УДК 004.94

НЕЧІТКІ ШТРАФНІ ФУНКЦІЇ В ЗАДАЧІ УПРАВЛІННЯ ЗАПАСАМИ З УРАХУВАННЯМ ТОВАРНИХ ВТРАТ

Єгорова О.В.
Черкаський державний технологічний університет
Снитюк В.Є.
Київський національний університет імені Тараса Шевченка

У статті розглядається задача управління запасами з урахуванням товарних втрат. Запропоновано використання методу нечітких штрафних функцій при визначенні обсягу партії поставки та тривалості операційного циклу. Розроблено багатофакторний композиційний метод спрямованої умовної оптимізації на основі використання нечітких штрафних функцій. Наведено структурні особливості та конструктивні елементи методу нечітких штрафних функцій. Розроблені моделі та методи складають методологічну базу для оптимізації процесів прийняття рішень при прогнозуванні наслідків створення запасів та попередження збитків.
Ключові слова: запаси, оптимізація, штрафна функція, еволюційні алгоритми.

Постановка проблеми. Пошук оптимальних значень параметрів математичних моделей задач створення запасів з урахування товарних втрат, наведених в [1-3], є складним нетривіальним процесом, внаслідок істотної нелінійності цільових функцій та наявності обмежень.

Рухаючись у напрямку розробки методів оптимізації, які були б інваріантними до розмірності і змісту області даних, структури і параметрів ці-

© Єгорова О.В., Снитюк В.Є., 2016

льової функції, незалежно різними вченими були запропоновані парадигми, що базуються на ідеях і принципах природної еволюції. До них відносять відомі методи еволюційного моделювання, які ще називають еволюційними алгоритмами: еволюційне програмування, еволюційні стратегії, генетичні алгоритми, генетичне програмування. Крім того, з'явились технології, які також вважають представниками еволюційної парадигми: популяційні та меметичні алгоритми, методи роєвого інтелекту, програмування генетичних виразів тощо. Ефективний вибір і використання еволюційних алгоритмів залежить від правильного співвідношення вихідних даних, формалізованої задачі, сутності методу її розв'язання та очікуваних результатів.

Елементи еволюційного підходу присутні й у методі композиційного подолання невизначеності [4]. Своє застосування метод композиційного подолання невизначеності знайшов у різних областях знань, що використовують структурну, параметричну ідентифікацію і прогнозування. Він базується на поєднанні елементів декількох технік: еволюційних стратегій, методу аналізу ієрархій та теорії нечітких множин. Його сутність в класичному викладі полягає в тому, що значення функції, оптимум якої шукають, визначають міру впевненості в тому, що розв'язок-представник вибіркової сукупності потенційних розв'язків є близьким до оптимального. Міра оптимальності (квазіоптимальності) є базисом для формування нової вибіркової сукупності потенційних розв'язків, допускаючи мутації кожного елемента. До участі у загальному селекційному пулі допускаються «батьки» і «нащадки». Шляхом такого ітераційного відбору одержують вибіркову сукупність потенційних розв'язків із значеннями, близькими до оптимального розв'язку. Якщо ж процес пошуку повертатиметься до тієї ж точки, то її вважатимуть глобальним екстремумом.

Напрямок досліджень, реалізований у методі композиційного подолання невизначеності, є ефективним і тому, що:

– містить елементи самоадаптації;
– дослідник бере активну участь в процесі пошуку оптимального розв'язку;
– інтегрується з іншими класичними парадигмами штучного інтелекту, такими, як еволюційні обчислення, штучні нейронні мережі, нечітка логіка, теорія можливостей.

Як правило, в базовому викладі методи еволюційного моделювання призначені для розв'язання задач безумовної оптимізації. Разом з тим, нелінійний характер цільових функцій та наявність обмежень в більшості прикладних задач параметричної оптимізації значно звужує розмір області існування допустимих розв'язків в просторі пошуку і потребує відповідної модифікації механізму репродукції потенційних розв'язків еволюційних алгоритмів таким чином, щоб обмеження виконувалися з найменш допустимою похибкою.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Аналіз наукових джерел та запропонованих в них методів, свідчить про те, що адаптація еволюційних алгоритмів до розв'язання задач умовної параметричної оптимізації, як правило, відбувається на базі одного з чотирьох підходів [5]:

a. використання методів штрафних функцій;
b. спеціальне подання параметрів та розробка відповідних операторів;
c. відокремлене опрацювання цільових функцій та обмежень;
d. поєднання еволюційних алгоритмів з методами чисельної оптимізації.

Серед них, найбільш поширеною групою методів пошуку умовного екстремуму є методи з використанням штрафних функцій [6-9]. Всі методи цієї групи, незважаючи на різні схеми та варіанти, мають одну спільну особливість: в них виконується заміна вихідної задачі умовної оптимізації еквівалентною задачею або послідовністю задач безумовної оптимізації. Методи штрафних функцій можна поділити на два класи: параметричні та непараметричні.

Параметричні методи характеризуються наявністю одного або декількох параметрів, які входять в структуру штрафної функції та відіграють роль вагових коефіцієнтів.

У непараметричних методах цільова функція розглядається як функція, що задає додаткове штучне обмеження, яке поступово звужує чи розширює область пошуку розв'язку в міру одержання нової інформації про хід розв'язання задачі.

До параметричних методів належать методи внутрішньої точки, методи зовнішньої точки та комбіновані методи. При використанні методів внутрішньої точки поточна точка постійно знаходиться в середині допустимої області за допомогою штрафної функції, яка в цьому випадку називається бар'єрною. Методи зовнішньої точки, навпаки, генерують послідовність точок, які виходять за межі допустимої області, але в кінці забезпечують допустимий розв'язок. Комбіновані методи застосовують, якщо задача містить обмеження-рівності. У процесі оптимізації частина обмежень може не виконуватись, проте при досягненні шуканого розв'язку всі умови в межах заданого відхилення виконуються.

Розв'язуючи задачі умовної оптимізації за допомогою еволюційних алгоритмів, більшість дослідників віддають перевагу зовнішнім штрафним функціям, оскільки вони не потребують оптимального вибору початкової точки пошуку екстремуму. Аналітичний огляд основних типів штрафних функцій, що можуть бути застосованими для розв'язання задач умовної оптимізації за допомогою еволюційних алгоритмів, наведено в [10]. Залежно від типу параметрів, що містяться в їх структурі, методи зовнішніх штрафних функцій поділяються на детерміновані, адаптивні чи самоадаптивні.

Детерміновані штрафні функції є статичними, динамічними, випалюючими та летальними. В статичних штрафних функціях до цільової функції у вигляді штрафу додається деяка константа. У динамічних штрафних функціях величина штрафу обчислюється з урахуванням величини ітераційного кроку. В штрафних функціях, що базуються на ідеї імітації випалювання, штрафні коефіцієнти оновлюються після того, як алгоритм «влучить» в локальний оптимум, що може відбутись один раз на декілька поколінь. Летальні штрафні функції передбачають рекурсивний підбір оптимальних розв'язків із відмовою від неперспективних.

Адаптивні методи штрафних функцій передбачають оновлення штрафних параметрів на кожній ітерації з урахуванням величини порушення обмежень та пристосованості популяції в цілому.

В самоадаптивних штрафних функціях величину штрафну, як правило, визначають на базі мір подібності потенційних розв'язків. Так, в [11], пристосованість квазіоптимальних розв'язків пропонують покращувати шляхом набуття ними величини пристосованості найближчого до кожного із них допустимого розв'язку, але лише на тих ітераціях на яких з моменту початку роботи алгоритму знайдеться хоча б один допустимий розв'язок, що буде кращим ніж усі попередні. Головним недоліком цього підходу є надмірна обчислювальна складність, внаслідок багаторазового ($\approx 1.4 \cdot 10^6$) обчислення значення цільової функції.

Наведені в [8] самоадаптивні штрафні функції на базі системи нечіткого логічного виведення передбачають перетворення задачі умовної оптимізації в задачу безумовної оптимізації за правилом

$$F(\mathbf{x}) = \begin{cases} f(\mathbf{x}), & 0 \le G(\mathbf{x}) \le 1, \\ f(\mathbf{x}) + r \cdot G(\mathbf{x}), & G(\mathbf{x}) > 1, \end{cases}$$

в якому значення штрафного коефіцієнта r одержують в результаті дефазифікації нечіткого набору значень таких показників збіжності оптимізаційного процесу як значення функції пристосованості та величина порушення обмеження

$$r = \frac{\sum_{k=1}^{u} \omega^k r^k}{\sum_{k=1}^{u} \omega^k},$$

де $f\,(\mathbf{x})$ – цільова функція, $G(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n} g_i(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^{p} \left| h_j(\mathbf{x}) \right|$, $\omega^k = T(A_l(f(x)), B_h(G(x)))$, $l = h = \overline{1,m}$, $A_i\,(f\,(x))$ – функція належності A_i, $B_h\,(G\,(x))$ – функція належності B_h, A_i – множина-носій лінгвістичних термів змінної $f\,(\mathbf{x})$, B_h – множина-носій лінгвістичних термів змінної $G\,(\mathbf{x})$, r_k – сінглтон для $k = \overline{1,u}$.

У модифікованому варіанті цього методу в [9] цільову функцію задачі подають у вигляді

$$F(\mathbf{x}) = \begin{cases} f(\mathbf{x}), & \text{якщо} \quad g_i(\mathbf{x}) \le 0, \quad h_j(\mathbf{x}) = 0, \\ p(\mathbf{x}) + d(\mathbf{x}), & \text{в} \quad \text{інших} \quad \text{випадках}, \end{cases}$$

а розмір штрафу обчислюють в результаті дефазифікації нечіткого набору значень таких показників збіжності оптимізаційного процесу як пристосованість популяції, значення цільової функції та величина порушення обмеження

$$p(\mathbf{x}) = g(v_{norm}(\mathbf{x}), w_{norm}(\mathbf{x}), rf),$$

в якому міру самоорганізованості методу штрафних функцій розраховують за формулою

$$d(\mathbf{x}) = rf \cdot w_{norm} + (1 - rf) \cdot v_{norm},$$

де rf – пристосованість популяції, $w_{norm}\,(\mathbf{x})$ – нормоване значення цільової функції, $v_{norm}\,(\mathbf{x})$ – нормована величина порушення обмежень. При цьому основу методу складають лише п'ять правил виведення.

У іншому самоадаптивному методі штрафних функцій на базі стохастичного ранжування [12] в процесі еволюції індивідів вплив цільової та штрафної функцій врівноважують за допомогою стохастичного параметру компромісу p_f, вплив якого здійснюється:

Якщо (обмеження виконуються або $rand < p_f$)

Ранг індивіда обчислюється на базі значення цільової функції

інакше

Ранг індивіда обчислюється на базі значення величини порушення обмеження

Кінець.

Для ε-методу врахування обмежень характерне витіснення квазіоптимальних потенційних розв'язків із заданою похибкою порівняння ε [13]. Значення параметра ε необхідно оновлювати доки алгоритм не виконає задану кількість ітерацій. Як тільки це відбудеться, щоб одержати розв'язки, які задовольняють обмеження, ε-параметр має набути нульового значення. Разом з тим, як і більшість адаптивних методів штрафних функцій, він сильно залежить від вибору початкового значення ε та функції варіації.

Більшість дослідників констатують, що коли йдеться про розв'язання задачі нелінійної параметричної оптимізації, то краще адаптивних штрафних функцій є лише проблемно-орієнтовані. Разом з тим такі методи мають три недоліки: по-перше, необхідно вводити додаткові емпіричні параметри; по-друге, для них залишається відкритою проблема визначення параметрів популяцій; по-третє, неправильний підбір параметрів алгоритму сприяє зростанню обчислювальної складності в рази.

Виділення не вирішених раніше частин загальної проблеми. Одним із способів вирішення цієї проблеми є розробка нових або вдосконалення існуючих методів штрафних функцій з урахуванням наведених аспектів:

– перехід від задачі умовної оптимізації до задачі безумовної оптимізації має відбуватись на базі значень показників збіжності методу, що застосовується для розв'язання задачі;

– величина штрафну має відповідати величині порушення обмежень певним індивідом, а його інтенсивність може регулюватися лише пристосованістю індивіда;

– моніторинг виконання обмежень має здійснюватися на кожній ітерації з метою запобігання переміщення популяції за межі області існування допустимих розв'язків.

При цьому методи штрафних функцій повинні бути легко інтегрованими, надійно працювати при кожному запуску та придатними для пошуку оптимумів стандартних тестових функцій.

Мета статті. Головною метою цієї роботи є вдосконалення методу штрафних функцій на базі алгоритму нечіткого логічного виведення за рахунок модифікації нечіткого набору показників, що використовуються для обчислення розміру штрафу, та розширення сукупності нечітких правил виведення, що дозволить розв'язати задачу параметричної оптимізації детермінованих математичних моделей управління запасами з урахуванням товарних втрат за допомогою багатовимірного композиційного методу спрямованої оптимізації.

Виклад основного матеріалу. За умовою задачі параметричної оптимізації цільова функція математичної моделі, наведеної в [3], є функцією від чотирьох незалежних змінних I_b, I_m, I_s, які позначають залишки товарних запасів на вибраних інтервалах операційного циклу, тому потенційному розв'язку задачі відповідатиме вектор виду

$$\mathbf{x} = (I_b,\ I_m,\ I_s),$$

де I_b – гранично допустимий обсяг дефіциту товарних запасів, I_m – максимально допустимий обсяг товарних запасів, I_s – рівень товарних запасів на момент поставки товарів для врегулювання рекламацій.

Перехід від задачі умовної оптимізації до задачі безумовної оптимізації здійснимо за допомогою методу штрафних функцій, в основі якого лежить композиція елементів декількох технік: методу нечіткого логічного виведення та самоорганізованих штрафних функцій. Визначимо цільову функцію задачі як

$$F(\mathbf{x}) = \begin{cases} f(\mathbf{x}), & \text{якщо} \quad g_i(\mathbf{x}) \leq 0, \quad h_j(\mathbf{x}) = 0, \\ p(\mathbf{x}) + d(\mathbf{x}), & \text{в} \quad \text{інших} \quad \text{випадках}, \end{cases}$$

де p ($\mathbf{x}$) – розмір штрафу, d ($\mathbf{x}$) – міра самоорганізованості потенційного розв'язку.

Розмір штрафу p ($\mathbf{x}$) обчислимо за допомогою алгоритму нечіткого логічного виведення Мамдані в результаті дефазифікації нечіткого набору значень таких показників збіжності оптимізаційного процесу як пристосованість популяції, міра оптимальності потенційного розв'язку та величина порушення обмеження

$$p(\mathbf{x}) = g(v_{norm}(\mathbf{x}), w_{norm}(\mathbf{x}), rf),$$

де v_{norm} ($\mathbf{x}$) – нормована величина порушення обмежень, w_{norm} ($\mathbf{x}$) – нормована величина міри впевненості в тому, що розв'язок-представник є близьким до оптимального, rf – пристосованість популяції.

При цьому пристосованість популяції розраховуємо, використовуючи співвідношення

$$rf = \frac{\textit{Загальна кількість допустимих розв`язків}}{\textit{Розмір популяції}},$$

а нормування значень векторів реалізуємо за формулами

$$v_{norm}(\mathbf{x}) = \frac{v(\mathbf{x}) - v_{\min,k}}{v_{\max,k} - v_{\min,k}}, \quad w_{norm}(\mathbf{x}) = \frac{w(\mathbf{x}) - w_{\min,k}}{w_{\max,k} - w_{\min,k}},$$

де k – номер ітерації, $v_{min,\,k}$ – мінімальна величина невиконання обмежень на k-й ітерації, $v_{max,\,k}$ – максимальна величина невиконання обмежень на k-й ітерації, $w_{min,\,k}$ – мінімальна впевненість в тому, що розв'язок-представник є близьким до оптимального на k-й ітерації, $v_{max,\,k}$ – максимальна впевненість в тому, що розв'язок-представник є близьким до оптимального на k-й ітерації.

Параметри-індикатори збіжності ітераційного процесу є числовими змінними, які можуть набувати значень на інтервалі [0,1]. Вважатимемо, що ці змінні є множинами-носіями лінгвістичної змінної B_i, $i = \overline{1,3}$, яка містить терми:

B_{i1} – «низьке значення показника» з функцією належності (μ,σ) = (0,0.27); B_{i2} – «середнє значення показника» з функцією належності (μ,σ) = (0.5,0.27); B_{i3} – «високе значення показника» з функцією належності (μ,σ) = (1,0.27).

Функцій належності усіх термів лінгвістичних змінних будуємо використовуючи формулу гаусоподібної функції належності з параметрами (μ,σ) виду

$$\mu(x,\mu,\sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}.$$

Універсальною множиною для змінної p ($\mathbf{x}$) є відрізок [0,1], а множиною значень змінної p ($\mathbf{x}$) – терм-множина $P = \{P_1, P_2, ..., P_n\}$, $i = \overline{1,n}$. Нехай лінгвістична змінна p ($\mathbf{x}$) = «розмір штрафу» набуває значень $P = \{P_1, P_2, P_3\}$ де P_1 = «низький» з функцією належності (μ,σ) = (0,0.18), P_2 = «середній» з функцією належності (μ,σ) = (0.5,0.18), P_3 = «високий» з функцією належності (μ,σ) = (1,0.18).

Для переходу від значень індикаторів збіжності методу оптимізації до розміру штрафу сформуємо нечіткі правила виведення

R_j: якщо $v_{norm} \in B_{i1}$ і $w_{norm} \in B_{i2}$ і $rf \in B_{i3}$, то $penalty \in P_j$, $j = \overline{1,39}$.

Нечітку множину для вихідної змінної знаходимо в результаті об'єднання знайдених функцій належності

$$\mu(penalty) = \max_{j=1,2,...,5}(\beta_j) = \max_{j=1,2,...,5}\left\{\min_{j=1,2,...,5}\left(\mu_{j1}(v_{norm}), \mu_{j2}(w_{norm}), \mu_{j3}(rf), \mu_{P_j}\right)\right\}.$$

Дефазифікацію виконуємо, наприклад, за методом центра ваги і знаходимо чітке значення розміру штрафу як

$$penalty = \frac{\int_{penalty} penalty\,\mu(penalty)\,dpenalty}{\int_{penalty} \mu(penalty)\,dpenalty}.$$

Міру самоорганізованості потенційного розв'язку розрахуємо, використовуючи елементи методу самоорганізованих штрафних функцій, за формулою

$$d(\mathbf{x}) = rf \cdot w_{norm} + (1 - rf) \cdot v_{norm},$$

З урахуванням викладеного вище методу штрафних функцій, багатофакторний композиційний метод спрямованої оптимізації значень параметрів детермінованих математичних моделей матиме такі кроки:

Крок 1. Встановити лічильник ітерацій $t = 0$.

Крок 2. Визначити області зміни кожного із параметрів вектора $\mathbf{x} = (x_1, x_2, ..., x_n)$ цільової функції ROS_j, де ROS_j, $j = \overline{1,14}$ – рентабельність продажу [3]. У спрощеному вигляді $(a_l, b_l) \in \Omega_l$, $x_l \in \Omega_l$, $1 \leq l \leq n$, де Ω_l – області значень n-го параметра вектора $\mathbf{x} = (x_1, x_2, ..., x_n)$.

Крок 3. Задати вагові коефіцієнти ϖ_1, ϖ_2, ϖ_3 та точність обчислень δ, σ, ε, η інтегрального критерію завершення роботи алгоритму.

Крок 4. Визначити початкову кількість потенційних розв'язків ς, $\varsigma = \overline{1,\rho}$, та сформувати рівномірно розподілену Ω на представницьку популяцію потенційних розв'язків $X = \mathbf{x}_1^t, \mathbf{x}_2^t, ..., \mathbf{x}_\rho^t$ з урахуванням області зміни кожного із параметрів так, що $a(l) \leq x_l \leq b(l)$, $1 \leq l \leq n$.

Крок 5. Обчислити значення функції f, оптимум якої шукаємо, в точках $\mathbf{x}_1^t$, $\mathbf{x}_2^t$, ..., $\mathbf{x}_\rho^t$: $f_{j1}^t = ROS_j(\mathbf{x}_1^t)$, $f_{j2}^t = ROS_j(\mathbf{x}_2^t)$, ..., $f_{j\rho}^t = ROS_j(\mathbf{x}_\rho^t)$.

Крок 6. Поки не виконана інтегральна умова зупинки роботи алгоритму

$$\varpi_1 \cdot f_j^t + \varpi_2 \cdot f_j + \varpi_3 \cdot f^t \geq 1,$$

де ϖ_1, ϖ_2, ϖ_3 – вагові коефіцієнти; f_j^t – необхідне значення функції пристосованості досягнуте з точністю $\delta > 0$: $\max_{\kappa,l}\left|f_{j\kappa}^t - f_{jl}^t\right| < \delta$, $\forall \kappa, l = \overline{1,\rho}$, $\kappa \neq l$, так що і $\max_{\kappa,l}\left|x_{j\kappa}^t - x_{jl}^t\right| < \varepsilon$; f_j – необхідна пристосованість популяції в цілому досягнута з точністю $\sigma > 0$: $\max\left|f_j^t - f_j^{t-1}\right| < \sigma$, так що і $\max\left|X_j^t - X_j^{t-1}\right| < \eta$; $f^t = \begin{cases} 1, & t \geq \vartheta, \\ 0, & \textit{в іншому випадку} \end{cases}$, ϑ – необхідна кількість циклів роботи алгоритму (поколінь, ітерацій);

виконувати:

Крок 6.1. Пронормувати значення f_ς^t так, щоб $f_\varsigma^{ht} \in [0;1]$, $\sum_{\varsigma=1}^{\rho} f_\varsigma^{ht} = 1$.

Крок 6.2. Сформувати матрицю попарних порівнянь Сааті S таким чином. Серед нормованих значень функції знаходимо мінімальне f_{ς}^{ht}, розбиваємо відрізок [0;1] на 10 інтервалів: [0;0,1), [0,1;0,2), ..., [0,9;1]. Тоді для всіх $h \in \{1,2,...,\rho\}$, якщо $f_{\varsigma}^{ht} \in [0{,}1k;0{,}1+0{,}1k)$ і $f_{\varsigma}^{ht} \in [0{,}1l;0{,}1+0{,}1l)$, де $k,l \in \{0,1,...,9\}$, то $s_{\varsigma h} = l-k+1.$. Інші елементи матриці S розраховуються так: $s_{rq} = \frac{s_{\varsigma q}}{s_{\varsigma r}}$.

Крок 6.3. Розрахувати власні числа матриці S і для максимального власного числа a_{max} знаходимо відповідний власний вектор w. Значення w_{ς} вказують на міру оптимальності (квазіоптимальності) потенційних розв'язків $\mathbf{x}_{\varsigma}^{t} = (x_1, x_2, ..., x_n).$.

Крок 6.4. Згенерувати «нащадків» і сформувати нову популяцію потенційних розв'язків, базуючись на мірі оптимальності w_{ς} потенційних розв'язків x_{ς}^{t}. Для цього серед елементів власного вектора знаходимо мінімальний w_{min} і максимальний w_{max}. Впорядковуємо міри оптимальності потенційних розв'язків за спаданням на відрізку [w_{max}; w_{min}] і поділити їх на три групи: *близькі до оптимальних (large) A_L, субоптимальні (medium) A_M та квазіоптимальні (small) A_S.*

Для потенційних розв'язків, що належать до групи A_L, $4 \cdot \varsigma$ нащадків формуємо таким чином:

$$if \quad w_{\varsigma} \quad is \quad A_L \quad then \quad x_{\varsigma}^{A_L, t+1} = x_{\varsigma}^{A_L, t} + \sigma^{A_L, t+1} \cdot z_{\varsigma}^{t},$$

де довжина глобального кроку мутації в межах всієї популяції обчислюється за формулою [14]

$$\sigma^{A_L, t+1} = \sigma_X^t \cdot \exp^{\frac{1}{d_i}}\left(\frac{|s_{\sigma}^{t}|}{\mathrm{E}|N(0,1)|} - 1\right) \cdot \exp^{\frac{c_{\sigma}}{d}}\left(\frac{\|s_{\sigma}^{t}\|}{\mathrm{E}\|N(0,\mathrm{I})\|} - 1\right),$$

з урахуванням розміру простору пошуку

$$s_{\sigma}^{t} = (1-c_{\sigma})s_{\sigma}^{0} + \sqrt{c_{\sigma}(2-c_{\sigma})}\frac{\sqrt{\varsigma}}{\varsigma}\sum_{z_{\varsigma}^{t} \in A_L} z_{\varsigma}^{t},\ z_{\varsigma}^{t} = N(0,\mathrm{I}),,$$

σ_X^t – вектор значень середньоквадратичного відхилення елементів потенційного розв'язку, $d_i \approx 3 \cdot n$, $d \approx 1+\sqrt{\varsigma/n}$, $c_{\sigma} \approx \sqrt{\varsigma/(n+\varsigma)},$, N (0,1) – випадкове число, одержане за допомогою нормального закону розподілу з математичним сподіванням 0 та середнім квадратичним відхиленням 1, $\|\cdot\|$ – евклідова векторна норма, $\mathrm{I} \in R^{n \times n}$ – одинична матриця, $s_{\sigma}^{0} = 0, n$ – розмірність вектору потенційного розв'язку.

Для потенційних розв'язків, що належать до групи A_M, $2 \cdot \varsigma$ нащадків формуємо таким чином:

$$if \quad w_{\varsigma} \quad is \quad A_M \quad then \quad x_{\varsigma}^{A_M, t+1} = x_{\varsigma}^{A_M, t} + N(0, \sigma_{\varsigma}^{A_M, t+1}),$$

де $N(0,\sigma_{\varsigma}^{t})$ – нормально розподілена випадкова величина з нульовим середнім та середньоквадратичним відхиленням елементів потенційного розв'язку ς, $\sigma_{\varsigma}^{A_M, t+1} = \frac{1}{3}\max\{d(x_{\varsigma}^{t}, x_{L}^{t}), d(x_{\varsigma}^{t}, x_{R}^{t})\}$ – вектор середньоквадратичних відхилень елементів потенційного розв'язку ς, $d(x_{\varsigma}^{t}, x_{L}^{t})$ – відстань від потенційного розв'язку ς до найближчого лівого (або точки a) сусіда-розв'язка із групи *medium*, $d(x_{\varsigma}^{t}, x_{R}^{t})$ – відстань від потенційного розв'язку ς до найближчого правого (або точки b) сусіда-розв'язка із групи *medium*.

Для потенційних розв'язків, що належать до групи A_S, ς нащадків формуємо таким чином:

$$if \quad w_{\varsigma} \quad is \quad A_S \quad then \quad x_{\varsigma}^{A_S, t+1} = x_{\varsigma}^{A_S, t} + \sigma_{\varsigma}^{A_S, t} \cdot e^{(\tau \cdot N(0,1) + \tau_{\xi} \cdot N_{\varsigma}(0,1))} \cdot N(0,1),$$

де $\sigma_{\varsigma}^{A_S, t}$ – вектор середньоквадратичних відхилень елементів потенційного розв'язку ς, що належить групі A_S на t-й ітерації, N (0,1) – випадкове число, одержане за допомогою нормального закону розподілу з математичним сподіванням 0 та середнім квадратичним відхиленням 1, τ – параметр, що керує рівнем адаптації мутації для всієї групи квазіоптимальних розв'язків (рекомендоване значення $\tau = 1/((2n)^{1/2})$), τ_{ς} – параметр, що керує рівнем адаптації мутації ς-го потенційного розв'язку залежно від $N_{\varsigma}(0,1)$, (рекомендоване значення $\tau_{\varsigma} = 1/((2n^{1/2})^{1/2})$).

Крок 6.5. Знайти відповідні значення функції f_j. За цими значеннями, а також за значеннями f_{j1}^{t}, f_{j2}^{t}, ..., $f_{j\rho}^{t}$ визначити λ кращих розв'язків і сформувати нову популяцію $X^{t+1} = \mathbf{x}_1^{t+1}, \mathbf{x}_2^{t+1}, ..., \mathbf{x}_{\rho}^{t+1}$.

Крок 7. Обчислити пристосованість популяції X^{t+1} в цілому rf.

Крок 8. Обчислити v_{norm} (X^{t+1}) і w_{norm} (X^{t+1}).

Крок 9. Обчислити розмір штрафу, виконавши дефазифікацію нечіткого набору значень p (X^{t+1}) = g (v_{norm} (X^{t+1}), w_{norm} (X^{t+1}), rf).

Крок 10. Обчислити F (X^{t+1}).

Крок 11. Впорядкувати популяцію за значеннями F (X^{t+1}).

Крок 12. Вибрати індивідів з найменшими значеннями F (X^{t+1}).

Крок 13. Збільшити номер поточної епохи $t = t + 1$ і перейти на крок 6.4.

Крок 14. Закінчення алгоритму.

Процедура розв'язання задачі параметричної оптимізації математичної моделі, наведеної в [2], та детермінованого випадку, математичної моделі, наведеної в [1], за допомогою композиційного методу спрямованої оптимізації аналогічна наведеній вище. Відмінність полягає лише у представленні потенційного розв'язку задач, зокрема, цільова функція математичної моделі, наведеної в [2], є функцією від трьох незалежних змінних I_b, I_m, I_s, тому представницька популяцію потенційних розв'язків набуде вигляду $X = (I_b, I_m, I_s)_1^t, (I_b, I_m, I_s)_2^t, ..., (I_b, I_m, I_s)_{\rho}^t$, де I_b – гранично допустимий обсяг дефіциту товарних запасів, I_m – максимально допустимий обсяг товарних запасів, I_s – рівень товарних запасів на момент поставки товарів для врегулювання рекламацій. Цільова функція математичної моделі, наведеної в [1], є функцією від чотирьох незалежних змінних I_b, I_m, I_s, I_r, тому представницька популяцію потенційних розв'язків набуде вигляду $X = (I_b, I_m, I_s, I_r)_1^t, (I_b, I_m, I_s, I_r)_2^t, ..., (I_b, I_m, I_s, I_r)_{\rho}^t$, де I_b – гранично допустимий обсяг дефіциту товарних запасів, I_m – максимально допустимий обсяг товарних запасів, I_s – рівень товарних запасів на момент поставки товарів для врегулювання рекламацій, I_r – рівень товарних запасів після поставки товарів для врегулювання рекламацій.

Висновки і пропозиції. Враховуючи специфіку задачі параметричної оптимізації математичних моделей створення запасів з урахуванням товарних втрат варто зазначити, що використання еволюційних технологій для розв'язання таких складних і полієкстремальних задач має безліч конструктивних реалізацій.

Використання багатофакторного композиційного методу спрямованої оптимізації у поєднанні з методом штрафних функцій на базі алгоритму нечіткого логічного виведення не потребує дискретизації простору пошуку і обчислення значень додаткових емпіричних параметрів, а еволюція потенційних розв'язків відбувається з урахуванням значення міри пристосованості індивідів. Зокрема, більше значення міри впевненості є причиною глибокого дослідження околу існування найперспективнішого розв'язку, а більше значення відхилення дозволить детально дослідити область, віддалену від неперспективного розв'язку.

Запропонований підхід та метод спрямовані на пошук гарантовано оптимального розв'язку за прийнятний час.

Список літератури:

1. Єгорова О. В. Модель оптимального замовлення товарів з нечітко заданими очікуваними значеннями параметрів [Текст] / О. В. Єгорова, В. Є. Снитюк // Тези доповідей II Міжнародної науково-технічної конференції «Інформаційні технології в освіті, науці і техніці» (ІТОНТ-2014), 24-26 квітня 2014 р.: у 2 т. – Черкаси: ЧДТУ, 2014. – Т. 1. – С. 114-115.
2. Yegorova O. Fuzzy economic order quantity model [Text] / Olha Yegorova // System Analysis and Information Technologies: Proceedings 16-th International Conference SAIT 2014, Kyiv, Ukraine, May 26-30, 2014 / IASA NTUU «KPI». – Kyiv: IASA NTUU «KPI», 2014. – Pp. 190-191.
3. Yegorova O. Inventory model with two level of trade credit in one replenishment cycle [Text] / Olha Yegorova // Mathematical and systems simulation: Proceedings 9-th International Conference MSS 2014, Kyiv-Zhukin, Ukraine, June 23-27, 2014. – Chernihiv: CHSIEM, 2014. – Pp. 130-133.
4. Снитюк В. Е. Композиционное преодоление неопределенности в задачах нелинейной многофакторной оптимизации [Текст] / В. Е. Снитюк // Искусственный интеллект. – 2004. – № 4. – С. 207–210.
5. Coello Coello C. A. Theoretical and numerical constraint-handling techniques used with evolutionary algorithms: A survey of the state of the art [Text] / C. A. Coello Coello // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. – Vol. 191, № 11-12. – 2002. – Pp. 1245-1287.
6. Taleizadeh A. A. A hybrid method of fuzzy simulation and genetic algorithm to optimize constrained inventory control systems with stochastic replenishments and fuzzy demand [Text] / Ata Allah Taleizadeh, Seyed Taghi Akhavan Niaki, Mir-Bahador Aryanezhad, Nima Shafi // Information Sciences, 2013. – Vol. 220. – Pp. 425–441.
7. Kiamars F. H. Retracted: Using genetic algorithm approach to solve a multi-product EPQ model with defective items, rework, and constrained space [Text] / Kiamars Fathi Hafshejani, Changiz Valmohammadi, Alireza Khakpoor // Journal of Industrial Engineering International. – 2012. – Vol. 8, Issue 1. – Pp. 27-36. doi: 10.1186/2251-712X-8-27.
8. Wu B. Fuzzy penalty approach for constrained function optimization with evolutionary algorithms [Electronic resource] / B. Wu, X. Yu. – Available at: \www/ URL: http://cs.cinvestav.mx/~constraint/papers/wu-b01.pdf/ – 24.04.2015. – Title on a display.
9. Saha C. A fuzzy rule-based penalty function approach for constrained optimization [Text] / Chiranjib Saha, Swagatam Das, Kunal Pal, Satrajit Mukherjee // IEEE Transactions on Cybernetics. – Vol. PP, № 99. – 2014. – Pp. 1-14.
10. Єгорова О. В. Еволюційні методи розв'язання задач з обмеженнями. Аналіз і застосування [Текст] / О. В. Єгорова // Східно-Європейський журнал передових технологій. – 2012. – Вип. 3, № 4 (57). – С. 19-26.
11. Farmani R. Self-adaptive fitness formulation for constrained optimization [Text] / R. Farmani, J. A. Wright // IEEE Transactions on Evolutionary Computation. – Vol. 7, № 5. – 2003. – Pp. 445-455.
12. Runarsson T. Stochastic ranking for constrained evolutionary optimization [Text] / T. Runarsson, X. Yao // IEEE Transactions on Evolutionary Computation. – Vol. 4, № 3. – 2000. – Pp. 284-294.
13. Takahama, T. Constrained optimization by the ε-constrained differential evolution with gradient-based mutation and feasible elites [Text] / T. Takahama, S. Sakai // IEEE Congress on Evolutionary Computation, Sheraton vancouver Wall Centre Hotel, Vancouver, BC, Canada, July 16-21, 2006. – Vancouver, 2006. – Pp. 1-8.
14. Hansen N. Evolution Strategies [Text] / Nikolaus Hansen, Dirk V. Arnold, Anne Auger // Springer Handbook of Computational Intelligence / Janusz Kacprzyk, Witold Pedrycz (Editors). – Berlin: Springer Berlin Heidelberg, 2015. – Pp. 871-898.

Егорова О.В.
Черкасский государственный технологический университет
Снитюк В.Е.
Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко

НЕЧЕТКИЕ ШТРАФНЫЕ ФУНКЦИИ В ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ С УЧЁТОМ ТОВАРНЫХ ПОТЕРЬ

Аннотация
В статье рассматривается задача управления запасами с учетом товарных потерь. Предложено использование метода нечетких штрафных функций при определении объема партии поставки и продолжительности операционного цикла. Разработан многофакторный композиционный метод направленной условной оптимизации на основе использования нечетких штрафных функций. Приведены структурные особенности и конструктивные элементы метода нечетких штрафных функций. Разработанные модели и методы составляют методологическую базу для оптимизации процессов принятия решений при прогнозировании последствий создания запасов и предотвращению ущерба.
Ключевые слова: запасы, оптимизация, штрафная функция, эволюционные алгоритмы.

Yegorova O.V.
Cherkasy State Technological University
Snytyuk V.Ye.
Taras Shevchenko National University of Kyiv

A FUZZY PENALTY FUNCTION APPROACH FOR INVENTORY PROBLEM WITH LOSS OF GOODS

Summary
In this paper inventory management problem with losses goods was considered. The use of fuzzy penalty function in determining the order quantity and the cycle time was proposed. Compositional technique overcoming uncertainty based on the use of fuzzy penalty function was offered. The structural features and structural elements of the fuzzy penalty function were suggested. The proposed models and methods form the methodological basis for decision-making processes optimization in forecasting stocking effects and preventing losses.
Keywords: inventory, optimization, penalty function, evolutionary algorithms.