УДК 332.14+51-77 JEL Classification Code: J14, C02, Q57

Т. В. Квітка

МОДЕЛЮВАННЯ ПРИБУТКУ В УМОВАХ ТЕХНОГЕННОЇ ЗАБРУДНЕНОСТІ

В Україні в сучасних умовах функціонування підприємств базується на отриманні максимального прибутку, що в більшості випадків призводить до техногенного забруднення навколишнього середовища. Водночас вимоги екології встановлюють обмеження на такі забруднення, адже вони негативно впливають як на природу, так і на стан здоров'я людей, що мешкають у прилеглих до підприємств районах. Абсолютно уникнути техногенних забруднень у сучасних умовах неможливо, але виникають питання, пов'язані з границями обмеженості таких забруднень. Метою статті є моделювання впливу техногенної забрудненості на прибуток підприємств, операційні системи виробництва продукції яких є джерелами цієї забрудненості. Особливістю розвинутого підходу є застосування диференціальних рівнянь на якісному рівні, що дає можливість скористатися побудовою «м'яких» математичних моделей. З одного боку, необхідно враховувати екологічні обмеження, але з другого – можливе існування оптимальної величини техногенної забрудненості, за якої прибуток підприємства буде максимальним. Математичне моделювання прибутку дало змогу визначити умови існування оптимальної величини техногенної забрудненості. Побудова «м'якої» математичної моделі доходу дала можливість визначити особливості властивостей доходу при техногенній забрудненості, які є структурно стійкими. Застосування методів теорії подібності і аналізу розмірностей дозволило представити математичну модель прибутку підприємства у безрозмірному вигляді, що зменшило обсяг необхідних обчислень при дослідженнях.

Важливо підкреслити, що побудована математична модель прибутку в умовах техногенної забрудненості дає змогу у цифровій формі, шляхом відповідних обчислень за допомогою комп'ютерних програм, обґрунтувати і дати рекомендації щодо оптимальної величини техногенної забрудненості працюючого підприємства, при якій буде досягнуто максимальну величину прибутку.

Ключові слова: *прибуток, дохід, витрати, техногенна забрудненість, «м'яка» модель, структурна стійкість, оптимальність.*

Вступ. Науково-технічний прогрес покликаний поліпшувати життя людини. З однієї точки зору, так і відбувається. Проте, з іншої точки зору, цей самий «прогрес» посилює проблему забруднення навколишнього середовища. Наукові та промислові досягнення слугують нашому добробуту, але досить часто в результаті самого процесу виробництва і використання передової техніки навколишнє середовище забруднюється техногенними відходами.

Дніпропетровська область – одна з найбільш техногенно-напружених областей країни, де виробляється майже п'ята частина (19,2 %, або 481,5 млрд грн) усієї реалізованої промислової продукції України. Викиди забруднюючих речовин в атмосферне повітря в 2018 р. становили 614,3 тис. т. [1, с. 3].

Згідно з рейтингом «ТОП-100 найбільших підприємств-забруднювачів» за 2017 р., підготовленим Міністерством екології та природних ресурсів України на підставі даних офіційної статистики, сформованої за результатами поданої суб'єктами господарювання звітності про обсяги скидів, викидів та утворення, до об'єктів, які є найбільшими забруднювачами довкілля за викидами в атмосферне повітря та обсягом утворення відходів за 2017 р. на території Кривбасу, віднесено такі підприємства: ПАТ «АрселорМіттал Кривий Ріг»; ПАТ «Південний гірничо-збагачувальний комбінат»; ПАТ «Північний гірничо-збагачувальний комбінат»; ПАТ «Інгулецький гірничо-збагачувальний комбінат»; ПАТ «Центральний гірничо-збагачувальний комбінат»; ВП «КРИВОРІЗЬКА ТЕС «АТ «ДТЕК ДНІПРОЕНЕРГО» ПАТ «Криворізький залізорудний комбінат» [1, с. 9].

Особливістю сучасного становища є те, що негативний вплив техногенної забрудненості відчувається на кожному кроці нашого життя, супроводжуючи від дня народження до останніх днів життя. Зрозуміло, що миритися з таким становищем неможливо і треба знаходити шляхи для подолання цих проблем. Як один із можливих шляхів природно виділити шлях, пов'язаний із застосуванням економічних методів. Такий підхід дасть можливість визначити необхідні фінансові засоби, які дадуть змогу зменшити негативний вплив техногенної забрудненості від функціонування підприємств.

Аналізу забруднення природного середовища присвячено досить багато наукових робіт. Зокрема, можна виділити роботи таких вчених, як М. М. Моїсеєв, І. М. Ляшенко, О. І. Черняк та інші. Вплив техногенного забруднення на стан здоров'я людини досліджували В. П. Казначеєв, І. М. Комарницький, В. М. Пономаренко та багато інших вчених. Водночас питання щодо зменшення техногенного впливу на навколишнє середовище недостатньо досліджені. Це зумовлює необхідність подальшого вивчення та вдосконалення методів зменшення техногенного тиску [2, с. 128].

Мета дослідження: моделювання впливу техногенної забрудненості на прибуток підприємств, операційні системи виробництва продукції яких є джерелами цієї забрудненості. Особливістю розвинутого підходу є застосування диференціальних рівнянь на якісному рівні, що дає можливість скористатися побудовою «м'яких» математичних моделей [3, с. 14].

Виклад основного матеріалу. Функціонування підприємства в умовах техногенної забрудненості, джерелом якої є воно саме, має свої особливості. Такий «отруйний» ефект впливає як на саме підприємство, так і на навколишнє середовище [4, с. 276]. Одним із відомих засобів боротьби з негативним впливом техногенної забрудненості є економічні методи, які змушують шляхом введення відповідних витрат на екологію протидіяти руйнівній дії шкідливих речовин. Відомо, що одна з головних цілей функціювання підприємства, особливо в умовах ринкових відношень, полягає в максимізації прибутку. Водночас досягнення цієї мети потребує врахування обмежень, спричинених особливостями виробництва такого підприємства. Користуючись відповідними позначеннями, формула для обчислення прибутку може бути записана у вигляді

$$П = Д - З, \tag{1}$$

де $П$ – прибуток, ум. гр. од.,

$Д$ – дохід, ум. гр. од.,

$З$ – витрати, ум. гр. од.

Зрозуміло, що прибуток, записаний згідно з формулою (1), залежить від багатьох причин, але в нашому випадку основна увага приділяється впливу техногенної забрудненості.

Спочатку розглянемо вплив техногенної забрудненості на дохід підприємства шляхом побудови відповідної математичної моделі. Для побудови такої моделі природно скористатися теорією диференціальних рівнянь, яка дає змогу виділити якісні особливості впливу техногенної забрудненості на дохід підприємства, для вибору структури моделі [5, с. 68]. Для досягнення поставленої мети доцільно скористатися математичною теорію «м'яких» моделей, яка була відкрита відносно недавно. Досить прості міркування вказують на те, що зростання техногенної забрудненості негативно впливає на дохід підприємства. При цьому можна навіть припустити, що такий вплив пропорційний величині самого доходу. В результаті будемо мати так звану жорстку модель, яка записується у вигляді задачі Коші [6, с. 6]

$$\begin{cases} \frac{dД}{d\lambda} + c \cdot Д = 0 \\ Д(\lambda = 0) = Д_0 \end{cases}, \tag{2}$$

де λ – інтенсивність техногенного забруднення, 1/рік,

c – параметр, рік,

$Д_0$ – дохід при відсутності техногенної забрудненості, ум. гр. од.

Зміна λ дає змогу в кількісних одиницях, тобто в оцифрованій формі, визначити рівень техногенної забрудненості. Зрозуміло, що зі зростанням цієї змінної техногенна забрудненість теж збільшується. Характер самої змінної визначається особливостями техногенної забрудненості, яка досліджується, а сам спосіб визначення виходить за межі статті.

Особливість жорсткої моделі (2) полягає в тому, що параметр c є сталою величиною. Якісний аналіз розв'язання задачі Коші (2) показує, що різним рівням техногенної забрудненості, тобто величині λ, повинні відповідати різні значення параметра c. Таким чином, можна зробити висновок, що параметр c є функцією змінної λ, тобто задача Коші (2) набуває вигляду

$$\begin{cases} \frac{dД}{d\lambda} + c(Д)Д = 0 \\ Д(\lambda = 0) = Д_0 \end{cases}, \tag{3}$$

де $c(Д)$ – функція змінної $Д$.

В цьому випадку задача Коші (3) описує м'яку модель. Особливість м'якої моделі полягає у тому, що зроблені висновки залишаються справедливими навіть для широкого класу моделей з різними (убутними з $Д$) функціями $c(Д)$. Інакше кажучи, подальші висновки відносяться до всієї м'якої моделі, а не до спеціальної жорсткої моделі.

Загальні міркування про залежність доходу від техногенної забрудненості показують, що структуру залежності параметра c від змінної $Д$ доцільно вибрати у лінійному вигляді

$$c(Д) = a + bД\,, \tag{4}$$

де a, b – параметри.

В результаті будемо мати так звану логістичну модель

$$\frac{dД}{d\lambda} + (a + bД)Д = 0. \tag{5}$$

Подальший аналіз показує, що точніше результати дослідження відповідають дійсності, якщо параметр b є функцією змінної λ, тобто

$$b = b(\lambda). \tag{6}$$

З урахуванням (6) диференціальне рівняння (5) набуває вигляду

$$\frac{dД}{d\lambda} + (a + b(\lambda)Д)Д = 0. \tag{7}$$

Аналіз рівняння (7) показує, що воно є диференціальним рівнянням Бернуллі, яке має аналітичний розв'язок [6]. Для розв'язання цього рівняння запишемо його у вигляді

$$\frac{dД}{d\lambda} + aД = -b(\lambda)Д^2. \tag{8}$$

Якщо застосувати заміну

$$E = \frac{1}{Д}, \tag{9}$$

то отримаємо лінійне диференціальне рівняння першого порядку

$$\frac{dE}{d\lambda} - a \cdot E = -\,b(\lambda) \tag{10}$$

з початковою умовою згідно з (2)

$$E(\lambda = 0) = \frac{1}{Д_0}. \tag{11}$$

Для розв'язання рівняння (10) скористаємося методом Бернуллі. Для цього розв'язок шукається у вигляді добутку двох невідомих функцій

$$E = u \cdot v. \tag{12}$$

Підставляємо (12) в рівняння (10) і після обчислення похідної від добутку функцій (12) групуємо

$$\frac{du}{d\lambda}v + u\left(\frac{dv}{d\lambda} - av\right) = -b(\lambda). \tag{13}$$

В результаті отримуємо систему двох диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} \frac{dv}{d\lambda} - av = 0 \\ \frac{du}{d\lambda}v = -\,b(\lambda) \end{cases}. \tag{14}$$

Знаходимо частинний розв'язок першого рівняння системи (14) як диференціального рівняння з відокремлюваними змінними

$$v = e^{a\lambda}. \tag{15}$$

Далі підставляємо (15) в друге диференціальне рівняння системи (14)

$$\frac{du}{d\lambda}e^{a\lambda} = -\,b(\lambda). \tag{16}$$

Рівняння (16) є диференціальним рівнянням з відокремлюваними змінними, загальний розв'язок якого має вигляд

$$u = -\int_0^{\lambda} b(\xi)e^{-a\xi}d\xi + C, \tag{17}$$

де C – довільна стала.

Враховуючи (15) і (17), загальний розв'язок (12) запишеться у вигляді

$$E = (C - \int_0^{\lambda} b(\xi)e^{-a\xi}d\xi)e^{a\lambda}. \quad (18)$$

Згідно з початковою умовою (11) розв'язання задачі Коші (10), (11) має вигляд

$$E = (\frac{1}{Д_0} - \int_0^{\lambda} b(\xi)e^{-a\xi}d\xi)e^{a\lambda}. \quad (19)$$

Наступний крок полягає у виборі структури функції в формулі (6). Враховуючи особливість залежності доходу від техногенної забрудненості, доцільно вибрати лінійну залежність у формулі (6)

$$b(\lambda) = b_0 + k\lambda, \quad (20)$$

де b_0, k – параметри.

Треба підкреслити, що згідно з вимогами до м'якої моделі параметр k повинен бути недодатнім ($k \leq 0$).

Підставляємо (20) у формулу (19)

$$E = (\frac{1}{Д_0} - \int_0^{\lambda}(b_0 + k\lambda)e^{-a\xi}d\xi)e^{a\lambda}$$

і обчислюємо відповідний інтеграл

$$E = \frac{1}{Д_0}e^{a\lambda} + \frac{k\lambda}{a} - \left(\frac{b_0}{a} + \frac{k}{a^2}\right)\left(e^{a\lambda} - 1\right). \quad (21)$$

Враховуючи заміну (9), розв'язок задачі Коші запишеться у вигляді

$$Д = \frac{1}{\frac{1}{Д_0}e^{a\lambda} + \frac{k\lambda}{a} - \left(\frac{b_o}{a} + \frac{ka}{a^2}\right)\left(e^{a\lambda} - 1\right)}. \quad (22)$$

Аналіз здобутої формули (22) вказує на її громіздкість і залежність функції від значної кількості параметрів, які входять у формулу окремо один від одного, що ускладнює проведення за її допомогою імітаційного моделювання. Як один із можливих шляхів позбавлення від цієї проблеми вважається доцільним застосування теорії подібності і аналізу розмірностей [8, с. 263]. Згідно з цією теорією параметри і змінні групуються в безрозмірні комплекси, кількість яких, як правило, значно менша первісної кількості параметрів. Ці комплекси являють собою добутки, співмножниками яких є зазначені вище параметри і змінні. Таке безрозмірне представлення функції дає змогу значно зменшити обсяг розрахунків при дослідженні, оскільки одному значенню безрозмірного комплексу, представленого в мультиплікативній формі, відповідає безліч величин параметрів, які входять у нього. Безрозмірне представлення формули (22) має вигляд

$$\widehat{Д} = \frac{1}{e^{\theta} + \hat{k}\theta - \left(\hat{b} + \hat{k}\right)\left(e^{\theta} - 1\right)}, \quad (23)$$

де $\widehat{Д} = \frac{Д}{Д_0}, \theta = a\lambda, \hat{k} = \frac{kД_0}{a}, \ \hat{b} = \frac{b_0}{a}.$

Простий підрахунок показує, що в безрозмірній формулі (23) менше параметрів, ніж у розмірного аналога (22). Дійсно, у формулі (22) маємо чотири параметри ($Д_0, a, k, b_0$), а у безрозмірній формулі (23) – тільки два ($\hat{k}, \hat{b}$).

Представлення формули (23) дає можливість досить просто її дослідити як функцію.

Знайдемо максимум функції (23). Для цього обчислюємо похідну

$$\frac{d\widehat{Д}}{d\theta} = -\frac{1}{\left(e^{\theta} + \hat{k}\theta - \left(\hat{b} + \hat{k}\right)\left(e^{\theta} - 1\right)\right)^2}\left(e^{\theta} + \hat{k} - \left(\hat{b} + \hat{k}\right)e^{\theta}\right). \quad (24)$$

Далі згідно з необхідною умовою існування екстремуму прирівнюємо (24) до нуля [9, с. 71]

$$\frac{1}{\left(e^{\theta} + \hat{k}\theta - \left(\hat{b} + \hat{k}\right)\left(e^{\theta} - 1\right)\right)^2}\left(e^{\theta} + \hat{k} - \left(\hat{b} + \hat{k}\right)e^{\theta}\right) = 0,$$

та розв'язуємо це рівняння

$$\theta_o = ln\left(\frac{\hat{k}}{\hat{b} + \hat{k} - 1}\right). \quad (25)$$

Застосування достатньої умови існування екстремуму шляхом обчислення похідної другого порядку показує, що знак цієї похідної при значенні аргументу (25) буде від'ємним, що вказує на максимум функції. Максимальне значення функції (23) знаходиться шляхом підстановки в неї аргументу (25)

$$\widehat{Д}_{max} = \frac{1}{\hat{b} + \hat{k} ln\left(\frac{\hat{k}}{\hat{b}+\hat{k}-1}\right)}. \quad (26)$$

На рисунках 1 і 2 зображено графіки функції (23), які обчислені при різних величинах параметрів.

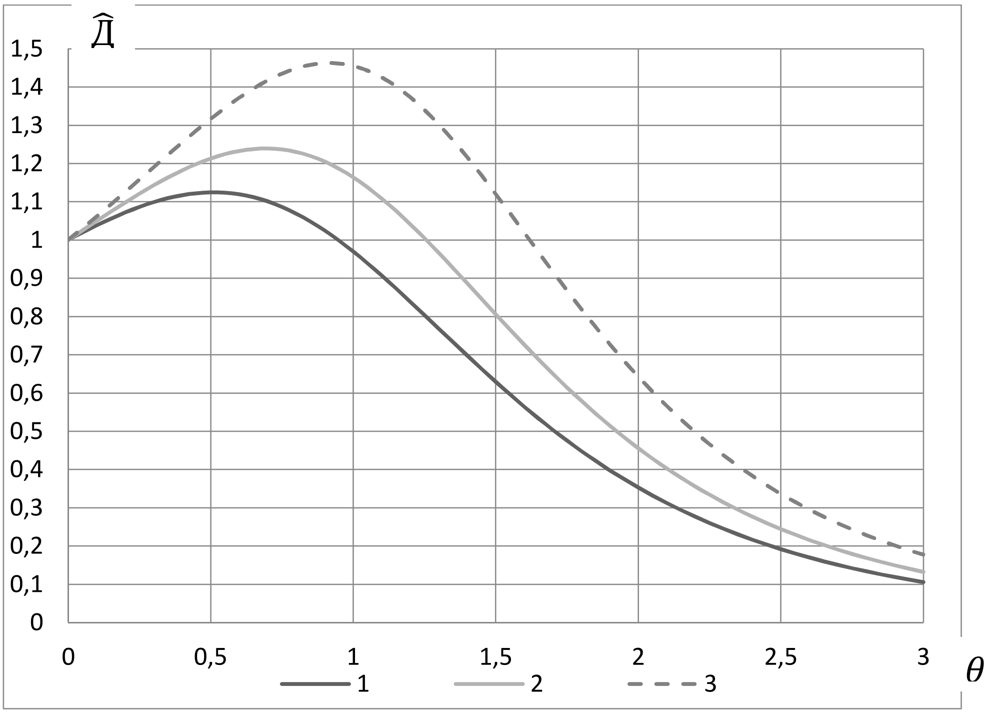

Рисунок 1 – Залежність доходу від техногенної забрудненості
($\widehat{k}$ = –1; 1 – $\widehat{b}$ = 1,4; 2 – $\widehat{b}$ = 1,5; 3 – $\widehat{b}$ = 1,6)

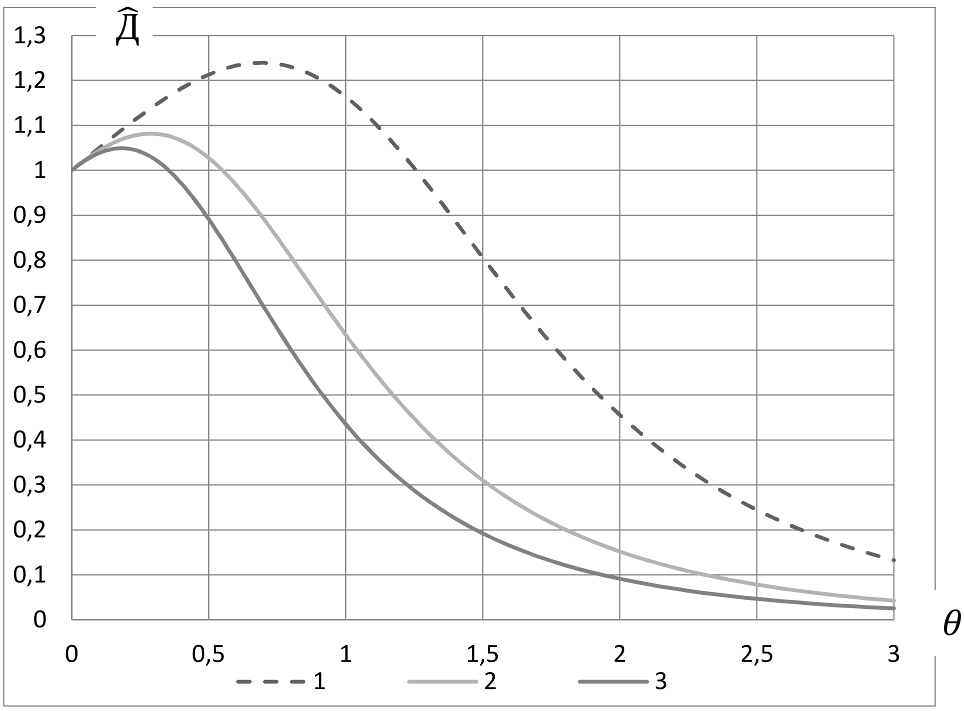

Рисунок 2 – Залежність доходу від техногенної забрудненості
($\widehat{b}$ = 1,5; 1 – $\widehat{k}$ = –1; 2 – $\widehat{k}$ = –2; 3 – $\widehat{k}$ = –3)

Аналіз графіків, зображених на рисунках 1 і 2, показує, що вони мають унімодальний характер при різних значеннях параметрів. Таким чином, величини параметрів не впливають на якісну поведінку графіків. Це збереження структури графіків підтверджує особливість застосування «м'яких» математичних моделей. Важливо, що поведінка графіків відповідає реальності, згідно з якою при малих техногенних забрудненнях не відчувається вплив забруднення і дохід зростає. Проте, якщо техногенне забруднення перевищує деякий поріг, то настає отруйний ефект дії цього забруднення, що призводить до зменшення доходу.

Згідно з формулою (1) для знаходження прибутку при техногенній забрудненості необхідно визначити математичну модель витрат на зниження техногенної забрудненості. Спираючись на загальні припущення, можна стверджувати, що швидкість збільшення витрат на зменшення техногенної забрудненості пропорційна самим витратам. Це дає можливість записати математичну модель витрат на зниження техногенної забрудненості у вигляді задачі Коші

$$\begin{cases} \frac{dЗ}{d\lambda} + \beta \cdot З = 0 \\ З(\lambda = 0) = З_0 \end{cases}, \qquad (27)$$

де β − параметр, рік,

$З_0$ − витрати, необхідні для досягнення відсутності техногенної забрудненості, ум. гр. од.

Враховуючи, що в задачі Коші (27) диференціальне рівняння є лінійним першого порядку, воно допускає аналітичне розв'язання, яке показано вище. З урахуванням початкової умови розв'язання задачі Коші (27) має вигляд

$$З = З_0 e^{-\beta\lambda}. \qquad (28)$$

Розв'язок (28) являє собою жорстку математичну модель, оскільки її параметр є сталою величиною.

На рисунку 3 зображено графіки функції (28) при різних величинах параметра.

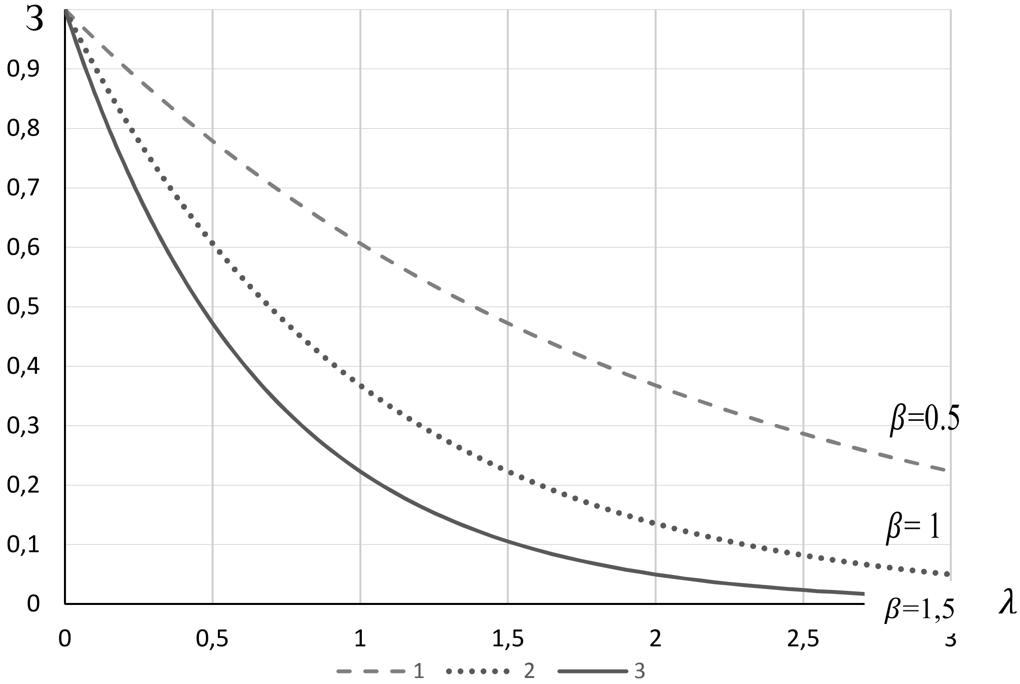

Рисунок 3 – Залежність витрат на зменшення техногенної забрудненості від величини техногенної забрудненості ($З_0$ = 1; 1 – β = 0,5; 2 – β = 1; 3 – β = 1,5)

Аналіз графіків на рисунку 3 показує, що зі збільшенням інтенсивності техногенної забрудненості витрати на зменшення техногенної забрудненості зменшуються. При невеликій інтенсивності забрудненості витрати є більшими, а зі зростанням інтенсивності – зменшуються. З огляду на параметр β, що визначає часовий проміжок (у цьому випадку – рік), швидкість зміни витрат на зменшення техногенної забрудненості є меншою у тому випадку, коли параметр β є меншим, і зростає з його збільшенням.

Враховуючи формули (22) і (28), прибуток (1) запишеться у вигляді

$$П = \frac{1}{\frac{1}{Д_0}e^{a\lambda}+\frac{k\lambda}{a}-\left(\frac{b_o}{a}+\frac{ka}{a^2}\right)\left(e^{a\lambda}-1\right)} - З_0 e^{-\beta\lambda}. \qquad (29)$$

Для подальших досліджень доцільно представити формулу (29) у безрозмірному вигляді. Користуючись теорією подібності і аналізу розмірностей, отримуємо

$$\widehat{П} = \frac{1}{e^{\theta}+\hat{k}\theta-\left(\hat{b}+\hat{k}\right)\left(e^{\theta}-1\right)} - \hat{З}_0 e^{-\gamma\theta}, \qquad (30)$$

де $\widehat{П} = \frac{П}{Д_0}$, $\hat{З}_0 = \frac{З_0}{Д_0}$, $\gamma = \frac{\beta}{a}$.

На рисунку 4 зображено графік функції (30) як результат різниці між доходом (1) та витратами на зменшення техногенної забрудненості (2).

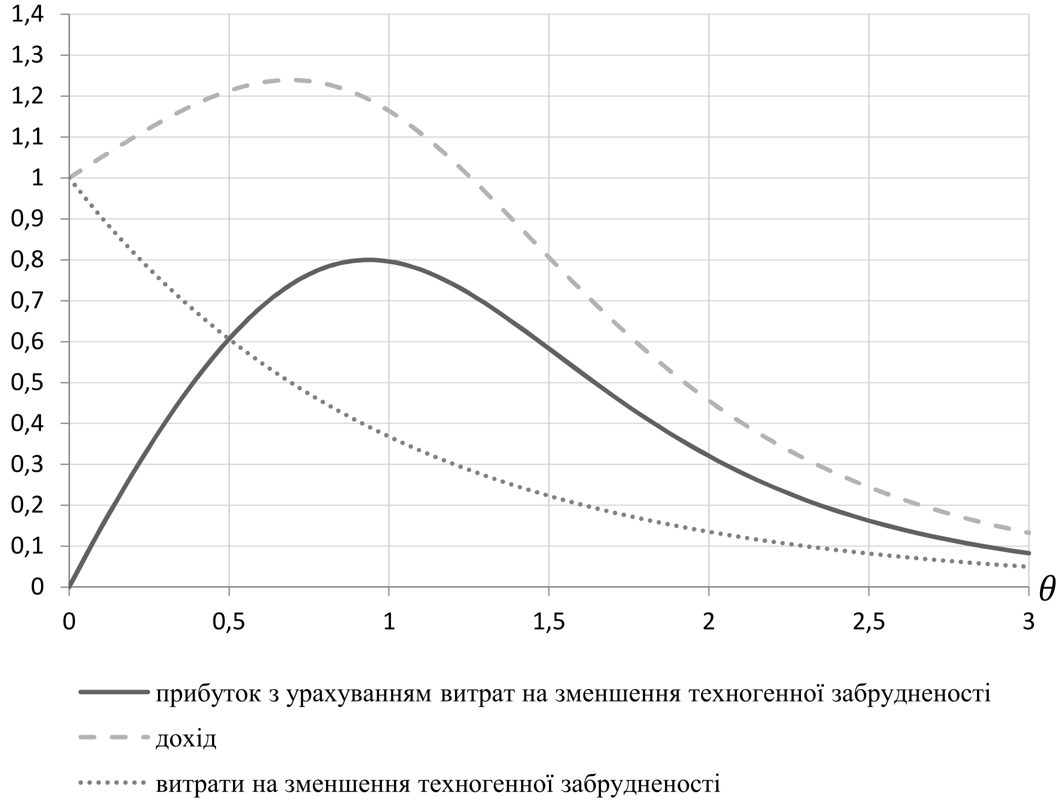

Рисунок 4 – Залежність прибутку від величини техногенної забрудненості
($\hat{З}_0$ = 1; γ = 1; $\hat{k}$ = –1; 1 – $\hat{b}$ = 1,5)

Аналіз графіка прибутку з урахуванням витрат на зменшення техногенної забрудненості на рисунку 4 показує, що при деякій (оптимальній) величині техногенної забрудненості досягається максимальна величина прибутку.

Для знаходження оптимальної величини техногенної забрудненості дослідимо функцію (30) на екстремум. Згідно з необхідною умовою існування екстремуму похідна в точці екстремуму має дорівнювати нулю. Обчислюємо похідну функції (30) і прирівнюємо її до нуля

$$\frac{d\widehat{П}}{d\theta} = -\frac{1}{\left(e^{\theta}+\hat{k}\theta-\left(\hat{b}+\hat{k}\right)\left(e^{\theta}-1\right)\right)^2}\left(e^{\theta}+\hat{k}-\left(\hat{b}+\hat{k}\right)e^{\theta}\right)+\gamma\hat{З}_0 e^{-\gamma\theta}=0.$$

Для розв’язання здобутого рівняння представимо його у вигляді

$$e^{\theta}+\hat{k}-\left(\hat{b}+\hat{k}\right)e^{\theta}-\gamma\hat{З}_0 e^{-\gamma\theta}\left(e^{\theta}+\hat{k}\theta-\left(\hat{b}+\hat{k}\right)\left(e^{\theta}-1\right)\right)^2=0. \qquad (31)$$

Рівняння (31) є трансцендентним і не допускає аналітичного розв'язку. Зрозуміло, що таке рівняння можна розв'язати чисельно. Водночас хотілося б знайти розв'язок, який би залежав від параметрів. Для цього, враховуючи, що максимальні величини доходу і прибутку знаходяться досить близько, доцільно за початкову величину взяти оптимальну величину техногенної забрудненості для доходу, тобто θ_0. Для знаходження наступного значення скористаємось методом дотичних [10, с. 156]. Дійсно, нехай

$$\Phi(\theta) = e^{\theta} + \hat{k} - (\hat{b} + \hat{k})e^{\theta} - \gamma \hat{З}_0 e^{-\gamma\theta} \left(e^{\theta} + \hat{k}\theta - (\hat{b} + \hat{k})(e^{\theta} - 1)\right)^2. \quad (32)$$

Тоді згідно з методом дотичних

$$\theta_1 = \theta_0 - \frac{\Phi(\theta_0)}{\Phi'(\theta_0)}. \quad (33)$$

Знаходимо похідну функції (32)

$$\Phi'(\theta) = e^{\theta} - (\hat{b} + \hat{k})e^{\theta} + \gamma^2 \hat{З}_0 e^{-\gamma\theta} \left(e^{\theta} + \hat{k}\theta - (\hat{b} + \hat{k})(e^{\theta} - 1)\right)^2 -$$

$$-2\gamma \hat{З}_0 e^{-\gamma\theta} \left(e^{\theta} + \hat{k}\theta - (\hat{b} + \hat{k})(e^{\theta} - 1)\right)\left(e^{\theta} + \hat{k} - (\hat{b} + \hat{k})e^{\theta}\right). \quad (34)$$

Підставляємо (25) у формули (32) і (34) і згідно з формулою (33) записуємо наближену оптимальну величину техногенної забрудненості для максимальної величини прибутку

$$\theta_1 \approx ln\left(\frac{\hat{k}}{\hat{b}+\hat{k}-1}\right) + \frac{1}{\gamma}\left(1 + \frac{\hat{k}}{\gamma^2 \hat{З}_0 \left(\frac{\hat{b}+\hat{k}-1}{\hat{k}}\right)^{\gamma} \left(\hat{b} + \hat{k} ln\left(\frac{\hat{k}}{\hat{b}+\hat{k}-1}\right)\right)^2 - \hat{k}}\right). \quad (35)$$

Особливістю формули (35) є те, що вона дає змогу дослідити оптимальну величину техногенної забрудненості від параметрів.

Сама ж максимальна величина прибутку визначається шляхом підстановки (35) у формулу (30)

$$\hat{\Pi}_{max} = \frac{1}{e^{\theta_1} + \hat{k}\theta_1 - (\hat{b}+\hat{k})(e^{\theta_1} - 1)} - \hat{З}_0 e^{-\gamma\theta_1}.$$

На закінчення необхідно відзначити, що на практиці техногенна забрудненість визначається обмеженням

$\lambda \le \bar{\lambda}$,

де $\bar{\lambda}$ − найбільша величина техногенної забрудненості.

Зрозуміло, якщо

$\bar{\lambda} < \lambda_{opt}$,

то при обчисленні прибутку треба користуватися граничною величиною.

Таким чином, у загальному випадку формула для обчислення прибутку у безрозмірному вигляді має вигляд

$$\hat{\Pi} = \begin{cases} \frac{1}{e^{\theta_{opt}} + \hat{k}\theta_{opt} - (\hat{b}+\hat{k})(e^{\theta_{opt}} - 1)} - \hat{З}_0 e^{-\gamma\theta_1}, якщо\ \theta_{opt} \le \bar{\theta} \\ \frac{1}{e^{\bar{\theta}} + \hat{k}\bar{\theta} - (\hat{b}+\hat{k})(e^{\bar{\theta}} - 1)} - \hat{З}_0 e^{-\gamma\theta_1}, якщо\ \theta_{opt} > \bar{\theta} \end{cases}, \quad (36)$$

де θ_{opt} − оптимальна безрозмірна величина техногенної забрудненості,

$\bar{\theta}$ − гранична безрозмірна величина техногенної забрудненості.

Для переходу до розмірних величин достатньо скористатися формулами (23) і (30).

Висновки. Моделювання прибутку при техногенній забрудненості показало, що в таких умовах виникають особливості. Аналіз залежності доходу від техногенної забрудненості, проведений шляхом «м'якого» математичного моделювання, довів, що існує максимальна величина доходу при оптимальній величині техногенної забрудненості, яка характеризується структурною стійкістю. Математичне моделювання витрат на зменшення техногенної забрудненості від величини техногенної забрудненості дало можливість отримати залежність у вигляді спадаючої експоненти. Також математичне моделювання прибутку як різниці доходу і витрат на зменшення техногенної забрудненості дало можливість визначити, користуючись безрозмірним підходом, оптимальні умови отримання прибутку при техногенній забрудненості. За допомогою одержаних універсальних моделей менеджмент підприємств може провести імітаційне моделювання. Наприклад, для підприємств гірничо-металургійного комплексу спрогнозовано залежність прибутку з урахуванням витрат на зменшення техногенної забрудненості, що дозволяє в темпі з процесом (у реальному масштабі часу) проводити дослідження та знаходити оптимальні траєкторії виробництва продукції і одержання прибутку. Запропонована модель дає змогу менеджерам змоделювати різні операційні системи виробництва продукції з мінімізацією забруднення та раціональним прибутком. Для практичного застосування отриманих результатів необхідно скористатися відповідним статистичним матеріалом.

Список використаної літератури

1. Екологічний стан Кривбасу: проблеми та шляхи їх вирішення: матеріали виїзного засідання Комітету з питань еколог. політики та природокористування, (24–25 жовт. 2019 р.). URL: http://komekolog.rada.gov.ua/uploads/documents/35706.pdf
2. Хорольський В. П., Хорольський К. Д., Рябикіна К. Г. Теорія та практика інноваційно-інтелектуального розвитку регіону з техногенними територіями: монографія / за заг. ред. д-рів наук, проф. В. П. Хорольського, О. Б. Чернеги. Кривий Ріг: Видавець ФОП Чернявський Д.О., 2019. 633 с.
3. Арнольд В. И. «Жесткие» и «мягкие» математические модели. Москва: МЦНМО, 2004. 32 с.
4. Управління інноваційним розвитком підприємств регіону з техногенними територіями: монографія / В. П. Хорольський, О. В. Хорольська, К. Д. Хорольський та ін.; за ред. проф. В. П. Хорольського. Кривий Ріг: Видавець ФОП Чернявський Д.О., 2018. 496 с.
5. Филиппов А. Ф. Введение в теорию дифференциальных уравнений: науч. пособие. Москва: URSS, 2015. 240 с.
6. Коробков М. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения: конспект лекций. Новосибирск: URSS, 2010. 60 с.
7. Самойленко А. М., Перестюк М. О., Парасюк І. О. Диференціальні рівняння: підручник. Київ: Либідь, 2003. 600 с.
8. Гухман А. А. Введение в теорию подобия: науч. пособие. Москва: URSS, 2016. 296 с.
9. Шершнев В. Г. Математический анализ: учеб. пособие. Москва: ИНФРА-М, 2014. 288 с.
10. Поршнев С. В. Вычислительная математика: курс лекций. Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2004. 320 с.

References

1. Ecological state of Kryvbas: problems and ways to solve them: Proc. of the field meeting of the Committee on Environmental Policy and Nature Management, (October, 24–25, 2019). Available at: http://komekolog.rada.gov.ua/uploads/documents/35706.pdf
2. Khorolskyi, V. P., Khorolskyi, K. D., Riabykina, K. H. (2019). Theory and practice of innovative and intellectual development of the region with man-made territories. In V. P. Khorolskyi. O. B. Cherneha (Eds.). Kryvyi Rih: FOP Cherniavskyi D.O., 633 p. [in Ukrainian].
3. Arnold, V. I. (2004). “Hard” and “soft” mathematical models. Moscow: MTsNMO, 32 p. [in Russian].
4. Khorolskyi, V. P., Khorolska, O. V., Khorolskyi, K. D. et al. (2018). Management by innovative development of enterprises in the region with man-made areas. In V. P. Khorolskyi (Ed.). Kryvyi Rih: FOP Cherniavskyi D.O., 496 p. [in Ukrainian].
5. Filippov, A. F. (2015)/ Introduction to the theory of differential equations: sci. manual. Moscow: URSS, 240 p. [in Russian].
6. Korobkov, M. V. (2010). Ordinary differential equations: lecture notes. Novosibirsk: URSS, 60 p. [in Russian].
7. Samoilenko, A. M., Perestiuk, M. O., Parasiuk, I. O. (2003). Differential equations: textbook. Kyiv: Lybid, 600 p. [in Ukrainian].
8. Hukhman, A. A. (2016). Introduction to similarity theory: sci. manual. Moscow: URSS, 296 p. [in Russian].
9. Shershnev, V. H. (2014). Mathematical analysis: textbook. Moscow: INFRA-M, 288 p. [in Russian].
10. Porshnev, S. V. (2004). Computational mathematics: lecture course. St. Petersburg: BKhV-Petersburg, 320 p. [in Russian].

T. V. Kvitka

SIMULATION OF PROFIT IN THE CONDITIONS OF TECHNOGENIC POLLUTION

Introduction. *The article considers mathematical modeling of the enterprise profit at technogenic pollution. In Ukraine, in modern conditions, the functioning of enterprises is based on maximizing profits, which in most cases leads to anthropogenic pollution of the environment. At the same time, environmental requirements impose restrictions on these pollution, since they negatively affect both the nature and the state of health of people living in nearby areas to such enterprises.*

Formulation of the problem. *Of course, it is impossible to completely avoid technogenic pollution in modern conditions, but questions arise regarding the boundary of the limitations of such pollution.*

The purpose *of the article is to simulate the impact of man-made pollution on the profits of enterprises whose operating systems are the sources of this pollution.*

The presentation of the material of the article. *The peculiarity of the developed approach consists in the application of differential equations at qualitative level. This makes it possible to use "soft" mathematical models. On the one hand, it is necessary to take into account environmental restrictions, but at the same time, the existence of an optimal value of technogenic pollution is possible, at which the profit of the enterprise will be maximum. If such an optimal value of technogenic pollution turns out to be less than the ecologically maximum value, then it makes sense to adhere to this optimal value. Mathematical modeling of profit as a difference in income and costs for reducing technogenic pollution has allowed us to determine the conditions for the existence of an optimal value of technogenic pollution.*

Results and discussion. *The construction of a «soft» mathematical model of income has made it possible to determine the characteristics of the properties of income under technogenic pollution, which are structurally stable. In turn, the application of the methods of the theory of similarity and analysis of dimensions has made it possible to present mathematical model of the enterprise's profit in a dimensionless form, replaced individual parameters with complexes recorded in the form of works, and reduced the amount of necessary calculations during research. The management of the enterprises can carry out simulation modeling by means of the received universal models. For example, for the enterprises of mining and metallurgical complex, the dependence of profit is forecasted, taking into account the costs of reducing man-made pollution. This allows in pace with the process (in real-time) to conduct research and find optimal trajectories of production and profit.*

Conclusions. *It is important to emphasize that mathematical model of profit built in the conditions of technogenic pollution allows us to digitally substantiate and give recommendations on the optimal value of technogenic pollution of the worker at which the maximum profit will be achieved by appropriate calculations on a computer. The proposed model allows managers to simulate different operating systems of production with pollution minimization and rational profit.*

Keywords: *profit, income, costs, technogenic pollution, "soft" model, structural stability, optimality.*

Стаття надійшла до редакції 15.05.2020

DOI 10.24025/2306-4420.0.57.2020.206256

Квітка Т. В., ст. викладач кафедри загальноінженерних дисциплін та обладнання, Донецький національний університет економіки і торгівлі імені Михайла Туган-Барановського, м. Кривий Ріг
e-mail: kvitka@donnuet.edu.ua
ORCID 0000-0002-1415-783X
Kvitka T. V., senior lecturer of the department of general engineering disciplines and equipment, Donetsk National University of Economics and Trade named after Mykhailo Tugan-Baranovsky, Kryvyi Rih