

О ДИНАМИЧЕСКОЙ ТОЧНОСТИ ЛИНЕЙНОЙ РЕГИСТРИРУЮЩЕЙ СИСТЕМЫ

Сытник А.А., к.т.н., доцент,
Протасов С.Ю.

Черкасский государственный технологический университет

Пропонується спосіб реєстрації досліджуваних фізичних процесів, довготривалість яких порівнянна з тривалістю перехідного процесу системи, який доцільно використовувати при розв'язанні широкого кола задач. При використанні запропонованого способу реєстрації істотно розширюються можливості отримання достовірних відомостей про підлеглих реєстрації фізичних процесів, а також збільшується розв'язуюча здатність відношення до флуктуацій досліджуваного фізичного процесу, тому що практично здійснений інтервал часу істотно менший інтервалу часу, який використовується у вимірній техніці реєструючих систем.

Розглянутий спосіб реєстрації істотно полегшує використання виданих реєструючою системою відомостей про досліджуваний процес для проведення над ними різних необхідних математичних операцій за допомогою засобів обчислювальної техніки.

Введение. В измерительной технике для регистрации различных физических процессов широко используются системы, блок-схемы которых в общем случае могут быть представлены в виде изображённом на рисунке 1. На приведенной блок-схеме:

$a_{ex}(t)$ – подлежащий регистрации физический процесс – воздействие;

ПП – первичный преобразователь;

У – усилитель;

ОУ – осцилографирующее устройство;

$a_{вых}(t)$ – воспроизведение воздействия на выходном документе ОУ.

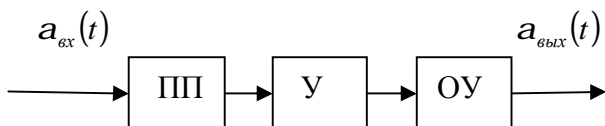


Рис. 1. Обобщённая схема регистрирующей системы

Актуальность темы. Проведение прикладных и фундаментальных исследований, которые постоянно требуют точности измерений, естественно определяют качество получения достоверных сведений о подлежащих регистрации физических процессах.

The method of registration of investigated physical processes, the duration of which is comparable with the duration of system transitional process, which is expedient to use for a solution of wide circle of tasks is offered. Using the offered method of registration the possibilities of obtaining reliable information about physical processes registration subjects substantially broaden, and also the resolution of relation to fluctuations of investigated physical process is increased, because practically feasible time lag is substantially less than time lag which is utilized in measuring technique of recording systems.

The examined method of registration considerably facilitates the use of information about investigated process, produced by the recording system, for conducting over it different necessary mathematical operations with the help of computer aids.

Даная проблема всегда будет и есть актуальной. В данном направлении проводятся большое количество исследований, среди которых можно отметить [2]. Несмотря на это, недостаточное внимание, уделяется регистрации параметров новых физических процессов.

Цель работы. На основе анализа математических моделей регистрирующих систем усовершенствовать метод повышения динамической точности линейной регистрирующей системы, при котором существенно расширяются возможности получения достоверных сведений о подлежащих регистрации физических процессах.

Анализ последних источников исследования. Если рассматриваемая регистрирующая система (рисунок 1) линейна, взаимосвязь между $a_{вых}(t)$ и $a_{ex}(t)$ выражается, как известно [1, 2], соотношением

$$a_{вых}(t) = \int_0^t k(x) a_{ex}(t-x) dx, \quad (1)$$

где $k(t)$ – импульсная переходная функция системы или, что тоже, оригинал $K(p)$ – передаточной функции системы.

Анализ соотношения (1) показывает, что при данном способе регистрации значение $a_{вых}(t)$ в некоторый момент времени ($t = t_k$)

определяется не только значением $a_{ex}(t_k)$, но и значениями $a_{ex}(t)$ в предшествующие моменты времени. Регистрирующая система при формировании $a_{вых}(t)$ как бы «вспоминает» предшествующие значения $a_{ex}(t)$. Это свойство системы – её «память» – и является причиной динамических искажений, имеющих место при регистрации физических процессов рассматриваемым способом.

Оценку воспроизводящих свойств линейных систем целесообразно выполнять посредством анализа значений двух видов динамических погрешностей воспроизведения

а) погрешности слежения – $\Delta_0(t)$, определяемой по формуле

$$\Delta_0(t) = \int_0^t k(x)a_{ex}(t-x)dx - K(0)a_{ex}(t), \quad (2)$$

б) погрешности регистрации

$$\Delta_t(t) = \int_0^t k(x)a_{ex}(t-x)dx - K(0)a_{ex}\left(t + \frac{K(0)}{K(0)}\right) \quad (3)$$

Рассматриваемый способ регистрации включает возможность полученных прямых сведений обо всех флуктуациях исследуемого физического процесса, длительность которых соизмерима с длительностью переходного процесса системы t_{III} , или, что то же, с длительностью проявления практически оцениваемых значений функции $k(t)$. При $t \gg t_{III}$ регистрация исследуемого физического процесса с выполнением неравенств:

$$\sup_{t_{III} \ll t} |\Delta_0(t)| \leq d_0, \quad (4)$$

$$\sup_{t_{III} \ll t} |\Delta_t(t)| \leq d_t, \quad (5)$$

возможна лишь в том случае, если функция $a_{ex}(t)$, описывающая исследуемый физический процесс, удовлетворяет условию

$$\sup_{+0 \leq t \leq \infty} \sup_{0 \leq k \leq \infty} |a_{ex}^k(t)| \leq M\Omega^k \quad (6)$$

где M – число, не превышающее по величине максимально допустимого для данной регистрирующей системы мгновенного значения воздействия M_d ;

Ω – число, обеспечивающее выполнение неравенств:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{M}{k!} |K_0^k| \Omega^k \leq d_0. \quad (7)$$

$$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{M}{k!} \left| K_0^{(k)} - \left(\frac{K_0^{(1)}}{K_0} \right)^k \right| \Omega^k \leq d_t. \quad (8)$$

Из приведенных выше соображений следует, что рассматриваемый способ регистрации воздействий может быть целесообразно использован лишь в сфере задач, ограниченной величиной параметров M_d , t_{III} и Ω , характеризующих регистрирующие системы.

В связи с этим может быть предложен способ регистрации физических процессов, который целесообразно использовать при решении более широкого круга задач. Для объяснения сущности указанного способа изложим предварительно следующую интерпретацию процесса воспроизведения.

Возвращаясь к соотношению (1), нетрудно прийти к выводу, что оно позволяет рассматривать $a_{вых}(t)$ как площадь, ограниченную частью графика функции $j(t, x) = k(x)a_{ex}(t, x)$, осью Ox и ординатами $f(t, 0)$ и $f(t, t)$.

Из этого, в свою очередь, следует, что в соответствии с построениями (рисунок 2) $a_{вых}(t)$ может быть представлено в виде предела бесконечной суммы элементарных процессов

$$\{A_i a_{ex}(t - t_i)\}_{\substack{1 \leq i \leq n \\ 1 \leq n \leq \infty}}$$

подобных $a_{ex}(t)$ и сдвинутых друг относительно друга на интервал времени

$$\Delta = \frac{t}{n}; a_{вых}(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{t}{n} k\left(\frac{2i-1}{2} \frac{t}{n}\right) a_{ex}\left(t - \frac{2i-1}{2} \frac{t}{n}\right) \quad (9)$$

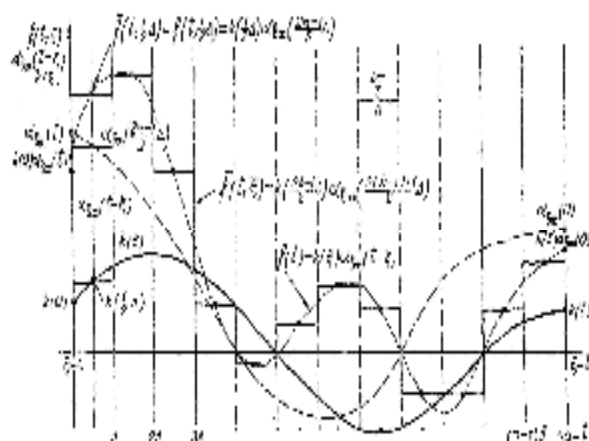


Рис. 2. Графические построения, необходимые для представления $a_{вых}(t)$

Несмотря на внешнее сходство, подобная интерпретация процесса воспроизведения качественно отличается от интерпретации метода

парных отражений, разработке которого посвящены работы Кюмпфмюллера, Гиллемина, Виллера, Солодовникова и др..

Соотношение (9) при достаточно малых значениях позволяет представить $a_{\text{был}}(t)$ в виде конечной суммы элементарных процессов

$$\left\{ \Delta k \left(\frac{2i-1}{2} \Delta \right) a_{\text{ex}} \left(\frac{2(n-i)+1}{2} \Delta \right) \right\}_{1 \leq i \leq n}$$

с приписанными этим процессам погрешностями выявления

$$\left\{ d \left(\frac{2(n-i)+1}{2} \Delta \right) \right\}_{1 \leq i \leq n},$$

т.е.

$$a_{\text{был}}(n\Delta) = \Delta \sum_{i=1}^n k \left(\frac{2i-1}{2} \Delta \right) \left\{ a_{\text{ex}} \left(\frac{2(n-i)+1}{2} \Delta \right) + d \left(\frac{2(n-i)+1}{2} \Delta \right) \right\}. \quad (10)$$

Рекуррентные соотношения:

$$\begin{aligned} a_{\text{был}}(\Delta) &= \Delta \left(\frac{1}{2} \Delta \right) \tilde{a}_{\text{ex}} \left(\frac{1}{2} \Delta \right); \\ a_{\text{был}}(2\Delta) &= \Delta \sum_{i=1}^2 k \left(\frac{2i-1}{2} \Delta \right) a_{\text{ex}} \left(\frac{2(2-i)+1}{2} \Delta \right); \\ &\dots \dots \dots \quad (11) \\ a_{\text{был}}(k\Delta) &= \Delta \sum_{i=1}^k k \left(\frac{2i-1}{2} \Delta \right) \tilde{a}_{\text{ex}} \left(\frac{2(k-i)+1}{2} \Delta \right) \end{aligned}$$

составленные на базе соотношения (10), позволяют по известным значениям, $\Delta, k \left(\frac{1}{2} \Delta \right), \mathbf{K}, k \left(\frac{2i-1}{2} \Delta \right), \mathbf{K}, k \left(\frac{2k-1}{2} \Delta \right), \mathbf{K}$ и $a_{\text{был}}(t)$ определить приближенные значения воздействия:

$$\begin{aligned} \tilde{a}_{\text{ex}} \left(\frac{1}{2} \Delta \right) &= a_{\text{ex}} \left(\frac{1}{2} \Delta \right) + d \left(\frac{1}{2} \Delta \right); \\ a_{\text{ex}} \left(\frac{3}{2} \Delta \right) &= a_{\text{ex}} \left(\frac{3}{2} \Delta \right) + d \left(\frac{3}{2} \Delta \right); \\ &\dots \dots \dots \\ \tilde{a}_{\text{ex}} \left(\frac{2k-1}{2} \Delta \right) &= a_{\text{ex}} \left(\frac{2k-1}{2} \Delta \right) + d \left(\frac{2k-1}{2} \Delta \right); \\ &\dots \dots \dots \end{aligned} \quad (12)$$

Для оценки погрешностей выявления

$$\left\{ d \left(\frac{2(k-i)+1}{2} \Delta \right) \right\}_{1 \leq i \leq k}$$

Могут быть рекуррентные соотношения

$$\begin{aligned} \Delta k \left(\frac{1}{2} \Delta \right) d \left(\frac{1}{2} \Delta \right) &= \int_0^{\Delta} k(x) a_{\text{ex}}(\Delta - x) dx - \\ &- \Delta k \left(\frac{1}{2} \Delta \right) a_{\text{ex}} \left(\frac{1}{2} \Delta \right); \\ \Delta \sum_{i=1}^2 k \left(\frac{2i-1}{2} \Delta \right) d \left(\frac{2(2-i)+1}{2} \Delta \right) &= \int_0^{2\Delta} k(x) a_{\text{ex}}(2\Delta - \\ &- x) dx - \Delta \sum_{i=1}^2 k \left(\frac{2i-1}{2} \Delta \right) a_{\text{ex}} \left(\frac{2(2-i)+1}{2} \Delta \right); \\ &\dots \dots \dots \quad (13) \\ \Delta \sum_{i=1}^k k \left(\frac{2i-1}{2} \Delta \right) d \left(\frac{2(k-i)+1}{2} \Delta \right) &= \int_0^{k\Delta} k(x) a_{\text{ex}}(k\Delta - \\ &- x) dx - \Delta \sum_{i=1}^k k \left(\frac{2i-1}{2} \Delta \right) a_{\text{ex}} \left(\frac{2(k-i)+1}{2} \Delta \right); \\ &\dots \dots \dots \end{aligned}$$

В соответствии с графиками рисунка 2 первые слагаемые правой части соотношений (13) представляют собой площади $\{S'_k\}_{1 \leq k \leq n}$, ограниченные кривой $f(t, x) = k(x) a_{\text{ex}}(t - x)$, осью Ox и ординатами $f(t, 0)$ и $f(t, t)$. Другие слагаемые правой части соотношений (13) представляют собой площади $\{S''_k\}_{1 \leq k \leq n}$, ограниченные ступенчатой кривой аппроксимации $\bar{f}(t, x)$, осью Ox и ординатами $\bar{f}(n\Delta, 0)$ и $\bar{f}(n\Delta, n\Delta)$. Таким образом, правые части соотношений (13) представляют собой разницы площадей $\{S'_k\}_{1 \leq k \leq n}$ и $\{S''_k\}_{1 \leq k \leq n}$. Нетрудно прийти к выводу, что значения

$$\left\{ \left| d \left(\frac{2(k-i)+1}{2} \Delta \right) \right| \right\}_{1 \leq i \leq k}$$

будут тем меньше, чем выше монотонность $a_{\text{ex}}(t)$ и $k(t)$ в интервалах времени $\frac{2k-1}{2} \Delta \leq t \leq \frac{2k+1}{2} \Delta$.

Можно также показать, что

$$\left\{ \left| d \left(\frac{2(k-i)+1}{2} \Delta \right) \right| \right\}_{1 \leq i \leq k} \equiv \Delta^2.$$

Это позволяет соотношение (13) привести к виду:

$$\Delta k \left(\frac{1}{2} \Delta \right) d \left(\frac{1}{2} \Delta \right) = \Delta^2 b_{\frac{1}{2}\Delta; \frac{1}{2}\Delta};$$

$$\Delta \sum_{i=1}^2 k \left(\frac{2i-1}{2} \Delta \right) d \left(\frac{2(2-i)+1}{2} \Delta \right) = \Delta^3 \sum_{i=1}^2 b_{\frac{2i-1}{2}\Delta; \frac{2(2-i)+1}{2}\Delta};$$

.....

$$\Delta \sum_{i=1}^k k \left(\frac{2i-1}{2} \Delta \right) d \left(\frac{2(k-i)+1}{2} \Delta \right) = \Delta^3 \sum_{i=1}^k b_{\frac{2i-1}{2}\Delta; \frac{2(k-i)+1}{2}\Delta};$$

.....

В формулах (14) коэффициенты $\left\{ b_{\frac{2i-1}{2}\Delta; \frac{2(k-i)+1}{2}\Delta} \right\}_{1 \leq i \leq k}$ представляют собой не-
которые числа, отражающие степень монотонности $a_{ex}(t)$ и $k(t)$ в интервалах времени $\frac{2k-1}{2}\Delta \leq t \leq \frac{2k+1}{2}\Delta$.

Соотношения (14) свидетельствуют о том, что с уменьшением величины Δ уменьшается

$$\left\| d \left(\frac{2(k-i)+1}{2} \Delta \right) \right\|_{1 \leq i \leq k}$$

и, следовательно, увеличивается точность вычисления мгновенных значений

$$\left\{ a_{ex} \left(\frac{2(k-i)+1}{2} \Delta \right) \right\}_{1 \leq i \leq k}$$

по рекуррентным соотношениям (11).

Естественно, что при уменьшении величины Δ возрастает количество вычислительных операций по определению искомым мгновенных значений $a_{ex}(t)$. Однако эта трудность устраняется при высоком быстродействии вычислительной машины, что и составляет сущность предлагаемого способа регистрации физических процессов.

Блок-схема регистрирующей системы, обеспечивающей практическую реализацию предлагаемого способа регистрации физических процессов, приведена на рисунке 3.

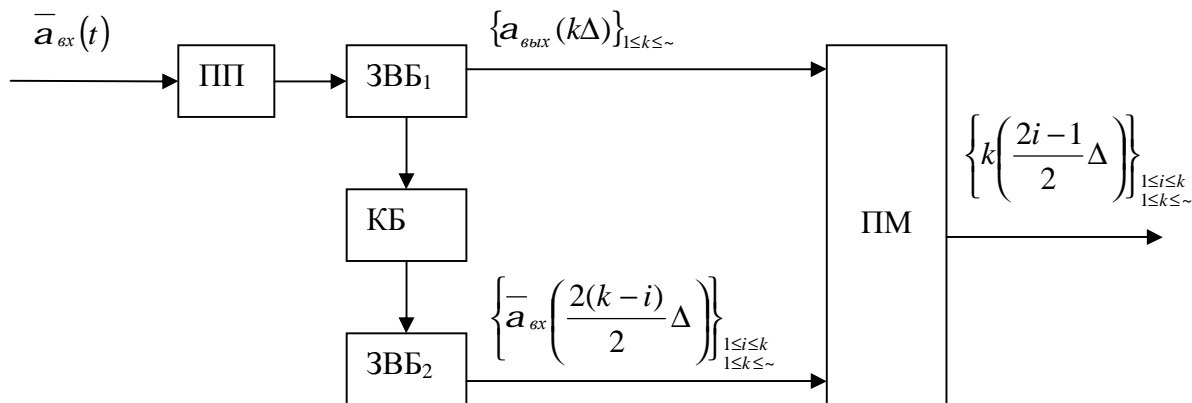


Рис. 3. Блок-схема регистрирующей системы, обеспечивающей практическую реализацию предлагаемого способа регистрации физических процессов

На этой блок-схеме:

ЗВБ₁ – блок запоминания мгновенных значений $a_{вых}(t)$, и выдающий дискретную информацию о них через заданные интервалы времени Δ ;

ЗВБ₂ – блок запоминания мгновенных значений $k(t)$, и выдающий дискретную информацию о них через заданные интервалы времени Δ ;

КБ – командный блок, обеспечивающий синхронность и синфазность выдачи информации ЗВБ₁ и ЗВБ₂;

ПМ – программный модуль, обеспечивающий выполнение рекуррентных соотношений (11) с целью определения мгновенных значений

$$\left\{ a_{ex} \left(\frac{2(k-i)+1}{2} \Delta \right) \right\}_{1 \leq i \leq k}$$

Выводы. На основе анализа математических моделей регистрирующих систем предложен способ регистрации при использовании которого существенно расширяются возможности получения достоверных сведений о подлежащих

регистрации физических процессах. При этом отпадает необходимость в удовлетворении условия (6), ибо для регистрации системы, блок-схема которой приведена на рисунке 3, $\Omega = \infty$. Предлагаемому способу регистрации свойственна также высокая разрешающая способность по отношению к флуктуациям исследуемого физического процесса, ибо практически осуществимый интервал времени Δ , существенно меньше интервала времени τ_{III} используемых в измерительной технике регистрирующих систем.

Таким образом, класс задач, решаемых с помощью предлагаемого способа регистрации, ограничивается лишь значениями параметров M_D и Δ , характеризующих воспроизводящие свойства регистрирующих систем, обобщенная блок-схема которых изображена на рисунке 3. Естественно, что этот класс значительно шире класса задач ограниченного значениями параметров M_D , τ_{III} и Ω .

В заключении отметим, что при подаче на первичный преобразователь стандартного воздействия, $\tilde{a}_{ex}(t)$ регистрирующая система, блок-схема которой приведена на рисунке 3, может быть использована для вычисления мгновенных значений своей импульсной переходной функции.

$$\left\{ k \left(\frac{2(k-i)+1}{2} \Delta \right) \right\}_{1 \leq i \leq k}$$

Блок-схема для этого случая приведена на рисунке 4. Следует также сказать, что рассмотренный способ регистрации существенно облегчает использование выданных регистрирующей системой сведений об исследуемом процессе для проведения над ними любых математических операций с помощью средств вычислительной техники.

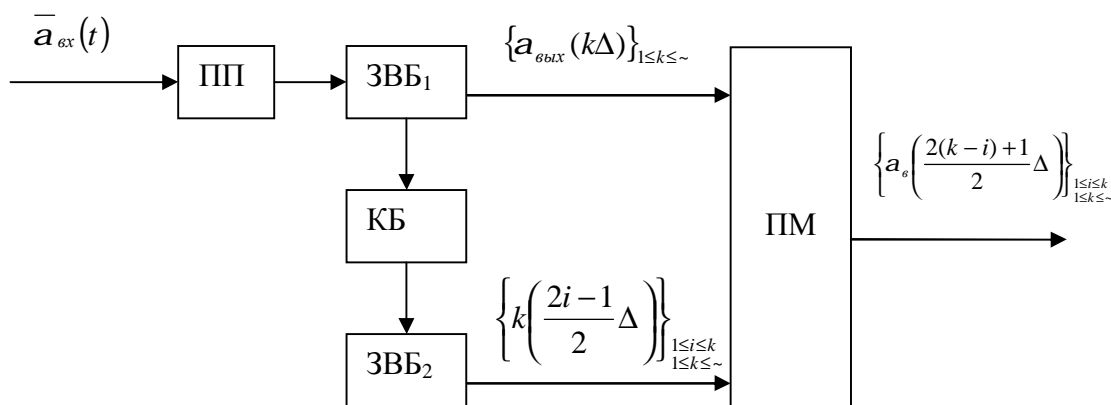


Рис. 4. Блок-схема регистрирующей системы, предназначенной для вычисления мгновенных значений импульсной переходной функции

ЛИТЕРАТУРА

1. Таланчук П.М., Рущенко В.Т. Основы теории и проектирования измерительных приборов. – Киев: Выща школа, 1989.
2. Верлань А.Ф., Абдусатаров Б.Б., Игнатченко А.А., Максимович Н.А. Методы и устройства интерпретации экспериментальных зависимостей при исследовании и контроле энергетических процессов. – Киев – Наукова думка, 1993.

Ситник О.О., к.т.н., доцент, завідувач кафедри електротехнічних систем, проректор з навчальної роботи Черкаського державного технологічного університету

Протасов С.Ю., асистент кафедри електротехнічних систем Черкаського державного технологічного університету