

ЧЕРКАСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Кваліфікаційна наукова  
праця на правах рукопису

Дзюба Вікторія Анатоліївна

УДК 004.384

**ДИСЕРТАЦІЯ**

**МЕТОД ТА ЗАСОБИ ПОБУДОВИ СПЕЦІАЛІЗОВАНОЇ КОМП'ЮТЕРНОЇ  
СИСТЕМИ КОНТРОЛЮ ЯКОСТІ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ  
ВИРОБНИЦТВА**

05.13.05 – комп'ютерні системи та компоненти

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,  
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

\_\_\_\_\_ В.А. Дзюба

Науковий керівник  
Рудницький Володимир Миколайович  
доктор технічних наук, професор

Черкаси – 2021

## **АНОТАЦІЯ**

*Дзюба В.А.* Метод та засоби побудови спеціалізованої комп'ютерної системи контролю якості технологічних процесів виробництва. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.13.05 «Комп'ютерні системи та компоненти». – Черкаський державний технологічний університет, Черкаси, 2020.

Дисертаційна робота присвячена підвищенню ефективності виробництва тонкостінних циліндричних оболонок змінної товщини за рахунок розробки та впровадження спеціалізованої комп'ютерної системи контролю якості технологічних процесів.

У дисертаційній роботі проведено дослідження існуючих методів і обчислювальних комп'ютерних засобів для моделювання та розрахунку параметрів напружено-деформованого стану тонкостінних циліндричних оболонок змінної товщини, зокрема метод «напружених» сплайнів і метод прогонки та його модифікації.

Дослідження дозволило виявити основні недоліки існуючих підходів до організації виробництва тонкостінних конструкцій за допомогою спеціалізованих комп'ютерних систем та шляхи їх усунення.

Для цього розроблено автоматизований метод контролю якості технологічних процесів виробництва тонкостінних оболонок шляхом організації ітераційної процедури з використанням сплайнів; вдосконалено модель спеціалізованої комп'ютерної системи, на основі методу контролю якості технологічних процесів виробництва тонкостінних оболонок змінної товщини; розроблено правила та алгоритми для оцінки швидкості та точності керування технологічними процесами, що забезпечило можливість їх застосування на програмному рівні та дозволило оцінити їх ефективність використання при реалізації спеціалізованої комп'ютерної системи.

Наукова новизна отриманих результатів:

- вперше розроблено метод автоматизованого контролю якості технологічних процесів для комп'ютеризованого управління виробництвом тонкостінних циліндричних оболонок змінної товщини на основі моделювання напружено-деформованого стану шляхом порівняння зміни розрахункових та реальних параметрів у процесі виробництва, що забезпечило прогнозування завершення технологічного процесу;
- вдосконалена модель спеціалізованої комп'ютерної системи, на основі автоматизованого контролю якості технологічних процесів, що дозволило забезпечити управління виробництвом тонкостінних циліндричних оболонок змінної товщини на основі прогнозування значень параметрів для успішного завершення виробничих процесів;
- отримали подальший розвиток методи оцінки швидкості та точності управління технологічними процесами на основі реалізації спеціалізованої комп'ютерної системи, шляхом використання розроблених правил і алгоритмів для оцінки збіжності та адекватності моделей для автоматизованого контролю якості технологічних процесів, що забезпечує стійкість управління виробництвом тонкостінних циліндричних оболонок змінної товщини в реальному часі.

Практичне значення одержаних результатів. Практична цінність роботи полягає в доведенні отриманих наукових результатів до конкретних інженерних методик, алгоритмів, моделей та варіантів розрахункових схем для блоку спеціалізованого програмного забезпечення, які можна успішно використати при вдосконаленні існуючих та побудові нових спеціалізованих комп'ютерних систем.

Розроблене програмне забезпечення дозволяє отримувати чисельні результати параметрів напружено-деформованого стану циліндричних оболонок змінної товщини для управління виробництвом, інженерного проектування поверхонь та вирішення крайових задач теорії пружності.

Отримані результати дозволили підвищити точність контролю за якістю виробництва в режимі реального часу, за рахунок зменшення

кількості елементарних операцій на кожній ітерації.

За результатами впровадження результатів роботи, отримано підвищення точності близько 5% та швидкості роботи комп'ютеризованої системи, яка дозволила реалізувати управління технологічним процесом в режимі реального часу.

Результати дисертації використані та впроваджені у таких організаціях: ТОВ «ТЕКСТОН» (Черкаси); ТОВ «ЧЕРКАСИ-АВТОТЕХ» (Черкаси), а також впроваджені в навчальний процес таких ВНЗ: Черкаська філія ПВНЗ «Європейський університет» у матеріалах лекційних курсів «Комп'ютерні системи» та «Моделювання систем»; Черкаський національний університет ім. Б. Хмельницького в курсі лекцій з дисциплін «Математичне моделювання» та «Операційні системи» і при курсовому проектуванні та виконанні кваліфікаційних робіт, що підтверджено актами впровадження.

**Ключові слова:** спеціалізована комп'ютерна система, технологічний процес, метод контролю якості, тонкостінна циліндрична оболонка змінної товщини, напружено-деформований стан.

## ***ABSTRACT***

*Dzyuba V.A.* Method and means of building a specialized computer system for quality control of technological production processes. - Qualifying scientific work as a manuscript.

Dissertation for the degree of candidate of technical sciences in specialty 05.13.05 "Computer systems and components". - Cherkasy State Technological University, Cherkassy, 2020.

The dissertation is devoted to improving the accuracy of control over the quality of production in real time through the development and implementation of a specialized computer system for quality control of technological processes.

In the dissertation work, there has been carried out a study of existing methods and computational computer tools for modeling and calculating the parameters of the stress-strain state of thin-walled cylindrical shells of variable thickness, in particular, the method of "stressed" splines and the sweep method and its modification.

The study made it possible to identify the main disadvantages of the existing approaches to organizing the production of thin-walled structures with the help of specialized computer systems and ways to eliminate them.

To achieve this purpose, there has been developed a numerical-analytical version of the method of improving the quality control of thin-walled cylindrical shells of variable thickness by organizing an iterative procedure with the use of splines; there has been improved the model of a specialized computer system based on the method of quality control of technological processes for the production of thin-walled shells of variable thickness; there have been developed rules and algorithms for assessing the speed and accuracy of control of technological processes, which made it possible to apply them at the software level and allowed to assess their effectiveness in the implementation of a specialized computer system.

Scientific novelty of the results obtained:

- for the first time, there has been developed a method for quality control of technological processes for the production of thin-walled cylindrical shells of variable thickness on the basis of modeling the stress-strain state by comparing changes in the calculated and real parameters in the production process, which made it possible to predict the completion of the technological process;
- there has been improved the model of a specialized computer system based on the method of quality control of technological processes for the production of thin-walled shells of variable thickness by organizing an iterative procedure using splines, which allowed to ensure quality control in real time;
- there have been further developed the methods of assessing the speed and accuracy of control of technological processes based on the implementation of a specialized computer system by using the developed rules and algorithms to assess the convergence and adequacy, which ensures the stability of the production control of thin-walled cylindrical shells of variable thickness in real time.

The practical significance of the results obtained lies in bringing the obtained scientific results into specific algorithms, models and variants of calculation schemes for a block of specialized software which can be successfully used while improving the existing specialized computer systems as well as constructing the new ones.

The developed combined method can be used to solve real scientific, technical and engineering problems, which, in a mathematical formulation, are reduced to boundary value problems of the theory of elasticity.

The results obtained made it possible to increase the accuracy of production quality control in real time, by reducing the number of elementary operations at each iteration by about 5%.

The results of the dissertation have been used and implemented in such organizations: LLC "Texton" (Cherkassy) LLC "Cherkassy-AVTOTECH" (Cherkassy), and also introduced into the educational process of such universities: Cherkassy branch of the European University in the materials of lecture courses "Computer systems" and System Modeling; B. Khmelnsky Cherkasy National

University in the course of lectures on such disciplines as "Mathematical modeling" and "Operating systems" and during course design and performance of qualification works, which is confirmed by the acts of implementation.

**Keywords:** specialized computer system, technological process, quality control method, thin-walled cylindrical shell of variable thickness, stress-strain state.

**Список публікацій здобувача:**

- [1] Дзюба В. А. Побудова комбінованого чисельно-аналітичного методу підвищеної точності для розрахунку задач оболонкових конструкцій. «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»: зб. наук. пр. Харків: ХНУ ім. В. Н. Каразіна, 2014. Вип. 29. С. 34-40.
- [2] Дзюба В. А., Стеблянко П. О. Ітераційні методи в задачах математичного моделювання технічних процесів. «Прикладна математика. Інформатика»: наук. журнал. Черкаси: ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2013. Вип. 38(291). С. 49-57.
- [3] Дзюба В. А., Стеблянко П. О. Побудова методу підвищеної точності розв'язку задачі для циліндричної оболонки змінної товщини на основі ітераційних методів. «Математичні проблеми технічної механіки»: зб. наук. пр. Дніпродзержинськ: ДДТУ, 2014. Вип. 1(24). С. 216-221.
- [4] Dzyuba V. A., Steblyanko P. O. Use of splines in the calculation of deflections for plates of variable thickness. «Physical and mathematical sciences»: J. Science and Education a New Dimension: Budapest, 2014. No 32. P. 41-47.
- [5] Lada N., Dzyuba V., Breus R., Lada S. Synthesis of sets of non-symmetric two-operand two-bit crypto operations within the permutation accuracy. «Reports on research projects. Technology audit and production reserves»: Science J. Kharkiv, 2020. No 2/2(52). P. 28-31.
- [6] Дзюба В. А., Зажома В. М., Рудницький В. М., Стеблянко П.О. Автоматизація процесів розрахунку напружено-деформованого стану циліндричних оболонок. «Вісник Інженерної академії України»: Теор. і наук.-практ. журнал Київ: ІА України, 2019. Вип. 4. С. 100-104.
- [7] Дзюба В. А., Рудницький В. М. Спеціалізована комп'ютерна система для розрахунку з підвищеною точністю механічних характеристик задач напружено-деформованого стану тонкостінних циліндричних оболонок змінної товщини. «Системи управління, навігації та зв'язку»: Наук. період. Видання Полтава: ПНТУ ім. Ю. Кондратюка, 2020. Вип. 1(59). С. 101-104.
- [8] Дзюба В. А., Стеблянко П. О. Використання обчислювальних методів в математичному моделюванні складних систем. Інформаційно-комп'ютерні технології в економіці, освіті та соціальній сфері: матеріали ІХ Всеукраїнської наук.-практ. конф.: тези доп., (Сімферополь, 13-14 березня 2014 р.). 2014. Вип. 9. С. 3-5



- [9] Дзюба В. А., Стеблянко П. О. До побудови методу підвищеної точності розв'язку стаціонарної задачі для оболонки змінної товщини. Математичні проблеми технічної механіки – 2014: матеріали Міжнародної наук. конф.: тези доп., (Дніпропетровськ, 14-17 квітня 2014 р.). С. 50-52.
- [10] Дзюба В. А., Стеблянко П. О. Використання ітераційних методів при моделюванні технічних процесів в складних системах. Актуальні проблеми природничих та гуманітарних наук у дослідженнях молодих вчених: матеріали XVI Всеукраїнської наук.-практ. конф.: тези доп., (Черкаси, 24-25 квітня 2014 р.). С.107-108.
- [11] Дзюба В. А. Новий варіант методу дослідження механічних характеристик пластин та оболонок змінної товщини підвищеної точності. Актуальні проблеми гуманітарних та природничих наук: матеріали Міжнародної наук. - практик. конф.: тези доп., (Одеса, 3-4 квітня 2015 р.). С. 12-14.
- [12] Дзюба В. А., Стеблянко П. О. Чисельно-аналітичний підхід для розрахунку з підвищеною точністю механічних характеристик пластин та оболонок змінної товщини. Інформатика. Математика. Автоматика: матеріали наук.-техн. конф.: тези доп., (Суми, 20-25 квітня 2015 р.). С. 258.
- [13] Дзюба В. А. Використання комп'ютерних технологій в математичному моделюванні задач теорії оболонок. Інформаційні технології в моделюванні: матеріали Всеукраїнської наук.-практ. конф.: тези доп., (Миколаїв, 24-25 березня 2016 р.). С. 25-26.
- [14] Дзюба В. А. Новий підхід до побудови комбінованого ітераційного методу для розрахунку оболонок змінної товщини. Інформатика. Математика. Автоматика: матеріали наук.-техн. конф.: тези доп., (Суми, 18-22 квітня 2016 р.). С. 237.

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	13
РОЗДІЛ 1. СУЧАСНИЙ СТАН ТА ПЕРСПЕКТИВИ РОЗВИТКУ СПЕЦІАЛІЗОВАНИХ КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ ВИРОБНИЦТВОМ.....	21
1.1. Аналіз перспектив розвитку спеціалізованих комп'ютерних систем для управління технологічними процесами виробництва.....	21
1.2. Особливості алгоритмічного і програмного забезпечення спеціалізованих комп'ютерних систем прогнозування параметрів напружено- деформованого стану тонкостінних циліндричних оболонок.....	27
1.3. Обґрунтування мети та задач дисертаційного дослідження.....	51
Висновки по розділу 1.....	57
РОЗДІЛ 2. ВДОСКОНАЛЕННЯ МОДЕЛІ СПЕЦІАЛІЗОВАНОЇ КОМП'ЮТЕРНОЇ СИСТЕМИ ДЛЯ КОНТРОЛЮ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ВИРОБНИЦТВА ТОНКОСТІННИХ ПРОСТОРОВИХ КОНСТРУКЦІЙ ВИСОКОЇ СКЛАДНОСТІ.....	58
2.1. Узагальнена структура спеціалізованої комп'ютерної системи для контролю технологічних процесів виробництва.....	58
2.2. Математичне забезпечення спеціалізованої комп'ютерної системи контролю якості технологічних процесів виробництва в реальному часі...	62
2.3. Розробка структури спеціалізованої комп'ютерної системи для контролю якості технологічних процесів виробництва.....	70
2.3.1. Уточнення і деталізація структури спеціалізованої комп'ютерної системи для контролю якості технологічних процесів виробництва .....	70
2.3.2. Математична формалізація структури спеціалізованої комп'ютерної системи контролю якості технологічних процесів виробництва.....	75
Висновки по розділу 2.....	81

РОЗДІЛ 3. АВТОМАТИЗОВАНИЙ МЕТОД КОНТРОЛЮ ЯКОСТІ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ВИРОБНИЦТВА ТОНКОСТІННИХ ОБОЛОНОК ДЛЯ ПОБУДОВИ СПЕЦІАЛІЗОВАНОЇ КОМП'ЮТЕРНОЇ СИСТЕМИ .....	82
3.1. Прогнозування фізико-технічних характеристик тонкостінних циліндричних оболонок для оцінки якості виробництва.....	82
3.2. Підвищення точності прогнозування фізико-технічних характеристик тонкостінних циліндричних оболонок на основі застосування комбінованого чисельно-аналітичного методу розрахунку параметрів.....	88
3.3. Удосконалення математичних методів розрахунку для реалізації автоматизованого методу контролю якості технологічних процесів виробництва тонкостінних оболонок в реальному часі.....	94
3.4. Критерій оцінки збіжності автоматизованого методу контролю якості технологічних процесів виробництва тонкостінних оболонок.....	102
Висновки по розділу 3.....	106
РОЗДІЛ 4. РЕАЛІЗАЦІЯ СПЕЦІАЛІЗОВАНОЇ КОМП'ЮТЕРНОЇ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИМИ ПРОЦЕСАМИ ВИРОБНИЦТВА ТА ОЦІНКА ЇЇ ЕФЕКТИВНОСТІ .....	108
4.1. Програмні засоби підсистеми прогнозування параметрів спеціалізованого програмного забезпечення .....	108
4.1.1. Програмна реалізація задач управління технологічними процесами .	109
4.1.2. Особливості побудови підсистеми моделювання для спеціалізованої комп'ютерної системи.....	111
4.2. Оцінка ефективності спеціалізованої комп'ютерної системи управління технологічними процесами виробництва .....	116
Висновки по розділу 4.....	125
ВИСНОВКИ.....	127
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	129

ДОДАТОК А СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ.....	147
ДОДАТОК Б ВІДОМОСТІ ПРО АПРОБАЦІЮ РЕЗУЛЬТАТІВ ДИСЕРТАЦІЇ.....	150
ДОДАТОК В АКТИ ВПРОВАДЖЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДИСЕРТАЦІЙНОЇ РОБОТИ.....	152

## ВСТУП

**Актуальність теми.** Сучасні дослідження науковців у напрямі підвищення ефективності виробництва оболонкових конструкцій тісно пов'язані з розвитком та вдосконаленням комп'ютерних систем. Найбільш зручними для практичного використання є саме тонкостінні оболонкові конструкції, які можна успішно використати у найрізноманітніших технічних областях; це пояснюється тим, що вони володіють надважливими властивостями, такими як міцність, жорсткість, стійкість.

До елементів, які називають пластинками і оболонками, можна віднести: фланці, дискові пружини, днища поршнів, гумові покриття, сильфони, лопатки турбін, котли, балони, хімічні апарати, камери згорання двигунів, ротори, барабани та корпуси (літаків, вертольотів, ракет, кораблів, ядерних реакторів).

Прогресивні інженерні технології формують новітні підходи до оцінки експлуатаційних характеристик просторових конструкцій, що, в свою чергу, потребує розвитку теорії обчислювальних методів із потужним програмно-апаратним комплексом. Реалізація програмних комплексів передбачається на базі спеціалізованих комп'ютерних систем (СКС), які на практиці дозволять здійснювати розрахунок із підвищеною точністю параметрів напружено-деформованого стану (НДС) задач теорії оболонок в режимі реального часу.

Вагомий внесок у розвиток СКС зробили такі вітчизняні й зарубіжні науковці, як В. М. Рудницький, В. Г. Бабенко, П. М. Гончаров, М. І. Гордійчук, А. О. Мельник, Я. М. Николайчук, J. Axelson, M. Barr, J. Gannsle, T. Hill, R. Rajsuman та ін.

Незважаючи на те, що при використанні стандартних КС вдається знайти розв'язок великої кількості технічних задач, разом із цим, архітектура універсальних КС не дає можливості успішно вирішувати великомасштабні задачі прикладного характеру, які мають важливе практичне застосування у реальному житті.

Класичним підходом до побудови теорії оболонок є використання гіпотез або спрощувальних пропозицій; перевагою використання такого підходу є те, що вихідні співвідношення мають достатньо просте математичне формулювання, у такий спосіб можна звести вихідні співвідношення тривимірної теорії пружності до двовимірних рівнянь. Наукові праці, присвячені теорії оболонок із застосуванням спрощувальних гіпотез, належать І. Г. Бубнову, Б. Г. Галеркіну, С. П. Тимошенку.

Основні теоретичні аспекти стосовно відшукування розв'язку крайових задач механіки деформівного тіла висвітлено у роботах А. В. Баженова, Я. Гаслінгера, О. С. Кравчука, В. М. Кислоокого, В. В. Киричевського, М. Альтенбаха та ін.

Процес моделювання, розрахунку, проектування тонкостінних оболонкових конструкцій є досить проблематичним та має значні обчислювальні труднощі при виконанні граничних умов з достатньою точністю, особливо при проведенні розрахунків НДС таких оболонок.

При підході до вибору методу розв'язання задач теорії оболонок можливими варіантами є аналітичні та чисельні методи, кожен із яких, у конкретній задачі, має свої переваги та недоліки, що обмежує його застосування.

Дослідженням проблематики розвитку аналітичних та чисельних методів для задач механіки деформівного тіла присвячені роботи Я. Й. Бурака, О. М. Гузя, А. О. Камінського, Б. Я. Кантора, В. Д. Кубенка, В. І. Кузьменка, Р. М. Кушніра, В. В. Лободи, В. В. Матвєєва, В. В. Мелешка, В. В. Панасюка, Я. С. Підстригача, Г. М. Савіна, Г. Т. Сулима та багатьох інших. Подальше вдосконалення існуючих чисельних методів та розробка нових методів можливі за умови комбінування ключових підходів аналітичних та напіваналітичних методів.

У процесі створення новітніх конструкцій оболонки забезпечують високу міцність, жорсткість, теплоізоляційні характеристики. Питання розвитку обчислювальних методів для оболонкових конструкцій можна

знайти у роботах Х. М. Муштарі, О. Т. Беккера, А. Т. Василенка, Я. М. Григоренка, П. О. Стеблянка, Дж. Кемпнера, А. В. Беляєва, Н. Я. Цимбельмана та ін.

Проте на сьогоднішній день недослідженою залишається область задач механіки деформівного тіла, пов'язаних із розробленням нових підходів до побудови досліджуваної моделі оболонки та нових методів розрахунку її механічних характеристик. Тобто потребує розробки комплексне вирішення крайових задач для тонкостінних циліндричних оболонок змінної товщини.

Вирішення поставлених задач забезпечить підвищення ефективності виробництва тонкостінних оболонок, що, в свою чергу, створює нові перспективи до використання спеціалізованої комп'ютерної системи контролю якості технологічних процесів. Виходячи з цього, виникає необхідність щодо вдосконалення моделі СКС, яка у своїй структурі міститиме функціонал, що дасть змогу виявити виробничий брак на ранніх етапах.

Таким чином, можна констатувати, що тема дисертаційного дослідження «Метод та засоби побудови спеціалізованої комп'ютерної системи контролю якості технологічних процесів виробництва» є актуальною.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Дисертаційна робота виконана відповідно до постанови Президії НАНУ від 20.12.13 №179 «Основні наукові напрями та найважливіші проблеми фундаментальних досліджень у галузі природничих, технічних і гуманітарних наук Національної академії наук України на 2019–2023 рр.», а саме – пп. 1.2.1.2. «Розроблення чисельних, чисельно-аналітичних методів та алгоритмів обчислювальної математики, розв'язування науково-технічних, фундаментальних і прикладних проблем», а також Постанови КМУ від 7 вересня 2011 року №942 «Про затвердження переліку пріоритетних тематичних напрямів наукових досліджень і науково-технічних розробок на період до 2020 року», а саме – «Технології та засоби розробки програмних

продуктів і систем». Результати дисертаційної роботи включені в НДР Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького «Архітектура інтерфейсу й електронні механізми формування екситонів та ексимерів в мультишарових органічних світлодіодах і транзисторах» (ДР № 0118U003862), у якій автор брала участь як виконавець.

**Мета і задачі дослідження.** Основною метою дисертаційного дослідження є підвищення ефективності виробництва тонкостінних циліндричних оболонок змінної товщини за рахунок розробки та впровадження спеціалізованої комп'ютерної системи контролю якості технологічних процесів.

Для досягнення поставленої мети сформульовано і вирішено такі задачі:

– вдосконалити модель спеціалізованої комп'ютерної системи контролю якості технологічних процесів виробництва тонкостінних циліндричних оболонок змінної товщини;

– розробити метод автоматизованого контролю якості технологічних процесів для комп'ютеризованого управління виробництвом тонкостінних циліндричних оболонок змінної товщини;

– реалізувати метод автоматизованого контролю якості технологічних процесів для комп'ютеризованого управління виробництвом тонкостінних циліндричних оболонок змінної товщини та оцінити його ефективність.

**Об'єктом дослідження** є процеси автоматизованого контролю технологічних процесів виробництва.

**Предметом дослідження** є методи та засоби побудови спеціалізованої комп'ютерної системи автоматизованого контролю якості технологічних процесів для комп'ютеризованого управління виробництвом тонкостінних циліндричних оболонок змінної товщини.

**Методи дослідження.** У процесі вдосконалення моделі спеціалізованої комп'ютерної системи керування технологічними процесами використовується математичний апарат механіки деформівного тіла, теорії



пружності, теорії оболонок, диференціальної геометрії. Розробка методу підвищеної точності та швидкості керування контролем якості технологічних процесів базується на положеннях чисельних методів, лінійної алгебри, теорії алгоритмів, математичного аналізу. Для реалізації методу підвищеної точності та оцінки його ефективності було використано теорії: диференціальних рівнянь, пружності, лінійної алгебри із застосуванням методів комп'ютерного моделювання.

**Наукова новизна одержаних результатів.** У процесі вирішення поставлених завдань автором одержано такі результати:

1) вперше розроблено метод автоматизованого контролю якості технологічних процесів для комп'ютеризованого управління виробництвом тонкостінних циліндричних оболонок змінної товщини на основі моделювання напружено-деформованого стану шляхом порівняння зміни розрахункових та реальних параметрів у процесі виробництва, що забезпечило прогнозування завершення технологічного процесу;

2) вдосконалена модель спеціалізованої комп'ютерної системи на основі автоматизованого контролю якості технологічних процесів, що дозволило забезпечити управління виробництвом тонкостінних циліндричних оболонок змінної товщини на основі прогнозування значень параметрів для успішного завершення виробничих процесів;

3) отримали подальший розвиток методи оцінки швидкості та точності управління технологічними процесами на основі реалізації спеціалізованої комп'ютерної системи, шляхом використання розроблених правил і алгоритмів для оцінки збіжності та адекватності моделей для автоматизованого контролю якості технологічних процесів, що забезпечує стійкість управління виробництвом тонкостінних циліндричних оболонок змінної товщини в реальному часі.

**Практичне значення одержаних результатів.** Практична цінність роботи полягає в доведенні отриманих наукових результатів до конкретних інженерних методик, алгоритмів, моделей та варіантів розрахункових схем

для блоку спеціалізованого програмного забезпечення, які можна успішно використати при вдосконаленні існуючих та побудові нових спеціалізованих комп'ютерних систем.

Розроблене програмне забезпечення дозволяє отримувати чисельні результати параметрів напружено-деформованого стану циліндричних оболонки змінної товщини для управління виробництвом, інженерного проектування поверхонь та вирішення крайових задач теорії пружності.

Отримані результати дозволили підвищити точність контролю за якістю виробництва в режимі реального часу за рахунок зменшення кількості елементарних операцій на кожній ітерації. За результатами впровадження результатів роботи, отримано підвищення точності на 3 – 5 % та швидкості роботи комп'ютеризованої системи, яка дала змогу реалізувати управління технологічним процесом в режимі реального часу.

**Реалізація.** Дисертаційна робота виконувалася відповідно до плану НДР Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького. Одержані в ній теоретичні й практичні результати використані та впроваджені у таких закладах, установах, організаціях:

– Випробувальна лабораторія ТОВ «ТЕКСТОН» – інженерні методики для контролю якості технологічних процесів виробництва циліндричних елементів в режимі реального часу. Акт впровадження від 12.09.2019;

– ТОВ «ЧЕРКАСИ-АВТОТЕХ» для вдосконалення спеціалізованої комп'ютерної системи за допомогою розрахункових схем для блоку спеціалізованого програмного забезпечення. Акт впровадження від 22.10.2019;

– Черкаська філія ПВНЗ «Європейський університет» у матеріалах лекційних курсів «Комп'ютерні системи» та «Моделювання систем» бакалаврам за галуззю знань 12 – «Інформаційні технології». Акт впровадження №24/01 від 05.02.2020;

– Черкаський національний університет ім. Богдана Хмельницького – під час викладання дисциплін «Математичне моделювання» та «Операційні

системи» бакалаврам за галузями знань 11 – «Математика та статистика» та 12 – «Інформаційні технології». Довідка про впровадження №14/04-а від 21.01.2020.

**Особистий внесок здобувача.** Дисертація є самостійно виконаною завершеною роботою здобувача. Наукові результати дисертаційної роботи отримано автором самостійно. Результати, опубліковані в [1, 11, 13, 14], отримані одноосібно. У наукових працях, опублікованих у співавторстві, з питань, що стосуються цього дослідження, автору належать: побудова методу підвищення контролю якості тонкостінних циліндричних оболонок змінної товщини [2], побудова узагальненого комбінованого методу для задач механіки деформівного тіла [3], розробка чисельно-аналітичного варіанту методу дослідження механічних характеристик пластин та оболонок змінної товщини підвищеної точності із використанням сплайнів [4], формулювання математичного представлення операцій, придатного для практичної реалізації [5], розробка основних етапів автоматизації процесів розрахунку напружено-деформованого стану циліндричних оболонок [6], розробка нового способу до побудови спеціалізованої комп'ютерної системи для розрахунку з підвищеною точністю механічних характеристик задач напружено-деформованого стану тонкостінних циліндричних оболонок змінної товщини [7], проведення математичного обґрунтування стосовно використання обчислювальних методів у моделюванні складних систем [8], проведення порівняльної оцінки основних параметрів реалізації методу підвищеної точності при розв'язанні стаціонарної задачі для оболонки змінної товщини [9], визначення основних підходів при використанні ітераційних методів, на основі яких здійснюється моделювання технічних процесів у складних системах [10], розробка алгоритму реалізації комбінованого методу для розв'язання задач оболонкових конструкцій змінної товщини [12].

**Апробація результатів дисертації.** Результати дисертаційної роботи доповідалися й обговорювалися на ІХ Всеукраїнській науково-практичній

конференції «Інформаційно-комп'ютерні технології в економіці, освіті та соціальній сфері» (Сімферополь, 13–14 березня 2014 р.), на Міжнародній науково-технічній конференції «Математичні проблеми технічної механіки – 2014» (Дніпропетровськ, 14–17 квітня 2014 р.), XVI Всеукраїнській науково-практичній конференції «Актуальні проблеми природничих та гуманітарних наук у дослідженнях молодих вчених» (Черкаси, 24–25 квітня 2014 р.), Міжнародній науково-практичній конференції «Актуальні проблеми гуманітарних та природничих наук» (Одеса, 3–4 квітня 2015 р.), Міжнародній науково-технічній конференції «Інформатика. Математика. Автоматика» (Суми, 20–25 квітня 2015 р.), Всеукраїнській науково-практичній конференції «Інформаційні технології в моделюванні» (Миколаїв, 24–25 березня 2016 р.), Міжнародній науково-технічній конференції «Інформатика. Математика. Автоматика» (Суми, 18–22 квітня 2016 р.).

**Публікації.** Основні результати дисертаційної роботи викладено в 14 друкованих працях, у тому числі: в 6 статтях у фахових виданнях України, 1 статті в закордонному виданні; 7 тезах доповідей на міжнародних, всеукраїнських науково-технічних та науково-практичних конференціях.

**Структура та обсяг дисертаційної роботи.** Робота складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел, додатків. Загальний обсяг дисертації – 147 сторінок. Основний зміст викладений на 116 сторінках, у тому числі 10 таблиць, 16 рисунків. Список використаних джерел містить 135 найменувань. Робота містить 3 додатки на 9 сторінках.

# РОЗДІЛ 1

## СУЧАСНИЙ СТАН ТА ПЕРСПЕКТИВИ РОЗВИТКУ СПЕЦІАЛІЗОВАНИХ КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ ВИРОБНИЦТВОМ

### **1.1. Аналіз перспектив розвитку спеціалізованих комп'ютерних систем для управління технологічними процесами виробництва.**

Стрімкий темп розвитку інформаційних технологій та комп'ютерних систем відображається на предметних галузях геополітичного розвитку кожної країни, який простежується і в рамках нашої країни, коли виникають специфічні вимоги до програмного забезпечення комп'ютерних систем (КС) та компонент особливого призначення, а існуючі КС не дають можливість в повній мірі вирішити поставлені завдання [15 – 16].

Необхідність в розвитку підходів до побудови та проектування СКС в Україні обумовлюється з однієї сторони потребами провідних галузей економіки нашої країни та з іншої необхідністю реалізації на практиці існуючих наукових праць вітчизняних вчених [17 – 18] для організації власного виробництва, на противагу існуючих мікроелектронних компонентів зарубіжного походження.

За останні десятиліття в розробках та проектуванні КС в рази збільшилася частина структурних управлінських рішень, які можна втілити на практиці тільки з використанням спеціальних компонентів «напівфабрикатного типу», тобто різноманітні інтегральні схеми та їм подібні запрограмовані логічні комплектуючі, які несуть за собою зняття обмежень з розробника в структурно - архітектурному плані.

Якщо до традиційних КС прийнято висувати, перш за все, умови універсальності та можливість масового поширення, то для СКС, головними вимогами є – унікальні особливості алгоритмічної та апаратної складової, а

також надійність та стійкість при накладанні початкових обмежень на вихідні параметри системи тощо [19].

Провівши аналіз використання існуючих КС та компонентів можна виокремити такі основні передумови для необхідності розвитку проектування та застосування СКС: 1) розбіжності між математичною формалізацією задачі та її технічною реалізацією з використанням можливостей КС; 2) використання СКС дає змогу правильно інтерпретувати отриманий результат на потрібну предметну область; 3) гнучкість реалізації КС, тобто успішне поєднання та переміщення в інші системи [16].

У наукових працях Николайчука Я.М. [18 – 21] викладені теоретичні аспекти існуючих підходів до побудови СКС із детальним аналізом до проектування архітектур та компонентів СКС.

Спеціалізовані комп'ютерні системи та їх компоненти мають широкий спектр застосування: для виробництва різнопланових деталей, проектування військово - оборонного обладнання, профільні керуючі логістичні системи, автоматизовані засоби для телекомунікаційних мереж, комп'ютерні засоби, які дозволяють здійснювати обробку сигналів та графічної інформації згідно усталених норм, фінансово – банківські системи, системи автоматичного енергозбереження тощо.

Аналіз літературних праць [22 – 24] дає можливість спрогнозувати успішні перспективи до побудови теоретичних аспектів СКС та їх практичного використання при вирішенні конкретних задач механіки деформівного тіла. Такі прогнози можна обґрунтувати досить прогресивними результатами, які досягнуті в мікропроцесорних системах та нанотехнологіях.

На сьогодні, відома значна кількість систем автоматизованого проектування та розрахунку (САПР), які призначені для автоматизації технологічних процесів виробництва на всіх його етапах [25 – 26].

Системи автоматизованого проектування прийнято ділити на три основні типи:

1) CAD (англ. Computer-aided design) – технологія автоматизованого проєктування;

2) CAE (англ. Computer-aided engineering) — технологія автоматизованої розробки;

3) CAM (англ. Computer-aided manufacturing) – технологія автоматизованого виробництва [27].

Для безпосереднього розв’язання виробничих та інженерних задач використовуються CAE-пакети, проте деякі розрахункові модулі інтегруються як в CAD, так і в CAM, прикладом вдалого поєднання є, – AutoCAD, який дозволяє обчислювати загальні і геометричні характеристики тіл і плоских фігур.

Більшість систем інженерного аналізу засновані на методі кінцевих елементів. Приклади таких систем зображені на Рис. 1.1, вони дозволяють вирішити ряд завдань:

1) статичний розрахунок (визначення параметрів напружено-деформованого стану конструкцій);

2) динамічний розрахунок (модальний аналіз, гармонійний аналіз, розрахунок системи в тимчасовій області, аналіз стійкості, розрахунок на ударні впливи);

3) розрахунок на прогресуюче обвалення, сейсміку, особливі умови;

4) моделювання взаємодії системи з рідинами, газами (завдання гідрогазодинаміки, аеропружності та ін.);

5) моделювання електромагнітних та інших фізичних явищ і процесів.

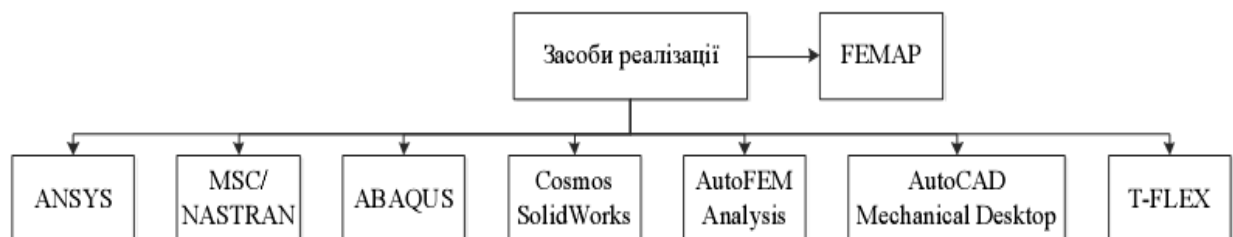


Рис. 1.1. Засоби реалізації методу скінчених елементів

Варто відмітити, що однією з CAE-систем є Femap, яка виступає сполучною ланкою між користувачем і розв'язувачем – ядром, яке проводить розрахунки в задачах інженерного аналізу. Крім цього, дана система інтегрована з розв'язувачем NX Nastran, працює на базі Microsoft Windows, входить у лінію продуктів Velocity Series і є багатофункціональним середовищем для виконання цілого спектру дій: моделювання, імітації та оцінки результатів аналізу характеристик виробу [28].

У роботі [29] наведено опис спеціалізованого пакету прикладних програм для розрахунку динамічного одно-, двох- та тривимірного напружено-деформованого стану і міцності багатошарових композитних циліндрів і сфер скінченної та нескінченної довжини, який розроблено в Інституті проблем міцності ім. Г.С. Писаренко НАН України.

Виходячи з цього, можна підсумувати, що використання САПР має вагомні переваги пов'язані із гнучкою модульною структурою, зручним інтерфейсом, інтеграцією з іншими системами та додатками. Проте незважаючи на ряд переваг, виникає ряд додаткових обмежувальних умов при обчисленні розрахунків нових змінних системи із врахуванням вихідних умов, матеріалів, з метою отримання результатів з підвищеною точністю обчислень.

Крім цього, більшість САПР містять тільки засоби креслення, виводу інформації у друкованому вигляді та прискорювачі геометричних обчислень. Для більш комплексних рішень необхідно додатково використовувати інтелектуальні інженерні бази даних. Значним недоліком у роботі САПР є відсутність можливості корегувати дані в проекті, оскільки внесені зміни призводять до перерозподілу уже існуючих деталей та вузлів.

На сьогодні, проводиться дослідження та пошук рішень стосовно питання інтелектуальних функцій, тобто здатністю системами CAD/CAM чітко «зрозуміти» інженера-проектувальника. При практичному



використанні автоматизованих систем інколи виникають труднощі при обміні даними між САПР та зовнішніми системами.

Актуальність дослідження, стосовно побудови СКС для теорії оболонок, полягає в тому, що тонкостінні циліндричні оболонки активно використовуються в різних галузях промисловості, а також вони є першоосною більшості відомих природних конструкцій, які вдосконалювали та пристосовували до використання у повсякденному житті жителі нашої планети.

Успішне вирішення задач теорії тонкостінних циліндричних оболонок, неможливе без розробки СКС, як правило, подібного роду обчислювальні пристрої призначені для профільної роботи в тій чи іншій галузі науки чи техніки.

Для прикладу, відмітимо, що передумовами для активного використання тонкостінних просторових покриттів перш за все стали: 1) успішна розробка теоретичної бази для оцінки їх несучої здатності; 2) створення спеціальних методів, які дозволяють обчислити поверхневі зусилля; 3) розробка підходів до зведення покриттів, що покращують основні економічні та технологічні показники. При виборі форми покриття необхідно робити акцент на можливості забезпечити роботу його елементів на стиск.

Виходячи з цього відзначимо позитивні та негативні якості використання тонкостінних просторових покриттів. До позитивних якостей віднесемо наступні: можливість постійно вдосконалювати виробничий процес; зменшувати витрати матеріалів із можливістю перекривання великої частини прольотів (дослідження показують, що відбувається економія матеріалів – бетону до 20-30%, сталі до 10-15% при прольотах споруди до 100 м і бетону до 50% при прольотах споруди більше 100м, оскільки відбувається раціональне використання бетону на стиск); композиція несучих та огорожуваних конструкцій; значне зменшення маси конструкції; дотримання архітектурного стилю та необхідних естетичних вимог до покриття будівель.

Що стосується негативних якостей, то варто відмітити наступні: досить трудомісткий процес монтажу, який вимагає спеціальних пристроїв; при умові існування кривизни у двох напрямках досить складно виконати покрівельні роботи; високий рівень складності пристроїв для забезпечення роботи підвісного транспорту. Незважаючи на ці незначні недоліки, тонкостінні оболонки успішно використовують при конструюванні будівель, літальних апаратів, суден, суцільнометалевих вагонів, телевізійних веж, деталей машин тощо.

У зв'язку з цим, значна увага приділяється питанню створення СКС для моделювання замкнених оболонок змінної товщини та обрахунку їх механічних характеристик, з метою подальшого використання розрахунків підвищеної точності для виробництва тонкостінних циліндричних оболонкових конструкцій, які володіють надважливими властивостями на міцність, жорсткість, стійкість тощо [18-19, 30-32].

Описані проблеми, які з'явилися на сучасному етапі розвитку СКС не є новими. Вони завжди виникають при застосуванні класичного обчислюючого апарату для розрахунку оболонок. Основним, на наш погляд вирішенням, є підвищення точності обчислень за рахунок нових підходів при апроксимації похідних, які ґрунтуються на застосуванні сплайн-функцій. Зазначимо, що при умові отримання тієї ж точності, яку дає класичний різницевий підхід, можна суттєво зменшити кількість елементарних операцій за рахунок вибору значно більших кроків інтегрування. Таким чином, процес побудови спеціалізованих комп'ютерних систем для розв'язання задач механіки деформованого тіла не можна вважати закінченим, оскільки в ході еволюції техніки постійно виникають нові конструкції, розрахунок яких в рамках існуючих варіантів СКС виявляється неможливим.

Виходячи з цього, можна стверджувати, що залишається доцільним проведення дослідження присвяченого розробці методу підвищеної точності для розрахунку механічних характеристик напружено-деформованого стану тонкостінних оболонкових конструкцій, який буде покладений в основу

СКС. Оскільки, такі СКС заслуговують окремої уваги та мають важливе прикладне значення.

## **1.2. Особливості алгоритмічного і програмного забезпечення спеціалізованих комп'ютерних систем прогнозування параметрів напружено-деформованого стану тонкостінних циліндричних оболонок.**

Теорію оболонок – це фундаментальний розділ теорії пружності, який дозволяє активно використовувати оболонки, які одночасно поєднують у собі легкість та міцність технічних конструкцій.

На даний час, теорія оболонок – це фундаментально розроблені розділи механіки деформованого тіла [33-37]. Сучасна література володіє величезною базою з розробки теорії та методів розв'язання задач статичної і динамічної оболонкових конструкцій [38-39]. Однак процес розвитку теорій оболонок не можна вважати закінченим, оскільки в ході еволюції техніки постійно виникають нові конструкції, розрахунок яких в рамках існуючих варіантів теорій виявляється неможливим [17, 40].

В процесі проектування машин виникає необхідність у проведенні розрахунків напружено деформованого стану (НДС), критичних сил, частот та амплітуд коливань тонкостінних плоских та скривлених елементів з метою раціонального вибору їх розмірів [41-43]. Провести вказані розрахунки методами теорії пружності надто складно, а в більшості випадків практично неможливо [25, 44]. Для даного типу елементів вводяться гіпотези, які суттєво спрощують вихідні рівняння та розв'язки [35, 45-47].

Застосування моделей тривимірної теорії пружності та використання рівнянь, отриманих зведенням тримірних моделей теорії пружності до двомірних пов'язане з працями таких відомих учених, як В. З. Власов, Р. Галлагер, Е. І. Григолюк, Х. Гулд, А. І. Лур'є, П. О. Стебляк та ін.

Найбільш поширеною сьогодні теорією згину пластин та оболонок є теорія, яка побудована на системі гіпотез Г. Кірхгофа [46]. Проте неврахування цією теорією деформацій поперечного зсуву та обтиснення, не дає можливості отримати навіть наближені результати. Тому в більшості випадків для розрахунку конструктивних систем використовують уточнені або неklasичні теорії пластин та оболонок, що враховують деформації поперечного зсуву, а також є ряд моделей, що враховують і поперечне обтиснення [48-50].

При розробці методів обчислень оболонок із сучасних композитних матеріалів, для яких характерна анізотропія та неоднорідність механічних властивостей оболонок на які поширюються локальні впливи, необхідно враховувати поперечні деформації і напруження, які не розглядає класична теорія. У цьому випадку розробляють уточнену теорію оболонок, яка дозволяє враховувати ефективність реалізації того чи іншого методу обчислення, який пов'язаний з механічною інтерпретацією введених припущень з характерною простотою математичного формулювання та порядком досліджуваних рівнянь. Вагомі результати у теорії анізотропних оболонок можна знайти в роботах С. Г. Лехницького, С. А. Абарцумяна, Е. І. Григолюка.

Початок уточненій або неklasичній теорії поклав С. П. Тимошенко при розв'язанні задачі коливання балки, врахувавши поперечні зсуви. У книзі С. П. Тимошенко і С. Войнаровського-Кригера основна увага надавалась розв'язанню конкретних задач пружних деформацій пластин і оболонок.

Внаслідок безперервного зростання вимог до економічності, довговічності, надійності і до зниження маси конструкції розрахунки на міцність стають більш складними [51-53]. Для прогнозу міцності та деформаційних характеристик тіла використовуються – поля переміщень, деформацій, напружень, їхніх швидкостей, власні частоти і форми коливань, форми втрати стійкості. При побудові таких розрахунків повинні

враховувати різні режими роботи, реальні властивості матеріалів, умови навантаження, технологічні, експлуатаційні та інші фактори. Велике значення при оцінці міцності оболонки набуває облік всіх складових напруженого стану. Сказане відноситься також і до напружень, поява яких пов'язана з впливом крайового ефекту [54-55].

Наближений метод розрахунку крайового ефекту викладений у роботах О. Л. Гольденвейзера. Проблема вирішення впливу крайового ефекту особливо гостро стоїть, коли необхідні практичні обчислення, вона створює ряд труднощів для інженера-проектувальника. Більш того, неточність розрахунків в силу прийнятих припущень викликає додаткові труднощі, які виражаються вже в економічному аспекті.

При постановці крайових задач застосовують (якщо інше не оговорено) перехід до лагранжевих координат, тобто у просторово-часовий простір  $\bar{x}$  (координати точки тіла) та  $t$  (час), а також, за необхідністю, проводять лінеаризацію задачі. Фізичні величини: напруження, деформації, зусилля, переміщення розглядають у локальній «фізичній» системі координат.

При долідженні крайових задач, дійшли до висновку, що крайові задачі (окрім задачі про власні частоти) можна класифікувати у вигляді трьох диференціальних рівнянь відносно деякого вектора  $\vec{U}$ , які відносяться до рівнянь трьох типів [56-58]:

- 1) стаціонарні (лінійні задачі еліптичного типу та нелінійні) –  $L\vec{U} = \vec{f}$ ;
- 2) параболічного (задачі нестационарної теплопровідності та повзучості) –  $C \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + L\vec{U} = \vec{f}$ ;
- 3) гіперболічного (задачі динаміки) –  $M \frac{\partial^2 \vec{U}}{\partial t^2} + C \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + L\vec{U} = \vec{f}$  або  $M \frac{\partial^2 \vec{U}}{\partial t^2} + L\vec{U} = \vec{f}$ , в яких лише оператор  $L$  є диференціальними.

Граничні умови можна представити у вигляді  $K\vec{U} = \vec{g}$  на відповідній частині  $S$ . Для нелінійних задач, використовуючи ітераційні методи

розв'язування задачі, в ітераціях застосовують лінійні оператори. При дослідженні питання існування розв'язків та їхніх збіжностей, необхідно представити задачу у вигляді операторних рівнянь у придатних функціональних просторах.

При вирішенні проблем динаміки та міцності машин можуть розглядатися наступні основні крайові задачі:

1. Тепловий стан (ТС) тіл: стаціонарна теплопровідність; нестаціонарна теплопровідність.
2. Температурне поле, кінетика його зміни – використовується як початкові дані перерахованих нижче задач, оскільки температура сильно впливає на напружено-деформований стан (НДС) всього тіла.
3. Напружено - деформований стан (квазі) статичний: задача (термо) пружності; (термо) пружнопластична задача; (термо) повзучість.
4. Напружено - деформований стан (квазі) динамічний: задача (термо) пружності; (термо) пружнопластична задача; (термо) повзучість.
5. Динаміка тіла (частотний аналіз);
6. Контактні крайові задачі про визначення ТС і (або) НДС тіл;
7. Задачі стійкості.

При описі деформації пластин і оболонок, задач гідродинаміки математичні моделі включають в себе еліптичні рівняння четвертого порядку [63, 116]. Для тіла, що деформується сформульовані основні принципи, які носять назву аксіоми Нолла [57]:

– принцип детермінізму (причинності): тензор напружень у момент часу  $t$  повністю визначається історією руху тіла до цього моменту часу. Принцип може не виконуватися, якщо у середовищі є так звані «внутрішні зв'язки», коли при будь-яких зовнішніх впливах можливі не всі деформації;

– принцип локальної дії (просторової локалізації): на напружений стан в точці впливають процеси, що відбуваються лише в нескінченно близьких точках тіла;

– принцип матеріальної незалежності від системи відліку: тензор напружень є інваріантним по відношенню до будь-яких безперервних та таких, що безперервно диференціюються, перетворень системи координат. Основний наслідок: в залежності напружень від історії руху тіла час не може входити явно.

Дані аксіоми дозволяють, виходячи із загальних позицій, формулювати визначальні рівняння для середовищ, мається на увазі, закони, що відображають фізичні властивості середовища до них можна віднести закон Фур'є в теплопровідності, закон Гука в теорії пружності.

Крім цього, аксіоми дозволяють вводити поняття середовищ з пам'яттю, без пам'яті та з «обмеженою» пам'яттю; однорідних та неоднорідних, ізотропних і анізотропних середовищ; пружних, пластичних, пружно-пластичних, в'язко-пружних, в'язко-пластичних і в'язко-пружно-пластичних середовищ, а також визначати конкретні залежності, загальну кількість характеристик середовища та їх основні властивості тощо.

НДС тонкостінних циліндричних оболонок представляє собою замкнену систему диференціальних рівнянь, яка складається із множини виразів між деформаціями і переміщеннями, рівняннями рівноваги та співвідношеннями пружності. Разом з цим, виникає необхідність до визначення граничних умов, з метою знаходження сталих із загального інтеграла системи. Із врахуванням порядку вихідної системи [59-60], необхідно сформулювати чотири граничні умови на кожному контурі оболонки (конттури збігаються із лініями головних кривизн координатної поверхні).

Одним із варіантів представлення граничних умов є формулювання у переміщеннях із використанням комбінації величин:

на контурі  $\alpha = \text{const}$ :  $u, v, w, \mathcal{F}_\alpha$ ;

на контурі  $\beta = \text{const}$ :  $u, v, w, \mathcal{F}_\beta$ .

Крім цього, можливе представлення граничних умов, як деякої комбінації зусиль і моментів та деформацій і переміщень.

Наприклад, граничні умови на контурі  $\alpha = \text{const}$ , можна задати у вигляді:

- 1) контур жорстко закріплений:  $u = 0, v = 0, w = 0, \vartheta_\alpha = 0$ ;
- 2) контур вільний (не завантажений):  $N_\alpha = 0, M_\alpha = 0, \hat{S}_\alpha = 0, \hat{Q}_\alpha = 0$ ;
- 3) контур шарнірно закріплений:  $u = 0, v = 0, w = 0, M_\alpha = 0$ ;
- 4) контур шарнірний, вільний у нормальному напрямку:  $u = 0, v = 0, M_\alpha = 0, \hat{Q}_\alpha = 0$ ;
- 5) контур шарнірний, вільний у тангенціальному напрямку:  $v = 0, w = 0, N_\alpha = 0, M_\alpha = 0$ .

Таким чином, дослідження напружено-деформованого стану тонкостінних оболонок зводиться до крайових задач, для успішного розв'язання яких використовують аналітичні та чисельні методи. Кінцевий результат вирішення крайових задач дозволяє проаналізувати НДС досліджуваних елементів оболонки та визначити для них оптимальні значення параметрів.

Споглядаючи стрімкий розвиток сучасних ЕОМ, бачимо, що при практичній реалізації на СКС, значну перевагу має той метод, який є найбільш універсальним та який має простий алгоритм роботи на машинах. Оскільки аналітичні методи призводять до незручних обчислювальних алгоритмів, то вони втрачають свою цінність. Тому при розв'язанні складних задач теорії оболонок використовують зазвичай наближені методи [61-69], а великомасштабні системи записують у матричному вигляді, ввівши, при цьому, додаткові шукані величини.

З цієї причини, на даний час, здобули популярність ітераційні, різницеві, варіаційні та їм подібні чисельні методи розв'язку задач. Дані методи досить дієві на практиці, так як допускають зручні схеми розрахунку та охоплюють широкий спектр застосування.

У зв'язку зі швидким розвитком обчислювальної техніки широкого розповсюдження під час проведення наукових досліджень та інженерного проектування набув обчислювальний експеримент. Він ґрунтується на



побудові та аналізі за допомогою комп'ютера математичних моделей досліджуваного об'єкта [65, 70]. При розв'язанні інженерних (прикладних) задач будь-якого рівня результатом є, як правило, чисельні оцінки (параметрів пристроїв, процесів, технічних і економічних характеристик, тощо), які є наслідком розрахунків, що здійснюються з наближеними первинними даними.

В книзі [71] детально описано передумови виникнення та розвиток обчислювальної математики, еволюція методів та засобів обчислення. Розробкою обчислювальних методів займалися Л. Ейлер, якому належить перший числовий метод для розв'язку звичайних диференціальних рівнянь, І. Ньютон, О. Л. Коші, Ж. Л. Лагранж, А. М. Лежандр, П. С. Лаплас, А. Пуанкаре, П. Л. Чебишев та ін. Вирішальну роль у розвитку обчислювальної математики, як самостійної науки, зіграли Карл Рунге та російський математик, механік та кораблебудівельник О. М. Крилов.

Для правильного розуміння підходів та критеріїв, які використовуються при розв'язанні задач із використанням ЕОМ, важливо з самого початку розуміти, що отримати точний розв'язок практично неможливо. Це можна пояснити тим, що на кожному етапі розв'язку прикладної задачі виникають власні джерела похибок. До основних причин виникнення погрішності округлення можна віднести наступні [72]:

1. Математична модель є лише наближеним описом реального процесу.
2. Значення параметрів, які входять до математичного опису задачі, вимірюються експериментально з деякою похибкою.
3. Методи, що використовуються для розв'язку задачі, в більшості випадків, є наближеними. Знайти розв'язок задачі, яка виникла на практиці в кінцевому вигляді можливо лише в окремих, спрощених випадках.
4. При введенні початкових даних в ЕОМ, виконання арифметичних операцій та виведенні результатів здійснюється вимушене округлення чисел яке пов'язане із скінченною кількістю розрядів у запису числа в оперативній пам'яті ЕОМ.

Похибки математичної моделі і вихідних даних у цілому утворюють так звані неусувні похибки. Зменшення їх лежить лише на шляху перебудови математичної моделі та точнішого виміру вихідних даних.

У монографії О. А. Самарського [73] викладені універсальні методологічні підходи, які дозволяють незалежно від конкретних областей досліджуваного об'єкта будувати адекватні математичні моделі. Більшість прикладних задач зводяться до математичних задач, які розв'язуються різноманітними обчислювальними методами [64-66].

Варто відзначити таку важливу особливість похибок округлення, яка відрізняє її від інших видів похибок: похибки внаслідок округлення проміжних результатів можуть накопичуватися, внаслідок чого підсумкова похибка збільшується із зростанням кількості здійснених операцій. З цього випливає, що основним засобом зменшення підсумкової похибки округлення є зменшення кількості обчислювальних операцій. Проводячи оцінки похибок при обчисленнях на ЕОМ необхідно враховувати те, що у ЕОМ звичайно операції з числами проводяться з підвищеною точністю, після чого результат обрізається (округляється). Це дещо підвищує точність результату.

В роботах Вержбицкого В. М. розглядаються питання пов'язані із врахуванням похибок округлення, поява яких неминуха при числовому аналізі математичних моделей, зокрема при розв'язанні систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) та нелінійних рівнянь [57, 64-68]. Наведені приклади задач та методів, які занадто чутливі до похибок початкових даних та похибок арифметичних дій.

Врахування різних факторів впливу на практичне використання тонкостінних циліндричних оболонок призводить до високого порядку рівнянь, що служить значним уповільненням на шляху вирішення багатьох завдань [74-75]. Математика досі немає методів розв'язання в замкнутій формі складних диференціальних рівнянь високого порядку в частинних похідних, які необхідні інженеру для використання великих можливостей,

закладених в тонкостінних спорудах [76-77]. Тому при розв'язанні складних задач теорії оболонки використовують зазвичай чисельні методи [78-80].

Розбудовою чисельних методів займалися і займаються, на даний час, низка вчених Don Morgan, L. F. Shampine, R. C. Allen Jr., S. Pruess, Л. В. Канторович, В. І. Крилов, М. С. Бахвалов, Г. І. Марчук, С. К. Годунов, В. С. Рябенський, Н. Бате, Е. Вилсон, М. М. Калиткин, Б. П. Демидович, І. А. Марон, Е. З. Шувалова, Є. О. Волков. Спеціальним питанням чисельних методів присвячені книги Г. І. Марчука, О. А. Самарського, Д. К. Фаддєєва, В. М. Фаддєєвої, В. В. Воєводіна.

Велика кількість методів для розв'язання крайових задач первоначально була розроблена не математиками професіоналами, а інженерами - спеціалістами з фізики, механіки. Прикладами можуть слугувати такі методи як: Бубнова-Галеркіна, Рітца. Не можна стверджувати, що теорія розв'язку нелінійних крайових задач розроблена досконало. На даний час, це одна з теорій найбільш досліджуваних напрямків обчислювальної математики, варто відмітити роботи D. G. Gordeziani, P. Natalini, P. E. Ricci, К. І. Бабенко, В. Трушевського.

Як відомо, відшукування точного (аналітичного) розв'язку крайових задач викликає більше труднощів у порівнянні із розв'язком задачі Коші [81-83]. Практично всі чисельні методи розв'язання крайових задач зводяться до системи алгебраїчних рівнянь (САР), розв'язку яких присвячена велика кількість літератури [64-71]. Основні обчислювальні методи лінійної алгебри можна знайти в роботах Д. К. Фадєєва, де разом з цим здійснений глибокий аналіз методів та їх застосування на конкретних прикладах.

У книзі В. М. Вержбицького [57] розглянуті основні методи наближеного розв'язку крайових задач. За типом представлення результатів наближеного розв'язку усі методи розділено на дві групи: наближено-аналітичні, дають наближений розв'язок крайової задачі на відрізку  $[a,b]$  у вигляді деякої конкретної функції, і відповідно, чисельні або сіткові методи, які дають каркас наближеного розв'язку на заданій на  $[a,b]$  сітці. Автор

класифікував та проаналізував відомі методи відшукування наближеного розв'язку виходячи з ідейних основ кожного з них, таким чином:

- 1.Методи зведення до задачі Коші (метод пристрілки, метод диференціальної прогонки, метод редукції);
- 2.Метод скінченних різниць;
- 3.Метод балансів або інтегро-інтерполяційний метод;
- 4.Метод колокації;
- 5.Проекційні методи (моментів, Галеркіна);
- 6.Варіаційні методи (найменших квадратів, Рітца);
- 7.Проекційно-різницеві методи (метод кінцевих елементів);
- 8.Методи зведення до інтегральних рівнянь Фредгольма та ін..

Методи 4, 5, 6 із вище наведених приводять до наближеного розв'язку у вигляді функцій заданого сімейства (лінійної комбінації деякої системи лінійно незалежних функцій), методи 1, 2, 3, 7 генерують таблиці числових значень наближеного розв'язку, у методах 8 можливі варіанти. Сіткові методи є більш простішими і дозволяють технічно легко будувати каркас розв'язку на заданій сітці із наперед вказаною точністю, яку можна контролювати, наприклад, методом Рунге.

Наближені підходи до розв'язання крайових задач такі методи як: колокації, найменших квадратів, підобластей, універсальний метод Галеркіна були створені ще до появи ЕОМ, але не втратили свою значимість і в наш час [32,84-85]. Із розвитком ЕОМ та у зв'язку із збільшенням пам'яті обчислювальних машин простежується тенденція переходу до алгоритмів розв'язку крайових задач, які приводять до заповнених матриць. Раніше було навпаки – алгоритм оцінювався високо, якщо він приводив до розріджених матриць.

Для розв'язування крайової задачі часто зручніше мати її варіаційну постановку [85-86]. Диференціальній постановці крайової задачі ставиться у відповідність деяка варіаційна інтегральна постановка. Не завжди це можливо, але крайові задачі для твердого тіла, що деформується, це

дозволяють [87-88]. Найбільш повне теоретичне обґрунтування варіаційних методів представлено у дослідженнях С. Г. Міхліна [84], який встановив необхідні та достатні умови стійкості варіаційних методів у просторах з енергетичною нормою. При активному використанні варіаційних методів, з'ясувалися деякі їх недоліки пов'язані із труднощами побудови пробних функцій, які повністю відображали б особливості розв'язку задачі та при порівняно малому числі цих функцій давали задовільну апроксимацію розв'язку [89].

Таким чином, постає необхідність до розробки структури СКС із дієвим розрахунковим методом, для вирішення технічних задач оболонкових конструкцій із граничними умовами, які неможливо вирішити аналітично. Використання чисельних методів дозволить побудувати наближення точного розв'язку у дискретних точках.

Побудувати дискретну модель вихідної задачі можна такими чисельними методами: метод скінченних різниць або метод скінченних елементів. Метод скінченних різниць (МСР) є досить ефективним для розв'язання задач тонкостінних конструкцій із нескладними граничними умовами, він дозволяє записати для кожного вузла апроксимації скінченно-різницею аналог вихідних диференціальних рівнянь. Метод скінченних елементів (МСЕ) має в своєму арсеналі потужні обчислювальні комплекси, які дозволяють успішно реалізувати даний метод у більшості випадків, проте виникають обчислювальні труднощі під час проведення розрахунків параметрів великомасштабних систем диференціальних рівнянь, які моделюють складні просторові конструкції. Під час використання даного методу з'являється велика кількість вузлів кінцево-елементної сітки, що призводить до великих витрат машинного часу у поєднанні із математично нерозв'язаними проблемами, які виникають при розв'язанні громіздких систем алгебраїчних рівнянь.

Ключові наукові результати розробки методу скінченних різниць можна знайти у роботах таких вчених: G. Verikelashvili, A. A. Самарський, Н.

С. Бахвалов, Дж. Нейман, В. С. Рябенський, А. Ф. Філіппов, Р. Ріхтмаєр, А. І. Товстих та багато інших.

У книзі А. А. Самарського [90] систематично викладені основні питання теорії різницевих схем, розглянуті схеми які представляють практичний інтерес, тобто використовуються для розв'язку конкретних задач на ЕОМ. Мова йде про однорідні різницеві схеми, що стійкі на будь-яких допустимих сітках.

На практиці у більшості випадків, крайові задачі стають нелінійними, через нелінійність досліджуваних диференціальних рівнянь чи граничних умов, або з обох причин [91-92]. При застосуванні кінцево-різницевої апроксимації до дискретизації нелінійної задачі труднощі не зустрічаються. Проте деякі складнощі можуть виникнути при розв'язанні отриманої системи алгебраїчних рівнянь. Як правило, система може бути розв'язана відомими алгоритмами, та інколи має місце проведення лінеаризації нелінійних систем рівнянь. Проте практика показує, що процес лінеаризації приводить до вагомого збільшення тривалості обчислень. З цієї причини лінеаризація застосовується рідко і до спеціального класу задач [93-94].

У роботах О. Зенкевича, зроблена спроба ввести поняття «узагальненого методу скінченних елементів», що охоплював би всі можливі варіанти та давав можливість вибирати оптимальну апроксимацію [95-96]. Кінцево-різницевий метод, метод граничних елементів у книзі [97] згадуються як одні із найстаріших методів апроксимації у порівнянні із методом скінченних елементів та його застосуванням у техніці, крім цього зроблений акцент на те, що всі відомі процеси апроксимації, які використовуються при розв'язанні диференціальних рівнянь, по суті складають єдине ціле.

Х. Штеттера зробив детальний огляд методів дискретизації для звичайних диференціальних рівнянь. Природним є те, що перехід від неперервних аргументів до дискретних супроводжується похибкою. Автор навів критерії оцінки похибок та провів їх аналіз [98].

У випадку лінійних крайових задач [99] достатньо використати апарат теорії гільбертових просторів, а для задач з рівняннями еліптичного типу – простір Соболева. Зовнішній вигляд рівнянь вихідних крайових задач залишиться без змін, але тепер це будуть операторні рівняння. Основне завдання при такому переході – визначити властивості операторів: чи будуть вони лінійними та обмеженими тощо.

За умови, що крайову задачу сформульовано у вигляді рівнянь параболічного або гіперболічного типу, застосовується наступний підхід: проводиться роздільна частота і просторова редукція (ще її називають частковою дискретизацією). Просторова редукція проводиться на основі базисних функцій: точкових або кусково-визначених, а також методом скінченних різниць (МСР). Основний принцип при проведенні редукції – збереження (не погіршення) властивостей операторів задач. Для широкого класу задач це відбувається автоматично при застосуванні варіаційного підходу. Для нелінійних крайових задач виникає необхідність у використанні ітераційних методів [100].

Останнім часом велика кількість досліджень приділяється побудові розв'язку задач математичної фізики високого порядку точності [53-54, 101-103]. Виходячи з цього, виокремилися два основних напрямки дослідження. Перший пов'язаний з підвищенням порядком апроксимації різницевих рівнянь. Такі ідеї простежуються у роботах А. А. Самарського, Е. Мітчелла . Другий напрямок пов'язаний із побудовою розв'язку на основі різницевих рівнянь порівняно невисокого порядку на послідовності сіток із змінними кроками. Такі методи отримали назву екстраполяцій за Річардсоном та знайшли своє відображення у дослідженнях Є. О. Волкова, В. В. Шайдурова .

У сучасній літературі, проводиться велика кількість досліджень пов'язаних із розв'язком систем лінійних рівнянь ітераційними методами, у зв'язку із актуальністю цього питання в розвитку наукових та інженерних обчислень [104-106]. На даний час, ряд важливих результатів розбудови

ітераційних методів можна знайти в роботах Джеймса Ортеги, Вернера Рейнболдта, П. О. Стеблянка, Дж. Трауба, В. Трушевського та ін.

Прогрес розвитку ітераційних методів пов'язаний, в першу чергу, із необхідністю розв'язку задач математичної фізики, економіки і управління. У випадку, коли кількість рівнянь є занадто великою, а збереження значень коефіцієнтів алгебраїчної системи у комп'ютері є критичним, то ітераційні методи мають значну перевагу у використанні над прямими методами. Головна ідея використання прямих методів розв'язування СЛАР, полягає в отриманні розв'язку за скінченну кількість операцій. Вивченню точних методів присвячені роботи Н. Бате, Б. П. Демидовича, О. А. Самарського, М. М. Каліткіна та багато інших.

Поява ЕОМ поставила на перше місце ітераційні методи при розв'язанні складних задач з крайовими умовами, задач вібрації тощо. У роботах О. М. Островського проведено дослідження відомих методів наближеного розв'язання рівнянь та систем рівнянь, а також отримано ряд нових результатів, зокрема доведено теорему про однакову швидкість збіжності в методі Ньютона та методі хорд і дотичних, де раніше вважали що використання методу Ньютона дає більш високий порядок точності. Описані критерії збіжності різних ітераційних процесів, майже всі дослідження проведені автором із використанням елементарних методів класичного аналізу [107-109].

Існує достатньо велика кількість ітераційних методів розв'язування СЛАР [70-71, 78-80], які на практиці використовуються залежно від структури матриці, необхідності отримання проміжних результатів обчислень тощо. Як правило, для застосування ітераційних методів розв'язування СЛАР проводять попереднє їх нормування. Це обов'язково потрібно робити, коли в результаті перемноження матриці з вектором виникає «переповнення» (результат обчислення перевищує машинну нескінченність). У деяких методах це допомагає визначитися збігається даний метод чи ні. Актуальність використання ітераційних методів



пояснюється великими можливостями щодо їх варіантів у межах навіть одного з них. В ітераційних методах розв'язування СЛАР

$$[A]\{x\} = \{b\}, \quad (1.1)$$

вектор-розв'язок  $\{x\}^{(k)}$  змінюється в ітераціях. Загально прийнято вважати, що алгоритм збігається до точного вектора-розв'язку  $\{x\}$ , якщо  $\|\{x\}^{(k)} - \{x\}\| \rightarrow 0$  при  $k \rightarrow \infty$ , де  $k$  – номер ітерації. Зрозуміло, що нескінченну кількість ітерацій проводити немає сенсу хоча б тому, що «обрізання» дійсних чисел в ЕОМ ніколи не дозволить отримати точний розв'язок. Тому користуються однією із класичних умов для обмеження ітерацій, та призначають розумну величину похибки розв'язку  $\varepsilon > 0$ :

$$\|\{x\}^{(k+1)} - \{x\}^{(k)}\| \leq \varepsilon \cdot \|\{x\}^{(k+1)}\| \quad \text{або} \quad \|\{r\}^{(k+1)} - \{r\}^{(k)}\| \leq \varepsilon \cdot \|\{r\}^{(k+1)}\|$$

доцільно вибрати таку, щоб відображала умову зниження похибки наближення на вказану кількість порядків  $p$ , тобто при виборі  $\varepsilon = 10^{-p}$ :

$$\|\{r\}^{(k+1)}\| \leq \varepsilon \cdot \|\{r\}^{(1)}\| \quad \text{або} \quad (\{x\}^{(k+1)}, \{r\}^{(k+1)}) \leq \varepsilon^2 \cdot (\{x\}^{(1)}, \{r\}^{(1)}),$$

де  $\{r\}^{(k)}$  – вектор похибок наближення рівняння (1.1):

$$\{r\}^{(k)} = \{b\} - [A]\{x\}^{(k)}.$$

Для гарантованого «виходу» з ітерацій застосовують зниження необхідної точності, при перевищенні кількості ітерацій деякого визначеного значення, наприклад, кількості невідомих у СЛАР.

Основними питаннями, що виникають при застосуванні ітераційних методів, є їх збіжність. У книзі Б. П. Демидовича [69] зроблений детальний аналіз ітераційних методів, наведені додаткові відомості стосовно проведення ітераційних обчислень, а саме критерії збіжності, способи ефективною перевірки збіжності.

Ефективне застосування ітераційних методів суттєво залежить від вдалого вибору початкового наближення та швидкості збіжності процесу.

Встановлення умов збіжності ітераційних процесів, кількості ітерацій залежить від виду ітераційних схем, вигляду матриць та решти не менш важливих факторів [110]. Зазвичай ітераційні схеми розв'язування СЛАР будують двошаровими, тобто при обчисленні  $(x)^{k+1}$  використовують тільки значення на попередній ітерації  $(x)^k$ . Але можуть використовувати і тришарові схеми із використанням  $(x)^k$  та  $(x)^{k-1}$ , які можуть розглядатися як засіб прискорення двошарових схем.

Для стаціонарного варіанта схеми доведено теорему, що вона збігається до точного розв'язку при будь-якому початковому значенні  $\{x\}^{(0)}$  тоді і тільки тоді, коли всі власні значення матриці переходу за модулем менше одиниці [111-112]. Але користуватися цією умовою незручно, оскільки знаходження всього спектру матриці – не менш трудомістка задача, ніж розв'язування СЛАР (1.1). Встановлено [110], що загальна оцінка необхідної кількості ітерацій проводиться за формулою  $k \geq \ln(1/\varepsilon) / \ln(1/q)$ .

У роботі Г. І. Марчука встановлена формула знаходження номера ітерації для припинення ітераційного процесу якщо відомо, що вхідні дані задані із погрішностями. Також у книзі розглянута проблема оптимізації ітераційних методів, яка полягає у вдалому виборі послідовності матриць з заданого класу з метою отримання більш ефективного обчислювального процесу.

Збіжний процес ітерацій має значиму властивість, а саме самовиправленість, тобто окрема помилка в обчисленнях не відобразиться на кінцевому результаті, оскільки помилкове наближення можна розглядати як новий початковий вектор. Відмітимо, що інколи буває зручно підраховувати не самі наближення, а їх різниці. Недоліком цього методу ітерацій є систематичне накопичення помилок обчислення при збільшенні кількості доданків, у результаті чого можуть виникнути значні погрішності шуканих коренів.

Найбільш простим ітераційним процесом є процес послідовних наближень. Умови збіжності методу послідовних наближень вимагають, щоб матриця коефіцієнтів вихідної системи була близькою до одиничної. Вдосконалена процедура методу послідовних наближень використовується в методі простих ітерацій. Досить часто обидва методи вважають одним і об'єднують під назвою «метод простих ітерацій» [54, 110, 113].

Метод Зейделя – деяка модифікація методу простої ітерації. Метод Зейделя відрізняється від методу простої ітерації тільки тим, що при обчисленні  $(k + 1)$ -го наближення компоненти  $x_i$  враховуються значення  $x_1, x_2, \dots, x_{i-1}$ , обчислені на цьому ж кроці. Теорема про достатні умови збіжності методу Зейделя: якщо всі корені характеристичного рівняння за модулем менші одиниці, то метод Зейделя збігається. Програмна реалізація методу Зейделя відрізняється від методу простої ітерації тільки фрагментом обчислення наступних наближень. Користуючись методом Зейделя, немає потреби зберігати всі знайдені наближення  $x_i^{(k)}$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), оскільки вони відразу використовуються для знаходження  $x_i^{(k+1)}$ . При дослідженні ітераційних процесів відомі випадки, коли процес простої ітерації збігається, а метод Зейделя розбігається і навпаки [73].

Крім цього, аналізуючи ітераційні схеми з'ясувалося, що швидкість збіжності методів розв'язування СЛАР можна значно прискорювати. З цією метою розроблені такі методи: поліноміальне прискорення, чебишевське прискорення та прискорення за методом спряжених градієнтів [96]. Поліноміальне прискорення ґрунтується на використанні спеціального матричного многочлена та доведено, що не має потреби використовувати ітераційні схеми більше ніж з трьома шарами. Методи Чебишева та спряжених градієнтів можна використовувати для підвищення швидкості збіжності будь-якого симетризуємого основного методу.

Проте застосування схем з чебишевським прискоренням може привести до аварійного завершення роботи алгоритму у зв'язку із

переповненням (досягненням машинної нескінченності). Тому, що чебишевське прискорення не гарантує монотонності у зменшенні похибки розв'язку від ітерації до ітерації.

Л. Хейгеман основну увагу звертав на вивчення впливу оцінок границі спектра на швидкість збіжності побудованого ітераційного методу, а вже потім на побудову методів уточнення ітераційних параметрів на основі отриманої в ході обчислюваного процесу апостеріорної інформації. Такі ітераційні методи називаються в книзі адаптивними. Дана книга написана виключно за матеріалами зарубіжних праць, зокрема це фундаментальні результати вивчення методів прискорення ітераційних схем.

При розв'язуванні одновимірних крайових задач з похідною другого порядку методом скінченних різниць, не рідко з'ясовується, що матриця має вид тридіагональної. У цьому випадку застосовується схема виключення Гаусса, яка традиційно записується у вигляді схеми прогонки або її модифікаціях [28]. Класична схема алгоритму методу прогонки представлена на рисунку 1.2 [71]:

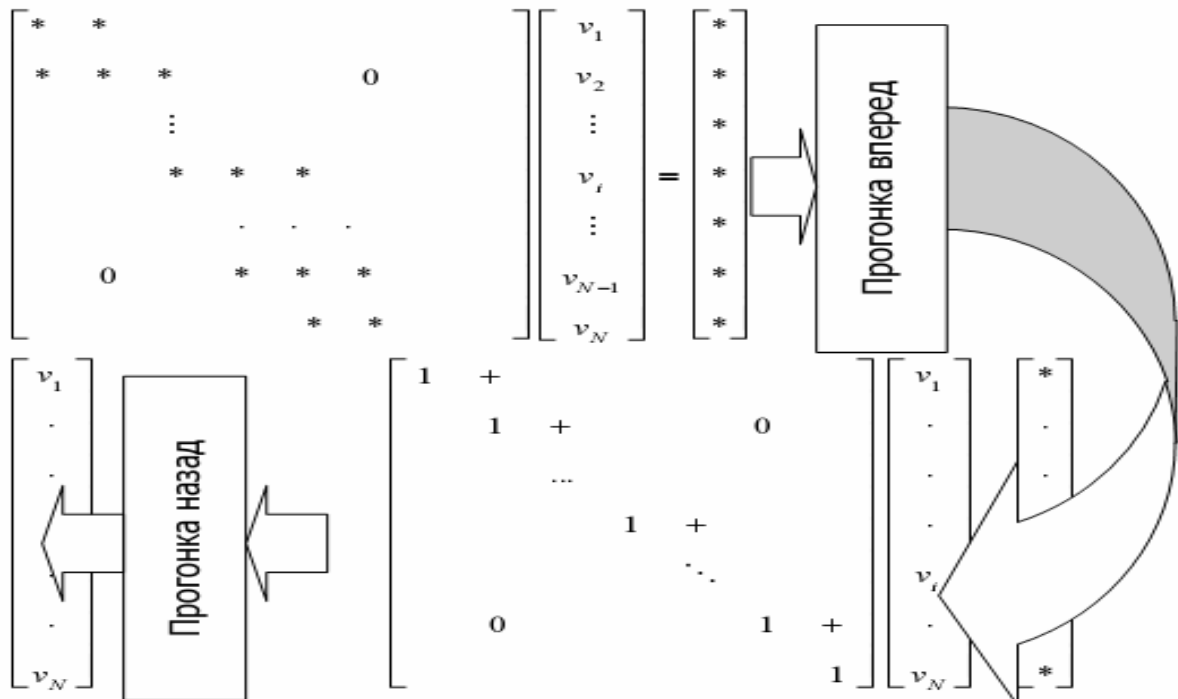


Рис. 1. 2. Метод прогонки

Успішна реалізація методу прогонки (алгоритму Томаса) можлива за умови добре обумовленої матриці, для квадратної матриці  $A$  це виконання умови  $k(A) = \|A\| \cdot \|A^{-1}\|$ , де  $\|A\|$  – норма матриці  $A$ . З метою уникнення поганої обумовленості матриці  $A$  необхідно, щоб на головній діагоналі матриці розміщувалися більші елементи ніж сума решти її елементів в рядку.

Для встановлення стійкості СЛАР до обчислювальної похибки необхідно проаналізувати число обумовленості матриці. Якщо СЛАР добре обумовлена (чим менше число обумовленості матриці), то отримані розв'язки будуть більш точніші і навпаки.

Апроксимація функцій з використанням добре відомих поліномів та раціональних дробів із робіт П. Л. Чебишова, К. Вейерштрасса, С. Н. Бернштейна має ряд недоліків для задач напружено-деформованого стану пов'язаних із невисокою гладкістю та особливими властивостями вихідної функції, тому що їх поведінка в околі деякої точки задає їх поведінку в цілому. Виходячи з цього, виникає необхідність до створення нових підходів, які дозволять усунути описані недоліки. Альтернативою класичним наближенням є використання сплайнів, які мають успіх як в теоретичному аспекті так і при практичній реалізації.

У 60-70-ті роки минулого століття була створена теорія із використанням сплайнів, яка у порівнянні із різницевими методами дозволяє будувати розв'язок у всій досліджуваній області із заданою апроксимацією граничних умов та порядком точності.

Використання кусково-неперервних функцій для наближення гладких функцій вперше були запропоновані у роботах таких вчених, як: Карл де Бур, Ю. С. Зав'ялов, В. В. Вершинін, І. Шенберг. Головна ідея сплайн-інтерполяції заснована на побудові поліномів між парами сусідніх вузлів інтерполяції, де для всіх існуючих пар вузлів ставиться у відповідність свій поліном. На сьогодні, при розв'язанні практичних задач успішно використовується кубічний сплайн.

Таким чином, до основних переваг використання сплайн-апроксимації можна віднести наступні: 1) збіжність, висока точність наближення; 2) довільний вибір кроку для аргумента; 3) незначна тривалість обчислень при мікропроцесорній обробці даних; 4) стійкість процесу обчислень.

Якісно новий підхід для збільшення точності апроксимації полягає у використанні "напружених" сплайнів [101-103]. Побудова «напруженого» сплайну висвітлена у роботі [102], де автор використав фізичну модель, яка представлена еластичною стрічкою, яка проходить через отвори в полюсах інтерполяції та натягнутою таким чином, щоб всі чужорідні вигини були випрямлені. У порівнянні із існуючими методами апроксимації, такий підхід є більш ефективним для підвищення точності обчислень, оскільки з'являється можливість вибирати більші кроки інтегрування та при використанні явних схем розрахунку можна отримати тривіальні рекурентні формули. Крім цього, на відміну від сіткових методів, для кожного напрямку автоматично інтерполюється розв'язок між вузлами координатної сітки.

Вирішення крайових задач для тонкостінних циліндричних оболонок змінної товщини із використанням класичних підходів є не завжди можливо, оскільки чисельні методи не дають змоги із великою точністю задовольнити граничні умови на кінцях досліджуваної області.

У роботі [114] вперше викладений новий підхід до розв'язання просторових задач із підвищеною точністю за часом та по координатах, на базі ітераційного методу у вигляді сплайн-функцій. Стеблянко П. О. у своїх роботах [102, 115] представив новий спосіб відшукування розв'язку для тонкостінних циліндричних оболонок із змінною жорсткістю при залученні апарату «напружених» сплайнів.

Використання сплайн-функцій дозволяє провести розрахунки із підвищеною точністю для параметрів напружено-деформованого стану тонкостінної циліндричної оболонки змінної товщини, яка несиметрично навантажена зусиллями у серединній поверхні. Основна ідея такого підходу полягає у апроксимації розв'язку за допомогою сплайн-функцій в одному із

координатних напрямів та інтегруванні системи диференціальних рівнянь у іншому напрямку із використанням стійкого чисельного методу. Практична реалізація описаного підходу представлена в роботі [114], розглянемо основні етапи дослідження, яке проводилося для диференціальних рівнянь теорії оболонок Муштарі-Донелла-Власова [74], де ключовими невідомими є  $u, v, w$  – переміщення за твірною, направляючою та нормаллю до серединної поверхні:

$$\begin{aligned}
& C_{11} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + C_{66} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + (C_{12} + C_{66}) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial C_{11}}{\partial x} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial C_{66}}{\partial y} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + \\
& + \frac{\partial C_{66}}{\partial y} \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial C_{12}}{\partial x} \cdot \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{C_{11}}{R_1} + \frac{C_{12}}{R_2} \right) w + \left( \frac{C_{11}}{R_1} + \frac{C_{12}}{R_2} \right) \frac{\partial w}{\partial x} = q_x, \\
& C_{66} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + C_{22} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + (C_{12} + C_{66}) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial C_{22}}{\partial y} \cdot \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial C_{66}}{\partial x} \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + \\
& + \frac{\partial C_{66}}{\partial x} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial C_{12}}{\partial y} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{C_{12}}{R_1} + \frac{C_{22}}{R_2} \right) w + \left( \frac{C_{12}}{R_1} + \frac{C_{22}}{R_2} \right) \frac{\partial w}{\partial y} = q_y, \\
& D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + D_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + (2D_{12} + 4D_{66}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + 2 \frac{\partial D_{11}}{\partial x} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + 2 \frac{\partial D_{22}}{\partial y} \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + \\
& + \left( 2 \frac{\partial D_{12}}{\partial y} + 4 \frac{\partial D_{66}}{\partial y} \right) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} + \left( 2 \frac{\partial D_{12}}{\partial x} + 4 \frac{\partial D_{66}}{\partial x} \right) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} + \left( \frac{\partial^2 D_{11}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 D_{12}}{\partial y^2} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \\
& + \left( \frac{\partial^2 D_{12}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 D_{22}}{\partial y^2} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 4 \frac{\partial^2 D_{66}}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \left( \frac{C_{11}}{R_1} + \frac{C_{12}}{R_2} \right) \frac{\partial u}{\partial x} + \left( \frac{C_{12}}{R_1} + \frac{C_{22}}{R_2} \right) \frac{\partial v}{\partial y} + \\
& + \left( \frac{C_{11}}{R_1^2} + \frac{2C_{12}}{R_1 R_2} + \frac{C_{22}}{R_2^2} \right) w = q_z.
\end{aligned}$$

Розв'язання такого роду систем диференціальних рівнянь в частинних похідних, в замкнутій формі практично неможливе і на допомогу приходять чисельні методи.

На першому етапі формулюється крайова задача, для цього вводяться додаткові шукані величини, які дозволяють знизити порядок повної системи рівнянь Муштарі-Донелла-Власова:

$$u'(x, y) = \frac{\partial u(x, y)}{\partial x}, \quad v'(x, y) = \frac{\partial v(x, y)}{\partial x}, \quad w'(x, y) = \frac{\partial w(x, y)}{\partial x},$$

$$w''(x, y) = \frac{\partial w'(x, y)}{\partial x}, \quad w'''(x, y) = \frac{\partial w''(x, y)}{\partial x}.$$

Крайова задача має наступний вигляд:

$$\frac{d\vec{Y}}{dx} = A(x) \cdot \vec{Y} + \vec{f}(x), \quad 0 \leq x \leq L, \quad \vec{Y}(0) = \vec{Y}_0, \quad \vec{Y}(L) = \vec{Y}_L. \quad (1.1)$$

Невідомі величини є компонентами вектора:

$$\vec{Y} = \{\overline{y_1}, \overline{y_2}, \dots, \overline{y_8}\}^T \equiv \left\{ \overline{u}, \overline{u'}, \overline{v}, \overline{v'}, \overline{w}, \overline{w'}, \overline{w''}, \overline{w'''} \right\}^T, \quad y_m = \{y_{m_0}, y_{m_2}, \dots, y_{m_N}\}^T, \quad (m = \overline{1, 8}).$$

Досліджується випадок, коли один торець оболонки закріплений жорстко, а інший – шарнірно, при цьому граничні умови приймають вигляд:

$$x = 0, u = v = w = 0, w' = \frac{\partial w}{\partial x} = 0; \quad x = L, u = v = w = 0, w'' = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0. \quad (1.2)$$

Розрахунок параметрів НДС для задачі (1.1) суттєво залежить від обраного виду наближення похідних від невідомих функцій по координаті  $y$ .

Введемо сітку по координаті  $y$  наступним чином

$$y_{i+1} = y_i + h_2; \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad y_1 = 0; \quad y_{N+1} = 2\pi R,$$

де  $y_i$  – вузлові точки, тобто лінії вздовж меридіану в круговому напрямі.

Передбачається, що розв'язок крайової задачі для системи (1.1) можна відшукати у вигляді інтерполяційного виразу, який отриманий з використанням напружених сплайнів:

$$u(x, y) = \sum_{n=-2}^2 \alpha_n(t) \cdot u_{i+n}(x); \quad (1.3)$$

$$v(x, y) = \sum_{n=-2}^2 \alpha_n(t) \cdot v_{i+n}(x); \quad w(x, y) = \sum_{n=-2}^2 \alpha_n(t) \cdot w_{i+n}(x). \quad (1.4)$$

В даному випадку вводиться до розгляду змінна  $t$ , яка дозволяє нормалізувати відрізки інтерполяції  $[y_i; y_{i+3}]$ , до значень відрізка  $[0; 1]$ :



$$t = \frac{1}{3h_2}[y - y_i], \quad y \in [y_i; y_{i+3}], \quad i = \overline{1, N},$$

де  $h_2 = 2\pi R / N$  – рівномірний крок дискретизації змінних в круговому напрямі.

Коефіцієнти  $\alpha_n(t)$  визначаються за наступними формулами:

$$\alpha_{-2}(t) = \frac{1}{2}\Phi_0\left(t + \frac{1}{3}\right), \quad \alpha_{-1}(t) = \frac{1}{2}\left[\Phi_0(t) + \Phi_1\left(t + \frac{1}{3}\right)\right],$$

$$\alpha_0(t) = \frac{1}{2}\left[\Phi_1(t) + \Phi_2\left(t + \frac{1}{3}\right)\right],$$

$$\alpha_1(t) = \frac{1}{2}\left[\Phi_2(t) + \Phi_3\left(t + \frac{1}{3}\right)\right], \quad \alpha_2(t) = \frac{1}{2}\Phi_3(t).$$

Для обчислення коефіцієнтів  $\alpha_n(t)$  введені додаткові позначення:

$$\Phi_r(t) = \omega_{0r} + \omega_{1r} \cdot t + \omega_{2r} \cdot \varphi(t) + \omega_{3r} \cdot \psi(t),$$

які передбачають додаткові обчислення допоміжних коефіцієнтів

$$\varphi(\xi) = ch\sqrt{2}\left(t - \frac{1}{2}\right) - ch\frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \psi(\xi) = sh\sqrt{2}\left(t - \frac{1}{2}\right) - (2t - 1)sh\frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\omega_{00} = \omega_{13} = 1, \quad \omega_{10} = -1, \quad \omega_{01} = \omega_{11} = \omega_{12} = \omega_{22} = \omega_{03} = 0,$$

$$\omega_{20} = \omega_{23} = -\omega_{21} = -\omega_{22} = 2,149, \quad \omega_{33} = -\omega_{30} = 9,285, \quad \omega_{31} = -\omega_{32} = 27,855$$

Використання напружених сплайнів (1.4) дозволяє представити розв'язок системи (1.1) та всіх похідних по координаті  $y$ . Частинні похідні від основних невідомих функцій  $u$ ,  $v$ ,  $w$  отримуються із (1.4) під час безпосереднього диференціювання відповідних виразів. Таким чином, знаходяться вирази для першої та другої похідної переміщення  $w$ :

$$\frac{\partial w(x, y)}{\partial y} = \frac{1}{3h_2} \cdot \sum_{n=-2}^2 \alpha'_n(t) \cdot w_{i+n}(x), \quad \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial y^2} = \frac{1}{9h_2^2} \cdot \sum_{n=-2}^2 \alpha''_n(t) \cdot w_{i+n}(x).$$

Подібним чином, відбувається обчислення похідних вищих порядків від нормального переміщення.

На основі виразів (1.4) формуються співвідношення для невідомих функцій та їх похідних по круговій координаті в точці  $y=y_i$ ,  $t = 1/3$  із

відповідними позначеннями для основних невідомих задачі (1)

$$u(x, y_i) \equiv u_i(x), \quad v(x, y_i) \equiv v_i(x), \quad w(x, y_i) \equiv w_i(x).$$

$$\frac{\partial u(x, y_i)}{\partial y} \approx \frac{1}{12h_2} \cdot [k_0 u_{i-2}(x) - n_0 u_{i-1}(x) + n_0 u_{i+1}(x) - k_0 u_{i+2}(x)],$$

$$\frac{\partial v(x, y_i)}{\partial y} \approx \frac{1}{12h_2} \cdot [k_0 v_{i-2}(x) - n_0 v_{i-1}(x) + n_0 v_{i+1}(x) - k_0 v_{i+2}(x)],$$

$$\frac{\partial w(x, y_i)}{\partial y} \approx \frac{1}{12h_2} \cdot [k_0 w_{i-2}(x) - n_0 w_{i-1}(x) + n_0 w_{i+1}(x) - k_0 w_{i+2}(x)],$$

$$\frac{\partial^2 u(x, y_i)}{\partial y^2} \approx \frac{m_0}{h_2^2} \cdot [u_{i-1}(x) - 2u_i(x) + u_{i+1}(x)],$$

$$\frac{\partial^2 v(x, y_i)}{\partial y^2} \approx \frac{m_0}{h_2^2} \cdot [v_{i-1}(x) - 2v_i(x) + v_{i+1}(x)], \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 w(x, y_i)}{\partial y^2} \approx \frac{m_0}{h_2^2} \cdot [w_{i-1}(x) - 2w_i(x) + w_{i+1}(x)].$$

$$\frac{\partial^3 w(x, y_i)}{\partial y^3} = \frac{m_1}{h_2^3} \cdot [-w_{i-2}(x) + 2w_{i-1}(x) - 2w_{i+1}(x) + w_{i+2}(x)],$$

де

$$m_0 = 0,982, \quad m_1 = 0,473, \quad m_2 = 0,218,$$

$$n_0 = 7,9136, \quad k_0 = 0,95681, \quad k_1 = 11,2646, \quad k_2 = 18,4641,$$

$$k_3 = 9,1344, \quad k_4 = 1,9349, \quad k_5 = 3,0870, \quad k_6 = 5,9787.$$

На основі вище введених співвідношень необхідно записати вирази для введених додаткових шуканих величин  $u'$ ,  $v'$ ,  $w'$  та їх похідних по круговій координаті:

$$u'(x, y_i) \equiv u'_i(x), \quad v'(x, y_i) \equiv v'_i(x), \quad w'(x, y_i) \equiv w'_i(x), \quad w''(x, y_i) \equiv w''_i(x), \quad w'''(x, y_i) \equiv w'''_i(x),$$

$$\frac{\partial u'(x, y_i)}{\partial y} \approx \frac{1}{12h_2} \cdot [k_0 u'_{i-2}(x) - n_0 u'_{i-1}(x) + n_0 u'_{i+1}(x) - k_0 u'_{i+2}(x)],$$

$$\frac{\partial v'(x, y_i)}{\partial y} \approx \frac{1}{12h_2} \cdot [k_0 v'_{i-2}(x) - n_0 v'_{i-1}(x) + n_0 v'_{i+1}(x) - k_0 v'_{i+2}(x)],$$

$$\frac{\partial w''(x, y_i)}{\partial y} \approx \frac{1}{12h_2} \cdot [k_0 w''_{i-2}(x) - n_0 w''_{i-1}(x) + n_0 w''_{i+1}(x) - k_0 w''_{i+2}(x)],$$

$$\frac{\partial^2 w''(x, y_i)}{\partial y^2} \approx \frac{m_0}{h_2^2} \cdot [w''_{i-1}(x) - 2w''_i(x) + w''_{i+1}(x)] \quad (6)$$

Таким чином, використання апарату напружених сплайнів (1.4)

дозволяє обчислити похідну від переміщення за рахунок безпосереднього диференціювання в точці  $y=y_i$ ,  $t = 1/3$ , а по координаті  $x$  необхідно ввести сітку

$$x_{j+1} = x_j + h_1; j = 1, 2, \dots, M - 1; x_1 = 0; x_M = L,$$

де  $h_1 = L / (M - 1)$  та скористатися одним із відомих чисельних методів.

Разом з цим, при розв'язанні крайових задач механіки деформівного тіла виникає необхідність до підвищення точності обчислень невідомих параметрів. Це можливо за рахунок поєднання основних підходів декількох методів, що дозволить побудувати комбінований чисельно-аналітичний метод.

### **1.3. Обґрунтування мети та задач дисертаційного дослідження.**

Вдосконалення та розвиток таких галузей промисловості, як: авіація, будівництво, суднобудівництво і їм подібних тісно пов'язані із залученням циліндричних оболонок змінної товщини [60, 116]. Проте їхнє успішне використання повинне будуватися на основі вдосконаленого математичного апарату, реалізація якого вимагає використання спеціалізованих засобів обчислювальної техніки.

Досліджуючи теоретичну базу стосовно побудови СКС можна виокремити два основних напрями для проектування їх структур [19]. В основі першого напрямку лежить використання універсальних процесорів стандартного типу, де за допомогою спеціалізації програмного забезпечення відбувається детальне вивчення компонентів вихідної задачі та їх характеристик. Другий підхід ґрунтується на використанні спеціалізованих процесорів (апаратно - орієнтованих), робота яких направлена на виконання алгоритмів апаратним способом.

Аналіз описаних напрямів показує, що на сучасному етапі розвитку мікроелектронних технологій доцільно використовувати другий підхід до

розробки та проектування структури СКС за рахунок створення апаратно - орієнтованих спеціалізованих процесорів. Використання такого роду комп'ютерних комплектуючих дозволить забезпечити високу продуктивність вирішення практичних завдань.

Крім цього, за рахунок врахування необхідних програмних та апаратних можливостей для конкретного класу задач, можна мінімізувати витрати на обладнання та проектування такого роду СКС.

Високий рівень розвитку сучасних алгоритмічних мов, слугує значною перевагою на користь другого підходу, тому що створення спеціалізованого процесора не являється складнішим завданням ніж написання програмного забезпечення для універсального процесора, що використовується в першому підході. На рахунок використання другого підходу можна віднести і новітні можливості САПР стосовно уточнення моделей електронних компонент у структурі роботи СКС та робота з бібліотеками електронних компонент.

Варто відмітити, що значну кількість задач, які пов'язані із моделюванням та розрахунком параметрів оболонкових конструкцій вдається вирішити завдяки використанню систем інженерного аналізу – Computer-Aided Engineering, CAE, CAE-системи, як ANSYS, MSC Nastran, Abaqus FEA, COMSOL, SCAD Office, PLAXIS, ELCUT, LS-DYNA, Elmer FEM solver, ПК Лира, QForm, Marc та інші [15].

В основу таких програмних комплексів, у більшості випадків, закладений метод скінченних елементів. Їхній функціонал є досить зручним та інтегровним із іншими системами та додатками для стандартних обчислень, проте існують певні обмеження при виконанні нестандартних розрахунків коли потрібно врахувати особливі умови експлуатації, унікальні властивості конструкції чи матеріалу, обчислити нові параметри системи, або отримати результати з підвищеною точністю.

У роботах [40, 115], доведено, що під час розрахунків тонкостінних циліндричних оболонок, ми стикаємося з тим, що вони знаходяться під впливом різноманітних навантажень, та мають різні граничні умови (на

міцність, стійкість, жорсткість), які можуть суттєво впливати на параметри напружено-деформованого стану оболонки змінної товщини. Тому розвиток методів розрахунку їх параметрів та підвищення точності обчислень має важливе прикладне значення та займає провідне місце серед наукових інтересів [101-103, 117].

Застосування моделей тривимірної теорії пружності та використання рівнянь, отриманих зведенням тримірних моделей теорії пружності до двовірних висвітлено у роботах [60, 74]. Разом з цим, потребує додаткового дослідження питання зниження порядку для комплексної математичної моделі системи диференціальних рівнянь. Це пов'язано з тим, що з'являються математичні та обчислювальні труднощі при виконанні граничних умов з достатньою точністю, які неможливо вирішити використовуючи існуючі наближені методи розрахунку.

Існуючі дослідження в галузі теорії циліндричних оболонок та методів розрахунку тонкостінних оболонкових конструкцій, прийнято виокремлювати у два напрямки. Серед численної кількості публікацій по даній тематиці доцільно звернути увагу на роботи [54, 68, 110, 114, 117], де представлені існуючі методи та детально розглянуті їхні характеристики. Перший напрям – комбіновані аналітичні та напіваналітичні методи, які ґрунтуються на континуальній специфікованій моделі розрахунку. Другий напрям – базується на дискретному поданні розрахункової моделі, з використанням добре відомих чисельних методів.

Обидва напрямки мають в своєму арсеналі потужні програмні комплекси, проте при практичній реалізації існуючих методів для складних тонкостінних оболонкових конструкцій змінної товщини виникає необхідність покращувати отримані результати, це можливо за рахунок підвищення точності обчислення на базі СКС [18, 21].

З огляду літературних джерел, стає зрозуміло, що аналітичне або асимптотичне розв'язання рівнянь теорії оболонок обертання отримані лише для простішого класу задач при дії осесиметричного або антисиметричного

навантаження. Для розв'язання більш складніших крайових задач зручно використовувати чисельні методи [51, 118], але разом з цим залишається невирішеним питання точності проведення обчислень при умові збереження вихідних даних [54, 114, 117].

У статті [114], проведено дослідження напружено-деформованого стану оболонки із перемінною жорсткістю для системи звичайних диференціальних рівнянь, яка побудована із використанням математичного апарату напружених сплайнів. Показано, що при побудові чисельного розв'язку методом ортогоналізації вдається зменшити кількість елементарних операцій на кожній із ітерацій, але це не завжди дозволяє виконати обчислення із високою точністю та успішно реалізувати даний підхід.

Описані проблеми, які з'явилися на новітньому шляху розвитку є наслідком недостатньо розробленого методичного апарату для розрахунку циліндричних оболонок. Останнім часом, пошук ефективних методів для розрахунку компонентів механіки деформівного тіла циліндричних оболонок здобувають велику популярність серед науковців [75, 116, 119]. Істотний прогрес у цьому напрямі є неможливим без застосування новітніх СКС, підтвердженням сказаного слугують роботи [72, 118-119].

Таким чином, можна сформулювати основні етапи подальших досліджень (рис. 1.1):

1. Необхідно вдосконалити структурну модель СКС, яка буде відрізнятися від існуючих КС своїм функціоналом та основними підходами при вирішенні задач оптимізації, які належать до вузького класу задач. У зв'язку з тим, що СКС мають особливі характеристичні властивості, це дозволить успішно реалізувати явно отримані розрахункові схеми.

Разом з цим, визначення структурних елементів СКС дасть змогу при практичному використанні здійснювати неперервний контроль, за відхиленнями об'єкта дослідження та при потребі реагувати на перед аварійні стани.



Рис. 1.3. Етапи науково-технічних досліджень для розробки спеціалізованої комп'ютерної системи

2. Для знаходження геометричних та механічних параметрів тонкостінних оболонок та детального аналізу отриманих результатів виникає необхідність до систематизації існуючих методів математичного моделювання. Це дало б можливість комплексно змоделювати вихідну систему із збереженням зв'язків між компонентами СКС та організувати комбіновану розрахункову процедуру з підвищеною точністю.

3. Програмне забезпечення комбінованого методу підвищеної точності для розрахунку параметрів напружено-деформованого стану тонкостінних циліндричних оболонок змінної товщини реалізовується на основі засобів пакету Matlab.

Використання СКС із апаратно-орієнтованим процесором дозволить врахувати необхідні експлуатаційні характеристики тонкостінних конструкцій із збереженням вихідних даних поставленої задачі. Формалізована практична постановка такої задачі полягає у виявленні та зменшенні браку кінцевого процесу виробництва на ранніх етапах, це досягається за рахунок блоку спеціалізованого програмного забезпечення, у якому закладено розрахунковий метод підвищеної точності.

Таким чином, виникає необхідність розробити програмно-апаратні засоби, які успішно зможуть реалізувати поставлені алгоритми, що дозволить досягти максимальної продуктивності технологічних процесів виробництва тонкостінних оболонок в режимі реального часу.

Провівши аналіз досліджених результатів, було зроблене припущення, що побудова СКС із використанням комбінованого методу підвищеної точності дозволить покращити якість технологічних процесів виробництва. Виходячи з цього, подальші дослідження були спрямовані на пошук та побудову структури СКС, а також розробку чисельно-аналітичного методу для реалізації у даній СКС.

Виходячи з цього, мета дисертаційного дослідження полягає у підвищенні ефективності виробництва тонкостінних циліндричних оболонок



змінної товщини за рахунок розробки та впровадження спеціалізованої комп'ютерної системи контролю якості технологічних процесів.

Для досягнення поставленої мети потрібно вирішити такі задачі:

– вдосконалити модель спеціалізованої комп'ютерної системи керування технологічними процесами;

– розробити метод підвищення контролю якості виробництва тонкостінних циліндричних оболонок змінної товщини;

– реалізувати метод підвищеної точності для спеціалізованої комп'ютерної системи та оцінити його ефективність.

У наступних розділах представлено вирішення поставлених задач дисертаційного дослідження.

### **Висновки по розділу 1**

1. Проведено аналіз перспектив розвитку спеціалізованих комп'ютерних систем для управління технологічними процесами виробництва, на основі якого визначено необхідність детального дослідження систем прогнозування параметрів якості виробництва.

2. Розглянуто особливості алгоритмічного і програмного забезпечення спеціалізованих комп'ютерних систем прогнозування параметрів напружено-деформованого стану тонкостінних циліндричних оболонок.

3. На основі запропонованої гіпотези про те, що впровадження в спеціалізовану комп'ютерну систему комбінованого методу для підвищеної точності дозволить покращити якість технологічних процесів виробництва. Сформульована мета та задачі дисертаційного дослідження.

## РОЗДІЛ 2

# ВДОСКОНАЛЕННЯ МОДЕЛІ СПЕЦІАЛІЗОВАНОЇ КОМП'ЮТЕРНОЇ СИСТЕМИ ДЛЯ КОНТРОЛЮ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ВИРОБНИЦТВА ТОНКОСТІННИХ ПРОСТОРОВИХ КОНСТРУКЦІЙ ВИСОКОЇ СКЛАДНОСТІ

### **2.1. Узагальнена структура спеціалізованої комп'ютерної системи для контролю технологічних процесів виробництва.**

Головним інструментом для успішної організації та контролю сучасних виробничих процесів є широкоформатні комп'ютерні системи (КС), які можна класифікувати за їх основними характеристиками та потужностями. За допомогою універсальних комп'ютерних систем можна розв'язати велику кількість задач науково-технічного походження, проте, перед науковцями постають, як окремі задачі, так і профільний підбір задач, які мають важливе практичне значення, але обчислювальні можливості існуючих апаратних комплексів КС є недостатніми для їх успішного вирішення [23, 25, 43-44].

Оскільки для забезпечення злагодженої роботи апаратної та програмної частини СКС необхідно розробити цілі комплекси технологічних програмних засобів. На практиці, виникає багато нерозв'язних проблем при розробці та проектуванні паралельних обчислювальних процесів, коли постає умова завантаженості всіх існуючих процесорів.

Крім цього, високий рівень розвитку сучасної техніки вимагає збереження надійності та міцності конструктивних систем, що призводить до необхідності виникнення нових теорій та методів розрахунку із підвищеною точністю для елементів теорії оболонок, які локалізуються на базі СКС.

Подальший розвиток сучасної промисловості неможливо уявити без використання тонкостінних оболонкових конструкцій змінної товщини. Прикладом таких конструкцій є: фланці, дискові пружини, сільфони, котли,

балони, ротори, барабани, трубопроводи, корпуси (літаків, вертольотів, ракет, кораблів, ядерних реакторів).

У зв'язку з цим виникає потреба до створення такої СКС, яка буде відмінною від існуючих комп'ютерних систем (КС), тому що дасть змогу моделювати замкнені тонкостінні циліндричні оболонки та здійснювати розрахунок механічних характеристик задач напружено-деформованого стану оболонкових конструкцій із підвищеною точністю в режимі реального часу [6-7].

Для підтвердження актуальності обраних конструкцій, наведемо загальноприйнятту класифікацію виробів в основі яких міститься тонкостінна циліндрична поверхня (рис 2.1), при потребі тонкостінні оболонки підсилюють за рахунок ребер, накладок, вставок тощо.

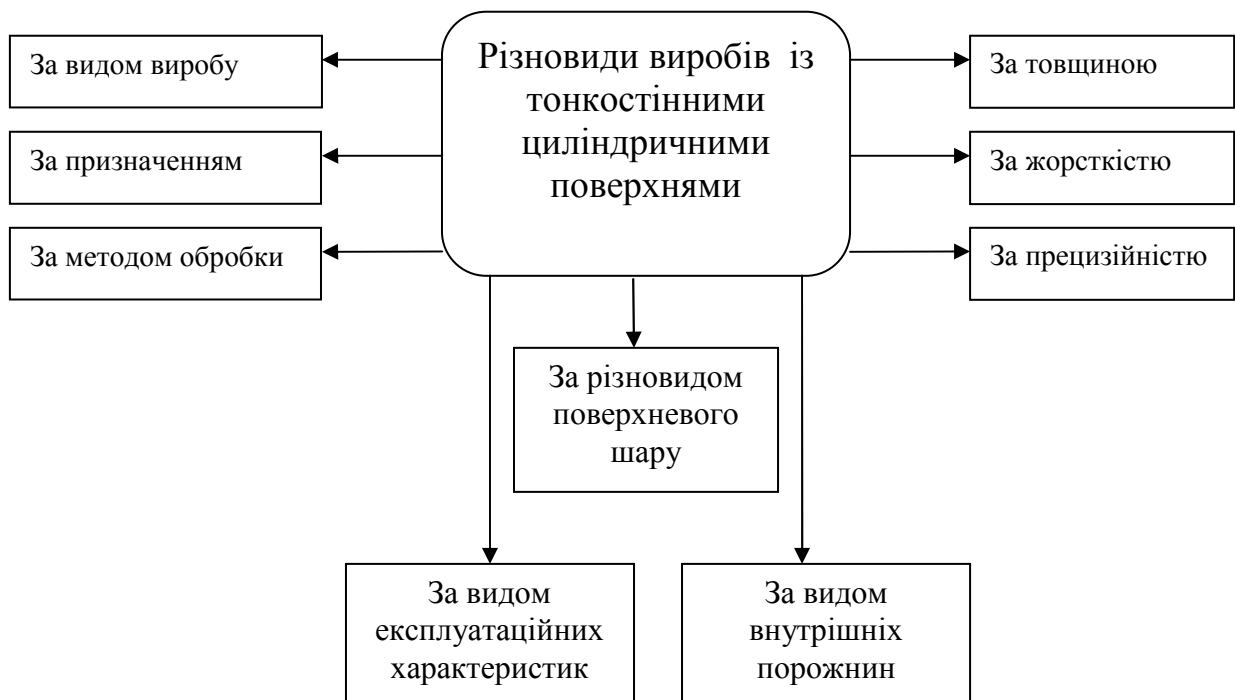


Рис. 2.1. Класифікація виробів з тонкостінними циліндричними поверхнями

Беручи до уваги практичну значущість кожного виду виробу із перерахованих, стає зрозуміло, що до оболонкових конструкцій висуваються

жорсткі умови, розрахунок яких пов'язаний із побудовою обчислювальних схем та математичних моделей із застосуванням сучасних чисельних методів досліджень, які можна реалізувати в пакетах спеціальних програм та програмних комплексів [120-121].

Разом з цим, відомо, що при розрахунку компонентів напружено-деформованого стану циліндричних оболонок, як складних систем, виникають обчислювальні труднощі із врахуванням всіх можливих характеристичних властивостей, а для значної кількості задач теорії оболонок майже неможливо отримати достовірні результати [54, 100, 116].

Виходячи з цього, їх успішне вирішення можливе, за умови побудови такої СКС (рис. 2.2), яка матиме в основі: 1) необхідні модельні уявлення; 2) комбіновані підходи; 3) методи розрахунку з підвищеною точністю; 4) достовірну практичну реалізацію пропонованих алгоритмів. Описані вимоги до структури СКС та її компонентів є однією з найактуальніших проблем механіки деформованого твердого тіла і представляє безсумнівний практичний інтерес. Це можна пояснити тим, що поєднання апаратного та програмного забезпечення разом з механічними або іншими частинами, дає можливість знаходити рішення для широкого класу задач прикладного характеру.

Особлива увага до побудови СКС для розрахунку параметрів НДС обумовлюється тим, що такого роду системи дозволять комплексно підійти до вирішення поставлених задач механіки деформівного тіла.

Передбачається, що СКС дозволить виконувати наступні завдання:

- 1) змодельювати вихідну задачу;
- 2) організувати роботу технічних засобів;
- 3) розробити та налагодити роботу програмного забезпечення та його компонентів із можливим подальшим вдосконаленням;
- 4) оцінити та проаналізувати отриманий результат.

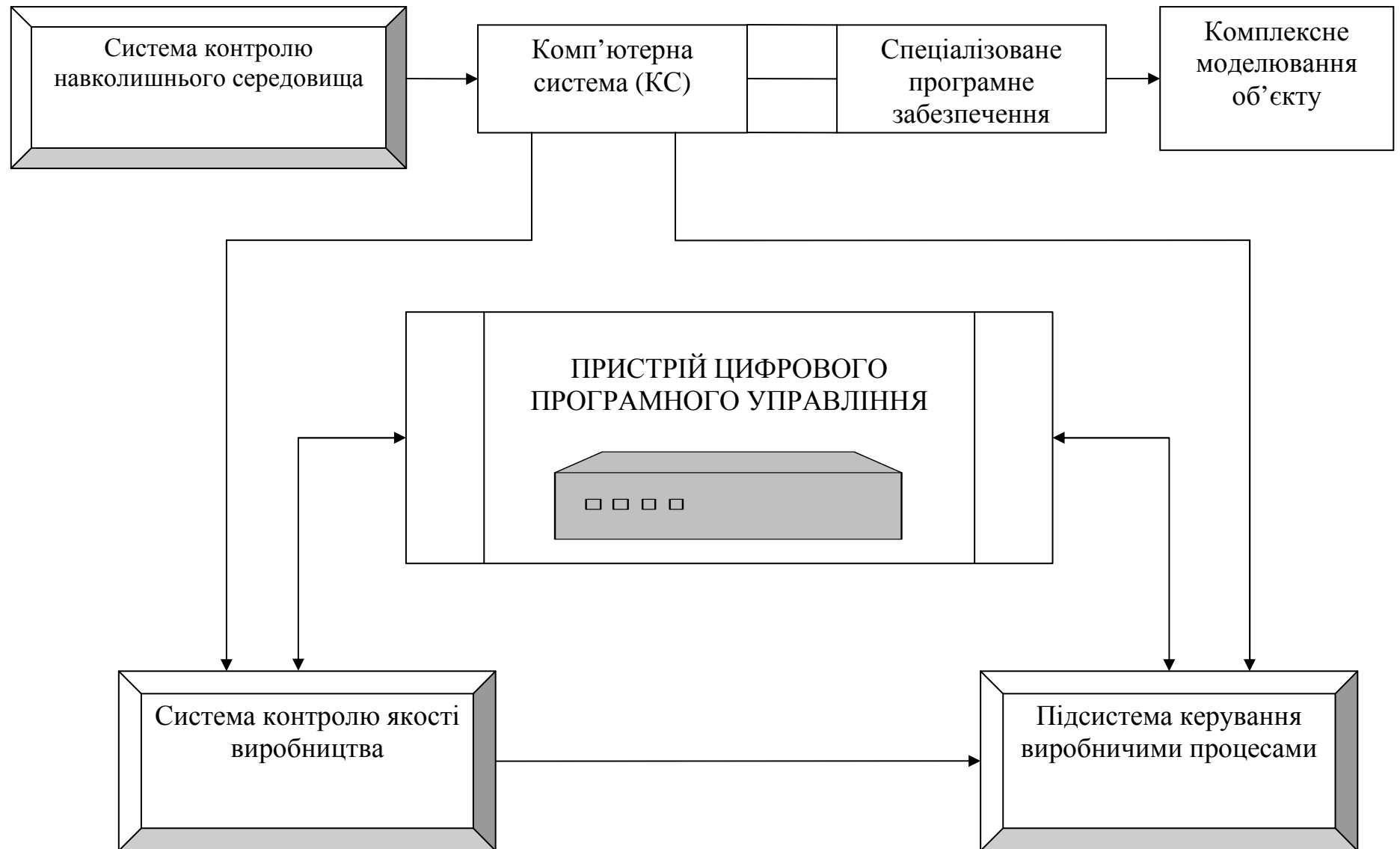


Рис. 2.2. Структура спеціалізованої комп'ютерної системи

Описана СКС буде орієнтуватися на управління та проектування виробництва тонкостінних циліндричних оболонок та конструкцій, які володіють важливими властивостями на міцність, жорсткість, стійкість. У структурі СКС буде міститися блок спеціалізованого програмного забезпечення, де закладено такий метод розрахунку з підвищеною точністю, який зводиться до розв'язання СЛАР із використанням ітераційних методів, а саме методу Зейделя.

Крім цього, СКС у процесі виробництва виконуватиме перевірку деталей, за рахунок спеціальних блоків вимірювання контролю та якості технологічних процесів виробництва. Успішна практична реалізація наведеної структури СКС дозволить продуктивно організувати виробничий процес з мінімальними затратами сировини та дасть змогу отримати у числовій формі значення розподілу для таких полів, як: температурне, переміщення, деформацій, напружень та ін. Такого роду інформаційні дані в подальшому використовуються для проведення оцінки на міцність, жорсткість, довговічність елементів конструкції.

Очевидним є те, що сучасні об'єктно - орієнтовані системи дають можливість здійснювати глибокий аналіз та синтез відповідних комп'ютерних компонент, що призводить до створення нових підходів відносно автоматизації проектування для виробництва різноманітних приладів та деталей [18-19].

Таким чином, при моделюванні та практичній реалізації управлінських функцій для автоматизованих комп'ютерних систем найоптимальнішим рішенням є використання спеціалізованих комп'ютерних засобів.

**2.2. Математичне забезпечення спеціалізованої комп'ютерної системи контролю якості технологічних процесів виробництва в реальному часі.**

Застосування СКС до прикладних задач механіки деформівного тіла є набагато результативнішим у порівнянні із універсальними комп'ютерними системами. Тому що, СКС відрізняються функціоналом та ключовими підходами до максимізації або мінімізації властивостей системи та її компонентів. Інакше кажучи при проектуванні та створенні СКС перед розробником стоїть задача створити КС, яка буде призначена для вирішення оптимізованих, різнопланових задач, які входять до вузького класу задач.

Підтвердженням цього є задачі на розрахунок геометричних та механічних характеристик тонкостінних циліндричних оболонок із змінною товщиною. Для успішного вирішення таких задач необхідний комплексний підхід, який дозволить аналітично представити зв'язок між компонентами задачі та продуктивно організувати роботу всіх компонентів СКС із збереженням вихідних даних [26, 37, 40].

Вживана у роботі термінологія є загальноприйнятою теорією поверхонь диференціальної геометрії. Виходячи із цієї теорії, для кожної поверхні характерні взаємно перпендикулярні криві, які отримані в результаті перетину цієї поверхні площинами. Для кожної із цих кривих властиві найбільший та найменший радіуси кривизни  $r_x, r_y$ , а відповідні їм кривизни означені у системі координат XYZ називають головними –  $\rho_x = 1/r_x, \rho_y = 1/r_y$ . Добуток головних кривизн називають Гаусовою кривизною  $\rho = \rho_x \cdot \rho_y$ .

На далі, під оболонкою будемо розуміти тіло, яке обмежене двома криволінійними поверхнями, відстань між якими (товщина) значно менша від інших розмірів. Оболонку вважають тонкою, якщо її товщина значно менша (у 20 і більше разів) за інші розміри. В залежності від проблематики дослідження розглядають товщину оболонки як сталу або змінну величину. Поверхню, котра ділить товщину оболонки навпіл, називають серединною поверхнею, коли означають форму оболонки, то

мають на увазі, форму серединної поверхні, яка має всі необхідні геометричні та фізичні властивості, що характерні для її товщини.

Якщо  $z = f(x, y)$  – рівняння серединної поверхні оболонки, тоді кривизну поверхні  $\rho_x, \rho_y$  можна виразити наступними залежностями:

$$\rho_x = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}; \rho_y = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}.$$

Різноманіття класифікації оболонок робить практично неможливим створення універсальної теорії для їх розрахунку, оскільки кожен існуючий вид оболонок вимагає специфічного підходу до процедури розрахунку їхніх параметрів.

В подальшому, зосередимо свою увагу на дослідженні тонкостінної циліндричної оболонки із змінною товщиною, тобто оболонки з нульовою Гаусовою кривизною  $\rho = 0$  (один із її радіусів кривизни дорівнює нескінченності) та заданим відношенням її товщини  $h$  до одного з радіусів кривизни серединної поверхні  $r$  яке не перевищує допустиму норму  $h/r \ll 0,05$ .

Для дослідження появи внутрішніх зусиль зосередимо свою увагу на деякій елементарній ділянці з розміром  $dx \times dy$ , сторони якої паралельні до осей  $Ox, Oy$  у системі координат  $XYZ$ . Крім цього, припустимо, що на поверхню діє нормальне поверхневе навантаження  $q$ , яке призводить до виникнення внутрішніх зусиль, а саме:

$N_x, N_y$  – нормальні зусилля;

$S_x, S_y$  – зусилля зсуву;

$Q_x, Q_y$  – поперечні зусилля;

$H_x, H_y$  – скручуючі моменти;

$M_x, M_y$  – згинальні моменти.

В подальшому, скориставшись класичними припущеннями теорії оболонок, вважатимемо, що  $S_x = -S_y = S; H_x = -H_y = H$ .

Розглянемо одношарові ізотропні циліндричні оболонки, які знаходяться під дією нерівномірно розподілених поверхневих та контурних



силових навантажень. Будемо вважати, що деформація відбувається без ковзання та відриву, а матеріал оболонки узгоджується із узагальненим законом Гука. Для деталізації подальшого дослідження, припустимо, що геометричні та механічні властивості оболонки, способи її закріплення і навантаження вибрані таким чином, що виконується гіпотеза Кірхгофа - Лява .

Гіпотеза прямих нормалей передбачає, що відносно подовження у нормальному до координатної поверхні напрямку і поперечні зсуви будуть близькими до нуля. Крім цього, враховуватимемо нормальні напруження на елементарних ділянках, які перпендикулярні до координатної поверхні, і не братимемо до уваги нормальні напруження, які паралельні координатній поверхні.

Варто відмітити, що застосування сучасних методів досліджень напружено-деформованого стану дозволяє розглядати теорію оболонок з позиції узагальненої тривимірної задачі теорії пружності. Такий підхід не потребує введення додаткових гіпотез (прямих нормалей, відсутності поперечного тиску тощо), але натомість пов'язаний з великим об'ємом інформації, що не завжди можна детально проаналізувати та опрацювати.

Використання гіпотези Кірхгофа-Лява дає змогу вихідну тривимірну задачу про деформацію тонкостінної циліндричної оболонки звести до двовимірної задачі про деформацію деякої координатної поверхні [46].

Для цього потрібно виокремити в оболонці вихідну координатну поверхню, яку можна співвіднести до криволінійної ортогональної спряженої системи координат  $\alpha, \beta$ . При  $\alpha = const$  і  $\beta = const$  матимемо випадок ліній головних кривизн, тобто торцеві поверхні оболонки будуть ідентичними з координатними лініями. Нехай співвідношення між декартовими та криволінійними координатами на поверхні зведення є однозначним і його можна виразити за допомогою зв'язків (2. 1)

$$x = x(\alpha, \beta), \quad y = y(\alpha, \beta), \quad z = z(\alpha, \beta). \quad (2. 1)$$

Виходячи з цього, товщина оболонки  $h$  буде функцією від  $\alpha$  і  $\beta$  –  $h = h(\alpha, \beta)$ , яка відраховується від координатної поверхні  $\gamma = 0$ , а сама ж координата  $\gamma$  бере відлік по нормалі до поверхні зведення.

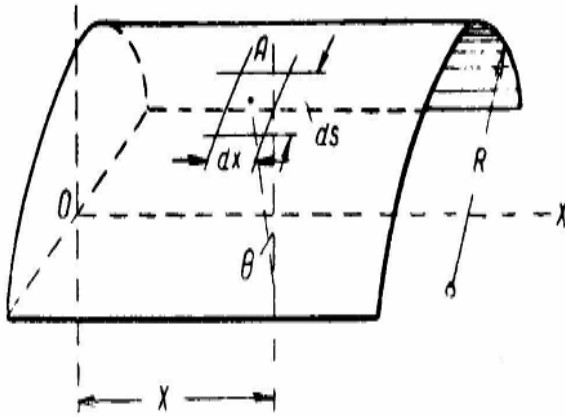


Рис. 2.3. Визначення розміщення точки на серединній поверхні

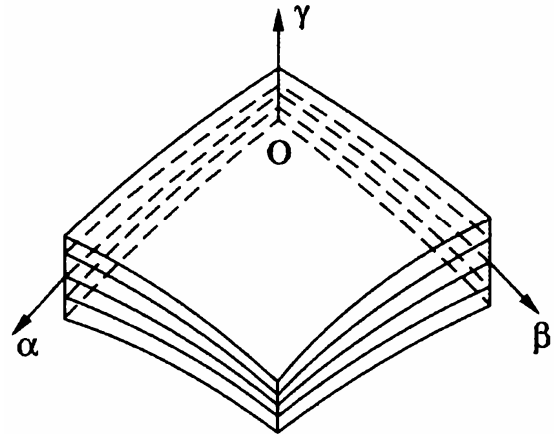


Рис 2. 4. Загальний випадок оболонки складеної із шарів змінної товщини

Для циліндричної оболонки на Рис. 2. 3 із заданою товщиною  $h$ , визначені головні радіуси кривизни  $\rho_x = R$ ,  $\rho_y = \infty$ , а розташування довільної точки на серединній поверхні можна встановити за двома координатами: 1) відстань від початку координат  $x$ ; 2) центральний кут  $\theta$ . У загальному випадку вважається оболонка зібрана із шарів різної товщини на рис. 2.4. [117].

Введемо позначення для проєкцій переміщення точок серединної поверхні:  $u$  – переміщення за твірною;  $v$  – переміщення, яке напрямлене по дотичній до серединної поверхні оболонки;  $w$  – переміщення, яке напрямлене вздовж нормалі до поверхні.

Використання гіпотези Кірхгофа - Лява дозволяє виразити компоненти переміщення точок оболонки, що не лежать на координатній поверхні, через компоненти переміщення координатної поверхні таким чином:

$$\begin{aligned}
u_\alpha(\alpha, \beta, \gamma) &= u(\alpha, \beta) + \gamma \theta_\alpha, \\
u_\beta(\alpha, \beta, \gamma) &= v(\alpha, \beta) + \gamma \theta_\beta, \\
u_\gamma(\alpha, \beta, \gamma) &= w(\alpha, \beta),
\end{aligned}
\tag{2.2}$$

де  $u(\alpha, \beta), v(\alpha, \beta), w(\alpha, \beta)$  – переміщення координатної поверхні в напрямках  $\alpha, \beta, \gamma$ , відповідно, а  $\vartheta_\alpha$  і  $\vartheta_\beta$  – кути повороту координатної поверхні в площинах  $\alpha = const$  і  $\beta = const$ , відповідно, причому

$$\vartheta_\alpha = -\frac{1}{A} \frac{\partial w}{\partial \alpha} + \frac{u}{R_\alpha}, \quad \vartheta_\beta = -\frac{1}{B} \frac{\partial w}{\partial \beta} + \frac{v}{R_\alpha}.
\tag{2.3}$$

Приймаючи до уваги лінійний закон розподілу переміщень по товщині (2.2) запишемо аналітичні вирази деформацій, які показують залежність між повздовжніми силами, моментами та компонентами вектора переміщень точок серединної поверхні:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{w}{R_x}, \quad \text{де} \quad \chi_x = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \\
\varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{w}{R_y}, \quad \text{де} \quad \chi_y = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \\
\varepsilon_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \text{де} \quad \chi_{xy} = -\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}.
\end{aligned}
\tag{2.4}$$

Вирази (2.4) визначають рівняння Коші в теорії тонкостінних циліндричних оболонок, де  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_{xy}, \chi_x, \chi_y, \chi_{xy}$  – тангенціальні та згинні деформації.

Для перетворення тривимірної задачі до двовимірної, в теорії тонких оболонок, замість компонент тензора напружень вводяться інтегральні характеристики – нормальні зусилля та згинальні моменти:  $N_x, N_{xy}, N_{yx}, M_x, M_{xy}, M_{yx}$ .

Поверхневі сили, прикладені до обмежуючих на оболонку поверхонь, замінимо на статично еквівалентні їм сили; при цьому вважатимемо, що при переносі зовнішніх сил на координатну поверхню можна знехтувати додатковими моментами і з достатньою для

практичних розрахунків точністю прийняти, що координатна поверхня завантажена тільки розподіленими по ній силами. Згинальні моменти не відіграють значної ролі при розрахунках перерізів, оскільки вони присутні у обмежених зонах.

На основі введених механічних та геометричних параметрів виникає необхідність побудувати замкнену систему диференціальних рівнянь, яка буде описувати напружено-деформований стан тонкостінної циліндричної оболонки із змінною товщиною. Така система дозволить знайти шукані параметри напружено-деформованого стану при наперед відомому зовнішньому навантаженні  $q$ . Вектор поверхневих навантажень матиме вигляд

$$\bar{q} = \{q_x, q_y, q_z\}.$$

Опираючись на введення припущень В. В. Новожиловим, матимемо

$$S = N_{xy} - \frac{M_{yx}}{R_y} = N_{yx} - \frac{M_{xy}}{R_x}, \quad H = M_{xy} = M_{yx}.$$

Згідно принципу Лагранжа, сума робіт всіх діючих зовнішніх сил на можливих переміщеннях дорівнює роботі внутрішніх сил на варіаціях компонент деформації, таким чином утворюються диференціальні рівняння рівноваги елемента координатної поверхні, обмеженого дугами координатних ліній, під дією зовнішніх сил, внутрішніх зусиль і моментів. Рівняння рівноваги мають загальний вигляд

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y} &= 0, \quad \frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial S}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y} &= Q_x, \quad \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial x} = Q_y, \\ \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} - \frac{N_x}{R_x} - \frac{N_y}{R_y} + q_r &= 0. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Для того, щоб встановити зв'язок між внутрішніми зусиллями, моментами і компонентами деформації необхідно скористатися

співвідношеннями пружності. Варто відмітити тісний зв'язок загальноприйнятого закону Гука із співвідношеннями пружності в теорії оболонок. Прийнято вважати, що в кожній точці оболонки існує тільки одна площина пружної симетрії, яка паралельна координатній поверхні, і, разом з цим, виконується гіпотеза Кірхгофа - Лява. Оскільки у роботі досліджується одношарова ізотропна оболонка змінної товщини  $h(\alpha, \beta)$ , то для представлення механічних характеристик матимемо співвідношення

$$E_\varepsilon = E_\beta = E, \quad \nu_{\alpha\beta} = \nu_{\beta\alpha} = \nu, \quad G_{\alpha\beta} = \frac{E}{2(1+\nu)}.$$

Коефіцієнти жорсткості  $C_{mp}, K_{mp}, D_{mp}$  залежать від механічних параметрів та товщини, мають наступний вигляд

$$C_{11} = C_{22} = \frac{Eh}{1-\nu^2}, \quad C_{12} = \nu C_{11}, \quad C_{66} = Gh = \frac{Eh}{2(1+\nu)},$$

$$D_{11} = D_{22} = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}, \quad D_{12} = \nu D_{11}, \quad D_{66} = \frac{Eh^3}{24(1+\nu)},$$

$$C_{16} = C_{26} = D_{16} = D_{26} = K_{11} = K_{12} = K_{22} = \\ = K_{16} = K_{26} = K_{66} = 0,$$

де  $E$  – модуль Юнга, а  $\nu$  – коефіцієнт Пуассона, вказані фізичні величини дозволяють враховувати властивості пружності для ізотропного матеріалу. Враховуючи вищенаведені вирази коефіцієнтів жорсткості, співвідношення пружності записують наступним чином

$$N_x = C_{11}\varepsilon_x + C_{12}\varepsilon_y, \quad N_y = C_{12}\varepsilon_x + C_{22}\varepsilon_y, \quad S = C_{66}\varepsilon_{xy}, \\ M_x = D_{11}\chi_x + D_{12}\chi_y, \quad M_y = D_{12}\chi_x + D_{22}\chi_y, \quad H = 2D_{66}\chi_{xy}. \quad (2.6)$$

Сукупність виразів між деформаціями та переміщеннями (2.4), рівнянь рівноваги (2.5) та співвідношень пружності (2.6) являє собою замкнену систему диференціальних рівнянь, які описують напружено-деформований стан циліндричної оболонки [117].

Якщо навантаження в тонкостінних оболонкових конструкціях розподілене рівномірно, то закон розподілу напружень є відомим, і виникає

практично “безмоментний” стан, тобто напружений стан визначається головним чином нормальними зусиллями  $N_x$ ,  $N_y$  і зусиллями зсуву  $S$ . Тоді напруження від згинання будуть набагато менші ніж зусилля, які виникають у межах її товщини. У такому випадку, необхідно знайти невідомі напруження із рівняння рівноваги. Якщо має місце виникнення повного моменту напруженого стану, матимемо значно менші напруження у межах товщини оболонки ніж напруження від згинання.

Відмітимо, що при дослідженні структури оболонки, яка несиметрична відносно серединної поверхні, вибір її в якості координатної поверхні не приводить до спрощення співвідношень пружності. В цьому випадку при виборі координатної поверхні керуються іншими міркуваннями, наприклад, при розрахунку шаруватих оболонок обертання змінної товщини у якості координатної поверхні зручно вибрати внутрішню поверхню оболонки.

Для отримання достовірного розрахунку НДС будемо врахувати крайові умови, властивості оболонки, яка знаходиться під дією навантаження і здатна зберігати свої експлуатаційні якості, тобто вихідні дані.

### **2.3. Розробка структури спеціалізованої комп’ютерної системи для контролю якості технологічних процесів виробництва**

#### **2.3.1. Уточнення і деталізація структури спеціалізованої комп’ютерної системи для контролю якості технологічних процесів виробництва**

Необхідність побудови СКС можна пояснити тим, що вони входять до складу проблемно-орієнтованих КС, які мають багатогранні можливості відносно проектування вбудованих та розподілених сучасних комп’ютерних систем в межах реального часу. Очевидним є те, що передові сучасні багатофункціональні СКС повинні бути оснащені високорівневим програмно-апаратним комплексом [15].

Із зростанням автоматизації виробництва конструктивних елементів збільшується увага до перевірки якості та контролю технологічних характеристик саме у процесі виготовлення виробів. Це, в свою чергу, призвело до виникнення необхідності розробки СКС, яка у своїй структурі матиме функціонал, який дозволить на ранніх етапах виявити виробничий брак. Пропонується до розгляду СКС загальна структура якої зображена на рис 2.5. У розробленій структурі представлена система контролю якості виробництва, яка дає можливість вчасно здійснити перевірку виробу на відповідність стандартам якості та на допустимість відхилення від норм технічної документації, що дасть змогу прийняти правильне рішення стосовно продовження або зняття із виробництва даного виробу. Крім цього, наявність підсистеми керування виробничими процесами дозволяє забезпечувати неперервний контроль та управління керуючим пристроєм.

Не менш важливим, у структурі СКС є система контролю навколишнього середовища, яка отримавши інформацію із вимірювань перетворює дані для подальшого аналізу та передачі.

Відмітимо, що науковою новизною є те, що у структурі СКС міститься блок спеціалізованого програмного забезпечення, який на основі розрахункового методу підвищеної точності дає можливість отримати результати максимально наближені до точних за рахунок дискретного подання апроксимації. Для цього було запропоновано побудувати комбінований ітераційний метод на основі кінцево-різницевих апроксимацій похідних із використанням сплайн-функцій, оскільки це дасть змогу організувати розрахункову процедуру на високому рівні, тобто провести обчислення з підвищеною точністю.

Вказаний підхід, а саме використання сплайнів у ітераційній процедурі застосовується вперше. Таким чином, ієрархічна структура СКС дозволяє включати в себе всі необхідні характеристики та потужності для вирішення поставленої задачі.

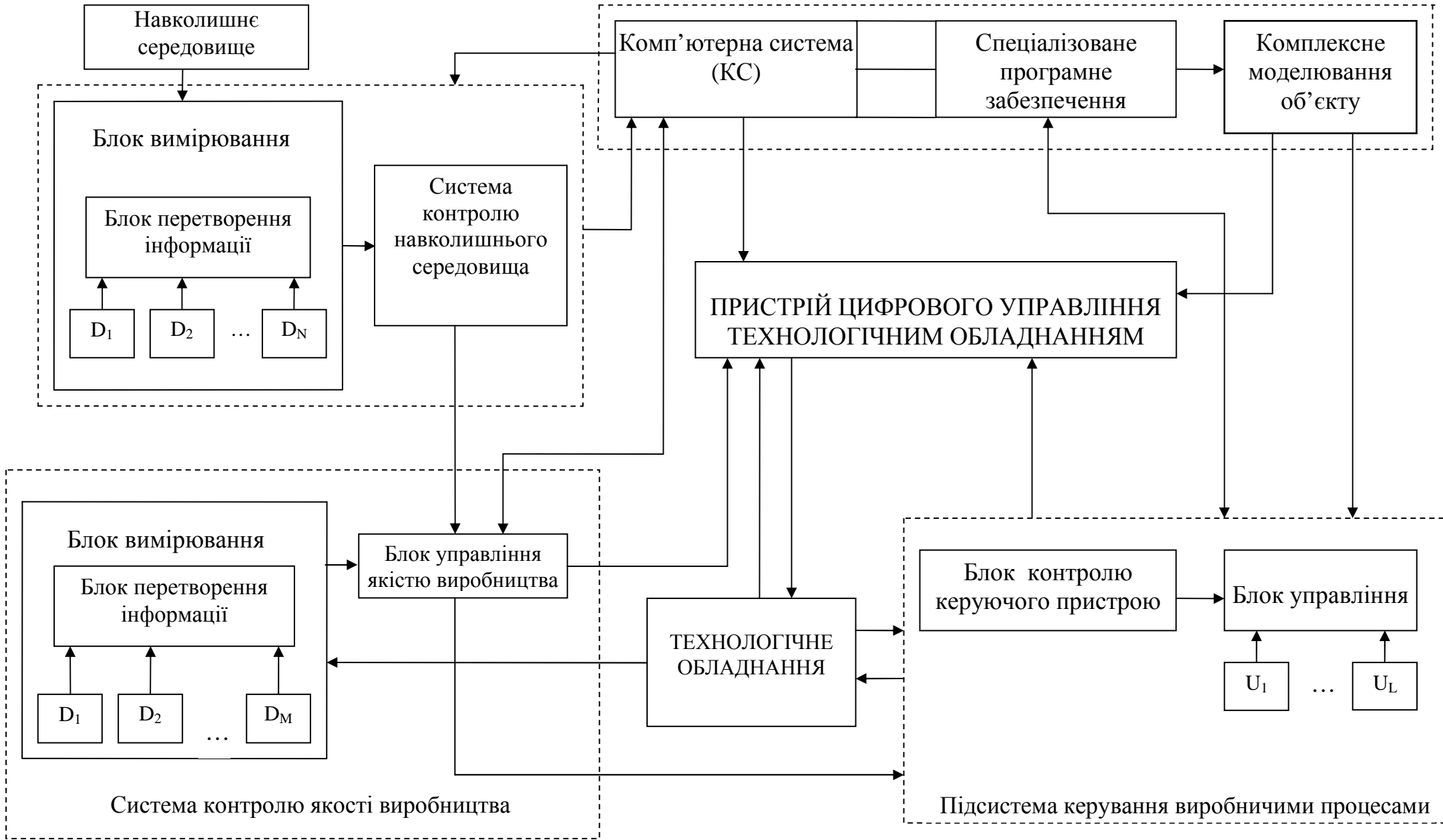


Рис. 2.5. Узагальнена схема спеціалізованої комп'ютерної системи



Дана система видає правильне рішення при умові, що дотримані всі необхідні норми при організації виробництва, тобто виключаються такі фактори як: деформація та неякісна сировина вихідного матеріалу, неполадки у роботі приладів, невірна технічна документація, недостатня кваліфікація робітників та інші чинники, які можуть негативно вплинути на роботу блоку контролю СКС.

Описаний підхід до організації виробництва конструктивних елементів має значні переваги та вагомий здобуток практичного значення у порівнянні із тими автоматизованими системами, де перевірку якості та відповідності вимогам здійснюють на останніх етапах виробництва. Тому що, виробничий брак – це надлишкові витрати сировини, обладнання та інших різнопланових ресурсів, які призводять до зменшення планового виробництва та збільшення собівартості продукції.

Важливим етапом при проектуванні структури СКС, яка зосереджена на контролі якості технологічних процесів виробництва – є оцінка надійності кінцевого результату виробництва. При проведенні оцінки надійності, будуть братися до уваги початкові характеристики для моделюючої системи оболонки, а також здійснювати аналіз роботи розрахункової схеми (1.1) та її складових компонент, оскільки вони мають безпосередній вплив на результативність роботи системи.

При незадовільному результаті оцінки надійності системи, необхідно скомпонувати множину розрахункових погрешностей її елементів та сформувану логічну схему взаємозв'язків між ними. Такого роду множина, дає потрібну характеристику для проведення подальшого дослідження та числового визначення параметрів логічної схеми.

Відмітимо, що якісна характеристика надійності вихідної комп'ютерної системи, можлива за умови успішної працездатності компонентів логічної схеми. Числові значення необхідних параметрів та коефіцієнтів логічної схеми представляються завдяки апаратній частині СКС, а саме блоку вимірювальної системи контролю за станом досліджуваного об'єкта.

Зауважимо, що використання процесорів, які мають універсальну архітектуру дає можливість створювати власний спеціалізований функціональний процесор, за рахунок запису необхідних алгоритмів у пам'ять програм СКС. Такого типу процесори можна перепрограмувати за рахунок зміни заданих функцій у пам'яті програм. Що стосується створення трансляторів, то програмний комплекс СКС доцільно розробляти на мовах програмування високого рівня, щоб забезпечити доступність для користувачів. Для цього передбачено використання та доповнення добре відомих, перевірених програмних засобів [15, 26].

Незважаючи на вказані переваги універсальних процесорів стандартного типу, при практичному використанні це є не завжди доречним. Оскільки при врахуванні синхронізації та всіх необхідних засобів для реалізації власноруч створених функцій разом із розширенням пам'яті, ми матимемо досить велику трудомісткість програмного комплексу. Перш за все, з чим може мати справу розробник, це незадовільний результат при перевірці продуктивності СКС, а для позитивного вирішення потрібно створювати багатопроцесорні СКС, що є досить матеріально затратним при купівлі допоміжних засобів, для використання багатопроцесорної системи. Таким чином, виникає необхідність до використання апаратно-орієнтованих процесорів, робочий функціонал, яких, полягає у реалізації алгоритмів апаратним способом.

Виходячи з цього, можна стверджувати, що беззаперечними перевагами використання СКС у порівнянні із традиційними КС є, те що вони слугують засобом для випробування в тестовому режимі новітніх методів для роботи з інформаційними даними, в основу яких закладені математичні розрахункові схеми. Відомі підходи, такі як: розпаралелювання, вирішення задач у просторовій постановці перед тим як використовуватися в КС були детально перевірені в СКС. Також до переваг можна віднести здатність оптимізаційних методів досліджувати СКС та виявляти недоліки і

відслідковувати зв'язки між параметрами вихідної задачі, з метою проведення оцінки ефективності роботи СКС в тому чи іншому напрямі.

### **2.3.2. Математична формалізація структури спеціалізованої комп'ютерної системи контролю якості технологічних процесів виробництва.**

Під час організації роботи сучасного виробництва тонкостінних циліндричних оболонок, простежується тенденція використання, спеціалізованих комп'ютерних систем (СКС), як, центрального апарату виробничого процесу. У зв'язку з цим, виникає необхідність розробити математичну формалізацію для структури спеціалізованої комп'ютерної системи.

Знаковою характеристикою для представлення загальної моделі СКС слугує її структура, яка містить множину всіх її функціональних елементів та взаємозв'язки між ними. Зв'язки можуть виражатися різноплановими потоками матеріального та нематеріального характеру.

Розробка та проектування СКС контролю якості технологічних процесів має певний набір, описаний вище, поставлених задач та цілей. Для перевірки того настільки вдається реалізувати цілі під час її роботи, необхідно визначити значення коефіцієнта міри ефективності.

Для проведення оцінки функціональних ресурсів системи використовують загальновідомий термін – «емерджентність» системи, який дозволяє співставити кількість зв'язків системи ( $N_z$ ) до кількості елементів системи ( $N_e$ ), вважається, що система емерджентна, якщо виконується нерівність [18]:

$$K_e = \frac{N_z}{N_e} \geq 2.$$

Тобто, загальну структуру СКС не можна представити як незалежний набір елементів, а локальні результати дослідження кожної підсистеми не

можна поширити на всю систему вцілому.

Використання СКС дозволяє реалізовувати, з великою точністю до вихідних умов, багатофункціональні великомасштабні моделі тонкостінних циліндричних оболонок. Це можна пояснити тим, що відбувається постійний контроль за відхиленнями об'єкта дослідження від закладених необхідних норм в структуру СКС та досить оперативно відбувається реагування на передаварійні стани.

Застосування моделей тривимірної теорії пружності та використання рівнянь, отриманих зведенням тримірних моделей теорії пружності до двовірних висвітлено у роботах [122-124]. Разом з цим, потребує додаткового дослідження питання зниження порядку для комплексної математичної моделі системи диференціальних рівнянь в частинних похідних. Це пов'язано з тим, що з'являються математичні та обчислювальні труднощі при виконанні граничних умов з достатньою точністю, які неможливо вирішити використовуючи існуючі наближені методи розрахунку.

Описані проблеми призвели до необхідності використання у структурі СКС (рис. 2.5) спеціалізованого програмного забезпечення, яке ґрунтується на чисельно-аналітичному підході при обчисленні параметрів напружено-деформованого стану тонкостінних циліндричних оболонок.

Важливим етапом проектування структури СКС є визначення та встановлення границь системи навколишнього середовища, які впливають на роботу системи вцілому. Визначення границь для СКС безпосередньо залежить від поставлених для неї цілей та критеріїв ефективності.

Перейдемо до деталізації та математичного представлення структурних елементів СКС. Система контролю навколишнього середовища (СКНС) об'єднує в собі всі необхідні технічні засоби для забезпечення оптимального процесу вимірювання та контролю управління цим процесом, з метою отримати достовірну інформацію. Таким чином, основним призначенням даної системи є успішна організація процесу вимірювання та передача

отриманої інформації всім суміжним системам. До основних функцій СКНС можна віднести наступні: отримання даних вимірювання; перетворення та передача даних комп'ютерній системі; збереження в пам'яті даних вимірювання; організація зв'язків для керування процесом вимірювання.

Структура СКНС являє собою множину взаємозалежних функціональних блоків, які дозволяють забезпечити злагоджену роботу всієї системи в цілому, за рахунок вдало розподілених інформаційних та управлінських функцій.

Блок вимірювання складається із набору датчиків  $D_1, D_2, \dots, D_N$ , які подають певний набір інформації  $i_1, i_2, \dots, i_n$ , тобто процес вимірювання задається наступними співвідношеннями (2.7):

$$\begin{aligned}
 D_1 &\rightarrow i_1 \\
 D_2 &\rightarrow i_2 \\
 &\dots\dots\dots \\
 &\dots\dots\dots \\
 &\dots\dots\dots \\
 D_N &\rightarrow i_n.
 \end{aligned}
 \tag{2.7}$$

Виходячи з цього блок перетворення інформації можна представити, як функціональну залежність  $F_1(i_1), F_2(i_2), \dots, F_n(i_n)$ .

Для встановлення взаємозв'язків системи контролю навколишнього середовища  $G_K$ , у загальному вигляді, необхідно задати функцію  $G_K = f(G_B)$ , де  $G_B(F_{n1}(i_1), F_{n2}(i_2), \dots, F_{nn}(i_n))$  – являє собою функцію роботи блоку вимірювання інформації.

Блок вимірювання та блок перетворення інформації дозволяють отримати кількісні характеристики про необхідний параметр об'єкта, шляхом безпосереднього вимірювання та обробки даних у необхідному вигляді для передачі кількісної характеристики про стан досліджуваного об'єкта.

До вимірювальних параметрів навколишнього середовища відносяться: тиск; температура; сила вітру; вібрації та коливання; вологість повітря; рівень шуму; потужність дози випромінювань. Варто відмітити, що процес вимірювання параметрів навколишнього середовища може бути проведений поруч із об'єктом дослідження або дистанційно.

Система контролю якості виробництва об'єднує в собі блоки, які дозволяють: 1) регулювати стійкість матеріалу стосовно зовнішніх впливів та передавати дані на наступний етап виробництва; 2) здійснювати обробку інформації, яка отримана від пристрою цифрового програмного управління; 3) виконувати виміри необхідних параметрів та забезпечувати постійний обмін інформацією із пристроєм цифрового програмного управління.

Крім цього, блок управління зовнішнім впливом дозволяє контролювати стійкість виробничого процесу по відношенню до зовнішніх збурень. Для цього проводиться оцінка отриманих даних стосовно міри відхилення від дійсного значення, тобто встановлюється похибка вимірювання.

При виявленні порушень стійкості системи необхідно звернути увагу на наявність незапланованих зовнішніх впливів у одноіменному блоці управління та на перерозподіл інформаційних зв'язків у загальній структурі системи. Такого роду зміни у роботі системи, як правило, можуть виникнути при зміні параметрів системи.

Блок вимірювання укомплектований необхідною кількістю датчиків  $D_1, D_2, \dots, D_M$ , які подають інформаційні сигнали  $j_1, j_2, \dots, j_m$ , що містять числові характеристики про досліджуваний параметр (2.8):

$$\begin{aligned}
 D_1 &\rightarrow j_1 \\
 D_2 &\rightarrow j_2 \\
 &\dots\dots\dots \\
 &\dots\dots\dots \\
 &\dots\dots\dots \\
 D_M &\rightarrow j_m.
 \end{aligned}
 \tag{2.8}$$

Таким чином, процес вимірювання (2.8) породжує функціональне співвідношення для опису роботи блоку перетворення інформації –  $Q_1(j_1), Q_2(j_2), \dots, Q_M(j_m)$ .

Для узагальненої побудови функції контролю якості виробництва  $S_K$ , необхідно розглянути функцію  $S_K = f(S_B)$ , де  $S_B(Q_{m1}(j_1), Q_{m2}(j_2), \dots, Q_{mm}(j_m))$  – описує існуючі взаємозв'язки для блоку вимірювання інформації.

Сам процес вимірювання полягає у отриманні числової оцінки про об'єкт в загальноприйнятих одиницях вимірювання та співставлення із загальноприйнятим стандартом, з метою встановлення їхньої еквівалентності або ступеня відхилення.

У процесі вимірювання та обробки інформації важливу роль відіграють характеристичні властивості датчиків вимірювання, а саме: 1) точність – різниця між стандартним та отриманим значенням; 2) рівень чутливості для отриманих сигналів, стосовно зміни значення параметра; 3) роздільна здатність для рівномірності шкали; 4) дрейф нуля для врегулювання вимірювального сигналу; 5) швидкість реакції на вхідний сигнал, за встановлений проміжок часу під час моменту згладжування та зміни величини параметра; 6) достовірність надання вимірювальної інформації.

Підсистема керування виробничими процесами складається із функціонально залежних блоків, які в режимі реального часу забезпечують контроль та організацію неперервної роботи ключового пристрою цифрового програмного управління.

Безпосереднє надходження інформації відбувається завдяки використанню необхідної кількості управляючих пристроїв –  $U_1, U_2, \dots, U_L$ , кожен з яких охоплює обумовлений спектр властивостей досліджуваного об'єкта –  $t_1, t_2, \dots, t_l$ .

Відмітимо, що блок контролю керуючого пристрою забезпечує обробку інформації, яка надходить із системи контролю якості виробництва  $S_K$  та

представляє її у необхідному вигляді для передачі даних блоку управління –  $Y_1(t_1), Y_2(t_2), \dots, Y_l(t_l)$ .

Підсистема керування виробничими процесами  $P_K$ , у загальному випадку, задається функцією  $P_K = f(P_Y)$ , де  $P_Y(Y_{l1}(t_1), Y_{l2}(t_2), \dots, Y_{ll}(t_l))$  – являє собою функцію роботи блоку управління, яка включає в себе набір управляючих пристроїв для збору та передачі інформації на головний пристрій цифрового програмного управління.

Таким чином, враховуючи математичну формалізацію структурних компонентів спеціалізованої комп'ютерної системи представимо комплексну модель об'єкту

$$B_M = f(\Delta t, Y_i), i = \overline{1;19};$$

$$Y_i = \{U, V, W, W', \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_{12}, \chi_1, \chi_2, \chi_{12}, N_1, N_2, S, Q_1, Q_2, M_1, M_2, H, H'\}$$

де  $\Delta t = t_k - t_n$ .

$\Delta t$  – максимально допустимий час зміни сигналів управління технологічним обладнанням;

$\Delta t'$  – розрахунковий час зміни сигналів управління технологічним обладнанням із врахуванням часових обмежень вихідної моделі;

$\Delta t' \geq \Delta t$  – відсутній контроль за управлінням якістю технологічного процесу в режимі реального часу;

$\Delta t' < \Delta t$  – відбувається контроль за управлінням якістю технологічного процесу в режимі реального часу;

$\Delta t = t_{\min} - t_{\max}^*$ , де розглядаються такі параметри, як:

$t_{\min}$  – мінімальний час управління контролем якості параметрів моделі;

$t_{\max}^*, t_{\min}^*$  – максимальний та мінімальний час розрахунку контролю

якості параметрів моделі. Управління в режимі реального часу можливе, при умові, що  $t_{\min} - t_{\max}^* > 0$ .

Стрімкий промисловий розвиток разом із автоматизованим вдосконаленням технічних можливостей виробництв конструктивних



елементів збільшує попит на виготовлення тонкостінних елементів. Це можна пояснити тим, що тонкостінні вироби мають вагомні переваги при виробництві та експлуатації, оскільки вони зменшують витрати матеріалів та дозволяють домогтися зменшення ваги конструкції вцілому.

Виходячи з цього, виникає необхідність до розробки нового варіанту побудови теорії розрахунку тонкостінних циліндричних оболонок. До основних вимог нового підходу можна віднести наступні: детальний аналіз поставленої задачі; врахування крайових умов та властивостей системи, що знаходиться під дією навантаження; здатність системи зберігати початкові дані.

### **Висновки до другого розділу**

Побудовано узагальнену схему спеціалізованої комп'ютерної системи та деталізовано зв'язки між її структурними компонентами, у вигляді комплексної математичної моделі. Це дасть змогу здійснювати контроль якості виробництва оболоноквих конструкцій змінної товщини в режимі реального часу.

1. На основі аналізу основних функцій автоматизованих комп'ютерних систем, встановлено загальний вигляд спеціалізованої комп'ютерної системи, яка дозволить здійснювати контроль за технологічними процесами виробництва тонкостінних циліндричних оболонок змінної товщини.

2. У процесі формування математичного апарату для спеціалізованої комп'ютерної системи були виокремлені необхідні геометричні характеристики та співвідношення теорії пружності для подальшого дослідження при розробці нового підходу для розрахунку параметрів напружено-деформованого стану тонкостінних циліндричних оболонок в режимі реального часу.

3. Розроблено структуру спеціалізованої комп'ютерної системи та побудовано комплексну модель, за рахунок математичного представлення структурних елементів системи контролю якості технологічних процесів виробництва.

**РОЗДІЛ 3**  
**АВТОМАТИЗОВАНИЙ МЕТОД КОНТРОЛЮ ЯКОСТІ**  
**ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ВИРОБНИЦТВА ТОНКОСТІННИХ**  
**ОБОЛОНОК ДЛЯ ПОБУДОВИ СПЕЦІАЛІЗОВАНОЇ**  
**КОМП'ЮТЕРНОЇ СИСТЕМИ**

**3.1. Прогнозування фізико-технічних характеристик тонкостінних циліндричних оболонок для оцінки якості виробництва.**

Вивчаючи існуючі методи дослідження теорії оболонок неможливо не помітити тісний зв'язок між побудовою математичної моделі для певного класу задач та розробкою методу розв'язання задач, які можна описати даною моделлю. Математичне моделювання задач оболонкових конструкцій та вдало підібраний обчислювальний метод з його успішною реалізацією відкриває можливість проведення чисельних експериментів для розробки нових технічних рішень [56, 125].

В основу комплексної математичної моделі системи диференціальних рівнянь напружено-деформованого стану тонкостінних оболонок змінної товщини покладені загальноприйняті припущення представлені в роботах Х. М. Муштарі, Л. Г. Донелла, В. З. Власова, С. О. Амбарцумяна [37, 60, 74].

Пропонується дослідити наступну систему рівнянь (табл. 3.1), яка описує напружено-деформований стан ізотропної циліндричної оболонки, що знаходиться під дією несиметрично розподіленого поверхневого та контурного силового навантаження  $q_z$  при умові, що  $q_x = q_y = 0$ . Розглядається круговий поперечний переріз серединної поверхні із радіусом  $R$ , а товщина оболонки варіюється у окружному та меридіональному напрямках.

**Математичне моделювання НДС тонкостінної циліндричної оболонки змінної товщини**

1	$\frac{\partial U(x, y)}{\partial x} = -\frac{W(x, y)}{R_1} + \varepsilon_1(x, y)$
2	$\frac{\partial V(x, y)}{\partial x} = -\frac{\partial U(x, y)}{\partial y} + \varepsilon_{12}(x, y)$
3	$\frac{\partial W(x, y)}{\partial x} = W'(x, y)$
4	$\frac{\partial W'(x, y)}{\partial x} = -\chi_1(x, y)$
5	$\frac{\partial N_1(x, y)}{\partial x} = -\frac{\partial S(x, y)}{\partial y}$
6	$\frac{\partial S(x, y)}{\partial x} = -\frac{\partial N_2(x, y)}{\partial y}$
7	$\frac{\partial M_1(x, y)}{\partial x} = -\frac{\partial H(x, y)}{\partial y} + Q_1(x, y)$
8	$\frac{\partial H(x, y)}{\partial x} = H'(x, y)$
9	$\frac{\partial Q_1(x, y)}{\partial x} = -\frac{\partial Q_2(x, y)}{\partial y} + \frac{N_2(x, y)}{R_2} - q_z$
10	$H'(x, y) = 2\frac{\partial D_{66}(x, y)}{\partial x} \chi_{12}(x, y) + 2D_{66}(x, y) \frac{\partial \chi_1(x, y)}{\partial y}$
11	$N_2(x, y) = C_{12}\varepsilon_1(x, y) + C_{22}\varepsilon_2(x, y)$
12	$M_2(x, y) = D_{12}\chi_1(x, y) + D_{22}\chi_2(x, y)$
13	$Q_2(x, y) = H'(x, y) + \frac{\partial M_2(x, y)}{\partial y}$
14	$\varepsilon_1(x, y) = \frac{1}{C_{11}}(N_1(x, y) - C_{12}\varepsilon_2(x, y))$
15	$\varepsilon_2(x, y) = \frac{\partial V(x, y)}{\partial y} + \frac{W(x, y)}{R_2}$
16	$\varepsilon_{12}(x, y) = \frac{S(x, y)}{C_{66}}$

17	$\chi_1(x, y) = \frac{1}{D_{11}}(M_1(x, y) - D_{11}\chi_2(x, y))$
18	$\chi_2(x, y) = -\frac{\partial^2 W(x, y)}{\partial y^2}$
19	$\chi_{12}(x, y) = -\frac{\partial W'(x, y)}{\partial y}$

Обґрунтування необхідності використання основних співвідношень теорії пружності представлено в другому розділі даного дисертаційного дослідження.

Науковий інтерес викликає відшукування параметрів для проєкцій переміщення точок серединної поверхні, а саме:  $u$  – переміщення за твірною;  $v$  – переміщення, яке напрямлене по дотичній до серединної поверхні оболонки;  $w$  – переміщення, яке напрямлене вздовж нормалі до поверхні.

Припускається, що один торець оболонки жорстко закріплений для  $x = 0$ , а інший шарнірно  $x = L$ . Відмітимо, що закріплення оболонки на краях забезпечує її вільне переміщення у напрямку, перпендикулярному до її серединної поверхні.

Виходячи з цього, граничні умови для системи рівнянь (3.1) представляються у вигляді (3.2):

$$x = 0, u = v = w = 0, w' = \frac{\partial w}{\partial x} = 0; \quad (3.2)$$

$$x = L, u = v = w = 0, w'' = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0.$$

Відмітимо, що формулювання крайових умов та навантаження на оболонку ґрунтується на гіпотезі Кірхгофа-Лява. Геометричну інтерпретацію співвідношень параметрів рівнянь Коші для тонкостінних циліндричних оболонок представлено на Рис. 3.1 [51, 110].

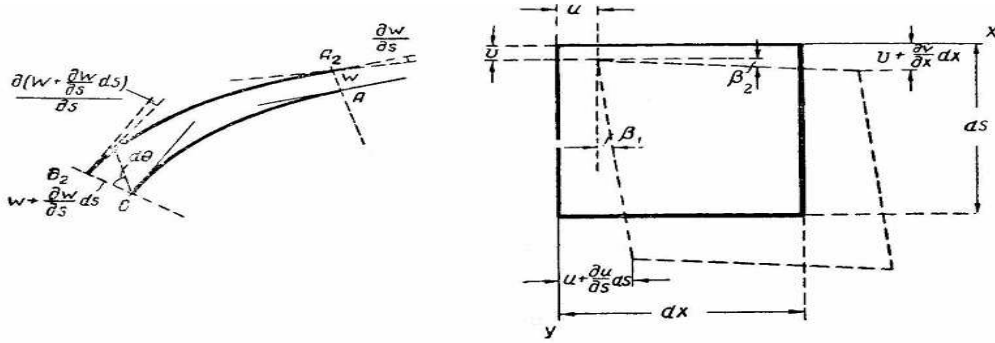


Рис. 3.1. Геометрична ілюстрація співвідношень параметрів рівняння Коші для тонкостінних оболонок

Розв'язання, в замкнутій формі, великомасштабних рівнянь теорії оболонок є не завжди можливим через досить непросту структуру диференціальних рівнянь, тому прийнято використовувати дещо спрощені математичні методи та наближені методи розрахунку [54, 90, 103-104]. Оскільки, залежно від вибору методу дослідження, задачу механіки можна звести до розв'язання СЛАР, що значно спрощує процедуру отримання розв'язків [125-126]. Для цього запишемо вихідну систему (3.1) в загальному матричному вигляді, ввівши при цьому позначення для невідомих параметрів

$$\bar{Y} = \{U, V, W, W', \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_{12}, \chi_1, \chi_2, \chi_{12}, N_1, N_2, S, Q_1, Q_2, M_1, M_2, H, H'\}$$

$$U = \bar{Y}_{01}; V = \bar{Y}_{02}; W = \bar{Y}_{03}; W' = \bar{Y}_{04};$$

$$\varepsilon_1 = \bar{Y}_{05}; \varepsilon_2 = \bar{Y}_{06}; \varepsilon_{12} = \bar{Y}_{07};$$

$$\chi_1 = \bar{Y}_{08}; \chi_2 = \bar{Y}_{09}; \chi_{12} = \bar{Y}_{10};$$

$$N_1 = \bar{Y}_{11}; N_2 = \bar{Y}_{12}; S = \bar{Y}_{13};$$

$$Q_1 = \bar{Y}_{14}; Q_2 = \bar{Y}_{15};$$

$$M_1 = \bar{Y}_{16}; M_2 = \bar{Y}_{17};$$

$$H = \bar{Y}_{18}; H' = \bar{Y}_{19}.$$

Частинні похідні по координаті  $y$  замінимо наступними співвідношеннями:

$$\frac{\partial(Y(x, y))}{\partial y} = \Lambda(Y_n).$$

$$D_{66} = \frac{Eh^3}{24(1+\nu)}, D'_{66} = \frac{Eh^2 h'(x)}{8(1+\nu)},$$

$$D'_{66} = \frac{Eh^2 b_0}{8(1+\nu)}, h(x) = a_0 + b_0 x, h'(x) = b_0.$$

Для зручності міркувань отриману систему зобразимо у вигляді таблиці (3.2)

Таблиця 3.2

1	$\frac{\partial U(x, y)}{\partial x} = -\frac{W(x, y)}{R_1} + \varepsilon_1(x, y)$	1	$\frac{d(\bar{Y}_{01})}{dx} = -\frac{\bar{Y}_{03}}{R_1} + \bar{Y}_{05}$
2	$\frac{\partial V(x, y)}{\partial x} = -\frac{\partial U(x, y)}{\partial y} + \varepsilon_{12}(x, y)$	2	$\frac{d(\bar{Y}_{02})}{dx} = -\Lambda(\bar{Y}_{01}) + \bar{Y}_{07}$
3	$\frac{\partial W(x, y)}{\partial x} = W'(x, y)$	3	$\frac{d(\bar{Y}_{03})}{dx} = \bar{Y}_{04}$
4	$\frac{\partial W'(x, y)}{\partial x} = -\chi_1(x, y)$	4	$\frac{d(\bar{Y}_{04})}{dx} = -\bar{Y}_{08}$
5	$\frac{\partial N_1(x, y)}{\partial x} = -\frac{\partial S(x, y)}{\partial y}$	5	$\frac{d(\bar{Y}_{11})}{dx} = -\Lambda(\bar{Y}_{13})$
6	$\frac{\partial S(x, y)}{\partial x} = -\frac{\partial N_2(x, y)}{\partial y}$	6	$\frac{d(\bar{Y}_{13})}{dx} = -\Lambda(\bar{Y}_{12})$
7	$\frac{\partial M_1(x, y)}{\partial x} = -\frac{\partial H(x, y)}{\partial y} + Q_1(x, y)$	7	$\frac{d(\bar{Y}_{16})}{dx} = -\Lambda(\bar{Y}_{18}) + \bar{Y}_{14}$
8	$\frac{\partial H(x, y)}{\partial x} = H'(x, y)$	8	$\frac{d(\bar{Y}_{18})}{dx} = \bar{Y}_{19}$
9	$\frac{\partial Q_1(x, y)}{\partial x} = -\frac{\partial Q_2(x, y)}{\partial y} + \frac{N_2(x, y)}{R_2} - q_z$	9	$\frac{d(\bar{Y}_{14})}{dx} = -\Lambda(\bar{Y}_{15}) + \frac{\bar{Y}_{12}}{R_2} - q_z$
10	$H'(x, y) = 2\frac{\partial D_{66}(x, y)}{\partial x}\chi_{12}(x, y) +$ $+2D_{66}(x, y)\frac{\partial \chi_1(x, y)}{\partial y}$	10	$\bar{Y}_{19} = \frac{Eh^2 b_0}{4(1+\nu)} + 2D_{66}\Lambda(\bar{Y}_{08})$
11	$N_2(x, y) = C_{12}\varepsilon_1(x, y) + C_{22}\varepsilon_2(x, y)$	11	$\bar{Y}_{12} = C_{12}\bar{Y}_{05} + C_{22}\bar{Y}_{06}$
12	$M_2(x, y) = D_{12}\chi_1(x, y) + D_{22}\chi_2(x, y)$	12	$\bar{Y}_{17} = D_{12}\bar{Y}_{08} + D_{22}\bar{Y}_{09}$
13	$Q_2(x, y) = H'(x, y) + \frac{\partial M_2(x, y)}{\partial y}$	13	$\bar{Y}_{15} = \bar{Y}_{19} + \Lambda(\bar{Y}_{17})$
14	$\varepsilon_1(x, y) = \frac{1}{C_{11}}(N_1(x, y) - C_{12}\varepsilon_2(x, y))$	14	$\bar{Y}_{05} = \frac{1}{C_{11}}(\bar{Y}_{11} - C_{12}\bar{Y}_{06})$

## Продовження таблиці 3.2

15	$\varepsilon_2(x, y) = \frac{\partial V(x, y)}{\partial y} + \frac{W(x, y)}{R_2}$	15	$\bar{Y}_{06} = \Lambda(\bar{Y}_{02}) + \frac{\bar{Y}_{03}}{R_2}$
16	$\varepsilon_{12}(x, y) = \frac{S(x, y)}{C_{66}}$	16	$\bar{Y}_{07} = \frac{\bar{Y}_{13}}{C_{66}}$
17	$\chi_1(x, y) = \frac{1}{D_{11}}(M_1(x, y) - D_{11}\chi_2(x, y))$	17	$\bar{Y}_{08} = \frac{1}{D_{11}}(\bar{Y}_{16} - D_{11}\bar{Y}_{09})$
18	$\chi_2(x, y) = -\frac{\partial^2 W(x, y)}{\partial y^2}$	18	$\bar{Y}_{09} = -\Lambda\Lambda(\bar{Y}_{03})$
19	$\chi_{12}(x, y) = -\frac{\partial W'(x, y)}{\partial y}$	19	$\bar{Y}_{10} = -\Lambda(\bar{Y}_{04})$

Таким чином, крайову задачу (3.2) можна записати в загальному вигляді

$$\frac{d\vec{Y}}{dx} = A(x) \cdot \vec{Y} + \vec{f}(x), \quad (3.3)$$

$$0 \leq x \leq L, \quad \vec{Y}(0) = \vec{Y}_0, \quad \vec{Y}(L) = \vec{Y}_L.$$

Для забезпечення нормальної роботи конструкція повинна задовольняти необхідні умови міцності, жорсткості, стійкості, оскільки вони відіграють найважливішу роль у процесі створення новітніх конструкцій.

Досить часто, при розв'язанні практичних задач, науковець стикається із проблемою переходу від тривимірних задач теорії пружності до двовимірних. Відомі, на даний час, методи побудови двовимірних теорій, можна класифікувати наступним чином: методи прийняття різних гіпотез та методи з регулярним процесом наближення до розв'язків тривимірної задачі теорії пружності.

Кожна теорія має свої характерні особливості, це можна пояснити тим, що використовуються різні гіпотези стосовно деформування оболонок та зміну метрики оболонки по товщині, а це в свою чергу ставить під сумнів достовірність результатів визначення НДС оболонок, оскільки призводить до суттєвих похибок у розрахунках.

Якщо елементи конструкції виконані у вигляді циліндричних оболонок, то умови використання цих елементів, та відповідно, їх розрахунків тісно пов'язані з урахуванням довільного поперечного перерізу. Зміна товщини та форми поперечного перерізу оболонок описується системою диференціальних рівнянь в частинних похідних зі змінними коефіцієнтами.

У тонкостінній конструкції, в більшості випадків, присутні зусилля одного знаку, що на практиці дозволяє раціонально розподілити той чи інший матеріал. Крім цього, виникає необхідність до побудови загальних підходів для розрахунку тонкостінних оболонкових конструкцій, які б створили умови для широкого спектру застосування.

Враховуючи всі описані характеристики та характер навантаження досліджуваної оболонки перейдемо до розробки теорії розрахунку побудованої математичної моделі. Будемо виходити з того, що описувати постановку задачі з великими масивами вхідних даних достатньо складно, оскільки виникають труднощі під час визначення єдиного ефективного способу до розрахунку заданої системи рівнянь, виникає необхідність, з метою покращення результатів, до використання комбінованих методів для отримання результатів з високою точністю.

Для успішної практичної реалізації даної СКС необхідно вдосконалити існуюче математичне та програмне забезпечення для моделювання та розрахунку тонкостінних оболонок.

### **3.2. Підвищення точності прогнозування фізико-технічних характеристик тонкостінних циліндричних оболонок на основі застосування комбінованого чисельно-аналітичного методу розрахунку параметрів**

Велика кількість задач фізики, техніки зводиться до лінійних та нелінійних диференціальних рівнянь у частинних похідних (рівнянь математичної фізики), розв'язок яких потребує використання СКС [17, 19,



76]. Визначення точності розв'язку задачі на СКС залежить від обмежень точності внутрішнього подання чисел, існування «машинних» епсилон та нескінченності. Оскільки будь-який стійкий алгоритм в теоретичному розумінні, не завжди буде стійким на практиці через нагромадження похибок округлення.

Виходячи з цього, оцінка точності розв'язку крайової задачі залежить від вибору щільності досліджуваної області дискретизації: з однієї сторони – чим дрібніша дискретизація тим точніша процедура, а з іншої сторони, тим більше вимог до ресурсів СКС. Таким чином, залишається актуальним питання побудови розв'язку задач механіки деформівного тіла високого порядку точності.

Прикладом універсального і надзвичайно ефективного методу розв'язку задач математичної фізики є метод скінченних різниць або метод сіток [127-128]. Його перевага полягає в тому, що він дозволяє зводити наближений розв'язок рівнянь у частинних похідних до розв'язку систем алгебраїчних рівнянь.

Значна частина крайових задач на практиці є нелінійними, це пов'язано із нелінійністю граничних умов або самих диференціальних рівнянь. Використання кінцево-різницевої апроксимації дозволяє усунути нелінійність, натомість з'являється система лінійних рівнянь, яка незавжди розв'язна відомими методами, а лінеаризація значно збільшує час обчислень [129].

Основними показниками для дослідження якості побудованих різницевих схем є їх стійкість та збіжність. Розроблений критерій еквівалентності (Дж. Нейман, Р. Ріхтмаєр): якщо лінійна однорідна диференціальна задача коректна і різницева схема апроксимує дану задачу, то стійкість різницевої схеми є необхідною та достатньою умовою збіжності розв'язку різницевої задачі до розв'язку вихідної задачі.

Значною перевагою використання методу скінченних різниць (MCP) є детально розроблена теоретична база, яка дозволяє значно економити

оперативну пам'ять ЕОМ, за рахунок, однотипного діагонального заповнення матриці. Такі характерні особливості матриці пов'язані із обраним відомим шаблоном, геометричним представлення тіла та встановленими граничними умовами. Якщо говорити про недоліки МСР, то це відсутність єдиного апарату для опису граничних умов, а також складність шаблонів при нерегулярних сітках, які призводять до труднощів побудови системи рівнянь.

Метод скінченних різниць для диференціальних рівнянь, які описують фізичний процес, що відбувається, записуються для кожного вузла, а частинні похідні замінюються їх скінченно-різницевою аналогом із застосуванням різницевої схем (3.4 – 3.6) [130].

Лівостороння апроксимація похідної в точці  $x = 0$ :

$$Y_{x,0} = \frac{(Y(x))_1 - (Y(x))_0}{h_1}; \quad (3.4)$$

Правостороння апроксимація похідної в точці  $x = N$ :

$$Y_{x,N} = \frac{(Y(x))_N - (Y(x))_{N-1}}{h_1}; \quad (3.5)$$

Центральна апроксимація похідної в точці  $x = i$ :

$$Y_{x,i} = \frac{(Y(x))_{i+1} - (Y(x))_{i-1}}{2h_1}. \quad (3.6)$$

Для переходу від неперервної (3.1) до дискретної задачі на відрізку  $[a;b]$  введемо сітку по координаті  $x$ :

$$x_i = a + ih_1; \quad i = 0, 1, 2, \dots, N; \quad h = \frac{b - a}{N}. \quad (3.7)$$

При цьому, передбачається координата  $u$  довільна, оскільки частинні похідні по  $u$  в правих частинах рівнянь визначаються із попередньої ітерації.

На основі співвідношень (3.4 – 3.6), відповідно отримаємо таблиці (3.3 – 3.5):

Таблица 3.3

1	$\frac{d(\bar{Y}_{01})}{dx} = -\frac{\bar{Y}_{03}}{R_1} + \bar{Y}_{05}$	1	$\frac{(Y_{01})_1 - (Y_{01})_0}{h_1} = -\frac{(Y_{03})_0}{R_1} + (Y_{05})_0 = Z_0$
2	$\frac{d(\bar{Y}_{02})}{dx} = -\Lambda(\bar{Y}_{01}) + \bar{Y}_{07}$	2	$\frac{(Y_{02})_1 - (Y_{02})_0}{h_1} = -\Lambda(Y_{01})_0 + (Y_{07})_0 = Z_0$
3	$\frac{d(\bar{Y}_{03})}{dx} = \bar{Y}_{04}$	3	$\frac{(Y_{03})_1 - (Y_{03})_0}{h_1} = (Y_{04})_0 = Z_0$
4	$\frac{d(\bar{Y}_{04})}{dx} = -\bar{Y}_{08}$	4	$\frac{(Y_{04})_1 - (Y_{04})_0}{h_1} = -(Y_{08})_0 = Z_0$
5	$\frac{d(\bar{Y}_{11})}{dx} = -\Lambda(\bar{Y}_{13})$	5	$\frac{(Y_{11})_1 - (Y_{11})_0}{h_1} = 0 = Z_0$
6	$\frac{d(\bar{Y}_{13})}{dx} = -\Lambda(\bar{Y}_{12})$	6	$\frac{(Y_{13})_1 - (Y_{13})_0}{h_1} = 0 = Z_0$
7	$\frac{d(\bar{Y}_{16})}{dx} = -\Lambda(\bar{Y}_{18}) + \bar{Y}_{14}$	7	$\frac{(Y_{16})_1 - (Y_{16})_0}{h_1} = -\Lambda(Y_{18})_0 + (Y_{14})_0 = Z_0$
8	$\frac{d(\bar{Y}_{18})}{dx} = \bar{Y}_{19}$	8	$\frac{(Y_{18})_1 - (Y_{18})_0}{h_1} = (Y_{19})_0 = Z_0$
9	$\frac{d(\bar{Y}_{14})}{dx} = -\Lambda(\bar{Y}_{15}) + \frac{\bar{Y}_{12}}{R_2} - q_z$	9	$\frac{(Y_{14})_1 - (Y_{14})_0}{h_1} = -(q_z)_0 = Z_0$

Таблица 3.4

1	$\frac{d(\bar{Y}_{01})}{dx} = -\frac{\bar{Y}_{03}}{R_1} + \bar{Y}_{05}$	1	$\frac{(Y_{01})_N - (Y_{01})_{N-1}}{h_1} = -\frac{(Y_{03})_N}{R_1} + (Y_{05})_N = Z_N$
2	$\frac{d(\bar{Y}_{02})}{dx} = -\Lambda(\bar{Y}_{01}) + \bar{Y}_{07}$	2	$\frac{(Y_{02})_N - (Y_{02})_{N-1}}{h_1} = -\Lambda(Y_{01})_N + (Y_{07})_N = Z_N$
3	$\frac{d(\bar{Y}_{03})}{dx} = \bar{Y}_{04}$	3	$\frac{(Y_{03})_N - (Y_{03})_{N-1}}{h_1} = (Y_{04})_N = Z_N$
4	$\frac{d(\bar{Y}_{04})}{dx} = -\bar{Y}_{08}$	4	$\frac{(Y_{04})_N - (Y_{04})_{N-1}}{h_1} = -(Y_{08})_N = Z_N$
5	$\frac{d(\bar{Y}_{11})}{dx} = -\Lambda(\bar{Y}_{13})$	5	$\frac{(Y_{11})_N - (Y_{11})_{N-1}}{h_1} = 0 = Z_N$
6	$\frac{d(\bar{Y}_{13})}{dx} = -\Lambda(\bar{Y}_{12})$	6	$\frac{(Y_{13})_N - (Y_{13})_{N-1}}{h_1} = 0 = Z_N$
7	$\frac{d(\bar{Y}_{16})}{dx} = -\Lambda(\bar{Y}_{18}) + \bar{Y}_{14}$	7	$\frac{(Y_{16})_N - (Y_{16})_{N-1}}{h_1} = -\Lambda(Y_{18})_N + (Y_{14})_N = Z_N$
8	$\frac{d(\bar{Y}_{18})}{dx} = \bar{Y}_{19}$	8	$\frac{(Y_{18})_N - (Y_{18})_{N-1}}{h_1} = (Y_{19})_N = Z_N$
9	$\frac{d(\bar{Y}_{14})}{dx} = -\Lambda(\bar{Y}_{15}) + \frac{\bar{Y}_{12}}{R_2} - q_z$	9	$\frac{(Y_{14})_N - (Y_{14})_{N-1}}{h_1} = -(q_z)_N = Z_N$



Виконаємо елементарні перетворення з матрицею а саме переставимо перший стовпчик на останнє місце

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Віднімемо від рівняння (N) рівняння (0) та (1), (N)-(0)-(1) отримаємо:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Запишемо розрахункові формули в яких будуть використовуватися значення знайдені на попередньому k кроці для того щоб обчислити (k+1) значення

$$(Y_n)_{y_0} = (h_1 \cdot (Z_{10} - Z_0 - 2Z_1) + 8 \cdot (Y_n)_{10} - (Y_n)_9 + (Y_n)_8 + (Y_n)_2 + (Y_n)_1) \cdot \frac{1}{10}$$

$$(Y_n)_{y_1} = (h_1 \cdot Z_0 + (Y_n)_0 + 9 \cdot (Y_n)_1) \cdot \frac{1}{10}$$

$$\begin{aligned}
 (Y_n)_{y_2} &= (2h_1 \cdot Z_1 + (Y_n)_0 + 9 \cdot (Y_n)_2) \cdot \frac{1}{10} \\
 (Y_n)_{y_3} &= (2h_1 \cdot Z_2 + (Y_n)_1 + 9 \cdot (Y_n)_3) \cdot \frac{1}{10} \\
 &\dots\dots\dots \\
 (Y_n)_{y_N} &= (2h_1 \cdot Z_9 + (Y_n)_8 + 9 \cdot (Y_n)_{10}) \cdot \frac{1}{10}
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

Запропонований перехід від неперервних до дискретних величин дає змогу представити залежність параметрів напружено-деформованого стану циліндричної оболонки від обраного способу апроксимації похідних від основних невідомих функцій.

Варто відмітити, що матриці, які виникають в результаті дискретизації крайових задач різницеvими методами, сплайн-апроксимації тощо, мають досить зручну структуру для подальших операцій над ними [131]. При розв'язанні систем рівнянь із матрицями, в яких переважають нульові елементи найефективнішим методом є метод прогонки та його модифікації [132].

### **3.3. Удосконалення математичних методів розрахунку для реалізації автоматизованого методу контролю якості технологічних процесів виробництва тонкостінних оболонок в реальному часі.**

Процес моделювання, розрахунку, проектування тонкостінних оболонкових конструкцій є досить проблематичним та має значні обчислювальні труднощі, особливо при проведенні розрахунків напружено-деформованого стану таких оболонок. Їх вирішення можливе при умові розробки нових підходів до побудови досліджуваної моделі оболонки та розробки нових методів для розрахунку її механічних характеристик.

Прогресивні дослідження науковців в напрямі побудови ефективних методів обчислення механічних характеристик пластин та оболонок тісно пов'язані із вдосконаленням технічних можливостей СКС [42, 133].

При підході до вибору методу розв'язання задач теорії оболонки, можливими варіантами є аналітичні та чисельні методи. Кожен з яких, в конкретній задачі, має свої переваги та недоліки, що обмежує його застосування. Незважаючи на значну кількість існуючих чисельних методів та підходів до розв'язання задач НДС тонкостінних оболонки, не виключається необхідність у вдосконаленні відомих алгоритмів та створенні нових, ефективних підходів. Тому виникає необхідність до розробки чисельно-аналітичних методів для розв'язання задач оболонкових конструкцій [34, 79].

Розрахункові співвідношення, а саме ітераційні схеми викликають значний інтерес у дослідників. Перш за все це можна пояснити тим, що тривіальні, дискретні схеми здатні як можна точніше відображати зв'язки в досліджуваній системі, в окремих випадках навіть здатні показати пристосування до того чи іншого середовища системних параметрів. Не менш важливо, є те що такі співвідношення володіють властивістю динамізму, тобто здатністю яка характеризує процеси, які властиві об'єктам різної природи.

Поєднання основних підходів, які закладені у відомі ітераційні методи дає змогу вносити наукову новизну дослідження при специфічному виборі апроксимацій функцій, таким чином, щоб отримати нові ітераційні формули та провести порівняльний аналіз отриманих результатів із уже існуючими результатами.

Представимо диференціальні рівняння системи (3.1) у загальному вигляді

$$\frac{d\vec{Y}}{dx} = \vec{F}(x, Y_n), \quad n = 1, 2, \dots, 9. \quad (3.10)$$

Крайові умови (3.3) розглянемо окремо для частини диференціальних рівнянь табл. 3.5. при  $n = \overline{1, 4}$ .

**Диференціальні рівняння для яких вводяться початкові умови  
при  $x=0$**

1	$\frac{\partial U(x, y)}{\partial x} = -\frac{W(x, y)}{R_1} + \varepsilon_1$
2	$\frac{\partial V(x, y)}{\partial x} = -\frac{\partial U(x, y)}{\partial y} + \varepsilon_{12}$
3	$\frac{\partial W(x, y)}{\partial x} = W'(x, y)$
4	$\frac{\partial W'(x, y)}{\partial x} = -\chi_1(x, y)$

Якщо  $x=0$ , то

$$u = v = w = 0, w' = \frac{\partial w}{\partial x} = 0.$$

А також для решти диференціальних рівнянь при  $n = \overline{5,9}$  наведених у табл.. 3.7.

**Диференціальні рівняння для яких вводяться умови при  $x=L$**

5	$\frac{\partial N_1(x, y)}{\partial x} = -\frac{\partial S(x, y)}{\partial y}$
6	$\frac{\partial S(x, y)}{\partial x} = -\frac{\partial N_2(x, y)}{\partial y}$
7	$\frac{\partial M_1(x, y)}{\partial x} = -\frac{\partial H(x, y)}{\partial y} + Q_1(x, y)$
8	$\frac{\partial H(x, y)}{\partial x} = H'(x, y)$
9	$\frac{\partial Q_1(x, y)}{\partial x} = -\frac{\partial Q_2(x, y)}{\partial y} + \frac{N_2}{R_2} - q_z$

Якщо  $x=L$ , матимемо



$$u = v = w = 0, w'' = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0.$$

Побудуємо розрахунковий алгоритм шляхом комбінування підходів декількох відомих методів, а саме організуємо ітераційну процедуру всередині методу прогонки із використанням відомих виразів [114] для сплайн-апроксимації при фіксованих значеннях коефіцієнтів –  $n_0 = 8$ ;  $k_0 = 1$ ;  $k_1 = 11$ ;  $k_2 = 18$ ;  $k_3 = 9$ ;  $k_4 = 2$ ;  $k_5 = 3$ ;  $k_6 = 6$ . Такий підхід дозволить додати деяке мале, хоча і ненульове, значення  $h$ .

$$\begin{aligned} \frac{1}{6h}[-k_1 U_0 + k_2 U_1 - k_3 U_2 + k_4 U_3] &= f_{10}; \\ \frac{1}{6h}[-k_4 U_0 - k_5 U_1 + k_6 U_2 - k_0 U_3] &= f_{11}; \\ \frac{1}{12h}[-k_0 (U_4 - U_0) + n_0 (U_3 - U_1)] &= f_{12}; \\ \dots\dots\dots & \\ \frac{1}{12h}[-k_0 (U_{i+2} - U_{i-2}) + n_0 (U_{i+1} - U_{i-1})] &= f_{1i}; \\ \frac{1}{12h}[-k_0 (U_N - U_{N-4}) + n_0 (U_{N-1} - U_{N-3})] &= f_{1N-2}; \\ \frac{1}{6h}[k_0 U_{N-3} - k_6 U_{N-2} + k_5 U_{N-1} + k_4 U_N] &= f_{1N-1}; \\ \frac{1}{6h}[-k_4 U_{N-3} + k_3 U_{N-2} - k_2 U_{N-1} + k_1 U_N] &= f_{1N}. \end{aligned} \tag{3.11}$$

Користуючись виразами (3.11) виведемо розрахункові формули для організації ітераційної процедури в методі прогонки. Аналізуючи формули (3.11), бачимо, що для кінцевої точки  $x = x_N = L$  існує два способи обчислення  $U_N$ , із врахування цих міркувань складемо лінійну комбінацію останніх двох формул, приймаючи  $\alpha + \beta = 1$ , матимемо

$$k_4 U_N + k_5 U_{N-1} - k_6 U_{N-2} + k_0 U_{N-3} = 6h f_{1N-1} \quad (\times \alpha)$$

$$k_1 U_N - k_2 U_{N-1} + k_3 U_{N-2} - k_4 U_{N-3} = 6h f_{1N} \quad (\times \beta)$$

(3.12)

$$\begin{aligned} & [\alpha k_4 + (1-\alpha)k_1]U_N + [\alpha k_5 - (1-\alpha)k_2]U_{N-1} + [-\alpha k_6 + (1-\alpha)k_3]U_{N-2} + \\ & + [\alpha k_0 - (1-\alpha)k_4]U_{N-3} = 6h[\alpha f_{1N-1} + (1-\alpha)f_{1N}] \end{aligned}$$

Введемо позначення, та знайдемо можливі проміжки значень для  $\alpha$

$$A_1 = \alpha k_4 + (1-\alpha)k_1 = 2\alpha + (1-\alpha)11 = 11 - 9\alpha, A_1 \in [11; 2]$$

$$A_2 = \alpha k_5 - (1-\alpha)k_2 = 3\alpha - (1-\alpha)18 = -18 + 21\alpha, A_2 \in [-18; 3]$$

$$A_3 = -\alpha k_6 + (1-\alpha)k_3 = -6\alpha + (1-\alpha)9 = 9 - 15\alpha, A_3 \in [9; -6]$$

$$A_4 = \alpha k_0 - (1-\alpha)k_4 = \alpha - (1-\alpha)2 = -2 + 3\alpha, A_4 \in [-2; 1]$$

Знайдемо допустимий діапазон значень  $\alpha$  для стійкого розрахунку в ітераційній схемі Зейделя

$$\text{а) } |A_1| > |A_2| \Rightarrow 11 - 9\alpha \geq 18 - 21\alpha, 12\alpha \geq 7, \alpha \geq \frac{7}{12}$$

$$\text{б) } |A_1| > |A_3| \Rightarrow 11 - 9\alpha \geq -9 + 15\alpha, 20 \geq 24\alpha, \alpha \leq \frac{5}{6}$$

$$\text{в) } |A_1| > |A_4| \Rightarrow 11 - 9\alpha \geq -2 + 3\alpha, 13 \geq 12\alpha, \alpha \leq \frac{13}{12}$$

Виконавши обчислення, приходимо до висновку, що для проведення стійкого розрахунку в ітераційній схемі Зейделя допустимим діапазоном для величини  $\alpha$  є проміжок  $0,58(3) \leq \alpha \leq 0,83(3)$ .

Знайдемо оптимальне значення для  $\alpha$ , коли

$$|A_2| = |A_3| \Rightarrow 18 - 21\alpha = -9 + 15\alpha, 27 = 36\alpha, \alpha = \frac{27}{36} = \frac{3}{4} = 0,75, \text{ отже оптимальним}$$

значенням є  $\alpha = 0,75$ . Таким чином, при підстановці знайденого значення  $\alpha$  у вираз (3.12), отримаємо кінцеву формулу для  $U_N$

$$U_N = \frac{6}{17}h[3f_{1N-1} + f_{1N}] + \frac{9}{17}[U_{N-1} + U_{N-2}] - \frac{1}{17}U_{N-3}. \quad (3.13)$$

Беручи до уваги формули (3.11), (3.13) запишемо розрахункові формули організації прямого ходу методу прогонки для системи (3.10) при  $n = \overline{1,4}$

$$U_0 = U_*$$

$$U_1^k = \frac{1}{k_2} (6hf_{10}^{k-1} + k_1 U_0 + k_3 U_2^{k-1} - k_4 U_3^{k-1})$$

$$U_2^k = \frac{1}{k_6} (6hf_{11}^{k-1} + k_4 U_0 + k_5 U_1^{k-1} + k_0 U_3^{k-1})$$

$$U_3^k = \frac{1}{k_6} (6hf_{12}^{k-1} + k_4 U_1^{k-1} + k_5 U_2^{k-1} + k_0 U_4^{k-1})$$

.....

$$U_i^k = \frac{1}{k_6} (6hf_{1i-1}^{k-1} + k_4 U_{i-2}^{k-1} + k_5 U_{i-1}^{k-1} + k_0 U_{i+1}^{k-1}); i = 2, 3, \dots, N-1 \quad (3.14)$$

$$U_{i+1}^k = \frac{12h}{n_0} f_{1i}^{k-1} + U_{i-1}^{k-1} + \frac{k_0}{n_0} (U_{i+2}^{k-1} - U_{i-2}^{k-1}); i = 2, 3, \dots, N-2$$

$$U_N^k = \frac{6}{17} h (3f_{1N-1}^{k-1} + f_{1N}^{k-1}) + \frac{9}{17} (U_{N-1}^{k-1} + U_{N-2}^{k-1}) - \frac{1}{17} U_{N-3}^{k-1}$$

Виведемо формули для зворотного ходу методу прогонки для цього скористаємося формулами (3.11). Проводячи аналогічні до прямого ходу міркування, стає зрозуміло, що обчислити  $V_0$  можна двома способами, у зв'язку з цим складемо лінійну комбінацію перших двох рівнянь (3.11) за умови, що  $\alpha + \beta = 1$

$$-k_1 V_0 + k_2 V_1 - k_3 V_2 + k_4 V_3 = 6hf_{20} \quad (\times \alpha)$$

$$-k_4 V_0 - k_5 V_1 + k_6 V_2 - k_0 V_3 = 6hf_{21} \quad (\times \beta)$$

$$\begin{aligned} & -V_0 [\alpha k_1 + k_4 (1 - \alpha)] + V_1 [\alpha k_2 - k_5 (1 - \alpha)] + V_2 [-\alpha k_3 + k_6 (1 - \alpha)] + \\ & + V_3 [\alpha k_4 - k_0 (1 - \alpha)] = 6h [\alpha f_{20} + f_{21} (1 - \alpha)] \end{aligned} \quad (3.15)$$

Оптимальним значенням для стійкого розрахунку в ітераційній схемі Зейделя буде  $\alpha = \frac{1}{4}$ . Підставивши значення  $\alpha$  у вираз (3.15) матимемо

кінцеву формулу для обчислення  $V_0$

$$V_0 = -\frac{6}{17}h[f_{20} + 3f_{21}] + \frac{9}{17}(V_1 + V_2) - \frac{1}{17}V_3. \quad (3.16)$$

На основі формул (3.11), (3.16) запишемо формули зворотного ходу методу прогонки для системи (3.10) при  $n = \overline{5,9}$

$$V_0^k = -\frac{6}{17}h[f_{20}^{k-1} + 3f_{21}^{k-1}] + \frac{9}{17}(V_1^{k-1} + V_2^{k-1}) - \frac{1}{17}V_3^{k-1}$$

$$V_{j-1}^k = \frac{1}{n_0}(-12hf_{2j}^{k-1} - k_0(V_{j+2}^{k-1} - V_{j-2}^{k-1}) + V_{j+1}^{k-1}); j = 2$$

$$V_j^k = \frac{1}{k_6}(-6hf_{2j+1}^{k-1} + k_0V_{j-1}^{k-1} + k_5V_{j+1}^{k-1} + k_4V_{j+2}^{k-1}); j = N-2; N-3; \dots; 3, 2 \quad (3.17)$$

$$V_{N-2}^k = \frac{1}{k_6}(-6hf_{2N-1}^{k-1} + k_0V_{N-3}^{k-1} + k_5V_{N-1}^{k-1} + k_4V_N^{k-1})$$

$$V_{N-1}^k = \frac{1}{k_2}(-6hf_{2N}^{k-1} - k_4V_{N-3}^{k-1} + k_3V_{N-2}^{k-1} + k_1V_N^{k-1})$$

$$V_N = V_*$$

Відмітимо, що при організації зворотного ходу для методу прогонки окрім відповідних крайових умов для системи диференціальних рівнянь (3.10) при  $n = \overline{5,9}$ , очевидним є виконання наступних рівностей

$$N_1 = 0; S = 0; M_1 = 0; H = 0; Q_1 = 0.$$

Таким чином, описаний комбінований метод є достатньо простим, легко алгоритмізується та включає прямий та зворотній хід, що характерно для методу прогонки, а всередині алгоритму якого організована ітераційна процедура із використанням коефіцієнтів сплайн-апроксимації.

Перевага даного методу полягає в тому, що ми отримуємо явні розрахункові формули, так як система може бути громіздкою в залежності

від кількості кроків по  $x$ , то відшукування її розв'язку добре відомими методами може викликати труднощі, оскільки не вдасться знайти обернену матрицю. Крім цього, ми отримуємо стійку різницеву схему, яка залежить від кроків дискретизації та стійку обчислювану схему, яка базується на використанні «прямого» та «оберненого» ходу для відшукування розв'язку вихідної системи.

Доцільність вибору за основу саме ітераційного методу, можна пояснити (визначити) наступними чинниками: 1) ітераційний процес є збіжним для більшості рівнянь з довільними не виродженими матрицями; 2) можливість вносити зміни в обчислення, за умови збіжності процесу ітерацій; 3) кількість арифметичних операцій, яка необхідна для отримання розв'язку рівнянь із заданою точністю є мінімальною; 4) мінімальний об'єм пам'яті ЕОМ, яка необхідна для збереження інформації даних, які використовуються в процесі обчислень; 5) стійкість програмної реалізації методу при виконанні заданого комплексу умов; 6) тривіальність (простота) викладу (в розумінні) логічних зв'язків методу.

Вцілому, при розробці функціональної структури СКС необхідно сформуванати потужне процесорне ядро, яке в процесі роботи СКС буде піддаватися різноманітним обрамленням. Описаний комбінований підхід до розрахунків НДС тонкостінних оболонок змінної товщини значно розширює можливості користувача для практичного використання новітніх інформаційних технологій.

Відмітимо, що запропонована теорія розрахунку оболонок може бути використана лише для випадків, коли прогини конструкції малі, за рахунок закріплення, порівняно з її товщиною. Крім цього, при розрахунку параметрів НДС циліндричних оболонок змінної товщини, із використанням комбінованого методу виникає необхідність до розробки критерію для оцінки збіжності запропонованого методу.

### **3.4. Критерій оцінки збіжності автоматизованого методу контролю якості технологічних процесів виробництва тонкостінних оболонок.**

При конструюванні споруд, обробці експериментальних даних, постають задачі, в яких необхідно розв'язувати системи лінійних рівнянь. При рішенні задач на практиці кількість рівнянь в системі може досягати тисяч. Використання чисельних методів не завжди ефективне, тому що їх розв'язання зводиться до розв'язання систем лінійних рівнянь великого порядку. Високий порядок рівнянь пояснюється врахуванням різноманітних факторів впливу, що служить значним уповільненням на шляху вирішення багатьох завдань. Це можна пояснити тим, що у математичному арсеналі відсутні методи розв'язання в замкнутій формі складних диференціальних рівнянь високого порядку в частинних похідних, які необхідні для використання, в повній мірі, великих можливостей, які закладені в тонкостінних спорудах.

Зрозуміло, що для розв'язання таких громіздких систем, необхідно виконати велику кількість операційних обчислень, виходячи з цього, бачимо, що вдало написаний за відповідними критеріями метод розрахунку забезпечить достовірний і, що не менш важливо, оптимально швидкий за часом результат.

Використання чисельно-аналітичних методів призводить до необхідності розв'язання систем рівнянь з матрицями, у складі яких переважають нулі, а ненульові елементи розташовані на головній діагоналі і на суміжних до неї діагоналях. Ключовими питаннями при реалізації чисельно-аналітичних методів є проблеми збіжності та стійкості (помилка не зростає в ході процесу обчислень) [126, 132, 134].

Існує значна кількість підходів до оцінки збіжності, в залежності від обраного чисельного методу та вихідної моделі задачі, зокрема: розглянути різницю між «крайовими» точками, точками, які мають найбільше за модулем значення на двох сусідніх ітераціях [28, 135]. Для цього необхідно

на кожній ітерації після отриманих значень змінної для кожного вузла, знайти найбільше значення цієї змінної за модулем (найнижча точка графіку).

Проте, під час розрахунків трапляються випадки, коли деякі змінні зберігають своє значення на всіх ітераціях, тому виникає необхідність брати до уваги тільки ті змінні, значення яких змінюються з кожною ітерацією.

При проведенні обчислень може виявитися, що збіжність буде незадовільною, але матиме місце необхідна точність обчислень, це можна пояснити тим, що при внесенні значних змін в побудову ітераційної процедури алгоритм роботи програми досить тривалий час не може належним чином відстежувати та фіксувати зміни в роботі всієї програми вцілому. На практиці, дещо подібне можна спостерігати в роботі систем автоматичного регулювання, таке явище тут носить назву похибки статизму [116].

Відзначимо, що використання відомого методу підвищення точності Рунге-Румберга можливе при умові, що коефіцієнти залишкового члена ряду Тейлора повинні залежати від положення вузлів сітки. Такого роду, чисельне диференціювання застосовується при відшуканні похідних у обумовлених вузлах, на середині інтервалів рівномірних сіток.

Крім цього, існує підхід [104], який полягає у використанні тривіальних формул низької точності на різних сітках, а уточнення розв'язку провести методом Рунге, проте величина поправки не завжди дозволяє отримати шукану оцінку точності.

Виходячи з цього, виникає необхідність до визначення умов збіжності ітераційного процесу для запропонованого варіанту методу прогонки (3.14, 3.17).

Для того щоб покращити збіжність та точність в ітераційному методі потрібно підібрати необхідну кількість апроксимуючих елементів при якій поставлена задача буде стійкою, а також, не мало важливо здійснити на

кожній ітерації вдалий перехід вихідних параметрів задачі при проведенні дискретизації без втрати існуючих зв'язків.

Дослідження та вдосконалення способів апроксимації функцій, що описують процеси, які проходять в навколишньому середовищі дає змогу наочно встановити тісний, нерозривний зв'язок математики з життям, оскільки з'являється можливість відкрити нові методи до розв'язання систем рівнянь, що в свою чергу надає можливість детального аналізу та пізнання різноманітних природних процесів.

Для збіжності комбінованого методу та підвищення точності розрахункових результатів, пропонується новий підхід, а саме – по-іншому представити апроксимацію похідної із використанням спеціальних коефіцієнтів  $\alpha$  та за рахунок перетворень матриці вихідної системи (3.8).

Використання різних способів представлення однієї і тієї ж шуканої величини із залученням не тільки сусідніх вузлів дозволяє збільшити порядок точності обчислень, хоча і призводить до громіздких записів.

Користуючись виразами (3.4 – 3.6) введемо формули високої точності обчислень, як лінійну комбінацію із формул спочатку для сусідніх вузлів, а потім більш віддалених із коефіцієнтом збільшення кроку  $i = \overline{1,4}$ .

Для крайніх лівих вузлів різницевої апроксимації матимемо наступне представлення:

$$y'_0 = \frac{1}{12h} [-A_1 y_0 + A_2 y_1 + A_3 y_2 + A_4 y_3 + A_5 y_4], \quad (3.18)$$

де  $A_1 = 12\alpha_1 + 6\alpha_2 + 4\alpha_3 + 3\alpha_4, A_2 = 12\alpha_1, A_3 = 6\alpha_2, A_4 = 4\alpha_3, A_5 = 3\alpha_4$ . При умові, що  $A_2 + A_3 + A_4 + A_5 < 1, A_1 > |A_i|$ .

$$y'_1 = \frac{1}{6h} [-A_1 y_0 + A_2 y_1 + A_3 y_2 + A_4 y_3 + A_5 y_4], \quad (3.19)$$

де  $A_1 = 6\alpha_1 + 3\alpha_4, A_2 = 6\alpha_1 - 6\alpha_2 - 3\alpha_3 - 2\alpha_5, A_3 = 6\alpha_2 + 3\alpha_4, A_4 = 3\alpha_3,$



$$A_5 = 2\alpha_5.$$

При умові, що  $A_1 + A_3 + A_4 + A_5 < 1, A_2 > |A_i|$ .

Для крайніх правих вузлів матимемо наступні співвідношення:

$$y'_{N-1} = \frac{1}{6h} [-A_1 y_0 - A_2 y_1 - A_3 y_2 + A_4 y_3 + A_5 y_4], \quad (3.20)$$

де  $A_1 = 2\alpha_5, A_2 = 3\alpha_2, A_3 = 6\alpha_1 + 3\alpha_4, A_4 = 6\alpha_1 + 3\alpha_2 - 6\alpha_3 + 2\alpha_5, A_5 = 6\alpha_3 + 3\alpha_4$ .

При умові, що  $A_1 + A_2 + A_3 + A_5 < 1, A_4 > |A_i|$ .

$$y'_N = \frac{1}{12h} [-A_1 y_0 - A_2 y_1 - A_3 y_2 + A_4 y_3 - A_5 y_4],$$

де  $A_1 = 3\alpha_4, A_2 = 4\alpha_3, A_3 = 6\alpha_2, A_4 = 12\alpha_1 + 6\alpha_2 + 4\alpha_3 + 3\alpha_4, A_5 = 12\alpha_1$ . При умові, що  $A_1 + A_2 + A_3 + A_5 < 1, A_4 > |A_i|$ .

Для решти вузлових точок маємо представлення в узагальненому вигляді:

$$y'_i = \frac{1}{4h} [-A_1 y_{i-2} - A_2 y_{i-1} + A_3 y_i + A_4 y_{i+1} + A_5 y_{i+2}], \quad (3.21)$$

де  $A_1 = \alpha_2 + 2\alpha_5, A_2 = 2\alpha_1 + 4\alpha_3, A_3 = 4\alpha_3 - 4\alpha_4 + 2\alpha_5 - 2\alpha_6,$

$A_4 = 2\alpha_1 + 4\alpha_4, A_5 = \alpha_2 + 2\alpha_6.$

При умові, що  $A_1 + A_2 + A_4 + A_5 < 1, A_3 > |A_i|$ .

При цьому, конфігурацію вузлів сітки вибрано таким чином, що вона є рівномірною і дорівнює величині кроку  $h$ .

Крім цього, для успішної реалізації ітераційного процесу запропонованого комбінованого чисельно-аналітичного методу підвищеної точності за допомогою СКС необхідно і достатньо, щоб модулі діагональних коефіцієнтів вихідної системи мали перевагу, тобто бути більшими у порівнянні з модулями недіагональних коефіцієнтів цієї системи (вільні члени при цьому не беруться до уваги).

$$y'_i = \sum_{j=1}^6 \alpha_j y_i, \text{ де } \alpha_j \geq 0 \text{ та } \sum_{j=1}^6 \alpha_j = 1 \quad (3.22)$$

Успішним результатом вважається, щоб ітераційний процес не тільки збігався, але й збіжність мала монотонний характер, а не коливний.

Для встановлення того наскільки значною є зміна розв'язку в ітераційній процедурі знаходять різницю між наступним та попереднім наближенням, з теоретичних міркувань різниця перетворюється в нуль, на практиці ж зрозуміло, що отримана різниця входить в зону допустимої похибки.

Використання різних способів апроксимації похідної дає змогу:

- 1) представляти нові способи наближення до результату із необхідною точністю;
- 2) вибір необхідних за складом та кількістю арифметичних операцій;
- 3) власноруч визначати межі досліджуваного інтервалу та норм допустимої похибки обчислень [62, 107-108].

Значною перевагою запропонованого методу є те, що можна отримати результати максимально наближені до точних за рахунок дискретного подання апроксимації.

### **Висновки до третього розділу**

Розроблено комбінований метод підвищеної точності, який дозволяє автоматизувати контроль за якістю технологічних процесів виробництва тонкостінних оболонкових конструкцій в режимі реального часу, з метою уникнення виробничих дефектів.

1. Описано математичну модель та формалізовано зв'язки між її компонентами для прогнозування фізико-технічних характеристик тонкостінних циліндричних оболонок, які знаходяться під дією

несиметрично розподіленого поверхневого та контурного силового навантаження, для забезпечення оцінки якості виробництва.

2. При переході від неперервних до дискретних величин представлено залежність параметрів напружено-деформованого стану циліндричної оболонки від обраного способу апроксимації похідних відносно основних невідомих функцій.

3. Розроблено чисельно-аналітичний метод підвищення точності прогнозування фізико-технічних характеристик тонкостінних циліндричних оболонок змінної товщини та проведено математичне обґрунтування його коректності.

4. На основі розробленого методу до прогнозування фізико-технічних характеристик тонкостінних циліндричних оболонок змінної товщини було сформульовано критерій оцінки збіжності автоматизованого методу контролю якості виробництва.

## РОЗДІЛ 4

### РЕАЛІЗАЦІЯ СПЕЦІАЛІЗОВАНОЇ КОМП'ЮТЕРНОЇ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИМИ ПРОЦЕСАМИ ВИРОБНИЦТВА ТА ОЦІНКА ЇЇ ЕФЕКТИВНОСТІ

#### **4.1. Програмні засоби підсистеми прогнозування параметрів спеціалізованого програмного забезпечення.**

Для практичної реалізації управління виробництвом тонкостінних оболонкових конструкцій використаємо узагальнену схему спеціалізованої комп'ютерної системи (Рис. 2.5), побудовану у другому розділі, а також розроблену у п.п. 2.3 цього ж розділу, комплексну математичну модель, яка деталізує зв'язки між компонентами СКС.

У розробленій структурі СКС, передбачено наявність блоку спеціалізованого програмного забезпечення, який забезпечує прогнозування значень параметрів напружено-деформованого стану та дозволяє досягти успішного завершення виробничих процесів тонкостінних циліндричних оболонок та конструкцій, які володіють важливими властивостями на міцність, жорсткість, стійкість.

Побудована математична модель НДС тонкостінних оболонок змінної товщини замкненої системи диференціальних рівнянь створила підґрунтя для розробки комбінованого методу, який буде покладений в основу роботи блоку спеціалізованого програмного забезпечення.

Очевидно, що використання СКС має важливе практичне значення, оскільки дозволяє враховувати різні умови експлуатації та характеристичні вимоги до комп'ютерних систем та компонентів (температурні показники, вібрації, об'єм пам'яті, швидкість роботи, надійність тощо). Тобто, дозволяє деталізувати унікальні властивості об'єкта керування, що дає можливість СКС з великою точністю адаптуватися програмно-апаратним засобам до виконання алгоритмів та процесів обробки інформаційних масивів в режимі

реального часу.

#### **4.1.1. Програмна реалізація задач управління технологічними процесами.**

Дослідження питання, стосовно управління контролем якості технологічних процесів, за рахунок комбінованого чисельно – аналітичного методу, передбачає побудову розв’язків підвищеної точності при розрахунках компонентів НДС та їх порівняння із чисельними розв’язками, які отримані відомими методами. Крім цього, допустимі варіанти модифікації алгоритму прогонки, де основним завданням буде організувати процес прямих прогонки для перетворення вихідної матриці до верхньотрикутного вигляду, а потім застосувати зворотну підстановку.

Зосередимо свою увагу на розробці алгоритму, для запропонованого у третьому розділі, автоматизованого методу контролю якості виробництва тонкостінних циліндричних оболонок змінної товщини.

Як відомо з п.3.3 розділу 3 аналітичне представлення прямого та оберненого ходу модифікованого методу прогонки будується для спрощеної системи (3.10), яка має наступний вигляд:

$$\begin{cases} \frac{dU_{0i}}{dx} = F_{0i}, \text{ при } i = \overline{1,4} \\ \frac{dV_{0j}}{dx} = F_{0j}, \text{ при } j = \overline{5,9} \end{cases}$$

$$U_{0i}(0) = 0, V_{0j}(L) = 0.$$

На основі розроблених правил та алгоритмів для комбінованого методу створено програмний комплекс на MATLAB, який є основою для впровадження запропонованого методу [56, 79]. Теорія розрахунку будується на основі ґрунтовного аналізу вхідних даних із врахуванням спільної роботи оболонки з внутрішнім наповнювачем, крайових умов, властивостей оболонки, що знаходиться під дією навантаження [36].

Структурна схема реалізації модифікованого методу прогонки для блоку спеціалізованого програмного забезпечення представлена на Рис. 4.1.:

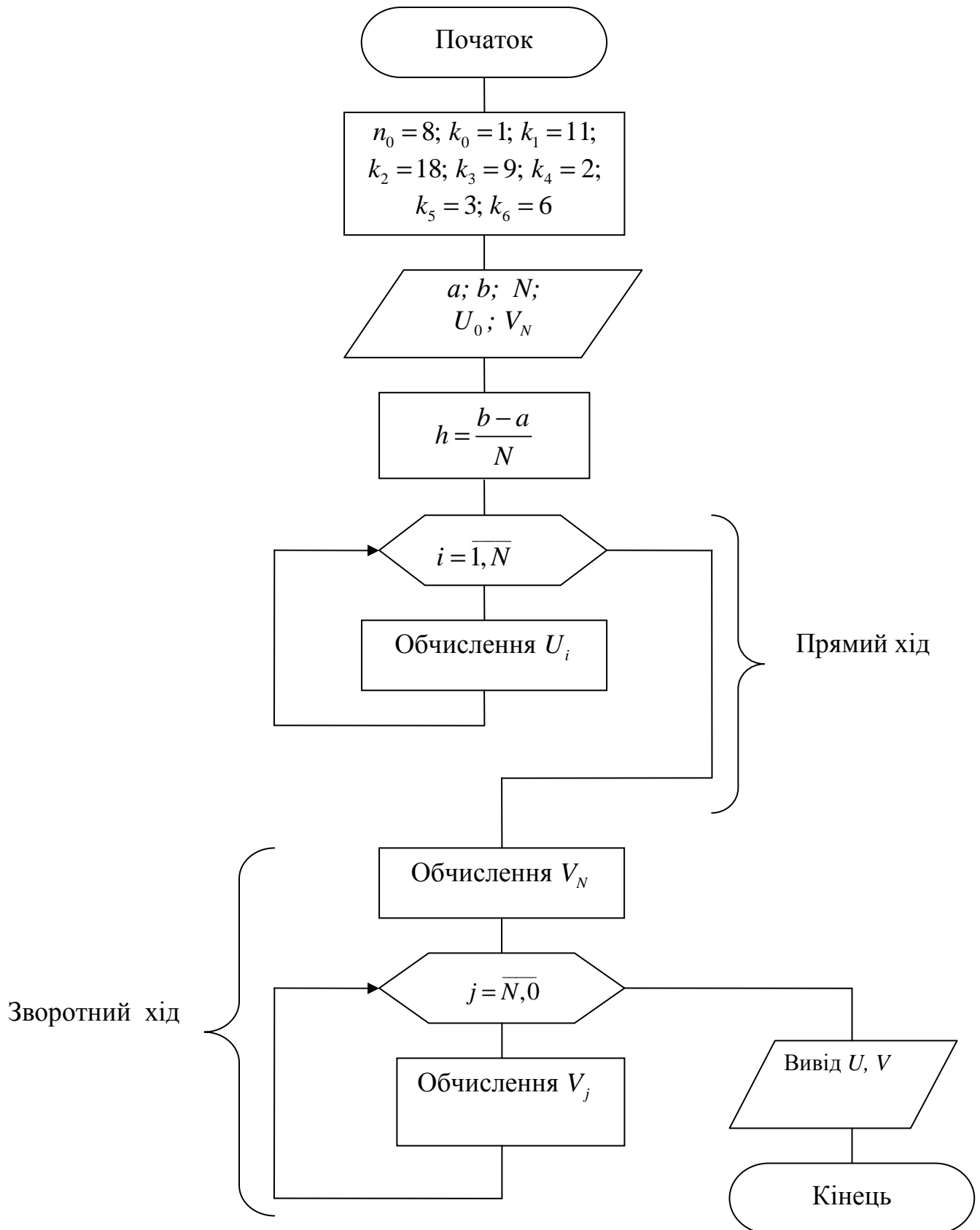


Рис. 4. 1. Алгоритм реалізації методу автоматизованого контролю якості технологічних процесів

Крім цього, вважається, що будь-яке перетворення вихідної задачі не повинно змінювати вихідні властивості та зв'язки між параметрами задачі.

Доцільність розробки такого підходу підтверджується відомими практичними здобутками у питанні скорочення металоємності конструктивних елементів, де збільшується кількість нежорстких деталей, які входять до складу виробу, а центральне місце займають саме тонкостінні циліндричні деталі. Існує значна кількість методів металообробки в залежності від вихідного матеріалу та поставлених завдань. Останнім часом, провідні інженери контролю якості світових компаній, відмічають, що зростає швидкість руйнування та деформування матеріалу виробів [26, 40].

Вдосконалювати процес металообробки стали за рахунок одночасного комбінованого впливу на оброблювані деталі та елементи механічних навантажень і хімічних речовин необхідного поля та енергії, тому що не можливо розробити універсальний метод обробки для всіх існуючих матеріалів. Виходячи з цього, кожен існуючий метод, який використовується на базі СКС має свою область успішної практичної реалізації [17-18].

#### **4.1.2. Особливості побудови підсистеми моделювання для спеціалізованої комп'ютерної системи**

В якості апаратної частини під час реалізації спеціалізованої комп'ютерної системи будуть використовуватися сучасні технічні засоби, зокрема: моноблок Dell Optiplex 5480 на базі процесорів Intel десятого покоління [15].

Використання прогресивних ПК забезпечує успішне впровадження розробленої спеціалізованої комп'ютерної системи контролю якості технологічних процесів, що, в свою чергу, підвищує ефективність виробництва тонкостінних циліндричних оболонок змінної товщини.

Для зручності міркувань, ключові характеристики вказаного ПК наведемо у вигляді таблиці 4.1.:

Таблиця 4.1.

**Основні технічні характеристики Dell Optiplex 5480**

Назва параметрів	Числові характеристики
Діагональ екрану	23.8 "
Розподільна здатність	1920x1080 пікс
Процесор	Intel Core i3
Кількість ядер	4 ядра
Частота процесора	3 ГГц
Кількість слотів	2 шт
Обсяг ОЗУ	8 ГБ /1x8Gb
Тип пам'яті	DDR4
Тип накопичувача	SSD
Тип відеокарти	вбудована

Для ефективної реалізації розробленої структури СКС (рис 2.3. п.п. 2.3. розділу 2) необхідно максимально розширити обсяг оперативної пам'яті, оскільки із зростанням часу на передачу інформації між компонентами СКС продуктивність роботи системи буде зменшуватися. Запропонована структура СКС є успішним засобом апробації комбінованого чисельно-аналітичного методу. Крім цього, створений програмно-технічний комплекс дозволяє максимально точно виконати обчислення.

Представлена математична модель (п.п. 3.1. розділу 3) НДС тонкостінних циліндричних оболонок змінної товщини, яка подана у вигляді лінеаризованої системи диференціальних рівнянь теорії оболонок Муштарі-Донелла-Власова, передбачає наступні етапи розв'язання:

- 1) Відшукування тангенціальних та згинних деформацій з рівнянь 14 – 19;
- 2) Знаходження значення нормального зусилля  $N_2$  та згинального моменту  $M_2$  із використанням рівнянь 11–12;



- 3) Обчислення поперечних зусиль та скручуючих моментів з рівнянь 8 – 10, 14;
- 4) Знаходження зусиль зсуву та згинального моменту  $M_I$  на основі рівностей 6–7;
- 5) Обчислення значення  $w'$  та нормального зусилля  $N_I$  з рівнянь 4–5;
- 6) Знаходження переміщення за твірною та направляючою до серединної поверхні оболонки.

Для апроксимації похідних по круговій координаті у використано вирази кубічних В-сплайнів [114], безпосереднє диференціювання яких дозволяє отримати частинні похідні для  $u$ ,  $v$ ,  $w$ .

Роботу запропонованого алгоритму підвищеної точності було досліджено на тестових прикладах. Розв'язання спрощеної системи (п.п. 3.1 розділу 3) проводилося ітераційним методом, за наступною схемою:

$$\vec{Y}_{k+1}(x_{i+1}) = \vec{Y}_k(x_i) + h_1 \left[ \left( A(x_i) \cdot \vec{Y} \right)_k + \vec{f}(x_i) \right], \quad x \in (0; L), k = 0, 1, 2, \dots \quad (4.1)$$

Вихідними даними для невідомих величин вибрано нульові значення (нульова ітерація), які узгоджуються із граничними умовами (п.п. 3.3 розділу 3), коли один торець оболонки закріплений жорстко, а інший – шарнірно.

На наступному кроці відбувається послідовне обчислення невідомих параметрів системи рівнянь (табл. 3.2 розділу 3). Після чисельного розв'язання спрощеної системи визначаються основні невідомі. В даному випадку величина  $w'_i(L)$  – вважається сталою для будь-якого номера  $i$ .

Розглянемо випадок, коли оболонка локально навантажена нормальним поверхневим навантаженням  $q_z = const$ , а  $q_x = q_y = 0$   $x \in (L/2; 3L/4)$ ,  $y \in (5\pi R/12; 7\pi R/12)$ , де  $R$  – радіус серединної поверхні, а товщина оболонки змінюється за параболічним законом  $h = h_0 + k_1 x + k_2 (x-10)^2$ , де  $h_0$  – стандартна товщина.

Результати практичної реалізації запропонованої ітераційної процедури для досліджуваних випадків наведено в табл. 4.2. – 4. 3.

Таблиця 4.2.

**Чисельні результати комбіновано-аналітичного методу для  
циліндричної оболонки сталі товщини із заданими початковими  
умовами**

Сітка $Ox/Oy$	x=0	x=2	x=4	x=6	x=8	x=10	x=12	x=14	x=16	x=18	x=20
y=0	0,000	0,000	0	0,000	0,000	0,000	0	0,000	0,000	0	-0,001
y=2	0	-0,001	-0,001	-0,001	-0,002	-0,003	-0,002	-0,002	-0,001	0	-0,000
y=4	0,000	0	0	-0,001	-0,022	-0,025	-0,018	-0,001	-0,001	0	-0,000
y=6	0,000	0	-0,001	-0,002	-0,032	-0,038	-0,029	-0,008	-0,003	-0,000	-0,000
y=8	0,000	-0,001	-0,011	-0,027	-0,041	-0,045	-0,035	-0,026	-0,014	-0,005	-0,001
y=10	0	-0,004	-0,014	-0,032	-0,043	-0,056	-0,045	-0,037	-0,028	-0,016	-0,007
y=12	0,000	-0,001	-0,011	-0,027	-0,041	-0,045	-0,035	-0,026	-0,014	-0,005	-0,001
y=14	0,000	0	-0,001	-0,002	-0,032	-0,038	-0,029	-0,008	-0,003	-0,000	-0,000
y=16	0,000	0	0	-0,001	-0,022	-0,025	-0,018	-0,001	-0,001	0	-0,000
y=18	0	-0,001	-0,001	-0,001	-0,002	-0,003	-0,002	-0,002	-0,001	0	-0,000
y=20	0,000	0,000	0	0,000	0,000	0,000	0	0,000	0,000	0	-0,001

Таблиця 4. 3.

**Чисельні результати комбіновано-аналітичного методу для  
циліндричної оболонки із змінною по x товщиною та заданими  
початковими умовами**

Сітка $Ox/Oy$	x=0	x=2	x=4	x=6	x=8	x=10	x=12	x=14	x=16	x=18	x=20
y=0	0,000	0,000	0	0,000	0,000	0,000	0	0,000	0,000	0	-0,001
y=2	0	-0,001	-0,001	-0,001	-0,002	-0,003	-0,001	-0,001	-0,001	0	-0,000
y=4	0,000	0	0	-0,001	-0,009	-0,011	-0,009	-0,001	-0,001	0	-0,000
y=6	0,000	0	-0,001	-0,002	-0,014	-0,018	-0,010	-0,005	-0,002	-0,000	-0,000
y=8	0,000	-0,001	-0,007	-0,017	-0,021	-0,025	-0,018	-0,021	-0,012	-0,003	-0,001
y=10	0	-0,003	-0,012	-0,023	-0,029	-0,034	-0,031	-0,027	-0,022	-0,014	-0,005
y=12	0,000	-0,001	-0,007	-0,017	-0,021	-0,025	-0,018	-0,021	-0,012	-0,003	-0,001
y=14	0,000	0	-0,001	-0,002	-0,014	-0,018	-0,010	-0,005	-0,002	-0,000	-0,000
y=16	0,000	0	0	-0,001	-0,009	-0,011	-0,009	-0,001	-0,001	0	-0,000
y=18	0	-0,001	-0,001	-0,001	-0,002	-0,003	-0,001	-0,001	-0,001	0	-0,000
y=20	0,000	0,000	0	0,000	0,000	0,000	0	0,000	0,000	0	-0,001

Для вихідної системи (табл. 3.1 розділу 3) було отримано чисельні результати нормального  $w$  переміщення, що дозволяє, при необхідності, безпосередньо за допомогою геометричних та фізичних співвідношень, знайти деформації, кривизни, скрут, питомі зусилля та питомі моменти.

Проведено порівняльний аналіз результатів, які отримані при одному і тому ж навантаженні для ідеальної циліндричної оболонки (табл. 4. 2., коли  $k_1=0, k_2=0$ ) та оболонки зі змінною по  $x$  товщиною (табл. 4. 3., коли  $k_1=0,05; k_2=0,001$ ).

При аналітичному дослідженні різниць значень змінної, матимемо залежність різниці від значення параметру  $L/R$ , де  $L$  – довжина циліндричної оболонки, а  $R$  – її радіус. У зв'язку з цим, із збільшенням параметру  $L/R$  різниця між найбільшими значеннями змінних на двох сусідніх ітераціях збільшується. Отримані результати від реалізації розрахункових схем, підтверджують стійкість обчислювального процесу, оскільки незначні похибки вхідних даних призводять до малих похибок кінцевого результату.

Дослідження, які були виконані для побудованої математичної моделі напружено-деформованого стану дозволили отримати чисельні результати нормального  $w$  переміщення для тонкостінної циліндричної оболонки змінної товщини.

Отримані чисельні результати роботи комбінованого чисельно-аналітичного методу, показують, що використання запропонованої ітераційної процедури дозволяє отримати необхідний чисельний результат [114], але за меншу кількість елементарних операцій на кожній ітерації. Це, в свою чергу, дозволить досягти більш рівномірного розподілу переміщень в серединній поверхні оболонки. Тонкостінні оболонкові конструкції дозволяють домогтися високої щільності компонування, що має ключове значення у відповідальних областях: військово-космічних розробках, нафтовидобувної галузі, приладо- і ракетобудуванні, установках холодильної та криогенної техніки та ін. Крім цього, вибір методу прогонки дозволяє

відкинути проблему неконтрольованого зростання похибки розв'язання, що виникає при погрішностях округлення.

Побудована модель дає змогу перейти від розв'язання складних диференціальних рівнянь до розв'язання СЛАР. Кінцевий результат реалізації СКС дає змогу отримати у числовій формі значення розподілу для таких полів, як: температурне, переміщення, деформацій, напружень та ін.

Таким чином, побудований алгоритм підвищеної точності ( Рис. 4.1.) для прогнозування фізико-технічних характеристик тонкостінних циліндричних оболонок, які знаходяться під дією несиметрично розподіленого поверхневого та контурного силового навантаження, дозволить покращити якість технологічних процесів виробництва.

Враховуючи вихідну задачу дослідження та запропоновані шляхи її вирішення, стає зрозумілим вибір реалізації саме на користь СКС. Оскільки, вдосконалена модель спеціалізованої комп'ютерної системи дозволила підвищити точність і своєчасність управління виробництвом. Досягнення такого результату стало можливим, взявши за основу систему автоматизованого контролю якості технологічних процесів та вдосконаливши її засобами моделювання. Такого роду вдосконалення дозволило забезпечити управління виробництвом тонкостінних циліндричних оболонок змінної товщини на основі прогнозування значень параметрів для успішного завершення виробничих процесів.

#### **4.2. Оцінка ефективності спеціалізованої комп'ютерної системи управління технологічними процесами виробництва.**

Автоматизація розрахунків із безпосереднім використанням чисельних методів не завжди ефективна, тому що їх використання зводиться до розв'язання систем лінійних рівнянь великого порядку. Для спеціалізованих та проблемно - орієнтованих КС, зручно використовувати комбіновані алгоритми, які базуються на ітераційних процесах [54, 135].

Оскільки, безпосереднє використання ітераційних методів розв'язування СЛАР передбачає використання спектральних характеристик її матриці, а це потребує великої кількості додаткових дій. Крім цього, використання процесорів з універсальною архітектурою може бути занадто надлишковою в функціонально-структурному плані, що призведе до використання більшої потужності системи.

З метою уникнення поганої обумовленості матриці були виконані спеціальні перетворення описані в п. 3.4 розділу 3, які дозволяють досягти діагональної переваги для елементів матриці, які розташовані на головній та сусідніх з нею діагоналях.

Під час переходу від неперервних до дискретних елементів, з'являється похибка, яку необхідно оцінити та проаналізувати. Збіжність різницевої схеми, дозволяє встановити розв'язок крайової задачі із наперед заданою точністю при виборі мінімального значення  $h$ .

Розглядаючи різницеві рівняння на сітках з малим кроком  $h$ , можна спостерігати, що швидкість методу зменшується, це пояснюється тим, що збільшується число обумовленості матриці. Отже, є всі підстави говорити про те, що постає необхідність у збільшенні точності апроксимації диференціального оператора різницевим. Тобто, використання класичного різницевого методу не дозволяє в повній мірі отримати результати високої точності.

Використання сплайн-функцій обґрунтовано тим, що їх наявність в ітераційній процедурі дає змогу реалізувати обчислення з підвищеною точністю. Це можна пояснити тим, що сплайни дозволяють локально представити шукану функцію поліномом цілого степеня між сусідніми точками дискретної сітки та провести нескладний розрахунок. Властивість локальності дозволяє досягти незалежності поведінки кривої сплайну на певному відрізку від решти відрізків.

Таким чином, стає зрозуміло, що подальший успішний розвиток наближених методів розв'язку задач НДС на базі СКС, передбачає

поєднання чисельних та аналітичних підходів із використанням пакетів прикладних програм MATLAB, MAPLE тощо [56, 90, 112].

Дослідження питання збіжності розв'язку вихідної системи (табл.3.1 розділу 3) залежить від обраного способу для відшукування розв'язку спрощеної системи (табл.3.2 розділу 3). Використання сформульованих умов для успішної організації ітераційного процесу автоматизовано та наведено на Рис 4.2. та Рис. 4.3.:

```

File Edit Text Cell Tools Debug Desktop Window Help
Stack: Base
1 - f = fopen('result.txt', 'w');
2 - p = fopen('result1.txt', 'w');
3 - k = [4,5,6,6,5,4];
4
5 - for j = 0:1:5
6 -     fprintf(f, 'Row %u\n', j+1);
7 -     fprintf(p, 'Row %u', j+1);
8 -     m = zeros(6);
9 -     n = 0; % max b
10 -    AR = k_set(k(j+1));
11 -    for i = 1:length(AR)
12 -        a = AR(i,:);
13 -        if (not (sum(a) == 1))
14 -            continue;
15 -        end
16 -        [b,c,d] = g(a,j);
17 -        if ((abs(b) > d) && ((b+c) == 0) && (min(a(1:k(j+1))) > 0))
18 -            fprintf(p, '.');
19 -            fprintf(f, '%4.2f %4.2f %4.2f %4.2f %4.2f %4.2f\n', a);
20 -            if (abs(n) < abs(b))
21 -                m = a; n = b;
22 -            end
23 -        end
24 -    end
25 -    [b,c,d] = g(m,j);
26 -    fprintf(p, '\n%4.2f %4.2f %4.2f %4.2f %4.2f %4.2f\n%6.4f\n', m, n);
27 -    fprintf(p, '%6.2f %6.2f %6.2f\n', b, c, d);
28 - end
29
30 - fclose(p);
31 - fclose(f);
32

```

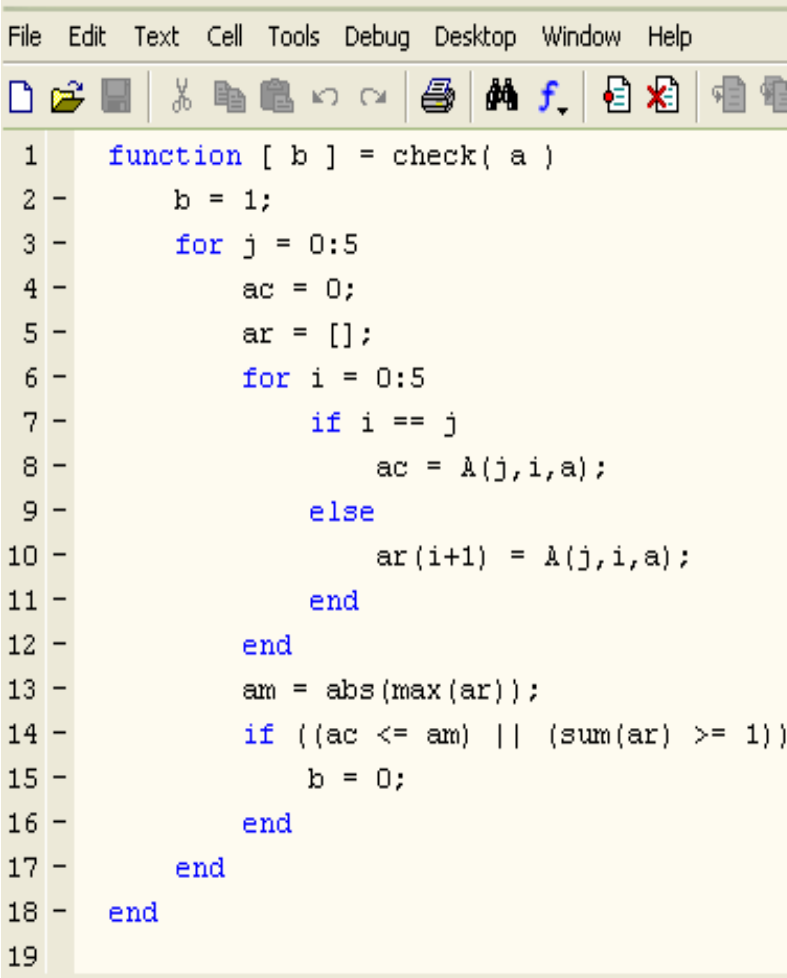
Рис. 4. 2. Програмна реалізація критерію для ітераційного процесу

Ітераційний алгоритм всередині методу прогонки дозволив покращити процедуру отримання розв'язку у відповідності до встановленого критерію (3.15) у п.п. 3.4 розділу 3 даного дисертаційного дослідження.

В загальному випадку, ітераційний алгоритм, можна розділити на три етапи:

- 1) вибір початкового наближення;
- 2) побудова ітераційної процедури;
- 3) формулювання критерію збіжності розрахункової процедури.

Запропонований комбінований чисельно-аналітичний метод може бути використаний як загальний алгоритм при прогнозуванні значень параметрів НДС для тонкостінних оболонок змінної товщини.



```

1  function [ b ] = check( a )
2  -     b = 1;
3  -     for j = 0:5
4  -         ac = 0;
5  -         ar = [];
6  -         for i = 0:5
7  -             if i == j
8  -                 ac = A(j,i,a);
9  -             else
10 -                 ar(i+1) = A(j,i,a);
11 -             end
12 -         end
13 -         am = abs(max(ar));
14 -         if ((ac <= am) || (sum(ar) >= 1))
15 -             b = 0;
16 -         end
17 -     end
18 - end
19

```

Рис. 4. 3. Програмна реалізація вимог до головної матриці методу

Побудована математична модель у п.п..2.3. розділу 2 передбачає дослідження контролю якості за технологічними процесами виробництва тонкостінних циліндричних оболонок змінної товщини. Вважатимемо, що

адекватність розробленої моделі відповідає поставленим задачам дослідження.

Точність прогнозування значень досліджуваних параметрів будемо визначати по адекватності рішення крайової задачі необхідної для програмної реалізації методу. Під точністю даного методу будемо розуміти порядок наближення, який в ньому використовується. При визначенні точності розв'язку розглядається крок  $h$ , який виступає своєрідним параметром для дослідження. При потребі, точність розрахункової схеми необхідно вибирати таким чином, щоб відповідна похибка була в декілька разів меншою від похибки вхідних даних.

Використаємо тестову задачу (4.2) модель точного розв'язку якої є відомою:

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{x}{z(x)}, \\ z'(x) = -\frac{x}{y(x)}, \end{cases} \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (4.2)$$

при умові, що  $y(0) = 1$ ,  $z(1) = 1$ .

Припустимо, що  $y(x, \alpha)$ ,  $z(x, \alpha)$  – розв'язки задачі Коші, тоді отримаємо наступну систему

$$\begin{cases} y'(x, \alpha) = \frac{x}{z(x, \alpha)}, \\ z'(x, \alpha) = -\frac{x}{y(x, \alpha)} \end{cases} \quad (4.2')$$

$$y(0, \alpha) = 1, \quad z(0, \alpha) = \alpha.$$

Точний розв'язок, якої матиме вигляд

$$\begin{cases} y(x, \alpha) = e^{\frac{x^2}{2\alpha}}, \\ z(x, \alpha) = 2\alpha e^{-\frac{x^2}{2\alpha}}. \end{cases} \quad (4.3)$$



На Рис. 4.4. та Рис. 4.5. наведені чисельні результати для системи (4.2') та їх порівняння з точним розв'язком (4.3)

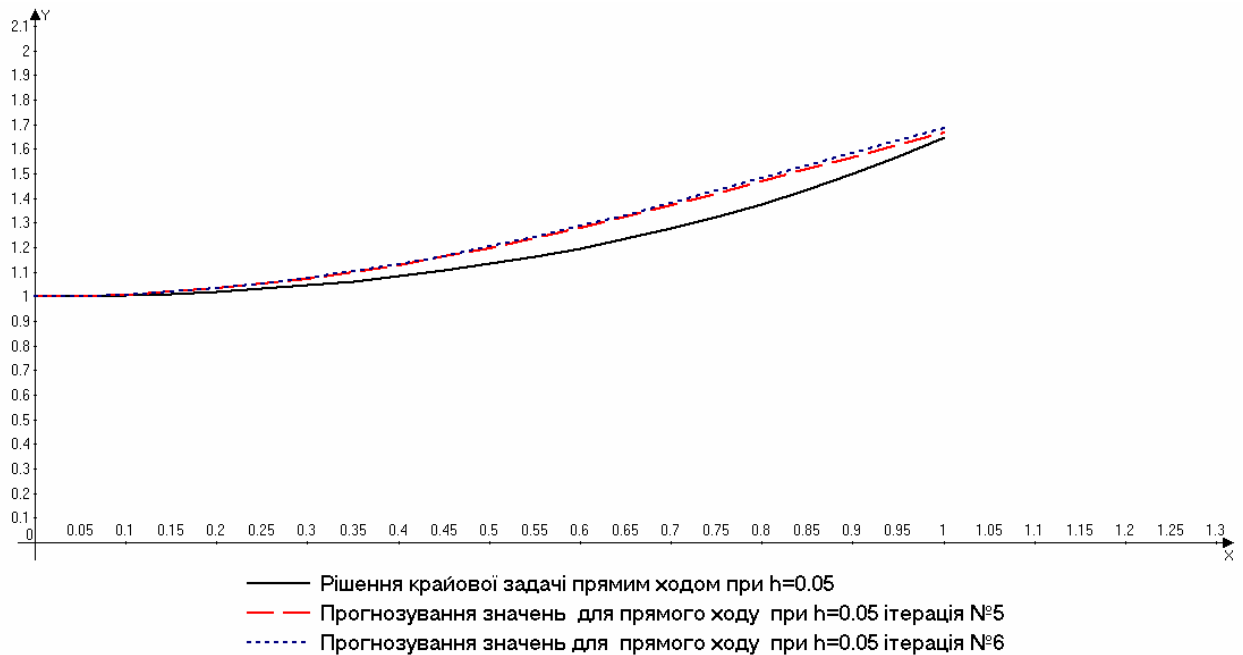


Рис. 4. 4. Точність прогнозування крайових умов при різних варіантах прямого ходу прогонки

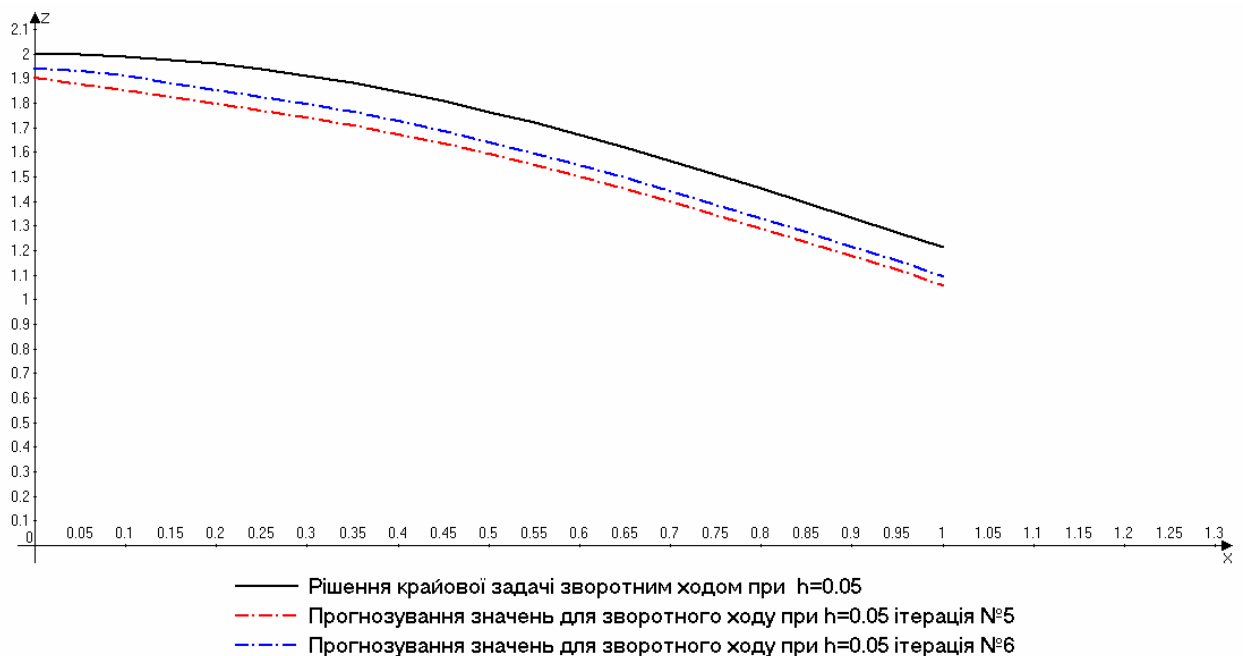


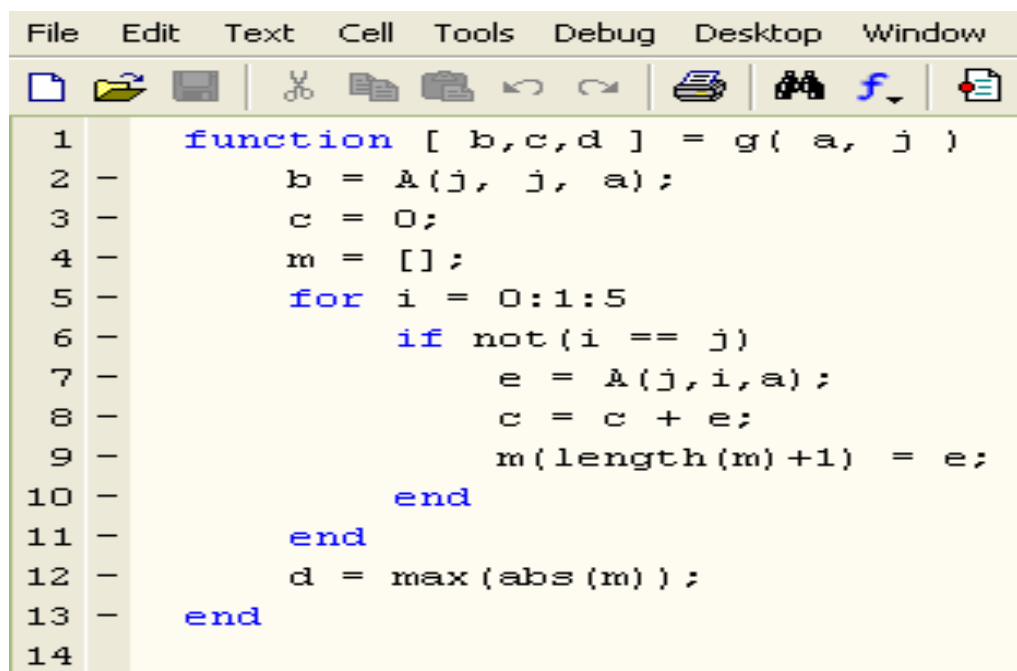
Рис. 4. 5. Точність прогнозування крайових умов при різних варіантах зворотного ходу прогонки

Проведені модельні дослідження показали, що організована нами ітераційна процедура з використанням сплайнів є успішною у використанні та збігається за 4–5 ітерацій з допустимою максимальною відносною похибкою в 1%.

Виходячи з цього, можна стверджувати, що незначна зміна значень вхідних даних, за рахунок величини  $h$  не призводить до значних змін у розв'язку. Тобто, запропонований алгоритм чисельно-аналітичного методу є чисельно стійким і похибка не збільшується під час обчислень.

Таким чином, питання знаходження розв'язку підвищеної точності вихідної крайової задачі (3.10), можна вирішити, при вдало побудованому методі та сформульованих нових правил та алгоритмів для розв'язання рівнянь з погано обумовленими матрицями.

Запропоновано новий підхід до покращення збіжності комбінованого ітераційного методу та підвищення точності розрахункових результатів, який ґрунтується на використанні допоміжних коефіцієнтів  $\alpha$  при апроксимації похідної та за рахунок роботи над матрицею вихідної системи. Описаний процес автоматизовано для формування матриці Рис. 4. 6. та відшукування допоміжних коефіцієнтів Рис. 4. 7.



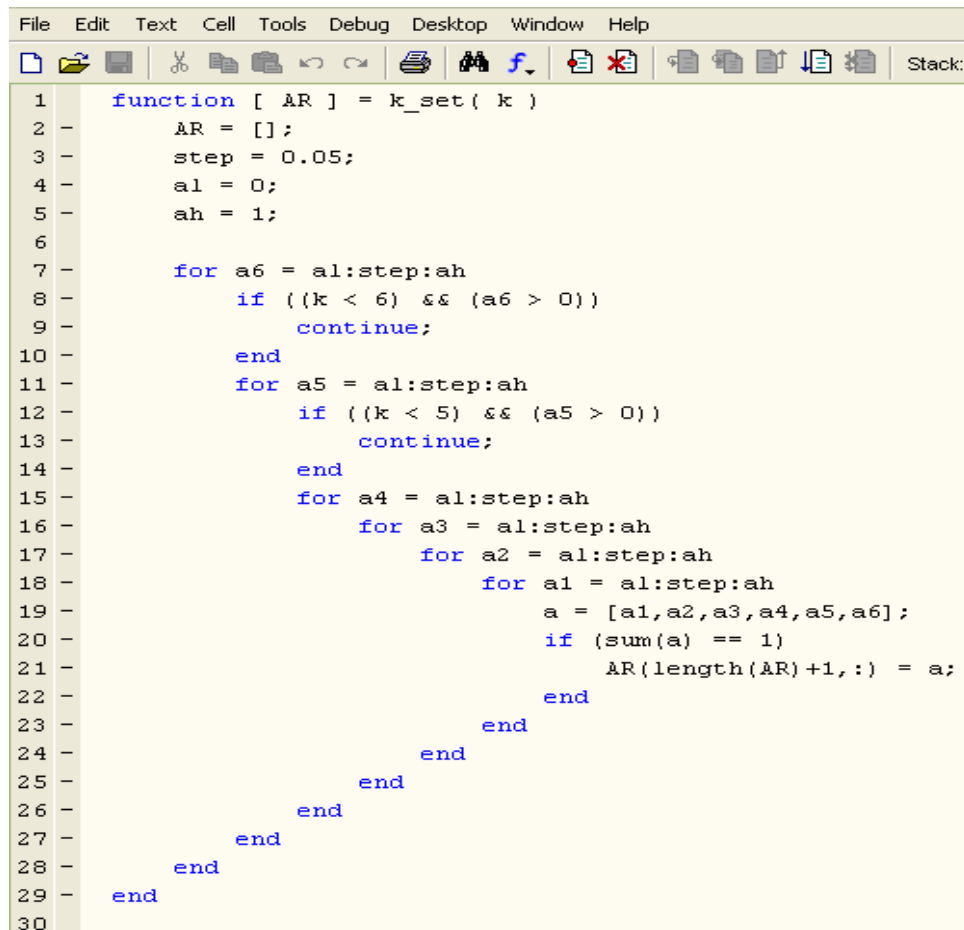
```

File Edit Text Cell Tools Debug Desktop Window
[Icons]
1 function [ b,c,d ] = g( a, j )
2     b = A(j, j, a);
3     c = 0;
4     m = [];
5     for i = 0:1:5
6         if not(i == j)
7             e = A(j,i,a);
8             c = c + e;
9             m(length(m)+1) = e;
10        end
11    end
12    d = max(abs(m));
13 end
14

```

Рис. 4.6. Автоматизований процес формування матриці

У зв'язку з тим, що при переході від неперервних до дискретних величин вдається уникнути операторів диференціювання, але виникає необхідність у розробці або вдосконаленні існуючих алгоритмів для розв'язання СЛАР, компонентами якої є механічні характеристики оболонкових конструкцій. Розроблений підхід дозволяє проводити аналіз матриці вихідної системи та вибрати максимальні діагональні коефіцієнти у порівнянні із сусідніми елементами. Проте, яким би не було перетворення вихідної задачі (дискретизація, редукція, наближення), воно не повинно змінювати вихідні властивості та зв'язки між параметрами задачі.



```

1 function [ AR ] = k_set( k )
2     AR = [];
3     step = 0.05;
4     a1 = 0;
5     ah = 1;
6
7     for a6 = a1:step:ah
8         if ((k < 6) && (a6 > 0))
9             continue;
10        end
11        for a5 = a1:step:ah
12            if ((k < 5) && (a5 > 0))
13                continue;
14            end
15            for a4 = a1:step:ah
16                for a3 = a1:step:ah
17                    for a2 = a1:step:ah
18                        for a1 = a1:step:ah
19                            a = [a1,a2,a3,a4,a5,a6];
20                            if (sum(a) == 1)
21                                AR(length(AR)+1,:) = a;
22                            end
23                        end
24                    end
25                end
26            end
27        end
28    end
29 end
30

```

Рис. 4.7. Автоматизований процес відшукування допоміжних коефіцієнтів

Для підтвердження достовірності отриманого розв'язку необхідно дослідити адекватність використовуваних математичних співвідношень та

всієї моделі в цілому – це основна умова при переході від об'єкта дослідження до моделі з метою подальшого узагальнення модельних результатів на об'єкт дослідження.

Узагальненими критеріями оцінки для даного методу може служити визначення точності отриманих результатів та виконання граничних умов. При потребі можна виконати перевірку апроксимації, яка полягає у виконанні наступних етапів:

- 1) побудова різницевої схеми;
- 2) розклад в ряд Тейлора сіткової функції;
- 3) перерозподіл елементів розкладу згідно вихідної задачі;
- 4) обчислення норми залишкового члена розкладу в ряд Тейлора та встановлення порядку апроксимації.

Наведений новий підхід для покращення збіжності в методі Зейделя. Проведений порівняльний аналіз результатів показав високу точність при застосуванні запропонованого методу на тестовому прикладі. Перевагою методу є те, що можна отримати результати максимально наближені до точних за рахунок дискретного подання апроксимації.

У результаті проведеного дослідження ми отримали множину графіків, аналізуючи які зможемо говорити про ефективність використання даного методу за рахунок збіжності ітерацій, а саме різниці між сусідніми ітераціями про правдоподібність отриманого розв'язку вихідної системи рівнянь.

Простежуються нові тенденції стосовно організації виробництва електронних компонент, які ґрунтуються на об'єднанні виробничих можливостей, тобто на базі провідних підприємств створюються системотехнічні фірми, які на основі готової продукції розробляють програмні продукти для УКС та СКС.

Таким чином, уточнення існуючих розрахункових схем для розв'язання задач НДС тонкостінних оболонок змінної товщини дозволить значно розширити область використання реальних конструкцій у промисловому

виробництві. Прикладом є сучасне машинобудування, яке перш за все вимагає використання новітніх підходів на базі СКС, які є високоефективними, високоенергетичними, потужними та разом з цим зручними та вигідними в економічному плані.

Завдяки своїй криволінійній структурі циліндричні оболонки дозволяють найбільш раціонально розподілити матеріал в різнопланових спорудженнях, та, крім цього, використовувати його властивості міцності при задоволенні умов стійкості [62, 88]. Крім цього, у процесі створення масштабних конструкцій, оболонки забезпечують високу міцність, жорсткість, теплоізоляційні характеристики.

Виходячи з цього, стає зрозумілим високий рівень практичної значущості від використання спеціалізованої комп'ютерної системи, а отже і ефективності в цілому. Відзначимо, що ефективність моделі безпосередньо залежить від того настільки є тривіальною структура, із збільшенням складності простежується зменшення ефективності.

Крім цього, за результатами реалізації запропонованого алгоритму автоматизованого методу контролю якості технологічних процесів виробництва, на прикладі задачі із змінною та сталою товщиною циліндричної оболонки, було доведено, що зменшилася кількість елементарних операцій на кожній із ітерації близько 5%. Тобто використання запропонованої структури спеціалізованої комп'ютерної системи дозволить підвищити контроль якості виробництва та продуктивно організувати виробничі процеси з мінімальними затратами сировини.

### **Висновки до четвертого розділу**

Реалізовано спеціалізовану комп'ютерну систему, яка дозволяє здійснювати автоматизований контроль за якістю технологічних процесів виробництва тонкостінних циліндричних оболонок змінної товщини в реальному часі.

1. Розроблено алгоритм модифікованого методу прогонки, за рахунок організації ітераційної процедури з використанням сплайнів, який може бути використаний у блоці спеціалізованого програмного забезпечення на базі спеціалізованих комп'ютерних систем при прогнозуванні фізико-технічних характеристик тонкостінних циліндричних оболонок змінної товщини.

2. Встановлено, що використання сплайн-функцій у ітераційній процедурі дозволяє проводити обчислення з підвищеною точністю. Отриманий результат можна застосовувати при дослідженні контролю якості технологічних процесів виробництва тонкостінних оболонок в реальному часі.

3. Використання запропонованої структури спеціалізованої комп'ютерної системи дозволить підвищити контроль якості виробництва та продуктивно організувати виробничі процеси з мінімальними затратами сировини.

4. Результатами реалізації запропонованого алгоритму автоматизованого методу контролю якості технологічних процесів виробництва, на прикладі задачі із змінною та сталою товщиною циліндричної оболонки, було доведено, що зменшилася кількість елементарних операцій на кожній із ітерації близько 5%.

## ВИСНОВКИ

У дисертації вирішено важливу науково-технічну задачу підвищення ефективності виробництва тонкостінних циліндричних оболонок змінної товщини за рахунок розробки та впровадження спеціалізованої комп'ютерної системи (СКС) контролю якості технологічних процесів.

1) вдосконалено модель спеціалізованої комп'ютерної системи для керування технологічними процесами в режимі реального часу, яка відрізняється наявністю елементів контролю керування, що забезпечує підвищення ефективності технологічних процесів. Дане вдосконалення дозволило забезпечити управління виробництвом тонкостінних циліндричних оболонок змінної товщини на основі прогнозування значень параметрів для успішного завершення виробничих процесів.

2) розроблено метод автоматизованого контролю якості технологічних процесів для комп'ютеризованого управління виробництвом тонкостінних циліндричних оболонок змінної товщини на основі моделювання напружено-деформованого стану шляхом порівняння зміни розрахункових та реальних параметрів у процесі виробництва, що забезпечило прогнозування завершення технологічного процесу. Прогнозування розрахункових показників реалізовано за рахунок організації ітераційної процедури з використанням сплайнів, які дозволяють забезпечити точність та швидкість реалізації методу;

3) отримали подальший розвиток методи оцінки швидкості та точності управління технологічними процесами на основі реалізації спеціалізованої комп'ютерної системи. Розроблено підхід для оцінки ефективності запропонованого комбінованого методу. За рахунок використання розроблених правил і алгоритмів для оцінки збіжності та адекватності моделей для автоматизованого контролю якості технологічних процесів, що забезпечує стійкість управління виробництвом тонкостінних циліндричних оболонок змінної товщини. Підвищення точності та швидкості обчислень

досягнуто за рахунок перетворень матриці вихідної системи та використання спеціальних коефіцієнтів. Отримані результати дозволили застосувати метод автоматизованого контролю якості технологічних процесів для комп'ютеризованого управління виробництвом в реальному часі.

4) Практична цінність роботи полягає в доведенні отриманих наукових результатів до конкретних інженерних методик, алгоритмів, моделей та варіантів розрахункових схем для блоку спеціалізованого програмного забезпечення, які можна успішно використати при вдосконаленні існуючих та побудові нових спеціалізованих комп'ютерних систем. Розроблене програмне забезпечення для моделювання напружено-деформованого стану тонкостінних циліндричних оболонок змінної товщини в режимі реального часу.

Отримані результати дозволили підвищити точність контролю за якістю виробництва в режимі реального часу, за рахунок зменшення кількості елементарних операцій на кожній ітерації близько 5 %. Це, в свою чергу, дозволило досягти більш рівномірного розподілу переміщень в серединній поверхні оболонки, що надає можливість продуктивно організувати виробничий процес з мінімальними затратами сировини.

Результати роботи впроваджені у випробувальній лабораторії ТОВ «ТЕКСТОН», ТОВ «ЧЕРКАСИ-АВТОТЕХ», навчальний процес Черкаської філії ПВНЗ «Європейський університет» та Черкаського національного університету ім. Богдана Хмельницького.



## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Дзюба В. А. Побудова комбінованого чисельно-аналітичного методу підвищеної точності для розрахунку задач оболонкових конструкцій. «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»: зб. наук. пр. Харків: ХНУ ім. В. Н. Каразіна, 2014. Вип. 29. С. 34–40.
2. Дзюба В. А., Стеблянюк П. О. Ітераційні методи в задачах математичного моделювання технічних процесів. «Прикладна математика. Інформатика»: наук. журнал. Черкаси: ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2013. Вип. 38(291). С. 49–57.
3. Дзюба В. А., Стеблянюк П. О. Побудова методу підвищеної точності розв'язку задачі для циліндричної оболонки змінної товщини на основі ітераційних методів. «Математичні проблеми технічної механіки»: зб. наук. пр. Дніпродзержинськ: ДДТУ, 2014. Вип. 1(24). С. 216–221.
4. Dzyuba V. A., Steblyanko P. O. Use of splines in the calculation of deflections for plates of variable thickness. «Physical and mathematical sciences»: J. Science and Education a New Dimension: Budapest, 2014. No 32. P. 41–47.
5. Lada N., Dzyuba V., Breus R., Lada S. Synthesis of sets of non-symmetric two-operand two-bit crypto operations within the permutation accuracy. «Reports on research projects. Technology audit and production reserves»: Science J. Kharkiv, 2020. No 2/2(52). P. 28–31.
6. Дзюба В. А., Зажома В. М., Рудницький В. М., Стеблянюк П. О. Автоматизація процесів розрахунку напружено-деформованого стану циліндричних оболонок. «Вісник Інженерної академії України»: Теор. і наук.-практ. журнал Київ: ІА України, 2019. Вип. 4. С. 100–104.

7. Дзюба В. А., Рудницький В. М. Спеціалізована комп'ютерна система для розрахунку з підвищеною точністю механічних характеристик задач напружено-деформованого стану тонкостінних циліндричних оболонок змінної товщини. *«Системи управління, навігації та зв'язку»*: Наук. період. Видання Полтава: ПНТУ ім. Ю. Кондратюка, 2020. Вип. 1(59). С. 101–104.

8. Дзюба В. А., Стебляк П. О. Використання обчислювальних методів в математичному моделюванні складних систем. *Інформаційно-комп'ютерні технології в економіці, освіті та соціальній сфері*: матеріали ІХ Всеукраїнської наук.-практ. конф.: тези доп., (Сімферополь, 13–14 березня 2014 р.). 2014. Вип. 9. С. 3–5

9. Дзюба В. А., Стебляк П. О. До побудови методу підвищеної точності розв'язку стаціонарної задачі для оболонки змінної товщини. *Математичні проблеми технічної механіки – 2014*: матеріали Міжнародної наук. конф.: тези доп., (Дніпропетровськ, 14–17 квітня 2014 р.). С. 50–52.

10. Дзюба В. А., Стебляк П. О. Використання ітераційних методів при моделюванні технічних процесів в складних системах. *Актуальні проблеми природничих та гуманітарних наук у дослідженнях молодих вчених*: матеріали ХVІ Всеукраїнської наук.-практ. конф.: тези доп., (Черкаси, 24–25 квітня 2014 р.). С.107–108.

11. Дзюба В. А. Новий варіант методу дослідження механічних характеристик пластин та оболонок змінної товщини підвищеної точності. *Актуальні проблеми гуманітарних та природничих наук*: матеріали Міжнародної наук. - практ. конф.: тези доп., (Одеса, 3–4 квітня 2015 р.). С. 12–14.

12. Дзюба В. А., Стеблянюк П. О. Чисельно-аналітичний підхід для розрахунку з підвищеною точністю механічних характеристик пластин та оболонок змінної товщини. *Інформатика. Математика. Автоматика*: матеріали наук.-техн. конф.: тези доп., (Суми, 20–25 квітня 2015 р.). С. 258.

13. Дзюба В. А. Використання комп'ютерних технологій в математичному моделюванні задач теорії оболонок. *Інформаційні технології в моделюванні*: матеріали Всеукраїнської наук.-практ. конф.: тези доп., (Миколаїв, 24–25 березня 2016 р.). С. 25–26.

14. Дзюба В. А. Новий підхід до побудови комбінованого ітераційного методу для розрахунку оболонок змінної товщини. *Інформатика. Математика. Автоматика*: матеріали наук.-техн. конф.: тези доп., (Суми, 18-22 квітня 2016 р.). С. 237.

15. Сайт компанії MSC Software [Електронний ресурс]. – Режим доступу:<http://www.mssoftware.ru/products/msc-nastran>

16. Рудницький В.М., Бабенко В.Г. Математичне моделювання дискретних пристроїв для систем інформаційної безпеки. Міжнародна науково-технічна конференція «*Інтегровані комп'ютерні технології в машинобудуванні ІКТМ-2007*». Харків: НАУ ім. М.Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут», 2007. С. 227–229.

17. Гуда О. В. Сучасні моделі та методи розрахунку пластин / О. В. Гуда // Міжвузівський збірник «*Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво*». Луцьк, 2011. №3. С. 109–114

18. Николайчук Я.М., Пітух І.Р., Возна Н.Я. Теорія моделей руху даних розподілених комп'ютерних систем. Навчальний посібник / Тернопіль: ТЗОВ "Терно-граф". 2008. 216с.

19. Николайчук Я.М., Пітух І.Р., Возна Н.Я. Проектування спеціалізованих комп'ютерних систем. / Навчальний посібник/ Тернопіль : ТзОВ «Терно-граф», 2010. 392 с., іл..
20. Палагин О.В., Николайчук Я.М. Опыт разработки микропроцессорных распределенных систем реального времени. 1988. 116с.
21. Николайчук Я.М. Теорія джерел інформації. / Монографія: Тернопіль: ТНЕУ, 2008. 536с.
22. MacKay David J. C. Information Theory, Inference, and Learning Algorithms / David J. C. MacKay. Draft 4.0 April 15, 2003. 695 p.
23. KnManassah Jamal T. Elementary Mathematical and Computational Tools for Electrical and Computer Engineers Using Matlab / Jamal T. Manassah CRC Press LLC, 2001. 347 p.
24. Shampine L. F. Fundamentals of Numerical Computing / L. F. Shampine, R. C. Allen, Jr., S. Pruess. John Wiley & Sons, Inc, 1997. 268 p.
25. Stolarski T. Engineering Analysis with ANSYS Software [Text] / T. Stolarski, Y. Nakasone, S. Yoshimoto. – 2nd Edition. – Butterworth-Heinemann, 2018. 553 p.
26. Гома Х. UML. Проектирование систем реального времени, параллельных и распределенных приложений. М.: ДМК Пресс, 2002. 704 с
27. Цифровая обработка сигналов: Учеб. пос-е для высш. учеб. завед-й – 2-е изд., перераб. и доп. / Гольденберг Л.М., Матюшкин Б.Д., Поляк М.Н. М.: Радио и связь, 1990. 256 с.

28. Половко А.М. Интерполяция. Методы и компьютерные технологии их реализации / А. М. Половко, П. Н. Бутусов. – СПб.: БХВ-Петербург, 2004 . 320 с.
29. Преснухин Л.Н., Воробьев Н.В., Шишкевич А.А. Расчет элементов цифровых устройств. М.:Высшая школа, 1991. 528 с.
30. Иванов В. В. Методы вычислений на ЭВМ: справочное пособие / В. В. Иванов. Киев: Наук., 1986. 584 с.
31. Коткин Г. Л. Компьютерное моделирование физических процессов с использованием MATLAB: Учеб. пособие / Г. Л. Коткин, В. С. Черкасский. Новосибирск, 2001. 173 с.
32. Крауч С. Методы граничных элементов в механике твердого тела / Крауч С., Старфилд А.; пер. с англ. М. А. Тлеужанова. М.: Мир, 1987. 328 с.
33. Conte S. D. International Series in Pure and Applied Mathematics / S. D. Conte, Carl de Bor. McGraw-Hill Book Company, 1980. 432 p.
34. Xia M., Sun Q. Thermomechanical responses of nonlinear torsional vibration with NiTi shape memory alloy – Alternative stable states and their jumps // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 2017. Vol. 102. P. 257–276. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jmps.2016.11.015>
35. Авдонин А.С. Прикладные методы расчета оболочек и тонкостенных конструкций / А. С. Авдонин. М.: Машиностроение, 1969. 402 с.
36. Беккер А. Т. Применение оболочечных конструкций с упругим наполнителем в строительстве / А. Т. Беккер, Н. Я. Цимбельман // «Вестник Дальневосточного государственного технического университета». 2010. №2(4). С. 27–34

37. Влайков Г. Г. Свободные колебания анизотропных цилиндрических оболочек с переменными параметрами / Г. Г. Влайков, А. Я. Григоренко, Л. В. Соколова // Восточно – Европейский журнал передовых технологий. 2013. 3/12 (63) С. 13–16

38. Горшков А. Г. Теория упругости и пластичности: учеб. для вузов / А. Г. Горшков, Э. И. Старовойтов, Д. В. Тарлаковский. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. 416 с.

39. Годунов С.К. О численном решении краевых задач для систем линейных дифференциальных уравнений / С. К. Годунов // *Успехи математических наук*, 1961. Т. 16. № 3(99). С. 171 – 174.

40. Григоренко А. Я. Расчет напряженно-деформированного состояния слоистых и прямоугольных в плане пологих ортотропных оболочек в уточненной постановке/ А. Я. Григоренко, Н. П. Яремченко, С. Н. Яремченко // *Доповіди Національної академії наук України*. 2012. № 2 С. 76–82

41. Lepikhin P. P. A Program for Numerical Calculation of Dynamic Stress-Strain State and Strength of Hollow Multilayer Anisotropic Cylinders and Spheres. Part 1. Program Description / P. P. Lepikhin, V. A. Romashchenko, O. S. Beiner, V. N. Storozhuk, Yu. N. Babich, E. V. Bakhtina // *Strength of Materials*. 2015. № 2. P 38–47. doi: <https://doi.org/10.1007/s11223-015-9655-x>

42. Letichevsky A.A., Kapitonova J.K., Letichevsky A.A. jr. Insertion Programming and System Simulation // *Proc. XXVI International Workshop on Modeling of Developing Systems*, Kiev, Ukraine. 2003. P. 19–20.

43. Раківненко В. П. Метод експрес-аналізу напружено-деформованого стану товстостінних циліндрів підвищеної міцності / В. П. Раківненко, О. М. Киріченко, П. І. Литовченко, Л. А. Гребенік // Збірник наукових праць Національної академії Національної гвардії України. 2012. № 2 (20). С. 31–37. doi: <https://doi.org/10.33405/2409-7470/2012/2/20/166002>

44. Steblyanko P. A., Shevchenko Yu. N. Computational methods in stationary and non-stationary thermal-plasticity problems // Problems, ETS-Encyclopedia of Thermal Stresses, Shpringer Verlag. 2014. Issue 7. P. 630–636.

45. Бате К. Численные методы анализа и метод конечных элементов / Бате К., Вилсон Е.; пер. с англ. А. С. Алексеева; под ред. А. Ф. Смирнова. М.: Стройиздат, 1982. 448 с.

46. Кирхгоф Г. Механика. М.: Изд-во АН СССР, 1962. 402 с.

47. Ляв А. Математическая теория упругости / Ляв А.; пер. с англ. Б. В. Булгакова, В. Я. Натанзона. М.-Л.: ОГИЗ Гостехтеориздат, 1935. 674 с.

48. Новожилов В. В. Теория тонких оболочек / В. В. Новожилов. Л.: Судпромгиз, 1962. 432 с.

49. Партон В. З. Методы математической теории упругости / В. З. Партон, П. И. Перлин. М.: Наука, 1981. 688 с.

50. Рекач В. Г. Руководство к решению задач по теории упругости / В. Г. Рекач. М.: Высш. школа, 1966. 228 с.

51. Рудаков К. М. Чисельні методи аналізу в динаміці та міцності конструкцій: навч. Посібник / К. М. Рудаков . К.: НТУУ «КПІ», 2007. 379 с.

52. Стеблянко П.О. Методи розв'язання багатовимірних динамічних задач МДТТ. К.: Міністерство освіти України, НМК ВО, 1990. 139 с.
53. Стеблянко П.А. Пространственные нестационарные задачи теории термоупругопластичности. К.: Инст. мех. НАН Украины, 1997. 273 с.
54. Трушевський В. Розв'язування лінійних крайових задач мультисітковим ітераційним нейронним методом / В. Трушевський, Н. Щербина // Вісник Львівського Національного університету імені Івана Франка. Серія «Прикладна математика та інформатика». 2006. № 11. С. 82–98.
55. Флетчер К. О. Численные методы на основе метода Галёркина / Флетчер К. О.; пер. с англ. Л. В. Соколовска. М.: Мир, 1988. 352 с.
56. Васильев В. В. Математическое и компьютерное моделирование процессов и систем в среде MATLAB/SIMULINK: учебное пособие для студентов и аспирантов / В. В. Васильев, Л. А. Симак, А. М. Рыбникова. К.: НАН Украины, 2008. 91 с.
57. Вержбицкий В. М. Численные методы (линейная алгебра и нелинейные уравнения) / В. М. Вержбицкий.: учеб. пособие для вузов. М.: Высшая школа, 2000. 266 с.
58. Гуржий А. Численные методы математической физики. Курс лекций / А. Гуржий. К., 2006. 98 с.
59. Варвак П.М.Справочник по теории упругости / П. М. Варвак, А. Ф. Рябов. Киев: Будівельник, 1971. 419 с.



60. Власов В. З. Общая теория оболочек и ее применение в технике / В. З. Власов. – М. Гостехтеоретиздат, 1949; Избранные труды. М. АН СССР, 1962, т. I, ч. III. 528 с.

61. Berikelashvili G. Construction and Analysis of Difference Schemes for Some Elliptic Problems and Consistent Estimates of the Rate of convergence / G. Berikelashvili. Tbilisi.: Mathematical Institute Georgian Academy of Sciences, 2006. 1–131 p.

62. Gordeziani D. G. Finite-difference schemes for solving nonlocal boundary value problems, (Russian) / D. G. Gordeziani, P. Natalini, P. E. Ricci // International Journal Computers and Mathematics. Tbilisi Gos. Univ. Inst. Prikl. Math. Trudy, 2005. 50 (2005). P. 1333–1344

63. Nash J. C. Compact Numerical Methods for Computers linear algebra and function minimization / J. C. Nash. — Adam Hilger.: Bristol and New York, 1990. 278 p.

64. Vazirani V. Vijay Approximation Algorithms / Vijay V. Vazirani. — College of Computing Georgia Institute of Technology, 2001. 378 p.

65. Williamson David P. The Design of Approximation Algorithms / David P. Williamson, David B. Shmous. To be published by Cambridge University Press, 2010. 500 p.

66. Амосов А. А. Вычислительные методы для инженеров / А. А. Амосов, Ю. А. Дубинский, Н. В. Копченова: Учеб. пособие. М.: Высш. шк., 1994. 544 с.

67. Бахвалов Н.С. Численные методы (анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения). М.: Наука, 1975. 613 с.

68. Бахвалов Н. С. Численные методы в задачах и упражнениях / Н. С. Бахвалов, А. В. Лапин, Е. В. Чижонков: Учеб. пособие. / под ред. В. А. Садовниченко. М.: Высш. шк., 2000. 190 с.
69. Демидович Б. П. Численные методы анализа / Б. П. Демидович, И. А. Марон, Э. З. Шувалова. М.: Наука, 1967. 386 с.
70. Боголюбов А. Н. Основы математического моделирования / А. Н. Боголюбов. М.: Физический факультет МГУ им. Ломоносова, 2005. 137 с.
71. Мастяева И. Н. Численные методы: учебное пособие / И. Н. Мастяева, О. Н. Семенихина / Московский международный институт эконометрики, информатики, финансов и права. М., 2004. 103 с.
72. Мышкис А. Д. Элементы теории математических моделей / А. Д. Мышкис. Изд. 3-е, исправленное. М.: КомКнига, 2007. 192 с.
73. Самарский А. А. Задачи и упражнения по численным методам: учебное пособие / А. А. Самарский, П. Н. Вабищевич, Е. А. Самарская. М.: Эдиториал УРСС, 2000. 208 с.
74. Доннелл, Л. Г. Балки, пластины и оболочки Текст. / Л. Г. Доннелл: под ред. Э. И. Григолюка. М. Наука, 1982. 568 с.
75. Еремеев В. А. Механика упругих оболочек / Еремеев В. А., Зубов Л. М.; отв. ред. В. А. Бабешко: Юж. ЦН РАН. М.: Наука, 2008. 280 с.
76. Егоренков Д. Л. Основы математического моделирования. Анализ и построение моделей с примерами на языке MATLAB: учеб. пособие / Д. Л. Егоренков, А. Л. Фрадков, В. Ю. Харламов – СПб.: Питер, 2012. 188 с.

77. Зубов Л. М. Методы нелинейной теории упругости в теории оболочек / Л. М. Зубов. Издательство Ростовского университета, 1982. 144 с.
78. Бабенко К. И. Основы численного анализа / К. И. Бабенко. – Москва-Инженерск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2002. 848 с.
79. Бабкин А. В. Численные методы в задачах физики быстропротекающих процессов / А. В. Бабкин, В. И. Колпаков, В. Н. Охитин, В. В. Селиванов: Учебник для вузов. – 2-е изд., испр. М.: Изд-во МГТУ им Н. Э. Баумана, 2006. 520 с. ( *Прикладная механика сплошных сред*: В 3т. / Науч. ред. В. В. Селиванов; Т. 3).
80. Бакушинский А. Б. Некорректные задачи. Численные методы и приложения / А. Б. Бакушинский, А. В. Гончарский. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1989. 199 с.
81. Fabrikant V.I. Applications of Potential Theory in Mechanics. Selection of New Results / V.I. Fabrikant. Kluwer, 1989. 454 p.
82. Fabrikant V.I. Mixed Boundary Value Problems of Potential Theory and their Applications in Engineering / V.I. Fabrikant. Kluwer, 1991. 440 p.
83. Gavrilyuk I. P. Difference schemes for nonlinear BVPs on the half-axis / I. P. Gavrilyuk, M. Hermann, M. V. Kutniv, V. L. Makarov. Belarus.: To be published by Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Belarus, 2000. 1–30 p.
84. Михлин С. Г. Приближенные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений / Михлин С. Г., Х. Л. Смолицкий; под ред. Л. А. Люстерника, А. Р. Янпольского. М.: Наука, 1965. 383 с.

85. Lapinska-Chrzczonec Magdalena Difference schemes of arbitrary order of accuracy for semilinear parabolic equations / Magdalena Lapinska-Chrzczonec. Poland, Institute of Mathematics and Computer Science, The John Paul II Catholic University of Lublin, 2010. 2 (2010). 93–109 p.
86. Mickens R. E. Applications of Nonstandard Finite Difference Schemes / R. E. Mickens. World Scientific, Singapore, 2000. 1–9 p.
87. Berikelashvili G. On the convergence of Finite-Difference Scheme for a Nonlocal Elliptic Boundary Value problem / G. Berikelashvili. Tbilisi.: Mathematical Institute Georgian Academy of Sciences, 2001. № 70(84). 69–78 p.
88. Grigorenko A.Ya., Vlaikov G.G. Some problems of elasticity theory for anisotropic bodies of cylindrical form / A. Ya. Grigorenko, G. G. Vlaikov. Kyiv. National Academy of Sciences of Ukraine, S.P. Timoshenko Institute of Mechanics, Technical Center. 2002. 217p.
89. Shynkarenko Heorgiy A Posteriori error estimations for finite element approximations on quadrilateral meshes / Heorgiy Shynkarenko, Olexandr Vovk // J. 2013. №3 (113). С. 107–118
90. Самарский А. А. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры / А. А. Самарский, В. П. Михайлов. 2-е изд. испр. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. 320 с.
91. Rachunkova Irena Solvability of Nonlinear Singular Problems for Ordinary Differential Equations / Irena Rachunkova, Svatoslav Stanek, Milan Tvrdy. — Hindawi Publishing Corporation, *Contemporary Mathematics and Its Applications*, Volume 5, 2008. 268 p.

92. Баженов В. А. Численные методы в механике: учебное пособие / В. А. Баженов, А. Ф. Дашченко, В. Ф. Оробей, Н. Г. Сурьянинов. «СТАНДАРТЬ», 2004. 564 с.
93. Беляев А. В. Модификация метода Годунова решения краевых задач теории оболочек / А. В. Беляев, Ю. И. Виноградов // Инженерный вестник. 2013. №7. С. 1–14
94. Демидович Б. П. Основы вычислительной математики / Б. П. Демидович, И. А. Марон. М.: Наука, 1966. 664 с.
95. Каханер Д. Численные методы и математическое обеспечение / Каханер Д., Моуер К., Нэш С.; пер. с англ. под ред. Х. Д. Икрамова. М.: Мир, 1998. 575 с.
96. Потабенко Н. А. Численные методы. Решение задач линейной алгебры и уравнений в частных производных: Тексты лекций / Н. А. Потабенко. М.: Изд-во МАИ, 1997. 88 с.
97. Березин И. С. Методы вычислений: 2-е изд. / И. С. Березин, Н. П. Житков. М.: Наука, 1962. Т.1. 464 с.
98. Тихонов А. Н. Методы решения некорректных задач: 2-е изд. / А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1979. 576 с.
99. Толстых А. И. Компактные разностные схемы и их применение в задачах аэрогидродинамики / А. И. Толстых. М.: Наука, 1990. 230 с.
100. Форсайт Дж. Машинные методы математических вычислений / Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К.; пер. с англ. Х. Д. Икрамова. М.: Мир, 1980. 279 с.

101. Стеблянок П.А. Итерационный метод решения нестационарных пространственных задач МДТТ повышенной точности по времени // Юбилейный сборник НТТ. Днепродзержинск, 1995. С. 377–381.

102. Стеблянок П.А. Метод определения решения нестационарного трехмерного уравнения теплопроводности // *Нелинейные проблемы собственных значений*. Тверь: Приз, 1996. С.131–148.

103. Стеблянок П.А. Методы решения нестационарных задач теории пластичности. Тверь: Приз, 1999. 424 с.

104. Современные проблемы вычислительной математики и математического моделирования: в 2 т./ Ин-т вычисл. математики. М.: Наука, 2005. Т. 1.: *Вычислительная математика* / [ отв. ред. Н. С. Бахвалов, В. В. Воеводин]. 343 с.

105. Рихтмаер Р. Разностные методы решения краевых задач / Рихтмаер Р., Мортон К.; пер. с 2-го англ. издания Б. М. Будака, А. Д. Горбунова, В. Е. Кондрашова, В. Е. Трощичева; под ред. Б. М. Будака, А. Д. Горбунова. М.: Мир, 1972. 418 с.

106. Петров И. Б. Лекции по вычислительной математике: учебное пособие / И. Б. Петров, А. И. Лобанов. М.: Интернет-Университет Информационных Технологий; БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. 523 с.

107. Nicholas J. Higham Accuracy and Stability of Numerical Algorithms / Higham J. Nicholas. SIAM.: Philadelphia, 1996. 688 p.

108. Sedgewick Robert Algorithms / Robert Sedgewick. — Addison – Wesley.: United States of America, 1983. 551 p.

109. Stoer J. Introduction to Numerical Analysis / Stoer J., R. Bulirsch; Translated by R. Bartels, W. Gautschi, C. Witzgall. Springer - Verlag, 1976. 660 p.
110. Трауб Дж. Итерационные методы решения уравнений / Трауб Дж.; пер. с англ. И. А. Глинкина; под ред. А. Г. Сухарева. М.: Мир, 1985. – 264 с.
111. Knuth Donald E. The Art of Computer Programming: Second Edition / Donald E. Knuth. Addison – Wesley, 1981. 688 p.
112. Thomas Hill. Using MATLAB to create IP for System Generator for DSP. – White Paper: Xilinx FPGAs WP241 (v1.0), 2006.
113. Акулич И. Л. Математическое программирование в примерах и задачах / И. Л. Акулич: Учеб. пособие для студентов эконом. спец. вузов. М.: Высш. шк., 1986. 319 с.
114. Стеблянко П. А., Сафронов О. О. Применение напряженных сплайнов при построении решения задачи для цилиндрической оболочки постоянной толщины// *Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій*. 2011. №15. С. 170 – 182.
115. Стеблянко П.А. Связанные нестационарные задачи теории термоупругопластичности при сложном циклическом нагружении // Сборник научных трудов ДГТУ. Юбилейный вып. 1999-2000 гг. Т. 2. – Днепродзержинск : 2000 . С. 328 – 331.
116. Стрельникова С. Н. Исследование напряженно - деформированного состояния оболочек статическим методом: дис., кандидата физ.-мат. наук: 01. 02. 04 / Стрельникова Светлана Николаевна. – Воронеж, 2006. 150 с.

117. Григоренко Я. М. Розв'язання задач теорії оболонок на основі дискретно-континуальних методів / Григоренко Я. М., Будає В. Д., Григоренко О. Я.: навч. посібник. Миколаїв: Іліон, 2010. 294с.

118. Сальвадори М. Дж. Численные методы в технике / Сальвадори М. Дж.; пер. с англ. О. В. Локуциевского; под ред. К. А. Семендяева. М.: Изд-во Иностранной литературы, 1955. 247 с.

119. Современные проблемы вычислительной математики и математического моделирования: в 2 т./ Ин-т вычисл. математики. – М.: Наука, 2005. Т. 2.: *Математическое моделирование* / [отв. ред. В. П. Дымников]. 405 с.

120. Thompson William J. Computing for Scientists and Engineers / William J. Thompson. John Wiley & Sons, Inc, 1992. 444 p.

121. Дьяконов В. Математические пакеты расширения Matlab. Специальный справочник. / В. Дьяконов, В. Круглов. – СПб.: Питер, 2001. 480 с.

122. Новацкий В. Теория упругости / Новацкий В.; пер. с польск. Б. Е. Победри. М.: Мир, 1975. 872 с.

123. Тимошенко С. П. Теория упругости / Тимошенко С. П., Гудьер Дж.; пер. с англ. М. И. Рейтман. – Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», 1975. 576 с.

124. Тимошенко С.П. Пластины и оболочки / Тимошенко С. П., Войновский-Кригер С.; пер. с англ. В. И. Контовта; под ред. Г. С. Шапиро. М.: Наука, 1966. 636 с.



125. Благовещенский Ю. В. Вычисление элементарных функций на ЭВМ / Ю. В. Благовещенский, Г. С. Теслер. Киев: Техника, 1977. 208 с.
126. Воеводин В. В. Матрицы и вычисления / В. В. Воеводин, Ю. А. Кузнецов. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984. 320 с.
127. Ворожцов Е. В. Сборник задач по теории разностных схем: учеб. пособие / Е. В. Ворожцов. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2000. 41 с.
128. Рябенький В. С. Об устойчивости разностных уравнений / Рябенький В. С., Филиппов А. Ф.; под. ред. Л. А. Чудова. М.: гос. изд. тех.-теор. лит., 1956. 171 с.
129. Бронштейн И. Н. Справочник по математике / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. М.: Наука, 1981. 720 с.
130. Копченова Н. В. Вычислительная математика в примерах и задачах / Н. В. Копченова, И. А. Марон: Учебное пособие. 3-е изд., стер. СПб.: Издательство «Лань», 2009. 368 с.
131. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. М.: Наука, 1974. 832 с.
132. Островский А. М. Решение уравнений и систем уравнений / Островский А. М.; пер. с англ. Л. З. Румшинский, Б. Л. Румшинский. М.: ИЛ, 1963. 219с.
133. Morgan Don Numerical Methods / Don Morgan. M. and T.: United States of America, 1992. 496 p.
134. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц / Ф. Р. Гантмахер. – 2-е изд. дополн. М.: Наука. гл. изд. физ.-мат. лит., 1966. 576 с.

135. Поршнеv С. В. Компьютерное моделирование физических процессов в пакете MATLAB: учеб. пособие / С. В. Поршнеv. М.: Горячая линия – Телеком, 2003. 592 с.

## ДОДАТОК А

### Список публікацій здобувача за темою дисертації

#### *Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації:*

- [1] Дзюба В. А., Стеблянко П. О. Ітераційні методи в задачах математичного моделювання технічних процесів. «Прикладна математика. Інформатика»: наук. журнал. Черкаси: ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2013. Вип. 38(291). С. 49-57.
- [2] Дзюба В. А. Побудова комбінованого чисельно-аналітичного методу підвищеної точності для розрахунку задач оболонкових конструкцій. «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління»: зб. наук. пр. Харків: ХНУ ім. В. Н. Каразіна, 2014. Вип. 29. С. 34-40.
- [3] Dzyuba V. A., Steblyanko P. O. Use of splines in the calculation of deflections for plates of variable thickness. «Physical and mathematical sciences»: J. Science and Education a New Dimension: Budapest, 2014. No 32. P. 41-47.
- [4] Дзюба В. А., Стеблянко П. О. Використання обчислювальних методів в математичному моделюванні складних систем. Інформаційно-комп'ютерні технології в економіці, освіті та соціальній сфері: матеріали ІХ Всеукраїнської наук.-практ. конф.: тези доп., (Сімферополь, 13-14 березня 2014 р.). 2014. Вип. 9. С. 3-5
- [5] Дзюба В. А., Стеблянко П. О. Чисельно-аналітичний підхід для розрахунку з підвищеною точністю механічних характеристик пластин та оболонок змінної товщини. Інформатика. Математика. Автоматика: матеріали наук.-техн. конф.: тези доп., (Суми, 20-25 квітня 2015 р.). С. 258.
- [6] Дзюба В. А. Використання комп'ютерних технологій в математичному моделюванні задач теорії оболонок. Інформаційні технології в моделюванні: матеріали Всеукраїнської наук.-практ. конф.: тези доп., (Миколаїв, 24-25 березня 2016 р.). С. 25-26.

- [7] Lada N., Dzyuba V., Breus R., Lada S. Synthesis of sets of non-symmetric two-operand two-bit crypto operations within the permutation accuracy. «Reports on research projects. Technology audit and production reserves»: Science J. Kharkiv, 2020. No 2/2(52). P. 28-31.

***Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:***

- [8] Дзюба В. А., Стеблянюк П. О. Побудова методу підвищеної точності розв'язку задачі для циліндричної оболонки змінної товщини на основі ітераційних методів. «Математичні проблеми технічної механіки»: зб. наук. пр. Дніпродзержинськ: ДДТУ, 2014. Вип. 1(24). С. 216-221.
- [9] Дзюба В. А., Стеблянюк П. О. Використання ітераційних методів при моделюванні технічних процесів в складних системах. Актуальні проблеми природничих та гуманітарних наук у дослідженнях молодих вчених: матеріали XVI Всеукраїнської наук.-практ. конф.: тези доп., (Черкаси, 24-25 квітня 2014 р.). С.107-108.
- [10] Дзюба В. А., Стеблянюк П. О. До побудови методу підвищеної точності розв'язку стаціонарної задачі для оболонки змінної товщини. Математичні проблеми технічної механіки – 2014: матеріали Міжнародної наук. конф.: тези доп., (Дніпропетровськ, 14-17 квітня 2014 р.). С. 50-52.
- [11] Дзюба В. А. Новий варіант методу дослідження механічних характеристик пластин та оболонок змінної товщини підвищеної точності. Актуальні проблеми гуманітарних та природничих наук: матеріали Міжнародної наук. -практ. конф.: тези доп., (Одеса, 3-4 квітня 2015 р.). С. 12-14.
- [12] Дзюба В. А. Новий підхід до побудови комбінованого ітераційного методу для розрахунку оболонок змінної товщини. Інформатика. Математика. Автоматика: матеріали наук.-техн. конф.: тези доп., (Суми, 18-22 квітня 2016 р.). С. 237.
- [13] Дзюба В. А., Зажома В. М., Рудницький В. М., Стеблянюк П.О. Автоматизація процесів розрахунку напружено-деформованого стану циліндричних оболонок. «Вісник Інженерної академії України»: Теор. і наук.-практ. журнал Київ: ІА України, 2019. Вип. 4. С. 100-104.

- [14] Дзюба В. А., Рудницький В. М. Спеціалізована комп'ютерна система для розрахунку з підвищеною точністю механічних характеристик задач напружено-деформованого стану тонкостінних циліндричних оболонок змінної товщини. «Системи управління, навігації та зв'язку»: Наук. період. Видання Полтава: ПНТУ ім. Ю. Кондратюка, 2020. Вип. 1(59). С. 101-104.

## ДОДАТОК Б

## Відомості про апробацію результатів дисертації

- [1] Дзюба В. А., Стеблянко П. О. Використання обчислювальних методів в математичному моделюванні складних систем. *Інформаційно-комп'ютерні технології в економіці, освіті та соціальній сфері: матеріали ІХ Всеукраїнської наук.-практ. конф.:* тези доп., (Сімферополь, 13–14 берез. 2014 р.). 2014. Вип. 9. С. 3–5 – заочна участь.
- [2] Дзюба В. А., Стеблянко П. О. До побудови методу підвищеної точності розв'язку стаціонарної задачі для оболонки змінної товщини. *Математичні проблеми технічної механіки – 2014: матеріали Міжнародної наук. конф.:* тези доп., (Дніпропетровськ, 14–17 квіт. 2014 р.). С. 50–52 – очна участь.
- [3] Дзюба В. А., Стеблянко П. О. Використання ітераційних методів при моделюванні технічних процесів в складних системах. *Актуальні проблеми природничих та гуманітарних наук у дослідженнях молодих вчених: матеріали XVI Всеукраїнської наук.-практ. конф.:* тези доп., (Черкаси, 24–25 квіт. 2014 р.). С.107–108 – очна участь.
- [4] Дзюба В. А. Новий варіант методу дослідження механічних характеристик пластин та оболонок змінної товщини підвищеної точності. *Актуальні проблеми гуманітарних та природничих наук: матеріали Міжнародної наук.-практ. конф.:* тези доп., (Одеса, 3–4 квіт. 2015 р.). С. 12–14– заочна участь.
- [5] Дзюба В. А., Стеблянко П. О. Чисельно-аналітичний підхід для розрахунку з підвищеною точністю механічних характеристик пластин та оболонок змінної товщини. *Інформатика. Математика. Автоматика: матеріали наук.-техн. конф.:* тези доп., (Суми, 20–25 квіт. 2015 р.). С. 258 – заочна участь.
- [6] Дзюба В. А. Використання комп'ютерних технологій в математичному моделюванні задач теорії оболонок. *Інформаційні технології в*

*модельованні: матеріали Всеукраїнської наук.-практ. конф.: тези доп., (Миколаїв, 24–25 берез. 2016 р.). С. 25–26 – заочна участь.*

- [7] Дзюба В. А. Новий підхід до побудови комбінованого ітераційного методу для розрахунку оболонок змінної товщини. *Інформатика. Математика. Автоматика: матеріали наук.-техн. конф.: тези доп., (Суми, 18–22 квіт. 2016 р.). С. 237– заочна участь.*

## ДОДАТОК В

## Акти впровадження результатів дисертаційної роботи



УКРАЇНА

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ЧЕРКАСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ БОГДАНА ХМЕЛЬНИЦЬКОГОБульвар Т.Шевченка, 81, м. Черкаси, 18031, тел./факс: (0472) 35-44-63, 37-21-42,  
e-mail: cic@cdu.edu.ua Код ЄДРПОУ 0212562221.01.2020 № 14/01-а  
на № \_\_\_\_\_

## ДОВІДКА

про впровадження результатів дослідження

Дзюби Вікторії Анатоліївни

«Метод та засоби побудови спеціалізованої комп'ютерної системи контролю якості технологічних процесів виробництва»,  
поданого на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук зі спеціальності 05.13.05 – комп'ютерні системи та компоненти

Основні результати дослідження Дзюби Вікторії Анатоліївни «Метод та засоби побудови спеціалізованої комп'ютерної системи контролю якості технологічних процесів виробництва» було впроваджено в освітній процес Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького під час викладання дисциплін «Математичне моделювання» та «Операційні системи» у темі «Розробка та впровадження спеціалізованих комп'ютерних систем» бакалаврам за галузями знань 11 – «Математика та статистика», 12 – «Інформаційні технології» для спеціальностей 113 – Прикладна математика, 126 – Інформаційні системи та технології.

До лекційного курсу включені такі результати, отримані автором: математичні моделі та алгоритми побудови спеціалізованих комп'ютерних систем для розв'язання прикладних задач механіки на основі комбінованого чисельно-аналітичного методу підвищеної точності із використанням сплайнів.

Матеріал, отриманий Дзюбою Вікторією Анатоліївною, дозволяє бакалаврам ознайомитися із методикою побудови спеціалізованих комп'ютерних систем. При виконанні курсових і кваліфікаційних робіт використовуються запропоновані математичні моделі та алгоритми.

Основні положення і результати дослідження, зокрема, запропонований метод підвищеної точності та алгоритми, моделі і варіанти розрахункових схем для блоку спеціалізованого програмного забезпечення, обговорено й схвалено на засіданні кафедри прикладної математики та інформатики (протокол №7 від 15.01.2020 р.) та рекомендовано до подальшого впровадження.

Проректор з наукової, інноваційної та міжнародної діяльності



С.В. Корновенко



## ДОДАТОК В

## Акти впровадження результатів дисертаційної роботи



ПРИВАТНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД  
ЄВРОПЕЙСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ

## ЧЕРКАСЬКА ФІЛІЯ

Україна, 18008, м. Черкаси, вул. Смілянська, 83. E-mail: postmaster@cherkasi.e-u.in.ua  
Тел./факс: (0472) 63-09-71. Р/р. 26005037408419 в АКІБ «УкрСіббанк» МФО 351005, код 24366800

№ 24/01 від «05» 02 2020 р.

## АКТ

впровадження результатів дисертаційної роботи  
Дзюби Вікторії Анатоліївни в навчальний процес  
Черкаської філії ПВНЗ «Європейського університету»

Результати дослідження Дзюби Вікторії Анатоліївни впроваджено в освітній процес при підготовці бакалаврів із галузі знань 12 – Інформаційні технології за спеціальністю 122 – Комп'ютерні науки та інформаційні технології в курсі лекцій з дисциплін «Комп'ютерні системи» та «Моделювання систем», а саме:

- математичні моделі та алгоритми для проектування структури спеціалізованих комп'ютерних систем;
- розрахункові схеми для блоку спеціалізованого програмного забезпечення на основі чисельно-аналітичних методів.

При виконанні курсових і кваліфікаційних робіт використовуються запропоновані методики побудови спеціалізованих комп'ютерних систем.

Директор \_\_\_\_\_ В. А. Шпильовий



Національна асоціація  
Українських університетів  
за якість



Золота медаль  
"НЕЗАЛЕЖНІСТЬ  
УКРАЇНИ"




Національна асоціація  
"ЗОЛОТА ТОРГОВА МАРКА"

## ДОДАТОК В

## Акти впровадження результатів дисертаційної роботи

ЗАТВЕРДЖУЮ  
Технічний керівник дільниці  
ТОВ «ТЕКСТОН»  
Власенко П. І.  
2019 р.



**АКТ**  
**впровадження результатів дисертаційної роботи**  
**Дзюби Вікторії Анатоліївни**  
**у ТОВ «ТЕКСТОН»**

Для вдосконалення технологічного процесу виробництва циліндричних елементів за допомогою розрахункових алгоритмів для блоку спеціалізованого програмного забезпечення були використані наступні наукові результати, отримані Дзюбою Вікторією Анатоліївною, а саме:

- інженерні методики контролю якості технологічних процесів виробництва в режимі реального часу;
- математичні моделі та варіанти розрахункових схем для блоку спеціалізованого програмного забезпечення.

Дані наукові результати реалізовані на основі розширеного модуля спеціалізованої комп'ютерної системи. За результатами впровадження отримано підвищення точності на 3 – 5% та швидкості роботи системи, яка дозволила реалізувати комп'ютеризоване управління технологічним процесом в режимі реального часу.

Заступник технічного керівника


випробувальної лабораторії ТОВ «ТЕКСТОН»



О.О. Журба

## ДОДАТОК В

### Акти впровадження результатів дисертаційної роботи


 ЗАТВЕРДЖУЮ  
 Директор ТОВ «ЧЕРКАСИ-АВТОТЕХ»  
 Власенко І. М.  
 «22» 10 2019 р.

**АКТ**  
**впровадження результатів дисертаційної роботи**  
**Дзюби Вікторії Анатоліївни**  
**у ТОВ «ЧЕРКАСИ-АВТОТЕХ»**

Для вдосконалення спеціалізованої комп'ютерної системи за допомогою розрахункових схем для блоку спеціалізованого програмного забезпечення були використані наступні наукові результати, отримані Дзюбою Вікторією Анатоліївною, а саме:

- математичні моделі та алгоритми для керування технологічними процесами в режимі реального часу;
- технологія порівняння зміни розрахункових та реальних параметрів у процесі виробництва, що забезпечує прогнозування завершення технологічного процесу.

Дані наукові результати реалізовані на основі спеціалізованого модуля операційної системи.

Головний інженер  
 ТОВ «ЧЕРКАСИ-АВТОТЕХ»



А.А. Братанич