МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ВІННИЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ОДЕСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ ЗВ'ЯЗКУ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ «КПІ»
НАЦІОНАЛЬНИЙ АВІАЦІЙНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ РАДІОЕЛЕКТРОНІКИ
ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ КОШИЦЕ
ЧЕРКАСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Пам'яті професора
Ю.П. Кунченка

П Р А Ц І

VI Міжнародної
науково-практичної конференції

"ОБРОБКА СИГНАЛІВ І НЕГАУСІВСЬКИХ ПРОЦЕСІВ"

24 – 26 травня 2017 р.,
м. Черкаси, Україна

Черкаси **2017**

МЕТОДИ ТА АЛГОРИТМИ ОБРОБКИ СИГНАЛІВ ТА СТАТИСТИЧНИХ ДАНИХ

ЧИСЕЛЬНИЙ РОЗВ'ЯЗОК НЕЛІНІЙНИХ ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ВОЛЬТЕРИ ІІ РОДУ З ВИКОРИСТАННЯМ ФОРМУЛ НЬЮТОНА-КОТЕСА ПІДВИЩЕНОЇ ТОЧНОСТІ

Кисельова Г.О., Кисельов В.Б.

Черкаський державний технологічний університет

18006, м. Черкаси, бул. Шевченка, 460, тел. (0472) 730256

E-mail: annakis.777@yandex.ru

Застосування нелінійних інтегральних рівнянь є одним з найефективніших методів обробки сигналів та статистичних даних. Одним зі способів чисельного розв'язку нелінійних рівнянь Вольтери ІІ роду є метод простих ітерацій із застосуванням квадратурних алгоритмів, в основу яких покладені формули трапецій або прямокутників [1, 2], що мають невисоку точність (порядку $Q(h^2)$).

Специфікою обчислень інтегральних рівнянь Вольтери за допомогою квадратурних формул є необхідність використання для кожного наступного кроку результатів, які отримані при попередніх розрахунках, тому має місце накопичення похибки, яка може збільшуватися і при зменшенні кроку обчислень. Величина похибки також збільшується при збільшенні проміжку інтегрування, враховуючи це, виникає необхідність використання, при розрахунках інтегральних рівнянь чисельними методами, формул високої алгебраїчної точності [1]. Для обчислень з постійним кроком використовуються формули Ньютона-Котеса.

Метод простих ітерацій, у застосуванні до чисельних розв'язків нелінійних інтегральних рівнянь Вольтери-Урисона та Вольтери-Гаммерштейна ІІ роду, полягає в отриманні послідовності функцій (наближень) $y_r(x)$, $r = 0, 1, 2, ..., N$, де N — кількість ітерацій, за допомогою рекурентних формул

$$y_r = f(x) + \int_a^x K\left[x, s, y_{r-1}(s)\right] ds, \; r = 1, 2, ..., N \; — \qquad (1)$$

для нелінійного інтегрального рівняння Вольтери-Урисона та

$$y_r = f(x) + \int_a^x K(x, s) F\left[y_{r-1}(s)\right] ds \quad r = 1, 2, \ldots, N \text{ —} \tag{2}$$

для нелінійного інтегрального рівняння Вольтери-Гаммерштейна II роду.

При розв'язку лінійного інтегрального рівняння Вольтерри II роду методом квадратур використовується вираз [1]:

$$y(x_i) - \int_a^{x_i} K(x_i, s) y(s) ds = f(x_i), \; i = \overline{1, n}, \tag{3}$$

де x_i — вузли інтегрування;

$K(x_i, s)$ — значення ядра інтегрального рівняння у вузлах інтегрування;

$f(x_i)$ — значення правої частини інтегрального рівняння у вузлах інтегрування;

$y(x_i)$ — значення шуканої функції у вузлах інтегрування.

При розв'язку нелінійного інтегрального рівняння Вольтерри-Урисона II роду з урахуванням (1), вираз (3) приймає вигляд:

$$y_r(x_i) - \int_a^{x_i} K\left[x_i, s, y_{r-1}(s)\right] ds = f(x_i), \; r = 1, 2, \ldots, N, \; i = \overline{1, n}, \tag{4}$$

де $y_0(x_i) = f(x_i)$

Алгоритм чисельного розв'язання рівняння Вольтери II роду за формулами Ньютона-Котеса вищої точності приведено в [3]. Даний алгоритм може бути застосований і для чисельних розв'язків нелінійних інтегральних рівнянь Вольтери-Урисона та Вольтери-Гаммерштейна II роду методом простих ітерацій.

Використовуючи отримані формули та розрахунковий алгоритм [4], в програмі MATLAB розроблено програму voltiternew (з використанням формул Ньютона-Котеса різної точності), в основу якої покладено метод простих ітерацій та розроблений алгоритм від двох- до дев'ятиточкової формули Ньютона-Котеса.

Похибки обчислень тестових прикладів [4] програмою voltiternew представлено на рис. 1.

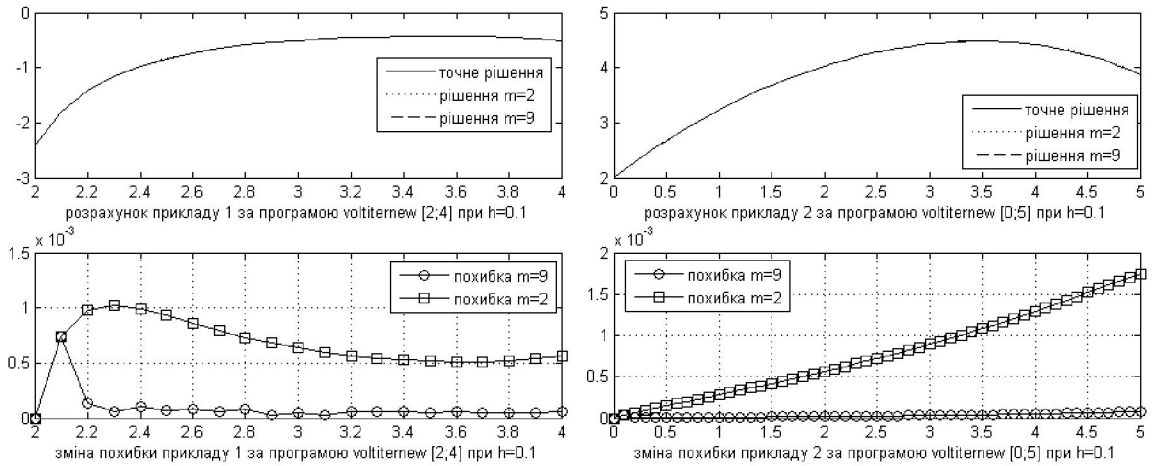

Рис. 1. Графіки функцій $y(x)$ та похибок Δ_{abs}.

Порівнюючи результати тестів, можна зробити висновок про високу стабільність та якість розрахунків, проведених за допомогою програми voltiternew, в якій застосовані формули Ньютона-Котеса підвищеної точності. Застосування формул Ньютона-Котеса вищої точності дає можливість будувати алгоритми для роз'язків лінійних та нелінійних інтегральних рівнянь Вольтери II роду чисельними методами.

Література

1. А.Ф. Верлань, В.С. Сизиков. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. — К.: Наукова думка, 1986. — 544 с.
2. Арушанян И.О. Численное решение интегральных уравнений методом квадратур. Практикум на ЭВМ. — М.: МГУ, 2002. — 72 с.
3. Ситник О.О., Кисельова Г.О., Кисельов В.Б. „Універсальний алгоритм розрахунку інтегрального рівняння Вольтерри II роду із застосуванням формул Ньютона-Котеса", Вісник ЧДТУ, 2010, №3. — с. 36-42.
4. Кисельова Г.О., Кисельов В.Б. „Ітераційний алгоритм розв'язування нелінійних інтегральних рівнянь типу Вольтери II роду в середовищі MATLAB", Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Технічні науки: зб. наук. праць / Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАУ, Кам'янець-Подільський національний університет; – Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2015. – Вип. 12. – с. 42-50.