

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ЧЕРКАСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

**СТАТИКА**  
**РОЗРАХУНОК ПЛОСКИХ ФЕРМ**  
**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ І ЗАВДАННЯ**  
**з дисципліни "ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА"**  
**для студентів будівельних**  
**спеціальностей усіх форм навчання**

Затверджено Методичною радою ЧДТУ,  
протокол № 7/2015-2016 від 29.06.2016 р.,  
згідно з рішенням кафедри МПМТ,  
протокол № 8 від 25.05.2016 р.

Черкаси



2016

УДК 531.01(07)

Р 65

Р 65

Розрахунок плоских ферм: методичні рекомендації і завдання з дисципліни «Теоретична механіка» для студентів будівельних спеціальностей / Упоряд. : Л.Д. Мисник, М.В. Соломаха ; М-во освіти і науки України, Черкас. держ. технол. ун-т. – Черкаси : ЧДТУ, 2016. – 28 с.

Упорядники: **Мисник** Людмила Дмитрівна, *к.т.н., доцент*,  
**Соломаха** Микола Володимирович, *старший викладач*.

Рецензент Битько М. М., к.т.н., доцент

Навчальне видання

**РОЗРАХУНОК ПЛОСКИХ ФЕРМ**  
**МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ТА ЗАВДАННЯ**  
**З ДИСЦИПЛІНИ «ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА»**  
**ДЛЯ СТУДЕНТІВ БУДІВЕЛЬНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ**

*В авторській редакції*

*Комп'ютерна обробка Вознюк Т.І.*

---

Формат 60x84 1/16. Times New Roman  
Ум. друк. арк. 1,62. Обл.-вид. арк. 1,68. Р.н. 2278.

---

Черкаський державний технологічний університет  
Свідоцтво про державну реєстрацію ДК № 896 від 16.04.2002 р.  
бульвар Шевченка, 460, м. Черкаси, 18006

## ЗМІСТ

	Вступ.....	4
1	Поняття про ферми.....	4
2	Способи знаходження зусиль у стержнях ферми .....	5
2.1	Спосіб вирізання вузлів .....	5
2.2	Спосіб Ріттера (спосіб перерізів).....	9
3	Графічне знаходження реакцій в'язей ферми за допомогою силового та мотузкового багатокутників .....	11
4	Знаходження зусиль в стержнях ферми графічним способом. Побудова діаграми Максвелла-Кремони.....	12
5	Контрольні завдання для самостійної роботи.....	14
6	Завдання для розрахунково-графічної роботи.....	17
6.1	Приклад виконання завдання.....	19
7	Питання для самоконтролю.....	26
	Список літератури.....	27

## 1. Поняття про ферми

*Фермою* називається жорстка конструкція із прямолінійних стержнів, з'єднаних між собою шарнірами. Якщо всі стержні ферми лежать в одній площині, ферму називають *плоскою*. Місця з'єднання стержнів ферми називають *вузлами*.

За своїм призначенням найчастіше ферми поділяють на:

- *мостові* – використовуються при будівництві мостів (рис. 1, а);
- *кроквяні* – використовуються в ролі каркасів для підтримки покриття будинків та інших споруд (рис. 1, б);
- *кранові* – використовуються в підйомних механізмах (рис. 1, в).

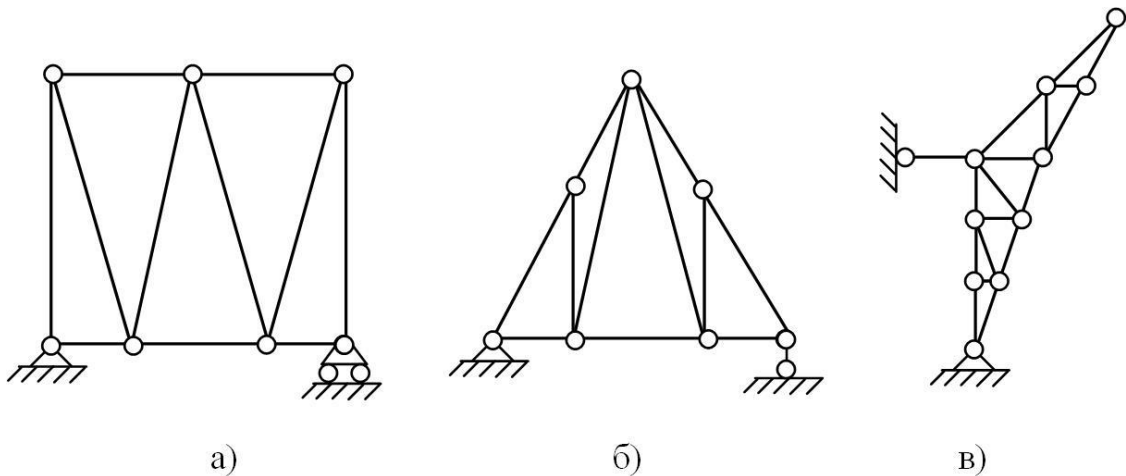


Рис. 1

Визначення ферми як шарнірно-стержневої конструкції є ідеалізованим. В реальних фермах стержні з'єднані жорстко за допомогою заклепок або електрозварювання.

В теоретичній механіці на ферми накладаються і інші умови, які спрощують її розрахунок. Такими умовами є:

1. вагою стержнів нехтують;
2. шарніри розміщені тільки на кінцях стержнів;
3. самі шарніри, що з'єднують стержні, ідеальні, тобто тертям в них нехтують;
4. навантаження, що діють на ферму, прикладені у вузлах, тому кожен стержень буде розтягнутий або стиснутий.

Розглянемо жорсткі плоскі ферми без зайвих стержнів, що утворені з трикутників. У таких фермах число стержнів  $k$  і число вузлів  $n$  пов'язані співвідношенням

$$k = 2n - 3.$$

При меншому числі стержнів ферма не буде жорсткою, при більшому числі вона буде статично невизначуваною.

Розрахунок ферми зводиться до визначення опорних реакцій і зусиль в її стержнях.

Опорні реакції можна знайти звичайними методами статички, розглядаючи ферму в цілому як тверде тіло.

Для визначення зусиль у стержнях ферми використовують способи вирізання вузлів та Ріттера.

## **2. Способи знаходження зусиль у стержнях ферми**

### *2.1 Спосіб вирізання вузлів*

Цим способом зазвичай користуються, коли необхідно знайти зусилля в усіх стержнях ферми. Він зводиться до послідовного розгляду умов рівноваги сил, що сходяться у вузлах.

Кожен вузол вирізається з ферми і розглядається окремо як такий, що перебуває в рівновазі під дією прикладених до нього зовнішніх сил і зусиль розрізаних стержнів. Система сил, що діє на вузол, є плоскою системою збіжних сил, яка перебуває в рівновазі. Тому розрахунок ферми необхідно починати з вузла, в якому сходяться два стержні, два невідомих зусилля в яких визначаються з двох рівнянь рівноваги збіжної системи сил на площині:

$$\sum_{k=1}^n F_{kx} = 0;$$

$$\sum_{k=1}^n F_{ky} = 0.$$

Кожний наступний вузол вибирається так, щоб в ньому сходилось не більше двох стержнів, зусилля яких невідомі.

Припускають, що всі зусилля у стержнях напрямлені від вузла, тобто стержні розтягнуті. Останній вузол розглядають для перевірки.

Хід розрахунків розглянемо на прикладі.

#### *Приклад 1.*

На плоску ферму з розмірами  $a = 1,5$  м,  $h = 2,5$  м (рис.2) діють сили  $F_1 = 15$  кН,  $F_2 = 20$  кН,  $F_3 = 25$  кН,  $F_4 = 30$  кН. Визначити зусилля, що виникають у стержнях ферми методом вирізання вузлів.

Насамперед знайдемо реакції в опорах ферми, розглядаючи її в цілому як тверде тіло.

Аналітичні рівняння рівноваги мають вигляд:

$$\sum_{k=1}^n F_{kx} = 0; X_A + F_1 + F_2 = 0;$$

$$\sum_{k=1}^n M_A(\bar{F}_k) = 0; -F_1 \cdot 0,5h - F_2 \cdot h - F_3 \cdot 3a - F_4 \cdot 2a + R_B \cdot 4a = 0;$$

$$\sum_{k=1}^n M_B(\bar{F}_k) = 0; -F_1 \cdot 0,5h - F_2 \cdot h + F_3 \cdot a + F_4 \cdot 2a - Y_A \cdot 4a = 0.$$

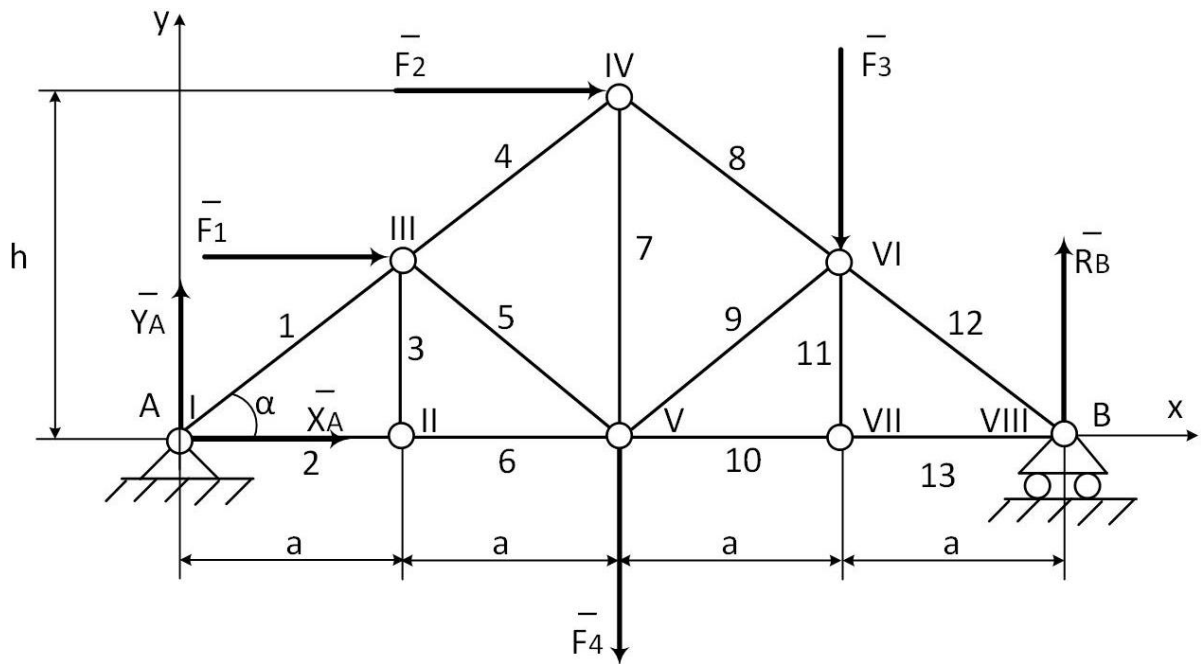


Рис. 2

З одержаних рівнянь знаходимо:

$$X_A = -F_1 - F_2 = -35 \text{ kH};$$

$$R_B = \frac{F_1 \cdot 0,5h + F_2 \cdot h + F_3 \cdot 3a + F_4 \cdot 2a}{4a} = 45,2 \text{ kH};$$

$$Y_A = \frac{-F_1 \cdot 0,5h - F_2 \cdot h + F_3 \cdot a + F_4 \cdot 2a}{4a} = 9,8 \text{ kH}.$$

Виконуємо перевірку:

$$\sum_{k=1}^n F_{ky} = 0; Y_A + R_B - F_3 - F_4 = 9,8 + 45,2 - 25 - 30 = 0.$$

Визначаємо зусилля в стержнях методом вирізання вузлів. Вузли пронумеруємо римськими цифрами, а стержні – арабськими. Вирізаємо уявно вузли, розсікаючи стержні. Дію відкинутих стержнів замінюємо силами, спрямованими вздовж відповідних стержнів від вузлів, тобто на розтяг. Шукані зусилля позначимо  $S_1$  (у стержні 1),  $S_2$  (стержні 2) і т. д. Якщо в результаті розрахунків значення зусилля в якому-небудь стержні буде від'ємним, це означає, що даний стержень не розтягується, а стискається.

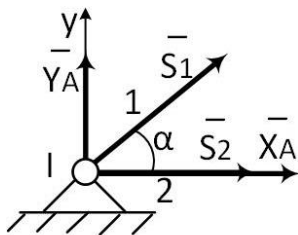


Рис. 3

Починаємо розв'язок з вузла I в якому сходяться два стержні 1 і 2 (рис. 3).

$$\sum_{k=1}^n F_{kx} = 0; S_2 + S_1 \cos \alpha + X_A = 0;$$

$$\sum_{k=1}^n F_{ky} = 0; S_1 \sin \alpha + Y_A = 0.$$

Значення  $\sin\alpha$  і  $\cos\alpha$  знаходимо враховуючи задані розміри ферми.

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{h}{2a} = \frac{2,5}{3} = 0,83, \text{ відповідно } \sin\alpha = 0,64, \text{ а } \cos\alpha = 0,77.$$

З рівнянь рівноваги знаходимо:

$$S_1 = -\frac{Y_A}{\sin\alpha} = -\frac{9,8}{0,64} = -15,3 \text{ kH};$$

$$S_2 = -S_1 \cos\alpha - X_A = -(-15,3)0,77 - (-35) = 46,9 \text{ kH};$$

Знаки показують, що стержень 1 стискається, стержень 2 – розтягується.

Наступним розглядаємо вузол II в якому сходяться стержень 2 (зусилля в якому вже відоме) та стержні 3 і 6 (рис. 4).

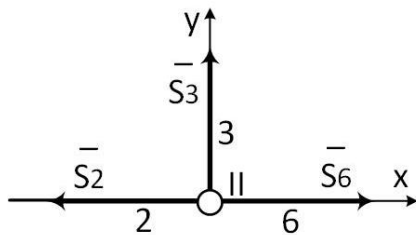


Рис. 4

$$\sum_{k=1}^n F_{kx} = 0; -S_2 + S_6 = 0;$$

$$\sum_{k=1}^n F_{ky} = 0; S_3 = 0.$$

Звідки  $S_6 = S_2 = 46,9 \text{ kH}$ ;  $S_3 = 0$ .

Стержень 6 розтягується, а стержень 3 – не навантажений.

Далі можна розглянути рівновагу вузла III в якому сходяться чотири стержні (рис. 5). Зусилля  $S_1$  та  $S_3$  відомі. З рівнянь рівноваги знайдемо  $S_4$  і  $S_5$ .

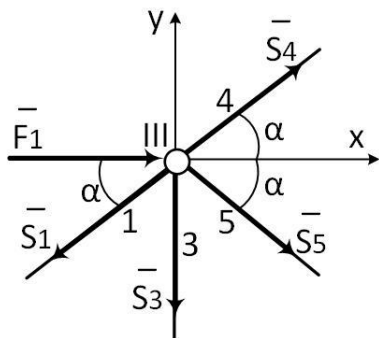


Рис. 5

$$\sum_{k=1}^n F_{kx} = 0; F_1 - S_1 \cos\alpha + S_4 \cos\alpha + S_5 \cos\alpha = 0;$$

$$\sum_{k=1}^n F_{ky} = 0; S_4 \sin\alpha - S_1 \sin\alpha - S_5 \sin\alpha - S_3 = 0.$$

Розв'язуємо рівняння:

$$+ \begin{cases} \frac{F_1}{\cos\alpha} - S_1 + S_4 + S_5 = 0; \\ -S_1 + S_4 - S_5 = 0; \end{cases}$$

$$\text{Остаточно } S_4 = S_1 - \frac{F_1}{2\cos\alpha} = -15,3 - \frac{15}{2 \cdot 0,77} = -25,1 \text{ kH};$$

$$S_5 = S_4 - S_1 = -25,1 - (-15,3) = -9,8 \text{ kH}.$$

Як показують знаки, обидва стержні стиснуті.

Для вузла IV (рис. 6) зусилля  $S_4$  відоме, тому з рівнянь рівноваги визначимо  $S_7$  і  $S_8$ .

$$\sum_{k=1}^n F_{kx} = 0; F_2 - S_4 \cos\alpha + S_8 \cos\alpha = 0;$$

$$\sum_{k=1}^n F_{ky} = 0; -S_4 \sin\alpha - S_7 - S_8 \sin\alpha = 0.$$

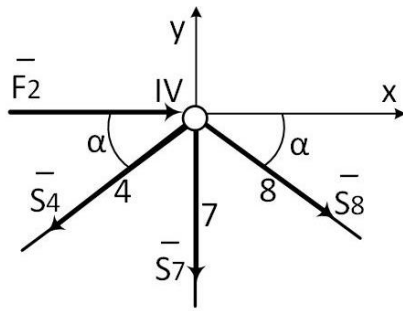


Рис. 6

$$S_8 = S_4 - \frac{F_2}{\cos \alpha} = -25,1 - \frac{20}{0,77} = -51,1 \text{ kH};$$

$$S_7 = -S_4 \sin \alpha - S_8 \sin \alpha = -(-25,1)0,64 - (-51,1)0,64 = 48,8 \text{ kH}.$$

Робимо висновок, що зусилля у стержні 8 діє на стиск, а в стержні 7 – на розтяг.

Наступним розглядаємо вузол VIII в якому сходяться два стержні 12 і 13 з невідомими зусиллями (рис. 7).

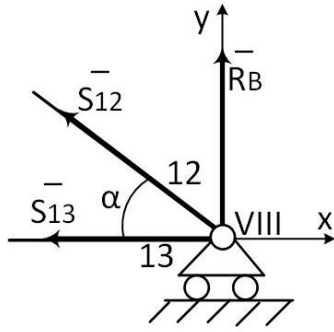


Рис. 7

$$\sum_{k=1}^n F_{kx} = 0; -S_{12} \cos \alpha - S_{13} = 0;$$

$$\sum_{k=1}^n F_{ky} = 0; S_{12} \sin \alpha + R_B = 0.$$

Звідки

$$S_{12} = -\frac{R_B}{\sin \alpha} = -\frac{45,2}{0,64} = -70,6 \text{ kH};$$

$$S_{13} = -S_{12} \cos \alpha = -(-70,6)0,77 = 54,3 \text{ kH}.$$

Стержень 13 розтягується, а стержень 12 – стискається.

Для знаходження зусиль у 9 та 11 стержнях розглянемо рівновагу вузла VI (рис. 8).

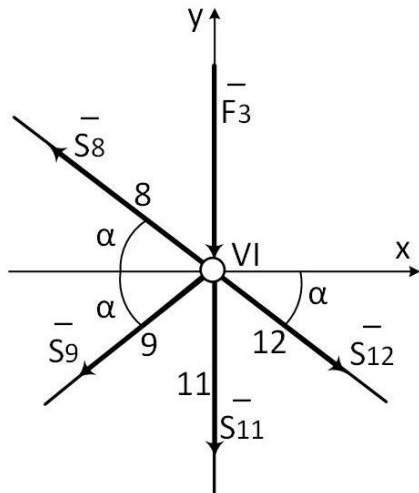


Рис. 8

$$\sum_{k=1}^n F_{kx} = 0; S_{12} \cos \alpha - S_8 \cos \alpha - S_9 \cos \alpha = 0;$$

$$\sum_{k=1}^n F_{ky} = 0; -S_{12} \sin \alpha - F_3 + S_8 \sin \alpha - S_9 \sin \alpha - S_{11} = 0.$$

З записаних рівнянь знаходимо:

$$S_{12} - S_8 - S_9 = 0, \text{ отже}$$

$$S_9 = S_{12} - S_8 = -70,6 - (-51,1) = -19,5 \text{ kH};$$

$$S_{11} = (S_8 - S_{12} - S_9) \sin \alpha - F_3 =$$

$$(-51,1 - (-70,6) - (-19,5))0,64 - 25 = 0$$

Стержень 9 стискається, а стержень 11 – не навантажений.



Зусилля в останньому стержні 10 знаходимо розглянувши рівновагу вузла VII (рис. 9).

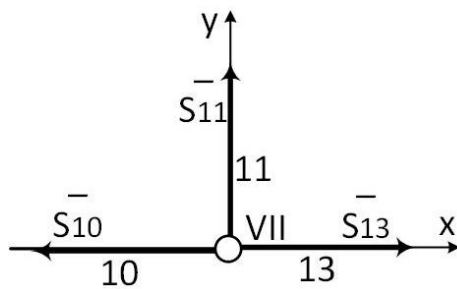


Рис. 9

$$\sum_{k=1}^n F_{kx} = 0; S_{13} - S_{10} = 0,$$

$$\text{Отже, } S_{10} = S_{13} = 54,3 \text{ кН.}$$

Стержень 10 розтягується.

Результати розрахунків наведемо в таблиці.

Номер стержня	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Знак реакції стержня	–	+		–	–	+	+	–	–	+		–	+
Значення реакції стержня, кН	15,3	46,9	0	25,1	9,8	46,9	48,8	51,1	19,5	54,3	0	70,6	54,3

Наявність в фермі ненавантажених (нульових) стержнів, подібних до стержнів 3 і 11, виявляється одразу, оскільки якщо у вузлі, не навантаженому зовнішніми силами, сходяться три стержні, два з яких спрямовані вздовж однієї прямої, то зусилля в третьому стержні дорівнює нулю. Цей результат впливає з рівняння рівноваги проекцій сил на вісь, перпендикулярну до цих двох стержнів.

## 2.2 Спосіб Ріттера (спосіб перерізів)

Цим методом доцільно користуватися для визначення зусиль в окремих стержнях ферми, зокрема для перевірочних розрахунків. Ідея методу полягає в тому, що ферму розділяють на дві частини перетином, що проходить через три стержні, в яких (або в одному з яких) необхідно визначити зусилля, і розглядають рівновагу однієї з цих частин. Дію відкинутої частини замінюють відповідними реакціями, спрямовуючи їх уздовж розрізаних стержнів від перетину, тобто вважаючи стержні розтягнутими (як і в методі вирізання вузлів).

Для частини ферми, що залишилася складають три рівняння рівноваги з трьома невідомими зусиллями. Найчастіше ці рівняння є умовами рівності нулю алгебраїчних сум моментів сил відносно трьох різних центрів, за які обирають точки попарного перетину розсічених стержнів. Ці точки називаються *точками Ріттера*.

Якщо два стержні з трьох розсічених паралельні, то відповідна точка Ріттера віддаляється у нескінченність. Тоді складають два рівняння моментів сил і одне рівняння проекцій сил на вісь, перпендикулярну до паралельних стержнів.

### Приклад 2.

Для плоскої ферми, розглянутої в прикладі 1 (рис. 2) методом Ріттера перевірити зусилля в трьох стержнях, наприклад 8, 9 і 10.

Реакції в опорах ферми вже визначені в попередньому прикладі, тому для визначення зусиль  $S_8$ ,  $S_9$ ,  $S_{10}$  робимо перетин ферми по вказаних стержнях (рис. 10). Дію відкинутої лівої частини ферми на праву замінюємо реакціями розсічених стержнів направленими на розтяг. Для одержаної плоскої довільної системи сил записуємо три рівняння рівноваги, як суми моментів сил відносно точок Ріттера (V, VI, VIII).

$$\sum_{k=1}^n M_V(\bar{F}_k) = 0;$$

$$R_B 2a - F_3 a + S_8 2a \sin \alpha = 0;$$

$$\sum_{k=1}^n M_{VI}(\bar{F}_k) = 0;$$

$$R_B a - S_{10} 0,5h = 0$$

$$\sum_{k=1}^n M_{VIII}(\bar{F}_k) = 0;$$

$$F_3 a + S_9 2a \sin \alpha = 0.$$

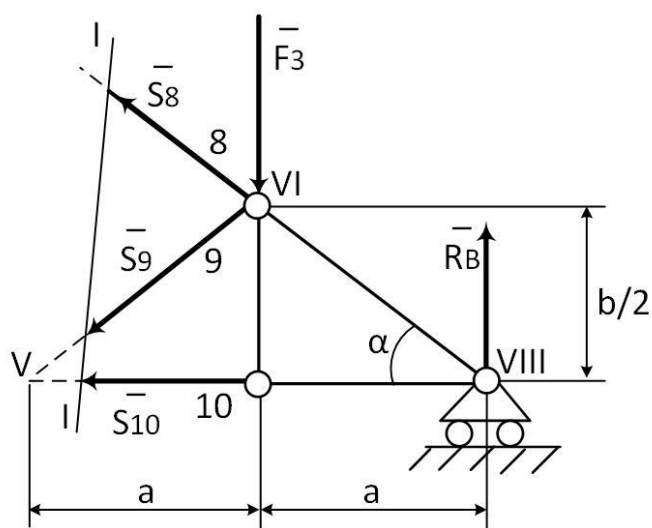


Рис. 10

З кожного рівняння знаходимо зусилля в певному стержні:

$$S_8 = \frac{F_3 a - R_B 2a}{2a \sin \alpha} = \frac{25 - 45,2 \cdot 2}{2 \cdot 0,64} = -51,09 \text{ kH};$$

$$S_{10} = \frac{R_B a}{0,5h} = \frac{45,2 \cdot 1,5}{0,5 \cdot 2,5} = 54,3 \text{ kH};$$

$$S_9 = -\frac{F_3 a}{2a \sin \alpha} = -\frac{25}{2 \cdot 0,64} = -19,5 \text{ kH}.$$

Знак “мінус” тут означає, що стержні 8 і 9 стиснені.

Знайдені значення співпадають з отриманими раніше способом вирізання вузлів і підтверджують правильність результатів.

### 3. Графічне знаходження реакцій в'язей ферми за допомогою силового та мотузкового багатокутників

При графічних розрахунках ферму та діюче на неї навантаження зображаємо в масштабі. Потім будуємо силовий багатокутник і знаходимо рівнодійну зовнішніх сил, діючих на ферму:  $\bar{R} = \sum_{k=1}^n \bar{F}_k$ . Після цього переходимо до побудови мотузкового багатокутника в площині ферми. Розглянемо хід графічних побудов для визначення реакцій в'язей ферми на прикладі.

#### Приклад 3.

Для плоскої ферми, розглянутої в прикладі 1 (рис. 2) визначити графічно реакції в'язей.

Насамперед вибираємо масштаб побудови ( $10 \text{ мм} - 1 \text{ м}$ ) та зображаємо ферму без нумерації стержнів (рис. 11).

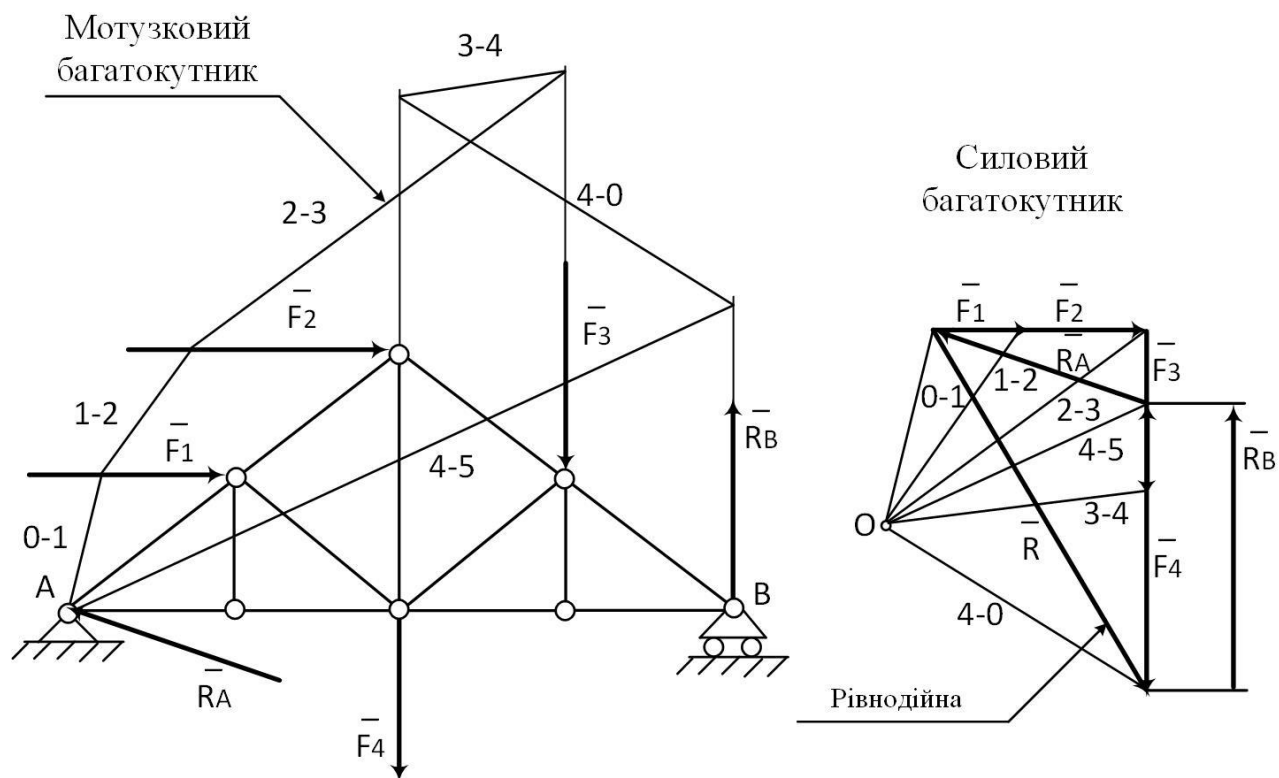


Рис. 11

Модуль і напрямок рівнодійної  $\bar{R} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \bar{F}_3 + \bar{F}_4$  заданої системи сил визначаємо побудовою у вибраному масштабі силового багатокутника.

$$\mu_F = \frac{15 \text{ кН}}{10 \text{ мм}} = 1,5 \frac{\text{кН}}{\text{мм}}.$$

Довільно вибираємо полюс  $O$ , який з'єднуємо променями  $O-1, 1-2, 2-3, 3-4$  і  $4-O$  з початками та кінцями векторів сил системи ( $\bar{F}_1, \bar{F}_2, \bar{F}_3, \bar{F}_4$ ).

Мотузковий багатокутник будуємо в площині ферми. З точки  $A$  (точки опори напрям реакції якої невідомий) проводимо пряму, паралельну променю  $O-1$ , до

перетину з лінією дії сили  $\bar{F}_1$ . Зі знайденої точки проводимо пряму паралельну променю 1-2, до перетину з лінією дії сили  $\bar{F}_2$ . З цієї точки проводимо наступну пряму паралельну променю 2-3, до перетину з лінією дії сили  $\bar{F}_3$ . Далі з отриманої точки проводимо пряму паралельну променю 3-4, до перетину з лінією дії сили  $\bar{F}_4$ . Останню пряму, паралельну променю 4-О проводимо до перетину з відомою лінією дії реакції опори В. Знайдену точку з'єднуємо з точкою опори А променем 4-5. Утворена ламана лінія (О-1) – (1-2) – (2-3) – (3-4) – (4-О) – (4-5) називається *мотузковим багатокутником*. Промінь 4-5, яким завершується побудова мотузкового багатокутника, дає змогу знайти реакції опор ферми.

Величину і напрямок реакцій опор  $\bar{R}_A$  і  $\bar{R}_B$  визначаємо виходячи з умов рівноваги плоскої системи сил, які полягають в тому, що силовий і мотузковий багатокутник мають бути замкнені.

Паралельним переносом проводимо промінь 4-5 через полюс О силового багатокутника. Цей промінь дозволяє розкласти рівнодійну активних сил на дві сили реакцій опор (так як за модулем ця рівнодійна дорівнює рівнодійній реакцій опор, а за напрямом протилежна їй).

$$\bar{R} = \bar{R}_A + \bar{R}_B.$$

З кінця рівнодійної  $\bar{R}$  проводимо лінію дії реакції  $\bar{R}_B$  до перетину з променем 4-5, знайдену точку перетину з'єднуємо з початком рівнодійної. Побудовані два вектори відповідають модулям і напрямкам шуканих реакцій опор А і В.

У вибраному масштабі значення кожної з реакцій становлять відповідно  $R_A = 36,5 \text{ kH}$ ,  $R_B = 46 \text{ kH}$ .

Для порівняння одержаних значень реакцій з розрахованими аналітичним способом, знаходимо

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = \sqrt{(-35)^2 + 9,8^2} = 36,35 \text{ kH};$$

$$R_B = 45,2 \text{ kH}.$$

Отже, графічно реакцій в'язей ферми знайдені досить точно.

#### **4. Знаходження зусиль в стержнях ферми графічним способом.**

##### ***Побудова діаграми Максвелла-Кремони***

Для кожного вузла ферми будуємо замкнені багатокутники сил, щоб утворити діаграму Максвелла-Кремони. При цьому дотримуємося наступних правил:

1) креслимо в масштабі схему ферми і показуємо на ній всі зовнішні сили (задані та реакції в'язей), які діють на ферму (рис. 12);

2) розбиваємо площину ферми на області, що знаходяться між зовнішніми силами та стержнями ферми (зовнішні області), а також області між стержнями (внутрішні області). Зовнішні області позначають малими літерами –  $a, b, c, d, e, k$ , а внутрішні великими літерами –  $R, S, P, N, M, Q$ ;

- 3) зовнішні сили і зусилля в стержнях на діаграмі позначаємо двома літерами, що відповідають назвам тих областей, між якими знаходиться певна сила або певний стержень ферми;
- 4) обхід ферми та її вузлів здійснюємо за ходом годинникової стрілки.

Будуємо в масштабі силовий багатокутник, як основу діаграми Максвелла-Кремони:

$$\mu_F = \frac{10 \text{ кН}}{10 \text{ мм}} = 1 \frac{\text{кН}}{\text{мм}}.$$

Починаємо побудову з сили  $\bar{R}_A$ , яка лежить на межі зовнішніх областей  $a$  і  $b$ . При обході ферми за ходом годинникової стрілки перетинаємо лінію дії цієї сили, переходячи з області  $a$  в область  $b$ . На діаграмі у вибраному масштабі силу  $\bar{R}_A$  зображаємо вектором  $\overline{ab}$ , де першою літерою  $a$  фіксуємо початок цього вектора (відповідає області  $a$ ), а другою  $b$  – кінець вектора  $\bar{R}_A$  (відповідає області  $b$ ) (рис 13).

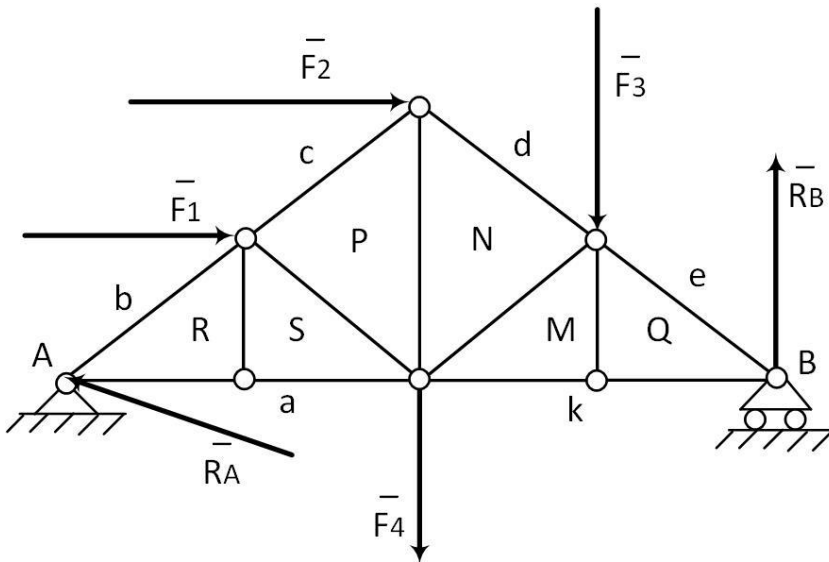


Рис. 12

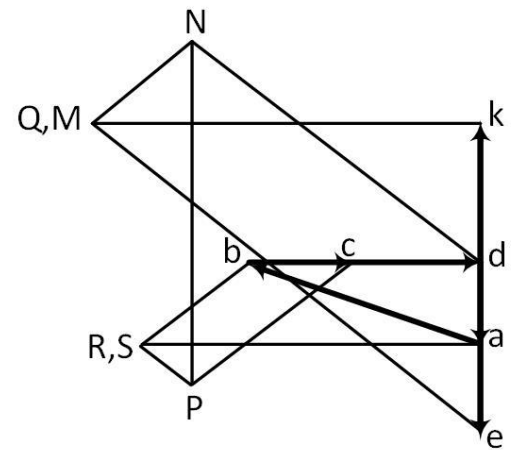


Рис. 13

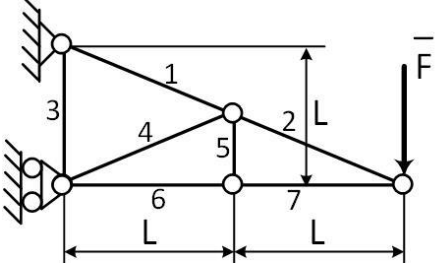
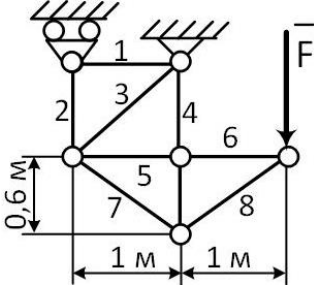
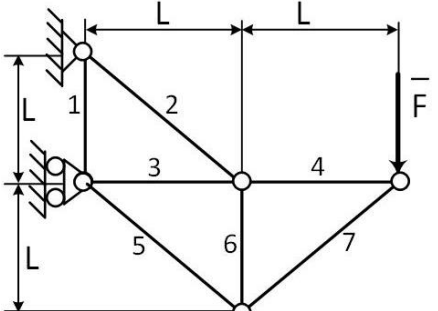
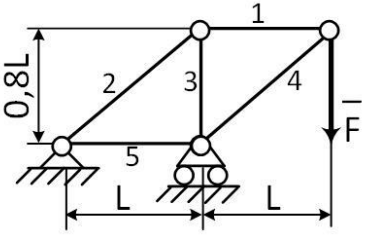
Аналогічно на діаграмі вектором  $\overline{bc}$  позначаємо наступну силу  $\bar{F}_1$ , вектором  $\overline{cd}$  – силу  $\bar{F}_2$ , далі слідує сила  $\bar{F}_3$ , яку зображаємо вектором  $\overline{de}$ , потім реакція  $\bar{R}_B$ , зображена вектором  $\overline{ek}$  і сила  $\bar{F}_4$ , яку позначаємо вектором  $\overline{ka}$ . Одержану замкнену діаграму зовнішніх сил виділяємо товщими лініями.

Визначення зусиль в стержнях ферм починаємо з побудови замкненого багатокутника сил для вузла  $A$ . Обходячи ферму за годинниковою стрілкою, з точки  $b$  проводимо пряму, паралельну стержню 1, а з точки  $a$  – пряму, паралельну стержню 2. Точка перетину  $R$  цих прямих на рис. 13 дає змогу визначити зусилля в стержнях  $\bar{S}_1$  і  $\bar{S}_2$ , які на діаграмі зображено відрізками  $bR$  ( $\bar{S}_1$ ) та  $Ra$  ( $\bar{S}_2$ ).

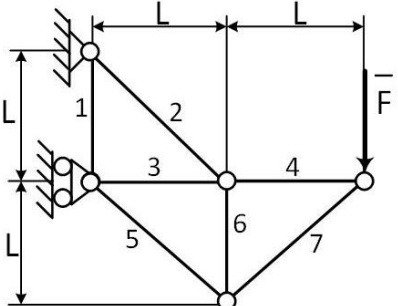
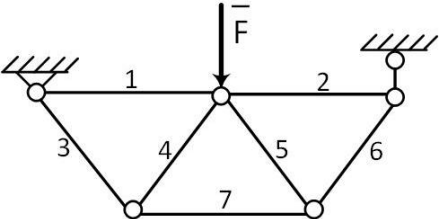
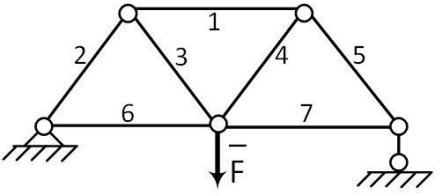
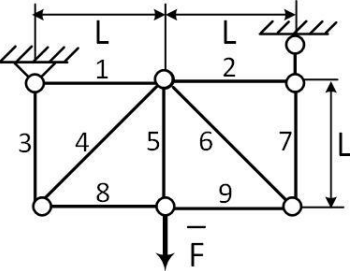
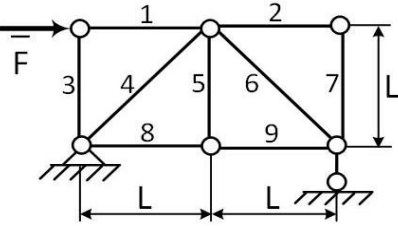
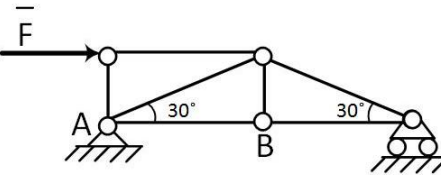
Таким же чином будуємо діаграму для вузла  $II$  (рис. 2), так як в цьому вузлі сходяться два стержні (3 і 6) з невідомими зусиллями  $\bar{S}_3$  та  $\bar{S}_6$ . На рис. 13 з точки  $R$  проводимо пряму, паралельну стержню 3, а з точки  $a$  – пряму паралельну стержню

6. Зусилля в стержні 3 зображується відрізком  $RS$ , а так ці точки ( $R$  і  $S$ ) співпадають, то величина  $\bar{S}_3 = 0$ . Зусилля в стержні 6 – це відрізок  $Sa$  діаграми. Подібним способом будуюмо багатокутники сил і для інших вузлів ферми, закінчуючи вузлом  $VIII$  (опора  $B$ ). При цьому враховуємо той факт, що побудова багатокутників сил можлива для вузлів, де сходяться не більше двох невідомих зусиль. Правильність побудови діаграми Максвела-Кремони підтверджується її замкнутістю на вузлі  $VIII$  (опора  $B$ ).

### 5. Контрольні завдання для самостійної роботи

1		<p>Знайти зусилля в стержні 6. Сила <math>F = 360 \text{ H}</math>.</p> <p>Відповідь: <math>S_6 = -720 \text{ H}</math>.</p>
2		<p>Знайти зусилля в стержні 5. Сила <math>F = 480 \text{ H}</math>.</p> <p>Відповідь: <math>S_5 = -800 \text{ H}</math>.</p>
3		<p>Знайти зусилля в стержні 3. Сила <math>F = 460 \text{ H}</math>.</p> <p>Відповідь: <math>S_3 = -460 \text{ H}</math>.</p>
4		<p>Знайти зусилля в стержні 3. Сила <math>F = 540 \text{ H}</math>.</p> <p>Відповідь: <math>S_3 = -540 \text{ H}</math>.</p>

5		<p>Знайти зусилля в стержні 2. Сили <math>F_1 = F_2 = 520 \text{ Н}</math>.</p> <p>Відповідь: <math>S_2 = 735 \text{ Н}</math>.</p>
6		<p>Знайти зусилля в стержні 4. Сила <math>F = 340 \text{ Н}</math>.</p> <p>Відповідь: <math>S_2 = -481 \text{ Н}</math>.</p>
7		<p>Знайти зусилля в стержні 1. Сила <math>F = 380 \text{ Н}</math>.</p> <p>Відповідь: <math>S_1 = 806 \text{ Н}</math>.</p>
8		<p>Знайти зусилля в стержні 6. Сили <math>F_1 = F_2 = 380 \text{ Н}</math>.</p> <p>Відповідь: <math>S_6 = 0</math>.</p>
9		<p>Знайти зусилля в стержні 8. Сила <math>F = 260 \text{ Н}</math>.</p> <p>Відповідь: <math>S_8 = -130 \text{ Н}</math>.</p>

10		<p>Знайти зусилля в стержні 3. Сила <math>F = 460 \text{ Н}</math>.</p> <p>Відповідь: <math>S_3 = -460 \text{ Н}</math>.</p>
11		<p>Знайти зусилля в стержні 5. Сила <math>F = 160 \text{ Н}</math>. Довжини всіх стержнів однакові.</p> <p>Відповідь: <math>S_5 = -92,4 \text{ Н}</math>.</p>
12		<p>Знайти зусилля в стержні 1. Сила <math>F = 120 \text{ Н}</math>. Довжини всіх стержнів однакові.</p> <p>Відповідь: <math>S_1 = -69,3 \text{ Н}</math>.</p>
13		<p>Знайти зусилля в стержні 6. Сила <math>F = 220 \text{ Н}</math>.</p> <p>Відповідь: <math>S_6 = -156 \text{ Н}</math>.</p>
14		<p>Знайти зусилля в стержні 2. Сила <math>F = 180 \text{ Н}</math>.</p> <p>Відповідь: <math>S_2 = -90 \text{ Н}</math>.</p>
15		<p>Знайти зусилля в стержні AB. Сила <math>F = 346 \text{ Н}</math>.</p> <p>Відповідь: <math>S_{AB} = 173 \text{ Н}</math>.</p>



## 6. Завдання для розрахунково-графічної роботи “Розрахунок плоских ферм”

Плоска ферма утворена з прямолінійних невагомих стержнів, з'єднаних між собою шарнірами. Зовнішніми в'язями, накладеними на ферму в точках  $A$  і  $B$  є або нерухомий шарнір, або невагомий стержень з шарнірами на кінцях, або шарнірна опора на котках.

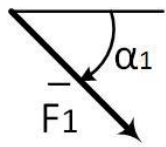
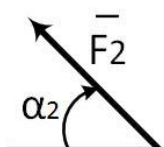
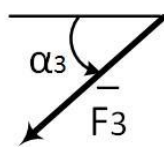
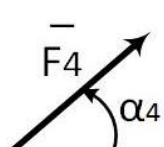
В точках з'єднання стержнів – вузлах діють сили значення, напрямки і точки прикладання яких вказані в таблиці 1.

Для заданої ферми графічно і аналітично визначити:

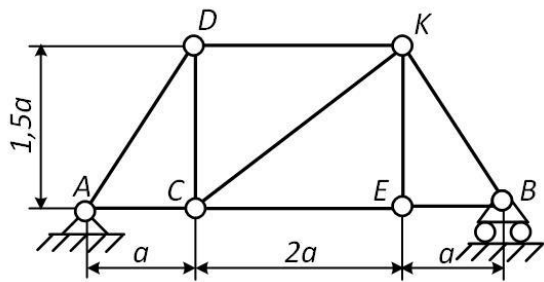
- 1) реакції опор;
- 2) зусилля в стержнях ферми:
  - методом вирізання вузлів із використанням аналітичних умов рівноваги;
  - побудовою діаграми Максвелла-Кремони.

Методом перерізів (методом Ріттера) додатково перевірити зусилля в трьох стержнях ферми.

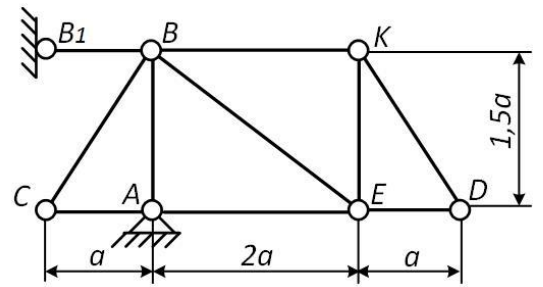
Таблиця 1

Сила								
	$F_1 = 20 \text{ kH}$		$F_2 = 30 \text{ kH}$		$F_3 = 40 \text{ kH}$		$F_4 = 50 \text{ kH}$	
Варіант	Точка прикладання	$\alpha_1$ , град	Точка прикладання	$\alpha_2$ , град	Точка прикладання	$\alpha_3$ , град	Точка прикладання	$\alpha_4$ , град
0	$C$	90	-	-	$D$	30	$E$	60
1	$K$	45	$D$	90	-	-	$C$	30
2	$D$	60	$E$	30	$K$	90	-	-
3	-	-	$C$	45	$E$	60	$K$	90
4	$E$	90	$K$	60	-	-	$D$	45
5	$C$	30	-	-	$D$	90	$K$	90
6	-	-	$D$	90	$C$	45	$E$	60
7	$E$	90	$C$	30	$K$	90	-	-
8	$D$	60	$E$	90	-	-	$C$	30
9	$K$	30	-	-	$E$	60	$D$	90

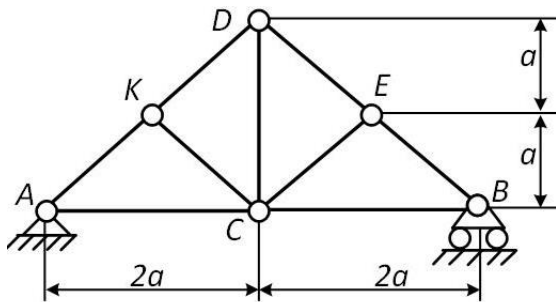
**1.0**



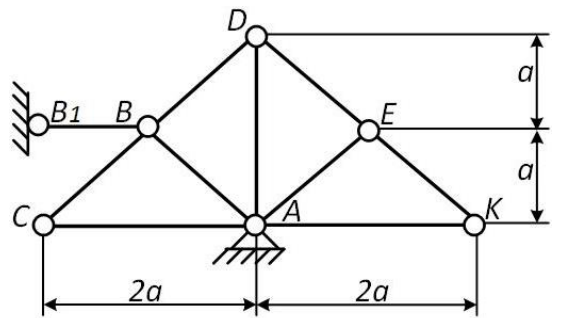
**1.1**



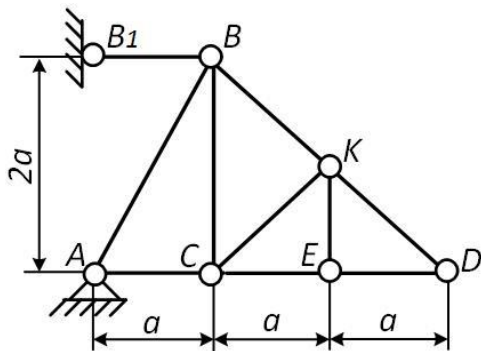
**1.2**



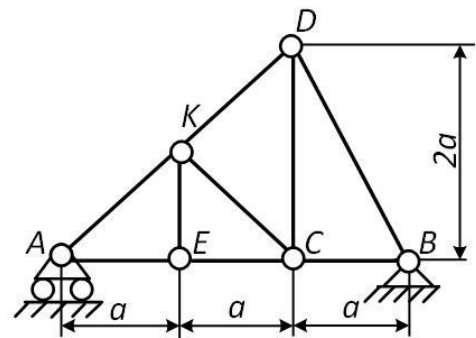
**1.3**



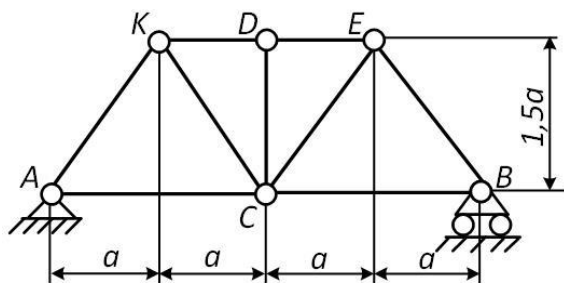
**1.4**



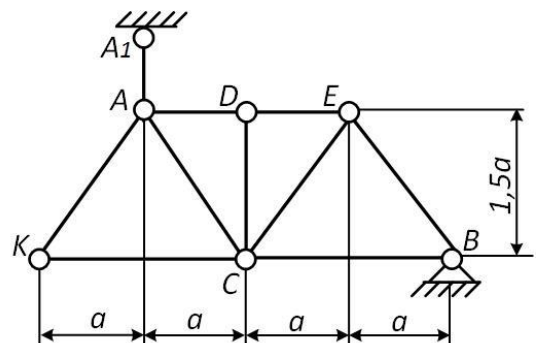
**1.5**



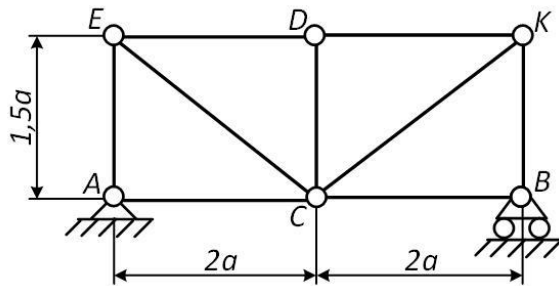
**1.6**



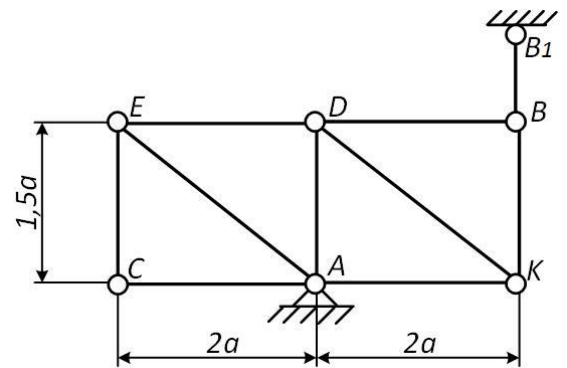
**1.7**



1.8



1.9



### 6.1 Приклад виконання завдання

Плоска ферма зображена на рис. 14 закріплена в точці  $A$  нерухомим шарніром, а в точці  $B$  – стержнем з шарнірами на кінцях. Діюче навантаження і розміри показані на рисунку.

Дано:  $F_1 = 20 \text{ kH}$ ,  $F_2 = 10 \text{ kH}$ ,  $F_3 = 30 \text{ kH}$ .

Визначити:

- реакції опор аналітичним та графічним способом;
- зусилля в стержнях ферми: методом вирізання вузлів із використанням аналітичних умов рівноваги та графічно побудовою діаграми Максвела-Кремони.

Методом перерізів (методом Ріттера) додатково перевірити зусилля в трьох стержнях ферми.

Розв'язок:

1. Визначення реакцій опор аналітичним способом.

Розглядаємо ферму в цілому як тверде тіло. Відкидаємо в'язі в точках  $A$  і  $B$  та замінюємо їх реакціями.

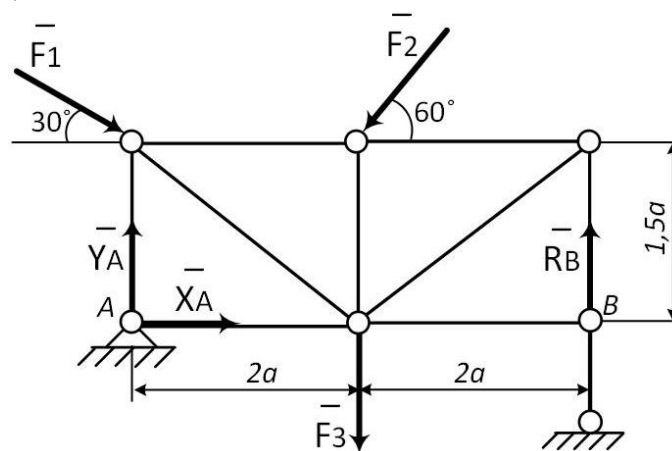


Рис. 14

Аналітичні рівняння рівноваги мають вигляд:

$$\sum_{k=1}^n F_{kx} = 0; X_A + F_1 \cos 30^\circ - F_2 \cos 60^\circ = 0;$$

$$\sum_{k=1}^n M_A(\bar{F}_k) = 0; -F_1 \cos 30^\circ \cdot 1,5a + F_2 \cos 60^\circ \cdot 1,5a - F_2 \cos 30^\circ 2a - F_3 \cdot 2a + R_B \cdot 4a = 0;$$

$$\sum_{k=1}^n M_B(\bar{F}_k) = 0; -F_1 \cos 30^\circ \cdot 1,5a + F_1 \cos 60^\circ \cdot 4a + F_2 \cos 60^\circ \cdot 1,5a + F_2 \cos 30^\circ \cdot 2a + F_3 \cdot 2a - Y_A \cdot 4a = 0.$$

Розв'язавши складені рівняння відносно невідомих реакцій та підставивши числові значення заданих величин, знаходимо:

$$X_A = -F_1 \cos 30^\circ + F_2 \cos 60^\circ = -12,3 \text{ kH};$$

$$R_B = \frac{F_1 \cos 30^\circ \cdot 1,5a - F_2 \cos 60^\circ \cdot 1,5a + F_2 \cos 30^\circ 2a + F_3 \cdot 2a}{4a} = 24 \text{ kH};$$

$$Y_A = \frac{-F_1 \cos 30^\circ \cdot 1,5a + F_1 \cos 60^\circ \cdot 4a + F_2 \cos 60^\circ \cdot 1,5a + F_2 \cos 30^\circ \cdot 2a + F_3 \cdot 2a}{4a} = 24,7 \text{ kH}.$$

Виконуємо перевірку:

$$\sum_{k=1}^n F_{ky} = 0; Y_A + R_B - F_1 \cos 60^\circ - F_2 \cos 30^\circ - F_3 = 24,7 + 24 - 10 - 8,66 - 30 = 0,04 \approx 0.$$

## 2. Визначення реакцій опор графічним способом.

Будуємо силовий багатокутник із діючих на ферму сил в масштабі.

Масштабний коефіцієнт, який показує величину сили в одному міліметрі, знаходимо зі співвідношення

$$\mu_F = \frac{10 \text{ kH}}{10 \text{ мм}} = 1 \frac{\text{kH}}{\text{мм}}.$$

Так як реакції опор маємо ще визначити, то силовий багатокутник не буде завершеним. Однак, відома лінія дії реакції в точці *B* (направлена вздовж стержня) і її можна вказати на силовому багатокутнику так, як це показано на рис. 15, а.

Переходимо до побудови мотузкового багатокутника. Для цього на силовому багатокутнику вибираємо довільну точку (полюс) та проводимо промені *O-1*, *1-2*, *2-3* і *3-O* до початків і кінців векторів сил, як показано на рис. 15, б.

Напрямки отриманих променів переносимо на креслення ферми (виконане у масштабі) наступним чином. З опори *A*, напрям реакції якої невідомий, проводимо пряму паралельну променю *O-1* до перетину з лінією дії сили  $\bar{F}_1$ . Зі знайденої точки проводимо пряму паралельну променю *1-2*, до перетину з лінією дії сили  $\bar{F}_2$ . З цієї точки проводимо наступну пряму паралельну променю *2-3*, до перетину з лінією дії сили  $\bar{F}_3$ . Останню пряму, паралельну променю *3-O* проводимо до перетину з відомою лінією дії реакції опори *B*. Знайдену точку з'єднуємо з точкою опори *A* променем *3-4*. Утворена ламана лінія (*O-1*) – (*1-2*) – (*2-3*) – (*3-O*) – (*3-4*) і буде

мотузковим багатокутником. Промінь 3-4, яким завершується побудова мотузкового багатокутника, дає змогу знайти реакції опор ферми.

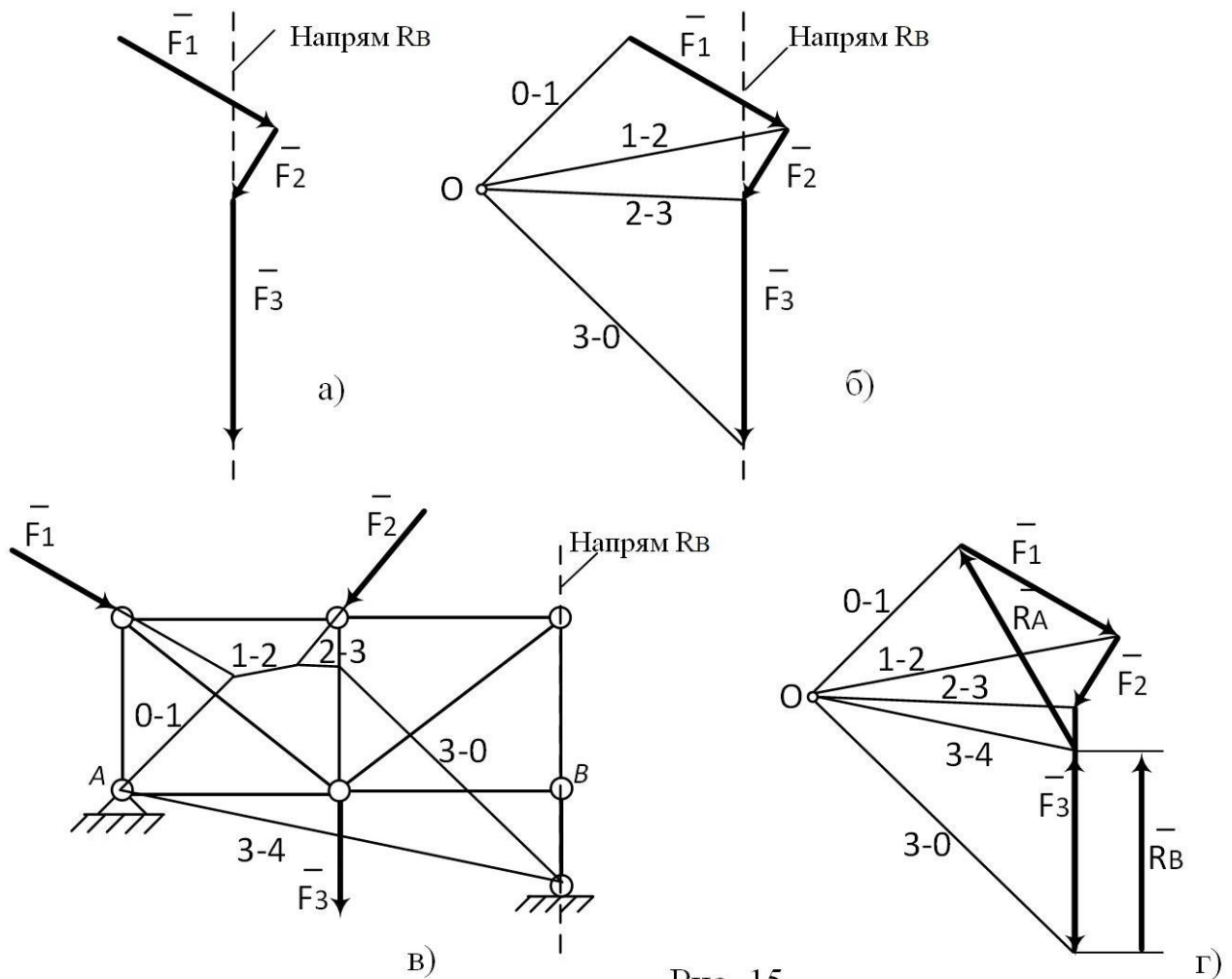


Рис. 15

Паралельним переносом проводимо промінь 3-4 через полюс  $O$  силового багатокутника.

З кінця сили  $\vec{F}_3$  проводимо лінію дії реакції  $\vec{R}_B$  до перетину з променем 3-4, знайдену точку перетину з'єднуємо з початком сили  $\vec{F}_1$ . Побудовані два вектори відповідають модулям і напрямкам шуканих реакцій опор  $A$  і  $B$ .

У вибраному масштабі значення кожної з реакцій становлять відповідно  $R_A = 28 \text{ kH}$ ,  $R_B = 24 \text{ kH}$ .

Для порівняння одержаних значень реакцій з розрахованими аналітичним способом, знаходимо

$$R_A = \sqrt{X_A^2 + Y_A^2} = \sqrt{(-12,3)^2 + 24,7^2} = 27,64 \text{ kH};$$

$$R_B = 24 \text{ kH}.$$

Отже, графічно реакцій в'язей ферми знайдені досить точно.

### 3. Визначення зусиль у стержнях ферми методом вирізання вузлів

При застосуванні цього методу необхідно кожного разу вирізати відповідний вузол, замінивши в'язі, якими є стержні ферми їх реакціями спрямованими вздовж відповідних стержнів від вузлів, тобто на розтяг. Якщо в результаті розрахунків значення реакції в якому-небудь стержні буде від'ємним, це означає, що даний стержень не розтягується, а стискається.

Вузли ферми пронумеруємо римськими цифрами, а стержні – арабськими (рис. 16).

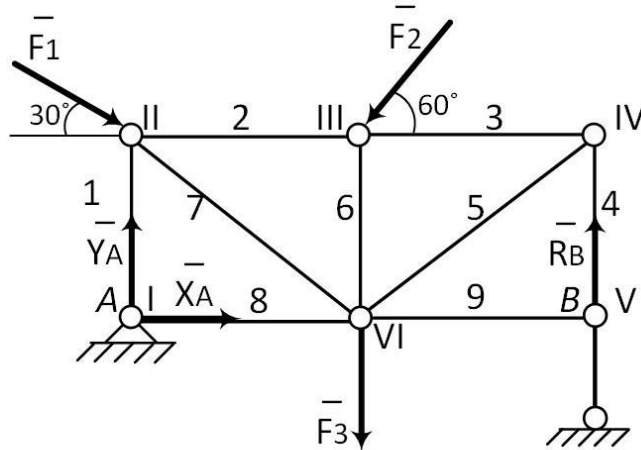


Рис. 16

Починаємо розв'язок з вузла I в якому сходяться два стержні 1 і 2 (рис. 17).

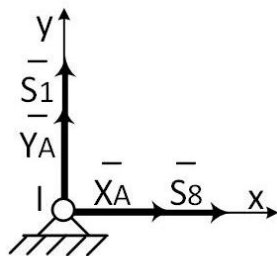


Рис. 17

$$\sum_{k=1}^n F_{kx} = 0; S_8 + X_A = 0;$$

$$\sum_{k=1}^n F_{ky} = 0; S_1 + Y_A = 0.$$

З рівнянь рівноваги знаходимо:

$$S_1 = -Y_A = -24,7 \text{ kH}; S_8 = -X_A = -(-12,3) = 12,3 \text{ kH}.$$

Знаки показують, що стержень 1 стискається, стержень 8 – розтягується.

Наступним розглядаємо вузол II в якому сходяться стержень 1 (зусилля в якому вже відоме) та стержні 2 і 7 (рис. 18).

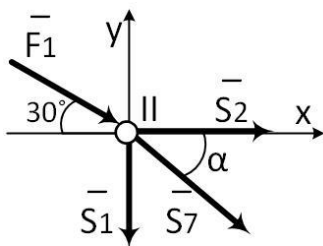


Рис. 18

$$\sum_{k=1}^n F_{kx} = 0; F_1 \cos 30^\circ + S_2 + S_7 \cos \alpha = 0;$$

$$\sum_{k=1}^n F_{ky} = 0; -F_1 \sin 30^\circ - S_1 - S_7 \sin \alpha = 0.$$

Значення  $\sin \alpha$  і  $\cos \alpha$  знаходимо враховуючи задані розміри ферми.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1,5a}{2a} = \frac{1,5}{2} = 0,75, \text{ а отже } \sin \alpha = 0,6, \text{ а } \cos \alpha = 0,8.$$

Розв'язуємо рівняння:

$$S_7 = \frac{-F_1 \sin 30^\circ - S_1}{\sin \alpha} = \frac{-20 \cdot 0,5 - (-24,7)}{0,6} = 24,5 \text{ kH};$$

$$S_2 = -F_1 \cos 30^\circ - S_7 \cos \alpha = -20 \cdot 0,866 - 24,5 \cdot 0,8 = -37 \text{ kH}.$$

Стержень 7 розтягується, а стержень 2 стискається.

Далі можна розглянути рівновагу вузла III в якому сходяться три стержні (рис. 19). Зусилля  $S_2$  відоме. З рівнянь рівноваги знайдемо  $S_3$  і  $S_6$ .

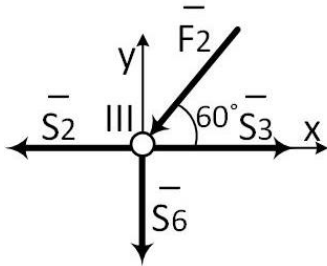


Рис. 19

$$\sum_{k=1}^n F_{kx} = 0; -F_2 \cos 60^\circ - S_2 + S_3 = 0;$$

$$\sum_{k=1}^n F_{ky} = 0; -F_2 \sin 60^\circ - S_6 = 0.$$

$$\text{Звідки } S_6 = -F_2 \sin 60^\circ = -10 \cdot 0,866 = -8,66 \text{ kH};$$

$$S_3 = F_2 \cos 60^\circ + S_2 = 10 \cdot 0,5 + (-37) = -32 \text{ kH}.$$

Як показують знаки, обидва стержні стиснуті.

У вузлі IV сходяться стержні 3, 4 і 5 (рис. 20). Так як реакція  $S_3$  відома, то з рівнянь рівноваги знайдемо реакції  $S_4$  та  $S_5$ .

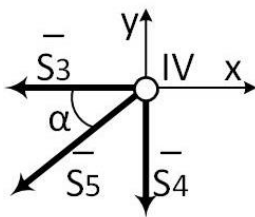


Рис. 20

$$\sum_{k=1}^n F_{kx} = 0; -S_3 - S_5 \cos \alpha = 0;$$

$$\sum_{k=1}^n F_{ky} = 0; -S_4 - S_5 \sin \alpha = 0.$$

Розв'язуємо рівняння:

$$S_5 = \frac{-S_3}{\cos \alpha} = \frac{-(-32)}{0,8} = 40 \text{ kH};$$

$$S_4 = -S_5 \sin \alpha = -40 \cdot 0,6 = -24 \text{ kH}.$$

Стержень 5 розтягується, а стержень 4 стискається.

Для знаходження реакції 9 стержня розглянемо вузол V (рис. 21). Рівняння рівноваги для якого мають вигляд:

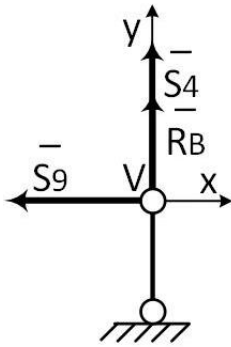


Рис. 21

$$\sum_{k=1}^n F_{kx} = 0; -S_9 = 0;$$

$$\sum_{k=1}^n F_{ky} = 0; S_4 + R_B = 0.$$

Отже, стержень 9 не навантажений.

Підставивши знайдені раніше значення  $S_4 = -24 \text{ kH}$  і  $R_B = 24 \text{ kH}$  в рівняння проєкцій сил на вісь  $Oy$ , переконуємося в правильності отриманих результатів.

Результати розрахунків наведемо в таблиці.

Номер стержня	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Знак реакції стержня	–	–	–	–	+	–	+	+	
Значення реакції стержня, $kH$	24,7	37	32	24	40	8,66	24,5	12,3	0

#### 4. Визначення зусиль у стержнях ферми графічним методом

Для побудови діаграми Максвела-Кремони потрібно показати усі діючі на ферму сили (включаючи реакції в'язей). Всі області між лініями дії сил позначаємо малими літерами  $a, b, c, d, e$ ; внутрішні області – великими літерами  $N, P, S, Q$  (рис. 22).

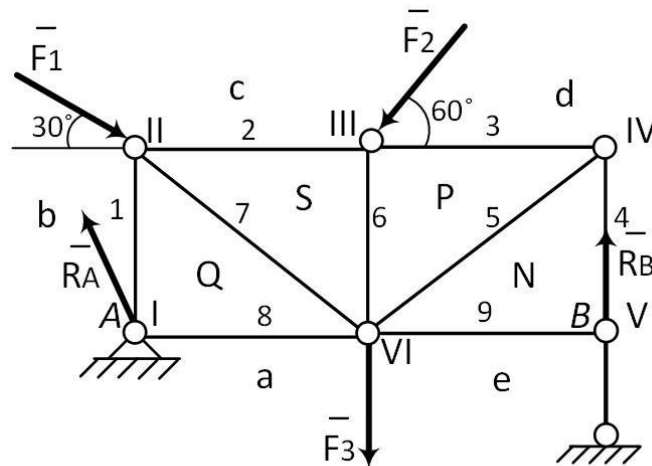


Рис. 22

Це дозволяє діючі на ферму сили і реакції в стержнях позначати літерами суміжних областей за годинниковою стрілкою: навколо ферми – для зовнішніх сил або навколо вузла – для реакцій в стержнях. Наприклад, реакція опори  $\bar{R}_A$  буде позначена на діаграмі як  $ab$ , де точка  $a$  – початок вектора, а  $b$  – його кінець.

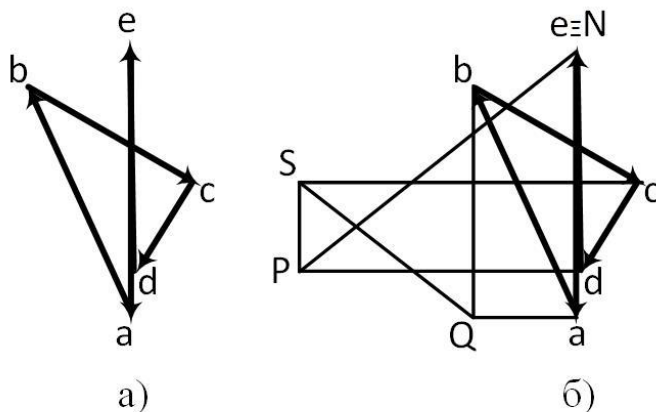


Рис. 23

Побудований, при таких позначеннях, силовий багатокутник зображений на рис. 23, а.

Масштаб діаграми:

$$\mu_F = \frac{10 \text{ kH}}{10 \text{ мм}} = 1 \frac{\text{kH}}{\text{мм}}.$$

При подальшій побудові діаграми, як і в попередніх випадках, кожного разу потрібно вибирати ті вузли ферми, в яких збігаються не більше двох стержнів з невідомими зусиллями. Побудована діаграма



Максвела-Кремони показана на рис. 23, б. За цією діаграмою можна визначити силу реакції та стан (розтяг, стиск) будь-якого стержня ферми.

Для знаходження реакції та стану стержня потрібно виділити вузол, якому цей стержень належить і обійшовши вузол за годинниковою стрілкою, встановити його буквене позначення. З врахуванням цього позначення знайти на діаграмі Максвела-Кремони напрям реакції відносно розглядуваного вузла і встановити його стан. Величина реакції визначається вимірюванням відрізка з врахуванням вибраного масштабу. Наприклад, стержень 2 відносно вузла II позначається  $cS$ . Шукаємо на діаграмі точки  $c$  і  $S$  та встановлюємо напрям – від  $c$  до  $S$ . Вектор направлений до вузла, отже – стержень стиснутий. Вимірявши довжину відрізка  $cS$  на діаграмі, знаходимо величину стиску. Реакції інших стержнів визначаємо аналогічно. Остаточно знаходимо:

$$S_1 = Qb \cdot \mu_F = 25 \text{ мм} \cdot 1 \frac{\text{кН}}{\text{мм}} = 25 \text{ кН}; \text{ напрям – від } Q \text{ до } b \text{ (вузол II) – стиск.}$$

$$S_2 = cS \cdot \mu_F = 37 \text{ мм} \cdot 1 \frac{\text{кН}}{\text{мм}} = 37 \text{ кН}; \text{ напрям – від } c \text{ до } S \text{ (вузол II) – стиск.}$$

$$S_3 = dP \cdot \mu_F = 32 \text{ мм} \cdot 1 \frac{\text{кН}}{\text{мм}} = 32 \text{ кН}; \text{ напрям – від } d \text{ до } P \text{ (вузол III) – стиск.}$$

$$S_4 = Nd \cdot \mu_F = 24 \text{ мм} \cdot 1 \frac{\text{кН}}{\text{мм}} = 24 \text{ кН}; \text{ напрям – від } N \text{ до } d \text{ (вузол V) – стиск.}$$

$$S_5 = NP \cdot \mu_F = 40 \text{ мм} \cdot 1 \frac{\text{кН}}{\text{мм}} = 40 \text{ кН}; \text{ напрям – від } N \text{ до } P \text{ (вузол IV) – розтяг.}$$

$$S_6 = PS \cdot \mu_F = 9 \text{ мм} \cdot 1 \frac{\text{кН}}{\text{мм}} = 9 \text{ кН}; \text{ напрям – від } P \text{ до } S \text{ (вузол III) – стиск.}$$

$$S_7 = SQ \cdot \mu_F = 25 \text{ мм} \cdot 1 \frac{\text{кН}}{\text{мм}} = 25 \text{ кН}; \text{ напрям – від } S \text{ до } Q \text{ (вузол II) – розтяг.}$$

$$S_8 = Qa \cdot \mu_F = 12 \text{ мм} \cdot 1 \frac{\text{кН}}{\text{мм}} = 12 \text{ кН}; \text{ напрям – від } Q \text{ до } a \text{ (вузол I) – розтяг.}$$

$$S_9 = eN \cdot \mu_F = 0 \cdot 1 \frac{\text{кН}}{\text{мм}} = 0; \text{ так як точки } e \text{ і } N \text{ співпадають – стержень не}$$

навантажений.

Порівнявши значення реакцій стержнів з розрахованими аналітичним способом, переконуємось, що вони знайдені досить точно.

## 5. Визначення зусиль у стержнях ферми методом Ріттера

Щоб перевірити одержані результати, знаходимо зусилля в будь-яких трьох стержнях ферми (наприклад, 2, 7 і 8) методом Ріттера. Для цього розсікаємо ферму по потрібним стержням на дві частини і розглядаємо рівновагу однієї з них, як правило, простішої. Дію відкинутої частини замінюємо реакціями розсічених стержнів, направленими на розтяг (рис. 24).

Для діючої на залишену частину ферми плоскої довільної системи сил складаємо три рівняння рівноваги. Два рівняння моментів сил відносно точок Ріттера II і VI (точок попарного перетину стержнів) та, так як для даного перерізу третьої точки Ріттера не має, рівняння проекції сил на вісь  $Oy$  (перпендикулярну паралельним стержням 2 і 8).

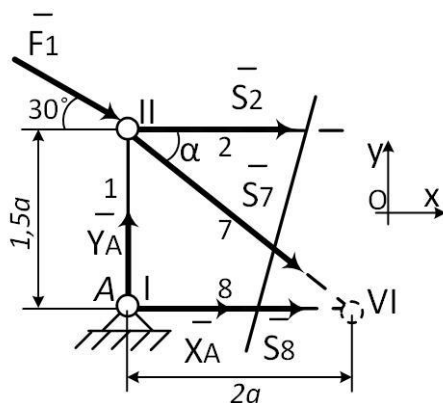


Рис. 24

$$\sum_{k=1}^n M_{II}(\bar{F}_k) = 0; \quad S_8 \cdot 1,5a + X_A \cdot 1,5a = 0;$$

Звідси знаходимо:

$$S_8 = -X_A = -(-12,3) = 12,3 \text{ kH}.$$

$$\sum_{k=1}^n M_{VI}(\bar{F}_k) = 0; \quad -Y_A \cdot 2a - S_2 \cdot 1,5a - F_1 \cos 30^\circ \cdot 1,5a + F_1 \cos 60^\circ \cdot 2a = 0.$$

Розв'язуємо відносно  $S_2$ :

$$\begin{aligned} S_2 &= \frac{-Y_A \cdot 2a - F_1 \cos 30^\circ \cdot 1,5a + F_1 \cos 60^\circ \cdot 2a}{1,5a} = \\ &= \frac{-24,7 \cdot 2a - 20 \cos 30^\circ \cdot 1,5a + 20 \cos 60^\circ \cdot 2a}{1,5a} = -37 \text{ kH}. \end{aligned}$$

Для знаходження  $S_7$  запишемо рівняння проекцій сил на вісь  $Oy$ :

$$\sum_{k=1}^n F_{ky} = 0; \quad -S_7 \sin \alpha - F_1 \cos 60^\circ + Y_A = 0.$$

Остаточно

$$S_7 = \frac{Y_A - F_1 \cos 60^\circ}{\sin \alpha} = \frac{24,7 - 20 \cos 60^\circ}{0,6} = 24,5 \text{ kH}.$$

Знайдені значення реакцій стержнів співпадають зі отриманими раніше способом вирізання вузлів і підтверджують правильність результатів.

## 6. Питання для самоконтролю

1. Що називається фермою?
2. Як класифікують ферми?
3. Якою є проста плоска ферма?
4. Які ферми називаються фермами без зайвих стержнів?
5. Які ферми називаються статично визначеними?
6. Які спрощення застосовують при розрахунку ферм?
7. В чому полягає спосіб вирізання вузлів?
8. Скільки рівнянь рівноваги складають для вирізаного вузла?
9. В чому полягає спосіб Ріттера (перерізів)?
10. Як будувати силовий багатокутник?
11. Що називають мотузковим багатокутником?
12. Які правила побудови діаграми Максвелла-Кремони?

## ***ЛІТЕРАТУРА***

1. Павловський М.А. Теоретична механіка. – К.: Техніка, 2002. – 512 с.
2. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. – М.: Высш. шк., 2001. – 416с.
3. Теоретична механіка. Збірник задач / О.С. Апостолук, В.М. Воробйов, Д.І. Ільчишина та ін.; За ред. Павловського М.А. – К.: Техніка, 2007. – 400 с.
4. Конспект лекцій із теоретичної механіки: навчальний посібник / Б. О. Іванов, М. В. Максюта. – К.: Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2012. – 207 с.
5. Конспект лекцій з теоретичної механіки для студентів механічних, будівельних та приладобудівних спеціальностей. Частина І Статика / Т.І. Веретільник, Л.Д. Мисник, Б.А. Шеховцов; – М-во освіти і науки України, Черкас. держ. технол. ун-т. – Черкаси: ЧДТУ, 2007. – 76 с.
6. Навчальний посібник з контрольними завданнями з теоретичної механіки для студентів машинобудівних спеціальностей / С.В. Подлесьний, О.М. Стадник, В.Г. Федорченко. – Краматорськ: ДДМА, 2008. – 124 с.
7. Тестові завдання та контрольні задачі з теоретичної механіки. Статика. Навч. посібник. – Івано-Франківськ: Факел. – 2006. – 231 с.