимальний струм 1 виводу	*40 мА*	*40 мА*
Флеш пам'ять	*32 КБ*	*32 КБ (з яких 2 КБ використовуються завантажувачем)*
EEPROM	*1 КБ*	*1 КБ*
SRAM	*2 КБ*	*2 КБ*
USB - інтерфейс	*ATmega16U2*	*FTDI*
Розмір	*68.6 x 53.3 (мм)*	*43 x 18 (мм)*

Порт UART, підключений до виходів 0 (сигнал RX) і 1 (сигнал TX), використовується для отримання і передачі даних відповідно. Сигнали мають логічні рівні TTL (0-5В). Виводи RX та TX з'єднані з відповідними виводами мікросхеми ATmega16U2/ATmega328, яка виконує роль перетворювача USB-UART. Перетворювач інтерфейсу ATmega16U2/ATmega328 дозволяє підключати плату Arduino до комп'ютера через USB порт для завантаження в контролер програмного забезпечення (прошивки). Перед прошивкою плати на комп'ютері був встановлений відповідний драйвер, що створює віртуальний COM-порт, через який і відбувається обмін даними.

Формат передачі UART

Для встановлення зв’язку між платою Arduino і комп'ютером в контролері використовується інтерфейс UART (англ. Universal Asynchronous Receiver-Transmitter), який в поєднанні з вбудованим в Arduino USB-to-UART конвертером, дозволить встановити дуплексний зв'язок з комп'ютером через віртуальний COM-порт. Порт з'єднує цифрові виходи RX-0 (англ. Receive) та TX-1 (Transmit) при підключенні до комп'ютера по USB. В UART передача даних відбувається в послідовній формі, тобто по одному біту у форматі фреймів, представленому на рисунку 4.2.

Кожен фрейм складається з стартового біта, бітів даних і одного або декількох стоп-бітів. Тривалість усіх бітів однакова: $T = 1/S$, де S – швидкість передачі. Для зв’язку в макеті встановлена стандартна швидкість передачі – 9600 біт/с (рис. 4.3).

Передача фрейму починається зі стартового біта, він завжди має значення логічного нуля (0). Після стартового біта передаються 8 біт даних. Завершується посилка стоп-бітами, їх значення – завжди логічна одиниця (1). Відразу після стоп-бітів може починатися передача наступних фреймів або пауза довільної тривалості, під час якої на виході також формується рівень логічної одиниці (1).

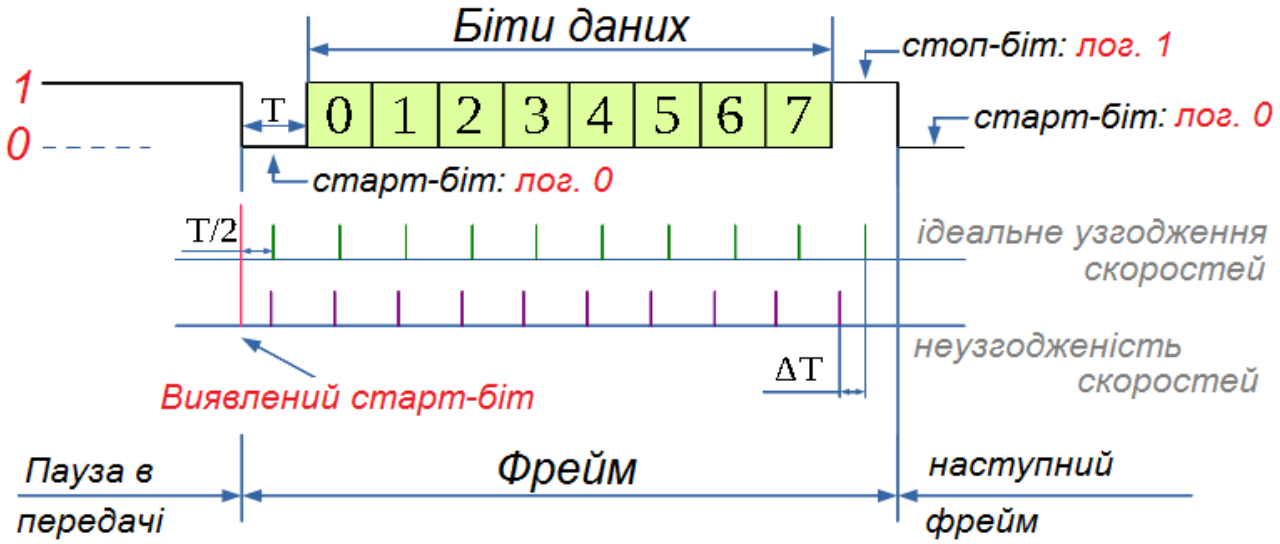


Рисунок 4.2 – Структура UART фрейму

Значення логічного 0 (старт-біт) дозволяє виявити момент початку передачі даних та розділити два послідовних фрейму і здійснити синхронізацію передавача і приймача. Виявивши початок старт-біта, приймач чекає протягом половини тривалості (*T/2*) передачі біта, після чого починає зчитувати сигнал на вході з частотою, що узгоджена зі швидкістю передачі даних. В ідеальному випадку момент кожного зчитування доводиться до середини прийнятого біта, але в реальності генератори тактових імпульсів передавача і приймача мають певну неузгодженість (ΔT) по частоті, в результаті кожне нове зчитування все більше зміщується щодо середини чергового біта.

У нашому випадку (рис. 4.3) передавач і приймач працюють на одній швидкості, налаштовані на роботу з однаковою кількістю бітів даних, стоп-бітів та однаково сконфігуровані щодо біта парності. Тому для обміну даними не потрібно передавати окремо тактовий сигнал – він відновлюється приймачем самостійно.

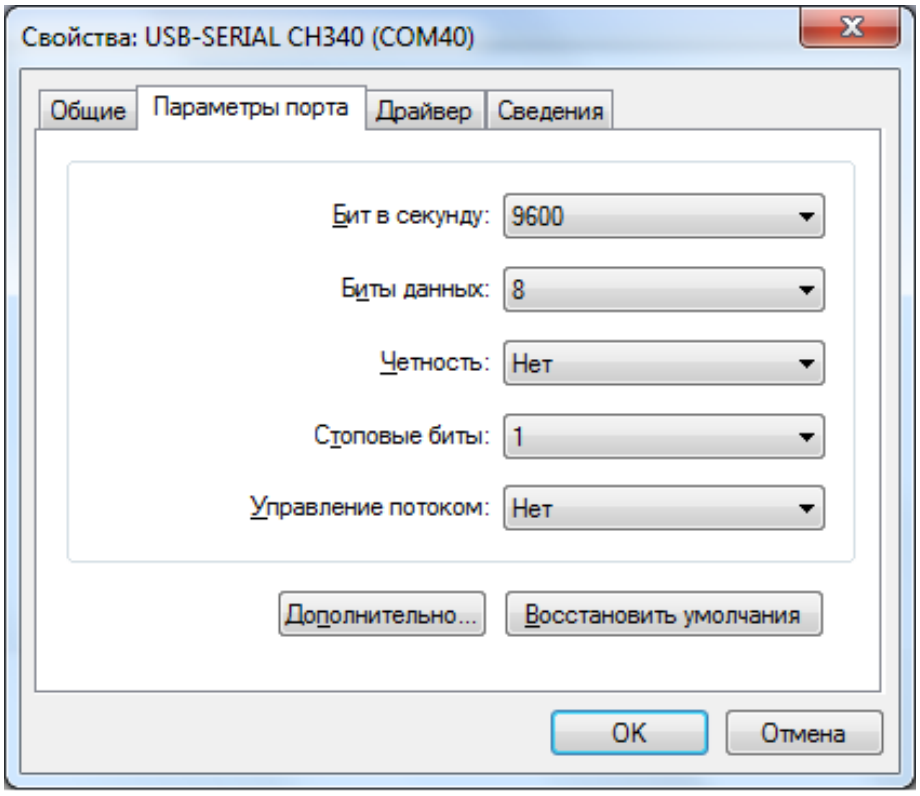


Рисунок 4.3 – Налаштування віртуального COM-порту

4.3 Програмне забезпечення макету інформаційної системи передачі даних шумовими сигналами

Процес функціонування макету системи передачі даних можна розділити на три частини: передачу інформаційного повідомлення, його прийом і аналіз.

Для формування сигналу передавача розроблено програмне забезпечення (ПЗ) у вигляді файлу з розширенням *.ino*, який в середовищі Arduino IDE компілюється та завантажується в плату через модуль передачі програмного забезпечення ПЗ.

Опис етапу формування сигналу передавача є наступним: спочатку відбувається формування послідовності інформаційних символів для передачі. Для коректного моделювання передачі даних необхідно, щоб передані символи були псевдовипадковими бінарними послідовностями і належали множині значень $\{-1;+1\}$.

Для того щоб виконати розрахунок ймовірності виникнення помилки біту P_{BER}, на стороні приймача має бути відома послідовність символів, що передавались. З цією метою інформаційна послідовність пересилається разом із відліками даних. Блок-схема алгоритму генерації символу для передачі за описаним принципом наведена на рис. 4.4.

За основу випадковості взяте випадкове число (шумовий імпульс) зчитане з непідключеного аналогового входу «A0» апаратно обчислюваної платформи. Для отримання значення необхідної множини обмежуємо його типом float і ділимо на 400. На виході маємо псевдовипадкову послідовність, яка є множиною значень $\{0;+1\}$, що далі за допомогою алгоритму (рис. 4.4) перетворюється в множину елементів $\{-1;+1\}$.

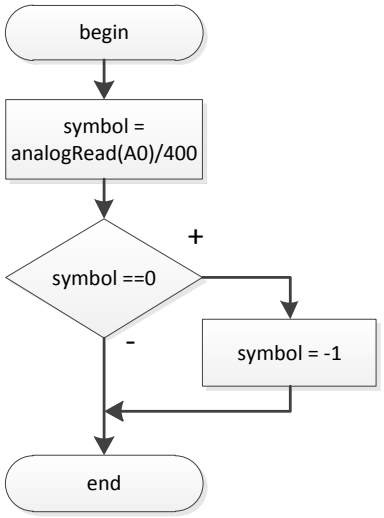


Рисунок 4.4 – Алгоритм шумової генерації інформаційного символу

Далі згенерований інформаційний символ модулюється шумовим сигналом та формує програмну посилку (фрейм), який має структуру, зображену на рис. 4.5, та передається через регістри апаратного UART-фрейму.

count	**symbol**	**16-samples**	**pause**
16 біт	*16 біт*	*16x32=512біт*	*8 біт*

Рисунок 4.5 – Структура програмного фрейму

Count – номер посилки (програмного фрейму), що використовується для обрахунку кількості переданих символів;

Symbol – символ, що передається для перевірки коректності демодуляції;

N-samples – кількість відліків модульованого сигналу. Для спрощення аналізу прийнятого сигналу довжина символьного інтервалу *N* складається з 16 відліків;

Pause – символ закінчення програмного фрейму. Призначений для відокремлення даних попереднього фрейму від наступного.

Блок-схема модуляції даних відповідним алгоритмом зображена на рисунку 4.6.

Як було зазначено вище на структурній апаратній схемі макету системи (рис. 4.1), програмне забезпечення (ПЗ) на базі алгоритму (рис. 4.6, а) було завантажене у вигляді файлу з розширенням *.ino* на апаратно-обчислювану платформу Arduino Uno. А ПЗ на основі алгоритму (рис. 4.6, б) завантажене на

платформу Arduino Nano. Після підключення однієї із платформ до комп'ютера через USB-порт розпочинається посилка даних.

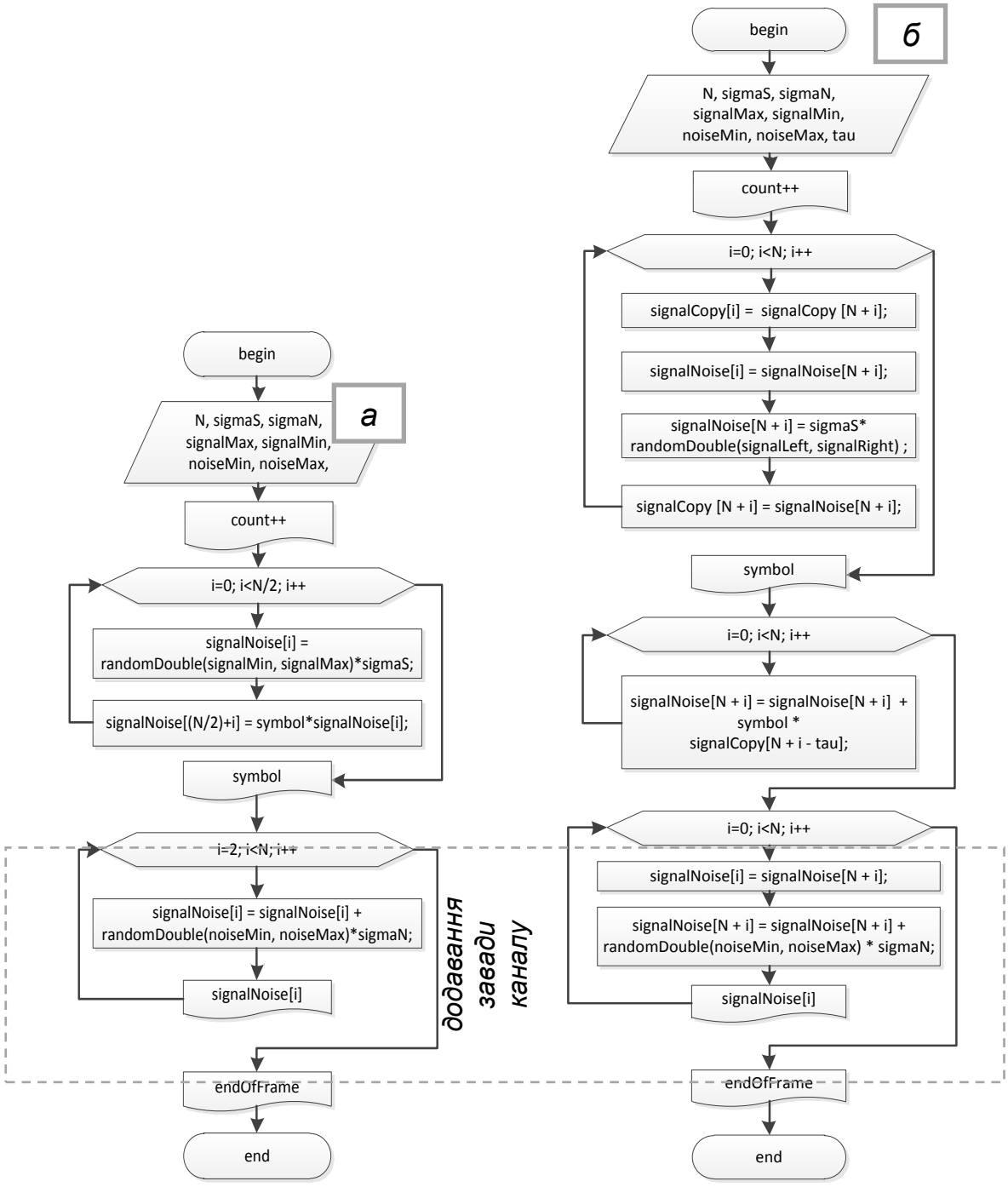


Рисунок 4.6 – Алгоритм формування програмного фрейму:
(а) ФМШС, (б) КЧМШС

На представленому алгоритмі штриховою лінією (рис. 4.6) виділений процес послідовного додавання завади каналу для кожного відліку передачі даних у вигляді шумового імпульсу, отриманого за допомогою генератора випадкових чисел.

Часову діаграму процесу передачі даних в режимі реального часу, побудованої за допомогою програми SerialPortPlotter, представлено на рис. 4.7. Для програми встановленні наступні налаштування:

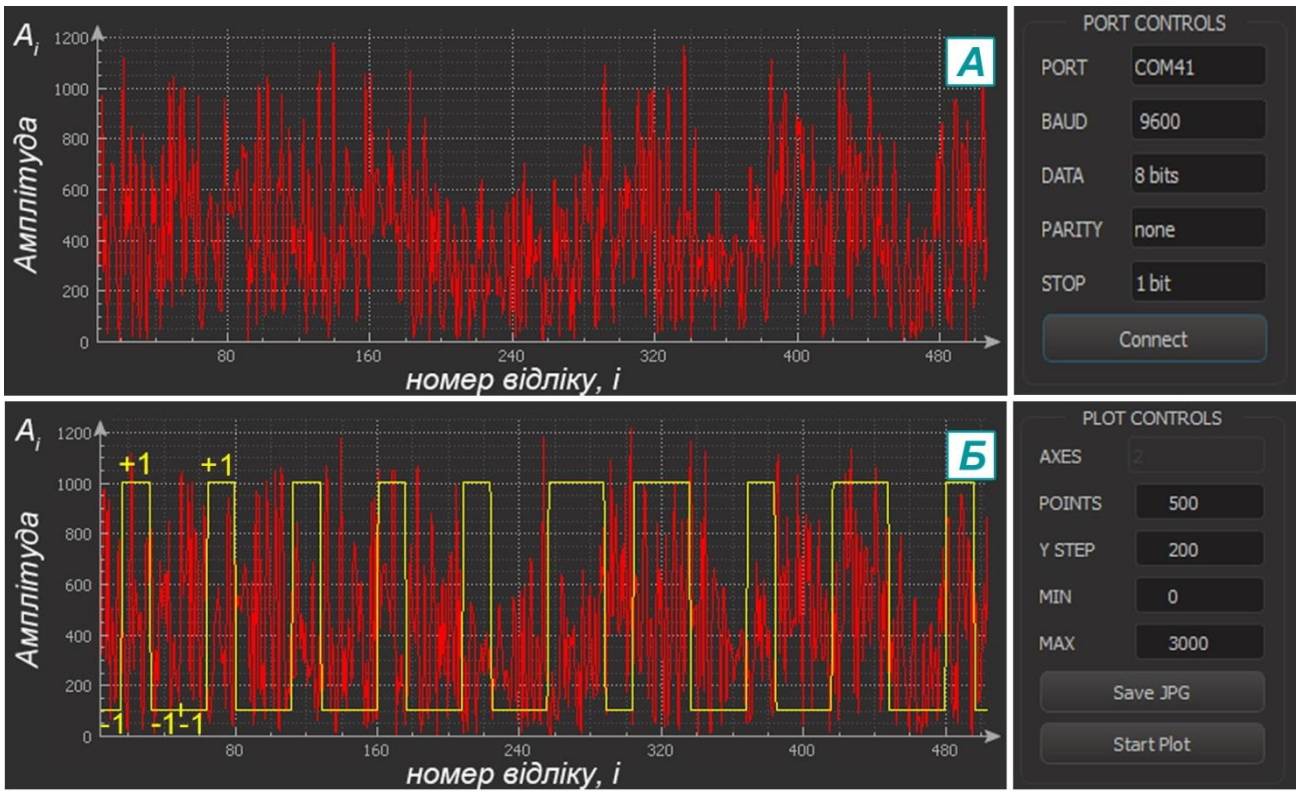


Рисунок 4.7 – Часова діаграма отриманого сигналу з налаштуваннями:

а) без інформаційної складової; б) з інформаційною складовою

Запис переданих даних до файлу відбувається завдяки програмі CoolTerm, яка зчитує дані з віртуального COM-порту. Результатом її роботи є текстовий файл, який у подальшому завантажується до програми аналізатора прийнятого сигналу. Аналізатор – програмний java-модуль, створений у середовищі Intelij IDEA. Основна задача аналізатора полягає у виконанні обробки блоків даних з метою отримання значень переданих інформаційних символів відповідно до алгоритму, рис. 4.6. На основі переданого контрольного символу аналізатор вираховує кількість помилок, що трапилися під час передачі. Кожний експеримент має *M*-серій. Після чого підраховується сумарна кількість помилок прийнятих символів, що ділиться на загальну кількість посилок. Отримана таким чином величина є експериментальною оцінкою ймовірності виникнення бітової помилки *BER*.

Блок-схема алгоритму, що виконує аналіз прийнятих даних, отриманих від систем КЧМШС та ФМШС, наведена на рисунку 4.8.

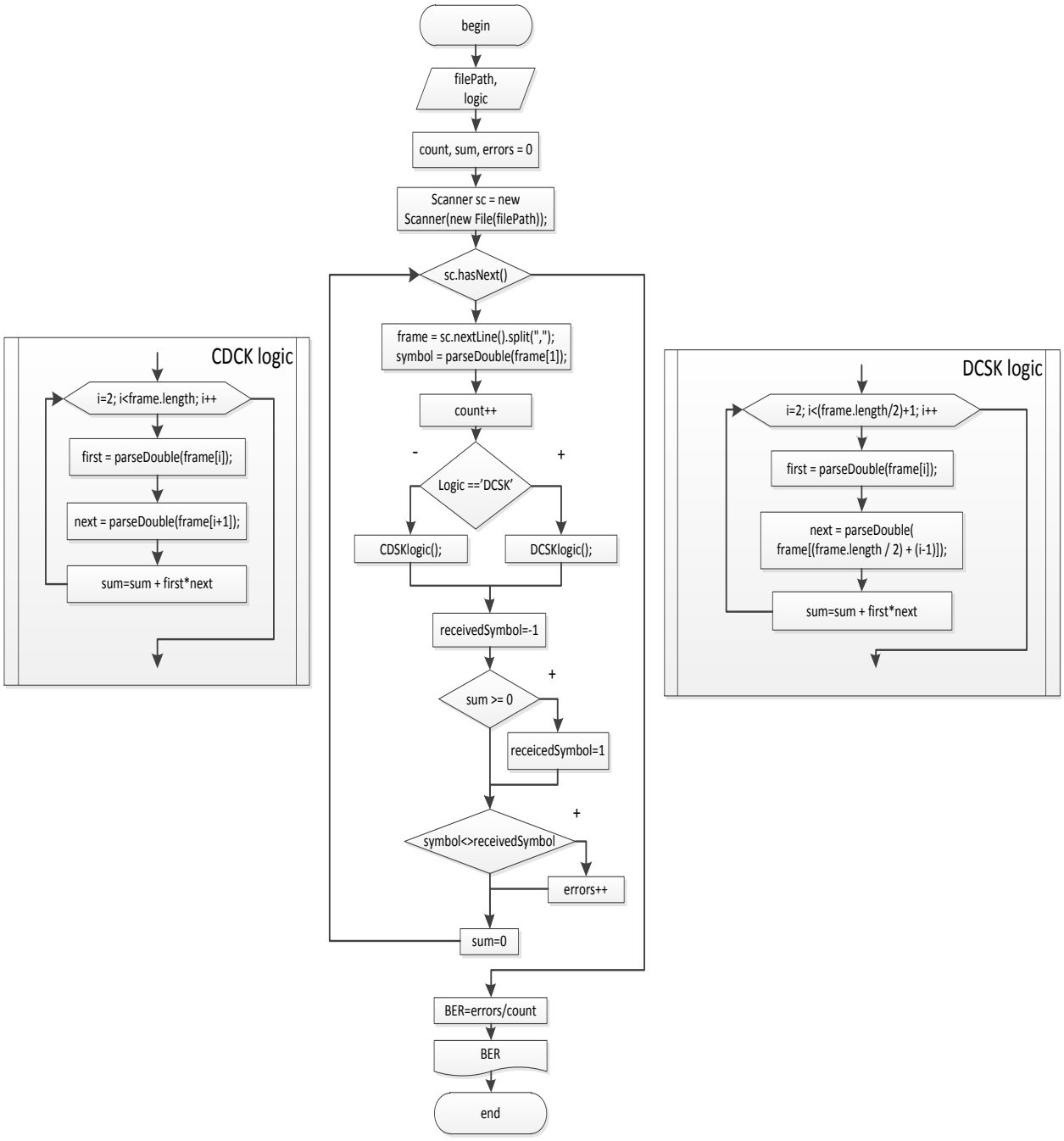


Рисунок 4.8 – Алгоритм аналізу завадостійкості систем

4.4 Оцінка завадостійкості макету інформаційної системи передачі даних шумовими сигналами

Розроблений макет було використано для оцінки завадостійкості систем передачі шумовими сигналами. Для цього було здійснено ряд експериментів із двома типами розглянутих раніше систем. Для систем було розглянуто завадостійкість при значеннях відношення «сигнал/шум» h^2, рівним від 10 до 20 дБ з кроком 2. Розглянемо більш детально результати, отримані внаслідок проведення серій експериментів. Порівняємо їх із теоретичними оцінками завадостійкості при аналогічних умовах та з результатами імітаційного моделювання.

4.1.1. Система передачі даних з КЧМШС

Для оцінки завадостійкості КЧМШС було використано систему передачі, з якої було здійснено передачу набору даних, згенерованого випадковим чином. Результати виконання даного дослідження наведено у табл. 4.2.

Таблиця 4.2

Результати моделювання передачі даних системою КЧМШС

Номер пп., i	Відношення «сигнал/шум», h^2	Кількість переданих символів, M	Частота виникнення помилок, x_i	Теоретичне значення ймовірності бітової помилки, y_i
1	**2**	**3**	**4**	**5**
1.	10	1200	0.160	0.132
2.	12	1200	0,101	0.088
3.	14	1800	0,064	0.060
4.	16	1800	0,040	0.042
5.	18	2500	0,030	0.032
6.	20	2500	0,023	0.026

Графік залежності ймовірності виникнення помилки для системи від відношення «сигнал/шум» для результатів теоретичного розрахунку, імітаційного моделювання та експерименту системи з КЧМШС наведено на рис. 4.9.

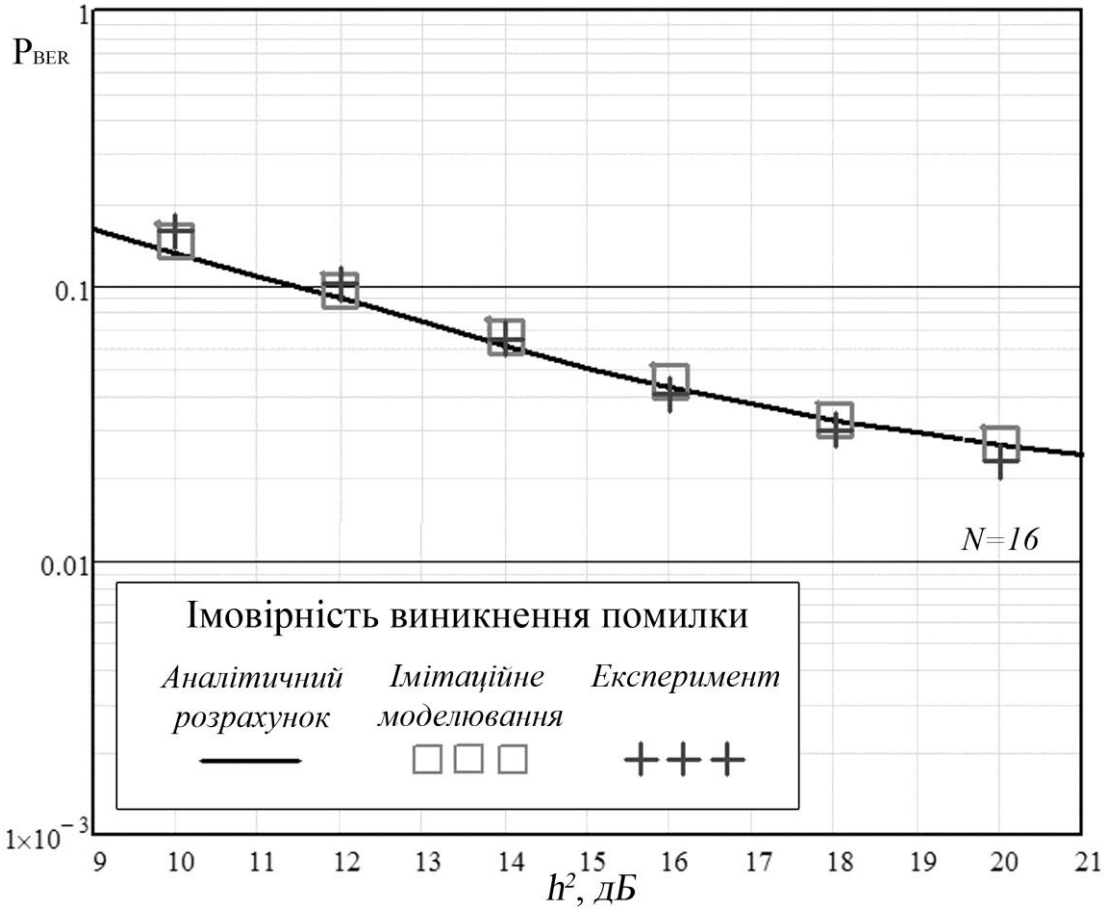


Рисунок 4.9 – Експериментальна завадостійкість моделі з КЧМШС

4.1.2. Система передачі даних з фазовою маніпуляцією шумового сигналу

Для оцінки завадостійкості ФМШС було використано систему передачі, з якої було здійснено передачу набору даних, згенерованого випадковим чином; результати виконання експериментального дослідження завадостійкості наведено у табл. 4.3.

Таблиця 4.3

Результати моделювання передачі даних системою ФМШС

Номер пп., i	Відношення «сигнал/шум», h^2	Кількість переданих символів, M	Частота виникнення помилок, x_i	Теоретичне значення ймовірності бітової помилки, y_i
1	**2**	**3**	**4**	**5**
1.	10	1200	0.042	0.04763
2.	12	1200	0.0166	0.01782
3.	14	1800	0.0039	0.00596
4.	16	1800	0.0011	0.00153
5.	18	2500	0.0004	0.00031

Графік залежності ймовірності виникнення помилки для системи від відношення «сигнал/шум» для результатів теоретичного розрахунку, імітаційного моделювання та експерименту системи з ФМШС наведено на рис. 4.10.

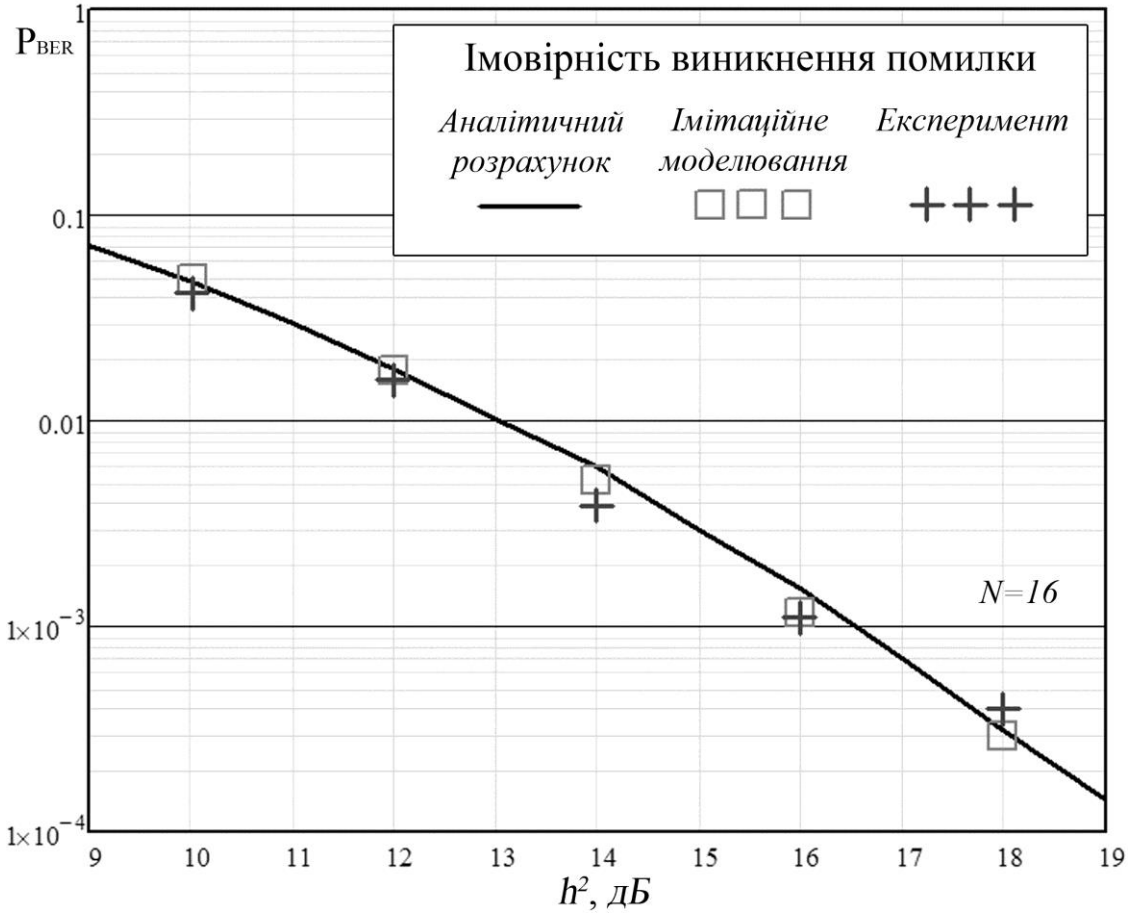


Рисунок 4.10 – Експериментальна завадостійкість моделі з ФМШС

4.5 Висновки до четвертого розділу

По виконанню робіт, описаних в даному розділі, отримано наступні результати:

1. Спроектовано та описано макет інформаційної системи передачі даних шумовими сигналами, що складається з передавача на базі апаратно-обчислювальної платформи Arduino, лінії зв’язку та ЕОМ-приймача.

2. Представлено алгоритми та опис формування і обробки сигналів. Розроблено програмне забезпечення для генерації сигналів, їх передачі та обробки отриманого сигналу на стороні ЕОМ-приймача.

3. За допомогою розробленого програмно-апаратного комплексу проведено експериментальне дослідження систем передачі даних з КЧМШС та ФМШС. Отримані у процесі дослідження результати підтверджують аналітичні розрахунки та результати імітаційного моделювання.

ВИСНОВКИ

Дисертаційна робота включає сукупність сформульованих наукових положень, що знаходять обґрунтованість при вирішенні науково-технічного завдання: підвищення адекватності оцінювання характеристик демодуляторів цифрових модемів з шумовими сигналами за рахунок розробки математичного та програмного забезпечення, що мають прості схеми реалізації приймально-передавальних пристроїв та забезпечують ефективну передачу дискретної інформації по ліням зв'язку.

Основні теоретичні та науково-практичні результати:

1. Проведено аналіз автокореляційних методів передачі даних шумовими та шумоподібними сигналами а також методів та засобів програмного забезпечення імітаційного моделювання випадкового стаціонарного процесу у якості несучої, що дозволяють збільшити скритність інформаційного сигналу та вести обмін даними у смузі радіочастот разом з традиційними системами;

2. Розроблено методи моделювання процесу передачі даних в цифрових автокореляційних модемах з кореляційно часовою та фазової маніпуляцією шумового сигналу; Моделювання дало можливість визначити завадостійкість досліджуваних систем;

3. Удосконалено метод проектування програмного забезпечення та розроблено комплекс імітаційного моделювання процесу передачі багатопозиційного модему множинного доступу з КЧМШС та бінарного модему з ФМШС. Для модему множинного доступу з КЧМШС враховано математичне забезпечення знаходження мінімальної кількість відліків АЦП при максимальній достовірності демодуляції, що дозволяє зменшивши ймовірність помилки біту; Розроблене програмне забезпечення дало змогу провести імітаційний експеримент та отримати емпіричні дані завадостійкості модемів.

4. Розроблено методи математичного моделювання оцінювання завадостійкості автокореляційних модемів з цифровими алгоритмами обробки

шумових сигналів в демодуляторі; Порівняння результатів отриманих за допомогою математичного моделювання та розробленого програмного забезпечення оцінювання завадостійкості, відбувається шляхом побудови 95% довірчих інтервалів та обрахунку середніх абсолютних значень різниці між даними математичних розрахунків та програмно експериментальними даними: для бінарної системи з врахуванням тільки квадратичного розподілу в КЧМШМ отримано значення – 0,079 (7.9%), для бінарної системи із КЧМШМ із застосуванням апарату характеристичних функцій (АХФ) – 0,029 (2.9%), для системи з ФМШМ із застосуванням АХФ – 0,022 (2.2%), що дозволяє зробити висновок про відповідність математичної та програмно-імітаційної моделей.

5. Розроблено лабораторний програмно-апаратний макет та проведено комплексні експериментальні дослідження передачі даних шумовими сигналами по кабелю в каналі з постійними параметрами. Результати дослідження завадостійкості цифрових модемів передачі даних за допомогою розглянутих в аналізі систем підтверджують попередньо отримані результати програмно-імітаційного та математичного моделювання оцінки завадостійкості.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Breipohl A. M. Random Signals: Detection, Estimation and Data Analysis / A. M. Breipohl , K. S. Shanmugan. -N.Y.: Wiley, 1988. – 399p.

2. C. E. Shannon, ‘‘Communication in the presence of noise,’’ Proc. IEEE, vol. 86, no. 2, pp. 447–457, Feb. 1998.

3. C.-C. Chong and S. K. Yong, ‘‘UWB direct chaotic communication technology for low-rate WPAN applications,’’ IEEE Trans. Veh. Technol., vol. 57, no. 3, pp. 1527–1536, May 2008.

4. C.-C. Chong, S. K. Yong, and S. S. Lee, ‘‘UWB direct chaotic communication technology,’’ IEEE Antennas Wireless Propag. Lett., vol. 4, pp. 316–319, 2005.

5. G. Kaddoum, J. Olivain, G. B. Samson, P. Giard, and F. Gagnon, ‘‘Implementation of a Differential Chaos Shift Keying communication system in GNU radio,’’ in Proc. Int. Symp. Wireless Commun. Syst. (ISWCS), 2012, pp. 934–938.

6. G. Kolumbán, G. K. Vizvári, W. Schwarz, and A. Abel, ‘‘Differential chaos shift keying: A robust coding for chaos communication,’’ in Proc. Int. Workshop Non-Linear Dyn. Electron. Syst. (NDES), Seville, Spain, 1996, pp. 92–97.

7. G. Kolumbán, M. P. Kennedy, and G. Kis, ‘‘Performance improvement of chaotic communications systems,’’ in Proc. IEEE Eur. Conf. Circuit Theory Design (ECCTD), Aug. 1997, pp. 284–289.

8. Gardner F. M. Simulation Techniques / F. M. Gardner, J. D. Baker. - N.Y.: Wiley, 1997. – 525p.

9. Ilchenko M. Ye. Clifford Algebra in Multipleaccess Noise-Signal Communication Systems / M. Ye. Ilchenko, T. N. Narytnik, R. M. Didkovsky // Telecommunications and Radio Engineering. – Begell House, Inc., 2013. – Vol. 72, N. 18. – P. 1651-1663.

10. Itoh M. Communication Systems via Chaotic Modulations / Makoto Itoh, Hiroyuki Murakami, Leon O. Chua // IEICE Transactions on Fundamentals of

Electronics, Communications and Computer Sciences. – 1994. – vol. 77, № 6. – P. 1000-1006.

11. Jeruchim M. C. Estimation of the Signal-to-Noise Ratio (SNR) in Communication Simulation / M. C. Jeruchim, R. J. Wolfe// IEEE GLOBECOM Conference, 1999 . – P. 35.1.1–35.1.5.

12. L'Ecuyer P. Efficient and Portable Combined Random Number Generators / P. L'Ecuyer // Communications of the ACM. – 1998. - vol. 31. - P. 742–774.

13. Laster J. D. Bit Error Rate Estimators Using Probability Density Function Estimators / J. D. Laster, J. H. Reed, W. H. Tranter // IEEE Transactions on Vehicular Technology. – 2003 . - vol. 52. - P. 260–267.

14. Lozhkovskyi A. Investigation of simulating methods for self-similar traffic flows / A. Lozhkovskyi, Ye. Levenberg // Transactions of IEEE 4th International Scientific-Practical Conference «Problems of Infocommunications. Science and Technology», PIC S&T'2017, October 10–13, 2017, – Kharkiv, Ukraine. – P. 410-413.

15. Lozhkovskyi A.G. Estimating the service waiting probability in a single-channel system with self-similar traffic / A.G. Lozhkovskyi, Ye.V. Levenberg // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – 2018. – №1. – С.22-26.

16. Lozhkovskyi A.G. Method for approximating the distribution function of the states in the single-channel system with a self-similar traffic / A.G. Lozhkovskyi, Ye.V. Levenberg // Radio-electronics and Informatics. – №3, 2018. – P. 46-49.

17. M. P. Kennedy and G. Kolumbán, G. Kis, and Z. Jákó, ''Performance evaluation of FM-DCSK modulation in multipath environments,'' IEEE Trans. Circuits Syst. I, Fundam. Theory Appl., vol. 47, no. 12, pp. 1702–1711, Dec. 2000.

18. P. Chen, L. Wang, and F. C. M. Lau, ''One analog STBC-DCSK transmission scheme not requiring channel state information,'' IEEE Trans. Circuits Syst. I, Reg. Papers, vol. 60, no. 4, pp. 1027–1037, Apr. 2013.

19. Park S. K. Random Number Generators: Good Ones Are Hard to Find / S. K. Park, K. W. Miller // Communications of the ACM. – 1988. -vol. 31. - P. 1192–1201.

20. Pervuninsky S., Metalap V., Oleksjuk V. Analysis noise immunity of the binary digital modem with signals type noise using the characteristic function method/ S.M. Pervuninsky, V.V. Metalap, V.V. Oleksjuk // Magyar Tudományos Journal – 2019. – № 35. – C. 60–64.

21. Ripley B. D. Stochastic Simulation / B. D. Ripley. – N.Y.: Wiley, 1987. – 237p.

22. Shanmugan K. S. Simulation of Communication Systems / K. S. Shanmugan. – N.Y.: Wiley, 2001. – 347p.

23. Shannon C.E. A Mathematical Theory of Communication, Bell System, Techn. J., 1948, Vol. 27, N 3.

24. Stavroulakis P. Chaos application in telecommunications / P. Stavroulakis. – London: CRC Press, 2006. – 418 p.

25. Sushchik M. Performance analysis of correlation-based communication schemes utilizing chaos / M. Sushchik, L. Tsimring, A. Volkovskii // IEEE transactions on circuits and systems. – 2000. – vol. 47, № 12. – P. 1684-1691.

26. Tranter W. H. Simulation of Communication Systems / W. H. Tranter, K.L. Kosbar // IEEE Communications Magazine. – 1994. - P. 26–36.

27. Turin W. Digital Transmission Systems: Performance, Analysis and Modeling / W. Turin. – N.Y.: McGraw-Hill, 1999. – 543 p.

28. V. Gaidamanchuk, A. Semenko et al. Peculiarities of TWSTFT modem development for national time dissemination system // 2016 International Conference Radio Electronics & Info Communications (UkrMiCo). – 2016. – P. 1–2.

29. W. Turin Digital Transmission Systems: Performance, Analysis and Modeling / W. Turin. – N.Y.: McGraw-Hill, 1999. – 543p.

30. Wai Tam Digital communication with chaos. Multiple Access Techniques and Performance / Wai Tam, Francis Lau, Chi Tse. – N.Y.: Elsevier, 2006. – 256 p.

31. Z. Zhou, T. Zhou, and J. Wang, ‘‘Performance of multiple-access DCSK communication over a multipath fading channel with delay spread,’’ Circuits, Syst. Signal Process., vol. 27, no. 4, pp. 507–518, 2008.

32. Абезгауз Г.Г., Тронь А.П., Копенкин Ю.Н., Коровина И.А. Справочник по вероятностным расчетам. – М.: Воениздат, 1970. – 536 с.

33. Анищенко В.С. Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах / Анищенко В.С., Астахов В.В. и др. – М.: УРСС, 2004. – 544 с.

34. Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролирующих ошибки: Пер. с англ. — М.: Мир, 1986. —576 с.

35. В. В. Олексюк. Експериментальна завадостійкість макету бінарних цифрових модемів шумових сигналів // Тези доповідей V Міжнародної науково-практичної конференції «Інформаційні технології в освіті, науці і техніці» (ІТОНТ-2020): Черкаси: ЧДТУ, 2020. – С.75–76.

36. Вадзинский Р. Н. Справочник по вероятностным распределениям /Р. Н. Вадзинский. – СПб.: Наука, 2001. – 295 с.

37. Варакин Л. Е. Системы связи с шумоподобными сигналами. — М.: Радио и связь, 1985. — 384 с.

38. Варакин Л. Е. Теория систем сигналов. – М.: Сов. радио, 1978. – 304 с.

39. Варакин Л. Е. Теория сложных сигналов. – М.: Сов. радио, 1970. – 376 с.

40. Вовченко О. В. Методи та засоби синхронізації модемів комп’ютерних систем із шумовими сигналами : дис. канд. техн. наук : 05.13.05 / Вовченко О. В.. – Черкаси, 2014. – 129 с.

41. Воронин А.А. Шумоподобные сигналы – эффективный метод борьбы с замираниями / А.А. Воронин // Электросвязь. – 1966. – №7. – С. 57-62.

42. О.М. Гайтан. Порівняльна характеристика програмних середовищ моделювання систем масового обслуговування [Електронний ресурс] / О.М. Гайтан, І.О. Ткаленко, О.С. Масич // Полтава: Полтавський національний технічний університет ім. Юрія Кондратюка. – 2015. – Режим доступу до ресурсу: http://journals.nupp.edu.ua/mist/article/view/483/405.

43. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и призведений. 4-е изд. — М.: Физматгиз, 1963. — 1100 с.

44. Гришин Ю.П. Радиотехнические системы: по спец. «Радиотехника»: учебник для вузів / Ю.П. Гришин, В.П. Ипатов, Ю.М. Казаринов ; Под ред. Ю.М. Казаринова. – М.: Высш. шк., 1990. – 496 с.

45. Гузнін С. С. Методи та засоби підвищення ефективності передачі даних в комп'ютерних системах з шумовими сигналами : дис. канд. техн. наук : 05.13.05 / Гузнін С. С.. – Черкаси, 2010. – 134 с.

46. Дерффель К. Статистика в аналитической химии / К. Дерффель.- М. : Мир, 1994. - 267 с.

47. Дідковський Р.М. Автокореляційні системи зв'язку множинного доступу з шумовими сигналами : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня докт. техн. наук : спец. 05.12.02 / Дідковський Р.М.. – Київ, 2013. – 44 с.

48. Дмитриев А. С. Сверхширокополосная беспроводная связь на основе динамического хаоса / А.С. Дмитриев, А.В. Клецов, А.М. Лактюшкин, А.И. Панас // Радиотехника и электроника. – 2006. – №10. – С. 1193-1209.

49. Дмитриев А. С. Сверхширокополосная СВЧ приемопередающая платформа на основе хаотических сигналов / А. С. Дмитриев, А. В. Клецов, А. М. Лактюшкин, А. И. Панас // Радиотехника. – 2007. – №1. – С. 223-229.

50. Дядюнов Н. Г., Сенин А. И. Ортогональные и квазиортогональные сигналы; Под ред. Тарасенко Е. М. — М.: Связь, 1977. — 224 с.

51. Журавель П. Д. Кореляційно-часові методи і засоби формування та оброблення шумових сигналів у комп'ютерних мережах : дис. канд. техн. наук : 05.13.05 / Журавель П. Д.. – Черкаси, 2013. – 152 с.

52. Журавель П. Д. Определение значений задержек сигнала в системах передачи данных с корреляционно–временной шумовой модуляцией / П. Д. Журавель, С. М. Первунинский // Вестник СибГУТИ. – 2013. – № 1. – С. 21–28.

53. Ипатов В. П. Периодические дискретные сигналы с оптимальными корреляционными свойствами. — М.: Радио и связь, 1992. — 152 с.

54. Каганов В. Радиотехника + компьютер + Mathcad / В. Каганов // М.: Горячая линия – Телеком, 2001. – 416 с.

55. Кельтон В. Имитационное моделирование / В. Кельтон, А. Лоу // К.: BHV. – 2004. – 847 с.

56. Клименко Н. Н., Кисель В. В., Замарин А. И. Сигналы с расширением спектра в системах передачи информации // Зарубежная электроника, 1983. — № 11. — С. 45—59.

57. Кузнецов С. П. Динамический хаос (курс лекций) / С. П. Кузнецов. – М.: Физматлит, 2001. – 295 с.

58. Кушнір М. Я., Семенко А. І., Інформаційна безпека хаотичних систем зв'язку / Кушнір М. Я., Семенко А. І., Косован Г. В., Бокла Н.І., Шестопал Є. О.// Вісник Університету «Україна». Серія: інформатика, обчислювальна техніка та кібернетика, 2019. – №1(22). – С. 119–124.

59. Лега Ю. Г. Методи імітаційного моделювання систем та процесів: практикум : навч. посіб. / Ю. Г. Лега, А. Д. Кожухівський, О. А. Кожухівська. – Черкас. держ. технол. ун-т. – Черкаси: ЧДТУ, 2010. – 247 с.

60. Лега Ю.Г. Дослідження завадостійкості М–позиційного автокореляційного приймача шумових сигналів в каналі з адитивним білим гаусовим шумом / Ю.Г. Лега, С.М. Первунінський, С.С.Гузнін // Вісник Національного університету "Львівська політехніка". Радіоелектроніка та телекомунікації. – 2009. – № 645. – С. 167–176.

61. Литвинов В.В., Голуб С.В., Григор'єв К.М., Жигульська В.Ю. Об'єктно-орієнтоване моделювання при проектуванні вбудованих систем і систем реального часу. Навчальний посібник з дисципліни «Системний аналіз та проектування комп'ютерних інформаційних систем». Черкаси: Черкаський національний університет ім. Б. Хмельницького. – 2011. – 379с.

62. Ложковский А.Г. Методы расчета характеристик качества обслуживания неравномерного трафика мультисервисных сетей связи / А.Г. Ложковский // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. – 2019. – № 2. – С. 93-97.

63. M., Michel C. Jeruchim, Philip Balaban, K. Sam Shanmugan, Simulation of Communication Systems: Modeling, Methodology and Techniques. Second Edition, New York, Kluwer Academic / Plenum, 2000. – 907 p.

64. Мазурков М. И. Системы широкополосной радиосвязи: учеб. пособие для студ. вузов / М.И. Мазурков. — О.: Наука и техника, 2009.—344 с.

65. Макаров Е. Mathcad: Учебный курс / Е. Макаров // СПб.: Питер, 2009. – 384 с.

66. Макаров Е. Инженерные расчеты в Mathcad 15: Учебный курс / Е. Макаров // СПб.: Питер, 2011. – 400 с.

67. Металап В. В. Кореляційно-часові методи і засоби формування та обробки шумових сигналів у модемах комп'ютерних систем : дис. канд. техн. наук : 05.13.05 / Металап В. В.. – Черкаси, 2017. – 172 с.

68. Невдяев Л. М. Мобильная связь 3-го поколения; Под ред. 34. Ю. М. Горностаева. — М.: МЦНТИ «Мобильные коммуникации», 2000. — 208 с.

69. Окунев Ю. Б., Яковлев Л. Я. Широкополосные системы связи с составными сигналами; Под ред. Заездного А. М. — М.: Связь, 1968. — 168 с.

70. Основные принципы цифровой беспроводной связи. Електронний ресурс. Режим доступу: https://habr.com/ru/post/192120/

71. Павловский Ю. Имитационное моделирование / Ю. Н. Павловский, Н. В. Белотелов, Ю. И. Бродский // М.: Академия. – 2008. – 240 с.

72. Пат. 123726 Україна, МПК H04B 7/00. Пристрій для передачі даних шумовими сигналами від К користувачів / С. М. Первунінський, В. В. Олексюк; власник Черкаський державний технологічний університет – № u201707998; заявл. 31.07.2017; опубл. 12.03.2018, Бюл.№ 5.

73. Пат. 85450 Україна, МПК H04B 7/00. Пристрій для передачі даних шумовими сигналами від К користувачів / С.М. Первунінський, А.О. Ситник; власник Черкаський державний технологічний університет - № u201304031; заявл. 01.04.2013; опубл. 25.11.2013, Бюл. № 22 15.

74. Пат. № 16305, Україна, МПК H04B 7/00. Пристрій для передачі інформації шумовими сигналами / С.М. Первунінський, Р.М. Дідковський, В.В. Метелап. Бюл. № 8,–, 2006. –3 с.

75. Первунінський С. М. Завадостійкість бінарного автокореляційного приймача асиметричного шумового сигналу / С. М. Первунінський, П. Д.

Журавель // Вісник Черкаського державного технологічного університету. – 2012. – № 1. – С. 82–86.

76. Первунінський С. М. Завадостійкість бінарного автокореляційного приймача шумових ортогоналізованих сигналів з двома лініями затримки / С. М. Первунінський, П. Д. Журавель // Вісник Хмельницького національного університету. – 2012. – № 2. – С. 212–218.

77. Первунінський С. М. Обчислення ймовірності помилки приймача фазоманіпульованого шумового сигналу методом характеристичних функцій. / С.М. Первунінський, Р.М. Дідковський // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова. –2011. № 1. – С. 33-42.

78. Первунінський С.М., Дідковський Р.М. Вплив помилки синхронізації на завадостійкість систем зв’язку з фазовою маніпуляцією шумового сигналу // Праці Одеського політехнічного університету. – 2011. – Вип. 2(36). – С.217–221.

79. Первунінський С.М., Олексюк В.В. Аналіз бінарного цифрового модема шумових сигналів з урахуванням впливу квадратичної складової демодулятора // С. М. Первунінський, В. В. Олексюк. – Вісник Черкаського державного технологічного університету. – 2018. – № 1. – С. 35-40.

80. Первунінський С.М., Олексюк В.В. Завадостійкість модема множинного доступу шумових сигналів з урахуванням впливу квадратичної складової/ С. М. Первунінський, В. В. Олексюк // Вісник Черкаського державного технологічного університету. – 2019. – № 2. – С. 60–68.

81. Первунінський С. М. Дослідження завадостійкості бінарного автокореляційного приймача шумових сигналів з фазовою маніпуляцією / С. М. Первунінський, Р. М. Дідковський, В. В. Метелап // Наукові записки УНДІЗ. – 2008. – № 1(3). – С. 56–63.

82. Первунінський С. М., Олексюк В.В. Оцінка завадостійкості бінарного модему шумових сигналів методом характеристичних функцій/ С. М. Первунінський, В. В. Олексюк // Вісник Університету «Україна». Серія: інформатика, обчислювальна техніка та кібернетика, 2019. – №2(23). – С. 54–62.

83. Первунінський С. М., Олексюк В.В. Програмне забезпечення системи автоматизованого керування імітаційною моделлю модемів з шумовими сигналами/ С. М. Первунінський, В. В. Олексюк // Вісник інженерної академії України, 2019. – №4. – С. 105–109.

84. *Первунінський С.М.* Дослідження завадостійкості бінарного автокореляційного приймача шумових сигналів з фазовою маніпуляцією / С.М. Первунінський, Р.М. Дідковський, В.В. Метелап // Наукові записки УНДІЗ. – 2008. – №1(3). – С.56-63.

85. Петрович Н. Т., Размахнин М. К. Системы связи с шумоподобными сигналами. — М.: Сов. радио, 1969. — 232 с.

86. С. М. Первунінський, В. В. Олексюк. Аналіз завадостійкості модему множинного доступу шумових сигналів з врахуванням впливу квадратичної складової демодулятора. / С. М. Первунінський // Збірник матеріалів доповідей та тез II міжнародної науково-практичної конференції «Проблеми кібербезпеки інформаційно-телекомунікаційних систем (PCSITS-2019): Київ: 2019. – С. 38-40.

87. С. М. Первунінський, В. В. Олексюк. Аналіз завадостійкості модему множинного доступу шумових сигналів з врахуванням впливу квадратичної складової демодулятора. / С. М. Первунінський //Матеріали I міжнародної науково-практичної конференції «Інформаційні моделюючі технології, системи та комплекси» (ІМТСК-2019): Черкаси: 2019. – С. 47-49.

88. С. М. Первунінський, В. В. Олексюк. Завадостійкість бінарного цифрового модему шумових сигналів з врахуванням впливу квадратичної складової демодулятора / С. М. Первунінський // Тези доповідей IV Міжнародної науково-практичної конференції «Інформаційні технології в освіті, науці і техніці» (ІТОНТ-2018): Черкаси: ЧДТУ, 2018. – С.141–142.

89. Семенов А. М., Сикарев А. А. Широкополосная радиосвязь. — М.: Воениздат, 1970. — 280 с.

90. Становление и развитие имитационного моделирования в Украине / В. В. Бигдан, В. В. Гусев, Т. П. Марьянович, М. А. Сахнюк // Пр. міжнар. симп.

«Комп'ютери у Європі. Минуле, сучасне та майбутнє». – К., 1998. – С. 182 – 193.

91. Стельмашенко Б. Г., Тараненко П. Г. Нелинейные псевдослучайные последовательности в широкополосных системах передачи информации // Зарубежная радиоэлектроника, 1988.— № 9. — С. 3—17.

92. Столлингс В. Беспроводные линии связи и сети: Пер. с англ. — М.: Издательский дом «Вильямс», 2003.— 640 с.338

93. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника / В. И. Тихонов– М.: Радио и связь, 1982. – 624 с.

94. Тихонов В. И. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем: Учебное пособие для вузов / В. И. Тихонов, В. Н. Харисов – М.: Радио и связь, 1991. – 608 с.

95. Томашевський В. М. Моделювання систем. - К: Видавнича група ВНУ, 2005. – 352 с.

96. Тузов Г. И. Статистическая теория приема сложных сигналов. — М.: Сов. радио, 1977. — 400 с.

97. Харкевич А.А. Передача сигналов модулированным шумом / А. А. Харкевич // Электросвязь. – 1957. – №11. – С. 42-46.

98. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем – искусство и наука / Р. Шеннон // М.: Мир. – 1978. – 418 с.

99. *Ширяев А.Н.* Вероятность: учеб. пособ. для вузов / Ширяев А.Н. – М.: Наука, 1989. – 640 с.

100. Шумоподобные сигналы в системах передачи информации; Под ред. В. Б. Пестрякова. — М.: Сов. радио, 1973. — 424 с.

ДОДАТОК А

Довідки та акти про використання результатів дисертаційного дослідження

Затверджую

Директор ДП НДІ «Акорд»

_____ В.М. Онойко

«__» _____ 2020 р.

АКТ ВПРОВАДЖЕННЯ

Ми, що нижче підписалися, представники ДП НДІ «Акорд», – директор Онойко В.М., начальника РСО Компанієць О.Г., провідний інженер Олешко О.П. склали цей акт про використання результатів дисертаційної роботи на здобуття наукового ступеня доктора філософії Олексюка Вадима Володимировича «Математичне та програмне забезпечення дослідження завадостійкості цифрових модемів з шумовими сигналами» при розробці та виготовленні виробів радіотехнічного призначення, а саме: пристрій диспетчеризації, моніторингу і керування по цифрових каналах зв'язку технологічним процесом виробництва теплоізоляційних матеріалів.

Впровадження у виробництво результатів дисертаційної роботи дозволило підвищити завадостійкість зв'язку в умовах використання мережі з високим рівнем шумів у якості каналу передачі даних.

Начальник РСО О.Г. Компанієць

Провідний інженер О.П. Олешко

ДОДАТОК Б

Лістинг програми імітаційного моделювання передачі даних шумовими сигналами

Б.1. Лістинг класу «*SimulationModel.java*»

```
package software.communication.chdtu.edu.ua;

import java.math.RoundingMode;
import java.text.DecimalFormat;

public class SimulationModel {

    static Long getOptimalInterval(Integer countUser, double snr)
{
        long optimalInterval = 128;
        switch (countUser) {
            case 4:
      optimalInterval = Math.round(Math.exp(2.117 + 0.229 * snr));
                break;
            case 3:
      optimalInterval = Math.round(Math.exp(1.780 + 0.233 * snr));
                break;
            case 2:
      optimalInterval = Math.round(Math.exp(1.489 + 0.227 * snr));
                break;
            case 1:
      optimalInterval = Math.round(Math.exp(0.761 + 0.232 * snr));
                break;
        }
        return optimalInterval;
    }

    public static long[] symbolGeneration(int countUser) {
        long[] symbols = new long[countUser];
        for (int j = 0; j < countUser; j++) {
            symbols[j] = Math.round(Math.random());
            if (symbols[j] == 0) symbols[j] = -1;
        }

        return symbols;
    }
```

```
/**
     * Performs imitation modulation-demodulation process
     * @param sysType type model of communication system
     * @param countUser of communication system
     * @param optimalInterval modeling communication system
     * @param snrInDb signal noise ratio in dB
     * @param numCycles number of transmit symbols
     * @return list parameters of calculation estimation noise
immunity
     */
    public static String[] run(Integer sysType, int countUser,Long
optimalInterval, double snrInDb, int numCycles) {

        GaussianNoiseCommunicationSystem system = null;

        DecimalFormat df = new DecimalFormat("#.#####");
        df.setRoundingMode(RoundingMode.CEILING);

        boolean isOpt = false;
        if (optimalInterval == 0) {
            optimalInterval = getOptimalInterval(countUser,
snrInDb);
            isOpt = true;
        }

        switch (sysType) {
            case 1:
                system = new
CorrelationTimeManipulation(countUser,
optimalInterval.intValue());
                break;
            case 2:
                system = new PhaseManipulation(countUser,
optimalInterval.intValue());
                break;
        }

        long[] symbols = symbolGeneration(system.getCountUsers());

        int errors;
        double sumErrors = 0;

        long startTime = System.currentTimeMillis();

        if (isOpt)
            system.setLengthInterval(getOptimalInterval(countUser,
snrInDb).intValue());

        system.setSnrInDb(snrInDb);

        system.modulation(symbols);
        system.modulation(symbols);
        system.addChanelNoise();
```

```
        for (int cycle = 0; cycle < numCycles; cycle++) {
            symbols = symbolGeneration(system.getCountUsers());

            system.modulation(symbols);
            system.addChanelNoise();
            errors = system.demodulation(symbols);

            sumErrors = sumErrors + errors;
        }

        double bitErrorRate = sumErrors / (numCycles *
system.getCountUsers());

        Double duration = (double) (System.currentTimeMillis() -
startTime) / 1000;

        String[] results;
        results = new String[]{
                df.format(system.getSnrInDb()),
                df.format(bitErrorRate),
                df.format(system.getVarianceSignal()),
                df.format(system.getSigmaSignal()),
                isOpt ? getOptimalInterval(countUser,
snrInDb).toString() : optimalInterval.toString(),
                df.format(duration)
        };

        return results;
    }
}
```

Б.2. Лістинг класу «GaussianNoiseCommunicationSystem.java»

```
package software.communication.chdtu.edu.ua;

import java.util.Random;

public abstract class GaussianNoiseCommunicationSystem {
    private Random random = new Random();
    private int countUsers = 1;
    private int lengthInterval = 1;

    GaussianNoiseCommunicationSystem(int countUsers, int
lengthInterval) {
        this.countUsers = countUsers;
        this.lengthInterval = lengthInterval;
    }

    /**
     * Performs imitation modulation process
```

```
     * @param symbol modulated information symbol
     */
    public abstract void modulation(long[] symbol);

    /**
     * Performs imitation demodulation process
     * @param sentSymbol transmitted information symbol
     * @return errors number of transmission errors
     */
    public abstract int demodulation(long[] sentSymbol);

    /**
     *Performs imitation adding interference to the communication
channel
     */
    public abstract void addChanelNoise();

    public int getCountUsers() {
        return countUsers;
    }

    /**
     * @return variance signal of implementation system
     */
    public abstract double getVarianceSignal();

    /**
     * @return standard deviation signal of implementation system
     */
    public abstract double getSigmaSignal();

    /**
     * @return standard deviation noise signal of communication
channel
     */
    public abstract double getSigmaNoise();

    /**
     * @return signal noise ration in dB
     */
    public abstract double getSnrInDb();

    public abstract double getSnr();
    public abstract void setSnrInDb(double snrInDb);

    public void setLengthInterval(int lengthInterval) {
        this.lengthInterval = lengthInterval;
    }


    public int checkError(long a, long a1) {
        int sumBER = 0;
        if (a != a1) sumBER++;
```

```
        return sumBER;
    }

    /**
     *
     * @return length of symbol interval
     */
    public int getLengthInterval() {
        return lengthInterval;
    }

    /***
     * @param sigma standard deviation
     * @return random value with Gaussian distribution
     */
    public double generateGaussian(double sigma) {
        return random.nextGaussian()*sigma;
    }
}
```

Б.3. Лістинг класу «CorrelationTimeManipulation.java»

```
package software.communication.chdtu.edu.ua;

public class CorrelationTimeManipulation extends
GaussianNoiseCommunicationSystem {

    private double varianceNoise = 1;
    private double snr = 0;
    private double snrInDb = 0;

    private static double[] a;
    private static double[] b;
    private static int[] tau;

    CorrelationTimeManipulation(int countUser, int lengthInterval)
{
        super(countUser, lengthInterval);
        a = new double[lengthInterval*2];
        b = new double[lengthInterval*2];

        tau = new int[countUser];
        int delayFrom = 1;
        for (int j = delayFrom; j < countUser+delayFrom; j++) {
            tau[j-delayFrom] = 2*j-1; //arrays of delays
        }
    }

    @Override
    public void modulation(long[] symbols) {
        int lengthInterval = getLengthInterval();
```

```
        for (int i = 0; i < lengthInterval; i++) {
            b[i] = b[lengthInterval + i];
            a[i] = a[lengthInterval + i];
            a[lengthInterval + i] =
generateGaussian(getSigmaSignal());
            b[lengthInterval + i] = a[lengthInterval + i];
        }


        for (int i = 0; i < lengthInterval; i++) {

            for (int j = 0; j < getCountUsers(); j++) {

                a[lengthInterval+i] = a[lengthInterval+i] +
(symbols[j] * b[lengthInterval + i - tau[j]]);
            }
        }
    }

    @Override
    public int demodulation(long[] sentSymbol) {
        double [] sum = new double[getCountUsers()];

        for (int j = 0; j < getCountUsers(); j++) {
            sum[j] = 0;
            for (int i = 0; i < getLengthInterval(); i++) {
                sum[j] += a[getLengthInterval()+i] *
a[getLengthInterval()+i-tau[j]];
            }
        }
        long receivedSymbol;

        int errors = 0;
        for (int j = 0; j < getCountUsers(); j++) {
            receivedSymbol = -1;
            if (sum[j] >= 0) receivedSymbol = 1;
            errors += checkError(sentSymbol[j],receivedSymbol);
        }
        return errors;
    }

    @Override
    public void addChanelNoise() {
        double noise = 0;
        for (int j = 0; j < getCountUsers(); j++) {

            for (int i = 0; i < getLengthInterval(); i++) {
                a[i] = a[getLengthInterval() + i];
                noise =
generateGaussian(getSigmaNoise());//varianceN
                a[getLengthInterval() + i] = a[getLengthInterval()
+ i]+ noise;
```

```
            }
        }
    }

    @Override
    public double getVarianceSignal() {
        return (snr *
2)/((1+(1/getCountUsers()))*getLengthInterval());
    }

    @Override
    public double getSigmaSignal() {
        return Math.sqrt(getVarianceSignal());
    }

    @Override
    public double getSigmaNoise() {
        return Math.sqrt(varianceNoise);
    }

    @Override
    public double getSnrInDb() {
        return snrInDb;
    }

    @Override
    public double getSnr() {
        return snr;
    }

    @Override
    public void setSnrInDb(double snrInDb) {
        this.snrInDb = snrInDb;
        this.snr = Math.pow(10,snrInDb/10);//convert db in no dB
    }
}
```

Б.4. Лістинг класу «*PhaseManipulation.java*»

```
package software.communication.chdtu.edu.ua;

public class PhaseManipulation extends
GaussianNoiseCommunicationSystem {

    private double varianceNoise = 1;
    private double snr = 0;
    private double snrInDb = 0;

    private static double[] a;
```

```
PhaseManipulation(int countUser, int m) {
    super(countUser, m);
    a = new double[m];
}

public double getVarianceSignal() {
    return (snr*2) / getLengthInterval();
}

public double getSigmaNoise() {
    return Math.sqrt(varianceNoise);
}

@Override
public double getSnrInDb() {
    return snrInDb;
}

@Override
public double getSnr() {
    return snr;
}

@Override
public void setSnrInDb(double snrInDb) {
    this.snrInDb = snrInDb;
    this.snr = Math.pow(10,snrInDb/10);//convert db in no dB
}

@Override
public double getSigmaSignal() {
    return Math.sqrt(getVarianceSignal());
}

@Override
public void modulation(long[] symbols) {

    for (int i = 0; i <getLengthInterval()/2 ; i++) {
        a[i] = generateGaussian(getSigmaSignal());
        a[getLengthInterval()/2+i] = symbols[0] * a[i];
    }
}

@Override
public int demodulation(long[] sentSymbol) {
    double sum = 0;

    for (int i = 0; i < getLengthInterval()/2; i++) {
        sum += a[getLengthInterval()/2+i] * a[i];
    }

    long receivedSymbol = -1;
    if (sum >= 0) receivedSymbol = 1;
```

```
            return checkError(sentSymbol[0],receivedSymbol);
        }

        @Override
        public void addChanelNoise() {
            for (int i = 0; i <getLengthInterval() ; i++) {
                double noise = generateGaussian(getSigmaNoise());
                a[i] = noise + a[i];
            }
        }
}
```

ДОДАТОК В

Програмне забезпечення лабораторного макету системи передачі даних шумовими сигналами

В.1. Лістинг програми «CDSK_transmitter»

```
#include <math.h>

#define N 16
//global variable definition
double h = 22; //dB
double signalMax = 4.33;
double signalMin = -4.33;
double noiseMax =  5.0;
double noiseMin = -5.0;

double snr = 0;
int    tau = 1;

double varianceS, sigmaS = 0;
double varienceN, sigmaN = 0;
double signalNoise[N * 2];
double signalCopy [N * 2];

double symbol = 1;
double val = -1;
int count = 1;
//setup configuration
void setup() {
    Serial.begin(9600); //inizialisation data rate

    Serial.print("h: ");
    Serial.println(h);

    Serial.print("snr: ");
    snr = pow(10, h / 10); //without dB
    Serial.println(snr);

    Serial.print("varS: ");
    varianceS = snr / N;
    Serial.println(varianceS);
    sigmaS = sqrt(varianceS);
    varienceN = 1;
    sigmaN = sqrt(1);
    Serial.print("sigS: ");
    Serial.println(sigmaS);
   }
```

```
static void loop() {

        Serial.print(count++);
        Serial.print(",");


        symbol = analogRead(A0)/500; //Read sensors
        if (symbol == 0) symbol = -1;

        //modulation phase

        for (int i = 0; i < N; i++) {
            signalCopy[i] =  signalCopy [N + i];
            signalNoise[i] = signalNoise[N + i];
            signalNoise[N + i] = randomDouble(signalMin,
signalMax) * sigmaS;
            signalCopy [N + i] = signalNoise[N + i];
        }

        for (int i = 0; i < N; i++) {
            signalNoise[N + i] = signalNoise[N + i]  + symbol *
signalCopy[N + i - tau]; //modulation
        }

//chanel phase
        Serial.print(symbol);
        for (int i = 0; i < N; i++) {
            signalNoise[i] = signalNoise[N + i];
            signalNoise[N + i] = signalNoise[N + i] +
randomDouble(noiseMin, noiseMax) * sigmaN;
            Serial.print(",");
            Serial.print(signalNoise[N+i]);
        }
        Serial.println("");

    }

    double randomDouble(double minf, double maxf) {
        return minf + random(1UL << 31) * (maxf - minf) / (1UL <<
31);
    }
```

В.2. Лістинг програми «DCSK_transmitter»

```
      #include <math.h>
      #define N 16 //set the length of the symbol interval
//global variable definition
        double h = 10; //dB
        double signalMax = 4.29;
        double signalMin = -4.29;
```

```
        double noiseMax =  5.0;
        double noiseMin = -5.0;

        double snr = 0;

        double varianceS = 0;
        double sigmaS = 0;
        double signalNoise[N];

        double symbol = -1;
        int count = 1;

        void setup() {

             Serial.begin(9600);

             Serial.print("h: ");
             Serial.println(h);

             Serial.print("snr: ");
             snr = pow(10,h/10); //SNR without dB
             Serial.println(snr);

             Serial.print("varS: ");
             varianceS = (snr * 2) / N;
             Serial.println(varianceS);
             sigmaS = sqrt(varianceS);
             Serial.print("sigS: ");
             Serial.println(sigmaS);

             randomSeed(analogRead(A1));

       }

        void loop() {

        Serial.print(count++);
        Serial.print(",");
        //Read sensors
symbol=(analogRead(A0)/400);

if (symbol==0) symbol=-1;


        for(int i = 0; i < N/2; i++) {
        signalNoise[i] = (randomDouble(signalMin,
signalMax))*sigmaS;
        signalNoise[(N/2)+i] = symbol*signalNoise[i];
        }

        Serial.print(symbol);
// add chanel chaos
        for(int i = 0; i < N; i++) {
```

```
        signalNoise[i] = signalNoise[i] + (randomDouble(noiseMin,
noiseMax)*sqrt(1));
        Serial.print(",");
        Serial.print(signalNoise[i]);
        }
        Serial.println("");

        }

        double randomDouble(double minf, double maxf) {
            return minf + random(1UL << 31) * (maxf - minf) / (1UL
<< 31);  //
        }
```

B.3. Лістинг класу «Analyzer.java»

```
package chdtu.edu.ua.parse;

import java.io.File;
import java.io.FileNotFoundException;
import java.util.Scanner;

public class Analyzer {

    public static void main(String[] args) throws
FileNotFoundException {

        double count = 0;
        double symbol;
        double receivedSymbol = -1;
        String[] frame;

        double sum = 0;
        double bitErrorRate = 0;
        double errors = 0;

        String fileName = "DCSK_12_1200.txt";
        String[] fileInfo = fileName.split("_");

        String logic = fileInfo[0];
        Scanner sc = new Scanner(new File(fileName));

        while (sc.hasNext()) {
            frame = sc.nextLine().split(",");
            count++;
            symbol = Double.parseDouble(frame[1]);

            if (logic.toLowerCase().equals("dcsk")) {
                sum = dcskLogic(frame);
            } else {
                sum = cdskLogic(frame);
```

```
            }

            receivedSymbol = -1;
            if (sum >= 0) {
                receivedSymbol = 1;
            }
            if (symbol != receivedSymbol) {
                errors++;
            }
            System.out.println(count + ", " + symbol + ", " +
receivedSymbol + ", " + errors + "");
        }

        System.out.println("");
        bitErrorRate = errors / count;
        System.out.format("%5.7f", bitErrorRate);
    }

    static double dcskLogic(String[] frame) {
        double sum = 0;
        double first = 0;
        double next = 0;

        for (int i = 2; i < (frame.length/2)+1; i++) {
            first = Double.parseDouble(frame[i]);
            next = Double.parseDouble(frame[(frame.length / 2) +
(i-1) ]);
            sum += first*next;
        }

        return sum;
    }

    static double cdskLogic(String[] frame) {
        double sum = 0;
        double first = 0;
        double next = 0;

        for (int i = 2; i < frame.length-1; i++) {
            first = Double.parseDouble(frame[i]);
            next = Double.parseDouble(frame[i+1]);
            sum += first*next;
        }

        return sum;
    }

}
```