МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЧЕРКАСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ І СИСТЕМ

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ

до лабораторних робіт
з дисципліни
«ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО УПРАВЛІННЯ»
для здобувачів освітнього ступеня бакалавра
спеціальності 151 «Автоматизація та комп’ютерно-інтегровані технології»
денної форми навчання

Черкаси
2017

УДК 681.511
М54

Затверджено на засіданні Вченої ради ФІТІС
протокол № 10 від 22.05.2017 р.
за рекомендацією кафедри спеціалізованих
комп'ютерних систем, протокол № 10 від 19.04.2017 р.

Упорядники: Корпань Ярослав Васильович, к.т.н., доцент,
Нечипоренко Ольга Володимирівна, к.т.н., доцент.

Рецензент: Уткіна Т.Ю., к.т.н., доцент

М54 Методичні рекомендації до лабораторних робіт з дисципліни «Теорія автоматичного управління» для здобувачів освітнього ступеня бакалавра спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» денної форми навчання [Електронний ресурс] / Я.В.Корпань, О.В.Нечипоренко; М-во освіти і науки України, Черкас. держ. технол. ун-т. – Черкаси : ЧДТУ, 2017. – 50 с.

Наведено завдання та порядок виконання лабораторних роботі з дисципліни «Теорія автоматичного управління», представлені зразки виконання та вимоги що до їх оформлення.

Для здобувачів спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» денної форми навчання.

УДК 681.511

Виробничо-практичне
електронне видання
комбінованого використовування

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ
до лабораторних робіт
з дисципліни «ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО УПРАВЛІННЯ»
для здобувачів освітнього ступеня бакалавра
спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»
денної форми навчання

Упорядники: **Корпань** Ярослав Васильович,
Нечипоренко Ольга Володимирівна

В авторській редакції

ЗМІСТ

ВСТУП

Теорія автоматичного управління (ТАУ) - наукова дисципліна, предметом вивчення якої є системи, які складаються з об'єкта та пристрою керування (автоматичного регулятора) і допоміжних елементів. ТАУ виявляє загальні закономірності функціонування , які притаманні автоматичним системам різної природи, і на основі цього розробляє принципи побудови ефективних систем для керування об'єктами різного призначення. При вивченні процесів керування в ТАК абстрагуються від фізичних та конструктивних особливостей систем і замість реальних систем розглядаються їх адекватні математичні моделі. За допомогою цих моделей розв'язуються основні задачі ТАУ – аналізу та синтезу автоматичних систем. При цьому широко використовуються математичні методи – теорія диференціальних рівнянь, теорія функцій комплексної змінної, перетворення Лапласа і Фур'є, матриці і т.д.

Метою лабораторної роботи є ознайомлення з часовими і частотними характеристиками систем автоматичного управління і отримання навиків дослідження лінійних динамічних моделей з використанням пакету прикладних програм системи MathCad.

Лабораторні роботи виконуються на персональних комп'ютерах з встановленою пакетом прикладних програм MathCad.

Вказівки по техніці безпеки співпадають з вимогами, що пред'являються до користувача персонального комп'ютера. Інші небезпечні і шкідливі чинники відсутні.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №1

Тема: «Дослідження часових характеристик лінійних систем»
Мета: «Провести аналіз перехідних характеристик лінійних систем, виміряти амплітудні та часові параметри вхідної і вихідної дії порівняти одержані часові характеристики з теоретично одержаними часовими характеристиками».

Теоретичні відомості

Часовою характеристикою ланки називається графік зміни вихідної величини y(t) по визначеному закону і при умові, що до прикладення зовнішньої дії ланка була в стані спокою.

Часові характеристики залежать від властивостей системи і від характеру зовнішньої дії, для якої вони визначаються. Можна розглядати ці характеристики по вхідній дії x і по збуренню f . При визначенні часових характеристик по якій-небудь зовнішній дії інші дії дорівнюють нулю. Найчастіше розглядають часові характеристики , які змінюються по закону одиничної сходинкової дії, або по закону дельта-функції. Часова характеристика ланки при законі зміни одиничної сходинкової дії називається перехідною характеристикою, а при законі зміни дельта-функції – імпульсно-перехідною характеристико. Кожна з них є вичерпною характеристикою системи та будь-якої її ланки за нульових початкових умов. За ними можна точно визначити вихідну величину під час довільного вхідного впливу.

Перехідною характеристикою називається графік зміни в часі вихідної величини ланки або системи, коли на вхід подається одинична сходинкова дія. Аналітичним виразом для перехідної характеристики є перехідна функція, яка позначається *h(t)*. Перехідною функцією *h(t)* називається аналітичний опис зміни вихідної величини у часі при впливі одиничної сходинкової дії при нульових початкових умовах. На рис. 3.1 показані перехідні характеристики різних систем.

Перехідна функція відбиває реакцію елементу або системи в цілому на одиничну сходинку дію при нульових початкових умовах, що по суті являє собою перехідний процес, який виникає в елементі при одиничному стрибку сигналу на вході. Одинична сходинкова дія – це дія, яка миттєво змінюється від нуля до одиниці і надалі залишається незмінною.

Аналітичним виразом одиничної сходинкової дії є одинична сходинкова функція, яка позначається *l(t)*. Перехідна функція може бути отримана шляхом рішення диференціального рівняння класичним методом або, використовуючи перетворення Лапласа, операційним методом:

$$l(t) = \begin{cases} 0 & при \quad t < 0 \\ 1 & при \quad t \geq 0 \end{cases}.$$

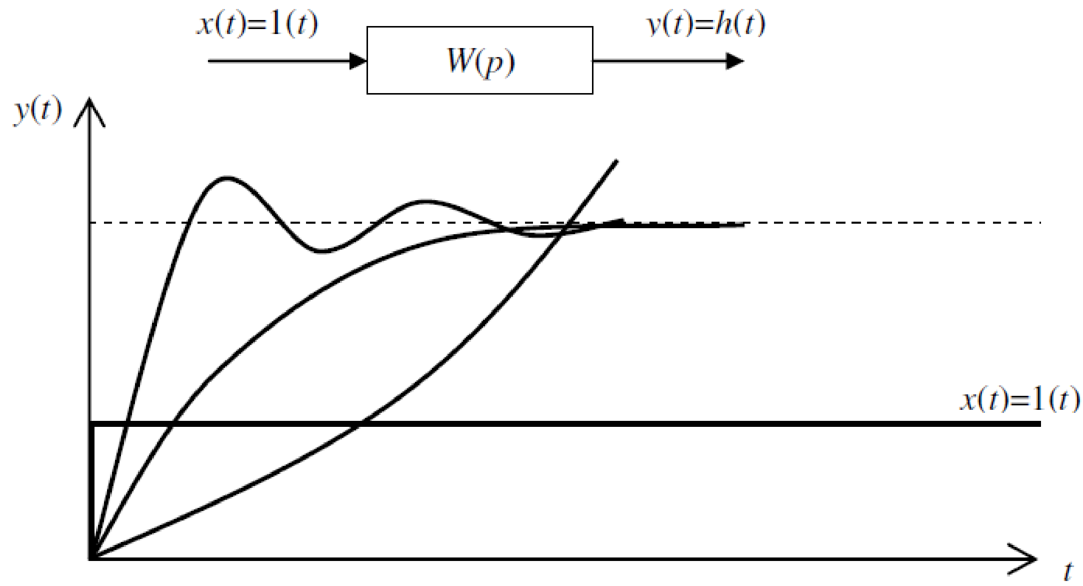


Рисунок 1.1 - Перехідні характеристики різних систем

Імпульсно-перехідною характеристикою називається графік зміни в часі вихідної величини ланки або системи, коли на вхід подається одиничний імпульс.

Одиничний імпульс – це імпульс, площа якого дорівнює одиниці при тривалості, що дорівнює нулю і висоті, рівній нескінченості. Одиничний імпульс – це математична ідеалізація гранично короткого імпульсного сигналу.

На рис. 1.2 цей імпульс умовно показаний в вигляді потовщення на осі ординат. На цьому рисунку зображені різні типові форми імпульсних перехідних характеристик.

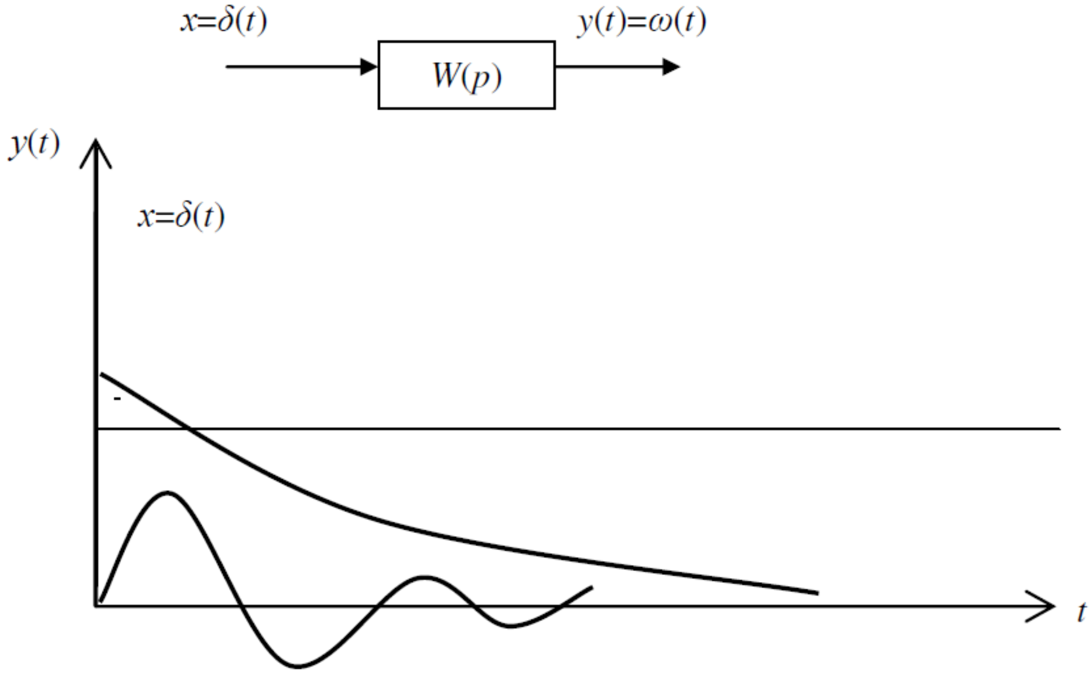


Рисунок 1.2 - Імпульсно-перехідна характеристика

Аналітичним виразом для імпульсної перехідної характеристики є імпульсна перехідна функція або вагова функція (функція ваги), яка позначається $\omega(t)$. Вираз для одиничного імпульсу називається одиничною імпульсною функцією або дельта-функцією і позначається $\delta(t)$. Таким чином $\omega(t)$ – це $y(t)$ при $x(t)= \delta(t)$.

Математично дельта-функцію можна записати:

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & при \quad t = 0 \\ 0 & при \quad t \geq 0 \end{cases}.$$

При цьому згідно визначення

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = 1.$$

Дельта-функція просто зв'язана з одиничною сходинковою дією: дельта-функція є похідною від одиничної сходинкової дії

$$\delta(t) = l'(t).$$

Аналітичний зв'язок між перехідною і ваговою функціями лінійних ланок можна записати у вигляді

$$\omega(t) = h'(t)$$

$$h(t) = \int_{0}^{t} \varpi(t)dt.$$

Перехідну функцію можна визначити експериментально або обчислити теоретично, використовуючи передавальну функцію W(s).

Якщо система в загальному описана лінійним диференціальним рівнянням

$$(a_0p^n + a_1p^{n-1} + ... + a_n)\, y = (b_0p^m + b_1p^{m-1} + ... + b_m)\, x \qquad (1.1)$$

або

$$Q(p)y = R(p)x,$$

де $p \equiv \frac{d}{dt}$- символ диференціювання по часу, то передавальною функцією в операторній формі називається відношення оператора дії $R(p)$ до власного оператора $Q(p)$ і позначається

$$W(p) = \frac{R(p)}{Q(p)}.$$

В зображеннях Лапласа рівняння (1) має вигляд

$$Q(s)Y(s) = R(s)X(s).$$

Передавальною функцією в формі зображення Лапласа називається відношення зображення вихідної величини до зображення вихідної величини при нульових початкових умовах.

$$W(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{R(s)}{Q(s)}.$$

Якщо досліджувана система (ланка) описується передавальною функцією *W(s)*, то враховуючи, що зображення одиничної сходинкової функції *L{l(t)} = 1/S,* зображення перехідної функції має вигляд

$$H(s)=\frac{W(s)}{s}.$$

Звідки

$$h(t)=L^{-1}\left\{\frac{W(s)}{s}\right\}.$$

Тобто, перехідна функція є зворотнім зображенням передавальної функції поділеної на s.

Оригінал перехідної функції можна визначити, як суму лишок в особливих точках.

Для випадку, коли всі корені характеристичного рівняння *Q(s) = 0* різні

$$h(t)=\sum_{i=1}^{n}\frac{R(s_i)}{Q'(s_i)}e^{s_i t},$$

коли знаменник функції *H(s)* має один нульовий корінь

$$h(t)=\frac{R(0)}{Q(0)}+\sum_{i=t}^{n}\frac{R(s_i)}{s_i Q'(s_i)}e^{s_i t}$$

в загальному випадку

$$h(t)=\sum_{i=1}^{l}\frac{1}{(n_i-1)!}\lim_{s\to s_i}\frac{d^{\,n_i-1}}{ds^{n_i-1}}\left[H(s)(s-s_i)^{n_i}e^{st}\right],$$

де *R(s)* - поліном чисельника *H(s)*;

Q (s) - похідна від полінома знаменника *H(s)*;

s_i - полюси функції *H(s),* тобто корені характеристичного рівняння *Q(s)=0*;

l - кількість різних коренів;

n_i - кількість однакових коренів.

Результати обчислень перехідної функції представляють у вигляді графіка, побудованого в координатах *(h, t)*. Конкретні графіки функції *h(t)* (монотонні, коливні, аперіодичні) залежать від властивостей системи (ланки) і можуть бути самими різними.

Початкові (при $t\to 0_+$) і кінцеві (при $t\to\infty$) значення перехідної функції можна визначити без обчислення самої функції *h(t).*

За теоремою про початкове значення

$$h(0_+) = \lim_{s\to\infty} sH(s) = \underset{s\to\infty}{W(s)}$$

За теоремою про кінцеве значення

$$h(\infty) = \lim_{s\to\infty} sH(s)$$

Для лінійних систем (ланок) при неодиничному стрибку вхідної величини $x(t)=A\cdot l(t)$ вихідна величина буде змінюватися на закон $y(t)=A\cdot h(t)$, де $A=const$.

Функцію ваги можна визначити теоретично або експериментально. Для експериментального визначення $w(t)$ оцилографується процес зміни вихідної величини при вхідній дії в вигляді реального імпульсу довільної форми, площа якого дорівнює одиниці.

Методична похибка буде тим менша, чим менша тривалість вхідного імпульсу в порівнянні з часом перехідного процесу в досліджувальній ланці.

Для ланки з передавальною функцією $W(p)$ з врахуванням того, що $L\{\delta(t)\} = l$, зображення функції ваги має вигляд $b\{\omega(t)\} = W(s)$.

Звідки видно, що функція ваги є зворотнім перетворенням Лапласа від передавальної функції ланки $\omega(t) = L^{-1} \{W(s)\}$.

Функцію ваги обчислюють так само, як і оригінал перехідної функції.

Початкове і кінцеве значення функції ваги можуть бути визначені по формулах:

$$\omega(0_+) = \lim_{s\to\infty} sW(s),$$

$$\omega(\infty) = \lim_{s\to 0} sW(s).$$

Якщо на вхід лінійної ланки подається неодинична дельта-функція $x(t)=A\cdot\delta(t)$, де $A=const$, реакція ланки на цей сигнал дорівнює $y(t)=A\cdot\omega(t)$.

Графік функції ваги будується в координатах (ω,t). Характер графіка $\omega(t)$ залежить від властивостей ланки.

Зв'язок між перехідною функцією і функцією ваги можна визначити на основі теореми про зображення похідної

$$L\{h'(t)\} = sH(s) - h(0_+) = W(s) - h(0_+)$$

звідки

$$W(s)= L\{h'(t)\}+ h(0_+).$$

Перехід від зображення до оригіналів дає таку залежність:

$$\omega(s) = \frac{dh(t)}{dt} + h(0_+)\cdot S(t).$$

Завдання до лабораторної роботи

1. Записати передавальну функцію системи, яка описується диференціальним рівнянням

$$a_0\frac{d^2y}{dt^2}+a_1\frac{dy}{dt}+a_2y=b_0\frac{dx}{dt}+b_1x$$

де $a_0=T^2$, $a_1=2\xi T$, $a_2=1$, $b_0=k\xi T$.

Числові значення параметрів задані в таблиці Додатку Б.

2. Записати вираз для перехідної функції системи згідно заданого варіанту таблиці додатку Б.

3. Записати вираз для імпульсної перехідної функції вказаної системи.

Приклад виконання завдань з використанням пакету прикладних програм MatCad

ДОСЛІДЖЕННЯ ЧАСОВИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛІНІЙНИХ СИСТЕМ

$T := 9.8\cdot 10^{-4}$ $\quad \xi := 0.23$ $\quad k := 3$ $\quad b1 := 0.003$

$x := 1$ $\quad a0 := T^2$ $\quad a1 := 2\cdot\xi\cdot T$ $\quad a2 := 1$ $\quad b0 := k\cdot\xi\cdot T$

Given

$a0\cdot x^2 + a1\cdot x + a2 = 0$

Find(x) $\rightarrow$ (−234.69387755102040816 − 993.05166204913139657i −234.69387755102040816 + 993.051662049l

$R(s) := b0\cdot s + b1$ $\quad Q(s) := a0\cdot s^2 + a1\cdot s + a2$ $\quad i := \sqrt{-1}$

$\frac{R(0)}{Q(0)} = 3\times 10^{-3}$

$Q'(s) := \frac{d}{ds}Q(s)$ $\quad Q'(s) \rightarrow 0.0000019208\cdot s + 0.0004508$

$R\left(-2.347\cdot 10^2 - 9.931i\cdot 10^2\right) \rightarrow -0.15570414 - 0.67153422i$

$Q'\left(-2.347\cdot 10^2 - 9.931i\cdot 10^2\right) \rightarrow -1.176e\text{-}8 - 0.00190754648i$

$$H2 := \frac{R\left(-2.347\cdot 10^2 - 9.931i\cdot 10^2\right)}{\left(-2.347\cdot 10^2 - 9.931i\cdot 10^2\right)\cdot Q'\left(-2.347\cdot 10^2 - 9.931i\cdot 10^2\right)}\cdot e^{\left(-2.347\cdot 10^2-9.931i\cdot 10^2\right)\cdot t}$$

$H2 \rightarrow -(0.0015020407876922536279 - 0.35413230345333151813i)\cdot e^{-(234.7+993.1i)\cdot t}$

$p1 := Re\left(1.502\cdot 10^{-3} - 3.541i\cdot 10^{-1}\right)$ $\quad p2 := Im\left(1.502\cdot 10^{-3} - 3.541i\cdot 10^{-1}\right)$

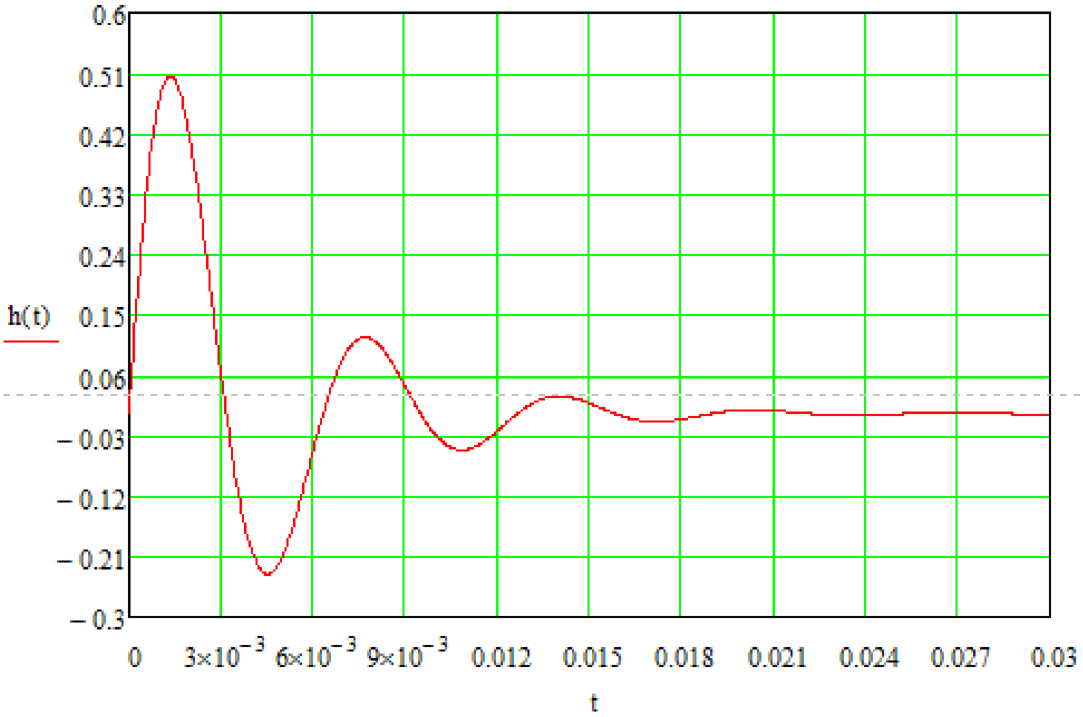
$p1 = 1.502\times 10^{-3}$ $\quad p2 = -0.354$ $\quad 2\cdot\sqrt{p1^2 + p2^2} = 0.708$

$\frac{p2}{p1} = -235.752$

$\phi 1 := atan\left(\frac{p2}{p1}\right)$ $\quad \phi 1 \rightarrow -1.5665546126126745528$

Перехідна функція досліджуваної системи

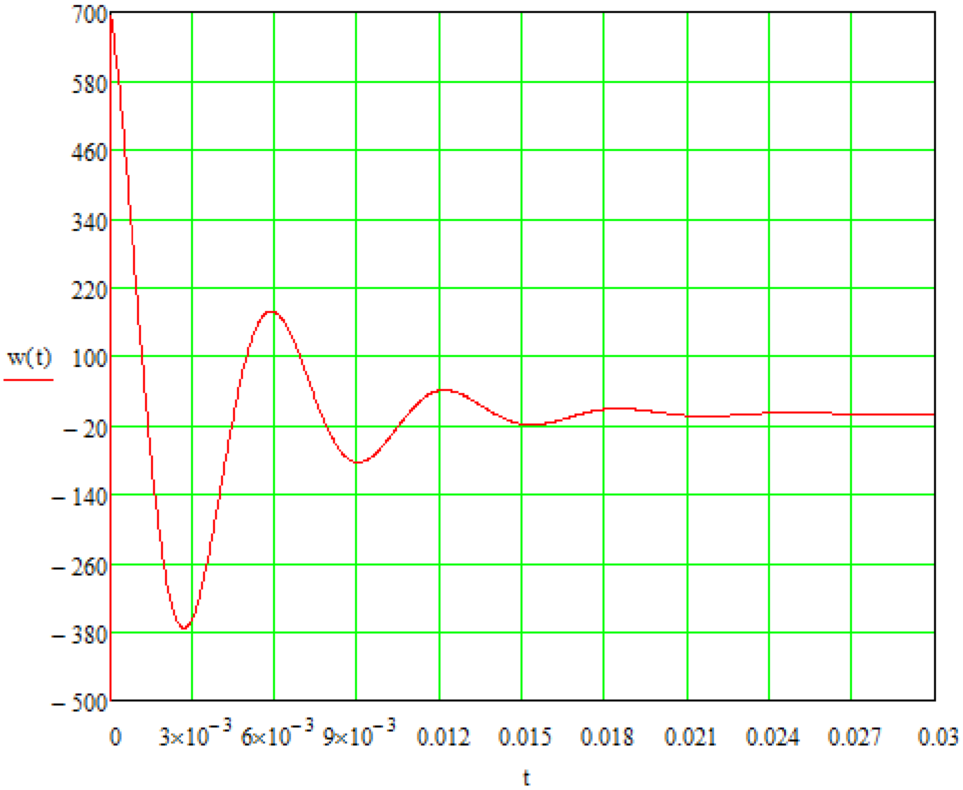
$$h(t) := 3\cdot 10^{-3} + 0.708\cdot e^{-234.7t}\cdot \cos(993.1\cdot t - 1.567)$$



Імпульсна перехідна функція досліджуваної системи

$$w(t) := \frac{d}{dt}h(t)$$

$$w(t) \rightarrow -166.1676\cdot e^{-234.7\cdot t}\cdot \cos(993.1\cdot t - 1.567) + -703.1148\cdot e^{-234.7\cdot t}\cdot \sin(993.1\cdot t - 1.567)$$



Вимоги до звіту

Звіт оформляється відповідно до вимог ДСТУ 3008:2015 [1] на білому папері формату А4. Титульна сторінка оформлюється згідно з додатком А.

Звіт повинен містити наступні матеріали:

- тему і мету роботи;
- короткі теоретичні відомості
- вихідні дані (згідно з варіантом);
- хід виконання розрахунків;
- результати розрахунків та досліджень:
- висновки.

Контрольні питання та питання для самоперевірки

1. Дайте визначення перехідної характеристики і перехідної функції.
2. Дайте визначення імпульсної перехідної характеристики і функції (функції ваги).
3. Назвіть типові форми перехідної характеристики.
4. Дайте визначення передавальної функції в операторній формі і формі перетворення Лапласа.
5. Дайте визначення одиничної дії і одиничного імпульсу і їх аналітичних виразів.
6. Запишіть в загальному вигляді формулу теорем розкладу в випадку коли всі корені різні і коли один з коренів дорівнює нулю.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №2

Тема: «Дослідження частотних характеристик лінійних систем»
Мета: «Дослідити частотні характеристики лінійних систем і порівняти результати експериментальних досліджень з результатами теоретичних розрахунків»

Теоретичні відомості

Частотні характеристики описують усталені вимушені коливання на виході ланки чи системи, які викликані гармонічною дією на вході.

Нехай на вхід системи подається гармонічна дія

$$x = X_m \sin \omega t,$$

де X_m - амплітуда,
ω - кутова частота цієї дії.

Після закінчення перехідного процесу на виході ланки є гармонічні коливання з частотою вхідних коливань, але відрізняються в загальному випадку амплітудою і фазою, тобто в усталеному режимі вихідна величина ланки

$$y = Y_m \sin(\omega t+\varphi),$$

де Y_m - амплітуда вихідних усталених коливань,
φ - фазовий зсув між вхідними і вихідними коливаннями.

При фіксованій амплітуді вхідних коливань амплітуда і фаза усталених коливань на виході ланки залежать від частоти коливань. Якщо постійно збільшувати від нуля частоту коливань і визначати усталені значення амплітуди і фази вихідних коливань для різних частот, то можна одержати залежність від частоти відношення амплітуд $A=Y_m/X_m$ і зсуву фаз φ вихідних і вхідних усталених коливань. Ці залежності називаються відповідно $A(\omega)$ - амплітудною частотною характеристикою (рис. 2.1) і $\varphi(\omega)$ - фазовою частотною характеристикою (рис. 2.2).

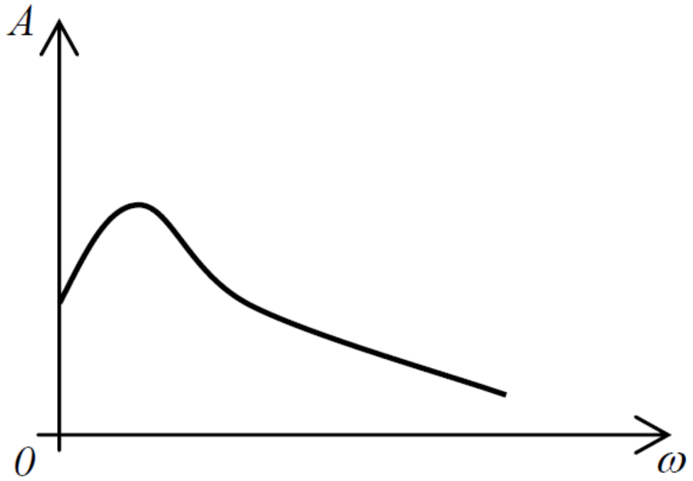


Рисунок 2.1 - Амплітудно-частотна характеристика

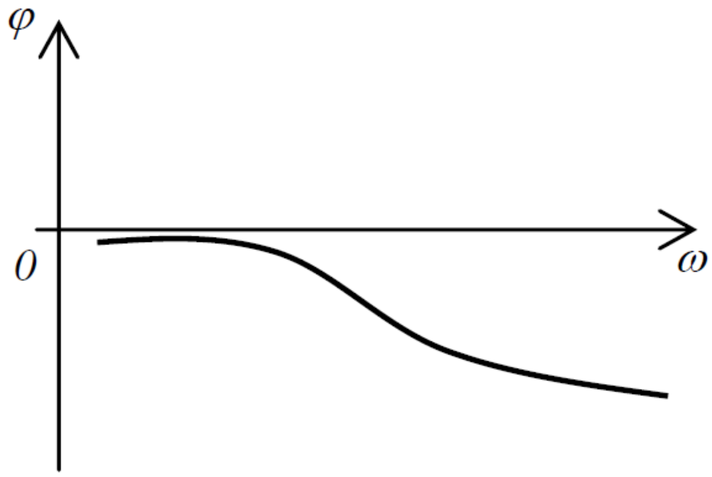


Рисунок 2.2 - Фазово-частотна характеристика

Аналітичні вирази *A(ω)* і *φ(ω)* називаються відповідно амплітудною і фазовою частотними функціями.

Амплітудну і фазову частотні характеристики можна об'єднати в одну характеристику амплітудно-фазову частотну характеристику (АФЧХ), використовуючи *A(ω)* і *φ(ω)* в якості полярних координат (рис. 2.3).

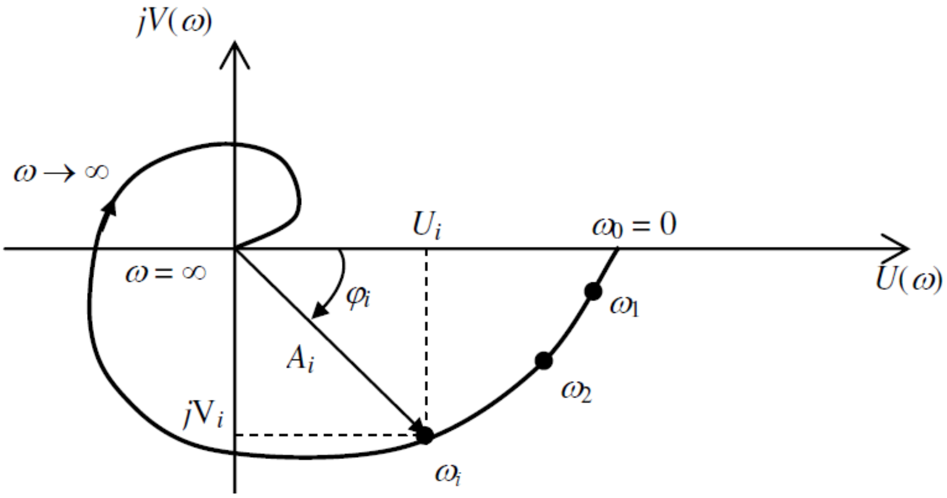


Рисунок 2.3 - Амплітудно-фазова частотна характеристика

Кожна точка амплітудно-фазової частотної характеристики відповідає певному значенню частоти *ω*. По АФЧХ можна побудувати амплітудну і фазові частотні характеристики.

Амплітудно-фазову частотну характеристику можна побудувати і в прямокутній системі координат - в комплексній площині. При цьому координатами будуть показані на рис. 2.3, проекції *U* і *V* вектора *A* на відповідні осі. Залежності *U(ω)* і *V(ω)* називаються відповідно дійсною і уявною частотними характеристиками.

Аналітичні вирази для розглянутих частотних характеристик можна одержати з передавальних функцій. Якщо в вираз перевальної функції *W(p)* підставити $p=j\omega$, то одержують комплексну функцію $W(j\omega)$, яка є функцією ω і називається амплітудно-фазовою частотною функцією.

Ця функція є аналітичним виразом для амплітудно-фазової частотної характеристики. Відповідно її модуль є аналітичним виразом для амплітудної частотної характеристики, тобто амплітудною частотною функцією $A(\omega)$, а аргумент - виразом для фазової частотної характеристики, тобто фазовою частотною функцією $\varphi(\omega)$. Зв'язок між частотною передавальною функцією і частотними функціями можна записати у вигляді

$$W(j\omega)=A(\omega)e^{j\varphi(\omega)},$$

або в алгебраїчній формі

$$W(j\omega)=U(\omega)+jV(\omega),$$

де дійсна і уявна частини $V(\omega)$ і $U(\omega)$ є координатами амплітудно-фазової характеристики в комплексній площині.

Зв'язок між частотними функціями записується такими співвідношеннями

$$A(\varpi)=\sqrt{U^2(\omega)+V^2(\omega)},$$

$$\varphi(\omega)=arctg\,\frac{V(\omega)}{U(\omega)},$$

$$U(\omega)=A(\omega)\cos\varphi(\omega),$$

$$V(\omega)=A(\omega)\sin\varphi(\omega).$$

Частотні функції $A(\omega)$, $\varphi(\omega)$, $U(\omega)$ і $V(\omega)$ просто визначаються з перевальної функції *W(p)*, після підстановки $p=j\omega$:

$$W(j\omega)=\frac{R(j\omega)}{Q(j\omega)}=\frac{U_R(\omega)+jV_R(\omega)}{U_Q(\omega)+jV_Q(\omega)}=A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}=U(\omega)+jV(\omega),$$

де

$$A(\omega)=\frac{\sqrt{U_R^2(\omega)+V_R^2(\omega)}}{\sqrt{U_Q^2(\omega)+V_Q^2(\omega)}},\qquad \phi=arctg\,\frac{V_R(\omega)}{U_R(\omega)}-arctg\,\frac{V_Q(\omega)}{U_Q(\omega)}$$

і

$$U(\omega)=\frac{U_R(\omega)U_Q(\omega)+V_R(\omega)V_Q(\omega)}{U_Q^2(\omega)+V_Q^2(\omega)},$$

$$V(\omega) = \frac{V_R(\omega)U_Q(\omega) - U_R(\omega)V_Q(\omega)}{U_Q^2(\omega) + V_Q^2(\omega)}.$$

При дослідженні систем автоматичного керування амплітудну і фазову частотні характеристики зручно будувати в логарифмічних координатах.

Функцію

$$L(c) = 20lqA(\omega) = 20lq|W(j\,\omega)|$$

називають логарифмічною амплітудною частотною функцією. Графік залежності логарифмічної амплітудної частотної функції $L(\omega)$ від частоти ω або логарифму частоти $lg(\omega)$ називають логарифмічною амплітудною частотною характеристикою (ЛАЧХ). При побудові ЛАЧХ по осі абсцис відкладають частоту в логарифмічному масштабі, а по осі ординат - $L(\omega)$.

Логарифмічною фазовою частотною характеристикою (ЛФЧХ) називають графік залежності фазової частотної функції $\varphi(\omega)$ від логарифму частоти $lg\omega$.

Одиницею $L(\omega)$ є децибел, а одиницею логарифму частоти в ЛЧХ - декада. Декадою називають інтервал, на якому частота змінюється в 10 раз.

Вісь ординат при побудові ЛЧХ проводять через довільну точку, а не через точку $\omega=0$. Частоти $\omega=0$ відповідає нескінченно віддалена точка: $lg\omega \to \infty$ при $\omega \to 0$.

Завдання до лабораторної роботи

1. Записати передавальну функцію системи, яка описується диференціальним рівнянням

$$a_0 \frac{d^2y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_2 y = b_0 \frac{dx}{dt} + b_1 x$$

де $a_0=T^2$, $a_1=2\xi T$, $a_2=1$, $b_0=k\xi T$.

Числові значення параметрів задані в таблиці Додатку Б.

2. Записати формули для розрахунку частотної характеристики досліджуваної системи $\{A(\omega), \varphi(\omega), U(\omega), V(\omega)\}$.

3. Побудувати годографи АФХ досліджуваної системи згідно вказаного варіанту таблиці додатку Б.

4. Побудувати асимптотичні ЛАХ досліджуваної системи.

5. Визначити спряжену частоту ω_c і частоту зрізу $\omega_{зр}$ по ЛАХ досліджуваної системи.

6. Зняти залежності $A=f(\omega)$ і $\varphi=f(\omega)$ досліджуваної системи засобами VisSim.

7. Побудувати годографи АФЧХ досліджуваної системи засобами VisSim.

8. Побудувати ЛАХ досліджуваної системи засобами VisSim.

9. Визначити спряжену частоту ω_c і частоту $\omega_{зр}$ досліджуваної системи засобами VisSim.

10. Побудувати ЛФХ досліджуваної системи засобами VisSim.

11. Порівняти результати теоретичних і експериментальних досліджень.

Приклад виконання завдань
з використанням пакету прикладних програм MatCad

ДОСЛІДЖЕННЯ ЧАСТОТНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛІНІЙНИХ СИСТЕМ

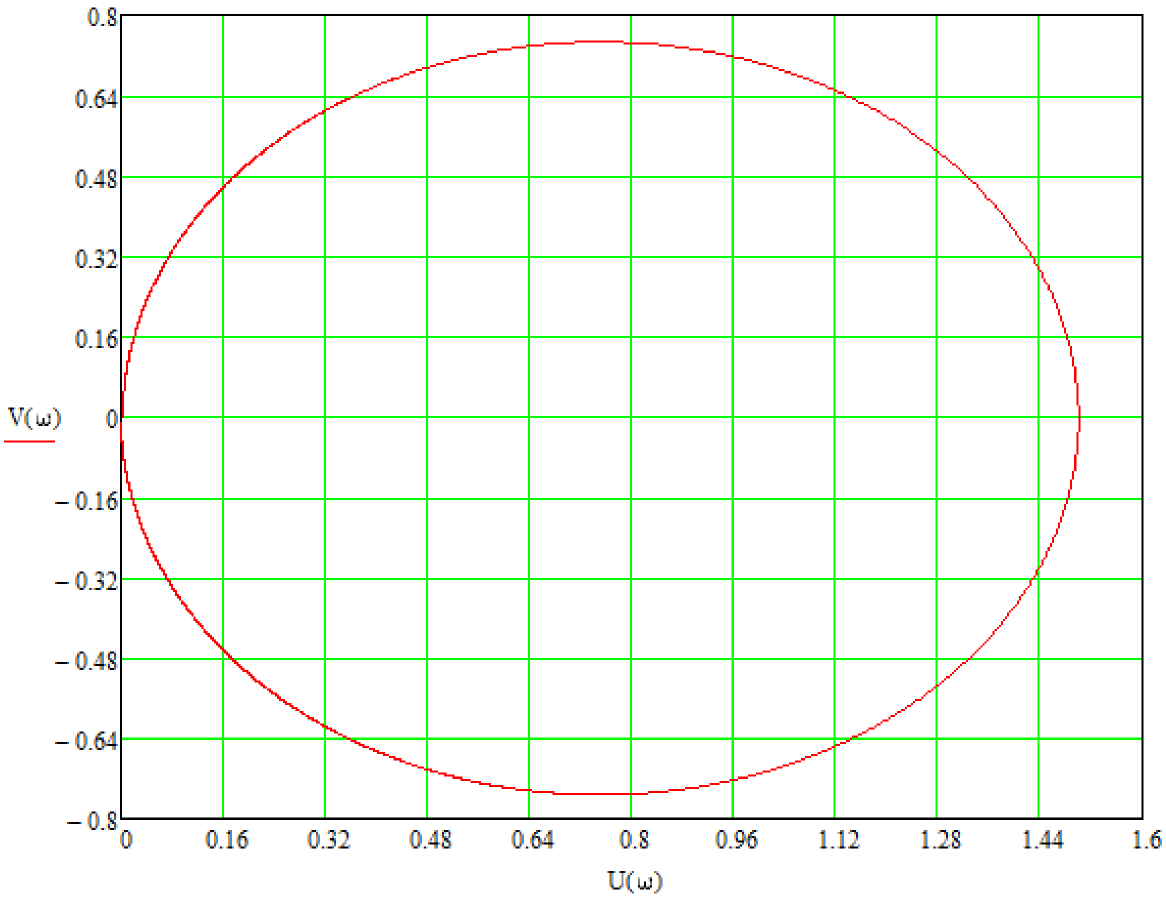
$T := 9.8 \cdot 10^{-4}$ $\quad \xi := 0.23$ $\quad k := 3$ $\quad b1 := 0.003$

$a0 := T^2$ $\quad a1 := 2 \cdot \xi \cdot T$ $\quad a2 := 1$ $\quad b0 := k \cdot \xi \cdot T$ $\quad x := 1$

Годограф амплітудно-фазової частотної характеристики

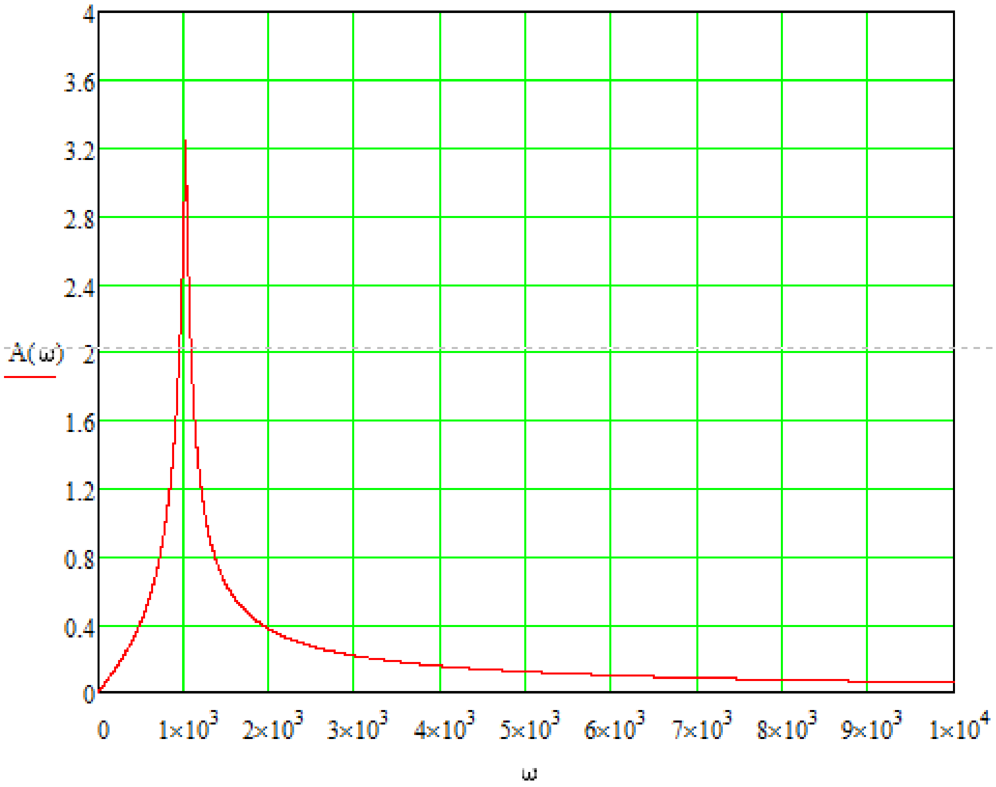
$\omega := 0..100000$

$$U(\omega) := \frac{b1 \cdot \left(a2 - a0 \cdot \omega^2\right) + a1 \cdot b0 \cdot \omega^2}{\left(a2 - a0 \cdot \omega^2\right)^2 + a1^2 \cdot \omega^2} \qquad V(\omega) := \frac{b0 \cdot \omega \cdot \left(a2 - a0 \cdot \omega^2\right) - a1 \cdot b1 \cdot \omega}{\left(a2 - a0 \cdot \omega^2\right)^2 + a1^2 \cdot \omega^2}$$



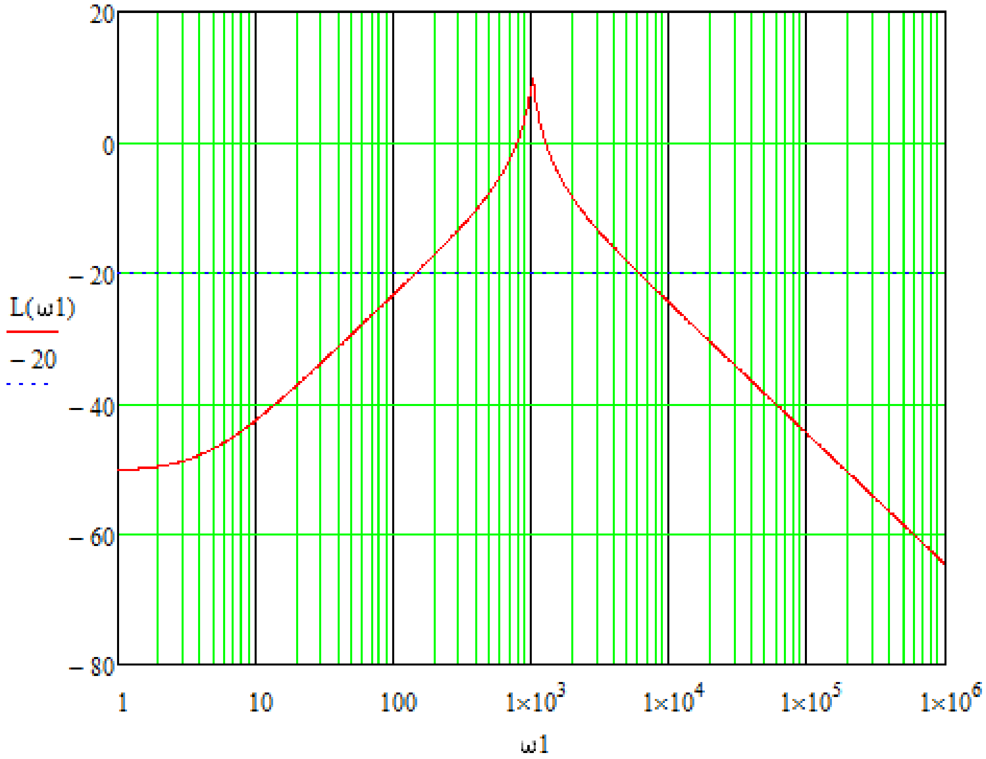
Амплітудна частотна характеристика

$$A(\omega) := \frac{\sqrt{b1^2 + (b0 \cdot \omega)^2}}{\sqrt{\left(a2 - a0 \cdot \omega^2\right)^2 + a1^2 \cdot \omega^2}}$$



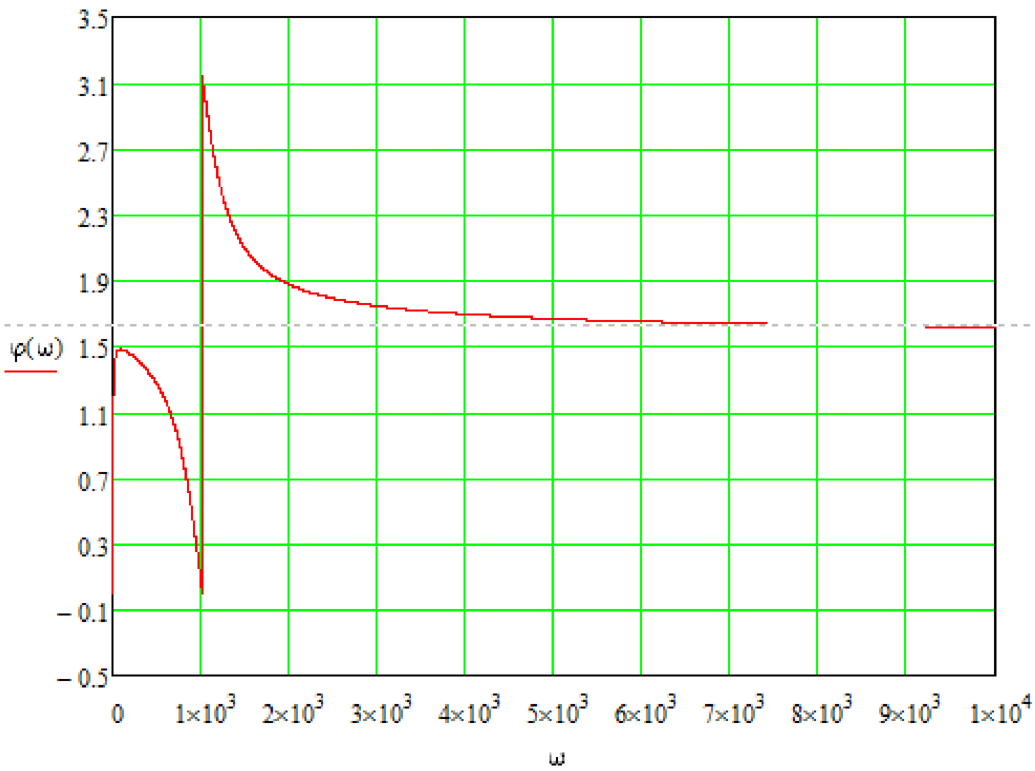
Логарифмічна амплітудна частотна характеристика

$L(\omega) := 20 \cdot \log(A(\omega))$



Фазова частотна характеристика

$$\varphi(\omega) := \operatorname{atan}\left(\frac{b0 \cdot \omega}{b1}\right) - \operatorname{atan}\left(\frac{a1 \cdot \omega}{a2 - a0 \cdot \omega^2}\right)$$



Вимоги до звіту

Звіт оформляється відповідно до вимог ДСТУ 3008:2015 [1] на білому папері формату А4. Титульна сторінка оформлюється згідно з додатком А.

Звіт повинен містити наступні матеріали:

– тему і мету роботи;
– короткі теоретичні відомості
– вихідні дані (згідно з варіантом);
– хід виконання розрахунків;
– результати розрахунків та досліджень:
– висновки.

Контрольні питання та питання для самоперевірки

1. Перелічіть основні частотні характеристики.
2. Дайте визначення амплітудної і фазової частотної характеристик.
3. Викладуть методику побудови амплітудно-фазової частотної характеристики.
4. Запишіть вираз амплітудно-фазової частотної функції.
5. Як одержати логарифмічні частотні характеристики і які їх переваги ?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №3

Тема: «Дослідження часових і частотних характеристик аперіодичної ланки першого порядку»
Мета: «Експериментально дослідити часові і частотні характеристики аперіодичної ланки першого порядку»

Теоретичні відомості

Аперіодичні ланки першого порядку описуються диференціальними рівняннями

$$T\frac{dy}{dt}+y=kx.$$

Передавальна функція ланки в операційній формі має вигляд

$$W(p)=\frac{k}{1+T_p},$$

в формі перетворення Лапласа

$$W(s)=\frac{k}{1+T_s}.$$

Часові функції і часові характеристики аперіодичної ланки першого порядку.

Перехідна функція ланки має вигляд

$$h(t)=k(1-e^{-\frac{t}{T}}). \qquad (3.1)$$

Перехідна характеристика зображена на рис. 3.1.

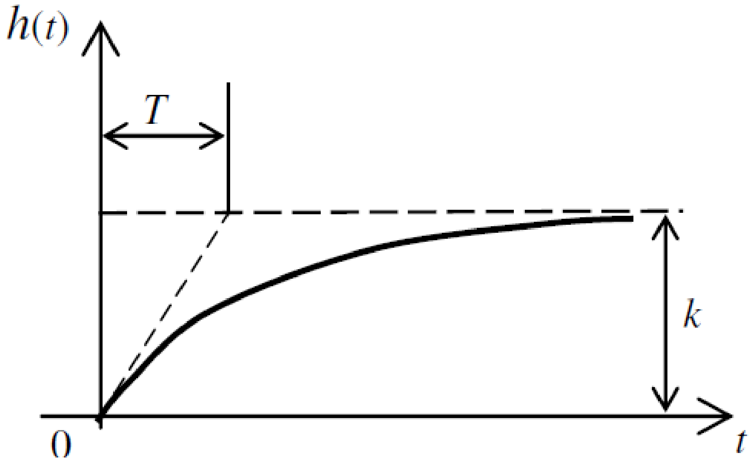


Рисунок 3.1 - Перехідна характеристика

Чим більше значення постійної часу *T*, тим довше триває перехідний процес. Практично тривалість перехідного процесу $t_П=3T$. Постійна часу характеризує інерційність аперіодичної ланки і є мірою інерційності цієї ланки.

Імпульсна перехідна функція *ω(t)* (функція ваги) представляється у вигляді

$$\omega(t) = \frac{k}{T} e^{-\frac{t}{T}}. \qquad (3.2)$$

Імпульсна перехідна характеристика ланки показана на рис. 3.2

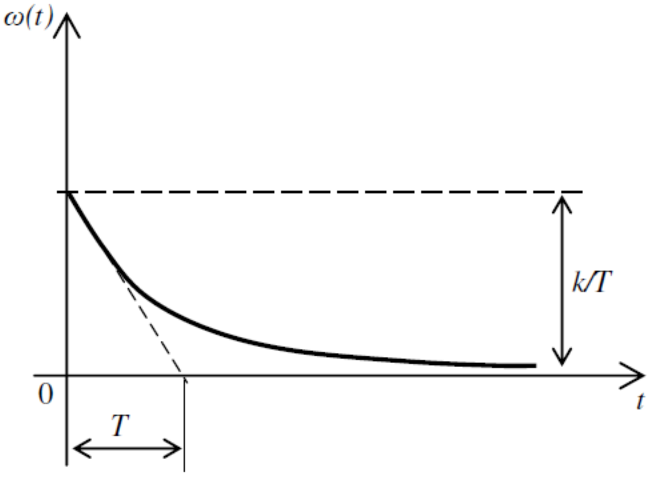


Рисунок 3.2 - Імпульсна перехідна характеристика

Частотні характеристики аперіодичної ланки першого порядку.

Амплітудно-фазова частотна функція (частотна передавальна функція) представлена в алгебраїчній формі має вигляд

$$W(j\omega) = \frac{k}{1+j\omega T} = \frac{k}{1+\omega^2 T^2} - j\frac{k\omega T}{1+\omega^2 T^2}, \qquad (3.3)$$

де $\frac{k}{1+\omega^2 T^2} = U(\omega)$ - дійсна частотна функція,

$-\frac{k}{1+\omega^2 T^2}$ - уявна частотна функція.

Відповідно цій функції амплітудно-фазова частотна характеристика (АФЧХ) зображена на рис. 3.3.

Амплітудно-фазова частотна функція записана в показниковій формі має вигляд

$$W(j\omega) = \frac{k}{\sqrt{1+\omega^2 T^2}} e^{-j\, arctg\omega T}. \qquad (3.4)$$

З (3.4) видно, що амплітудна частотна функція

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{1+\omega^2 T^2}},$$

а фазова частотна функція

$$\varphi(\omega)=-arctg\omega T.$$

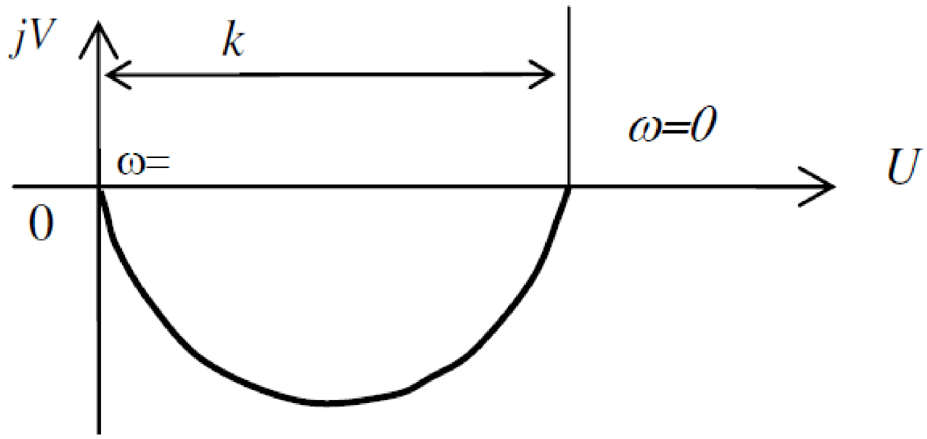


Рисунок 3.3 - Амплітудно-фазова частотна характеристика

Відповідні їм амплітудна частотна характеристика і фазова частотна характеристика представлені на рис. 3.4.

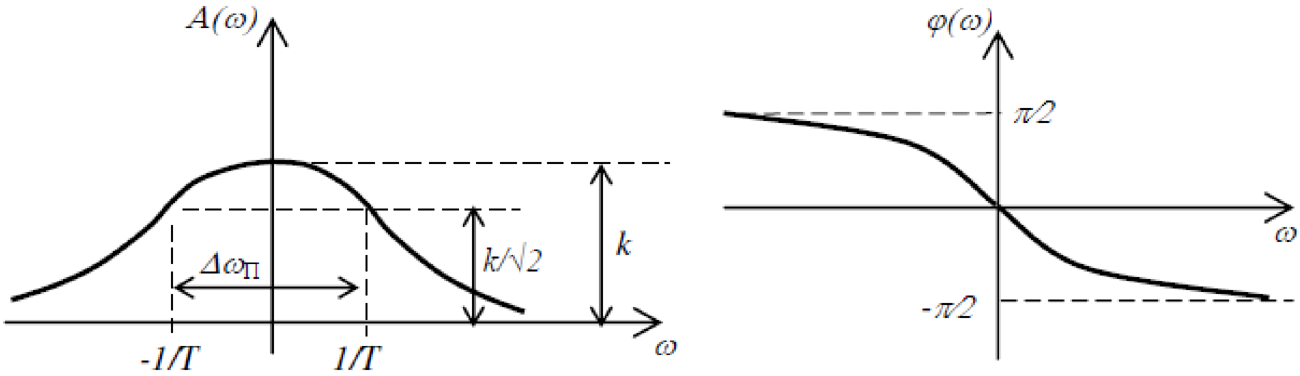


Рисунок 3.4 - Амплітудна частотна характеристика і фазова частотна характеристика

З амплітудної частотної характеристики видно, що при малих частотах *(ω<1/T)* відношення амплітуд близьке до коефіцієнта передачі *k*. Коливання для частот *ω* > 1/T ослаблюються. Чим менше *T* тим менша інерційність ланки і тим ширша полоса пропускання $\Delta\,\omega_{П}$ ланки:

$$\Delta\omega_{П}=\frac{1}{T}-\left(-\frac{1}{T}\right)=\frac{2}{T}.$$

Логарифмічна частотна функція для даної ланки має вигляд

$$L(\omega)=20\lg|W(j\omega)|=20\lg\frac{k}{\sqrt{1+\omega^2T^2}}=20\lg k-20\lg\sqrt{1+\omega^2T^2}.$$

На рис. 3.5 показана асимптотична логарифмічна частотна характеристика (ЛАХ) (суцільна лінія) і точна ЛАХ (пунктирна лінія), де $\omega_{СП} = 1/T$ - спряжена частота, а $\omega_{зр}$ - частота зрізу, при якій $A(\omega)=1$.

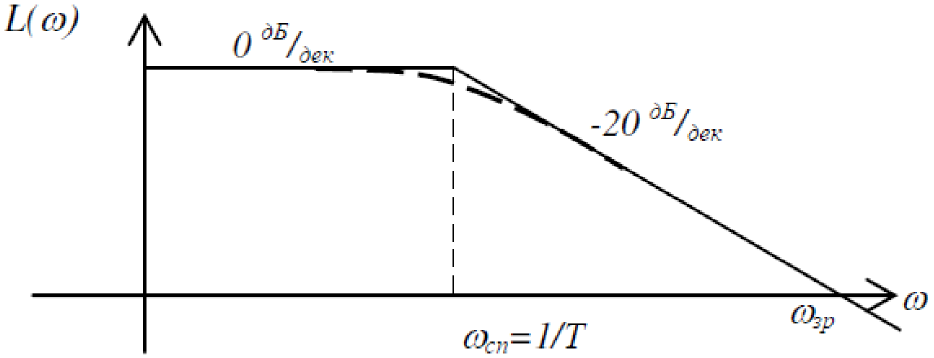


Рисунок 3.5 - Асимптотична логарифмічна частотна характеристика і точна ЛАХ

Завдання до лабораторної роботи

1. Записати передавальну функцію системи, яка описується диференціальним рівнянням

$$a_0 \frac{dy}{dt} + a_1 y = b_0 x,$$

де $a_0=T$, $a_1=1$, $b_0=1$.

Числові значення параметрів задані в таблиці Додатку Б.

2. Записати вираз для перехідної функції ланки $h(t)$.
3. Записати вираз для імпульсної перехідної функції $\omega(t)$ ланки.
4. Записати формули для розрахунку амплітудно-фазової частотної функції $W(j\omega)$, амплітудної частотної функції $A(\omega)$, фазової частотної функції $\varphi(\omega)$, дійсної $U(\omega)$ і уявної $V(\omega)$ частотних функцій.
5. Побудувати годографи АФЧХ і АЧХ досліджуваної ланки згідно варіанту.
6. Побудувати асимптотичні ЛАХ коливної ланки.
7. Визначити спряжену частоту $\omega_{СП}$ і частоту зрізу $\omega_{зр}$ по ЛАХ ланки.

Приклад виконання завдань з використанням пакету прикладних програм MatCad

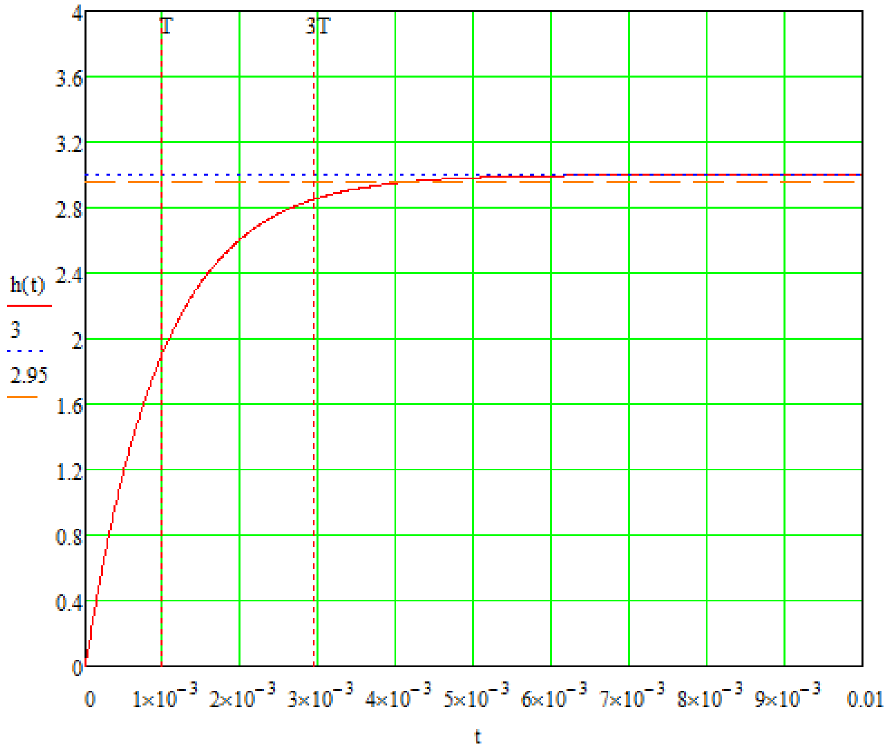
ДОСЛІДЖЕННЯ ЧАСОВИХ І ЧАСТОТНИХ ХАРАКТЕРИСТИК АПЕРІОДИЧНОЇ ЛАНКИ ПЕРШОГО ПОРЯДКУ

$T := 9.8\cdot10^{-4}$ $\quad \xi := 0.23$ $\quad k := 3$ $\quad b1 := 0.003$

$a0 := T^2$ $\quad a1 := 2\cdot\xi\cdot T$ $\quad a2 := 1$ $\quad b0 := k\cdot\xi\cdot T$ $\quad x := 1$

Перехідна хаорактеристика аперіодичної ланки першого порядку

$$h(t) := k\cdot\left(1 - e^{\frac{-t}{T}}\right)$$



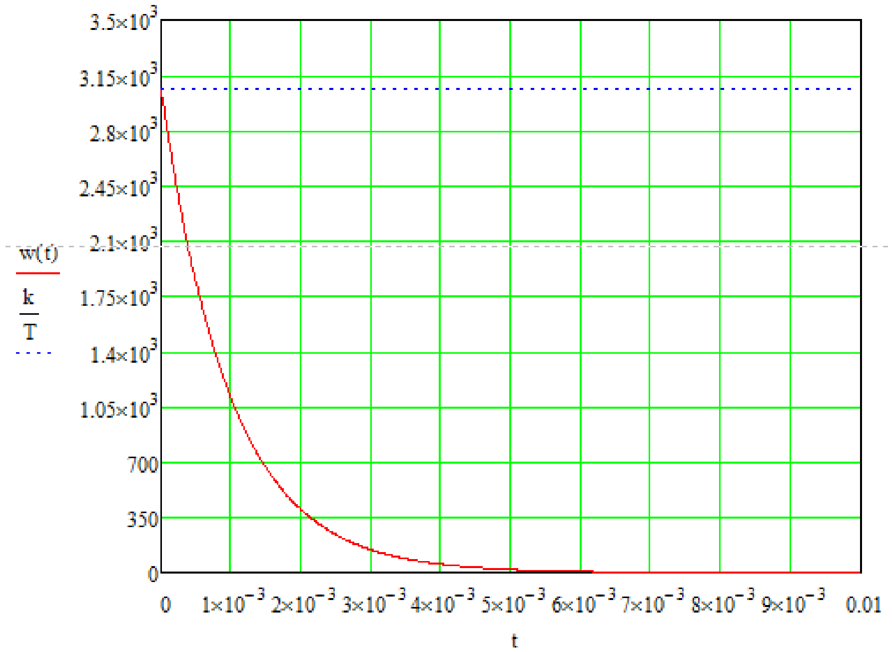
Примітка. Маркери на відповідних осях (пунктирні горизонталі чи вертикалі на графіку) створюються наступним чином:

- викликається вікно форматування графіка та ставиться галочка Show Markers (Показывать метки) по осі X та (чи)У;

- біля обраної осі (осей) з'являться два чорних прямокутники, в які можна ввести або числа, або ім'я константи. Ім'я писати зручніше, тому що при зміні значення константи, автоматично пересувається і маркер.

Імпульсна перехідна характеристика аперіодичної ланки першого порядку

$$w(t) := \frac{k}{T}\cdot e^{\frac{-t}{T}}$$



Амплітудно-фазова частотна характеристика аперіодичної ланки першого порядку

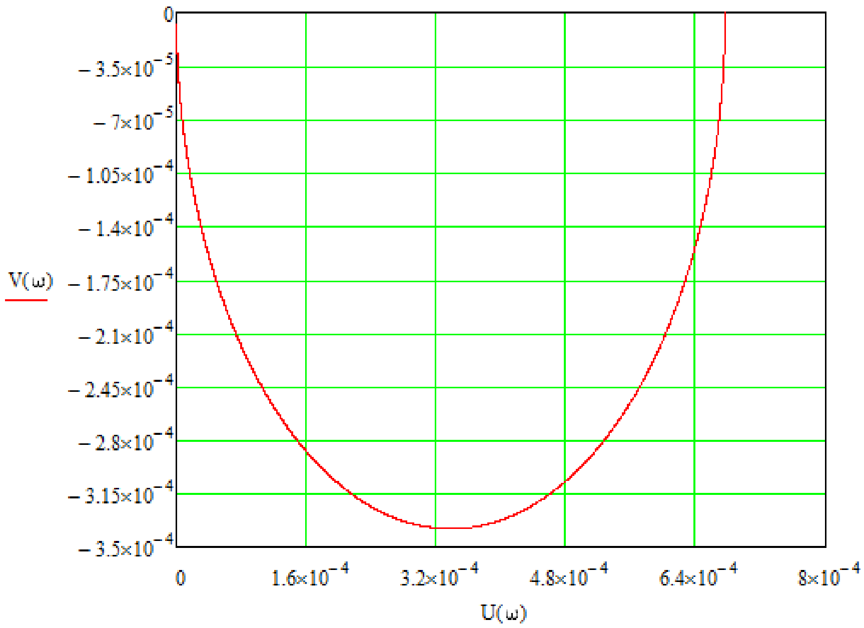
Для коректного розрахунку амплітудно-фазової частотної характеристики

необхідно задати частоту у формі дискретної змінної:

$\omega := 0..100000$

Акщо потрібно отримати симетричну АЧХ частота береться від -100000 до 100000.

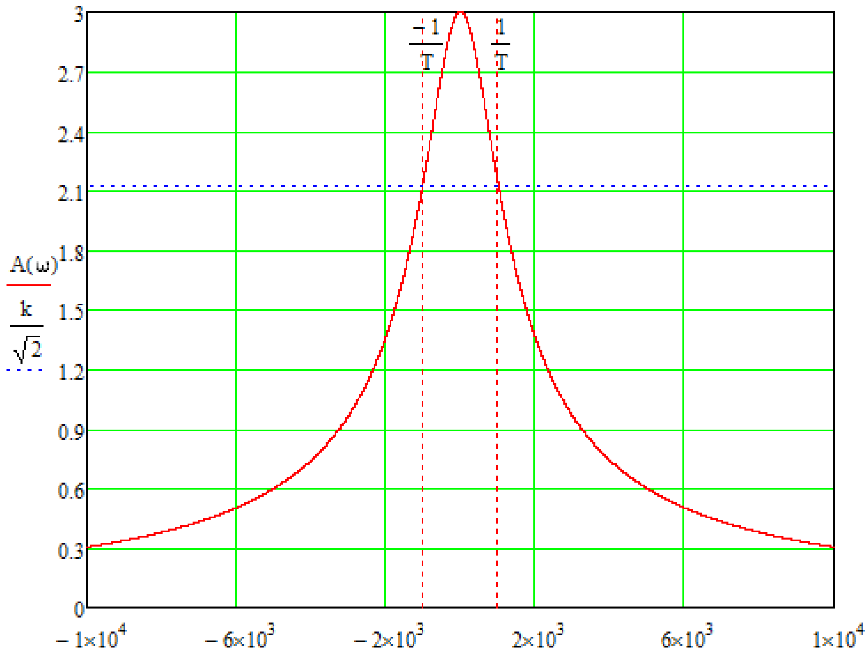
$U(\omega) := \frac{b0}{1+T^2\cdot\omega^2}$ $\qquad$ $V(\omega) := \frac{-b0\cdot\omega\cdot T}{1+T^2\cdot\omega^2}$

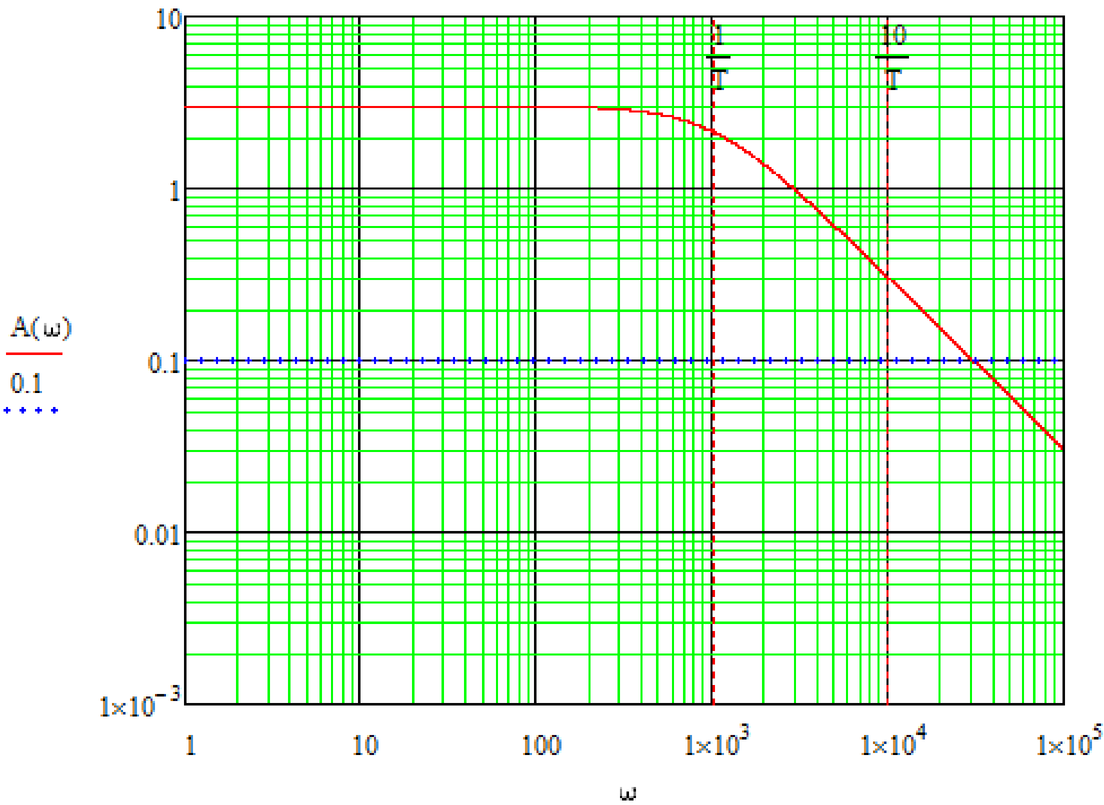


Амплітудна частотна характеристика аперіодичної ланки першого порядку

$\omega := -100000..100000$

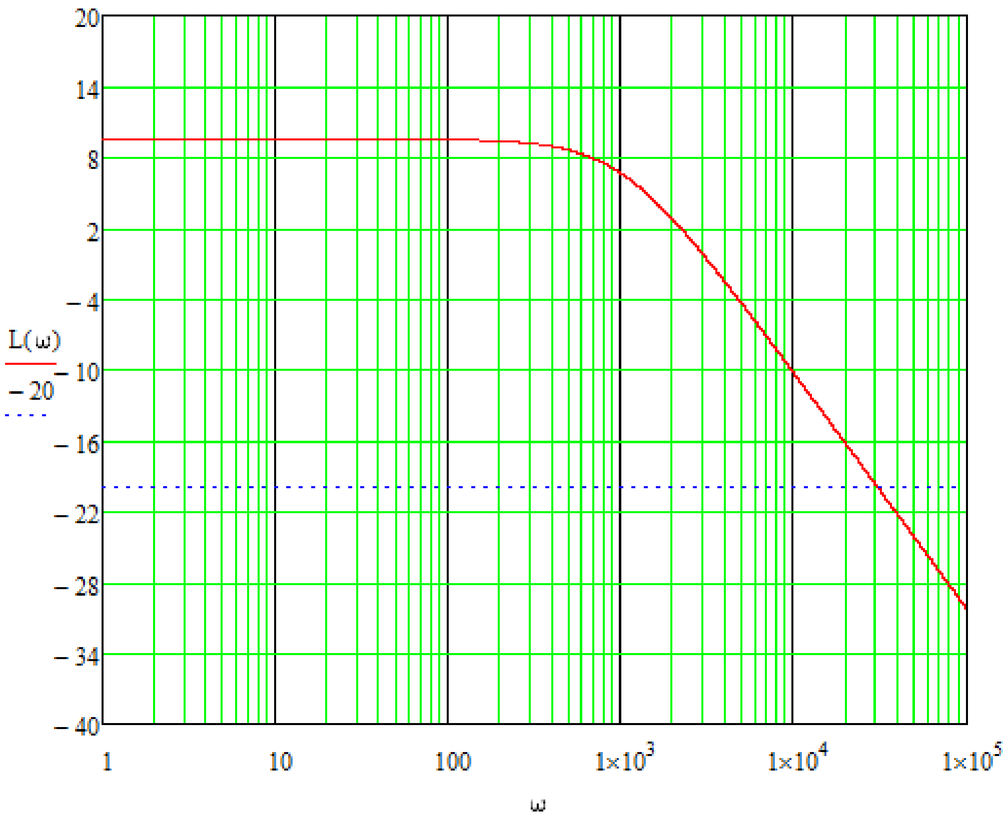
$A(\omega) := \frac{k}{\sqrt{1+\omega^2\cdot T^2}}$





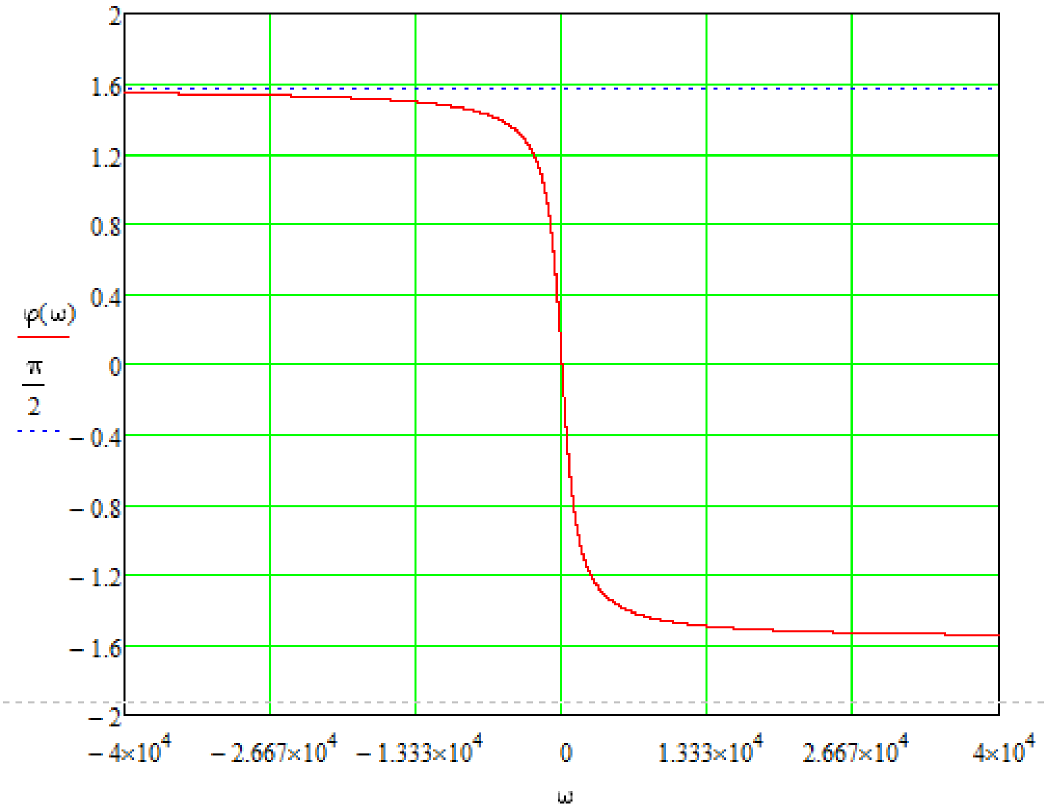
Логарифмічна амплітудна характеристика аперіодичної ланки першого порядку

$$L(\omega) := 20\cdot\log(k,10) - 20\log\left(\sqrt{1+\omega^2 T^2},10\right)$$



Фазова частотна характеристика аперіодичної ланки першого порядку

$\varphi(\omega) := -\mathrm{atan}(\omega \cdot T)$



Вимоги до звіту

Звіт оформляється відповідно до вимог ДСТУ 3008:2015 [1] на білому папері формату А4. Титульна сторінка оформлюється згідно з додатком А.

Звіт повинен містити наступні матеріали:

– тему і мету роботи;
– короткі теоретичні відомості
– вихідні дані (згідно з варіантом);
– хід виконання розрахунків;
– результати розрахунків та досліджень:
– висновки.

Контрольні питання та питання для самоперевірки

1. Запишіть рівняння і передавальні функції аперіодичної ланки першого порядку.
2. Перелічіть динамічні характеристики аперіодичної ланки першого порядку і запишіть їх рівняння.
3. Перелічіть частотні характеристики аперіодичної ланки першого порядку і запишіть частотні функції.
4. Наведіть приклади аперіодичних ланок першого порядку

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №4

Тема: «Дослідження часових і частотних характеристик аперіодичної ланки другого порядку»

Мета: «Експериментально дослідити часові і частотні характеристики аперіодичної ланки другого порядку, порівняти експериментально одержані характеристики з теоретичними.»

Теоретичні відомості

Аперіодична ланка другого порядку описується диференціальними рівняннями виду

$$T_0^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + T_1 \frac{dy}{dt} + y = kx, \qquad (4.1)$$

В операторній формі рівняння має вигляд

$$(T_0^2 p^2 + T_1 p + 1)y = kx, \qquad (4.2)$$

При цьому корені характеристичного рівняння $T_0^2 p^2 + T_1 p + 1 = 0$ повинні бути дійсними, що виконується при умові $T_1 \geq 2T_0$.

Ліву частину рівняння можна представити в вигляді

$$(T_2 p+1)(T_3 p+1)y=kx,$$

де $T_{2,3} = -\frac{T_1}{2} \pm \sqrt{\frac{T_1^2}{4} - T_0^2}$.

Передавальна функція ланки в операторній формі має вигляд

$$W(p) = \frac{k}{(1+T_2 p)(1+T_3 p)}$$

в формі перетворення Лапласа

$$W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{k}{(1+T_2 s)(1+T_3 s)}.$$

Аперіодична ланка еквівалентна двом аперіодичним ланкам першого порядку, які з'єднані послідовно одна з одною, з спільним коефіцієнтом передачі k і постійними часу T_3 і T_4. Аперіодичною ланкою другого порядку є також керовані двигуни постійного струму, в випадку коли $4T_Я \leq T_М$, де $T_Я$ - електромагнітна постійна часу кола якоря, $T_М$ - електромеханічна постійна часу двигуна.

Часові функції і часові характеристики аперіодичної ланки другого порядку.

Перехідна функція ланки має вигляд

$$h(t) = k\left(1 - \frac{T_2}{T_2 - T_3} e^{-\frac{t}{T_2}} + \frac{T_3}{T_2 - T_3} e^{-\frac{t}{T_3}}\right).$$

Перехідна характеристика зображена на рис. 4.1.

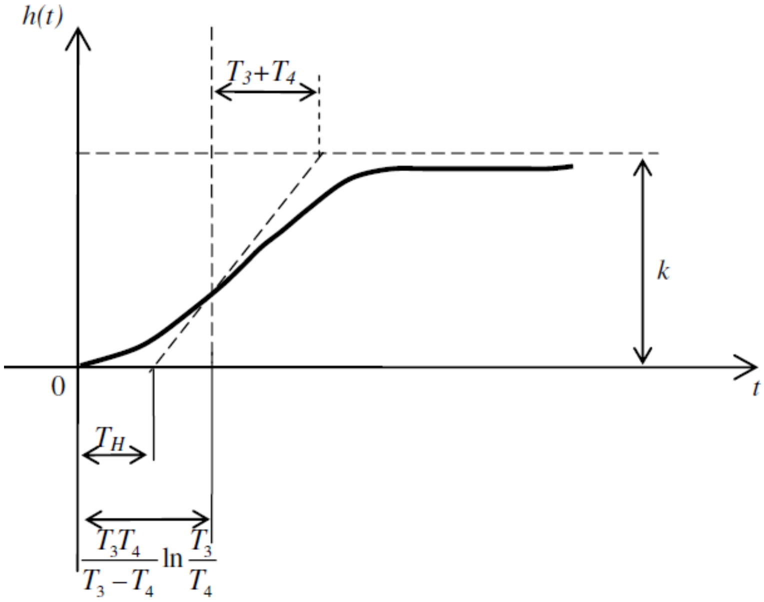


Рисунок 4.1 - Перехідна характеристика

Імпульсна перехідна функція w(t) (функція ваги) записується у вигляді

$$w(t) = \frac{k}{T_2 - T_3}\left(e^{-\frac{t}{T_2}} - e^{-\frac{t}{T_3}}\right).$$

Імпульсна перехідна характеристика показана на рис.2

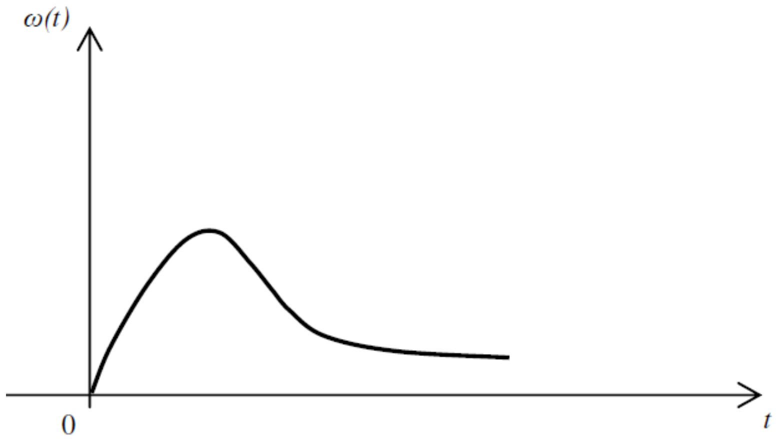


Рисунок 4.2 - Імпульсна перехідна характеристика

Частотні характеристики аперіодичної ланки другого порядку.

Амплітудно-фазова частотна функція (частотна передавальна функція) має вигляд

$$W(j\omega) = \frac{k}{(1+j\omega T_2)(1+j\omega T_3)} = \frac{k}{\sqrt{1+\omega^2 T_2^2}\sqrt{1+\omega^2 T_3^2}} e^{-j(arctg\omega T_2 + arctg\omega T_3)} \qquad (4.2)$$

Амплітудно-фазова частотна характеристика аперіодичної ланки другого порядку зображена на рис. 4.3.

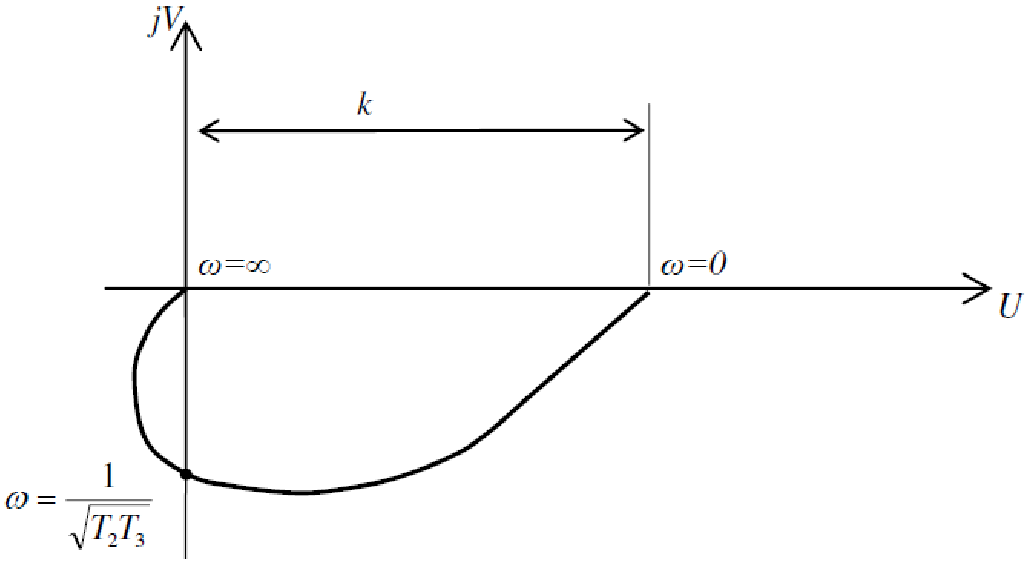


Рисунок 4.3 - Амплітудно-фазова частотна характеристика

З (4.3) видно, що амплітудна частотна функція

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{1+\omega^2 T_2^2}\sqrt{1+\omega^2 T_3^2}},$$

а фазова частотна функція $\varphi(\omega) = -\mathrm{arctg}\,\omega T_2 - \mathrm{arctg}\,\omega T_3$

Відповідні їм амплітудна частотна характеристика і фазова частотна характеристика представлені на рис. 4.3.

Логарифмічна частотна функція для даної ланки має вигляд

$$L(\omega) = 20\lg|W(j\omega)| = 20\lg\frac{k}{\sqrt{1+\omega^2 T_2^2}\sqrt{1+\omega^2 T_3^2}}. \qquad (4.4)$$

Побудову асимптотичної логарифмічної частотної характеристики (ЛАХ) проводять, використовуючи вираз (4.4). Спочатку проводять допоміжні вертикальні лінії через спряжені частоти $\omega_{СП1} = 1/T_2$ і $\omega_{СП2} = 1/T_3$. Для визначеності побудови приймаємо, що $T_2 > T_3$.

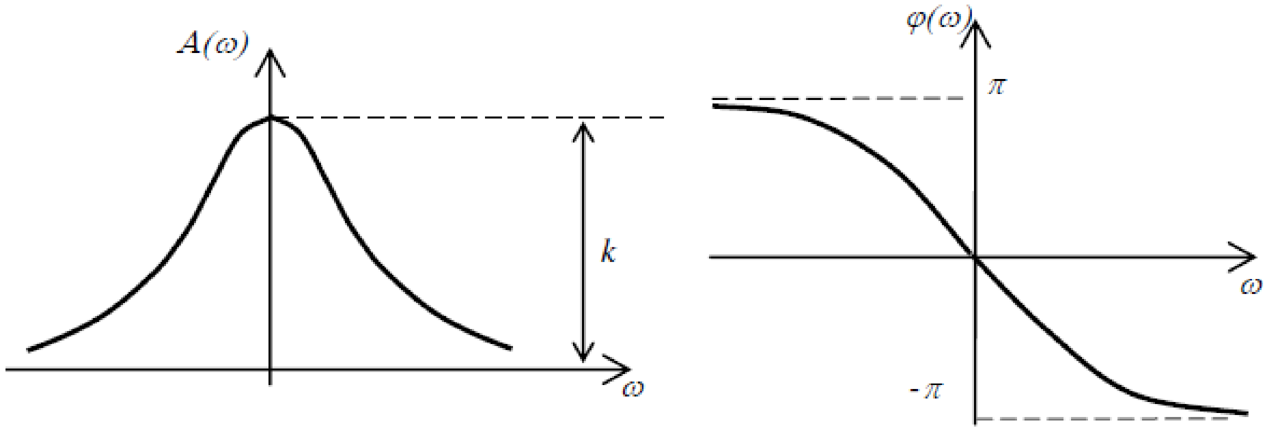


Рисунок 4.4 - Амплітудна частотна характеристика і фазова частотна характеристика

Лівіше першої спряженої частоти ($\omega_{СП1} < 1/T_2$) вираз (4.4) замінюють приближеним $L(\omega) \approx 20lg\ k$, якому відповідає пряма з нульовим нахилом (перша асимптота ЛАХ). Для частот $1/T_2 < \omega < 1/T_3$ вираз (4.4) замінюють приближеним $L(\omega) \approx 20\lg\dfrac{k}{\omega T_2}$, якому відповідає пряма з від'ємним нахилом 20 дб/дек (друга асимптота). Для частот $\omega > 1/T_3$ вираз (4.4) замінюють приближеним $L(\omega) \approx 20\lg\dfrac{k}{\omega^2 T_2 T_3}$, якому відповідає пряма з від'ємним нахилом 40 дб/дек (третя асимптота) рис. 4.5.

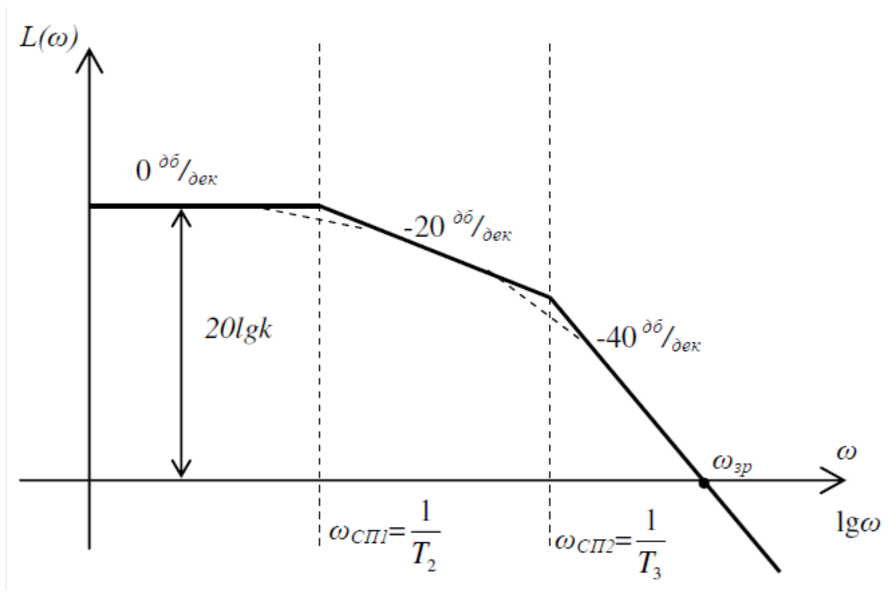


Рисунок 4.5 - Асимптотична логарифмічна частотна характеристика і точна ЛАХ

Дійсна ЛАХ показана на рис. 4.5 пунктиром. Вона відрізняється від асимптотичної в точках злому на 3 дб.

Завдання до лабораторної роботи

1. Записати передавальну функцію аперіодичної ланки другого порядку, яка описується диференціальним рівнянням

$$a_0 \frac{dy}{dt} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_2 = b_0 x,$$

де $a_0=T^2$, $a_1=2\cdot\xi\cdot T$, $\xi=1{,}5$, $a_2=1$, $b_0=1$.

Числові значення параметрів задані в таблиці Додатку Б.

2. Записати вираз для перехідної функції ланки $h(t)$.

3. Записати вираз для імпульсної перехідної функції $\omega(t)$ аперіодичної ланки другого порядку.

4. Записати формули для розрахунку амплітудно-фазової частотної функції $W(j\omega)$, амплітудної частотної функції $A(\omega)$, фазової частотної функції $\varphi(\omega)$, дійсної $U(\omega)$ і уявної $V(\omega)$ частотних функцій.

5. Побудувати годографи АФЧХ і АЧХ досліджуваної ланки.

6. Побудувати асимптотичні ЛАХ аперіодичної ланки другого порядку.

7. Визначити спряжену частоту $\omega_{СП}$ і частоту зрізу $\omega_{зр}$ по ЛАХ ланки.

Приклад виконання завдань з використанням пакету прикладних програм MatCad

ДОСЛІДЖЕННЯ ЧАСОВИХ І ЧАСТОТНИХ ХАРАКТЕРИСТИК АПЕРІОДИЧНОЇ ЛАНКИ ДРУГОГО ПОРЯДКУ

$T := 9.8\cdot10^{-4}$ $\quad \xi := 1.5$ $\quad k := 3$

$a0 := T^2$ $\quad a1 := 2\cdot\xi\cdot T$ $\quad a2 := 1$ $\quad b0 := k$ $\quad A1 := 2\cdot T$

Given

$a0\cdot x^2 + a1\cdot x + a2 = 0$

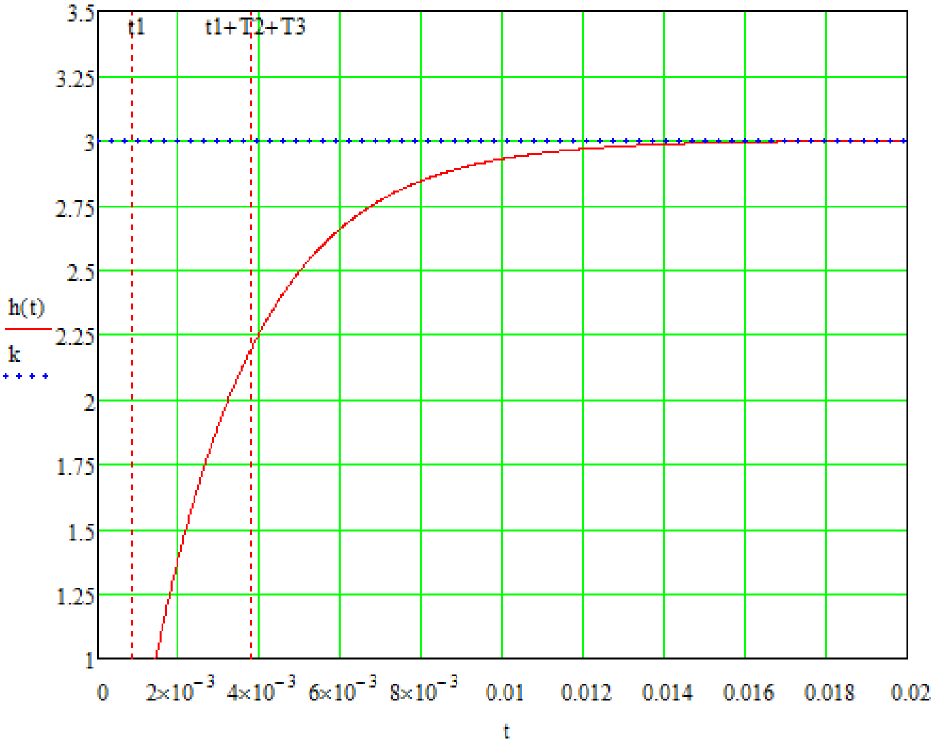
$\mathrm{Find}(x) \rightarrow (-2671.4632538264233145 \quad -389.76123596949505285)$

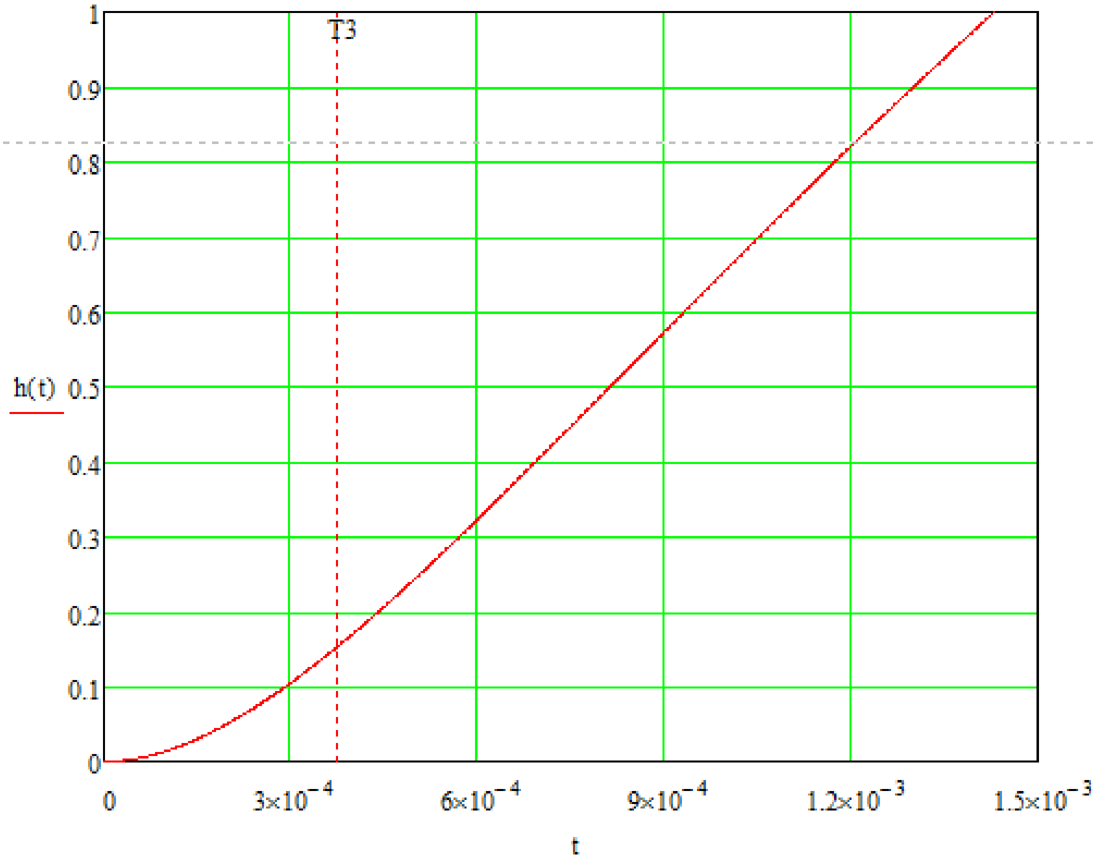
$T2 := \frac{a1}{2} + \sqrt{\frac{a1^2}{4} - a0}$ $\qquad T2 = 2.566\times10^{-3}$ $\qquad \frac{-1}{T2} = -389.761$

$T3 := \frac{a1}{2} - \sqrt{\frac{a1^2}{4} - a0}$ $\qquad T3 = 3.743\times10^{-4}$ $\qquad \frac{-1}{T3} = -2.671\times10^{3}$

<u>**Перехідна характеристика аперіодичної ланки другого порядку**</u>

$h(t) := k\cdot\left(1 - \frac{T2}{T2 - T3}\cdot e^{\frac{-t}{T2}} + \frac{T3}{T2 - T3}\cdot e^{\frac{-t}{T3}}\right)$ $\qquad t1 := \frac{T2\cdot T3}{T2 - T3}\cdot\ln\left(\frac{T2}{T3}\right) = 8.436\times10^{-4}$

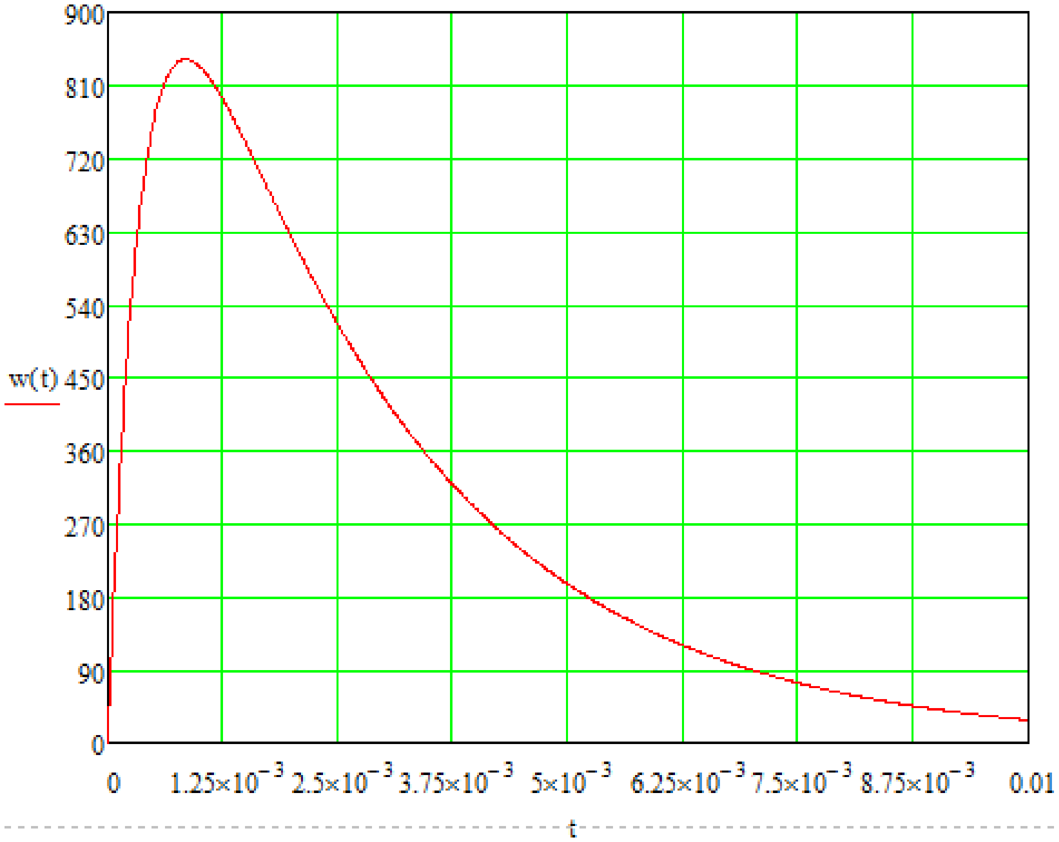




Імпульсна перехідна характеристика аперіодичної ланки другого порядку

$$w(t) := \frac{d}{dt}h(t) \rightarrow -1369.02121071415695701082 \cdot e^{-2671.46325382642331449094 \cdot t} + 1369.02121071415695701$$

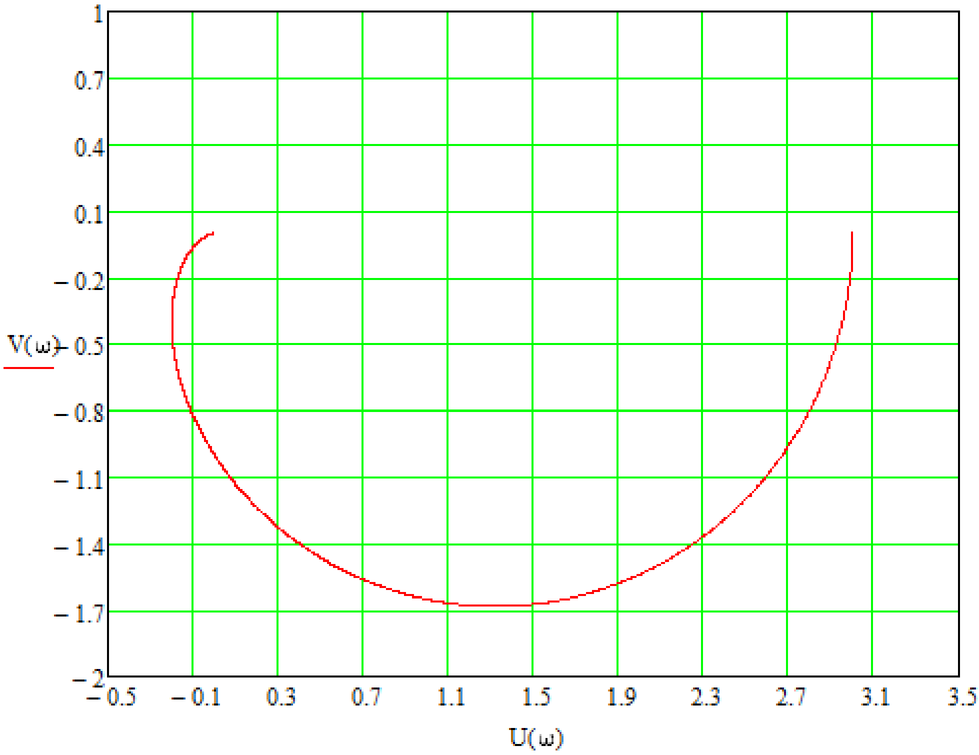
$$w(t) := \frac{k}{T2 - T3} \cdot \left(e^{\frac{-t}{T2}} - e^{\frac{-t}{T3}} \right)$$



Амплітудно-фазова частотна характеристика аперіодичної ланки другого порядку

$\omega := 0..100000$

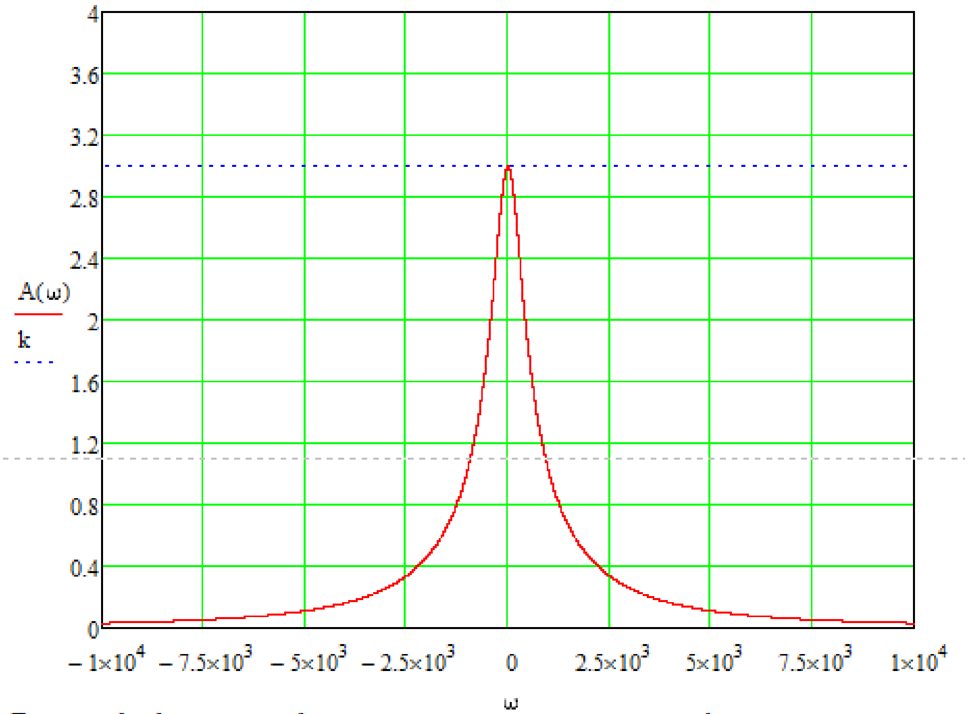
$$U(\omega) := \frac{k\cdot\left(1-\omega^2 T2\cdot T3\right)}{1+\omega^2\cdot\left(T2^2+T3^2\right)+\omega^4\cdot T2^2\cdot T3^2} \qquad V(\omega) := \frac{-k\cdot\omega\cdot(T2+T3)}{1+\omega^2\cdot\left(T2^2+T3^2\right)+\omega^4\cdot T2^2\cdot T3^2}$$



Амплітудна частотна характеристика аперіодичної ланки другого порядку

$\omega := -100000..\,100000$

$$A(\omega) := \frac{b0}{\sqrt{1 + T2^2 \cdot \omega^2} \cdot \sqrt{1 + T3^2 \cdot \omega^2}}$$

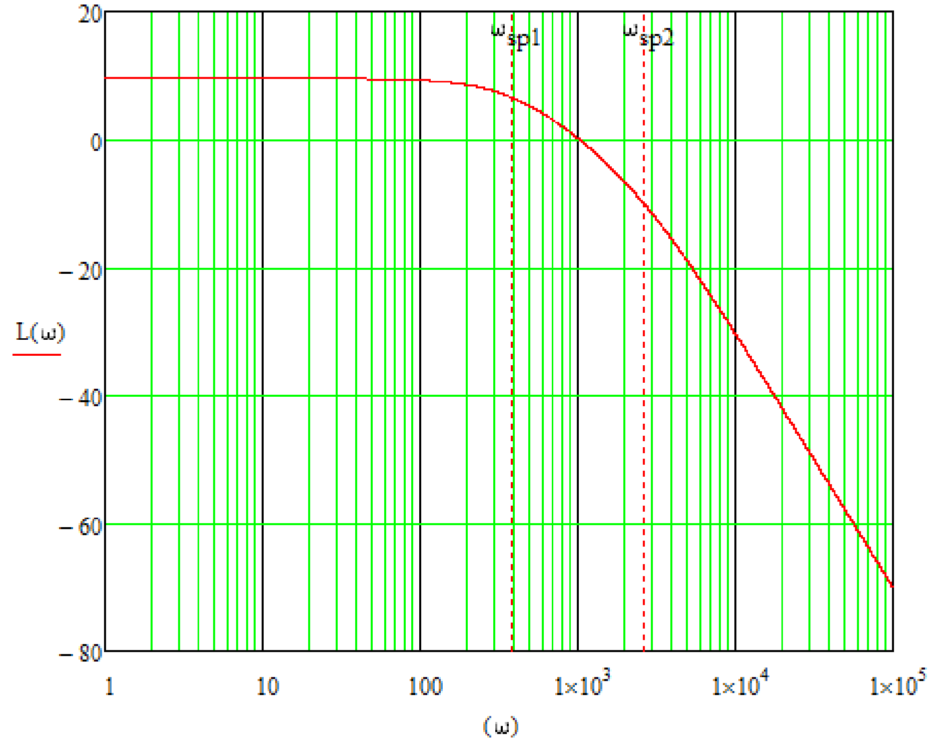


Логарифмічна амплітудна характеристика аперіодичної ланки другого порядку

$\omega := 1..\,100000$

$L(\omega) := 20 \cdot \log(A(\omega))$ $\qquad \omega_{sp1} := \frac{1}{T2} = 389.761$ $\qquad \omega_{sp2} := \frac{1}{T3} = 2.671 \times 10^3$

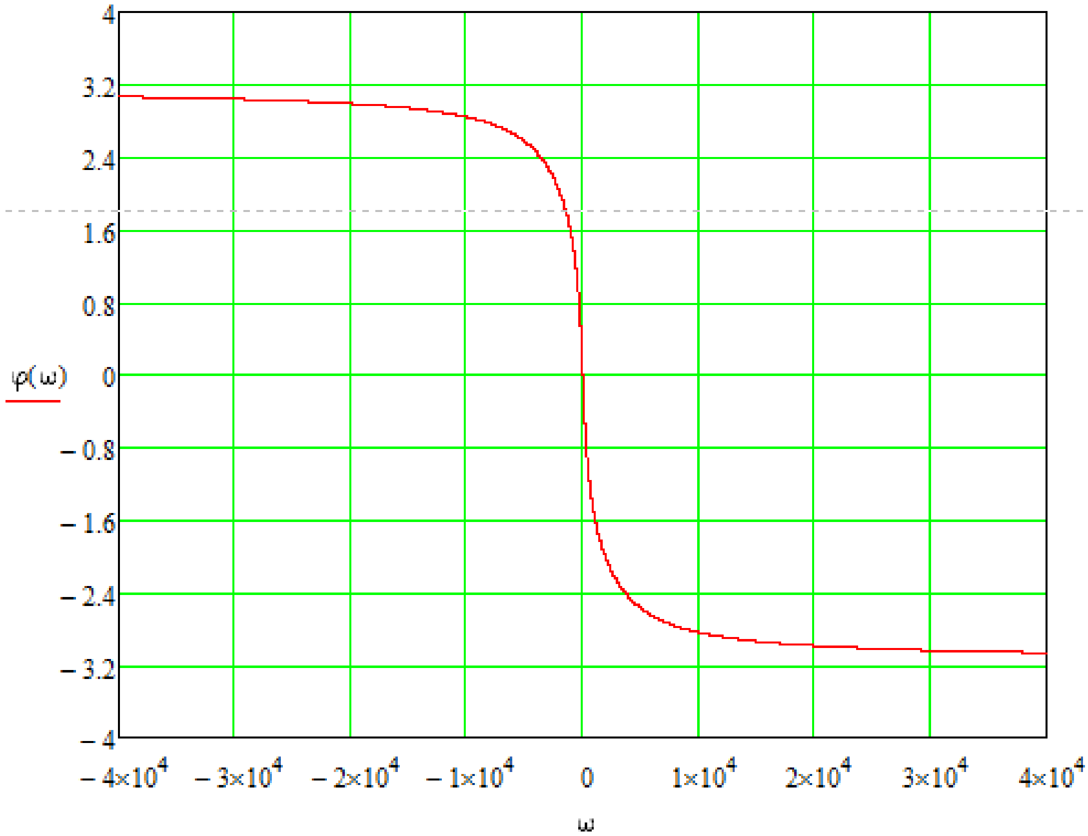
$L(\omega_{sp1}) = 6.441$ $\qquad L(\omega_{sp2}) = -10.278$



Фазова частотна характеристика аперіодичної ланки другого порядку

$\omega := -100000..100000$

$\varphi(\omega) := -\text{atan}(\omega \cdot T2) - \text{atan}(\omega \cdot T3)$



Вимоги до звіту

Звіт оформляється відповідно до вимог ДСТУ 3008:2015 [1] на білому папері формату А4. Титульна сторінка оформлюється згідно з додатком А.

Звіт повинен містити наступні матеріали:

– тему і мету роботи;
– короткі теоретичні відомості
– вихідні дані (згідно з варіантом);
– хід виконання розрахунків;
– результати розрахунків та досліджень:
– висновки.

Контрольні питання та питання для самоперевірки

1. Запишіть рівняння і передавальні функції аперіодичної ланки другого порядку.
2. Перелічіть динамічні характеристики аперіодичної ланки другого порядку і запишіть їх рівняння.
3. Перелічіть частотні характеристики аперіодичної ланки другого порядку і запишіть частотні функції.
4. Наведіть приклади аперіодичних ланок другого порядку.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №5

Тема: «Дослідження часових і частотних характеристик коливальної ланки»
Мета: «Експериментально дослідити часові і частотні характеристики коливної ланки, порівняти експериментально одержані характеристики з теоретично одержаними характеристиками коливної ланки»

Теоретичні відомості

Коливна ланка описується такими ж диференціальними рівняннями, що і аперіодична ланка другого порядку

$$T_2^2\frac{d^2y}{dt^2}+T_1\frac{dy}{dt}+y=kx, \tag{5.1}$$

але корені характеристичного рівняння $T_2^2p^2+T_1p+1=0$ повинні бути комплексними, що буде виконуватися при $T_1<2T_2$.

Диференціальне рівняння в операторній формі звичайно представляють в вигляді

$$(T^2p^2+2\xi Tp+1)y=kx,$$

або

$$\left(\frac{p^2}{q^2}+\frac{2\xi}{q}p+1\right)y=kx,$$

де $q=1/T$- кутова частота вільних коливань (при відсутності затухання) а ξ - параметр затухання (коефіцієнт демпфування), який лежить в межах $0<\xi<1$.

Тоді корені характеристичного рівняння $T^2p^2+2\xi Tp+1=0$ записуються в вигляді:

$$p_{1,2}=-\alpha\pm j\beta=-\frac{\xi}{T}\pm j\frac{1}{T}\sqrt{1-\xi^2}.$$

Дійсна частина кореня $\alpha=\frac{\xi}{T}$ є коефіцієнтом затухання перехідного процесу, а уявна $\beta=\frac{1}{T}\sqrt{1-\xi^2}$ частотою затухаючих коливань.

Передавальна функція коливної ланки в операторній формі має вигляд

$$W(p)=\frac{k}{1+2\xi Tp+T^2p^2}=\frac{k}{1+\frac{2\xi}{q}+\frac{p^2}{q^2}},$$

а в формі перетворення Лапласа

$$W(p)=\frac{k}{1+2\xi Tp+T^2s^2}=\frac{k}{1+\frac{2\xi}{q}s+\frac{s^2}{q^2}}.$$

Коливними ланками є коливні RLC-ланки; керовані двигуни постійного струму, в випадку коли $4T_Я>T_М$, де $T_я$ - електромагнітна постійна часу кола якоря, $T_м$ - електромеханічна постійна часу двигуна; пружні механічні передачі, наприклад для передачі обертового руху; гіроскопічні елементи та ін.

Часові функції і часові характеристики ланки.

Перехідна функція коливної ланки представляється виразом

$$h(t) = k\left[1 - \frac{\sqrt{a^2 + \beta^2}}{\beta} e^{-\alpha t} \sin(\beta t + \varphi)\right] \cdot l(t),$$

де $\varphi = arctg\,\frac{\beta}{\alpha} = arctg\,\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}$.

Перехідна характеристика ланки зображена на рис 5.1.

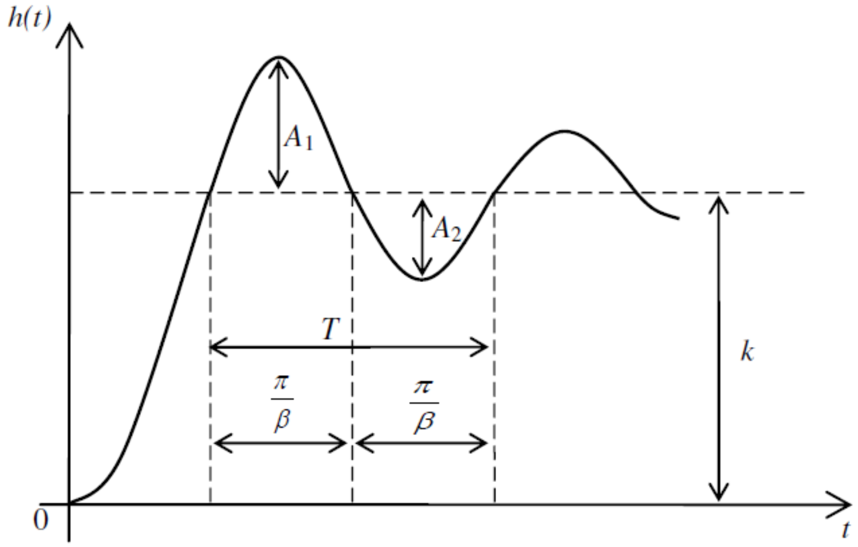


Рисунок 5.1 - Перехідна характеристика

Для перехідної характеристики справедливі такі співвідношення:

$$\beta = \frac{2\pi}{T}, \qquad \frac{A_1}{A_2} = e^{\alpha T}, \qquad \alpha = \frac{1}{T}\ln\frac{A_1}{A_2}.$$

Імпульсна перехідна функція ω(t) (функція ваги) записується у вигляді

$$\omega(t) = k\frac{(\alpha^2 + \beta^2)}{\beta} e^{-\alpha t} \sin \beta t .$$

Імпульсна перехідна характеристика показана на рис. 5.2.

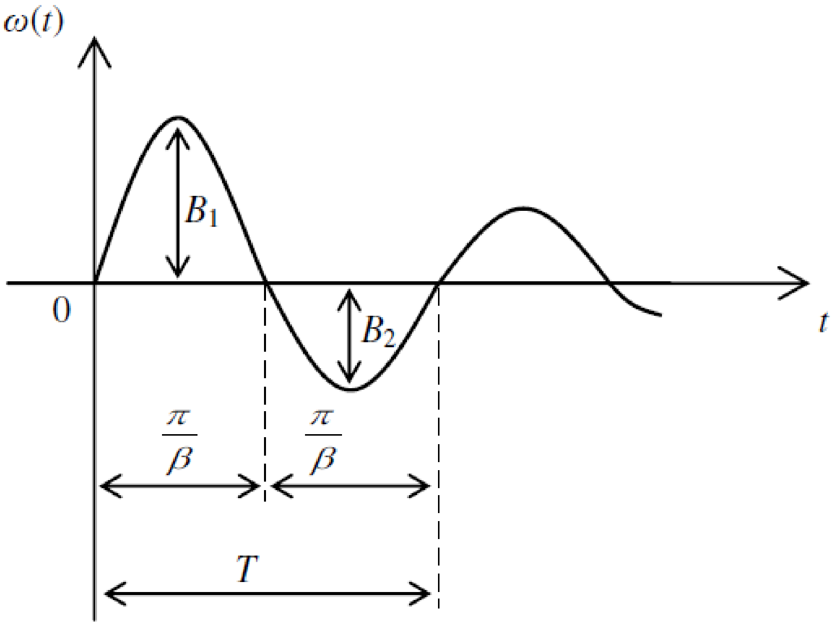


Рисунок 5.2 - Імпульсна перехідна характеристика

Частотні характеристики коливної ланки.

Амплітудно-фазова частотна функція (частотна передавальна функція) представлена в алгебраїчній формі має вигляд

$$W(j\omega) = \frac{k}{(1+\omega^2T^2) + j2\xi T\omega} = \\ = \frac{k(1-T^2\omega^2)}{(1-T^2\omega^2)^2 + 4\xi^2T^2\omega^2} + j\frac{-2k\xi T\omega}{(1-T^2\omega^2)^2 + 4\xi^2T^2\omega^2}, \qquad (5.2)$$

де $U(\omega) = \dfrac{k(1-T^2\omega^2)}{(1-T^2\omega^2)^2 + 4\xi^2T^2\omega^2}$ - дійсна частотна функція

$V(\omega) = \dfrac{-2k\xi T\omega}{(1-T^2\omega^2)^2 + 4\xi^2T^2\omega^2}$ - уявна частотна функція.

Амплітудно-фазова частотна функція записана в показниковій формі виражається формулою

$$W(j\omega) = \frac{k}{\sqrt{(1-T^2\omega^2)^2 + 4\xi^2T^2\omega^2}} \cdot e^{-jarctg\frac{2\xi T\omega}{1-T^2\omega^2}}. \qquad (5.3)$$

Відповідна цій характеристиці амплітудно-фазова частотна характеристика (АФЧХ) показана на рис. 5.3.

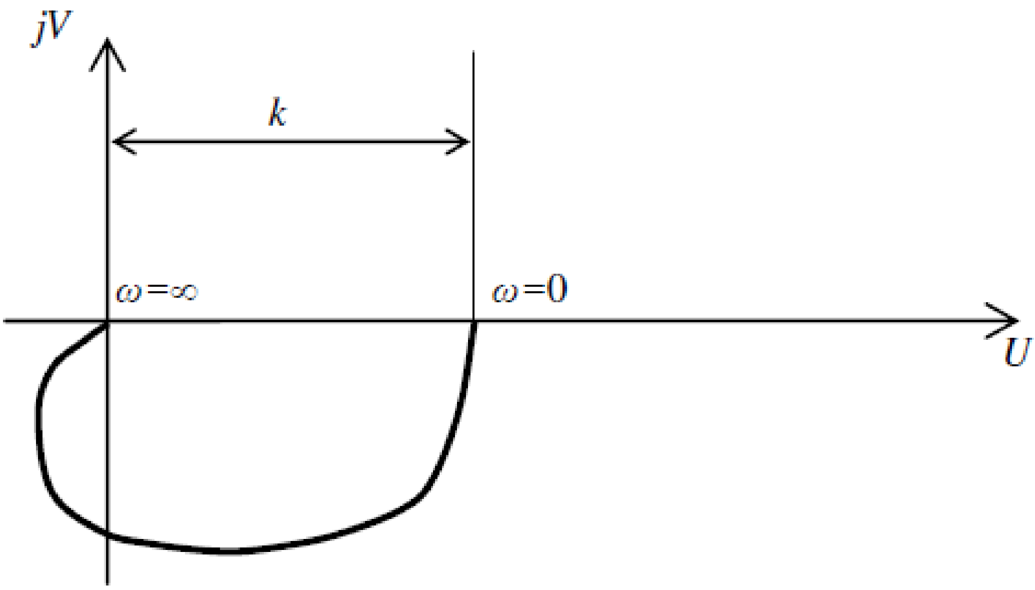


Рисунок 5.3 - Амплітудно-фазова частотна характеристика

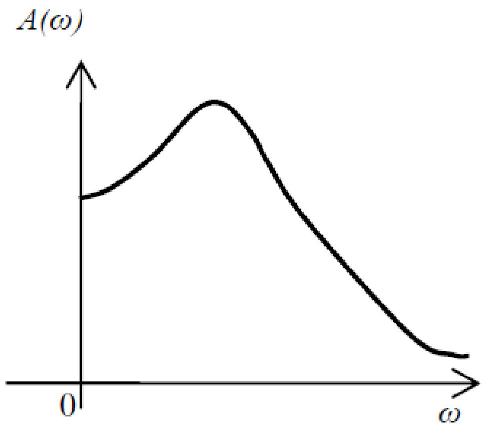
З (5.3) видно, що амплітудна частотна функція

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{(1-T^2\omega^2)^2 + 4\xi^2 T^2 \omega^2}},$$

фазова частотна функція

$$\varphi(\omega) = \begin{cases} -arctg\dfrac{2\xi T\omega}{1-T^2\omega^2}, & при \quad \omega \le 1/T, \\ -\pi - arctg\dfrac{2\xi T\omega}{1-T^2\omega^2}, & при \quad \omega > 1/T. \end{cases}.$$

Відповідні їм амплітудна частотна характеристика (АЧХ) і фазова частотна характеристика (ФЧХ) представлені на рис. 5.4.



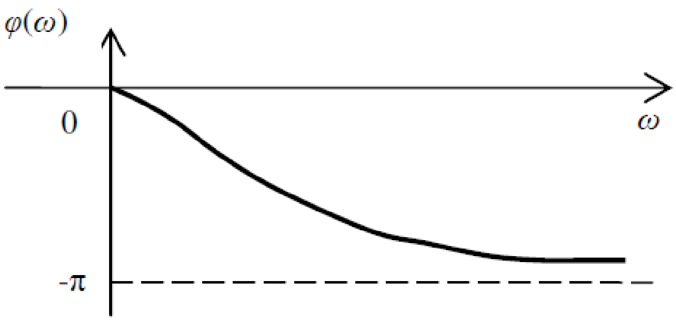


Рисунок 5.4 - Амплітудна частотна характеристика і фазова частотна характеристика

Логарифмічна амплітудна частотна функція

$$L(\omega) = \begin{cases} 20\lg k, \quad при \quad \omega < \omega_{сп}, \\ 20\lg k - 40\lg T\omega, \quad при \quad \omega \ge \omega_{сп}. \end{cases}.$$

де $\omega_{сп}$ =1/T - спряжена частота.

На рис. 5.5 показана асимптотична ЛАЧХ (пунктирна лінія) і точна ЛАЧХ (суцільна лінія).

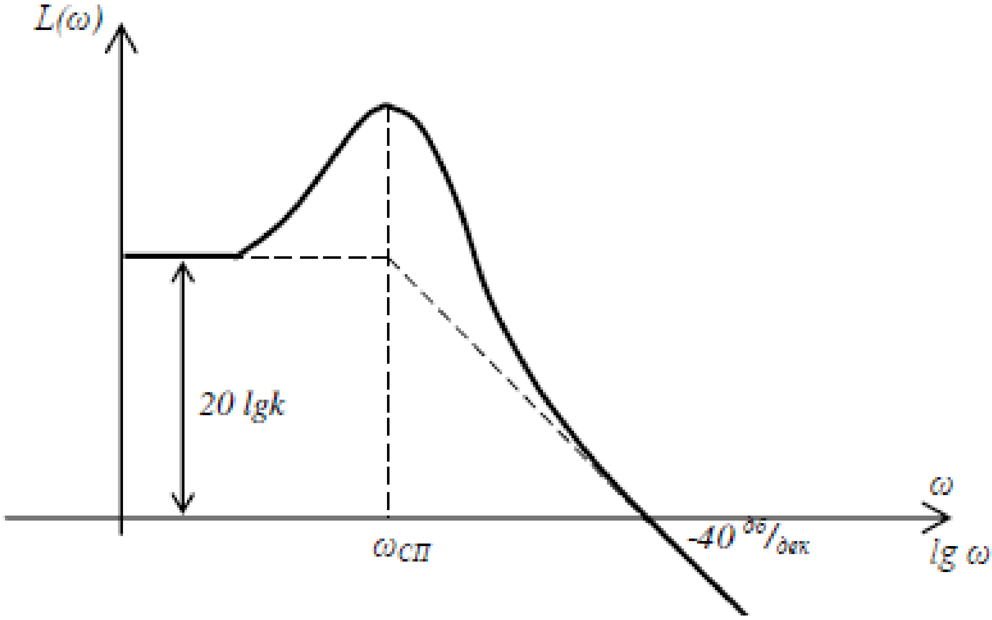


Рисунок 5.5 - Асимптотична та точна ЛАЧХ

Завдання до лабораторної роботи

1. Записати передавальну функцію аперіодичної ланки другого порядку, яка описується диференціальним рівнянням

$$a_0 \frac{d^2y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_2 y = b_0 x_1,$$

де $a_0 = T^2$, $a_1 = 2 \cdot \xi \cdot T$, $a_2 = 1$, $b_0 = k$.

Числові значення параметрів задані в таблиці Додатку Б.

2. Записати вираз для перехідної функції ланки $h(t)$.

3. Записати вираз для імпульсної перехідної функції $\omega(t)$ коливної ланки.

4. Записати формули для розрахунку амплітудно-фазової частотної функції $W(j\omega)$, амплітудної частотної функції $A(\omega)$, фазової частотної функції $\varphi(\omega)$, дійсної $U(\omega)$ і уявної $V(\omega)$ частотних функцій.

5. Побудувати годографи АФЧХ і АЧХ досліджуваної ланки згідно варіанту.

6. Побудувати асимптотичні ЛАХ коливної ланки.

7. Визначити спряжену частоту $\omega_{сп}$ і частоту зрізу $\omega_{зр}$ по ЛАХ ланки.

Приклад виконання завдань
з використанням пакету прикладних програм MatCad

ДОСЛІДЖЕННЯ ЧАСОВИХ І ЧАСТОТНИХ ХАРАКТЕРИСТИК КОЛИВНОЇ ЛАНКИ

$T := 9.8 \cdot 10^{-4}$ $\quad \xi := 0.23$ $\quad k := 3$ $\quad b0 := k$

$a0 := T^2 = 9.604 \times 10^{-7}$ $\quad a1 := 2 \cdot \xi \cdot T = 4.508 \times 10^{-4}$ $\quad a2 := 1$ $\quad A1 := 2 \cdot T = 1.96 \times 10^{-3}$

$q := \dfrac{1}{T}$ $\quad \alpha := \dfrac{\xi}{T} = 234.694$ $\quad \beta := \dfrac{\sqrt{1-\xi^2}}{T} = 993.052$ $\quad \varphi := \operatorname{atan}\left(\dfrac{\beta}{\alpha}\right) = 1.339$

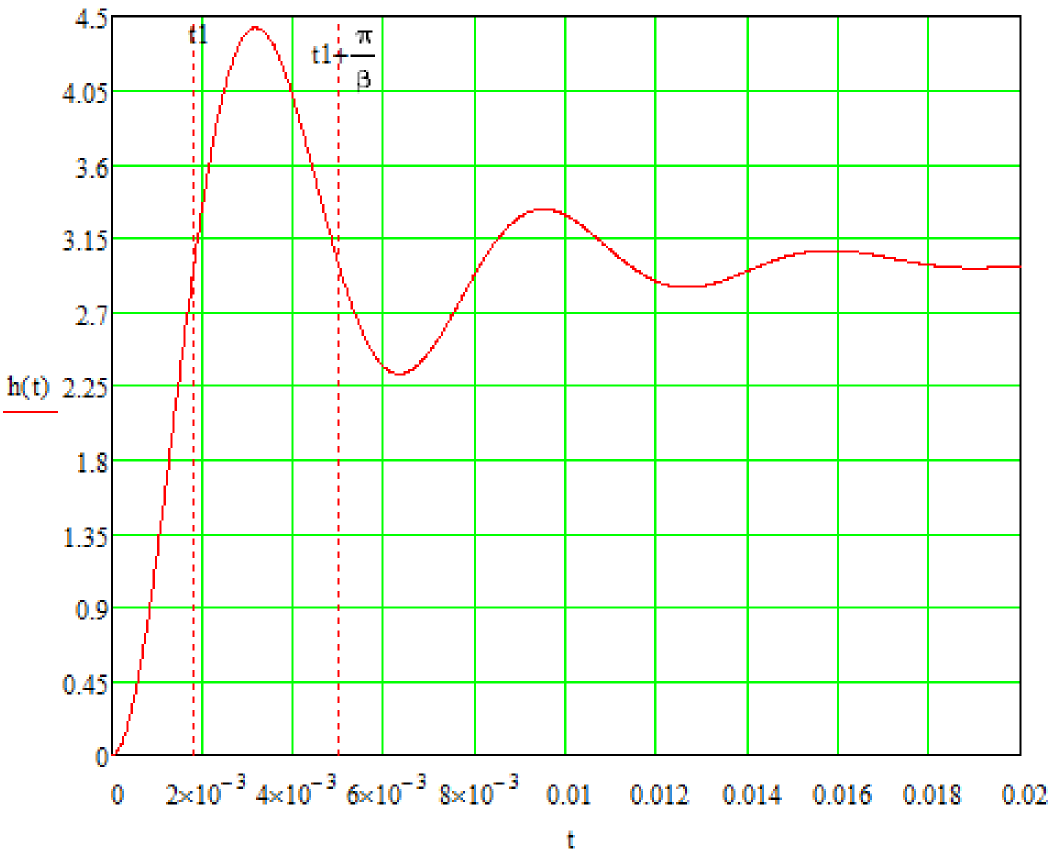
Given

$a0 \cdot x^2 + a1 \cdot x + a2 = 0$

$\operatorname{Find}(x) \rightarrow (-234.69387755102038002 - 993.05166204913120081i \quad -234.69387755102038002 + 993.051662049$

Перехідна характеристика коливної ланки

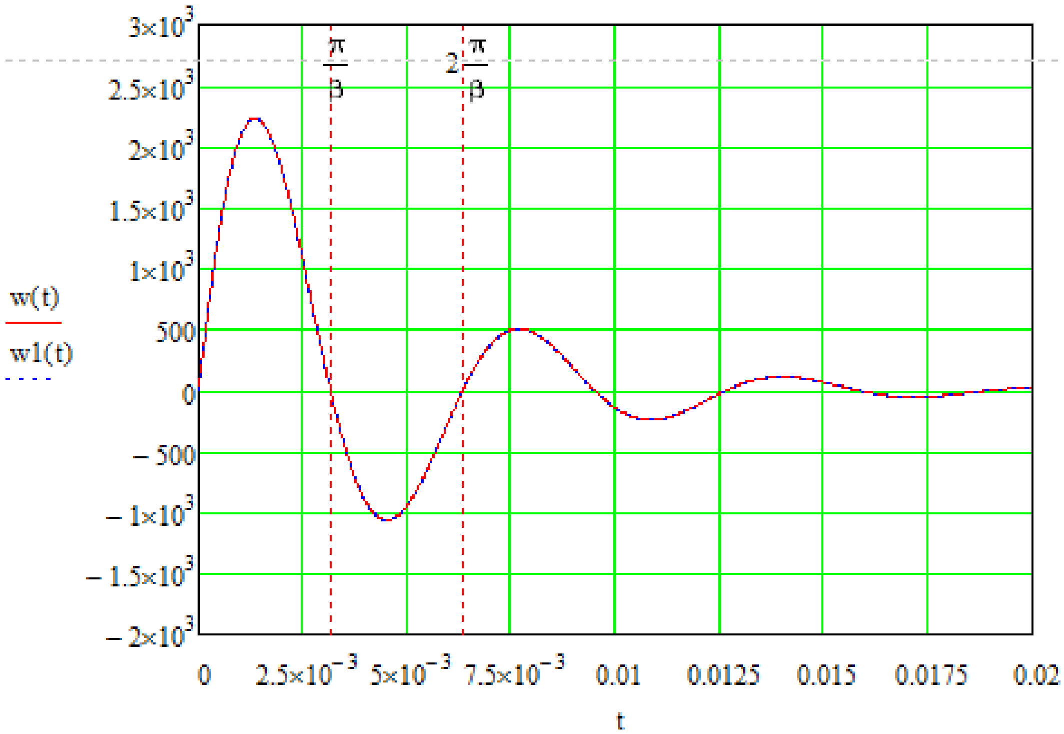
$$h(t) := k \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{\beta} \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\beta \cdot t + \varphi)\right) \qquad t1 := 1.825 \cdot 10^{-3}$$



Імпульсна перехідна характеристика коливної ланки

$$w(t) := \frac{d}{dt} h(t) \rightarrow 723.477612515996 7505 \cdot \sin(993.05166204913121 \cdot t + 1.3387186439321834) \cdot e^{-234.6938775}$$

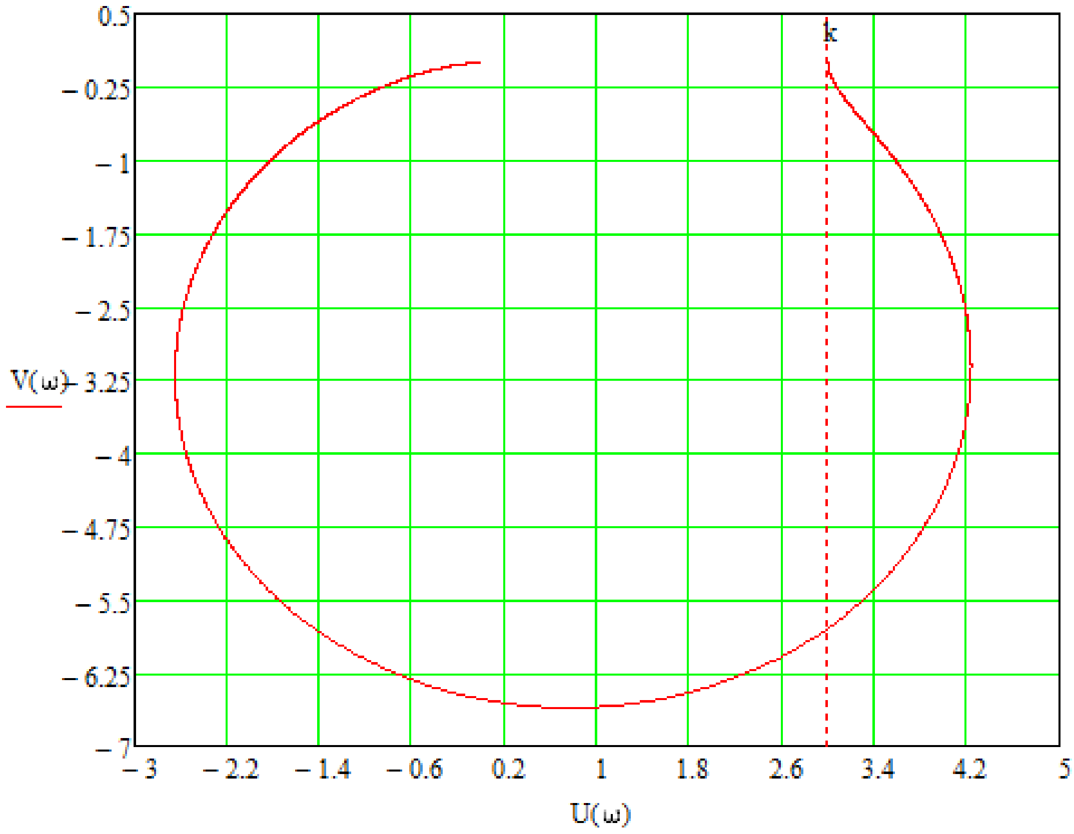
$$w1(t) := k \cdot \left(\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\beta} \cdot e^{-\alpha \cdot t} \cdot \sin(\beta \cdot t)\right)$$



Амплітудно-фазова частотна характеристика коливної ланки

$\omega := 0..\ 100000$

$$U(\omega) := \frac{k\cdot\left(1-\omega^2\cdot T^2\right)}{\left(1-T^2\cdot\omega^2\right)^2+4\omega^2\cdot\xi^2\cdot T^2} \qquad V(\omega) := \frac{-2k\cdot\xi\cdot\omega\cdot T}{\left(1-T^2\cdot\omega^2\right)^2+4\omega^2\cdot\xi^2\cdot T^2}$$

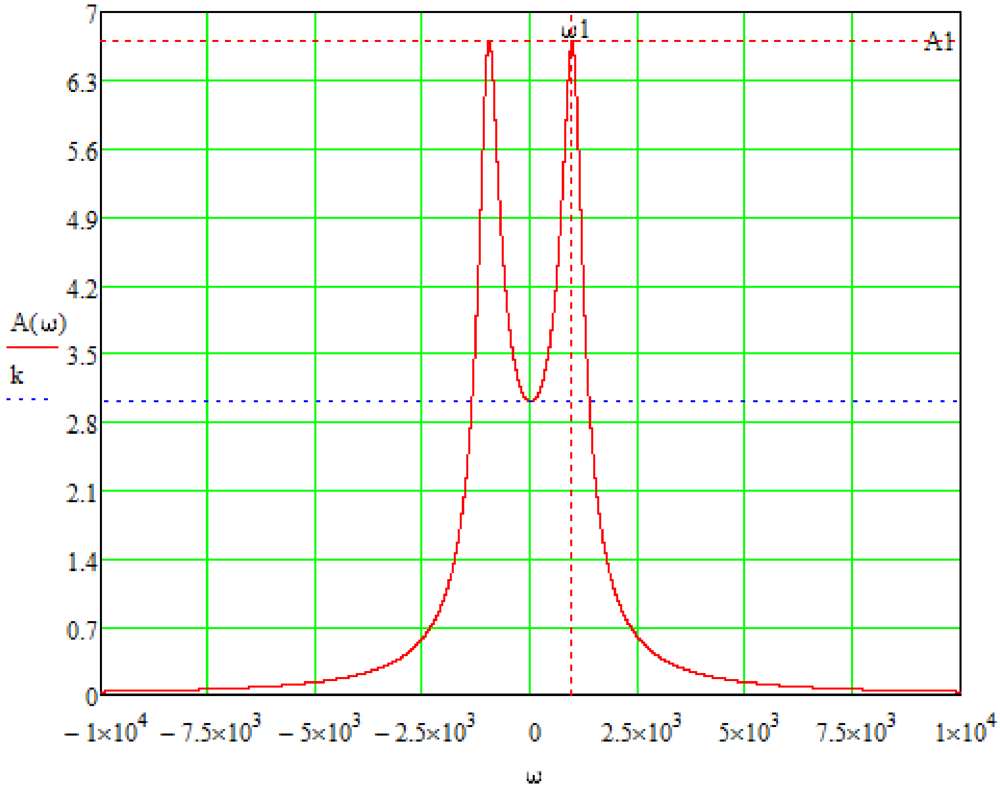


Амплітудна частотна характеристика коливної ланки

$\omega := -100000..100000$

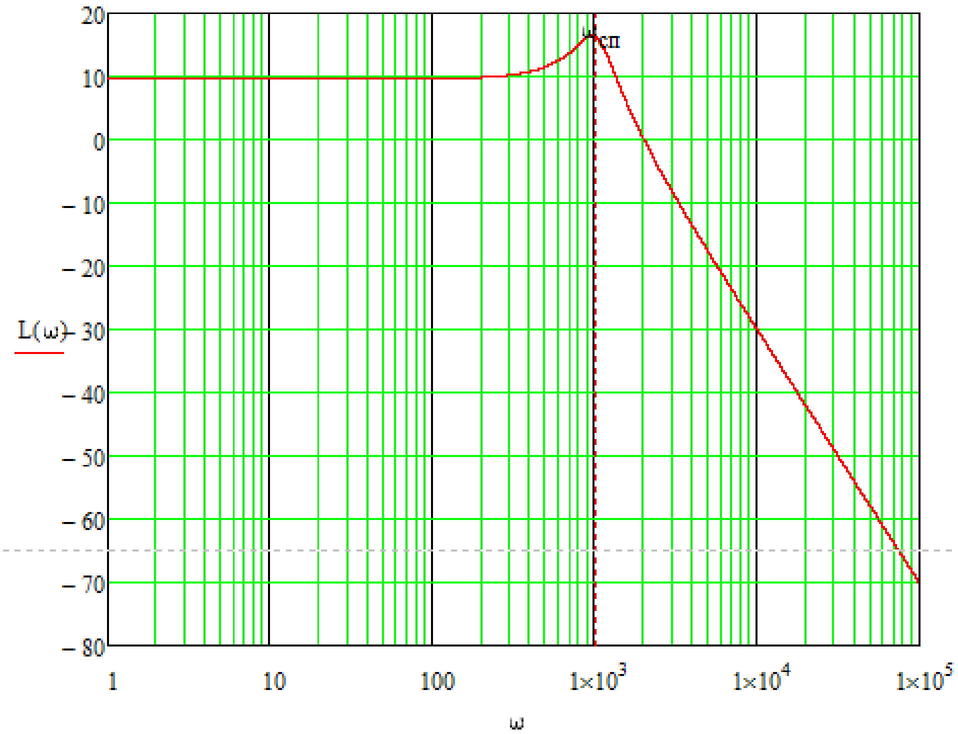
$$A(\omega) := \frac{b0}{\sqrt{\left(1 - T^2\cdot\omega^2\right)^2 + 4\omega^2\cdot\xi^2\cdot T^2}} \qquad A1 := \frac{k}{2\cdot\xi\cdot\sqrt{1-\xi^2}}$$

$$\omega1 := q\cdot\sqrt{1 - 2\xi^2} = 964.92$$



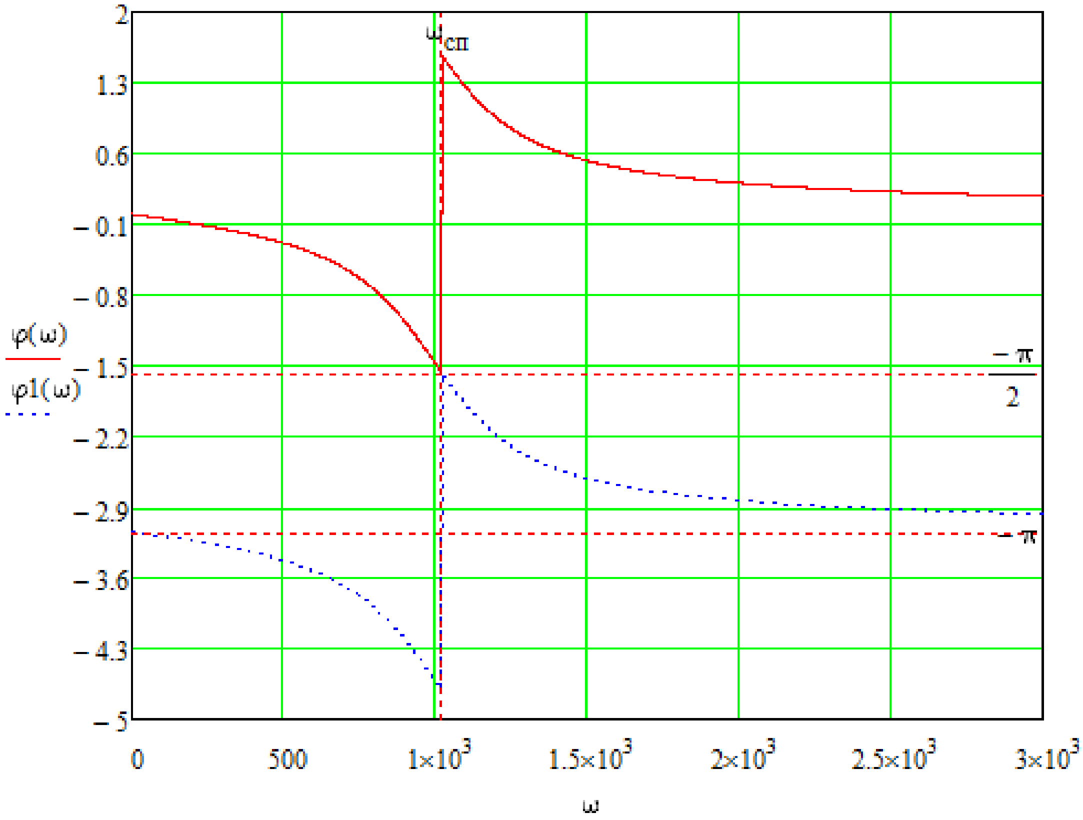
Логарифмічна амплітудна характеристика аперіодичної ланки другого порядку

$L(\omega) := 20\cdot\log(A(\omega)) \qquad \omega_{сп} := q$



Фазова частотна характеристика аперіодичної ланки другого порядку

$$\varphi(\omega) := -\mathrm{atan}\left(\frac{2\xi\cdot\omega\cdot T}{1 - T^2\cdot\omega^2}\right) \qquad \varphi 1(\omega) := -\pi - \mathrm{atan}\left(\frac{2\xi\cdot\omega\cdot T}{1 - T^2\cdot\omega^2}\right)$$



Вимоги до звіту

Звіт оформляється відповідно до вимог ДСТУ 3008:2015 [1] на білому папері формату А4. Титульна сторінка оформлюється згідно з додатком А.

Звіт повинен містити наступні матеріали:

- тему і мету роботи;
- короткі теоретичні відомості
- вихідні дані (згідно з варіантом);
- хід виконання розрахунків;
- результати розрахунків та досліджень:
- висновки.

Контрольні питання та питання для самоперевірки

1. Запишіть рівняння і передавальні функції коливальної ланки другого порядку.
2. Перелічіть динамічні характеристики коливальної ланки і запишіть їх рівняння.
3. Перелічіть частотні характеристики коливальної ланки і запишіть частотні функції.
4. Наведіть приклади коливальних ланок.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. ДСТУ 3008:2015 Інформація та документація. Звіти у сфері науки і техніки. Структура та правила оформлювання. Чинний від 2017-07-01. – К.: ДП «УкрНДНЦ», 2016. – 26 с.
2. Ладанюк А.П. Теорія автоматичного керування технологічними об'єктами: Навч. посіб. / А.П. Ладанюк, К.С. Архангельська, Л.О. Власенко. - К.: НУХТ, 2014. — 274 с.
3. Мокін, Б. І. Теорія автоматичного керування. Методологія та практика оптимізації : навчальний посібник / Б. І. Мокін, О. Б. Мокін. – Вінниця : ВНТУ, 2013. – 210 с.
4. Александров Є.Є. Автоматичне керування рухомими об'єктами і технологічними процесами. Том. I. Теорія автоматичного керування / Є.Є. Александров, Е.П. Козлов, Б.І. Кузнєцов. – Харків: НТУ "ХПІ", 2002. – 490 с.
5. Александров Є.Є. Теорія автоматичного управління. В 3-х томах / Є.Є. Александров, О.П. Голуб, Ю.Т. Костенко, Б.І. Кузнецов, В.П. Соляник. – Харків: НТУ "ХПІ", 2001. – 460 с.
6. Александров Є.Є. Основи автоматики і танкові автоматичні системи / Є.Є. Александров, І.В. Костяник, О.Я. Ніконов / Під ред. Є.Є. Александрова. – Харків: НТУ «ХПІ», 2002. – 163 с.
7. Бесекерский В.А. Теория систем автоматического управления / В.А. Бесекерский, Е.П. Попов. М.: "Профессия", 2004. – 747 с.
8. Власов К.П. Теория автоматического управления. – Харьков.: Изд-во "Гуманитарный центр", 2007. – 526 с.
9. Мирошник И.В. Теория автоматического управления. Линейные системы. - СПб: "Питер", 2005. - 333с.
10. Боровська Т. М. Моделювання та оптимізація систем автоматичного управління: навчальний посібник / Т. М. Боровська, А.С. Васюра, В. А. Северілов. – Вінниця: ВНТУ, 2009. – 132 с.

Додаток А
Приклад оформлення титульного листка звіту з лабораторних робіт

ЧЕРКАСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ І СИСТЕМ
КАФЕДРА СПЕЦІАЛІЗОВАНИХ КОМП’ЮТЕРНИХ СИСТЕМ

ЗВІТ
з лабораторних робіт
дисципліни «Теорія автоматичного управління»

Перевірив:	Виконав:
к.т.н., доцент	студент ІІІ-курсу
Корпань Я.В.	групи СІ-127
	Іванов І.І.

Черкаси 2017

Додаток Б

Числові значення параметрів по варіантам

до лабораторної роботи **№1** та **№2**

Варіант	$T \cdot 10^{-4}\ 1/c$	ξ	k	b_1
1	9,4	0,263	2,8	0
2	9,3	0,271	2,9	0,001
3	9,2	0,280	2,95	0,002
4	9,1	0,290	3,0	0,003
5	9,0	0,295	3,1	0,004
6	8,9	0,3	3,2	0,005
7	8,8	0,31	3,3	0,006
8	8,7	0,32	3,4	0,007
9	8,6	0,33	3,5	0,008
10	9,5	0,26	2,83	0
11	9,6	0,25	2,89	0,001
12	9,7	0,24	2,93	0,002
13	9,8	0,23	3,00	0,003
14	9,9	0,22	3,1	0,002
15	10	0,23	2,8	0,003
16	10,1	0,25	2,7	0,002
17	10,2	0,26	2,9	0,001
18	9,3	0,27	3,0	0,002
19	9,2	0,3	3,2	0,001
20	9,1	0,33	3,3	0,002
21	9,0	0,34	3,0	0
22	9,6	0,28	3,1	0,001
23	9,7	0,31	3,4	0,002
24	9,8	0,30	2,9	0,003
25	10	0,25	3,0	0,006

Числові значення параметрів по варіантам

до лабораторної роботи **№3**

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$T \cdot 10^{-4}\ {}^{1}/_{c}$	9,4	9,3	9,2	9,1	9,0	8,9	8,8	8,7	8,6	9,5	9,6	9,7	9,8

Варіант	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
$T \cdot 10^{-4}\ {}^{1}/_{c}$	9,9	10	10,1	10,2	9,3	9,2	9,1	9,0	9,6	9,7	9,8	10

Числові значення параметрів по варіантам
до лабораторної роботи **№4**

Варіант	$T \cdot 10^{-4}$ $^{1}/_{c}$	k
1	9,4	2,8
2	9,3	2,9
3	9,2	2,95
4	9,1	3,0
5	9,0	3,1
6	8,9	3,2
7	8,8	3,3
8	8,7	3,4
9	8,6	3,5
10	9,5	2,83
11	9,6	2,89
12	9,7	2,93
13	9,8	3,00
14	9,9	3,1
15	10	2,8
16	10,1	2,7
17	10,2	2,9
18	9,3	3,0
19	9,2	3,2
20	9,1	3,3
21	9,0	3,0
22	9,6	3,1
23	9,7	3,4
24	9,8	2,9
25	10	3,0

Числові значення параметрів по варіантам
до лабораторної роботи **№5**

Варіант	$T \cdot 10^{-4}$ *1/с*	ξ	k
1	9,4	0,263	2,8
2	9,3	0,271	2,9
3	9,2	0,280	2,95
4	9,1	0,290	3,0
5	9,0	0,295	3,1
6	8,9	0,3	3,2
7	8,8	0,31	3,3
8	8,7	0,32	3,4
9	8,6	0,33	3,5
10	9,5	0,26	2,83
11	9,6	0,25	2,89
12	9,7	0,24	2,93
13	9,8	0,23	3,00
14	9,9	0,22	3,1
15	10	0,23	2,8
16	10,1	0,25	2,7
17	10,2	0,26	2,9
18	9,3	0,27	3,0
19	9,2	0,3	3,2
20	9,1	0,33	3,3
21	9,0	0,34	3,0
22	9,6	0,28	3,1
23	9,7	0,31	3,4
24	9,8	0,30	2,9
25	10	0,25	3,0