

**НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНЫ
ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МОДЕЛИРОВАНИЯ В ЭНЕРГЕТИКЕ
им. Г.Е. ПУХОВА
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ
ЧЕРКАССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ**

А.Ф.Верлань, А.А.Дячук, В.В.Палагин

**Методы математической редукции
моделей динамических систем**

КИЕВ НАУКОВА ДУМКА 2019

УДК 004.61

А.Ф. Верлань, А.А. Дячук, В.В. Палагин. Методы математической редукции моделей динамических систем. – Киев: Наукова думка, 2019. – 311 с.

Монография посвящена методам и алгоритмам редукции (упрощения) математических моделей динамики с аппроксимационной оценкой точности и параметрической чувствительности моделей динамических систем. Предложены интерполяционные методы оценки показателей точности нелинейных систем со случайными параметрами, методы и алгоритмы преобразования моделей динамических объектов, представлен подход к компьютерной реализации методов точностной редукции динамических моделей. На основе предложенных моделей и методов разработаны средства компьютерного преобразования моделей динамических объектов и приведено описание программных средств.

Для научных сотрудников и инженеров, работающих в области технической кибернетики, построения математических моделей и моделирования динамических систем, а также для аспирантов и студентов соответствующих специальностей.

Монографія присвячена методам і алгоритмам редукції (спрощенню) математичних моделей динаміки з апроксимаційною оцінкою точності і параметричної чутливості моделей динамічних систем. Запропоновано інтерполяційні методи оцінки показників точності нелінійних систем з випадковими параметрами, методи і алгоритми перетворення моделей динамічних об'єктів, представлений підхід до комп'ютерної реалізації методів точностної редукції динамічних моделей. На основі запропонованих моделей і методів розроблено засоби комп'ютерного перетворення моделей динамічних об'єктів і наведено опис програмних засобів.

Для наукових співробітників та інженерів, які працюють у галузі технічної кибернетики, побудови математичних моделей і моделювання динамічних систем, а також для аспірантів і студентів відповідних спеціальностей.

Р е ц е н з е н т ы :

академик НАН Украины В.К. Задирака,
профессор В.Я. Гальченко,
член-корреспондент НАПН Украины Р.Н. Кветный

Рекомендовано к печати ученым советом Института проблем моделирования в энергетике им. Г.Е.Пухова НАН Украины,
ученым советом Черкасского государственного технологического университета

Научно-издательский отдел физико-математической
и технической литературы
Редактор В.В. Вероцкая

© А.Ф. Верлань, А.А. Дячук,

ISBN 978-966-00-1709-2

В.В. Палагин, 2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
ГЛАВА 1. ЗАДАЧИ И МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ РЕДУКЦИИ МОДЕЛЕЙ	8
1.1. Методы упрощения математических моделей динамики систем	8
1.2. Подход к решению задачи упрощения математических моделей в компьютерно-интегрированных системах на примере натуральных имитаторов	15
1.3. Пути реализации редукции математических моделей динамики	25
ГЛАВА 2. АППРОКСИМАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ТОЧНОСТИ И ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ МОДЕЛЕЙ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ	32
2.1. Аппроксимация дополнительного движения нелинейных систем	32
2.2. Оценка показателей качества системы при аппроксимации функций координат полиномами Ньютона	38
2.3. Использование параметрической чувствительности координат при оценке точностных требований к элементам системы	49
ГЛАВА 3. ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫЕ МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ТОЧНОСТИ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ СО СЛУЧАЙНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ	54
3.1. Определение вероятностных характеристик выходных координат методами интерполяции координат и функций координат	54
3.2. Определение оптимальных узлов интерполяции и весовых коэффициентов квадратурных формул по заданным числовым характеристикам параметров системы	59
3.3. Сравнение методов интерполяции координат и функций координат с другими методами	78
ГЛАВА 4. ПОДХОД К КОМПЬЮТЕРНОЙ РЕАЛИЗАЦИИ МЕТОДОВ ТОЧНОСТНОЙ РЕДУКЦИИ ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ. РЕДУКЦИЯ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ САМОЛЕТА	90
4.1. Методика параметрического упрощения моделей динамики по точностному критерию	90

4.2. Структура комплекса программ точностной редукции математических моделей	100
4.3. Результаты редукции модели динамики самолета	107
ГЛАВА 5. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ МОДЕЛЕЙ ДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ	126
5.1. Задачи и основные принципы преобразования моделей динамических объектов	126
5.2. Методы преобразования линейных моделей	151
5.3. Методы преобразования нелинейных моделей	177
5.4. Алгоритмы преобразования линейных и нелинейных моделей	183
ГЛАВА 6. СРЕДСТВА КОМПЬЮТЕРНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ МОДЕЛЕЙ ДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ	196
6.1. Структура пакета компьютерных программ для преобразования динамических моделей	196
6.2. Характеристика и методика применения основных программных модулей	203
6.3. Вспомогательные средства реализации моделей	216
6.4. Вычислительные эксперименты для оценки результатов решения модельных задач	220
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	241
ПРИЛОЖЕНИЯ	261
Приложение А. Использование специфики модели при оценке функций и условных коэффициентов чувствительности	261
Приложение Б. Сравнение метода степенных рядов и интерполяционных методов получения оценок числовых характеристик выходной координаты нелинейной системы	270
Приложение В. Анализ точности аппроксимирующих моделей газотурбинного двигателя по каналу подачи топлива	295

ВВЕДЕНИЕ

Интенсивное развитие компьютерных и компьютеризированных средств обработки информации в современных технических системах характеризуется растущей сложностью их структур и режимов, повышением требований к качеству функционирования (быстродействие, точность, надежность, экономичность и т.д.). Эти факторы обуславливают новые требования к методам и средствам математического моделирования динамических процессов в указанных системах. Особенности компьютерно-интегрированных систем, имеющих в своем составе физические объекты, требуют дополнительных качеств методов математического и компьютерного моделирования. Это вызвано, главным образом, ограниченными временными и аппаратными ресурсами, которые обусловлены требованиями к средствам информационного обеспечения процессов функционирования соответствующих объектов в реальном времени. При этом необходимо учитывать, что современные методы организации компьютерно-интегрированных систем предусматривают, что средства информационной поддержки обеспечивают отработку режимов с "полной ответственностью", т.е. предполагается выполнение процессов управления, диагностики и контроля технических объектов. Именно эти задачи должны решаться в компьютерной части систем.

Отмеченные обстоятельства должны отражаться в методах и средствах математического и компьютерного моделирования. Это в свою очередь требует определенного развития методологии моделирования указанного класса систем. Согласно анализу публикаций в данном направлении исследований и разработок, методики моделирования базируются, главным образом, на использовании динамических моделей физической (технической) части систем в виде дифференциальных уравнений, получаемых с помощью соответствующих физических закономерностей. Алгоритмическое обеспечение компьютерной части строится на основе применения численных методов решения дифференциальных уравнений. Таким образом, поиск возможностей для улучшения существующих методик моделирования связан с необходимостью решения задач построения динамических моделей процессов в физической части

компьютерно-интегрированной системы, выбора и совершенствования методов построения подсистемы управления и диагностики (контроля), а также разработки соответствующих численных алгоритмов для реализации математических моделей и создания необходимых прикладных средств. При этом необходимо учитывать, что как математические модели, так и алгоритмы должны обладать возможностями для учета требований к компьютерно-интегрированным системам.

Широкое применение дифференциальных уравнений в задачах динамики вполне оправдано исторически (Ньютон, Лейбниц, XVII в.). К настоящему времени глубоко развита теория этого класса динамических моделей, а также разработано много действующих программных средств для их числовой реализации. Но количество и сложность практических задач непрерывно и неуклонно увеличиваются, что требует совершенствования методов математического моделирования. В частности, имеют место такие факторы, как сложность и трудоемкость алгоритмов решения уравнений в частных производных; в связи с определенной неточностью (грубостью) исходных данных в инженерно-технических задачах есть возможность и целесообразность упрощения базовых моделей, полученных на основе физических закономерностей (которые, кстати, не всегда могут быть получены в связи с существенной физической неоднородностью технических объектов); при численном решении многих задач может иметь место неточность результатов; не всегда обеспечивается устойчивость вычислительных процессов, особенно при решении обратных задач динамики.

Отмеченные обстоятельства обосновывают целесообразность такого качества методов математического моделирования, как альтернативность форм динамических моделей, согласно которым один и тот же объект может быть описан различными формами математических моделей, эквивалентных или близких по некоторым приближениям. Для этого достаточно, чтобы конкретная модель имела необходимый уровень адекватности, т.е. с необходимой (заданной) точностью соответствовала данным эксперимента и поставленной прикладной цели, допускала возможность ее практического использования. Современные компьютерные технологии позволяют решать задачи генерирования и сравнения различных вариантов моделей.

Опыт показывает, что эффективным подходом к данной проблеме является использование определенных видов интегральных операторов и уравнений, имеющих ряд положительных свойств: универсальность — в отличие от дифференциальных уравнений структура интегральной модели является неизменной для различных классов динамических объектов, а свойство модели задается одной функцией, т.е. ядром интегрального оператора; сглаживание при численной реализации и обработке сигналов с шумами; возможность получения моделей, в частности макромоделей, непосредственно по экспериментальным данным. Следует отметить, что интегральные уравнения, как раздел прикладной математики и динамические модели, начали развиваться значительно позже, чем дифференциальные (Вольтерра, XIX — XX вв.)

Решение сложной задачи построения приближенной динамической модели имеют место при конструировании и использовании натуральных имитаторов [1—3, 32, 173], т.е. натуральных моделирующих комплексов, позволяющих моделировать движение исследуемых объектов в натуральных условиях их эксплуатации. Характерным примером таких систем являются натурные имитаторы летательных аппаратов [4, 92, 97, 98, 100, 129, 142, 214], задачи анализа, проектирования и создания которых в полной мере соответствуют назначению и сути методов редукции динамических моделей, рассматриваемых в данной работе.

Подвижный натуральный имитатор представляет собой натуральный моделирующий комплекс, состоящий из трех основных элементов:

- эталонной модели, обеспечивающей ввод в систему исследуемого движения моделируемого объекта;
- натурной модели, или базового объекта, обеспечивающей натурные условия функционирования моделирующей системы;
- управляющей системы, вырабатывающей такие сигналы управления базовым объектом, при которых движение базового объекта воспроизводит движение моделируемого объекта.

Необходимость управления базовым объектом в реальном времени предъявляет к блоку выработки управления жесткие требования по быстродействию, обеспечение которых достигается допустимым по точностным требованиям упрощением моделей динамики исследуемых объектов. Максимальная простота модели динамики, по которой с требуемой точностью определяется

воспроизводимое на имитаторе движение, является необходимым условием минимальных затрат по времени на выработку управления базовым объектом. При этом решается задача точностной редукции заданной математической модели на основе оценки параметрической чувствительности координат модели.

Авторы выражает искреннюю благодарность рецензентам — академику НАН Украины В.К. Задираке, члену-корреспонденту НАПН Украины Р.Н. Кветному, профессору В.Я. Гальченко за полезное обсуждение данной работы.