ВІДКРИТЕ АКЦІОНЕРНЕ ТОВАРИСТВО
УКРАЇНСЬКИЙ НАУКОВО-ДОСЛІДНИЙ ТА ПРОЕКТНИЙ ІНСТИТУТ
СТАЛЕВИХ КОНСТРУКЦІЙ ІМЕНІ В.М. ШИМАНОВСЬКОГО

МІРОШКІНА Ірина Володимирівна

УДК 539.3

АНАЛІТИЧНО-ЧИСЕЛЬНА МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ТОВСТИХ НЕОДНОРІДНИХ ОСЕСИМЕТРИЧНИХ СФЕРИЧНИХ ОБОЛОНОК

05.23.17 - будівельна механіка

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Київ-2005

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Черкаському державному технологічному університеті Міністерства освіти і науки України.

Науковий керівник: доктор технічних наук, професор
Чибіряков Валерій Кузьмич,
Київський національний університет будівництва і архітектури Міністерства освіти і науки України, завідувач кафедри вищої математики.

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, старший науковий співробітник
Перельмутер Анатолій Вікторович,
Відкрите акціонерне товариство Український науково-дослідний та проектний інститут сталевих конструкцій імені В.М. Шимановського, головний науковий співробітник науково-дослідного відділу технічного розвитку;

кандидат технічних наук, старший науковий співробітник
Ворона Юрій Володимирович,
Київський національний університет будівництва і архітектури Міністерства освіти і науки України, доцент кафедри будівельної механіки.

Провідна установа: Національний транспортний університет Міністерства освіти і науки України (м. Київ), кафедра теоретичної та прикладної механіки.

Захист відбудеться 23 лютого 2006 р. о $14^{\underline{00}}$ годині на засіданні спеціалізованої вченої ради К 26.857.01 у Відкритому акціонерному товаристві Український науково-дослідний та проектний інститут сталевих конструкцій імені В.М. Шимановського за адресою: пр. Визволителів, 1, Київ – 02, МПС – 660, 02660.

З дисертацією можна ознайомитись в бібліотеці Відкритого акціонерного товариства Український науково-дослідний та проектний інститут сталевих конструкцій імені В.М. Шимановського за адресою: пр. Визволителів, 1, Київ – 02, МПС – 660, 02660.

Автореферат розіслано 12 січня 2006 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради К 26.857.01,
д.т.н., професор **О.І. Оглобля**

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Основними вимогами, що ставляться сучасною технікою й будівництвом до конструкцій та елементів конструкцій, є їхня надійність та економічність. Вирішення цих проблем передбачає використання сучасних конструктивних форм, застосування нових матеріалів і новітніх технологій обробки матеріалів задля отримання необхідних змін їхніх фізико-механічних властивостей, а також більш точного врахування реальних умов експлуатації конструкцій і реальних змін фізико-механічних властивостей під час виготовлення й експлуатації. Усе це потребує створення нових математичних моделей і використання сучасних чисельних методів їхньої реалізації.

Серед широкого різновиду сучасних конструктивних форм можна виділити об'єкти, що за геометричною формою нагадують сферу чи її частину й осесиметричні відносно однієї з координат. У будівництві до них відносяться сферичні частини доменних та конверторних печей, частини захисних оболонок корпусів ядерних реакторів, у техніці - носові частини корпусів літальних об'єктів, елементи ілюмінаторів, тощо. Як правило, габаритні розміри таких об'єктів не дозволяють віднести їх до оболонок у класичному розумінні, крім того, їхній напружено-деформований стан є суттєво просторовим. Назвемо такі об'єкти товстими осесиметричними сферичними оболонками. Отже, товстою сферичною оболонкою будемо називати просторове тіло, обмежене двома боковими й торцевою поверхнями. Бокові поверхні однозначно проектуються на деяку опорну сферичну поверхню, а твірні торцевої поверхні – перпендикулярні до неї. Опорна поверхня, у загальному випадку, не є серединною.

Часто, під час експлуатації в результаті дії температурних полів, а також із конструктивних причин (армування, використання композитних матеріалів), або під час технологічної обробки (загартування, обробки лазерним чи електронним променем, тощо) матеріал товстих оболонок може набувати неоднорідності, у ньому можуть виникати різні ефекти, що призводять до просторового характеру напружено-деформованого стану.

Так, обробка електронним променем скла, кераміки, металу супроводжується виникненням у місцях обробки значних додаткових локалізованих стискуючих напружень та підвищенням міцності приповерхневого шару, що оброблюється. Використання подібних ефектів задля підвищення міцності та надійності елементів конструкцій у будівництві та техніці є важливою проблемою й пов'язане, у першу чергу, із необхідністю виявлення особливостей напружено-деформованого стану конструктивних елементів.

Урахування особливостей роботи, ефектів технологічної обробки означених об'єктів може бути реалізоване в межах методики, що відображає просторовий характер та особливості їхнього напружено-деформованого стану. Ці вимоги можна задовольнити шляхом створення математичної моделі напружено-деформованого стану, вільної від спрощуючих гіпотез, такої, що базується на математичних перетвореннях загальних рівнянь теорії пружності. Складний характер математично отриманих аналітичних виразів моделі не дозволяє для їхнього розв'язання застосувати точні математичні методи. Тому для подальшої реалізації математичної моделі використовуються ефективні чисельні методи.

Таким чином, побудова аналітично-чисельної методики уточненого розрахунку класу об'єктів – товстих неоднорідних осесиметричних сферичних оболонок - є актуальною задачею будівельної механіки, розв'язанню якої присвячена дисертаційна робота.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Проведені в дисертаційній роботі дослідження виконані в межах держбюджетної теми 166/96 № держ. реєстрації 0196U010114 "Визначення термопружності товстих неоднорідних сферичних оболонок проекційним методом", що увійшла до координаційного плану №44 "Створення теорії, методів математичного моделювання і чисельного аналізу процесів деформування твердих тіл та складних механічних систем" науково-дослідних робіт на 1997-1999 рр. Міносвіти України. Дисертація виконана у відповідності із загальним планом наукових досліджень, що проводяться на кафедрі будівельних конструкцій Черкаського державного технологічного університету під керівництвом доцента, к.т.н. Смоляра А.М.

Мета й задачі дослідження. *Метою* дисертаційної роботи є розробка та реалізація сучасної аналітично-чисельної методики розрахунку напружено-деформованого стану товстих неоднорідних осесиметричних сферичних оболонок з осесиметричним та несиметричним навантаженням.

Досягнення зазначеної мети здійснюється послідовним розв'язанням таких *основних задач*:

- розвиток узагальненого методу скінченних інтегральних перетворень у теорії товстих неоднорідних осесиметричних сферичних оболонок для формалізації процесу зниження вимірності вихідних рівнянь теорії пружності неоднорідного тіла;
- побудова та постановка редукованих крайових задач осесиметричної теорії пружності в сферичній системі координат для товстих континуально-, дискретно- та кусково-неоднорідних оболонок з урахуванням осесиметричних і несиметричних силових навантажень та контакту з пружною основою;
- розробка чисельних алгоритмів розв'язання редукованих задач статики товстих неоднорідних осесиметричних сферичних оболонок;
- реалізація алгоритмів шляхом утворення розвиненого програмного забезпечення;
- розв'язання контрольних та тестових задач, що обґрунтовують вірогідність результатів та ефективність реалізації методики;
- постановка та проведення експериментальних досліджень товстої сферичної оболонки задля доведення вірогідності чисельних розв'язків;

- порівняння чисельних розв’язків, отриманих за розробленою аналітично-чисельною методикою, з відповідними розв’язками, отриманими за методом скінченних елементів;
- дослідження особливостей застосування аналітично-чисельної методики до розрахунку товстих неоднорідних сферичних оболонок;
- застосування розробленої методики до розв’язання практичних задач.

Об’єкт дослідження – просторовий напружено-деформований стан товстих неоднорідних осесиметричних сферичних оболонок.

Предмет дослідження – напруження та переміщення в однорідних, дискретно-, континуально- та кусково-неоднорідних товстих сферичних оболонках з осесиметричною геометрією, осесиметричним та несиметричним навантаженням.

Методи дослідження. У роботі застосовано узагальнений метод скінченних інтегральних перетворень для зниження вимірності вихідних крайових задач теорії пружності, редукування операторів крайових задач по окружній координаті в ряд Фур’є для врахування несиметричного навантаження, метод дискретної ортогоналізації С.К. Годунова для чисельної реалізації редукованих крайових задач, метод Рунге-Кутти-Фельберга для інтегрування систем диференційних рівнянь із наперед заданою точністю, метод Ньютона-Котеса для наближеного обчислення інтегралів із заданою точністю.

Наукова новизна одержаних результатів. Наукова новизна дисертаційної роботи полягає в розробці нової математичної моделі - ефективної аналітично-чисельної методики дослідження товстих неоднорідних осесиметричних сферичних оболонок, яка дозволяє з високою точністю визначати напружено-деформований стан оболонок, виявляти ефекти, спричинені неоднорідними фізико-механічними властивостями матеріалу та додатковими стискуючими напруженнями. У процесі розробки математичної моделі узагальнений метод скінченних інтегральних перетворень розвинутий на товсті неоднорідні осесиметричні сферичні оболонки. Таблиця проекційних співвідношень одновимірного скінченного інтегрального перетворення доповнена новими проекційними співвідношеннями для сферичної системи координат. Уперше отримані редуковані рівняння статики товстих однорідних, континуально-, дискретно-, кусково-неоднорідних осесиметричних сферичних оболонок з урахуванням пружної основи, осесиметричного й несиметричного силового навантаження. Розроблена аналітично-чисельна методика реалізована в новому алгоритмі, що орієнтований на врахування особливостей товстих неоднорідних осесиметричних сферичних оболонок, та виявлення особливостей їхнього напружено-деформованого стану.

Вірогідність результатів дисертаційної роботи забезпечується коректною математичною постановкою крайових задач, коректністю використаних методів та підтверджена співставленням одержаних чисельних результатів із результатами, отриманими при проведенні експериментальних досліджень та за методом скінченних елементів. Отримані результати пройшли внутрішні перевірки (перевірку рівноваги окремих частин товстої оболонки, задоволення граничних умов, умов сумісної деформації сусідніх шарів) і не суперечать фізичній суті задач.

Практичне значення одержаних результатів. Практичне значення розробленої математичної моделі полягає в тому, що на її основі створена нова аналітично-чисельна методика визначення напружено-деформованого стану класу об'єктів – товстих неоднорідних осесиметричних сферичних оболонок.

Створена аналітично-чисельна методика реалізована у вигляді нового ефективного алгоритму та програмного комплексу чисельного розрахунку напружено-деформованого стану товстих неоднорідних осесиметричних сферичних оболонок, де вдало поєднані метод дискретної ортогоналізації С.К. Годунова та метод чисельного інтегрування Рунге-Кутти-Фельберга.

Розв'язком тестових задач виявлені характерні особливості запропонованої аналітично-чисельної методики.

Розв'язані нові задачі статики товстих неоднорідних осесиметричних сферичних оболонок. Визначено напружено-деформований стан центрально-завантаженого сферичного меніска, що пружно контактує з основним корпусом; розв'язана задача про зміцнення сферичного меніска, яка складалася із послідовності задач – задачі про визначення області обробки поверхні меніска електронним променем, задачі про вплив наведених напружень на напружено-деформований стан меніска, задачі про врахування зміни структури матеріалу меніска під час обробки його поверхні електронним променем; розв'язана задача про напружено-деформований стан сферичного меніска, частина поверхні якого була оброблена електронним променем; розв'язана задача про напружено-деформований стан сферичного меніска під дією несиметричного навантаження.

Запропонована методика, алгоритми та програмне забезпечення впроваджені в навчальний процес на кафедрі будівельних конструкцій та кафедрі прикладної математики Черкаського державного технологічного університету і використовуються в дисциплінах, які вивчають методи розрахунків елементів конструкцій, а також у курсовому та дипломному проектуванні.

Особистий внесок здобувача полягає в розробці аналітично-чисельної методики визначення напружено-деформованого стану товстих неоднорідних осесиметричних сферичних оболонок, а саме: поширено узагальнений метод скінченних інтегральних перетворень на новий клас об'єктів - товсті неоднорідні осесиметричні сферичні оболонки; доповнена таблиця проекційних співвідношень одновимірного скінченного інтегрального перетворення новими проекційними співвідношеннями для сферичної системи координат; отримані редуковані рівняння статики товстих однорідних, континуально-, дискретно-, кусково-неоднорідних осесиметричних сферичних оболонок з осесиметричним та несиметричним навантаженням; розроблені алгоритми та програмний комплекс, що реалізують дану методику; виявлено характерні особливості запропонованої аналітично-чисельної методики, показана її ефективність; поставлено та проведено експериментальне дослідження напружено-деформованого стану товстої сферичної оболонки, досліджена вірогідність отриманих чисельних результатів; отримані розв'язки практичних задач.

У публікаціях, написаних у співавторстві, здобувачеві належить: у роботах [6, 7, 8, 10, 11] – проекційні співвідношення та редуковані рівняння; у роботі [3] – дослідження властивостей чисельного алгоритму; у роботі [1] – постановка задачі теорії пружності про розрахунок сферичної оболонки; у роботі [2] – постановка задачі про зміцнення сферичного меніска; у роботі [4] – чисельно отриманий напружено-деформований стан сферичного меніска та проведений його аналіз на предмет введення додаткових стискуючих напружень; в роботі [5] – чисельно отриманий напружено-деформований стан двошарової сферичної оболонки; в роботі [9] – застосування скінченних інтегральних перетворень Фур'є для розв'язання поставленої крайової задачі, редуковані рівняння.

Апробація результатів дисертації. Матеріали дисертації доповідалися та обговорювалися на конференціях: "Ресурсо-, энергосберегающие и экологически чистые технологии в производстве деталей из композиционных материалов" (п.Славське, 1996 р.) [12], "Композиционные материалы в высокоэффективных технологиях механосборочного производства" (м.Алушта, 1997 р.) [13]; на І Міжнародній науково-практичній конференції "Науковий потенціал світу '2004" [14]; на науково-практичній міжвузівській конференції "Пожежна безпека об'єктів різних форм власності" [15]; на щорічних наукових конференціях Черкаського державного технологічного університету (1996–2005 рр.); на наукових семінарах кафедри будівельних конструкцій і кафедри прикладної математики Черкаського державного технологічного університету (1996–2005 рр.).

Публікації. З теми дисертації опубліковано 15 робіт, у тому числі – 5 статей у журналах зі списку фахових видань ВАК України, 6 депонованих робіт, 4 тези доповідей конференцій. Основний зміст дисертації викладено в роботах [6, 7, 8, 1, 5, 2, 4, 3].

Структура дисертації. Дисертаційна робота складається із вступу, п'яти розділів, висновків, списку використаних джерел та одного додатка. Загальний обсяг дисертації складає 168 стор., з них додаток – 4 стор. Крім основного тексту дисертація містить 2 таблиці та 44 рисунки, які розташовані на 32 сторінках. Бібліографічний список, розташований на 11 сторінках, складається зі 118 найменувань.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** обґрунтована актуальність теми, визначені об'єкт, предмет, методи дослідження. Названо результати, що виносяться на захист, визначені їхня новизна, вірогідність, практична значимість.

У **першому розділі** обґрунтовується необхідність постановки просторових задач теорії пружності для товстих неоднорідних сферичних оболонок на прикладі роботи та зміцнення сферичного меніска з оптичного скла – носової частини літального об'єкту з пристроєм інфрачервоного наведення.

Проведений аналіз існуючих методів розрахунку сферичних оболонок, який показав, що найбільш ефективним шляхом розв'язання проблеми розрахунку товстих неоднорідних сферичних оболонок є узагальнення класичної теорії пластин та оболонок. Але в зв'язку зі складною будовою оболонок по поперечній координаті для зниження вимірності вихідних рівнянь замість методу гіпотез використовуються аналітичні методи – асимптотичний, проекційний та інші, а також варіаційний підхід.

Побудові різних варіантів уточнених теорій пластин та оболонок присвячені роботи Б.Ф. Власова, І.Н. Векуа, О.Л. Гольденвейзера, М.О. Кільчевського, А.І. Лур'є, Ю.В. Верюжського, В.І. Гуляєва, Б.М. Лісіцина, О.С. Сахарова, В.К. Чибірякова та інших.

Уточнені теорії багатошарових оболонок набули розвитку в роботах В.Г. Піскунова, О.О. Расказова, В.С. Сіпетова, В.А. Баженова, О.І. Оглоблі та інших.

На підставі проведеного аналізу вибраний напрямок наукових досліджень - побудова аналітично-чисельної методики визначення просторового напружено-деформованого стану товстих неоднорідних осесиметричних сферичних оболонок. Аналітична частина методики базується на застосуванні узагальненого методу скінченних інтегральних перетворень В.К. Чибірякова, що є продовженням проекційного методу І.Н. Векуа. Чисельна частина методики передбачає застосування до редукованої задачі ефективних чисельних методів.

У **другому розділі** сформульовано математичну модель просторового напружено-деформованого стану товстих неоднорідних осесиметричних сферичних оболонок. Модель складається з рівнянь просторової задачі теорії пружності в сферичній системі координат та сукупності співвідношень, що моделюють граничні умови на поверхнях оболонки.

Взаємодія оболонки з оточуючим середовищем або іншими конструкціями моделюється за допомогою пружних в'язів відомої жорсткості k. Варіювання жорсткістю дозволяє реалізувати як звичайні граничні умови ($k=0$ – вільний край, $k\to\infty$ - жорстке закріплення), так і врахувати піддатливість оточуючого середовища, інших конструкцій, що взаємодіють з оболонкою. Це суттєво, тому що жорсткість товстих оболонок може бути порівняна з жорсткістю опорних конструкцій.

Зроблено постановки крайових задач для однорідних, континуально-, дискретно- та кусково-неоднорідних осесиметричних сферичних оболонок із симетричним навантаженням та однорідних осесиметричних сферичних оболонок із несиметричним навантаженням.

У **третьому розділі** побудовані основні редуковані крайові задачі неоднорідної теорії пружності для товстих осесиметричних сферичних оболонок із симетричним та несиметричним навантаженням. Для зниження вимірності вихідних крайових задач просторової теорії пружності застосовано узагальнений метод скінченних інтегральних перетворень.

Узагальнене скінченне інтегральне перетворення полягає в апроксимації всіх функцій $f(s,r)$ елементами підпростору $E_{N+1}[h^-(s),h^+(s)]$, та поданні їх у вигляді розкладу по базису в цьому підпросторі:

$$f(s,r) \approx f_N(s,r) = \sum_{i=0}^{N} f^i(s) P_i^H(\xi), \tag{1}$$

де $$P_i^H(\xi) = \sqrt{\frac{2i+1}{h^+(s)-h^-(s)}} P_i(\xi), \qquad \xi = \frac{2}{h^+(s)-h^-(s)}\left(r - \frac{h^+(s)+h^-(s)}{2}\right),$$

$f^i(s)$ - коефіцієнти розкладу, $P_i(\xi)$ - поліноми Лежандра, $P_i^H(\xi)$ - ортонормовані поліноми Лежандра, N - степінь поліноміальної апроксимації по координаті r. Вибір ортонормованого базису призводить до рівності коефіцієнтів розкладу та моментів функцій і спричиняє можливість заміщення $E_{N+1}[h^-(s),h^+(s)]$ арифметичним $(N+1)$-мірним простором R_{N+1}, елементами якого є числові набори $\{f^i\}(i=0,1,2,...,N)$ - функції індексу i, залежні від s, як від параметра. Таким чином, функції $f_N(s,r) \in E_{N+1}[h^-(s),h^+(s)]$ ставиться у відповідність елемент $f^i(s) \in R_{N+1}$ із точністю до степеня апроксимації N, що записується у вигляді:

$$f(s,r) \to f^i(s). \tag{2}$$

В явному вигляді ця відповідність реалізується за допомогою рівності:

$$f^i(s) = \int_{h^-(s)}^{h^+(s)} f(s,r) P_i^H(\xi) dr. \tag{3}$$

Співвідношення (1), (3) визначають узагальнене скінченне інтегральне перетворення, яке ставить у відповідність функції $f(s,r)$ індексну величину $f^i(s)$. Співвідношення (3) визначає пряме перетворення, а наближена рівність (1) - зворотне перетворення. Стрілка у виразі (2), яка спрямована в один бік, указує на неоднозначність такої відповідності. Подібно з операційним обчисленням, функція в лівій частині виразу називається оригіналом, а індексна величина в правій частині - зображенням функції $f(s,r)$.

Основним моментом у застосуванні узагальненого методу скінченних інтегральних перетворень є побудова таблиці проекційних співвідношень – стандартних відповідностей між оригіналами та зображеннями для класу товстих осесиметричних сферичних оболонок. Частина раніше отриманих проекційних співвідношень для товстих пластин та циліндричних оболонок може бути використана й для сферичних оболонок. Повна ж таблиця проекційних співвідношень для товстих неоднорідних осесиметричних сферичних оболонок у значній мірі складається з принципово нових співвідношень, що відображає специфіку сферичної системи координат та розглянутих у роботі типів неоднорідності матеріалу оболонок. Основні проекційні співвідношення мають вигляд:

$$f(s,r) \rightarrow f^i(s),$$

$$\eta(s,r)\cdot f(s,r) \rightarrow b^{ij}(s)\cdot f^j(s),$$

$$\eta(s,r)\cdot\partial_s f_1(s,r) \rightarrow b^{ij}(s)\left\{\frac{df_1^j(s)}{ds}-\frac{1}{\sqrt{h^+(s)-h^-(s)}}\left[\frac{dh^+(s)}{ds}f_1^+(s)\delta^{j\alpha}-\frac{dh^-(s)}{ds}f_1^-(s)(e_1^{j\alpha}-e_2^{j\alpha})\right]p^\alpha+r_s^{\alpha j}(s)f_1^\alpha(s)\right\},$$

$$\eta(s,r)\cdot\partial_s f_2(s,r) \rightarrow b^{ij}(s)\left(\frac{df_2^j(s)}{ds}-r_s^{j\alpha}(s)f_2^\alpha(s)\right),$$

$$\eta(s,r)\cdot\partial_r f_1(s,r) \rightarrow b^{ij}(s)\left(\frac{1}{\sqrt{h^+(s)-h^-(s)}}\left[f_1^+(s)\delta^{j\alpha}-f_1^-(s)(e_1^{j\alpha}-e_2^{j\alpha})\right]p^\alpha-\frac{2}{h^+(s)-h^-(s)}m^{\alpha j}f_1^\alpha(s)\right),$$

$$\eta(s,r)\cdot\partial_r f_2(s,r) \rightarrow \frac{2}{h^+(s)-h^-(s)}b^{ij}(s)m^{j\alpha}f_2^\alpha(s).$$

Тут f_1 - функції типу напружень, f_2 - функції типу переміщень; e_1^{ij}, e_2^{ij}, δ^{ij}, m^{ij} - сталі, а b^{ij}, r_s^{ij} - змінні матричні коефіцієнти.

Побудова таблиці відповідностей для визначеного узагальненого скінченного інтегрального перетворення повністю формалізує процес застосування узагальненого методу скінченних інтегральних перетворень. Вихідним рівнянням, записаним у вигляді диференційних рівнянь першого порядку по просторових координатах, ставляться у відповідність редуковані рівняння, які отримуються з вихідних, заміною елементів останніх на їх зображення згідно до таблиці проекційних відповідностей. Значення напружень на бокових поверхнях, що ввійшли в редуковані рівняння рівноваги за допомогою граничних умов, виражаються через задані поверхневі навантаження, переміщення оточуючого середовища й переміщення точок бокових поверхонь замінюються на відповідні моменти. Невідомі, які входять у редуковані рівняння алгебраїчно, вилучаються. Таким чином, отримується замкнена система редукованих рівнянь, яка є системою звичайних диференційних рівнянь першого порядку зі змінними коефіцієнтами для всіх типів неоднорідних оболонок. Для континуально-неоднорідних осесиметричних сферичних оболонок, наприклад, система редукованих рівнянь має вигляд:

$$\frac{du_s^i}{ds}=\frac{\lambda^0}{\lambda^0+2\mu^0}\frac{1}{R^0}tg(s/R^0)u_s^i+r_s^{ij}u_s^j-\frac{2(\lambda^0+\mu^0)}{\lambda^0+2\mu^0}\frac{1}{R^0}u_r^i-$$
$$-\frac{2\lambda^0}{\lambda^0+2\mu^0}\frac{1}{R^0}\frac{1}{h(s)}b_{-r}^{ij}m^{j\alpha}u_r^\alpha+\frac{1}{\lambda^0+2\mu^0}\frac{1}{R^0}b_{-r}^{ij}b_{-\varphi}^{j\alpha}\sigma_s^\alpha,$$

$$\frac{du_r^i}{ds}=\frac{1}{R^0}u_s^i-\frac{2}{R^0}\frac{1}{h(s)}b_{-r}^{ij}m^{j\alpha}u_s^\alpha+r_s^{ij}u_r^j+\frac{1}{\mu^0R^0}b_{-r}^{ij}b_{-\varphi}^{j\alpha}\tau_{sr}^\alpha,$$

$$\frac{d\sigma_s^i}{ds}=\frac{4\mu^0(\lambda^0+\mu^0)}{\lambda^0+2\mu^0}\frac{1}{R^0}tg^2(s/R^0)b_\varphi^{ij}b_r^{j\alpha}u_s^\alpha+\frac{1}{R^0}\frac{1}{h(s)}B^+k_s^+b_{-r}^{ij}d_1^{*j\alpha}u_s^\alpha-$$

$$-\frac{1}{R^0}\frac{1}{h(s)}B^-k_s^-b_{-r}^{ij}(e_1^{j\alpha}-e_2^{j\alpha})d_1^{*\alpha\beta}(e_1^{\beta\gamma}-e_2^{\beta\gamma})u_s^\gamma-$$

$$-\frac{4\lambda^0\mu^0}{\lambda^0+2\mu^0}\frac{1}{R^0}\frac{1}{h(s)}tg(s/R^0)b_\varphi^{ij}m^{j\alpha}u_r^\alpha-\frac{4\mu^0(\lambda^0+\mu^0)}{\lambda^0+2\mu^0}\frac{1}{R^0}tg(s/R^0)b_\varphi^{ij}b_r^{j\alpha}u_r^\alpha+$$

$$+\frac{2\mu^0}{\lambda^0+2\mu^0}\frac{1}{R^0}tg(s/R^0)\sigma_s^i-r_s^{ji}\sigma_s^j-\frac{3}{R^0}\tau_{sr}^i+\frac{2}{R^0}\frac{1}{h(s)}b_{-r}^{ij}m^{\alpha j}\tau_{sr}^\alpha-\frac{1}{R^0}b_{-r}^{ij}F_s^j-$$

$$-\frac{1}{R^0}\frac{1}{\sqrt{h(s)}}B^+(g_s^++k_s^+u_{scp}^+)b_{-r}^{ij}p^j+\frac{1}{R^0}\frac{1}{\sqrt{h(s)}}B^-(g_s^-+k_s^-u_{scp}^-)b_{-r}^{ij}(e_1^{j\alpha}-e_2^{j\alpha})p^\alpha,$$

$$\frac{d\tau_{sr}^i}{ds}=-\frac{4(\mu^0)^2}{\lambda^0+2\mu^0}\frac{1}{R^0}tg(s/R^0)b_\varphi^{ij}b_r^{j\alpha}u_s^\alpha-\frac{4\lambda^0\mu^0}{\lambda^0+2\mu^0}\frac{1}{R^0}\frac{1}{h(s)}tg(s/R^0)b_{-r}^{ij}m^{\alpha j}b_\varphi^{\alpha\beta}b_r^{\beta\gamma}u_s^\gamma-$$

$$-\frac{4\mu^0(3\lambda^0+4\mu^0)}{\lambda^0+2\mu^0}\frac{1}{R^0}\frac{1}{h(s)}b_\varphi^{ij}m^{j\alpha}u_r^\alpha+\frac{4(\mu^0)^2}{\lambda^0+2\mu^0}\frac{1}{R^0}b_\varphi^{ij}b_r^{j\alpha}u_r^\alpha+$$

$$+\frac{1}{R^0}\frac{1}{h(s)}B^+k_r^+b_{-r}^{ij}d_1^{*j\alpha}u_r^\alpha-\frac{1}{R^0}\frac{1}{h(s)}B^-k_r^-b_{-r}^{ij}(e_1^{j\alpha}-e_2^{j\alpha})d_1^{*\alpha\beta}(e_1^{\beta\gamma}-e_2^{\beta\gamma})u_r^\gamma+$$

$$+\frac{16\mu^0(\lambda^0+\mu^0)}{\lambda^0+2\mu^0}\frac{1}{R^0}\frac{1}{h^2(s)}b_{-r}^{ij}m^{\alpha j}b_\varphi^{\alpha\beta}m^{\beta\gamma}u_r^\gamma+\frac{4\lambda^0\mu^0}{\lambda^0+2\mu^0}\frac{1}{R^0}\frac{1}{h(s)}b_{-r}^{ij}m^{\alpha j}b_\varphi^{\alpha\beta}b_r^{\beta\gamma}u_r^\gamma+$$

$$+\frac{2\mu^0}{\lambda^0+2\mu^0}\frac{1}{R^0}\sigma_s^i+\frac{2\lambda^0}{\lambda^0+2\mu^0}\frac{1}{R^0}\frac{1}{h(s)}b_{-r}^{ij}m^{\alpha j}\sigma_s^\alpha+\frac{1}{R^0}tg(s/R^0)\tau_{sr}^i-r_s^{ji}\tau_{sr}^j-\frac{1}{R^0}b_{-r}^{ij}F_r^j-$$

$$-\frac{1}{R^0}\frac{1}{\sqrt{h(s)}}B^+(g_r^++k_r^+u_{rcp}^+)b_{-r}^{ij}p^j+\frac{1}{R^0}\frac{1}{\sqrt{h(s)}}B^-(g_r^-+k_r^-u_{rcp}^-)b_{-r}^{ij}(e_1^{j\alpha}-e_2^{j\alpha})p^\alpha;$$

$$\sigma_\theta^i=-\frac{4\mu^0(\lambda^0+\mu^0)}{\lambda^0+\mu^0}tg(s/R^0)b_\varphi^{ij}b_r^{j\alpha}u_s^\alpha+\frac{4\lambda^0\mu^0}{\lambda^0+2\mu^0}\frac{1}{h(s)}b_\varphi^{ij}m^{j\alpha}u_r^\alpha+\frac{4\mu^0(\lambda^0+\mu^0)}{\lambda^0+\mu^0}b_\varphi^{ij}b_r^{j\alpha}u_r^\alpha+\frac{\lambda^0}{\lambda^0+2\mu^0}\sigma_s^i,$$

$$\sigma_r^i=-\frac{2\lambda^0\mu^0}{\lambda^0+\mu^0}tg(s/R^0)b_\varphi^{ij}b_r^{j\alpha}u_s^j+\frac{8\mu^0(\lambda^0+\mu^0)}{\lambda^0+2\mu^0}\frac{1}{h(s)}b_r^{ij}m^{j\alpha}u_r^\alpha+\frac{2\lambda^0\mu^0}{\lambda^0+\mu^0}b_\varphi^{ij}b_r^{j\alpha}u_r^\alpha+\frac{\lambda^0}{\lambda^0+2\mu^0}\sigma_s^i.$$

Тут матриці $b_r^{ij}=\int\limits_{h^-(s)}^{h^+(s)}\frac{1}{R^0+r}P_i^HP_j^Hdr;\quad b_\varphi^{ij}=\int\limits_{h^-(s)}^{h^+(s)}\varphi(s,r)P_i^HP_j^Hdr;$ матриці $\{b_{-r}^{ij}\}$, $\{b_{-\varphi}^{ij}\}$ - обернені.

Редукування граничних умов на торцевій поверхні призводить до граничних умов для розрахункових вектор-функцій редукованих рівнянь:

- на торцевій поверхні $s=0$

$$\tau_{sr}^{0i}=g_r^{0i}-k_r^0(u_r^{0i}-u_{rcp}^{0i}),\quad \sigma_s^{0i}=g_s^{0i}-k_s^0(u_s^{0i}-u_{scp}^{0i});$$

- на торцевій поверхні $s=L$

$$\tau_{sr}^{Li}=g_r^{Li}-k_r^L(u_r^{Li}-u_{rcp}^{Li}),\quad \sigma_s^{Li}=g_s^{Li}-k_s^L(u_s^{Li}-u_{scp}^{Li}).$$

Слід зауважити, що кількість граничних умов відповідає порядку системи редукованих рівнянь.

Несиметрично завантажені сферичні оболонки із симетричною геометрією застосуванням по окружній координаті скінченних перетворень Фур'є, а по іншій координаті – узагальненого методу скінченних інтегральних перетворень зводять-ся для кожної гармоніки до систем редукованих рівнянь вищезгаданого типу.

У **четвертому розділі** розглядаються чисельні алгоритми розв'язання одновимірних редукованих крайових задач теорії пружності неоднорідного тіла для сферичних оболонок.

Розв'язати отримані системи редукованих рівнянь у вигляді систем звичайних диференційних рівнянь зі змінними коефіцієнтами неможливо точними методами. Складний характер редукованих рівнянь обумовлений складністю вихідних рівнянь - наявністю в них змінних коефіцієнтів, складністю геометрії сферичних оболонок та залежністю модуля пружності матеріалу оболонок від просторових координат. Проте нормальна форма редукованих рівнянь та незалежність їхнього вигляду від степеня апроксимації дозволяють безперешкодно застосувати для їхнього розв'язання чисельні методи. Як відомо, найбільш ефективним для таких задач є метод дискретної ортогоналізації С.К. Годунова. В зв'язку із цим розроблені алгоритми методу дискретної ортогоналізації, що реалізовані у вигляді програмного комплексі "Інтеграл".

Стійкість алгоритму дискретної ортогоналізації забезпечується автоматичним вибором кількості точок ортогоналізації за величиною максимального косинуса кута між векторами фундаментальних розв'язків. Інтегрування звичайних диференційних рівнянь відбувається за методом Рунге-Кутта-Фельберга четвертого-п'ятого порядку точності з автоматичним вибором кроку інтегрування за заданою точністю.

Точність чисельних результатів визначається похибками аналітичного та чисельного методів. Чисельний алгоритм дозволяє отримувати розв'язки з наперед заданою точністю. Основним джерелом похибок методики є її аналітична частина. Похибки аналітичної частини методики обумовлені урізанням системи редукованих рівнянь, наближеним задоволенням граничних умов на бокових поверхнях, наближеним урахуванням просторового характеру зміни модуля поздовжньої пружності, тощо.

Складний характер узагальненого методу скінченних інтегральних перетворень не дозволяє математично довести збіжність наближених розв'язків до точних. Вирішення цієї проблеми можливе через порівняння розв'язків тестових задач, отриманих за розробленою аналітично-чисельною методикою, з результатами експериментальних досліджень та розв'язками, отриманими за іншими методами.

З метою аналізу коректності вибраної математичної моделі та вірогідності результатів розрахунку за наближеною аналітично-чисельною методикою проведені експериментальні дослідження радіального переміщення товстої осесиметричної сферичної оболонки.

В якості товстої осесиметричної сферичної оболонки вибрана оболонка сталої товщини у вигляді півсфери. Зовнішній радіус оболонки $R_{зовн.} = 50\ мм$, внутрішній - $R_{вн.} = 35\ мм$, товщина - $\delta = 15\ мм$ (рис. 1). Оболонка виготовлена зі сталі 3.

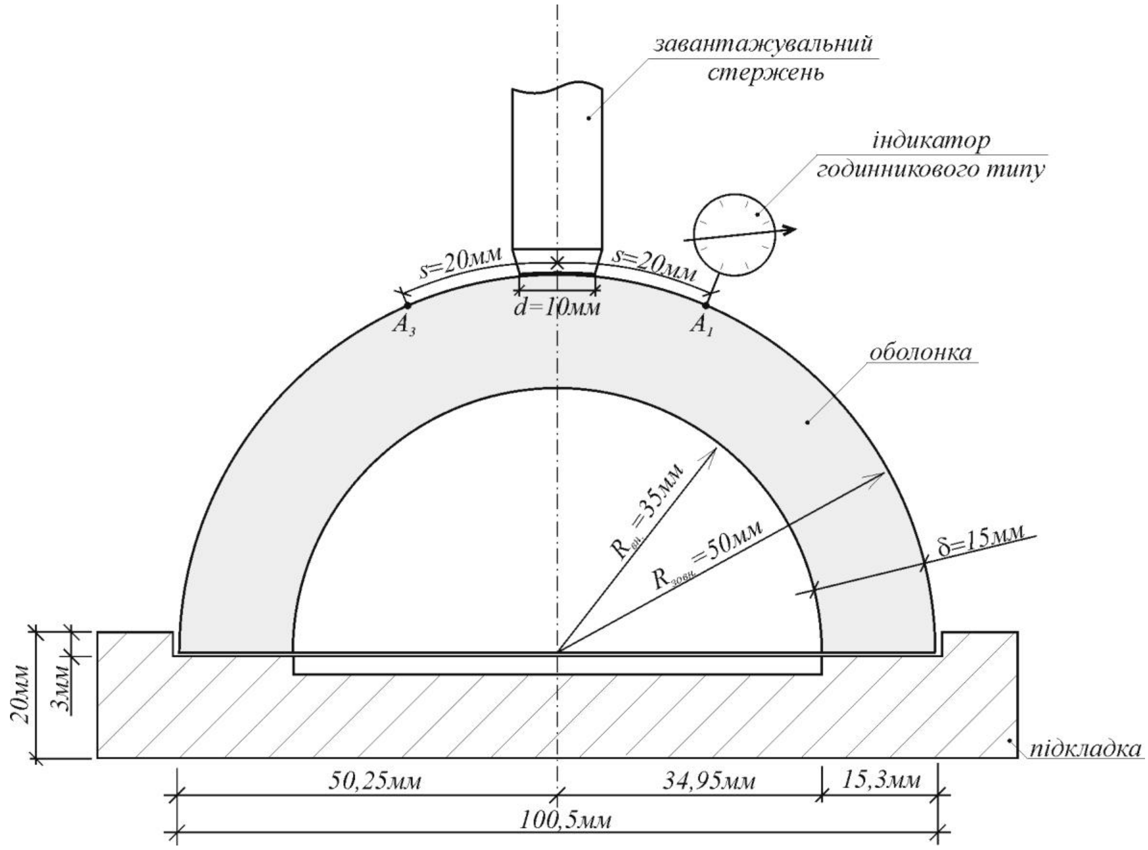


Рис. 1. Схема експерименту

Методика проведення експерименту полягала в завантажуванні сферичної оболонки центрально-зосередженою силою та у вимірюванні відповідного радіального переміщення (рис. 1). Радіальне переміщення вимірювалося послідовно в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , що знаходилися на зовнішній боковій поверхні сферичної оболонки на віддалі $s=20\ мм$ від зеніту оболонки і лежали в площинах $\theta = 0; \frac{\pi}{2}; \pi; \frac{3}{2}\pi$. Експеримент проводився для двох однакових оболонок. Завантажування оболонок проводилося центральною силою в межах від 10 кН до 45 кН з інтервалом в 10 кН серіями, по дві серії для кожної точки кожної оболонки.

За результатами експерименту визначалося для кожного зразка кожної серії завантажувань середнє арифметичне значення радіального переміщення, що припадає на 10 кН сили. Далі визначалося середнє значення радіального переміщення для кожної серії, а потім – для кожної точки вимірювання Δu_r^A.

Середнє значення радіального переміщення в точці A_1, що припадає на 10 кН сили, становить $\Delta u_r^{A1} = 2{,}435 \cdot 10^{-6}\ м$, в точці A_2 - $\Delta u_r^{A2} = 2{,}395 \cdot 10^{-6}\ м$, в точці A_3 - $\Delta u_r^{A3} = 2{,}375 \cdot 10^{-6}\ м$, в точці A_4 - $\Delta u_r^{A4} = 2{,}315 \cdot 10^{-6}\ м$.

За результатами експериментальних досліджень побудовано діаграму розкиду значень радіального переміщення Δu_r (рис. 2).

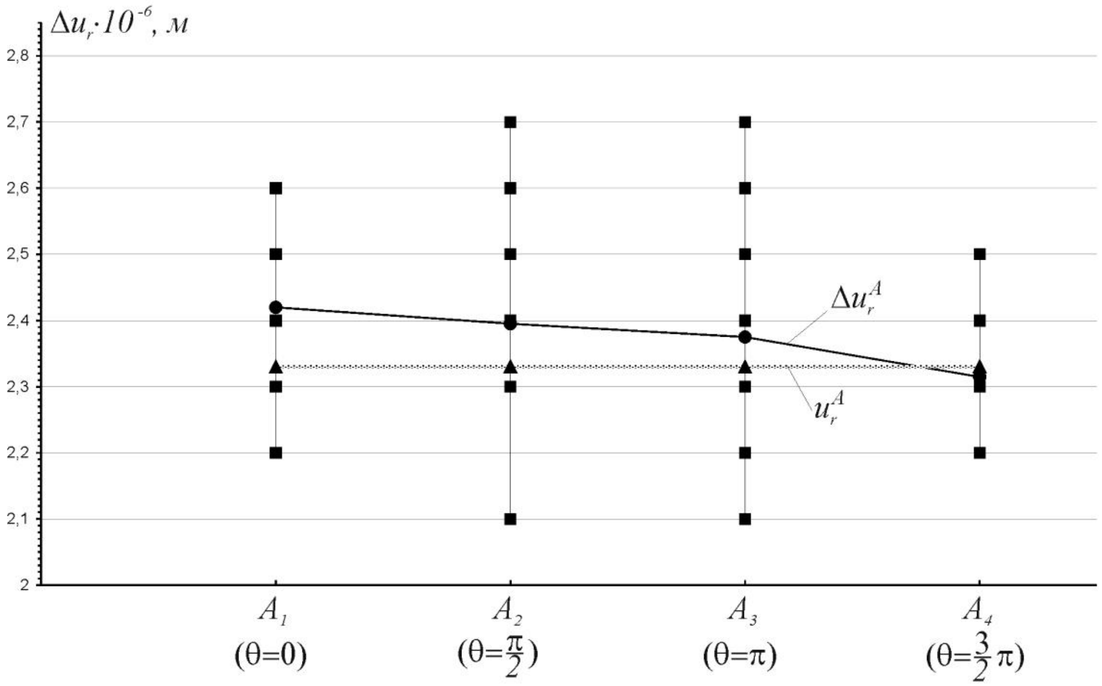


Рис. 2. Діаграма розкиду значень радіального переміщення Δu_r

Оболонка, що досліджувалася натурно, була розрахована за розробленою аналітично-чисельною методикою ($E = 2 \cdot 10^5$ $МПа$, $\nu = 0{,}24$).

Збіжність чисельних розв'язків оцінювалася за степенем задоволення граничних умов на бокових поверхнях оболонки, який при $N = 4{,}6$ становив $95 \div 98\%$.

Обчислене значення радіального переміщення в точці A - $u_r^A = 2{,}33 \cdot 10^{-6}$ $м$. Як видно з діаграми (рис. 2), воно потрапляє в інтервал розкиду експериментальних значень та близьке до середніх значень Δu_r^A в точках A_1, A_2, A_3, A_4 , що вказує на значний степінь вірогідності розробленої аналітично-чисельної методики.

Для дослідження вірогідності розробленої аналітично-чисельної методики також було проведено порівняння чисельних результатів, отриманих за даною методикою та за методом скінченних елементів. В якості тестової задачі була розрахована товста однорідна осесиметрична сферична оболонка.

Аналіз чисельних результатів за розробленою аналітично-чисельною методикою та за методом скінченних елементів показав добре якісну та кількісну їхню збіжність. Розбіжність напружень знаходиться в межах 1-3%, а переміщень – у межах 2-6%.

У **п'ятому розділі** розроблена в попередніх розділах аналітично-чисельна методика використана для розв'язання просторових задач теорії пружності неоднорідного тіла в сферичній системі координат. Визначено напружено-деформований стан осесиметричних сферичних оболонок, що представляють усі розглянуті раніше типи неоднорідних матеріалів.

Розв'язані модельні задачі, що демонструють можливості запропонованої методики, межі її використання та ефективність. Поставлені та розв'язані нові задачі про моделювання механіки зміцнення сферичного меніска, визначення напружено-деформованого стану сферичного меніска, про вплив обробки визначеної частини поверхні сферичного меніска електронно-променевою технологією на напружено-деформований стан оболонки та інші.

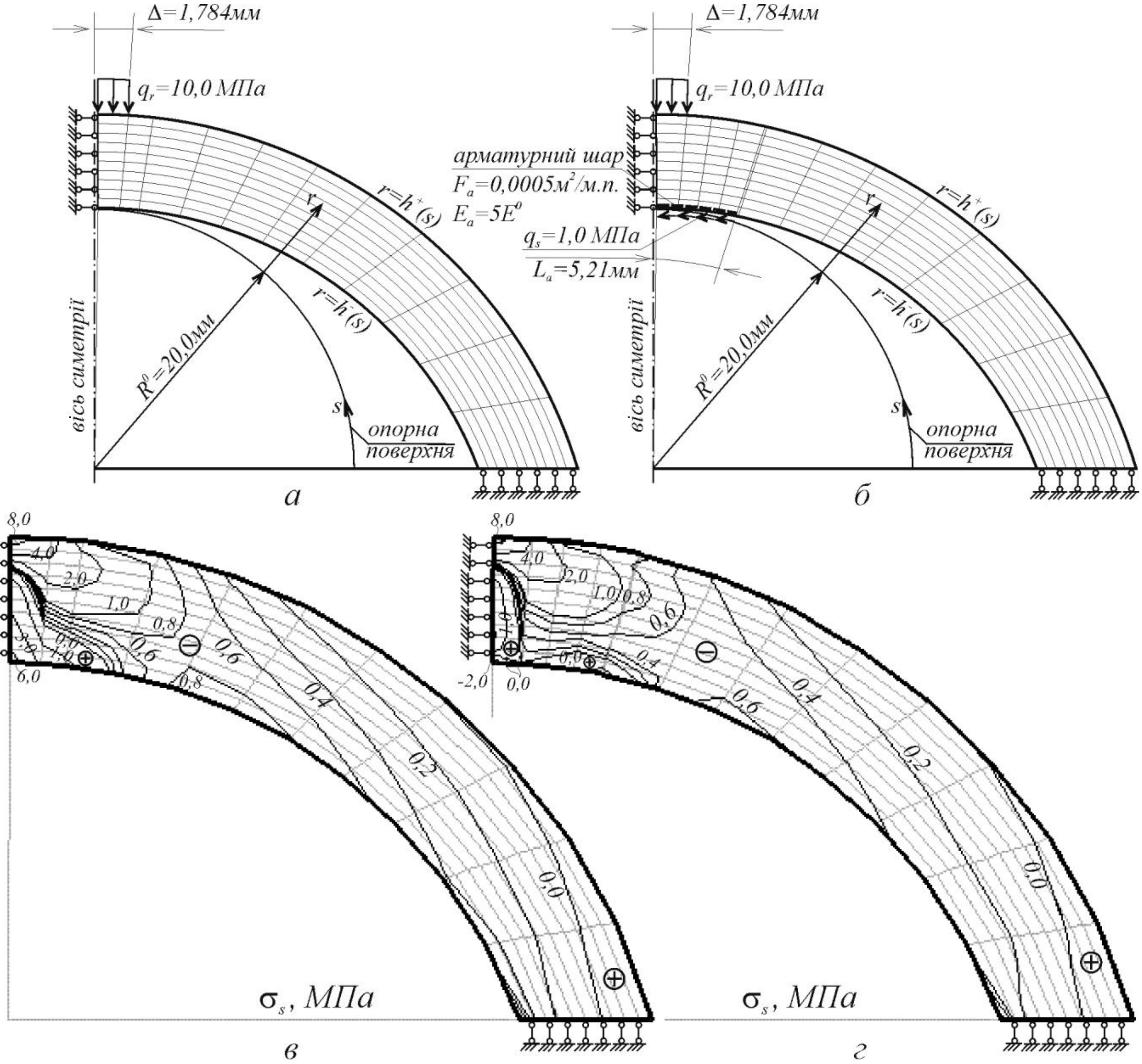
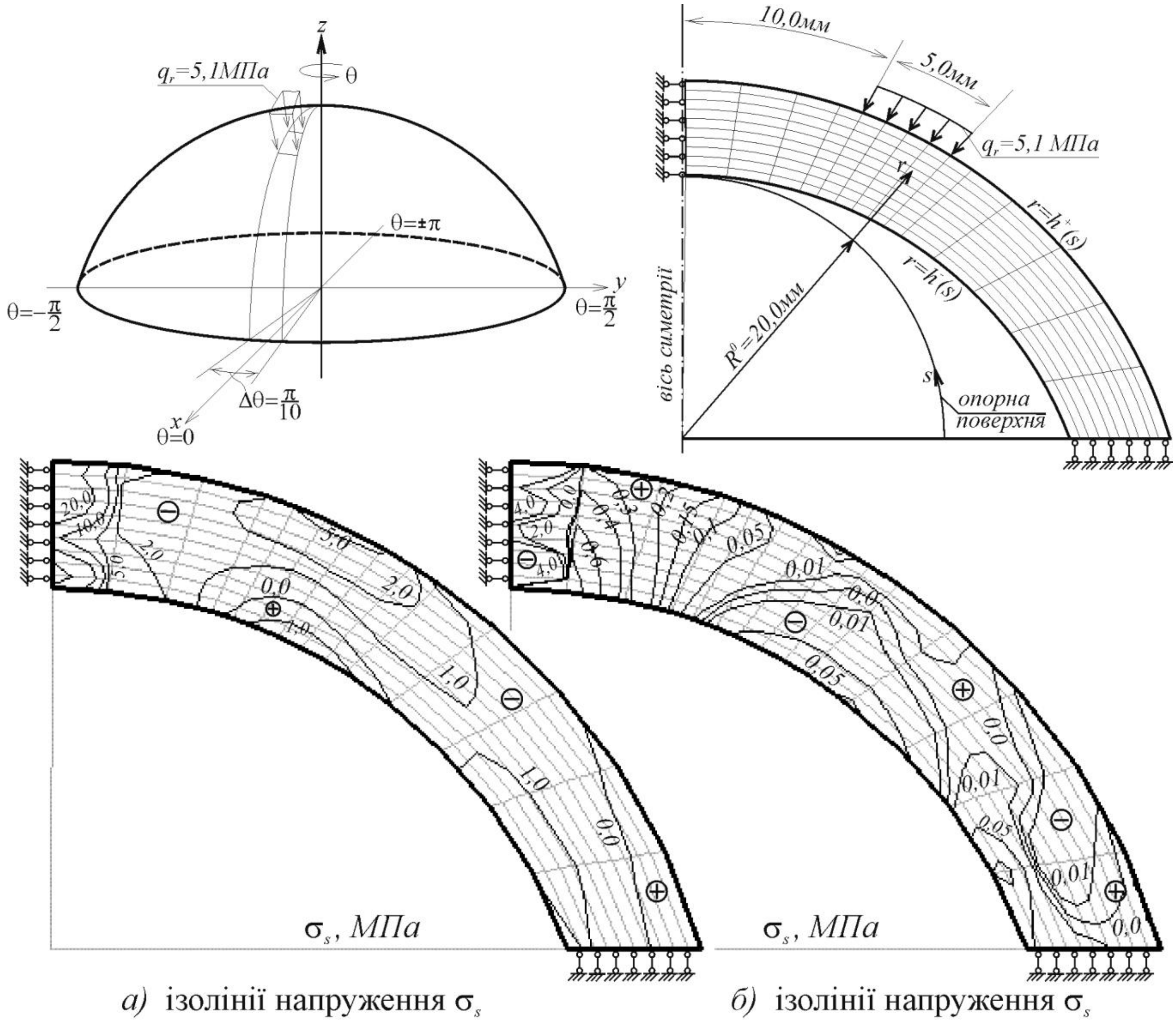


Рис. 3. Розрахункові схеми та ізолінії напруження σ_s необробленого та обробленого електронний променем сферичних менісків

Досліджено вплив додаткових стискуючих напружень та арматурного шару, що утворилися в приповерхневому шарі оболонки в результаті обробки частини її поверхні електронним променем, на її напружено-деформований стан (рис. 3, *б*). Порівняння отриманих результатів з відповідними для необробленого меніска (рис. 3, *а*) указує на зменшення переміщень приблизно на 15%. Напруження набули незначних перерозподілів при майже незмінних рівнях інтенсивності. Значні зміни відбулися тільки з напруженням σ_s (рис. 3, *в* і *г*), особливо в зоні дії електронного променя. Інтенсивність напруження розтягу σ_s в зоні обробки значно зменшилася. Для необробленого меніска вона становила $\sigma_s \geq 6МПа$, а для обробленого меніска - $\sigma_s \approx 0$.

Якщо вважати, що роботоздатність сферичного меніска визначається величиною напружень розтягу σ_s, то електронно-променева обробка областей додатних нормальних напружень σ_s поліпшує можливість опору меніска зовнішнім навантаженням, тобто призводить до значного зміцнення сферичного меніска.



а) ізолінії напруження σ_s в перерізі θ=*0*

б) ізолінії напруження σ_s в перерізі θ=±π

Рис. 4. Схема навантаження, розрахункова схема та ізолінії напруження σ_s просторового меніска

У процесі експлуатації осесиметричні сферичні оболонки можуть піддаватися дії несиметричних навантажень. Для врахування несиметричного навантаження по окружній координаті використані скінченні синус- та косинус-перетворення Фур'є. В якості практичної задачі був розглянутий осесиметричний сферичний меніск з несиметрично прикладеним зосередженим навантаженням. Схема навантаження та розрахункова схема меніска приведені на рис. 4. Зосереджене навантаження моделюється рівномірно розподіленою силою, що діє на поверхню оболонки в обмеженій області. Рівнодійна розподіленого навантаження $q_r = 5{,}1 МПа$ становить *1кН*. Фізико-механічні властивості матеріалу меніска - $E = 6 \cdot 10^4$ $МПа$, $\nu = 0{,}23$. Степінь поліноміальної апроксимації - *N*=*6*, число гармонік - *M*=*10*.

Ізолінії напруження σ_s приведені для перерізу $\theta = 0$ (рис. 4, *а*) і для перерізу $\theta = \pm\pi$ (рис. 4, *б*). Вигляд ізоліній указує на складний характер його розподілу. Напруження σ_s набуває найбільших додатних значень на протилежній боковій поверхні до поверхні прикладення навантаження, в області прикладення зовнішнього навантаження. Інтенсивність σ_s не перевищує 20% величини рівномірно розподіленої сили q_r^+, що свідчить про зменшення впливу нецентральної сили в порівнянні із центральною на інтенсивність додатного нормального напруження σ_s.

Інші параграфи присвячено постановці та розв'язанню нових задач, що мають практичний інтерес.

ВИСНОВКИ

1. Розроблено аналітично-чисельну методику визначення просторового напружено-деформованого стану товстих неоднорідних осесиметричних сферичних оболонок із симетричним та несиметричним навантаженням.
2. Поставлено крайові задачі просторової теорії пружності неоднорідного тіла для однорідних, континуально-, дискретно-, кусково-неоднорідних осесиметричних сферичних оболонок із симетричним навантаженням та однорідних оболонок з несиметричним навантаженням.
3. Розвинуто узагальнений метод скінченних інтегральних перетворень на просторові задачі теорії пружності неоднорідного тіла для сферичних оболонок.
4. Отримано розрахункові рівняння статики товстих континуально-, дискретно-, кусково-неоднорідних осесиметричних оболонок у сферичній системі координат із симетричним навантаженням та однорідних осесиметричних сферичних оболонок із несиметричним навантаженням.
5. Розроблено чисельний алгоритм розв'язання задач статики неоднорідних товстих осесиметричних сферичних оболонок із симетричним та несиметричним навантаженням на основі методу дискретної ортогоналізації С.К. Годунова, який реалізовано в програмному комплексі „Інтеграл".
6. Розв'язано тестові задачі, виявлено характерні особливості запропонованої аналітично-чисельної методики, показано її ефективність. Доведено вірогідність методики шляхом порівняння чисельних розв'язків з результатами експериментальних досліджень, а також з результатами, отриманими за методом скінченних елементів.

7. Розв’язано нові задачі про моделювання механіки зміцнення сферичного меніска. Визначено напружено-деформований стан сферичного меніска під дією несиметричного навантаження.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ

1. Смоляр А.М., Мірошкіна І.В. Розрахунок і зміцнення товстих сферичних пластин // Вісник Черкаського інженерно-технологічного інституту. - Черкаси, 1996. - Ч. 2. - С. 71-78.
2. Смоляр А.М., Мірошкіна І.В. Розрахунок і зміцнення товстої осесиметричної сферичної оболонки // Вісник Черкаського інженерно-технологічного інституту. Машинобудування. - Черкаси, 1998. -№ 1. - С. 9-11.
3. Мірошкіна І.В. Дослідження стійкості числового розрахунку товстих осесиметричних оболонок методом ортогональної прогонки // Вісник Черкаського інженерно-технологічного інституту. - Черкаси, 1998. -№ 3. - С. 103-107.
4. Чибіряков В.К., Смоляр А.М., Мірошкіна І.В. Визначення області введення додаткових стискуючих напружень у меніску з скла та оптичної кераміки // Опір матеріалів та теорія споруд. – 2000. – Вип. 67. - С.136-143.
5. Смоляр А.М., Мірошкіна І.В., Отрош Ю.А. Напружено-деформований стан кусково-неоднорідних сферичних осесиметричних оболонок // Вісник Черкаського державного технологічного університету. - Черкаси, 2004. -№ 1. - С. 46-52.
6. Чибіряков В.К., Шатохін В.І., Смоляр А.М., Мірошкіна І.В. Термопружний стан однорідних і дискретно-неоднорідних сферичних і циліндричних пластин / Черкаський інж.-технол. ін-т. - Черкаси, 1996. – 15 с. – Бібліогр.: 2 назв. – Укр. – Деп. у НДІТЕХІМ 24.10.96, № 96-хп96 // Реф. в “Бібліографічному вказівнику ВІНІТІ “Депоновані наукові роботи”, № 12, 1996.
7. Чибіряков В.К., Смоляр А.М., Мірошкіна І.В. Термопружність сферичних і циліндричних континуально-неоднорідних пластин / Черкаський інж.-технол. ін-т. - Черкаси, 1997. – 10 с. – Бібліогр.: 2 назв. – Укр. – Деп. у НДІТЕХІМ 17.06.97, № 51-хп97 // Реф. в “Бібліографічному вказівнику ВІНІТІ “Депоновані наукові роботи”, № 7, 1997.
8. Смоляр А.М., Мірошкіна І.В., Чибіряков В.К., Гусаченко О.К. Визначення термопружного стану кусково-неоднорідних сферичних і циліндричних товстих пластин узагальненим методом скінченних інтегральних перетворень / Черкаський інж.-технол. ін-т. - Черкаси, 1997. – 39 с. – Бібліогр.: 2 назв. – Укр. – Деп. у НДІТЕХІМ 3.11.97, № 64-хп97 // Реф. в “Бібліографічному вказівнику ВІНІТІ “Депоновані наукові роботи”, № 2, 1998.
9. Смоляр А.М., Мірошкіна І.В., Чумак В.О. Аналітична методика чисельного визначення напружено-деформованого стану короткого бруса / Черкаський

інж.-технол. ін-т. - Черкаси, 2000. – 16 с. – Бібліогр.: 2 назв. – Укр. – Деп. у НДІТЕХІМ 24.11.2000, № 16-хп2000 // Реф. в “Бібліографічному вказівнику ВІНІТІ “Депоновані наукові роботи”, № 1, 2001.

10. Смоляр А.М., Мірошкіна І.В., Отрош Ю.А. Аналіз термопружності сферичної оболонки за теорією товстих пластин та оболонок / Черкаський ін-т пожежної безпеки ім. Героїв Чорнобиля. - Черкаси, 2004. – 11 с. – Бібліогр.: 3 назв. – Укр. – Деп. у НДІТЕХІМ 22.12.2004, № 8-хп2004 // Реф. в “Бібліографічному вказівнику ВІНІТІ “Депоновані наукові роботи”, № 3, 2005.
11. Смоляр А.М., Мірошкіна І.В., Отрош Ю.А. Термопружний стан континуально-неоднорідних сферичних осесиметричних оболонок / Черкаський ін-т пожежної безпеки ім. Героїв Чорнобиля. - Черкаси, 2004. – 9 с. – Бібліогр.: 5 назв. – Укр. – Деп. у НДІТЕХІМ 19.04.2005, № 1-хп2005 // Реф. в “Бібліографічному вказівнику ВІНІТІ “Депоновані наукові роботи”, № 6, 2005.
12. Смоляр А.М., Мирошкина И.В. Упрочнение сферических пластин // Тезисы докладов конференции “Ресурсо-, энергосберегающие и экологически чистые технологии в производстве деталей из композиционных материалов”. – Киев. - 1996. – С. 58-59.
13. Смоляр А.М., Мирошкина И.В. Упрочнение изделий из стекла и керамики с помощью современных методов обработки материалов // Материалы конференции “Композиционные материалы в высокоэффективных технологиях механосборочного производства”. – Алушта. - 1997. – С. 70-71.
14. Смоляр А.М., Мірошкіна І.В., Отрош Ю.А. Термопружний стан сферичної оболонки з врахуванням неоднорідності матеріалу // Матеріали І Міжнародної науково-практичної конференції „Науковий потенціал світу ‘2004”. Том 59. Технічні науки. – Дніпропетровськ: Наука і освіта, 2004. – С. 34-36.
15. Смоляр А.М., Мірошкіна І.В., Отрош Ю.А. Чисельний аналіз проблем пожежної безпеки інженерних споруд // Матеріали науково-практичної міжвузівської конференції „Пожежна безпека об’єктів різних форм власності”. – Черкаси: Черкаський інститут пожежної безпеки імені Героїв Чорнобиля. - 2004 р. – С. 60-61.

АНОТАЦІЇ

Мірошкіна І.В. Аналітично-чисельна методика визначення напружено-де-формованого стану товстих неоднорідних осесиметричних сферичних оболонок. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.23.17 - будівельна механіка. – Відкрите акціонерне товариство Український науково-дослідний та проектний інститут сталевих конструкцій імені В.М. Шимановського, Київ, 2005.

У дисертаційній роботі розроблена аналітично-чисельна методика визначення просторового напружено-деформованого стану товстих неоднорідних осесиметричних сферичних оболонок. Аналітична частина методики полягає в застосуванні узагальненого методу скінченних інтегральних перетворень для зниження вимірності вихідних задач теорії пружності неоднорідного тіла для сферичних оболонок. Редуковані одновимірні задачі теорії пружності, у подальшому, розв’язуються чисельно за допомогою методу дискретної ортогоналізації С.К. Годунова. Алгоритм дискретної ортогоналізації реалізований у межах програмного комплексу “Інтеграл”. Вірогідність розв’язків аналітично-чисельної методики доведена порівнянням їх з результатами експериментальних досліджень, а також з результатами, отриманими за методом скінченних елементів. Розв’язані практичні задачі про моделювання механіки зміцнення сферичного меніска, про вплив додаткових стискуючих напружень на міцність меніска, про напружено-деформований стан оболонки з несиметричним навантаженням, тощо.

Ключові слова: товста неоднорідна осесиметрична сферична оболонка, просторовий напружено-деформований стан, узагальнений метод скінченних інтегральних перетворень, аналітично-чисельна методика, зміцнення сферичного меніска.

Мирошкина И.В. Аналитически-численная методика определения напряженно-деформированного состояния толстых неоднородных осесиметричных сферических оболочек. – Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.23.17 - строительная механика. – Открытое акционерное общество Украинский научно-исследовательский и проектный институт стальных конструкций имени В.Н. Шимановского, Киев, 2005.

В диссертационной работе разработана аналитически-численная методика определения пространственного напряженно-деформированного состояния толстых неоднородных осесимметричных сферических оболочек. Аналитическая часть методики состоит в применении обобщенного метода конечных интегральных преобразований для снижения размерности исходных задач теории упругости

неоднородного тела для сферических оболочек. Далее редуцированные одномерные задачи теории упругости решаются численно методом дискретной ортогонализации С.К. Годунова. Алгоритм дискретной ортогонализации реализован в виде программного комплекса "Интеграл". Достоверность результатов аналитически-численной методики доказана путем их сравнения с результатами экспериментальных исследований, а также сравнением с результатами, полученными по методу конечных елементов. Решены практические задачи об упрочнении сферического мениска, о влиянии дополнительных сжимающих напряжений на прочность мениска, о напряженно-деформированном состоянии оболочки с несимметричной нагрузкой, и т.п.

Ключевые слова: толстая неоднородная осесимметричная сферическая оболочка, пространственное напряженно-деформированное состояние, обобщенный метод конечных интегральных преобразований, аналитически-численная методика, упрочнение сферического мениска.

Miroshkina I.V Analytical and numerical methods of determining of tensile deformed state of thick non-homogeneous axi-symmetrical spherical shells. - Manuscript.

The thesis is monograph submitted for awarding of Candidate degree of Technical Science on a speciality 05.23.17 - structural mechanics. - Open Society Ukrainian research and project institute of steel constructions of a name of V.N.Shimanovsky, Kyiv, 2005.

The dissertation is devoted to development of the analytical and numerical method of determining of three dimensional tensile deformed state on class thick non-homogeneous axi-symmetrical spherical shells.

The analytical part of the method consists of application of the generalized method of finite integral transforms for reduction of dimension of boundary-value problems of the theory of elasticity of a non-homogeneous body for spherical shells. The method is formalized and assumes replacement of elements of initial problems (functions, operators, functionals) their images. In the dissertation for this purpose the table of projective images is resulted. Dimension of problems which are reduced in such a way decreases for unit, and the quantity of the equations of the theory of elasticity decreases for two.

The reduced one-dimensional problems of the theory of elasticity are represented by systems of first order ordinary differential equations and are solved numerically by the Godunov's method of discrete orthogonalization. Integration of the differential equations is made by the fourth order Runge-Kutta-Fehlberg formulas with step size control. During calculations the stability of numerical process is provided by a choice of necessary quantity of points of the orthogonalization which is determined by size of cosine of an angle between vectors of fundamental solutions. The algorithm of the discrete orthogonalization is realized as program complex "Integral".

Reliability of results is proved by comparison with results of experimental researches which were carried out in dissertational work and also by the solutions of test problems.

In the dissertation practical problems about mechanics of strengthening of a spherical meniscus, about influence of additional compressive stresses on durability of a meniscus, about the tensile deformed state of the shell with unsymmetrical loading, etc. are solved.

The spherical meniscus is the spherical axi-symmetrical shell. Examples of meniscuses are portholes, nosed parts of flying objects, etc. Often durability of spherical meniscuses insufficient as it can be made of optical ceramics or a glass. In dissertational work the problem of strengthening of a spherical meniscus is solved by introduction of additional compressive stresses. They are entered in zones of the greatest normal tensile stresses by processing a surface of these zones by an electronic or laser beam. Zones are defined by results of numerical calculations of tensile deformed state of the meniscus which are spent by the developed analytical and numerical method. After putting of additional compressive stresses, the effects of influence of processing of a surface of meniscus on its durability have been revealed. The discrete non-homogeneous meniscus under action of precompressive stresses and external loading is considered.

In operation spherical shells can be asymmetrically loaded. The homogeneous axi-symmetrical meniscus under action of unsymmetrical loading has been investigated by the analytical and numerical method. Influence of unsymmetrical loading on size of the greatest normal tensile stresses is revealed.

The developed analytical and numerical method can be applied for practical calculations of the tensile deformed state of a wide class of objects and elements of constructions of building, mechanical engineering and instrument making.

Key words: thick non-homogeneous axi-symmetrical spherical shell, the three dimensional tensile deformed state, the generalized method of finite integral transforms, the analytical and numerical method, the durability of spherical meniscus.