МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЧЕРКАСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

В.Є. Прямухін, С.О. Колінько, Т.І. Бутенко

Курс фізики

Оптика.
Теорія відносності.

Навчальний посібник

За редакцією проф. В.А Ващенка

Черкаси
2021

ББК 531/534
УДК 22.3
П 85

Рекомендовано до друку
Вченою радою Черкаського державного технологічного університету,
протокол № __від __.__.2021 р.

Автори:
Прямухін Валентин Євгенович,
Колінько Сергій Олександрович,
Бутенко Тетяна Іванівна

Рецензенти:
О. В. Кириченко, д-р техн. наук, професор, зав. кафедри пожежно-профілактичної роботи Черкаського інституту пожежної безпеки ім. Героїв Чорнобиля;
Ю. О. Ляшенко, д-р фіз.-мат. наук, директор ННІ інформаційних та освітніх технологій Черкаського національного університету ім. Б. Хмельницького.

П85 Прямухін В.Є., Колінько С.О., Бутенко Т.І. Курс фізики. *Оптика. Теорія відносності.* Навчальний посібник / За ред. д.т.н., проф. Ващенка В.А. – М-во освіти і науки України, Черкас. держ. технол. ун-т. – Черкаси : ЧДТУ, 2021. –44 с.

Навчальний посібник містить стислий виклад явищ оптики та теорії відносності. Головну увагу приділено фізичному змісту основних законів та понять, їх теоретичному опису. Об’єм посібника визначено лаконічністю викладу матеріалу.

Посібник містить визначення фізичних величин та основних законів. В тексті не наводяться громіздкі математичні викладки, що дозволяє акцентувати увагу на фізичну сутність явищ та понять і законів, які їх описують. Це полегшить засвоєння курсу фізики студентами інженерних спеціальностей.

© В.Є. Прямухін, С.О. Колінько, Т.І. Бутенко 2021

Зміст

Розділ I.	**Геометрична оптика**	
1.1	Закони геометричної оптики	
1.2	Елементи оптичних приладів.	
1.3	Фотометрія	
Розділ II.	**Хвильова оптика**	
2.1.	Інтерференція світла	
2.1.1.	Умови максимуму і мінімуму при інтерференції	
2.1.2.	Приклади інтерференції світла	
2.1.3.	Застосування інтерференції світла	
2.2.	Дифракція	
2.2.1.	Дифракція. Принцип Гюйгенса–Френеля	
2.2.2.	Зони Френеля	
2.2.3.	Дифракція на круглому отворі	
2.2.4.	Дифракція світла на щілині	
2.2.5.	Дифракційна решітка	
2.2.6	Дифракція на просторовій решітці	
2.3.	Поляризація світла	
2.3.1.	Природне і поляризоване світло	
2.3.2.	Поляризація світла при відбиванні та заломленні	
2.3.3.	Поляризація світла в анізотропних середовищах	
2.4.	Дисперсія світла	
2.5.	Поглинання світла	
Розділ III.	**Кванти електромагнітного випромінювання**	
3.1.	Теплове випромінювання	
3.2.	Фотоефект	
3.3.	Фотони	
3.4.	Ефект Комптона	
Розділ IV.	**Теорія відносності**	
4.1.	Принцип відносності. Перетворення Галілея	
4.2.	Спеціальна теорія відносності	
4.3.	Проблема ефіру	
4.4.	Перетворення Лоренца	
4.5.	Наслідки з перетворень Лоренца для фізичних величин	

Передмова

Пропонований навчальний посібник «Курс фізики. *Оптика. Теорія відносності*» базується на лекційному курсі, який на кафедрі фундаментальних дисциплін та прикладного матеріалознавства Черкаського державного технологічного університету протягом тривалого часу викладається студентам різних факультетів всіх форм навчання. Він складений згідно освітньо-професійних програм технічних спеціальностей щодо дисциплін «Фізика» та «Загальна фізика».

У навчальному посібнику розглянуто явища оптики та теорії відносності у класичному варіанті, а лаконічний виклад матеріалу визначає відносно невеликий об'єм посібника.

Посібник складається з чотирьох розділів: геометрична оптика, хвильова оптика, кванти електромагнітного випромінювання та теорія відносності. У кожному розділі представлений матеріал з відповідної теми, наведено основні закони, формули та визначення, проілюстровані схемами, графіками та малюнками. Зміст посібника дозволяє використовувати його для вивчення матеріалу курсу, для аудиторних занять, для самостійної роботи.

Посібник містить визначення фізичних величин та основних законів. В тексті не наводяться громіздкі математичні викладки, що дозволяє акцентувати увагу на фізичну сутність природних явищ і законів, які їх описують.

Посібник призначений для студентів усіх спеціальностей вищих технічних навчальних закладів та широкого кола читачів, які вивчають фізику самостійно. В рамках підготовки до видання цього посібника було розроблено його електронну версію, яка також доступна студентам для використання.

Оптика

<u>Світло.</u> В розділі «Оптика» розглядають властивості світла і його взаємодію з речовиною. Світло є основним носієм інформації для живих організмів, людина одержує через зір 90 % інформації.

Світло – це електромагнітні хвилі (рис.1) з довжинами хвиль $\lambda = (3{,}8 \div 7{,}8)10^{-7}$ м і фазовою швидкістю у вакуумі $c = 3 \cdot 10^{8}$ м/с.

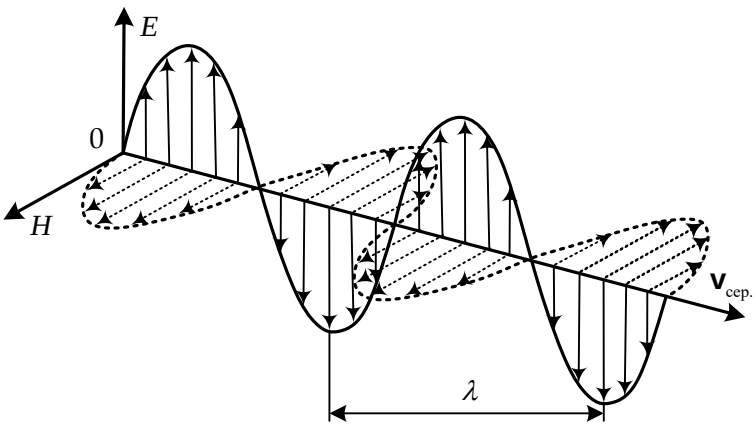


Рисунок 1

Світло має 3 основних властивості :

1) є матеріальним об'єктом, переносить енергію та імпульс;

2) хвильові властивості – здатність до інтерференції, дифракції та ін.;

3) квантові властивості – властивості частинок з енергією кванта $\varepsilon = \hbar\omega$, де $\eta = 1{,}05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – стала Планка, $\omega = 2\pi \cdot \nu = \frac{2\pi}{T}$ - циклічна частота.

Різні властивості проявляються в різній мірі в залежності від умов поширення світла. Відповідно до цього оптика поділяється на три розділи:

1) <u>геометрична оптика</u> – розглядає перенос енергії при $\lambda << l_{простору}$;

2) <u>хвильова оптика</u> – розглядає явища, зумовлені хвильовими властивостями: інтерференція, дифракція;

3) <u>квантова оптика</u> – розглядає явища, в яких суттєвою є енергія кванта.

Існує ще розділ «Нелінійна оптика», яка розглядає світлові явища в середовищі, оптичні параметри якого залежать від інтенсивності світла, це має місце при великій густині світлової енергії – квантові генератори.

I. Геометрична оптика

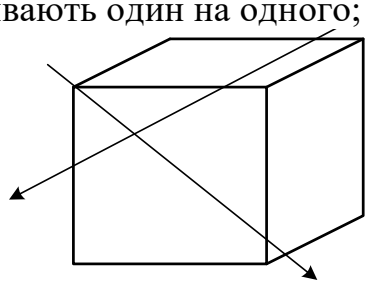
1.1. Закони геометричної оптики

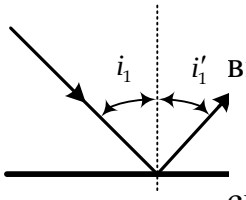
В цьому розділі визначають напрямки поширення світлових променів від незалежних джерел, а розміри області поширення набагато більші за довжину хвилі світла. Закони поширення світла визначають рівняння Максвелла. Слід мати на увазі, що закони геометричної оптики наближені, але наближення є достатнім для вище вказаних умов.

Закони геометричної оптики:

1) *прямолінійне поширення* – в однорідному середовищі світло поширюється прямолінійно і рівномірно;

2) *незалежність світлових променів* – промені поширюються одночасно в одній частині простору і не впливають один на одного;

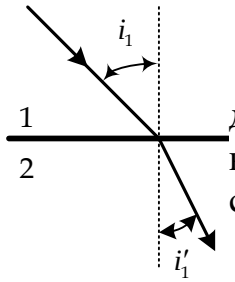




3) *відбивання* – кут падіння променя рівний кутові відбивання:

$$i_1 = i_1'; \qquad (1.1)$$

4) *заломлення* – відношення синуса кута падіння до синуса кута заломлення є постійною величиною для даних двох середовищ:



$$\frac{\sin i_1}{\sin i_1'} = n_{21} = const, \qquad (1.2)$$

де n_{21} – <u>відносний показник заломлення</u>, рівний відношенню фазових швидкостей поширення світла в цих середовищах . $n_{21}=\upsilon_1/\upsilon_2$.

Показник заломлення називається <u>абсолютним</u>, якщо першим середовищем є вакуум: $n = \frac{c}{v}$.

Речовина	n
вода	1,333
повітря	1,0003
скло	$1{,}5 \div 1{,}9$
алмаз	2,45

Крім законів геометричної оптики, дуже продуктивним для визначення напрямку поширення світла в неоднорідному середовищі є принцип Гюйгенса: кожну точку хвильового фронту можна прийняти за джерело елементарних півсферичних хвиль, огинаюча поверхня яких визначає нове положення хвильового фронту. На рис. 2 приведено приклад побудови хв. фронту 2 при перетині променем границі двох середовищ :

$$r_1 = v_1 \cdot \Delta t\,,$$
$$r_2 = v_2 \cdot \Delta t, (v_2 < v_1).$$

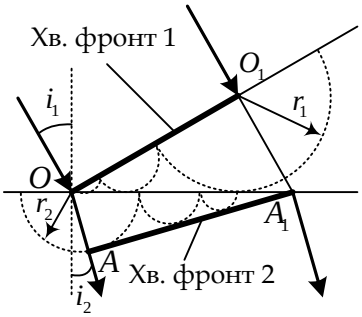
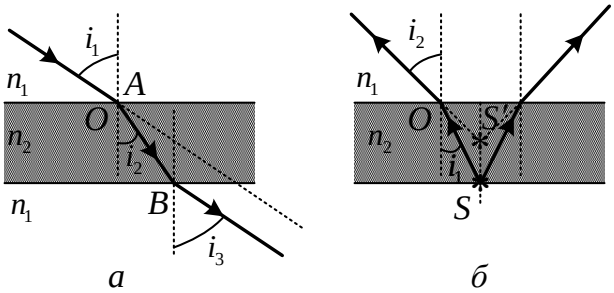


Рисунок 2

Принцип Гюйгенса відповідає фізичним явищам, які відбуваються при поширенні світла в речовині. Електромагнітна хвиля викликає вимушені коливання електронів в атомах і молекулах. Вимушені коливання утворюють вторинні електромагнітні хвилі від різних атомів. В результаті накладання вторинних електромагнітних хвиль формується вторинна електромагнітна хвиля.

1.2. Елементи оптичних приладів

1. <u>Плоскопаралельна пластина</u>. **Задача**: визначити напрямок променя після проходження пластини. Запишемо закон заломлення для точок *A* і *B* (рис. 3 *а*): для *A*: $\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{21}$, для *B*: $\frac{\sin i_2}{\sin i_3} = n_{12}^{\circ}$ помножимо вирази і одержимо $i_1 = i_3$.



а *б*

Рисунок 3

Висновок: плоско-паралельна пластина не змінює напрямок променя. Проте, зображення точки зміщується (рис. 3 *б*) і чим більший кут падіння тим зміщення більше, тому зображення предмета деформується.

2. <u>Плоске дзеркало</u>. Якщо зображення точки утворюється при перетині променів, то зображення буде дійсним і його можна буде отримати на екрані. У випадку, коли промені після проходження оптичного приладу не перетинаються, зображення отримують в точці перетину продовжень променів і зображення буде уявне.

Після відбивання від плоского дзеркала (рис.4) промені розходяться, перетинаються їх продовження в точці *S'* ($a_1 = a_2$). Зображення в плоскому дзеркалі буде уявним.

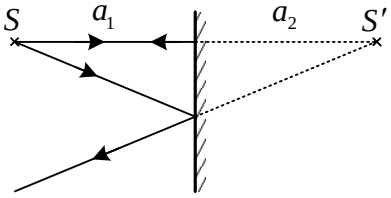


Рисунок 4

3. *<u>Повне відбивання світла</u>* – відбувається на межі поділу двох прозорих середовищ, коли відсутній заломлений промінь (рис. 5, *в*). Явище спостерігається при двох умовах:

1) промінь поширюється з середовища з більшим показником заломлення в середовище з меншим показником , тобто, відносний показник заломлення менший одиниці: $\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{21} < 1$, $i_1 < i_2$ (рис. 5, *а*);

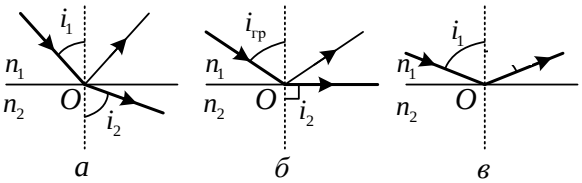


Рисунок 5

2) кут падіння більший граничного кута (рис. 5, *б*), для якого кут заломлення рівний $90°$. Для води $i_{гр}$ = 48°, для скла $i_{гр}$ = 48° – 42°.

4. <u>Призма</u> (рис. 6) використовується для :

1) повороту зображення променя на $180°$ через повне відбивання (рис. 6 *а*);

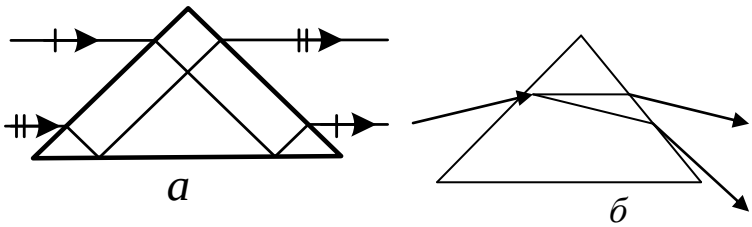


Рисунок 6

2) для розділення в просторі променів з різною довжиною хвилі: показник заломлення для менших довжин хвиль більший, ніж для довших (рис.6, б). При проходженні через призму біле світло розкладається в спектр.

5. <u>*Тонка лінза*</u> – прозоре тіло, яке обмежене двома сферичними поверхнями.

Лінія, що проходить через центри кривизни поверхонь, називається головною оптичною віссю (рис. 7); інші лінії, які проходять через оптичний центр лінзи – побічними оптичними осями. Поверхні лінзи навпроти оптичного центра майже паралельні, тому промені, що поширюються вздовж оптичних осей, не заломлюються (не змінюють напрямку). Закон заломлення для променів записаний для першої та другої поверхонь (наприклад $\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{21}$) при малих кутах $(\sin i \approx i)$ дозволяє одержати формулу тонкої лінзи (можна знехтувати товщиною лінзи порівняно з радіусами кривизни):

$$-\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right), \qquad (1.3)$$

де n – відносний показник заломлення лінзи (відносно зовнішнього середовища); a_1, a_2 – віддаль джерела і зображення до лінзи по головній оптичній осі; R_1, R_2 – радіуси кривизни поверхонь лінзи. Всі віддалі у формулі лінзи алгебраїчні: наліво від лінзи – від'ємні, направо – додатні.

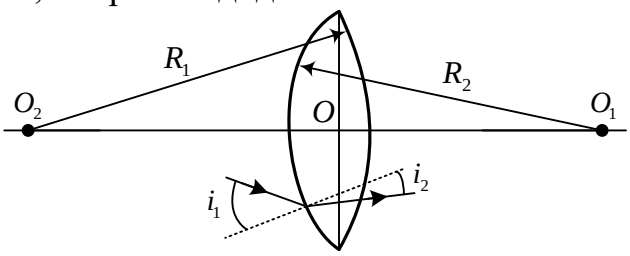


Рисунок 7

$D = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$ – називається оптичною силою лінзи, обернена до неї величина – фокусною віддаллю.

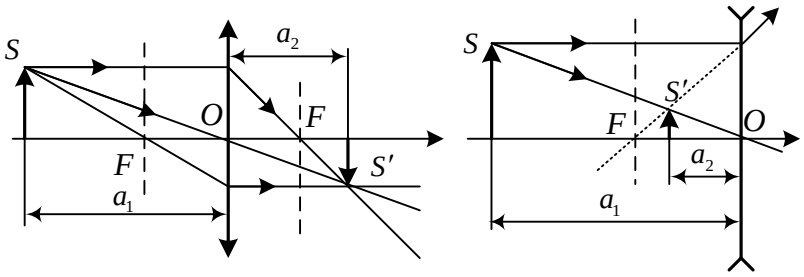


Рисунок 8.1

$F = \frac{1}{D}$ має простий зміст: промені, що падають на лінзу паралельно головній оптичній осі $(a_1 = -\infty)$ перетинаються у фокусі. Якщо $F < 0$, то лінза розсіює промені. Формулу тонкої лінзи записують також у вигляді:

$$-\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} = \frac{1}{F}. \qquad (1.4)$$

6. Сферичне дзеркало (рис 8.2). Вгнуте дзеркало дозволяє одержати дійсне зображення; хід променів подібний до ходу в тонкій лінзі , тому і формула (1.4) така ж , а фокусна віддаль

$$F = \frac{1}{2}R,$$

де R – радіус кривизни дзеркала.

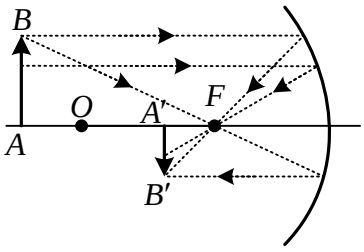


Рисунок 8.2

Прямолінійність поширення променів дозволяє одержати зображення в системі оптичних елементів методом послідовних побудов.

Подібність зображень і предметів, як основна властивість оптичних приладів, справджується наближено відповідно до умов: 1) $\lambda << D$ (D – поперечний розмір оптичного приладу); 2) малі кути падіння променів на оптичні поверхні – $\sin\alpha \approx \alpha$. Мають місце і інші причини, що приводять до спотворення зображень. Наприклад, залежність $n = f(\lambda)$, що викликає дисперсію світла – утворення райдужних зображень, або непостійність радіуса кривизни поверхні оптичного елемента, що впливає на чіткість зображення. Недоліки зображень, одержаних оптичними приладами, називають аберраціями оптичних приладів. В залежності від причин розрізняють аберації: 1) сферична – зображення точки має вигляд малого круга, до цього приводить закон заломлення – промені від точкового джерела можна зібрати в точку лінзами з параболічними, а не сферичними поверхнями; 2) хроматична – зображення точкового джерела білого світла має вигляд концентричних райдужних кілець, (причина вказана вище); 3) астигматизм – непостійність радіуса кривизни лінз приводить до утворення зображення точки у вигляді еліпса: це стосується в більшій мірі променів, які падають на лінзу під великими кутами, тому периферична частина зображення втрачає різкість; 4) дисторсія – при значних збільшеннях виникає нерівномірне збільшення по різних напрямках.

Всі недоліки оптичних приладів виправляють накладанням оптичних елементів з протилежним знаком недоліку, що їх взаємно компенсує. Через це оптичні елементи стають товстими (в першу чергу лінзи) і побудова зображень стає складнішою (наприклад, для товстої лінзи замість поверхні лінзи потрібно визначити головні площини лінзи, відносно яких визначають положення фокусів і зображень).

1.3. Фотометрія

Чутливість ока людини до е-м хвиль визначають дослідним шляхом (рис.9).

На рис. 10 зображено функцію розподілу енергії в спектрі теплового джерела світла.

Основною фотометричною величиною є *світловий потік* – сума добутків функції розподілу енергії в спектрі джерела на чутливість ока людини:

$$\Phi = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varphi(\lambda)\Phi_{ен}(\lambda)d\lambda. \qquad (1.5)$$

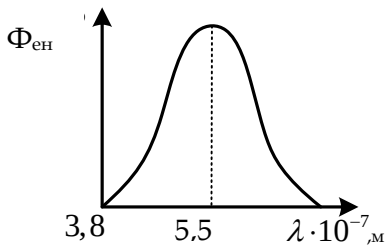


Рисунок 9

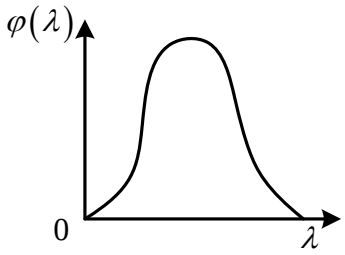
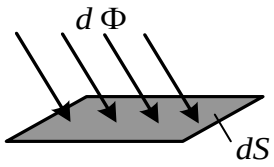


Рисунок 10

Фотометричні величини:



1. *Освітленість* – характеризує світловий потік на одиницю площі:

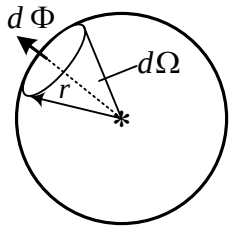
$$E = d\Phi/dS; \qquad (1.6)$$

1 лм : 1 м^2 = 1 люкс.

2. *Сила світла* – характеризує світловий потік джерела в певному напрямку:

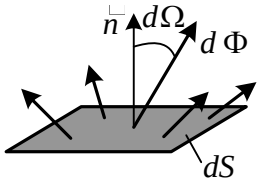
$$I = d\Phi/d\Omega; \text{ кандела.} \qquad (1.7)$$

де $d\Omega$ – об'ємний кут.



3. *Яскравість* – характеризує світловий потік джерела з одиниці площі, в одиниці об'ємного кута, в напрямку перпендикулярному поверхні джерела:

$$B = d\Phi/d\Omega \cdot dS; \text{ ніт.} \qquad (1.8)$$



Одиниці фотометричних величин встановлюються через еталон сили світла: 1 кандела (свічка) $=\frac{1}{60}$ $I_{еталона}$, еталон – 1 см^2 поверхні абсолютно чорного тіла в перпендикулярному напрямку при температурі плавлення платини – 2046 К. Практично важливою величиною є освітленість. Зручні умови для роботи людини забезпечує освітленість ~ 60лк. (10 лк $\le E \le$ 150 лк). Механічний еквівалент світла А=$1{,}6\cdot10^{-3}$ Вт/лм. Джерела світла переважно характеризують силою світла. Для точкового джерела світла за визначенням Е можна обчислити освітленість (рис.11) по формулі:

$$E=\frac{I}{r^2}\cos\alpha\,. \qquad (1.9)$$

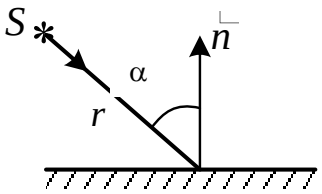


Рисунок 11

Вираз (1.10) називається <u>законом освітленості.</u>

Джерело світла	Яскравість, кд/м^2	Освітленість, лк
небо вночі без місяця	$1\cdot10^{-2}$	10^{-6}
повний місяць	$2\cdot10^{3}$	10^{-1}
небо вдень без хмар	$1\cdot10^{4}$	
спіраль лампи	$2\cdot10^{6}$	
Сонце	$1\cdot10^{9}$	$2\cdot10^{2}$
ртутна лампа надвисокого тиску	$1\cdot10^{9}$	$1\cdot10^{5}$

Освітленість вимірюють <u>фотометрами</u> візуальними, електричними. У візуальних фотометрах (рис.12) досягають однакових освітленості різних джерел.

$$\frac{I_1}{\tau_1}=\frac{I_2}{\tau_2}\ .$$

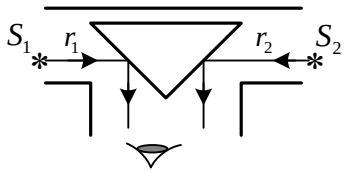


Рисунок 12

В електричних фотометрах сила струму пропорційна освітленості.

II. Хвильова оптика

2.1. Інтерференція світла

2.1.1. Умови максимуму і мінімуму при інтерференції

При певних умовах порушується незалежність світлових променів і спостерігається явище інтерференції. Інтерференція – це перерозподіл світлових потоків при накладанні когерентних променів. З'ясуємо основну властивість променів при інтерференції – когерентність.

Світло – електромагнітні хвилі з $\lambda = (7{,}8 - 3{,}9)\cdot 10^{-7}$ м. Рівняння для напруженості електричного та магнітного полів мають вигляд:

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_m \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \alpha), \qquad (2.1)$$
$$\vec{H}(\vec{r},t) = \vec{H}_m \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \alpha),$$

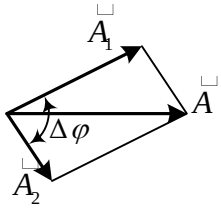
де $\vec{E}_m$ і $\vec{H}_m$ – амплітуда; $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ – циклічна частота; $\vec{k} = \dfrac{2\pi}{\lambda}\vec{n}$ – хвильовий вектор, $\vec{n}$ – нормаль до хвильової поверхні. Хвильова поверхня – поверхня постійної фази хвиль.

Досліди вказують, що дія світла на речовину пов'язана з напруженістю електричного поля E. Її називають світловим вектором, позначають $\vec{A}$. Обчислення густини потоку енергії хвиль S приводить до результату: $S \sim A^2$. Макроскопічні оптичні прилади регулюють на середнє за часом значення густини потоку енергії, яку називають інтенсивністю світла:

$$I = A^2. \qquad (2.2)$$

Нехай в точці спостереження накладаються дві світлові хвилі:

$$\vec{A}_1(\vec{r}_1,t) = \vec{A}_{m1} \cos(\omega_1 t - \vec{k}_1\vec{r}_1 + \alpha_1);$$
$$\vec{A}_2(\vec{r}_2,t) = \vec{A}_{m2} \cos(\omega_2 t - \vec{k}_2\vec{r}_2 + \alpha_2).$$



Миттєве значення світлового вектора рівне векторній сумі (рис. 13):

$$\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2.$$

Амплітуда для $\vec{A}$ визначається за теоремою косинусів:

$$A_m^2 = A_{m1}^2 + A_{m2}^2 + 2A_{m1}^2 \cdot A_{m2}^2 \cos\Delta\varphi,$$

Рис. 13

де $\Delta\varphi = (w_1 - w_2)t - \left(\vec{k}_2\vec{r}_2 - \vec{k}_1\vec{r}_1\right) + (\alpha_2 - \alpha_1)$ – кут між $\vec{A}_1$ і $\vec{A}_2$.

Відповідно до $I \sim A^2$ інтенсивність світла за значний проміжок часу (для ока людини $\Delta t > 10^{-2} c$) буде постійною при $\omega_1 = \omega_2$ і коливаннях в одній площині. Тобто, $\cos\Delta\varphi = 0$, а інтенсивності світла просто додаються $I = I_1 + I_2$, що звичайно і спостерігається.

При $\frac{\pi}{2} > \Delta\varphi > -\frac{\pi}{2}$, інтенсивність світла $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\Delta\varphi > I_1 + I_2$,

а при $\frac{\pi}{2} < \Delta\varphi < -\frac{\pi}{2}$ – $I = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\Delta\varphi < I_1 + I_2$.

Вираз $2\sqrt{I_1 I_2}\cos\Delta\varphi$ – називається інтерференційним доданком і він зумовлює збільшення або зменшення інтенсивності світла для різних точок спостереження у відповідності до закону збереження енергії. Промені з постійною різницею фаз хвиль називають <u>когерентними</u>. Тільки для когерентних променів спостерігається інтерференція.

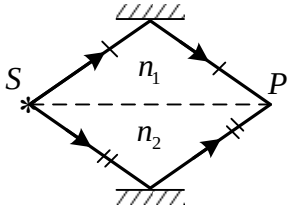


Рисунок 14

Спростимо вираз умов для областей, де спостерігається $I_{\max}$ або $I_{\min}$ при інтерференції. Когерентні промені звичайно одержують розділенням достатньо вузького променя на два. Нехай в точці S (рис. 14) відбувається розділення променя на два когерентних, один проходить шлях l_1 в середовищі з n_1 другий – l_2 в середовищі з n_2.

Їх рівняння в точці Р: $A_1 = A_{m1}\cos w\left(t - \frac{l_1}{v_1}\right)$,

$$A_2 = A_{m1}\cos w\left(t - \frac{l_2}{v_2}\right).$$

Врахуємо, що $n_1 = \frac{c}{v_1}$, $n_2 = \frac{c}{v_2}$. Тоді різниця фаз буде:

$$\Delta\varphi = w\left(\frac{l_2}{v_2} - \frac{l_1}{v_2}\right) = \frac{w}{c}(n_2 l_2 - n_1 l_1),$$

де $\frac{\omega}{c} = \frac{2\pi\nu}{c} = \frac{2\pi}{cT} = \frac{2\pi}{\lambda_0}$; T – період коливань A в хвилі, λ_0 – довжина хвилі у вакуумі.

Тому,

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}(n_2 l_2 - n_1 l_1). \qquad (2.3)$$

Вираз

$$\Delta = n_2 l_2 - n_1 l_1 \qquad (2.4)$$

називають <u>різницею оптичного шляху</u>, він має зміст різниці фаз у довжинах хвиль.

Умова $I_{\max}$ при інтерференції:

$$\Delta\varphi = 2\pi k\,,\ k = 0,1,2.....: \Delta = k\lambda_0\,. \qquad (2.5)$$

Умова $I_{\min}$ при інтерференції:

$$\Delta\varphi = (2k+1)\pi\,,\ \ \Delta = (2k+1)\frac{\lambda_0}{2}\,. \qquad (2.6)$$

<u>Зауваження:</u> якщо промінь поширюється в кількох речовинах, то для обчислення Δ потрібно просумувати добутки їх абсолютних показників заломлення на довжину шляху в кожній речовині; при відбиванні променя від речовини з більшим показником заломлення $(n_2 > n_1)$ фаза світлової хвилі змінюється на $(-\pi)$, це враховується в Δ, як $-\frac{\lambda}{2}$; при відбиванні від речовини з $(n_2 < n_1)$ фаза не змінюється.

2.1.2. Приклади інтерференції світла

1. *<u>Дослід Юнга</u>*: когерентні промені одержуються від двох малих отворів в екрані, який освітлюється від одного малого отвору (рис. 15). Промені поширюються в повітрі:

$n_1 = n_2 = 1$.

$\Delta = l_2 - l_1$.

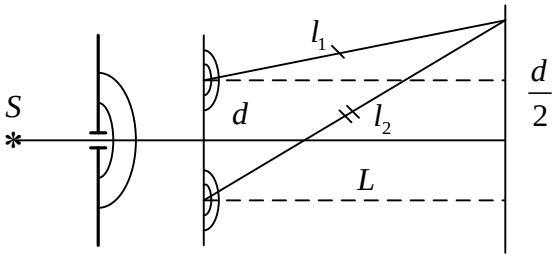


Рисунок 15

Обчислюємо Δ з прямокутних трикутників:

$$l_1^2 = L^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2 \Rightarrow l_2^2 = L^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2 \Rightarrow l_2^2 - l_1^2 = 2d \cdot x\,.$$

Оскільки $l_2^2 - l_1^2 = (l_2 - l_1)(l_2 + l_1) \approx \Delta \cdot 2L$, то $\Delta = \frac{d}{L}x$. Обчислимо координати I_{max} та I_{min}:

$$I_{\max} : \Delta = k\lambda_0\,;\ x_{\max} = \frac{L}{d}k\lambda_0\,.$$

$$I_{\min} : \Delta = (2k+1)\frac{\lambda_0}{2}\,;\ x_{\min} = \frac{L}{d}(2k+1)\frac{\lambda_0}{2}\,.$$

<u>Зауваження</u>. Для збільшення інтенсивності світла доводиться збільшувати розмір джерел світла. Це приводить до розмивання інтерференційної картини. Нехай джерело світла має розмір d, тоді від крайніх точок різниця шляхів буде $\Delta = d\sin\varphi$ (рис. 16). Нею можна знехтувати, якщо $\Delta << \frac{\lambda}{2}$. Якщо ця умова не виконується, то інтерференційні смуги розмиваються.

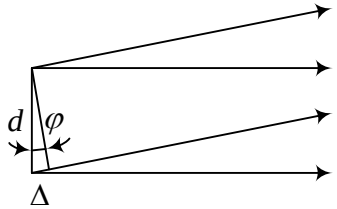


Рисунок 16

2. Інтерференція світла в тонких плівках. Цей вид інтерференції найбільш доступний для спостереження: мильні бульбашки, масляні плівки на воді.

Розглянемо промені, що відбиваються від поверхонь плівки товщиною d з показником заломлення n (рис.17). Оптичний шлях променя $1: S_1 + \frac{\lambda_0}{2}$ ($\frac{\lambda_0}{2}$ – враховує зміну фази при відбиванні в A);

$S_1 = AD = AC \cdot \sin i_1 = 2d \operatorname{tg} i_2 \sin i_1$.

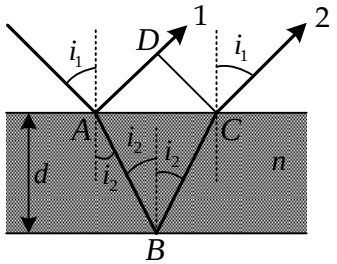


Рисунок 17

Оптичний шлях променя 2 (заломлюється в точці A, відбивається в точці B): $S_2 = 2d \frac{1}{\cos i_2}$.

Обчислюємо:

$$\Delta = n \cdot S_2 - \left(S_1 + \frac{\lambda_0}{2} \right) = 2 \frac{d}{\cos i_2} (n - \sin i_2 \sin i_1) - \frac{\lambda_0}{2}.$$

Як бачимо Δ залежить від товщини плівки d, показника заломлення n і кута падіння. Для паралельних променів і однорідної речовини інтерференційні смуги показують області постійної товщини з точністю до частини λ_0.

Ньютон розглянув інтерференційні смуги постійної товщини в повітряному зазорі між лінзою і скляною пластиною (рис.18). Інтерферують промені: один відбитий від нижньої поверхні лінзи, другий – від поверхні пластини. Для цих променів $\Delta = 2h + \frac{\lambda_0}{2}$. Смуги мають вигляд кілець. За радіусом кілець і кривизною лінзи можна обчислити λ.

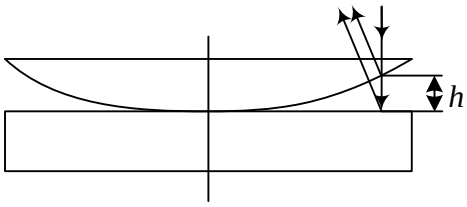


Рисунок 18

2.1.3. Застосування інтерференції світла

1. *Просвітлення оптики.* На кожній поверхні оптичних елементів відбивається приблизно 4 % світлового потоку, що для 2–3 елементів складає 24 %. Для зменшення втрат на відбивання на кожну вільну поверхню наносять тонку плівку з іншим ніж у скла показником заломлення (рис. 19).

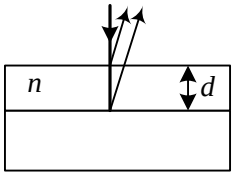


Рис. 19

Плівка утворює два відбитих променя з різницею оптичного шляху $\Delta = 2dn$. Для $I_{\min}$ $\Delta = \frac{\lambda_0}{2} \Rightarrow d = \frac{\lambda_0}{4n}$. Це забезпечує відсутність відбитого променя. Технічні методи дозволяють задовольнити цю умову для достатньо широкого інтервалу довжин хвиль.

2. *Інтерферометри* – прилади для вимірювання довжини тіл з використанням інтерференції світла.

Запропоновано кілька інтерферометрів. В інтерферометрі Майкельсона для одержання когерентних променів використовується напівпрозоре дзеркало P (рис. 20). Відбите дзеркалом P світло падає на дзеркало D_y відбивається, падає знову на P, заломлюється і проходить до спостерігача; світло, що заломилось на P, падає на дзеркало D_x, відбивається, знову відбивається від P і накладається на вертикальний промінь. При накладанні променів спостерігається інтерференційна картина. Переміщення дзеркала на $\frac{\lambda}{2}$ приводить до переміщення інтерференційних смуг на одну смугу, зорова труба дозволяє розрізняти до $0{,}1\lambda_0$.

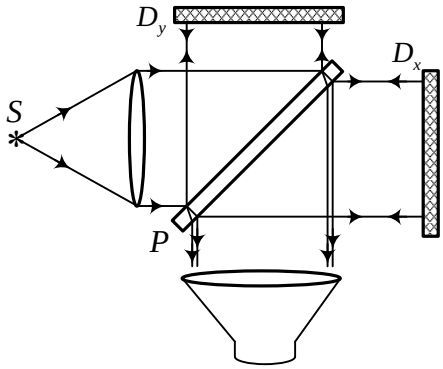


Рисунок 20

3. *Голографія.* “Голос” грецькою мовою означає «повний». Об’єкт фотографують у 2-х когерентних променях (рис. 21). На фотоемульсії утворюється система інтерференційних смуг. При розгляді фотоемульсії в когерентних променях, інтерференція дифрагованих променів утворює об’ємне зображення.

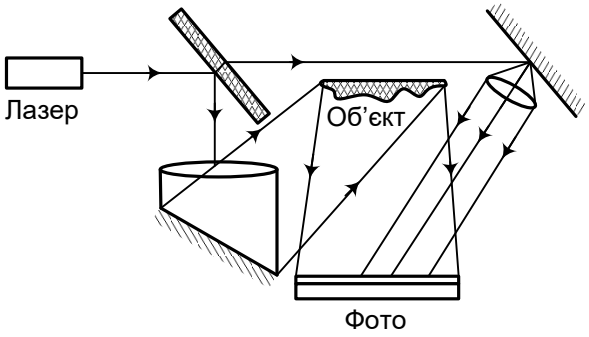


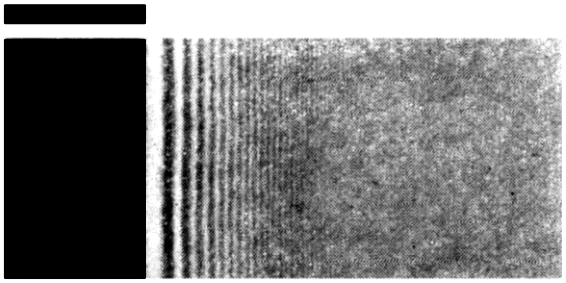
Рисунок 21

2.2. Дифракція

2.2.1. Дифракція. Принцип Гюйгенса–Френеля

Дифракцією світла називають відхилення променів від прямолінійного поширення біля непрозорих перепон. Дифракція існує і для механічних хвиль.

На рис. 22 приведена фотографія тіні краю непрозорої півплощини і графік розподілу освітленості – типовий приклад дифракції світла.



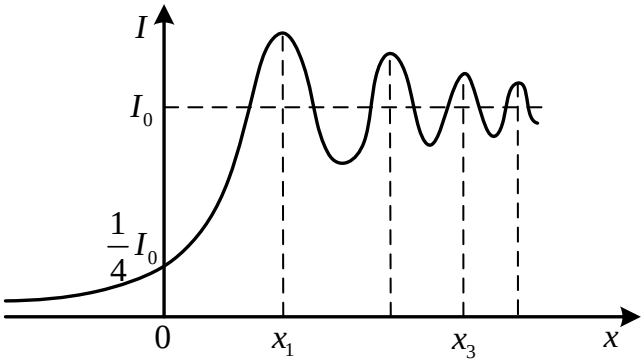


Рисунок 22

Найбільш точний розрахунок дифракційної картини потрібно виконувати за рівняннями Максвелла. Такі розрахунки математично складні. Обчислення розподілу освітленості при дифракції світла проводять наближеним методом – за принципом Гюйгенса – Френеля. Згідно з цим принципом, кожна точка хвильового фронту є вторинним джерелом хвиль. Вторинні джерела когерентні між собою. Хвильовий фронт в наступний момент часу визначається, як результат інтерференцій всіх когерентних вторинних хвиль.

Зокрема, Гюйгенс сформулював правило побудови хвильових поверхонь для визначення напрямку поширення променів, а Френель доповнив принцип Гюйгенса методом обчислення результуючої амплітуди світлових коливань $\vec{A}$:

$$\vec{A} = \int_S d\vec{A}, \tag{2.8}$$

$$dA = K(\varphi)\frac{A_0}{r}\cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \alpha_0)dS, \tag{2.9}$$

де dA – елемент амплітуди від елемента хвильової поверхні dS; $K(\varphi)$ – визначає залежність елемента амплітуд від кута φ між напрямком на точку спостереження P і нормаллю до хвильової поверхні $\vec{n}$; $K(\varphi)$ подібно до $\cos(\varphi)$; A_0 – амплітуда світлових коливань на хвильовій поверхні; $\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{n}$ – хвильовий вектор.

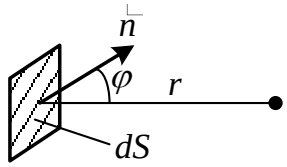


Рисунок 23

2.2.2. Зони Френеля

Обчислення A за формулою (2.8) математично складне, тому Френель запропонував замість інтеграла обчислювати суму для скінчених елементів ΔS:

$$A = \sum K(\varphi_i)\frac{A_0}{r_i}\cos(\Delta\varphi_i)\Delta S_i. \tag{2.10}$$

Доданки в (2.10) монотонно залежать від співмножників $K(\varphi)$, r, ΔS. Внаслідок умов спостереження $r >> \lambda$ залежність A_i від $K(\varphi)$ дуже слаба, а залежність A_i від $\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}r\right)$ дуже чутлива до зміни r_i: при $\Delta r \sim \frac{\lambda}{2}$ змінюється знак $\cos(\Delta\varphi_i)$. Це означає, що в утворенні дифракційної картини важливою є різниця фаз світлових хвиль в точці спостереження від різних елементів хвильової поверхні. Френель запропонував оцінити результуючу амплітуду сумою доданків від ділянок хвильового фронту, хвилі від яких в точці спостереження мають протилежні фази. Тоді у виразі (2.10) доданки почергово будуть мати різні знаки:

$$A = \frac{A_0}{r_0}\Delta S_0 - \frac{A_0}{r_1}K(\varphi_1)\Delta S_1 + \frac{A_0}{r_2}K(\varphi_2)\Delta S_2 - ... \tag{2.11}$$

Відповідні ділянки хвильового фронту називають зонами Френеля. Сферичний хвильовий фронт утворюється від джерела світла малих розмірів ($d \approx 10^{-3}$м) на значних віддалях ($a \approx 1$м). Для спостереження доцільно обрати зони Френеля у вигляді кілець, як показано на рис. 24, де S – точкове джерело світла.

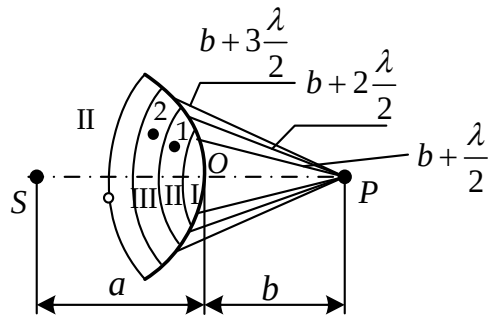


Рисунок 24

Оскільки коливання від сусідніх зон проходять до точки P відстані, які відрізняються на $\frac{\lambda}{2}$, то в точку P вони приходять з протилежною фазою. При накладанні ці коливання будуть взаємно послаблювати одне одного. Тому, амплітуда A результуючого світлового коливання в точці P буде рівна:

$$A=\frac{A_1}{2}+\left(\frac{A_1}{2}-A_2+\frac{A_3}{2}\right)+\left(\frac{A_3}{2}-A_4+\frac{A_5}{2}\right)+...+\frac{A_k}{2}=\frac{A_1}{2}+\frac{A_k}{2},$$

де A_1, A_2, A_k - амплітуди коливань викликані 1-ю, 2-ю, … , к-ю зонами Френеля, а вирази в дужках рівні нулеві.

Згідно теорії Френеля дія окремих зон в точці P тим менша, чим більший номер зони:

$$A_1 > A_2 > A_3 > A_4 > .....$$

Отже, у випадку відкритого хвильового фронту, коли кількість зон Френеля дуже велика, $A_k \approx 0$ і $A=\frac{A_1}{2}$. Таким чином, дія всієї хвильової поверхні в довільній точці P зводиться до дії її малої ділянки – половини центральної зони (рис. 25), що узгоджується з законом прямолінійного поширення світла.

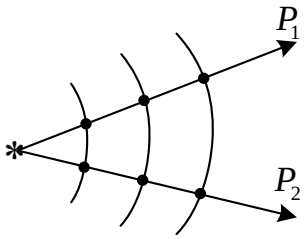


Рисунок 25

Правомірність поділу хвильового фронту на зони Френеля підтверджується експериментально. Для цього використовують зонні пластинки, які містять систему прозорих і непрозорих концентричних кілець, побудованих за принципом розміщення зон Френеля. Така пластинка, відкриваючи лише непарні зони, значно збільшує інтенсивність світла в точці P, діючи подібно збірній лінзі:

$$A = A_1 + A_3 + A_5 + ...$$

Розглянемо кілька найважливіших прикладів дифракції.

2.2.3. Дифракція на круглому отворі

Якщо отвір відкриває невелику кількість зон k Френеля, то амплітуда результуючого коливання в точці P (рис. 26) $A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_k}{2}$, де знак плюс відповідає непарним k, а мінус – парним k.

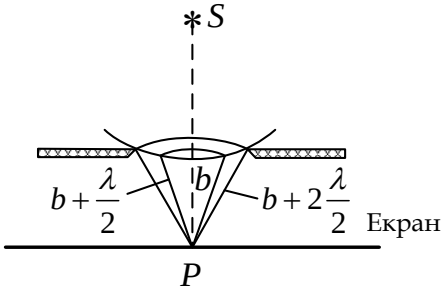
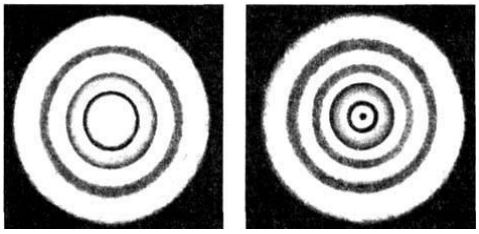


Рисунок 26

Отже, в точці P спостерігатиметься світла пляма при $k = 2n+1$, і темна пляма при $k = 2n$, де n - ціле число.

Внаслідок осьової симетрії дифракційна картина від колового отвору навколо точки P буде мати вигляд концентричних темних і світлих кілець з центром в точці P (рис. 27).



а *б*

Рисунок 27

2.2.4. Дифракція світла на щілині

Розглянемо дифракцію світла на щілині при умові, що промені поширюються перпендикулярно до площини щілини, яка повинна бути достатньо вузькою (рис. 28).

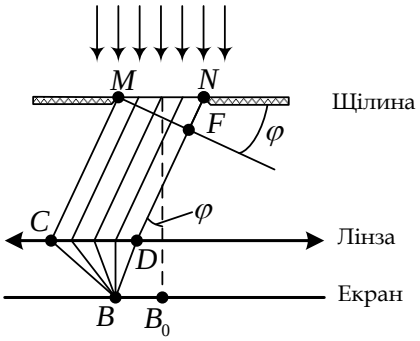


Рисунок 28

Для спостереження різкого зображення за щілиною потрібно розмістити збірну лінзу і екран в її фокальній площині. Від кожного елемента хвильового фронту по всіх напрямках поширюються хвилі. Розглянемо розподіл інтенсивності світла на екрані в напрямку під кутом φ. Розділимо хвильовий фронт на зони Френеля – смуги, паралельні щілині. Тоді для напрямку під кутом φ на хвильовому фронті щілини вкладеться число зон Френеля:

$$k_{\text{Фр}} = \frac{a \cdot \sin\varphi}{\frac{\lambda}{2}} = \frac{2a \cdot \sin\varphi}{\lambda}.$$

$$\left(a = M\,N,\ \ N\,F = k_{\text{Фр}}\frac{\lambda}{2},\ \ N\,F = a \cdot \sin\varphi\right).$$

Непарне число $k_{\text{Фр}} = (2n+1)$, визначає напрямки φ з $I_{\max}$: $a \cdot \sin\varphi = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$. Парне число зон $k = 2n$, визначає напрямки φ з $I_{\min}$: $a \cdot \sin\varphi = 2n\frac{\lambda}{2}$. Для спостереження дифракційної картини ширина щілини a повинна бути порядку кількох довжин хвиль λ.

2.2.5. Дифракційна решітка

Велике практичне значення має дифракція, яку спостерігають при проходженні світла через одномірну дифракційну решітку – систему паралельних щілин рівної ширини, які лежать в одній площині і розділені рівними по ширині непрозорими проміжками. Оскільки, дифракційна картина на екрані від щілини визначається напрямком променів, то незначне паралельне переміщення щілини не змінить дифракційної картини. Отже, якщо перейти від однієї щілини до дифракційної решітки, то на екрані отримаємо результат інтерференції когерентних дифрагованих променів світла, які ідуть від усіх щілин.

На рис. 29 зображено дифракційну решітку, збірну лінзу і екран, який розмішено у фокальній площині лінзи. Збірна лінза буде фокусувати на екрані в точці В паралельні між собою промені.

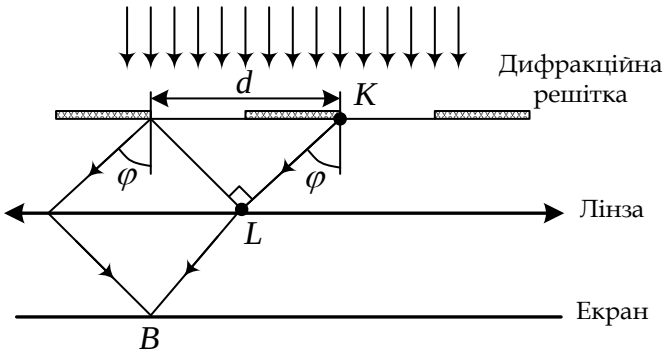


Рисунок 29

Якщо ширина кожної щілини рівна a, а ширина непрозорих ділянок між щілинами b, то величина $d = a + b$ називається постійною (періодом) дифракційної решітки. Нехай плоска монохроматична хвиля падає нормально до площини решітки. Оскільки, щілини знаходяться одна від одної на однакових відстанях, то різниця ходу променів, які ідуть від двох сусідніх щілин, будуть для даного напрямку φ однакові для всієї дифракційної решітки: $\Delta = kL = d \cdot \sin\varphi$. Розрахунок дифракційної картини на екрані повинен враховувати умову мінімумів дифракції на щілині ($a \cdot \sin\varphi = \pm k\lambda$), коли на всю решітку ($l = Nd$) вкладається парне число зон Френеля ($Nd \cdot \sin\varphi = \pm k\lambda$), та умову головних максимумів при інтерференції когерентних променів, які ідуть від усіх щілин ($d \cdot \sin\varphi = \pm k\lambda$).

Не вдаючись в детальний аналіз, відмітимо, що практичне значення мають головні максимуми дифракційної решітки, які визначаються умовою однакових фаз хвиль від сусідніх щілин:

$$d \cdot \sin\varphi = \pm n\lambda \ , \qquad (n = 0,\ 1,\ 2\ldots). \qquad (2.12)$$

Згідно з умовою головних максимумів дифракційної решітки (2.12) положення головних максимумів залежить від довжини хвилі λ. Тому, при пропусканні через решітку білого світла всі максимуми, крім центрального ($n = 0$), розкладаються в спектр, фіолетова область спектра буде наближена до центру дифракційної картини, а червона – віддалена. Ця властивість дифракційної решітки розділяти в просторі випромінювання з різними довжинами хвиль використовується для дослідження спектрального складу світла (визначення довжин хвиль і інтенсивності всіх монохроматичних компонент світла), тобто, дифракційна решітка може бути використана як спектральний прилад.

2.2.6. Дифракція на просторовій решітці

Дифракція світла спостерігається не тільки на плоскій одномірній решітці, а і на двомірній решітці (штрихи нанесені у взаємноперпендикулярних напрямках в одній площині). Існують також просторові (трьохмірні) решітки, що мають періодичність по трьом напрямкам, які не лежать в одній площині. Як просторову решітку можна розглядати кристалічне тіло, в якому неоднорідності (атоми, молекули, іони) регулярно повторюються в трьох напрямках.

Оскільки постійна кристалічної решітки порядку 10^{-10}м , то для спостереження дифракції слід використовувати рентгенівське випромінювання ($\lambda = 10^{-12} - 10^{-8}$м). Дифракція рентгенівських променів є результатом інтерференції відбитих променів від системи паралельних кристалографічних площин (площин, в яких лежать атоми кристалічної решітки). Нехай кристалографічні площини знаходяться на відстані d одна від одної (рис. 30). Пучок паралельних монохроматичних рентгенівських променів (1, 2) падає під кутом ковзання θ і збуджує атоми кристалічної решітки, які стають джерелами когерентних вторинних хвиль $1'$ і $2'$.

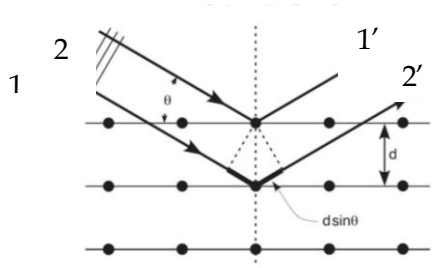


Рисунок 30

Дифракційні максимуми будуть спостерігатись в тих напрямках, для яких всі відбиті атомними площинами хвилі будуть знаходитися в однаковій фазі. Ці напрямки задовольняють формулу Вульфа-Брегга, тобто, при різниці ходу між променями, яка кратна цілому числу довжин хвиль λ, промені підсилюватимуть один одного:

$$2d \cdot \sin\theta = k\lambda \quad (k = 1, 2, 3, \ldots).$$

Формула Вульфа-Брегга використовується для розв'язання двох важливих задач:

1. Спостерігаючи дифракцію рентгенівських променів відомої довжини хвилі λ і вимірюючи θ і k, можна знайти міжплощинні відстані d, тобто визначити структуру кристалічної речовини. Цей метод лежить в основі рентгеноструктурного аналізу.

2. Спостерігаючи дифракцію рентгенівських променів невідомої довжини хвилі λ на кристалічній структурі, міжплощинні віддалі d якої відомі, і вимірюючи θ і k, можна визначити довжину хвилі падаючого рентгенівського випромінювання (рентгенівська спектроскопія).

2.3. Поляризація світла

2.3.1. Природне і поляризоване світло

Згідно теорії Максвела, світло $\lambda = (3{,}8 - 7{,}8)$ *м* – поперечні електромагнітні хвилі: вектори напруженостей електричного $\vec{E}$ і магнітного $\vec{H}$ полів взаємноперпендикулярні і коливаються перпендикулярно до вектора швидкості $\vec{v}$ поширення хвилі.

Взаємодія світла з атомами речовини визначається переважно вектором $\vec{E}$. Тому електромагнітна хвиля несиметрична відносно напрямку поширення. Пригадаємо – радіохвилі телепередач бувають горизонтальної та вертикальної поляризації і антени мають відповідний вигляд. Проте, промені від природних джерел не виявляють осьової анізотропії. Це пояснюється моделлю променя: він являє собою велику сукупність елементів – квантів, які випромінюються переважно незалежно різними атомами джерела світла. Велика кількість атомів у тілах приводить до рівномірного симетричного розподілу площин коливань

відносно напрямку поширення променя. Світло з усіма можливими рівноймовірними орієнтаціями вектора $\vec{E}$ називається <u>*природним*</u> (рис. 31, а; промінь перпендикулярний до площини рисунка).

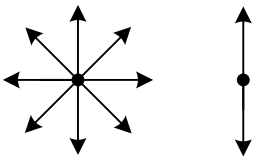


Рисунок 31

<u>*Поляризованим*</u> світлом називають світло з впорядкованою орієнтацією площини коливань вектора напруженості електричного поля. Найпоширеніші види поляризованого світла: плоскополяризоване – коливання $\vec{E}$ відбувається в одній площині (рис. 31 б); частково поляризоване – має місце напрямок переважної орієнтації коливань; кругова поляризація – кінець вектора $\vec{E}$ описує коло.

Природне світло можна перетворити в плоскополяризоване, використовуючи поляризатор. Якщо поляризатор знаходиться на шляху плоскополяризованого світла, то поляризатор називається аналізатором. Нехай основна площина аналізатора вертикальна (рис. 32, *а*), площина плоскополяризованого світла утворює з вертикаллю кут φ. Тоді інтенсивність світла після аналізатора визначається складовою E

$$E = E_0 \cos\varphi,$$

а інтенсивність $I \sim E^2$:

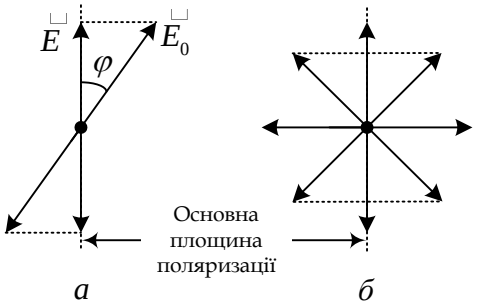


Рисунок 32

$$I(\varphi) = I_0 \cos^2\varphi. \qquad (2.13)$$

Ця залежність встановлена Малюсом.

Якщо через поляризатор проходить природне світло, інтенсивність поляризованого променя буде складатися з суми складових по всіх кутах $0 \le \varphi \le 2\pi$ (рис. 32, *б*):

$$I = \int_0^{2\pi} I_0 \cos^2\varphi\, d\varphi = I_0 \int_0^{2\pi} \frac{1}{2}(1+\cos 2\varphi)\, d\varphi = \frac{1}{2} I_0,$$

що добре підтверджується вимірюваннями.

2.3.2. Поляризація світла при відбиванні та заломленні

Спостереження свідчать, що відбиті і заломлені на поверхні діелектрика промені, частково поляризовані (рис. 33). В падаючому промені площини коливань $\vec{E}$ розподілені рівномірно, це позначено однаковою густиною рисок – коливання в площині рисунка, і крапок – коливання в площині, перпендикулярній до площини рисунка. Відбитий промінь містить більше хвиль з коливаннями в площині, перпендикулярній до площини падіння, заломлений промінь містить більше хвиль з коливаннями в площині падіння.

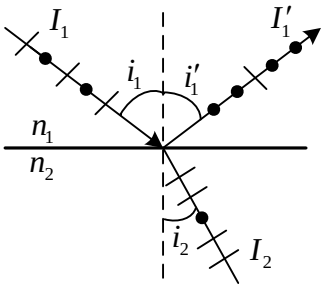


Рисунок 33

Ступінь поляризації залежить від кута падіння і показника заломлення. При умові

$$\operatorname{tg} i_1 = n_{21},$$

відбитий промінь повністю поляризований, а заломлений – поляризований максимально – *закон Брюстера*.

2.3.3. Поляризація світла в анізотропних середовищах

При проходженні променів через прозорі кристали (не кубічної системи) відбувається їх розділення на 2 промені, поляризовані у взаємно перпендикулярних площинах. Це явище називається *подвійним променезаломленням* (рис. 34).

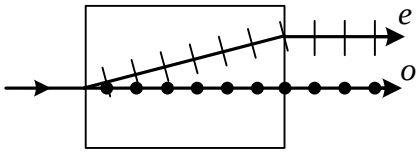


Рисунок 34

Розділення променя відбувається і при падінні перпендикулярно до поверхні кристала. Для одного променя виконується закон заломлення $\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n = \text{const}$, його називають звичайним – «о». Для другого променя $n \neq \text{const}$, він називається незвичайним «е». Ці позначення стосуються тільки напрямку коливань $\vec{E}$ в анізотропному середовищі. Проте, завжди існує один або два напрямки, вздовж яких промінь не розділяється – цей напрямок називається

оптичною віссю. В деяких кристалах один з променів може сильно поглинатися, явище називається *дихроїзм*. Наприклад, 1 мм мінералу турмаліну поглинає 90 % інтенсивності звичайного променя.

Закономірність заломлення, поляризації, роздвоєння променя, зміна інтенсивності в анізотропних середовищах пояснюється залежністю показника заломлення від напрямку вектора $\vec{E}$ в електромагнітній хвилі по відношенню до напрямку оптичної осі. Нагадаємо: показник заломлення $n = c/\upsilon_ф$, тому анізотропія електричних властивостей приводить до анізотропії $\upsilon_ф$.

Нехай в точці S одноосного кристалу знаходиться точкове джерело світла. На рис. 35 показано розповсюдження звичайного і незвичайного променів у кристалі.

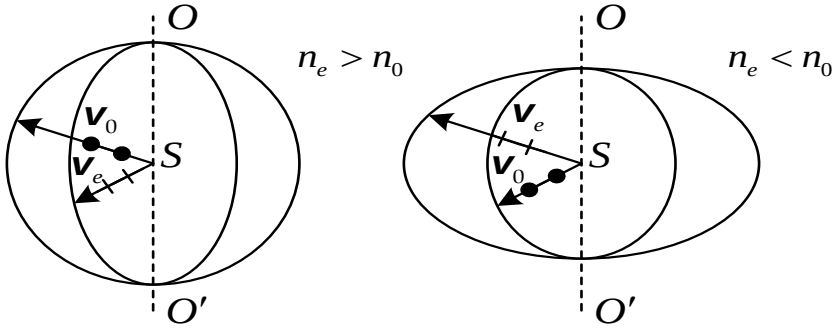


Рисунок 35

Хвильовою поверхнею звичайного променя ($v_0 = const$) є сфера, а незвичайного променя ($\boldsymbol{v}_e \neq \text{const}$) – еліпсоїд обертання. Якщо $v_e < v_0$ ($n_e > n_o$), то еліпсоїд вписаний у сферу (рис. 35, *а*), якщо $v_e > v_0$ ($n_e < n_o$), то еліпсоїд описаний навколо сфери (рис. 35, *б*).

Однорідне середовище зовнішніми діями (електричне або магнітне поле, механічна деформація в твердих тілах) може бути перетворене в анізотропне. Створення анізотропії e полем називають *ефектом Керра*. Анізотропія в речовині встановлюється через малий проміжок часу (10^{-10} с) і використовується як затвор для поляризованого світла при записі швидких процесів.

З анізотропією кристалів або молекул речовини може бути пов'язане обертання площин поляризації світла при його поширенні в оптично активних середовищах, до яких відносяться кварц, цукор та інші. Кут повороту площини поляризації лінійно залежить від довжини шляху $\varphi = \alpha \cdot d$. Обертання площини поляризації дозволяє вимірювати концентрації речовин в розчинах.

2.4. Дисперсія світла

Дисперсією світла називають залежність показника заломлення речовини від довжини хвилі. Ця залежність зумовлює розділення "білого" променя в спектр при заломленні світла. Таке розділення зручно спостерігати при

поширенні світла крізь призму (рис. 36). Вимірювання показують, що залежність $n(\lambda)$ має вигляд:

$$n = n_0 + \frac{a}{\lambda^2} + \frac{b}{\lambda^4}.$$

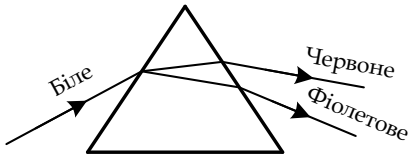


Рисунок 36 Рисунок 37

З графіка (рис. 37) видно, що дисперсія речовин

$$D = \frac{dn}{d\lambda}$$

зменшується зі зростанням λ. Така залежність називається *нормальною дисперсією*. В області поглинання світла характер залежності $n(\lambda)$ змінюється на протилежний – *аномальна дисперсія*.

Теоретичний розгляд дисперсії ґрунтується на врахуванні вимушених коливань валентних електронів і поглинанні енергії світла. Електронна теорія Лоренца дисперсії світла достатньо якісно відповідає експериментам.

2.5. Поглинання світла

Поглинанням світла називаємо зменшення інтенсивності світла при поширенні в речовині:

$$dI = -kIdx,$$

де I – інтенсивність світла, k – коефіцієнт поглинання, $k = f(\lambda)$, dx – товщина шару речовини, який пройшло світло. Або в інтегральній формі, для значних довжин:

$$dI = -kIdx \Rightarrow \frac{dI}{I} = -kdx \Rightarrow \int_{I_0}^{I} \frac{dI}{I} = -k\int_0^x dx \Rightarrow \ln\frac{I}{I_0} = -kx \Rightarrow$$

$$I = I_0 \cdot e^{-kx}. \qquad (2.14)$$

Вираз (2.14) називається *законом Бугера*.

III. Кванти електромагнітного випромінювання

3.1.Теплове випромінювання

Атоми і молекули речовини в стані з найменшою енергією можуть перебувати як завгодно довго. Якщо ж їм надати енергію, то через малий проміжок часу ($\Delta t \approx 10^{-8}$ с) без зовнішньої дії молекули випромінюють енергію збудження електромагнітними хвилями і переходять в рівноважний стан. Можливий і вимушений перехід. Джерела енергії для збудження молекул, їх вид визначають властивості випромінювання. Вони можуть бути різні: опромінювання електромагнітними хвилями – фотолюмінесценсія; хімічні реакції – хемілюмінесценсія; газовий розряд (струм в газах) – електролюмінесценція; тепловий рух атомів – теплове випромінювання. Теплове випромінювання важливе – воно універсальне для всіх тіл і в ізольованій системі тільки воно може бути в рівновазі з тілами, які його випромінюють.

Визначимо величини, через які сформульовані закони для теплового випромінювання.

1. *Спектральна випромінювальна здатність*: енергія електромагнітного випромінювання частотою ω, яка випромінюється з одиниці поверхні тіла за одиницю часу:

$$r(\omega) = \frac{dR(\omega)}{d\omega}, \qquad (3.1)$$

де $dR(\omega)$ – енергія випромінювання в інтервалі частот: $\omega \div \omega + d\omega$.

2. *Поглинальна здатність тіла* a показує, яка частина електромагнітного випромінювання частотою ω, що падає на одиницю площі поверхні тіла за одиницю часу цим тілом поглинається:

$$a = \frac{dR(\omega)_1}{dR(\omega)_2}, \qquad (3.2)$$

де dR_2 – елемент енергії випромінювання, що падає на тіло; dR_1 – елемент поглинутої енергії випромінювання.

Поглинальна здатність безрозмірна величина і $0 \le a \le 1$.

Тіло з $a = 0$ – називається абсолютно білим; з $a = 1$ – абсолютно чорним.

3. *Інтегральна світність* або енергетична світність: повна потужність теплового випромінювання з одиниці площі поверхні тіла в усьому інтервалі частот:

$$R = \int_0^\infty r(w)dw \qquad (3.3)$$

Закон Кірхгофа.

Якщо в абсолютно ізольовану оболонку помістити кілька різних тіл з різними температурами (рис. 38), то через деякий проміжок часу між тілами встановиться рівноважний стан ($T_1 \to T, T_2 \to T, T_3 \to T$) з рівноважним складом випромінювання.

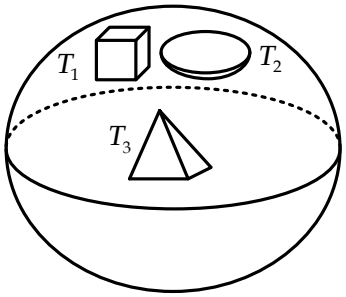


Рисунок 38

При рівноважному стані для довільного Δt величина енергії випромінювання ($dE = rdw \cdot dt \cdot \Delta S$) в інтервалі частот повинна бути рівною поглинутій енергії ($dE_{\text{поглощ.}} = a \cdot dR(w)dt \cdot \Delta S$) для кожного тіла. Закон Кірхгофа: *відношення спектральної світимості до поглинальної здатності є універсальною* (*однаковою для всіх тіл*) *функцією частоти і температури*:

$$\frac{r_1(\omega)}{a_1(\omega)} = \frac{r_2(\omega)}{a_2(\omega)} = ... = f(\omega, T). \qquad (3.4)$$

Цей вираз дозволяє знайти r_i для тіл через a_i та $f(\omega, T)$:

$$r_{\text{тіла}} = a_{\text{тіла}} f(\omega, T). \qquad (3.5)$$

Для абсолютно чорного тіла $a_{\text{а.ч.т.}} = 1$, тому з (6.4) слідує, що

$$f(\omega, T) = r_{\text{а.ч.т.}}.$$

Отже, спектральну світність тіла можна виразити через $r_{\text{а.ч.т.}}$. Тому важливо дослідити спектральну світність абсолютно чорного тіла. Модель а.ч.т. – тіло з порожниною з матеріалу високої поглинальної здатності і з малим отвором для дослідження (рис. 39). Результати вимірювань представлені на рис. 40.

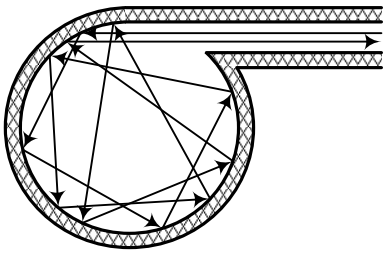


Рисунок 39

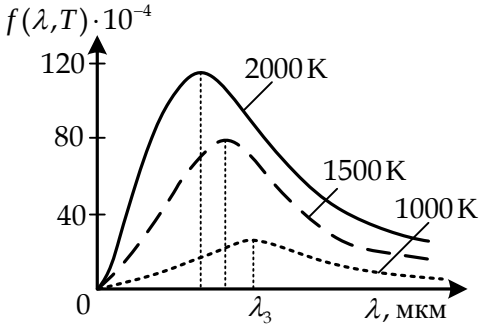


Рисунок 40

Вивчення спектра випромінювання а.ч.т. дозволило встановити наступні закони теплового випромінювання.

Закон Стефана- Больцмана. Зробивши обчислення $R = \int_0^\infty r(w)dw$, результат якого чисельно рівний площі під кривою (рис. 40), Стефан записав закон:

$$\underline{R_{\text{а.ч.т.}} = \sigma T^4},$$

де $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/м^{2}К^4.

Інтегральна світність абсолютно чорного тіла прямо пропорційна четвертій степені його абсолютної температури:

$$\underline{R_{тіл} = a_{\text{ср}} \cdot \sigma T^4}.$$

Закон Віна: максимум $r_{\text{а.ч.т.}}$ припадає на довжину хвилі

$$\underline{\lambda_{r_{\text{а.ч.т.}}} = \frac{b_1}{T}}, \qquad (3.6)$$

де $b_1 = 2,9 \cdot 10^{-3}$ мК.

Максимальне значення спектральної світності сильно зростає з температурою:

$$r(\lambda)_{\max} = b_2 T^5,$$

де $b_2 = 1,29 \cdot 10^{-5}$ Вт/м^{2}К^5.

Отже, чим вища температура тіла, тим на меншу довжину хвилі припадає $r_{\max}$. Для $T \sim 1000K$ довжина хвилі з $r_{\max}$ лежить в інфрачервоній області, при $T \sim 4 \cdot 10^3 K$ $r_{\max}$ зміщується в область видимого спектра.

Найважливішим є закон Стефана-Больцмана. Мале значення постійної $\sigma(\sim 10^{-8})$ визначає малу інтегральну світність при низьких температурах. Але множник T^4 забезпечує вже при $T = 100K$ світність ~ *10 Вт/м^2* і подальше різке зростання.

Квантова гіпотеза М. Планка (1900р.)

Це питання про механізм випромінювання і поглинання речовинами електромагнітних хвиль. Розглядається рівноважний стан атомів і їх випромінювання. Для рівноважного стану можна очікувати виконання основних термодинамічних законів. Зокрема, густина енергії в одиничному інтервалі частот повинна визначатися через середню енергію теплового руху:

$$r_{\text{а.ч.т.}} = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2} \varepsilon_{\text{сер.}}, \qquad (3.7)$$

де $\varepsilon_{\text{сер.}}$ – середня енергія теплового руху на одну ступінь свободи.

Але, якщо використати термодинамічний результат $\varepsilon_{\text{сер.}} = kT$, то вираз для $r_{\text{а.ч.т.}}$ зовсім не співпадає з експериментом (рис.40).

Вираз для $r_{\text{а.ч.т.}}$ що узгоджується з дослідами, одержав М. Планк на основі гіпотези про кванти е-м випромінювання: атоми випромінюють е-м хвилі частинками – квантами, енергія кванта пропорційна частоті:

$$\underline{\varepsilon_{\text{кв}} = h\omega}, \qquad (3.8)$$

де $h = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж · с - стала Планка.

В класичній фізиці осцилятори можуть мати будь-яку величину енергії. Це не відповідає спостереженням е-м випромінювання. Випромінювання атомів складається з квантів, отже енергія випромінювання для кожної частинки може бути тільки кратною енергії кванта: $E_{\text{випр.}} = \text{n}h\omega$, де $n = 0,1,2,3...$

Обчислимо середнє значення енергії випромінювання для частоти ω:

$$E_{\text{випр.}} = \sum_{n=0}^{\infty}(nh\omega)P_{\text{імов}}(nh\omega),$$

де $P_{\text{імов}}$ – імовірність стану з енергією $(n\eta\omega)$.

Для імовірності $P_{\text{імов}}$ використовується розподіл Больцмана:

$$P_{\text{імов}} = A \cdot e^{-\frac{nh\omega}{kT}},$$

де $A-$ постійна нормування.

З умови $\sum_{n}^{\infty} P_{\text{імов}} = 1$ слідує: $A = \dfrac{1}{\sum_{n}^{\infty} e^{-\frac{nh\omega}{kT}}}$.

$$\varepsilon_{\text{сер.}} = \frac{\sum_{n}(nh\omega)\cdot e^{-\frac{nh\omega}{kT}}}{\sum_{n} e^{-\frac{nh\omega}{kT}}}.$$

Для обчислення позначимо $\dfrac{h\omega}{kT} = x$ і будемо вважати $x-$ неперервною змінною:

$$\varepsilon_{\text{сер.}} = -\frac{h\omega\sum_{n} ne^{-nx}}{\sum_{n} e^{-nx}} = -h\omega\frac{d}{dx}\ln\left(\sum_{n}^{\infty} e^{-nx}\right).$$

Під знаком $\ln$ стоїть сума нескінченої спадної геометричної прогресії $\left(s = \dfrac{a}{1-q}\right)$, де $q-$знаменник прогресії: $\sum_{n} e^{-nx} = \dfrac{1}{1-e^{-x}}$,

$$\varepsilon_{\text{сер.}} = -h\omega\frac{d}{dx}\left(\ln\frac{1}{1-e^{-x}}\right) = h\omega\frac{e^{-x}}{1-e^{-x}} = \frac{h\omega}{e^{-x}-1}.$$

Підставимо у (3.7):

$$f(\omega,T) = \frac{\omega^2}{4\pi^2c^2}\frac{h\omega}{e^{\frac{nh\omega}{kT}}-1}. \qquad (3.9)$$

(3.9) - формула Планка спектральної світимості абсолютно чорного тіла. Інтегрування по частотам дає закон Стефана-Больцмана:

$$R_{\text{а.ч.т.}} = \int_{0}^{\infty}\frac{\omega^2}{4\pi^2c^2}\frac{h\omega}{e^{\frac{nh\omega}{kT}}-1}d\omega = \sigma T^4,$$

де $\sigma = 5,6696\cdot 10^{-8}\,\dfrac{\text{Вт}}{\text{м}^2\text{К}^4}$. При розв'язанні задачі на $\lambda_{r\max}$ отримуємо закон Віна:

$$\frac{\partial f(\omega,T)}{\partial\omega} = 0 \Rightarrow \lambda_{r\max} = \frac{b}{T}.$$

Формула Планка і закон Стефана-Больцмана дозволяють за вимірюванням $r(\omega,T)$ і $R(T)$ обчислити температуру джерела випромінювання. Ця методика називається оптичною пірометрією.

3.2. Фотоефект

Опромінювання речовин електромагнітними хвилями викликає наступні явища: 1) фотоефект (зовнішній) – емісія електронів; 2) фотогальванічний ефект – виникнення е.р.с. на контакті метала і напівпровідника або напівпровідників різних типів провідності; 3) фотоіонізація молекул; 4) хімічні реакції. Пояснення всіх фотоефектів ґрунтується на гіпотезі Планка про кванти.

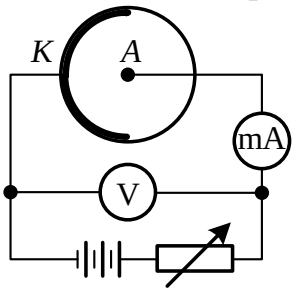


Рисунок 41

Фотоефект спостерігається у фотоелементі – вакуумному скляному балоні з двома електродами (рис. 41). Він полягає у виникненні електричного струму в схемі з джерелом напруги при освітлені від'ємно зарядженого електроду K. Між електродами $A-K$ відсутній електричний контакт – у вакуумі немає носіїв зарядів. При освітленні з катоду вилітають електрони і утворюють струм. Приведемо основні залежності для фотоструму: 1) залежність $I(U)$ – вольт амперна характеристика (рис. 42) має характерний вигляд: сила струму досягає насичення ($I_{\max} = I_{нас}$), $I(U=0) = I_0 \neq 0$, струм припиняється при прикладанні від'ємної напруги $U_{затр} < 0$; 2) сила фотоструму мала ($I \sim 10^{-6} A$) і залежить від матеріалу катода і стану його поверхні; 3) сила струму пропорційна енергетичному потоку опромінювання $I \sim \frac{\Delta E}{\Delta t}$; 4) для кожної речовини, з якої виготовлено катод, існує максимальна довжина хвилі λ_{max}, коли ще виникає струм. $\lambda_{\max}$ – називається червоною границею фотоефекту.

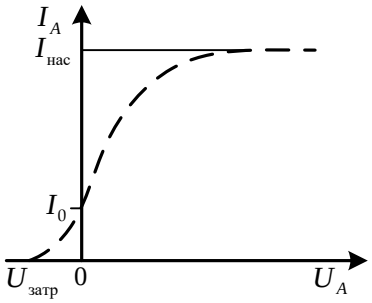


Рисунок 42

Вигляд залежності $I(U)$ пояснюється класичними уявленнями: електрони вилітають з катоду з деякою кінетичною енергією і в різних напрямках; деяка частина електронів досягає аноду при $U = 0$ і утворює відповідну силу струму I_0; при зростанні напруги зростає частина електронів, що досягає анода і зростає

сила струму. Сила струму досягає максимального значення при деякій напрузі. Зрозуміло, що наявність кінетичної енергії у фотоелектронів зумовлює від'ємну напругу, яка повністю припиняє струм.

Для електронів з максимальною кінетичною енергією при $U = U_{затр} < 0$

$$E_К + E_П = 0;$$

$$mv^2/2 = - eU_{затр}.$$

Залежність $U_{затр}(\lambda)$ класичними уявленнями пояснити не можна. Дослід показує, що

$$U_{затр} = a\omega - b,$$

де $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$ – циклічна частота е-м хвиль, a – постійна для всіх речовин катоду, b – постійна для даної речовини.

Ця залежність свідчить, що $E_К$ електронів не залежить від енергетичного потоку випромінювання, а тільки від частоти е-м хвиль опромінювання. Ейнштейн вказав, що це узгоджується з поглинанням енергії квантами. Запишемо закон збереження енергії при поглинанні кванта енергії $\eta\omega$ вільним електроном металу:

$$\hbar\omega = A_{вих} + mv^2/2, \qquad (3.10)$$

де $A_{вих}$ – робота виходу електрона із металу, яка чисельно рівна потенціальній енергії електрона в кристалічній гратці. Вираз (3.10) називається формулою Ейнштейна для фотоефекту. З неї видно, що коли енергія кванта менша роботи виходу електрона $\varepsilon_{кв} < A$, то електрони не можуть вилетіти за межі речовини.

3.3. Фотони

Фотонами е-м випромінювання називають частини е-м хвиль, з яких за принципом М. Планка складається теплове випромінювання. Основна формула для фотонів – формула Планка для енергії кванта:

$$\varepsilon_{кв} = h\omega; \quad E = N_{кв} \cdot \varepsilon_{кв}. \qquad (3.11)$$

Вона не відповідає класичним формулам для енергії хвиль. Відповідно із формули зв'язку енергії та імпульсу тіл теорії відносності можна одержати вираз для імпульсу фотона:

$$E^2 = (cp)^2 + (m_0c^2)^2 \Rightarrow \varepsilon^2{}_{кв} = (cp)^2 \Rightarrow p = \frac{h\omega}{c} = h\frac{2\pi}{\lambda} = h\bar{k}, \qquad (3.12)$$

де $\bar{k} = \frac{2\pi}{\lambda}\bar{n}$ – хвильовий вектор, $\bar{n}$ – одиничний вектор напрямку поширення кванта.

Досліди Лебедєва, ефект Комптона та інші явища підтверджують наявність імпульсу у фотонів. Лебедєвим був виміряний світловий тиск, який визначається швидкістю зміни імпульсу:

$$P = \frac{F}{\Delta S} = \frac{1}{\Delta S}\left(\frac{d\vec{p}}{dt}\right) = \frac{1}{\Delta S}\frac{\Delta N \cdot \eta\vec{k}}{\Delta t},$$

де ΔN – число фотонів, які поглинає поверхня ΔS за час Δt. ΔN можна обчислити через енергію е-м хвиль: $\Delta N = E/\hbar\omega$.

За формулою Ейнштейна $E = mc^2$ можна обчислити масу фотона

$$m = \frac{h\omega}{c^2}. \qquad (3.13)$$

Це обчислення підтверджується спостереженнями – промені від зірок змінюють напрямок поширення під дією гравітаційного поля, що спостерігається під час сонячного затемнення.

Досліди Боте і Вавілова підтверджують дискретність світлового потоку в часі і за напрямками поширення в просторі.

Отже, кванти е-м випромінювання – частинки з всіма основними параметрами: енергія, імпульс. Фотони утворюються при випромінюванні і рухаються зі швидкістю світла в певному напрямку, зникають при поглинанні речовиною.

3.4. Ефект Комптона

Найбільш повно корпускулярні властивості світла проявляються в ефекті американського фізика Комптона. Досліди показали, що після розсіювання речовиною рентгенівського випромінювання довжина хвилі збільшується. Цей експериментальний результат неможливо пояснити в рамках хвильової теорії, згідно з якою довжина хвилі при розсіюванні змінюватися не повинна: під дією періодичного поля світлової хвилі електрон речовини коливається з частотою поля і тому випромінює хвилі тієї ж частоти.

Пояснити ефект Комптона можна на основі квантових уявлень про природу світла. Якщо вважати, що випромінювання має корпускулярну природу, то ефект Комптона – результат пружного зіткнення рентгенівських фотонів з вільними електронами речовини. В процесі цього зіткнення фотон передає електрону частину своїх енергії і імпульса у відповідності із законами збереження. Рис. 43 - закон збереження імпульсу. Зменшення енергії фотона означає збільшення його довжини хвилі *($E_ф = hc/\lambda$).* Образно, процес розсіювання Комптон розглядав як «гру на більярді електронами і фотонами».

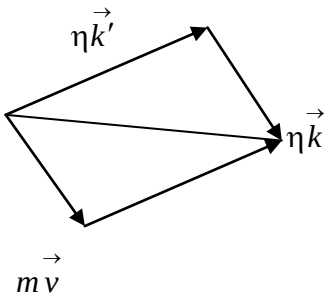


Рисунок 43

IV. Теорія відносності

4.1. Перетворення Галілея. Принцип відносності.

До середини XIX століття швидкість передачі взаємодії (гравітація, е-м поле) вважали нескінченно великою. При цьому віддалі між тілами, розміри тіл, а також проміжки часу між подіями, приймали однаковими в різних системах відліку. Галілей записав перетворення координат при переході від однієї інерціальної системи до іншої:

$$\begin{cases} \vec{r}' = \vec{r} - \vec{v}_c t \\ t' = t \end{cases} \text{ або } \begin{cases} \vec{r}' = \vec{r} - \vec{v}_c t' \\ t = t' \end{cases}. \qquad (4.1)$$

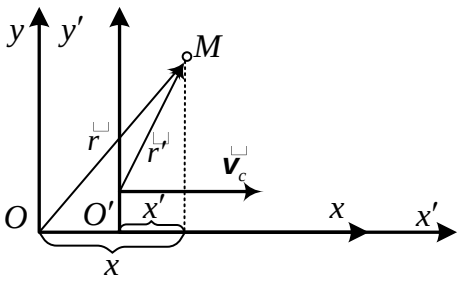


Рисунок 44

Для систем відліку на рис. 44:

$$\begin{cases} x' = x - v_c t \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}.$$

Перетворення Галілея (формули зв'язку координат і часу відносно інерціальних систем відліку) є визначальними для розгляду явищ з тілами при малих швидкостях руху тіл ($v << c$, $c = 3 \cdot 10^8$ м/с). Наприклад, більшість механічних явищ описується II законом Ньютона:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}.$$

Сили взаємодії тіл залежать від віддалей між тілами $\vec{r}_{12}$ і їх відносних швидкостей $\vec{v}_{12} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$. Відповідно до перетворень Галілея $\vec{r}_{12} = \vec{r}'_{12}$, $\vec{v}_{12} = \vec{v}'_{12}$. Якщо $m = m'$, то $\vec{P} = \vec{P}'$ і

$$\vec{F}' = \frac{d\vec{P}'}{dt'}.$$

Виконання умови $m = m'$ може бути визначено тільки з досліду. <u>*Принцип відносності Галілея*</u>: закони для всіх механічних явищ однакові в інерціальних системах відліку.

4.2. Спеціальна теорія відносності

Теорія відносності ґрунтується на вимірюванні швидкості світла. Перше вимірювання швидкості світла пов'язано зі спостереженням положення зірок.

Внаслідок руху Землі навколо Сонця змінюється кут, під яким спостерігається зірка відносно площини орбіти Землі (рис. 45, а) $\varphi \pm \Delta\varphi$.

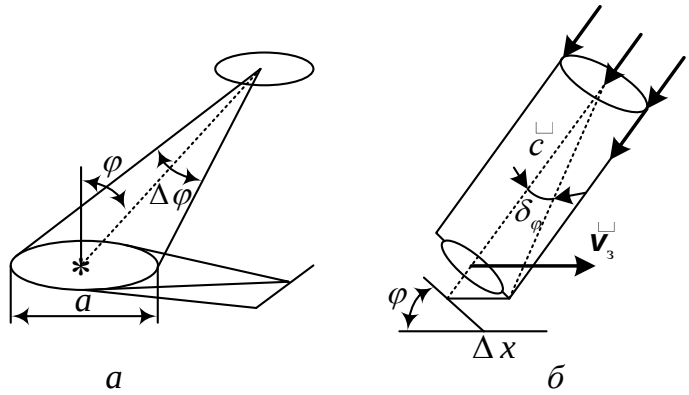


Рисунок 45

Зображення зірок описують еліпси (можна визначити віддаль до зірки $S = a \cdot \cos\varphi \cdot \Delta\varphi$.рис. 45, а).

Другий вид зміщення зображення зірок Δx відбувається внаслідок зміщення Землі (і телескопа) за час поширення світла в телескопі $\delta t = \frac{L}{c}$ (рис. 45, б). Брадлей (1728 р.) помітив це зміщення і обчислив швидкість поширення світла.

А. Фізо (1849 р.) визначив c в лабораторних умовах обертанням зубчастого колеса за часом 1-го „спалаху” відбитого променя (рис. 46):

$$c = \frac{2L}{\Delta t}; \Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega} = \frac{2\pi \cdot N_{ç}}{\omega},$$

де ω – кутова швидкість обертання колеса; $N_{ç}$ – число „зубів” у колесі.

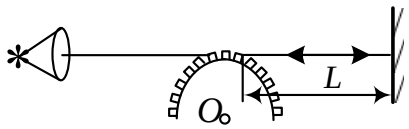


Рисунок 46

Одночасно було виявлено ефект Доплера для світла: рух джерела світла відносно приймача приводить до зміни частоти світла, яке сприймає приймач: при наближенні частота світла зростає.

4.3. Проблема ефіра

З XVIII століття оптичні явища (інтерференція, дифракція та інші) підтверджували хвильову природу світла. Механічна модель хвиль – це поширення відхилення певної фізичної величини (тиску, густини, температури …) від рівноважного їх значення в середовищі. По аналогії до моделі механічних хвиль, повинно бути середовище, в якому поширюються світлові хвилі, його назвали ефіром. Він повинен не заважати інерційному руху

тіл і забезпечити величезну швидкість світла. Виникла задача: підтвердити існування ефіра і з'ясувати його властивості.

Дослід Фізо (1851 р.). Завдання: встановити вплив руху тіла на швидкість поширення в ньому світла. Для цього напівпрозорою пластиною розділили промінь на два когерентні та пропускали їх через рідину в трубах з прозорими торцями у протилежних напрямках (рис. 47).

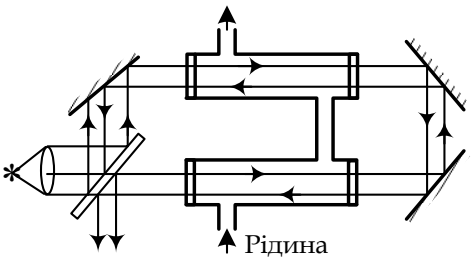


Рисунок 47

Промені утворювали інтерференційну картину; рідину в трубах можна приводити в рух і порівнювати інтерференційні картини при рухомій і нерухомій рідинах.

Якщо припустити, що середня швидкість води в трубках υ, то відповідно до концепції світлоносного ефіру, швидкість світла внаслідок захоплення його водою має збільшуватися при русі в напрямку течії, та зменшуватися при русі назустріч. Сумарне значення має бути векторною сумою швидкості світла у воді та швидкості води. Враховуючи показник заломлення n води, швидкість світла у нерхомій воді буде c/n. Тоді очікувана швидкість світла в одному промені буде $\upsilon_+ = c/n + \upsilon$, а в другому промені - $\upsilon_+ = c/n - \upsilon$.

Світло, яке рухається назустріч руху води, буде мати меншу швидкість, а те, що рухається в напрямку течії — більшу швидкість. Інтерференційна картина для двох променів світла буде залежати від часу проходження двох променів, які рухаються у напрямку течії та проти неї (зміщення інтерференційних смуг залежатиме від швидкості води). Фізо знайшов, що $\upsilon_+ = c/n + \upsilon(1 - 1/n^2)$. Іншими словами, світло «захоплюється» водою, проте амплітуда завату виявилася меншою, ніж очікувалося.

Це важливий результат: в середовищі з $n \approx 1$, $\alpha = 0$, ефір не захоплюється рухомим середовищем. Зокрема, це виконується для повітря, ефір не захоплюється повітрям і інтерференційна картина повинна визначатись рухом Землі відносно ефіра. Отже повинна змінитися інтерференційна картина при зміні напрямку променів відносно швидкості Землі. У 1881 році Майкельсон виконав дослід по виявленню руху Землі відносно ефіру (рис. 48): інтерферометр розміщували одним променем паралельно $\upsilon_з$, а другий – перпендикулярно. При повороті інтерферометра на 90° інтерференційна картина повинна змінитися. Багаторазові спостереження не виявили ніяких змін. Швидкість руху Землі значна (~ 30 км/с); інтерференційна картина повинна зміститись на кілька смуг; інтерферометр дозволяв помічати 0,1 полоси. Результат був впевнено негативний.

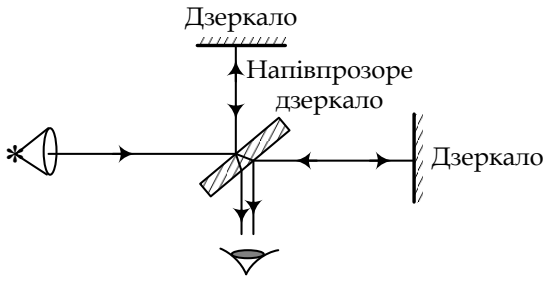


Рисунок 48

Досліди Фізо і Майкельсона не мають логічного пояснення в припущенні існування „ефіру”. А. Ейнштейн для пояснення дослідів прийняв: 1) відмовитись від поняття „ефір” для пояснення оптичних явищ; 2) швидкість світла у вакуумі однакова в усіх інерціальних системах відліку. Ці положення є вихідними для механіки великих швидкостей та електромагнетизму.

Постулати Ейнштейна. *Перший постулат* Ейнштейна є узагальненням принципа відносності для механічних явищ на всі явища природи: всі закони природи інваріантні відносно переходу від одної інерціальної системи відліку до другої. *Другий постулат*: швидкість світла у вакуумі однакова в усіх інерціальних системах відліку. Цей постулат є підсумком численних дослідів, він вказує, що правило додавання швидкостей не виконується для поширення світла. Ця умова якісно змінює моделі простору, часу і руху тіл.

4.4. Перетворення Лоренца

Це формули, які визначають координати і час в одній інерціальній системі відліку, через координати і час, виміряні в іншій інерціальній системі, що рухається з відносною швидкістю $\vec{v}$ (рис. 49) і які задовольняють постулати Ейнштейна:

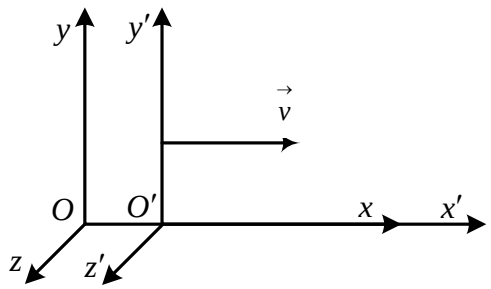


Рисунок 49

Для спрощення перетворень розглянемо випадок, коли система O' рухається вздовж x. Явний вигляд залежностей слідує з двох умов: 1) однорідність простору приводить до незалежності законів від положення тіл відносно системи координат;

2) $c = c'$ – швидкість поширення світла однакова в інерціальних системах відліку.

Приймемо $x' = 0$ для моменту часу $t = 0$, тоді, внаслідок рівноправності систем відліку:

$$\begin{cases} x = \gamma(x' + vt') \\ x' = \gamma(x - vt) \end{cases} . \qquad (4.2)$$

Підставимо x з першого рівняння в друге:

$$x' = \gamma[\gamma(x' + vt') - vt] = \gamma^2 x' + \gamma^2 vt' - \gamma vt .$$

Визначимо *t*:

$$t = \gamma\left[t' + \frac{x'}{v}\left(1 - \frac{1}{\gamma^2}\right)\right].$$

Для визначення γ запишемо координату фронту світлової хвилі в момент часу t_1, яку випромінює джерело світла з точки x=x′=0. Використовуємо (4.2):

$$x = ct_1 = \gamma(ct_1' + vt'_1) = \gamma t_1'(c + v);$$
$$x' = ct_1' = \gamma(ct_1 - vt_1) = \gamma t_1'(c - v).$$

Перемноживши ліві та праві сторони рівнянь, одержимо:

$$c^2 = \gamma^2(c^2 - v^2) \text{ і } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} . \qquad (4.3)$$

Тому перетворення координат і часу

$$\begin{cases} x = \gamma(x' + vt') \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \gamma\left[t' + \frac{x'}{v}\left(1 - \frac{1}{\gamma^2}\right)\right] \end{cases}$$

мають вигляд:

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v_2}{c^2}}}, y = y', z = z'$$
$$t = \frac{t' + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} . \qquad (4.4)$$

Це є <u>*перетворення Лоренца*</u>.

Наслідки з перетворень Лоренца:

1) при $v << c$, $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \approx 1$ і формули перетворень Лоренца переходять в перетворення Галілея;

2) при $v > c$ вирази для x, t і x', t' – стають уявними. Перетворення Лоренца дійсні тільки при $v < c$;

3) перетворення втрачають зміст і при $v = c$.

4.5 Наслідки з перетворень Лоренца для фізичних величин

1. *Час події.* Нехай годинники в системах відліку синхронізовані: коли $x = x' = 0$, то $t = t' = 0$; тоді в точках $x_1 \neq x_2$ відбувається одночасна подія в момент часу *t*. А в системі відліку x' події в точках x_1 і x_2 спостерігаються в момент часу

$$t_1' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x_1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}};;\ t_2' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x_2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}};\ \Delta t_1' = \frac{\frac{v}{c^2}\left(x_1 - x_2\right)}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \neq 0.$$

Одночасні в системі відліку $\left\{\vec{r}, t\right\}$ події, не одночасні в системі $\left\{\vec{r}', t'\right\}$, розбіжність зростає із збільшенням відносної швидкості систем відліку і в при збільшенні віддалі між координатами подій $\left(x_1 - x_2\right)$. Рис. 50 ілюструє неодночасність подій: нехай події полягають у досягненні світловими хвилями приймачів 1 і 2, які знаходяться на однакових віддалях від джерела світла і рухаються з системою відліку $\left\{\vec{r}', t'\right\}$.

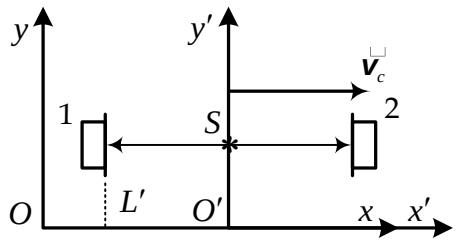


Рисунок 50

В цій системі відліку події одночасні $t_1' = t_2'$. А в системі відліку $\left\{\vec{r}, t\right\}$:

$$\Delta t = \frac{\frac{v}{c^2}\cdot 2l}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \neq 0.$$

2. *Довжини тіл в рухомих системах відліку*.

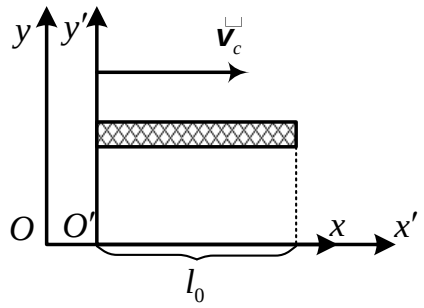


Рисунок 51

Нехай тіло рухається разом з системою відліку, а довжина тіла вздовж напрямку руху $\left\{\vec{r}', t'\right\}$ рівна l_0 (рис. 51).

Тіло рухається відносно системи $\left\{\vec{r}, t\right\}$, тому довжину в напрямку руху потрібно виміряти як $l = x_2 - x_1$, в той же момент часу в цій системі $t_1 = t_2$:

$$x_1' = \frac{x_1 - vt_1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \quad x_2' - x_1' = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \quad l = l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}. \tag{4.5}$$
$$x' = \frac{x_2 - vt_2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Довжина тіл максимальна в системі відліку, нерухомій відносно тіла. Рух тіла приводить до зменшення виміру довжини вздовж напрямку руху. Ця зміна мала і стає значною при швидкостях $v \approx c$.

3. *<u>Проміжки часу в рухомих системах відліку.</u>* Розглянемо інтервал часу між подіями $\Delta t'$ в одній точці $x_1' = x_2'$. Цьому проміжку часу в системі $\{\vec{r}, t\}$ буде відповідати:

$$t_1 = \frac{t_1' - \frac{v}{c^2}x_1'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \quad t_2 = \frac{t_2' + \frac{v}{c^2}x_2'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},$$
$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}. \tag{4.6}$$

Інтервали часу між подіями найменші в системі відліку, нерухомій відносно явищ. Спостереження подій з системи відліку, що рухається відносно явища дає менші виміри інтервалів часу. Це підтверджують спостереження часу життя нестабільних частинок.

4. *<u>Додавання швидкостей</u>*. Визначимо швидкість тіла відносно системи відліку $\{\vec{r}, t\}$, якщо його швидкість $\{\vec{r}', t'\}$ – $v_{x'}'$, а швидкість системи $\{\vec{r}', t'\}$ відносно $\{\vec{r}, t\}$ – v. Запишемо перетворення Лоренца для диференціалів:

$$dx = \frac{dx' + vdt'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}, \quad v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{dx' + vdt}{dt' + \frac{v}{c^2}dx'} = \frac{v_x' + v}{1 + \frac{v}{c^2}v_x'};$$
$$dy = dy', \quad v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{dy'\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{dt' + \frac{v}{c^2}dx'} = \frac{v_y'\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{v}{c^2}v_x'}; \tag{4.7}$$

$$dz = dz', v_z = \frac{dz}{dt} = \frac{dz'\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{dt' + \frac{v}{c^2}dx'} = \frac{v'_z\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{1+\frac{v}{c^2}v'_x};$$

$$dt = \frac{dt' + \frac{v}{c^2}dx'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

З виразів $\vec{v}$ слідує: 1). $v_x < v'_x + v, v_x < v'_x$.

2). Якщо $v'_x = c$, то $v_x = \frac{c+v}{1+\frac{v}{c^2}c} = c$, тобто швидкість світла у вакуумі однакова в усіх інерціальних системах відліку.

5. *Інтервал*. Отже, при великих швидкостях тіл ($v \approx c$) віддалі $\Delta r = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$ і проміжки часу Δt не однакові в різних інерціальних системах відліку (з відносною швидкістю руху v). Проте величина чотирьохмірного інтервалу двох подій є однаковою в інерціальних системах відліку:

$$\begin{aligned}\Delta S &= \sqrt{(c\Delta t)^2 - \left(\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2\right)} = \\ &= \sqrt{(c\Delta t')^2 - \left(\Delta x'^2 + \Delta y'^2 + \Delta z'^2\right)}\end{aligned} \quad . \qquad (4.8)$$

Дійсно:

$$\sqrt{c^2\Delta t^2 - \left(\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2\right)} = \sqrt{c^2\left(\frac{\Delta t' + \frac{v}{c^2}\Delta x'}{\sqrt{1-v\frac{u^2}{c^2}}}\right)^2 - \left[\left(\frac{\Delta x' + v\Delta t'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right) + (\Delta y')^2 + (\Delta z')^2\right]} =$$

$$= \sqrt{c^2(\Delta t')^2 - \left[(\Delta x')^2 + (\Delta y')^2 + (\Delta z')^2\right]}$$

Доданок $c^2\left(\Delta t^2\right)$ – відіграє у виразі інтервалу роль, подібну до $(\Delta r)^2$. Кожне явище в точці $\vec{r}$ визначається чотирма величинами $\{t, x, y, z\}$ і називається подією.

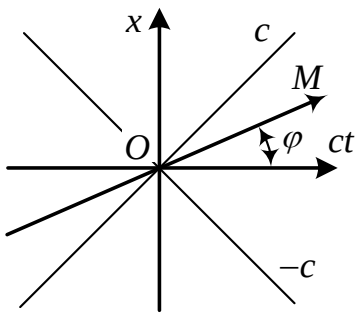


Рисунок 53

Події можна зображувати точками в чотирьохмірному просторі – світові точки. Лінія визначає сукупність подій, пряма лінія відповідає рівномірному

руху. $\mathrm{tg}\varphi = \frac{\Delta x}{c\Delta t}$ – визначає відношення швидкості тіл до швидкості світла: $\mathrm{tg}\varphi \le 1$. Будь-яку точку в секторах *cO*(–*c*) можна з'єднати з точкою *O* прямою лінією з $\mathrm{tg}\varphi < 1$; для них $\Delta S'$ – дійсне ($c \cdot t > l$), між такими подіями може існувати причинний зв'язок. Точки в секторах *OXc* з точкою *O* причинно не зв'язані, ΔS – уявне. Всі події в області (–*cOc*) абсолютно минулі для всіх інерціальних систем відліку.

6. <u>*Релятивістська динаміка*</u>. Другий закон Ньютона в класичній механіці

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d\left(m\vec{v}\right)}{dt}$$

не інваріантний відносно перетворень Лоренца. Закон стає інваріантним, якщо для імпульсу прийняти

$$\vec{p} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = m\vec{v} \quad , \tag{4.9}$$

де m_0 – маса тіла в системі відліку нерухомій відносно тіла, $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ - маса тіла в системі відліку, яка рухається відносно тіла.

Отже, релятивістський вираз другого закону Ньютона має вигляд:

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}\right). \tag{4.10}$$

7. <u>*Енергія*</u>. Домножимо рівняння (4.10) на переміщення частинки $dS = vdt$:

$$F\,dS = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}\right)vdt.$$

Ліва частина отриманого співвідношення – це робота, яку виконують зовнішні сили і яка іде на збільшення кінетичної енергії частинки:

$$dE_{\text{êí.}} = d\left(\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}\right). \tag{4.11}$$

Інтегрування співвідношення (4.11) дає:

$$E_{\text{êí.}} = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} + const.$$

По змісту кінетичної енергії вона повинна перетворюватись в нуль при $v = 0$, тому для константи отримуємо значення $\left(-m_0c^2\right)$. Отже,

$$E_{\hat{e}^{3}\acute{\imath}.} = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} - 1\right). \qquad (4.12)$$

У випадку $v << c$:

$$E_{\hat{e}^{3}\acute{\imath}.} = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} - 1\right) \approx m_0c^2(1+\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}-1) = \frac{m_0v^2}{2}.$$

Це відповідає класичному виразу для кінетичної енергії.

Запишемо (4.12) у вигляді:

$E_{\hat{e}^{3}\acute{\imath}.} = mc^2 - m_0c^2 \Rightarrow mc^2 = E_{\hat{e}^{3}\acute{\imath}.} + m_0c^2$. Отримали вираз для повної енергії вільної частинки, де доданок $E = m_0c^2$ називають енергією спокою.

Запишемо повну енергію частинки через імпульс:

$$\begin{cases} p = \dfrac{m_0v}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \\ E = \dfrac{m_0c^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \end{cases} \Rightarrow E = c\sqrt{p^2 + m^2c^2}.$$

Якщо $p << mc^2$, то

$$E = mc^2\sqrt{1+\left(\frac{p}{mc}\right)^2} \approx mc^2\left[1+\frac{1}{2}\left(\frac{p}{mc}\right)2\right] = mc^2 + \frac{p^2}{2m}.$$