МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЧЕРКАСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

Могілей Сергій Олександрович

УДК 519.87

ДИСЕРТАЦІЯ

МОДЕЛІ, МЕТОДИ І ЗАСОБИ РОЗВ’ЯЗАННЯ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНИХ ТА МУЛЬТИМОДАЛЬНИХ ТРАНСПОРТНИХ ЗАДАЧ

122 – Комп’ютерні науки

Подається на здобуття наукового ступеня доктора філософії.

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

__________________________ С. О. Могілей

Науковий керівник
Гончаров Артем Володимирович,
кандидат технічних наук, доцент

Черкаси – 2022

АНОТАЦІЯ

Могілей С. О. Моделі, методи і засоби розв'язання розв'язку багатокритеріальних та мультимодальних транспортних задач. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 122 – комп'ютерні науки (12 Інформаційні технології). – Черкаський державний технологічний університет, Черкаси, 2022.

У роботі вирішено науково-прикладне завдання побудови моделі, а також розвитку та застосування методів розв'язання багатокритеріальних та мультимодальних транспортних задач.

На основі методу мінімального елемента побудови опорних планів класичної транспортної задачі розроблено новий метод побудови таких планів для транспортної задачі з кількома засобами доставки вантажів – тобто мультимодальної транспортної задачі.

Обґрунтовано модифікацію методу факторного аналізу в матричній формі – або методу матричного факторного аналізу. Цей метод застосовано для побудови цільової функції ризику багатокритеріальної мультимодальної транспортної задачі.

Виконано адаптацію методів зважених коефіцієнтів та послідовних поступок для визначення компромісних опорних планів та значень критеріїв оптимізації багатокритеріальної мультимодальної транспортної задачі.

Розглянуто конкретну багатокритеріальну бізнес-модель мультимодального транспортного підприємства, на основі якої теоретичні розробки підтверджено на реальних та допоміжних (модельних) даних за допомогою різних програмних засобів.

Запропоновано архітектуру інформаційно-управляючої системи керування мультимодальним транспортним хабом, який пропонується створити в місті Черкасах (Україна). Показано, що в основу такої системи може бути покладена багатокритеріальна мультимодальна бізнес-модель.

Наукова новизна дисертаційної роботи полягає в розробці моделей багатокритеріальних і мультимодальних транспортних задач та нових методів їх розв'язання. Зокрема, запропоновано метод побудови опорних планів мультимодальної транспортної задачі та метод матричного факторного аналізу побудови цільових функцій задачі багатокритеріальної оптимізації. Розроблено метод пошуку компромісного опорного плану багатокритеріальної одномодальної транспортної задачі – через модифікацію методів зважених коефіцієнтів та послідовних поступок. Показано, що застосування алгоритмів нових методів розв'язання досліджуваної задачі дозволяє звести багатокритеріальну мультимодальну транспортну задачу до класичної (стандартної – одномодальної з одним критерієм оптимізації) транспортної задачі. Дані методи розроблено з метою отримання кращого першого наближення при чисельному розв'язуванні багатокритеріальних та мультимодальних транспортних задач.

Практична цінність одержаних результатів полягає у: створенні та обґрунтуванні прикладної бізнес-моделі логістичного підприємства (підрозділу, комплексу); удосконаленні відомих та розробці нових алгоритмів розв'язання багатокритеріальних мультимодальних транспортних задач різних типів та за допомогою різних засобів комп'ютерної математики, онлайн-сервісів та програмного забезпечення з відкритим кодом; визначенні можливості використання досліджуваної бізнес-моделі як основи для побудови інформаційно-управляючої системи керування мультимодальним транспортним хабом (підприємством, підрозділом, комплексом).

Ключові слова: транспортна задача, багатокритеріальна оптимізація, мультимодальні перевезення, бізнес-модель, інформаційно-управляюча система.

ABSTRACT

Mogilei S. O. Models, methods and means of solution of multicriteria and multimodal transport problems.

The thesis presented for the degree of Doctor of Philosophy in specialty 122 – Computer Science. Cherkasy State Technological University, Cherkasy, 2022.

The paper regards a task to model, evolve and apply methods of solution for multicriteria and multimodal transport problems.

With the minimal element method for basic planning of the classical transport problem, a new method for creating such planning in transport problem solution is worked out for several means of transport delivery, or for multimodal transport problem solution.

The factor analysis method is regarded as a matrix, that is, through the method of matrix factor analysis. The latter is applied for creating the target risk function of the multimodal transport problem.

Weighted coefficients methods are adapted as well as subsequent concessions to establish compromising reference planning and criteria values to optimize a multicriteria multimodal transport problem.

Specified multicriteria business model of a multimodal transport enterprise is regarded, that enabled to assert theoretical conclusions for real and subsidiary (model) data through various programming means.

The paper projects the structure for information managing system of monitoring a multimodal transport hub, allegedly established in Cherkasy, Ukraine. The system is supposed to be created as a multicriteria multimodal business model.

Scientific novelty of the dissertation is in working out the models of multicriteria and multimodal transport problems and new methods of their solution. In particular, the paper suggests a method of constructing reference plans of the multimodal transport problem and method of matrix factor analysis for constructing objective functions in the multicriteria optimization problem. It also

suggests method to search a compromising reference plan of the multicriteria one-modal transport problem, through modification of methods of weighed coefficients and successive concessions. Application of algorithms of new methods for the problem solution enables to reduce a multicriteria multimodal transport problem to a classical (or standard one-modal problem with one optimization criterion) transport problem. These methods are worked out with purpose to obtain a better first iteration in numeric solution for multicriteria and multimodal transport problems.

Practical value of the results obtained lies in creating and substantiating the applied business model of a logistic company (department, complex); perfecting familiar and evolving new algorithms of solution multicriteria multimodal transport problems of various types and due to various means of computer mathematics, online services and software programming with open code; defining the possibility to apply the business model investigation as a basis for creating the informational management system of monitoring a multimodal transport hub (company, department, complex).

Key words: transport problem, multicriteria optimization, multimodal transportations, business model, informational management system.

Список публікацій, в яких опубліковані
основні наукові результати дисертації:

1. Zabolotnii S., Mogilei S. Optimization of the method of constructing reference plans of multimodal transport problem. *Technology audit and production reserves.* 2019. № 1-2. P. 15–20. https://doi.org/10.15587/2312-8372.2019.154561
2. Гончаров А. В., Могілей С. О. Реалізація мультимодальних транспортних задач в різних програмних середовищах. *Вісник Черкаського державного технологічного університету*. 2020. №3. С. 67–74. https://doi.org/10.24025/2306-4412.3.2020.215516

3. Zabolotnii S., Mogilei S. Application of the matrix factor analysis method for determining parameters of the objective function for transport risk minimization. *Informatyka, Automatyka, Pomiary w Gospodarce i Ochronie Środowiska – IAPGOS (Informatics, Control, Measurement in Economy and Environmental Protection*). № 1/2021. P. 40–43. http://doi.org/10.35784/iapgos.2578

4. Su J., Przystupa K., Zabolotnii S., Pohrebennyk V., Mogilei S., Gil L., Song W. Constructing reference plans of two-criteria multimodal transport problem. *Transport and Telecommunication.* 2021. Vol. 22. No. 2. P. 129–140. https://doi.org/10.2478/ttj-2021-0010

5. Гончаров А. В., Могілей С. О. Методи реалізації багатокритеріальних бізнес-моделей мультимодальних транспортних підприємств. *Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Технічні науки:* зб. наук. праць. Кам'янець-Подільськ. нац. ун-т ім. І. Огієнка, 2021. Вип. 22. С. 50–58. https://doi.org/10.32626/2308-5916.2021-22.50-58

6. Zabolotnii S., Honcharov A., Mogilei S. Factor analysis method application for constructing objective functions of optimization in multimodal transport problems. *Informatyka, Automatyka, Pomiary w Gospodarce i Ochronie Środowiska – IAPGOS (Informatics, Control, Measurement in Economy and Environmental Protection*). № 4/2021. P. 28–31. http://doi.org/10.35784/iapgos.2788

Список публікацій, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

7. Заболотній С. В., Могілей С. О. Методологія реалізації мультимодальних транспортних задач. *Фундаментальні та прикладні дослідження у сучасній науці*: зб. тез доп. учасн. 6 наук. конф., 30 жовт. 2018 р. Харків, 2018. С. 67.

8. Заболотній С. В., Могілей С. О. Особливості побудови опорних планів мультимодальної транспортної задачі з обмеженнями за вантажопідйомністю. *Теорія прийняття рішень*: зб. тез доп. учасн. 9 Міжнар. школи-семінару, 15–20 квіт. 2019 р. Ужгород, 2019. С. 83–85.

9. Заболотній С. В., Могілей С. О. Особливості моделювання двокритеріальної транспортної задачі для залізничних вантажних перевезень. *Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті*: тези доп. учасн. 32 Міжнар. наук.-практ. конф., 24-25 жовт. 2019 р. Харків: УкрДУЗТ, 2019. С. 25–26.

10. Заболотній С. В., Могілей С. О. Методи визначення параметрів цільової функції ризику мультимодальних транспортних перевезень. *Інформаційні технології в освіті, науці і техніці:* тези доп. учасн. 5 Міжнар. наук.-практ. конф., 21–23 трав. 2020 р. Черкаси: ЧДТУ, 2020. С. 114–115.

11. Заболотній С. В., Могілей С. О. Обґрунтування проекту розробки інтелектуальної системи управління мультимодальним транспортним хабом в місті Черкасах. *Project, Program, Portfolio Management:* тези доп. учасн. 5 Міжнар. наук.-практ. конф., 4–5 груд. 2020 р. Одеса: ОНПУ, 2020. С. 44–47.

12. Гончаров А. В., Могілей С. О. Застосування методу Штейнера для побудови опорних планів мультимодальних транспортних задач. *Обробка сигналів і негаусівських процесів: з*б. тез доп. учасн. восьмої Міжнар. наук. конф., Черкаси, 2021. С. 93–94.

13. Заболотній С. В., Гончаров А. В., Могілей С. О. Залізниця як компонент бізнес-моделі мультимодального транспортного підприємства. *Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті*: тези доп. учасн. 34 Міжнар. наук.-практ. конф., 29 жовт. 2021 р. Харків: УкрДУЗТ, 2021. С. 22–23.

ЗМІСТ

Стор.

ВСТУП

Актуальність теми. Світові глобалізаційні процеси мають суттєвий вплив на всі без винятку сфери людської життєдіяльності. Однією з таких сфер є транспортна логістика, яка в умовах фактичного зникнення кордонів між більшістю країн світу постала перед проблемою вирішення багатьох нових завдань та викликів. Транспортні перевезення стають ризикованішими і довшими за відстанями та тривалістю, при їх здійсненні використовуються різні види транспорту та засоби безпеки стосовно як пасажирів, так і вантажів. Разом із тим, постають проблеми, пов’язані із зростанням вартості транспортних перевезень, а також створенням інтелектуальних систем управління складними логістичними комплексами.

Зазначена тематика є досить дослідженою в сучасній науці – зокрема найвідоміша модель вантажних перевезень описана так званою транспортною задачею. Ця задача є оптимізаційною і полягає в знаходженні оптимального плану транспортних перевезень з пунктів відправки до пунктів доставки за критерієм їх мінімальної собівартості. Тобто постановка класичної (стандартної) транспортної задачі передбачає наявність одного критерію оптимізації та одного засобу доставки вантажів (виду транспорту). Таким чином, йдеться про однокритеріальну одномодальну транспортну задачу.

Наявність у постановці транспортної задачі кількох критеріїв оптимізації та видів транспорту свідчить про постановку саме багатокритеріальної мультимодальної транспортної задачі. Власне, побудова її моделей та розроблення методів реалізації потребують додаткових науково-прикладних досліджень.

Питанням багатокритеріальної оптимізації та іншим суміжним проблемам теорії математичного програмування, дослідження операцій тощо присвячені роботи Л.В. Канторовича, В.С. Міхалевича, В.М. Глушкова, І.В. Сергієнка, Б.М. Пшеничного, Ю.М. Єрмольєва, Н.З. Шора, В.І. Норкіна, М.І. Жалдака, Л.М. Колєчкіної та ін. Серед зарубіжних науковців, які значно просунулися у вирішенні задач багатокритеріальної оптимізації та їм подібних, варто виділити Данцига Д.Б., Pareto V., Egerváry J., Tucker A.W., Kuhn H.W., Markowitz H.M., Ehrgott M. та ін.

Аналізуючи публікації останніх років, можна констатувати неабиякий інтерес до задач багатокритеріальної оптимізації серед вітчизняних та зарубіжних фахівців, а також зростаючий рівень наукової зацікавленості у вирішенні мультимодальних задач транспортної логістики, що містять різноманітні оптимізаційні критерії. Існуючі методи розв’язання таких задач не завжди є такими, що повною мірою реалізують досліджувані моделі. У випадку складності цільових функцій задачі чи надто широкої множини її розв’язків залишається актуальною проблема пошуку першого числового наближення, близького до оптимального. Крім того, існує проблема визначення одиниці вимірювання згортки цільових функцій багатокритеріальних транспортних задач, що відкидає можливість застосування тих методів їх розв’язання, які дану згортку використовують. Тому варто зосередитися на подальшому розвитку цих методів або створенні нових підходів.

Необхідністю системного вирішення зазначених вище проблем та багатьох інших проблем транспортної логістики визначається актуальність пропонованого дисертаційного дослідження.

Зв’язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Напрям дисертаційної роботи відповідає планам науково-дослідних робіт Черкаського державного технологічного університету. Дисертаційна робота проводилася на кафедрі робототехнічних і телекомунікаційних систем та кібербезпеки відповідно до основних наукових напрямів та найважливіших проблем фундаментальних досліджень у галузі природничих, технічних, суспільних і гуманітарних наук Національної академії наук України на 2019–2023 роки, зокрема, «Розроблення математичних методів та систем моделювання об’єктів та процесів», «Дослідження математичних моделей, проблем комп’ютерної математики, оптимізації, оцінювання, ідентифікації», «Обчислювальні методи визначення допплерівського зсуву частоти гармонічного сигналу при негаусових завадах» (№ 0121U114029).

Мета і завдання дослідження. Метою роботи є розробка моделей та методів і засобів розв’язування багатокритеріальних та мультимодальних транспортних задач. Досягнення означеної мети передбачає виконання наступних завдань:

1) побудувати моделі та дослідити відомі методи розв’язання багатокритеріальних та мультимодальних транспортних задач;

2) запропонувати нові, більш ефективні, методи розв’язання багатокритеріальних та мультимодальних транспортних задач;

3) виконати розв’язання багатокритеріальних та мультимодальних транспортних задач за допомогою нових методів і з використанням відповідних програмних засобів;

4) запропонувати проєкт розробки інформаційно-управляючої системи керування мультимодальним транспортним комплексом, основою якого є багатокритеріальна мультимодальна бізнес-модель.

Об’єктом дослідження є процес розв’язування багатокритеріальних та мультимодальних транспортних задач як окремого типу задач багатокритеріальної оптимізації.

Предмет дослідження – моделі багатокритеріальних та мультимодальних транспортних задач і методи їх розв’язання.

В процесі реалізації поставлених завдань будуть застосовані наступні **методи дослідження:**

Загальнонаукові:

- аналіз і синтез: дозволяють дослідити існуючі моделі і методи розв’язання транспортних задач;

- аналогія і моделювання: дозволяють розробити власні моделі та методи, а також застосувати засоби розв’язання транспортних задач;

Прикладні:

- математичні методи одно- та багатокритеріальної оптимізації: дозволяють математично обгрунтувати розроблені методи розв’язання багатокритеріальних та мультимодальних транспортних задач;

- методи теорії прийняття рішень, дослідження операцій та системного аналізу: дозволяють розширити діапазон підходів, застосовних при розв’язуванні багатокритеріальних та мультимодальних транспортних задач.

Достовірність отриманих результатів і висновків перевірена порівнянням теоретичних положень з експериментальними даними, отриманими за допомогою комп’ютерного моделювання.

Наукова новизна одержаних результатів полягає в обґрунтуванні побудованих моделей багатокритеріальних та мультимодальних транспортних задач та розробці нових методів їх розв’язання. Зокрема, показано, що запропоновані методи розв’язання досліджуваних задач, дозволяють звести багатокритеріальні та мультимодальні транспортні задачі до класичних (стандартних – однокритеріальних задач з одним критерієм оптимізації) транспортних задач. Це дозволяє отримати більш точне чисельне перше наближення розв’язку задачі, зменшити кількість ітерацій при пошуку її розв’язку і, відповідно, навантаження на програмно-апаратне забезпечення при чисельних обчисленнях.

Вперше:

- запропоновано нові моделі багатокритеріальних та мультимодальних транспортних задач і методи пошуку їх опорних планів;

- використано нові методи розв’язання таких задач для отримання більш точного першого наближення розв’язку задачі (першого опорного плану);

- застосовано ці методи для прискорення процесу розв’язування досліджуваних задач, особливо за умови необхідності обробки великих масивів даних.

Удосконалено:

- метод мінімального елемента побудови опорних планів класичної транспортної задачі, який застосовується при розв'язанні мультимодальної транспортної задачі для визначення інтегрованого опорного плану між різними видами транспорту;

- методи зважених коефіцієнтів та послідовних поступок розв'язання задач багатокритеріальної оптимізації, що надало можливість повноцінно використати зазначені методи для розв'язання багатокритеріальних та мультимодальних транспортних задач.

Отримало подальший розвиток:

- засоби розв'язування мультимодальної транспортної задачі як з одним, так і з кількома критеріями, що дозволить звести задачу подібного типу до класичної транспортної задачі.

Практичне значення одержаних результатів полягає у створенні актуальної прикладної бізнес-моделі логістичного підприємства (комплексу); використанні означеної бізнес-моделі як основи для побудови інформаційно-управляючої системи керування мультимодальним транспортним хабом; розробці нових алгоритмів та засобів розв'язування багатокритеріальних та мультимодальних транспортних задач.

Основні результати дисертаційної роботи використовуються в навчальному процесі при вивченні дисципліни «Дослідження операцій» у Східноєвропейському університеті імені Рауфа Аблязова (м. Черкаси).

Особистий внесок здобувача. Наукові та практичні положення дослідження, представлені в дисертаційній роботі, отримані автором особисто або за його особистої участі та підтверджені у публікаціях – як в індивідуальних, так і у співавторстві. В роботах [7, 8] внесок автора полягає у формулюванні загальних засад постановки та розв'язання мультимодальних транспортних задач; в дослідженнях [1, 4, 12] наведено алгоритми відомих та нових (удосконалених) методів розв'язання транспортних задач, запропонованих автором. У роботі [2] здобувачем проведена програмна реалізація розв’язання мультимодальної транспортної задачі. Особливості побудови цільової функції ризику обговорюються в дослідженнях [3, 6, 10], де автору дисертаційного дослідження належить адаптація методу факторного аналізу в межах постановки та розв’язання багатокритеріальної мультимодальної транспортної задачі. Мультимодальні бізнес-моделі (зокрема, для залізничного виду транспорту) розглядаються згідно з запропонованим авторським підходом у роботах [5, 9, 13], а розробку проєкту мультимодального транспортного хабу та створення його інформаційно-управляючої системи подано у роботі [11].

Апробація результатів дисертації. Основні положення дисертаційної роботи доповідалися та обговорювалися на семи наукових конференціях: 6-а Наукова конференція «Фундаментальні та прикладні дослідження у сучасній науці» (м. Харків, 2018); 9-а Міжнародна школа-семінар «Теорія прийняття рішень» (м. Ужгород, 2020); 32-а та 34-а міжнародні науково-практичні конференції «Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті» (м. Харків, відповідно 2019 та 2021 роки); 5-а Міжнародна науково-практична конференція «Інформаційні технології в освіті, науці і техніці» (м. Черкаси, 2020); 5-а Міжнародна науково-практична конференція «Project, Program, Portfolio Management» (м. Одеса, 2020); 8-а Міжнародна наукова конференція «Обробка сигналів і негаусівських процесів» (м. Черкаси, 2021).

Публікації. Основні результати дисертації опубліковані у 13 наукових роботах, в тому числі: 1 стаття в зарубіжному періодичному наукометричному виданні (Scopus, Scimago), 3 статті у фахових виданнях України, 2 статті у зарубіжному періодичному наукометричному виданні (Index Copernicus, MNISW), 7 публікацій у матеріалах конференцій.

Структура дисертації. Дисертаційна робота складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, а також трьох додатків; до кожного розділу наводиться список використаних джерел, що містить загалом 114 позицій. Загальний обсяг дисертаційної роботи становить 139 сторінок, у тому числі 125 сторінок основного тексту, ілюстрованого 11 рисунками і 31 таблицею.

РОЗДІЛ 1
МЕТОДОЛОГІЧНІ ЗАСАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТРАНСПОРТНИХ ЗАДАЧ

1.1 Особливості побудови оптимізаційних моделей

Проблема відшукання оптимального розв'язку тієї чи іншої задачі перманентно постає в різноманітних галузях науки, техніки, економіки, соціальної сфери тощо. В першу чергу, це характерно для прикладних економічних задач, таких як: мінімізація ризику, максимізація прибутку, оптимальний розподіл ресурсів, побудова оптимального плану транспортних перевезень тощо. З математичної точки зору це привело до виникнення окремого класу задач, які отримали назву оптимізаційних (екстремальних) задач або задач оптимізації.

Як галузь знань математичної науки теорія оптимізації є відносно молодою – початок її бурхливого розвитку пов'язують із 1930-40 роками [1-3]. Саме в цей період були розроблені основні моделі та методи лінійного програмування, а також виконано постановку транспортної задачі тощо. Дещо пізніше розвитку набуло вже нелінійне програмування [4, 5].

З іншого боку, науковий інтерес до задач оптимізації мав місце і набагато раніше. Цікавою в цьому контексті насамперед є задача Штейнера, яка отримала ім'я німецького геометра Якоба Штейнера (1796–1863). Вона полягає у відшуканні на площині точки, сумарно мінімально рівновіддаленої від вершин плоского трикутника. Розв'язком цієї задачі є так звана точка Торрічеллі. Практичні застосування цієї задачі стали відомі вже через кілька десятиріч після смерті Штейнера. В подальшому з цієї галузі математики розвинулась теорія великих мереж, і її бурхливий розвиток припав на кінець 90-х років минулого століття – початок 2000-х років, що пов'язано з розвитком мереж мобільного зв'язку, інтернету та вирішенням транспортних проблем. Задача Штейнера має велике значення для оптимальної побудови складних інфраструктурних об'єктів (доріг, ліній електропередач, комп'ютерних мереж тощо). Ця сфера нині розгалужена на кілька областей і використовує багато методів із інших математичних дисциплін (функціонального аналізу, дискретної математики, теорії графів та ін.) [6,7].

Комп'ютеризація науки та розвиток інформаційних технологій дозволили вивести теорію моделей та методів оптимізації на якісно вищий рівень досліджень. Можливість реалізації екстремальних задач за допомогою комп'ютерної техніки та спеціалізованого програмного забезпечення дала змогу розв'язати доволі громіздкі задачі оптимізації. Сучасна наука має широкі технічні можливості щодо комп'ютерної реалізації всіх досліджених на сьогоднішній день моделей та методів оптимізації. Цей фактор мав надзвичайно позитивний вплив на сучасні дослідження в галузі теорії оптимізації.

Обов'язковою умовою коректної постановки оптимізаційної задачі є наявність критерію оптимізації, який формалізується у вигляді так званої цільової функції, екстремум якої потрібно знайти:

$$f(x) \to extr, \tag{1.1}$$

де $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$, x_i – її аргументи, $i = \overline{1,n}$.

Цільові функції, в свою чергу, потрібно максимізувати або мінімізувати в залежності від постановки задачі. В таких випадках вираз (1.1) може бути записаний у вигляді (1.2) або (1.3) відповідно:

$$f(x) \to \max; \tag{1.2}$$

$$f(x) \to \min. \tag{1.3}$$

Якщо екстремальна задача містить багато (більше одного) критеріїв оптимізації, то таку задачу називають багатокритеріальною. Аналогічно до виразу (1.1), її можна записати в наступному вигляді:

$$f_j(x) \to extr,\ j = \overline{1,m}. \tag{1.4}$$

Оптимізаційні задачі поділяють на задачі умовної та безумовної оптимізації. Головна відмінність між ними полягає в існуванні множини обмежень такої задачі.

Так, задачі безумовної оптимізації не мають множини обмежень. Це означає, що в такому випадку $x_i, i = \overline{1,n}$ обмежені лише областю визначення цільової функції *f*.

Множину обмежень у задачах умовної оптимізації будемо позначати через *D*. Іншими словами, для таких задач в (1.1) – (1.4) має виконуватися умова $x \in D \subset R^n$. З формальної точки зору допустима множина *D* часто являє собою систему рівнянь і/або нерівностей відносно аргументів $x_i, i = \overline{1,n}$.

Задача умовної оптимізації зводиться до задачі безумовної оптимізації. Крім того, задача максимізації (1.2) може бути зведена до задачі мінімізації (1.3) та навпаки. Це означає, що немає принципової відмінності між моделями цих задач та методами їх реалізації.

Процедура зведення задачі умовної до задачі безумовної оптимізації, а також перехід від задачі (1.2) до задачі (1.3) і навпаки будуть описані нижче.

Математичну формалізацію постановки оптимізаційної задачі у вигляді цільової функції (функцій) та множини обмежень (у випадку умовної оптимізації) будемо називати моделлю оптимізаційної задачі або оптимізаційною моделлю.

Сам термін «модель» означає узагальнений опис певного явища, процесу чи об’єкта [8]. Залежно від сфери застосування моделі поділяються на математичні, комп’ютерні, економічні тощо. В свою чергу, термін «моделювання» можна визначити як процес створення моделі.

Концептуальна схема процесу моделювання (створення моделі) подана в [9] і має наступний вигляд:

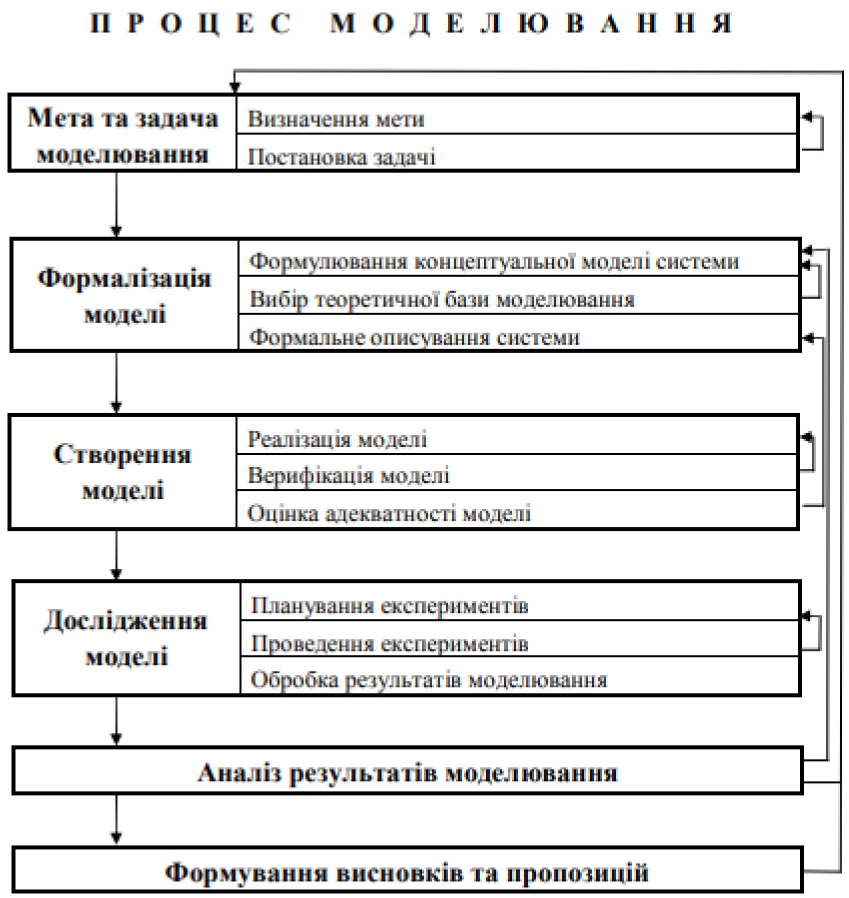

Рисунок 1.1 – Схема процесу моделювання

Оскільки більш цікавим в межах даного дослідження є процес саме математичного та комп’ютерного моделювання, то схема на рисунку 1.1 має бути дещо уточнена. Таким чином, математичне та комп’ютерне моделювання здійснюється за наступною схемою (таблиця 1.1).

Близьким за значенням до терміна «модель» є термін «бізнес-модель», сутність якого полягає в концептуальному описі підприємницької діяльності [10]. Важливо зазначити, що бізнес-моделювання в його сучасному розумінні передбачає так званий процесний підхід. Іншими словами, термін «бізнес-модель» нерозривно пов’язаний із таким терміном, як «бізнес-процес» [11]. Бізнес-процес варто розуміти як будь-який автономний процес підприємницької діяльності. Фактично, можна стверджувати, що сукупність бізнес-процесів підприємства і формує його бізнес-модель.

В подальшому, використовуючи термін «модель», будемо мати на увазі значення цього терміну саме в розумінні бізнес-моделі – тобто, моделі підприємницької (господарської) діяльності. Таке розуміння моделі дозволить накласти ряд прикладних обмежень при постановці та реалізації досліджуваних задач.

Таблиця 1.1 – Схема математичного та комп’ютерного моделювання

№ етапу	Назва етапу	Коротка характеристика
1	Постановка задачі	Формулювання задачі в словесно-описовій чи будь-якій іншій неформальній формі
2	Формалізація задачі	Запис умови задачі за допомогою математичних залежностей (функцій, рівнянь, нерівностей тощо)
3	Вибір методу розв’язування моделі	Вибір методу розв’язання задачі в залежності від того, якими математичними залежностями описується її модель (умова)
4	Вибір засобу розв’язування моделі	Вибір програмного засобу розв’язування моделі – залежить від конкретного математичного опису моделі та наявних програмних бібліотек
5	Комп’ютерне розв’язування задачі	Розв’язання задачі за допомогою обраного методу і програмного засобу
6	Аналіз результатів розв’язання задачі та їх інтерпретація	Аналіз одержаних результатів розв’язання задачі та подання їх у словесно-описовій чи будь-якій іншій неформальній формі

Джерело: складено автором

Одразу варто провести межу між поняттями «модель», «бізнес-модель» та «математична (комп’ютерна) бізнес-модель». Розуміння бізнес-моделі як звуженого поняття моделі (будь-якої абстрактної) є некоректним – хоча при дослідженні як бізнес-моделей, так і абстрактних (математичних чи комп’ютерних) моделей часто використовують схожі методи та засоби [12]. З іншого боку, бізнес-модель підприємства може змінюватися, тоді як такі зміни далеко не обов’язково впливатимуть на математичну (комп’ютерну) бізнес-модель суб'єкта господарювання. Це пояснюється тим, що на бізнес-модель в першу чергу впливають зміни (реінжиніринг) бізнес-процесів та загальної бізнес-логіки функціонування того чи іншого підприємства. Натомість, опис бізнес-моделі за допомогою чи-то математичних термінів, чи-то певних програмних засобів майже не залежить від конкретної структури внутрішніх бізнес-процесів.

Звідси випливає додаткове уточнення: в межах даного дослідження термін «бізнес-модель» розглядається не лише в його класичному розумінні (з точки зору процесного підходу), а, насамперед, як «математична (комп'ютерна) бізнес-модель». Це означає, що постановки досліджуваних задач матимуть цілком конкретні емпіричні обмеження, але при їх реалізації будуть, в першу чергу, застосовані математичні та комп'ютерні методи. При цьому методологія процесного підходу не відкидається повністю і, за потреби, може бути використана «точково».

1.2 Аналіз методів розв'язання оптимізаційних задач

У задачах як умовної, так і безумовної оптимізації є можливість змінювати цільову функцію мінімізації на цільову функцію максимізації і навпаки [13]. Це важливо відзначити з огляду на те, що в межах даного дослідження буде несуттєво, якими (мінімізації чи максимізації) є цільові функції тієї чи іншої досліджуваної задачі.

Як було зазначено вище, одним з підходів до розв'язування задач умовної оптимізації є зведення їх до задач безумовної оптимізації. Для реалізації даного підходу можна використати метод множників Лагранжа [14], а також методи штрафних та бар'єрних функцій [15]. Сутність цих методів полягає в побудові допоміжної оптимізаційної задачі – коли обмеження вихідної задачі включаються до цільової функції допоміжної задачі.

В свою чергу, існує доволі широкий діапазон методів розв'язання задач безумовної та умовної оптимізації. Таке різноманіття методів оптимізації можна пояснити словами відомого математика В. Ф. Дем'янова: «У дракона оптимізації багато голів, і проти кожної з них потрібен свій меч» [16].

Зважаючи на громіздкість оптимізаційних задач до методів їх розв'язання висуваються підвищені вимоги щодо можливості їх алгоритмізації. Відповідно, переважну більшість оптимізаційних підходів відносять до чисельних методів; основні чисельні методи оптимізації описані зокрема в [17] та ін. Методологічні засади розв'язання задач оптимізації подано у [18]. Короткий зведений опис чисельних методів оптимізації наведено в Додатку А [17, 18].

Надалі варто зупинитися насамперед на методах багатокритеріальної оптимізації. Ці методи можна умовно поділити на дві основні групи:

1. Методи, які зводять багатокритеріальну задачу оптимізації до однокритеріальної.

2. Методи, що не використовують принцип суперпозиції цільових функцій.

Прикладом методів першої групи є метод вагових коефіцієнтів (див., наприклад, [19]), а другої – метод послідовних поступок (див, наприклад, [20]). Розкриємо детальніше сутність цих методів.

Нехай багатокритеріальна задача оптимізації містить p цільових функцій:

$$f_p(x) \to \min, \tag{1.5}$$

$$x \in D \quad . \tag{1.6}$$

Для методу вагових коефіцієнтів введемо наступні параметри:

$$\sum_{i=1}^{p} k_i = 1; k_i \in R; k_i > 0 \tag{1.7}$$

Параметри k_1, k_2, які задовольняють умову (1.7), називаються ваговими коефіцієнтами (коефіцієнтами важливості).

Далі необхідно звести багатокритеріальну задачу оптимізації до однокритеріальної. Для цього запишемо наступну функцію (для p = 2):

$$F(x) = k_1 \cdot f_1(x) + k_2 \cdot f_2(x) \to \min, x \in D\,. \tag{1.8}$$

Якщо вважати функцію $f_1(x)$ в (1.8) більш пріоритетною відносно функції $f_2(x)$, то в такому випадку у функції *F(x)* задачі (1.8) буде $k_1 > k_2$.

Функцію *F(x)* ще називають «згорткою» функцій $f_p(x)$. Крім того, функцію *F(x)* можна називати суперпозицією або лінійною комбінацією функцій $f_p(x)$. Записавши таку згортку цільових функцій, оптимізаційну задачу можна розв'язати як однокритеріальну одним з відомих методів.

Метод вагових коефіцієнтів – не єдиний, який використовує згортку (суперпозицію, лінійну комбінацію) цільових функцій оптимізаційної задачі. Цей метод, разом з усіма аналогічними, утворюють першу групу методів багатокритеріальної оптимізації.

Зазначимо, що для даної групи методів існує проблема розмірності цільових функцій, які входять до лінійної комбінації *F*. Якщо функції f_1, f_2, з прикладної точки зору, визначають показники різної природи, то незрозуміло, якої розмірності тоді буде функція згортки *F*. В такому випадку постане необхідність додатково нормувати оптимізаційні критерії. Це є одним з недоліків першої групи методів багатоекстремальної оптимізації.

Поряд з методом вагових коефіцієнтів варто звернути увагу на методи факторного аналізу [21]. Ці методи схожі з ним за математичною формалізацією, хоча і не відносяться до методів оптимізації як такої. Їхня важливість пояснюється необхідністю подальшого використання в межах цього дослідження.

У межах методу факторного аналізу функції виду (1.5)-(1.6) розглядаються як фактори, які впливають на загальний підсумок, – тобто, значення функції *F* у задачі (1.8). Вагові коефіцієнти виду (1.7), відповідно, позначають вагу зазначених факторів.

Крім того, з точки зору даного дослідження перспективним видається метод групового факторного аналізу, сутність якого полягає в побудові ієрархій факторів впливу [22-24]. Його використання може бути корисним при побудові різних цільових функцій оптимізації.

Такий метод багатокритеріальної оптимізації, як метод послідовних поступок, навпаки, не потребує дослідження суперпозиції критеріїв оптимізації. Але він передбачає наявність «людського» фактору – тобто, участь особи, яка приймає рішення (ОПР), в процесі розв'язання задачі.

Алгоритм реалізації методу послідовних поступок [17] є наступним:

1. Визначається пріоритетний критерій оптимізації (тобто, функція f_1). Цей критерій може, очевидно, випливати з умови задачі – в протилежному випадку пріоритетний критерій обирає ОПР.

2. Розв'язується однокритеріальна (відносно пріоритетного критерію) задача оптимізації. Позначимо її розв'язок через x_1.

3. Якщо значення $f_2(x_1)$ не задовольняє ОПР, то вводиться величина поступки $\Delta_1 > 0$. Пріоритетній функції присвоюється нове значення $f_1(x) := f_1(x) + \Delta_1$ (знак «+» для пріоритетної функції мінімізації, знак «–» для пріоритетної функції максимізації). Позначимо її розв'язок через x_2.

4. Обчислюємо значення функцій $f_2(x_2)$.

5. Якщо це значення задовольняє ОПР, то задачу розв'язано. Якщо ні, то кроки 3-5 повторюються.

Варто зазначити, що основною перевагою цього методу, порівняно з методами багатокритеріальної оптимізації першої групи, є те, що цільові функції оптимізаційної задачі не потребують жодних додаткових перетворень – ані згортки, ані перетворення задачі максимізації на задачу мінімізації і навпаки тощо. З іншого боку, недоліком методу є участь ОПР, рівень компетентності якої може бути сумнівним.

Таким чином, на основі всього зазначеного вище, можна побудувати загальний алгоритм розв'язання багатокритеріальних оптимізаційних задач (таблиця 1.2).

Таблиця 1.2 – Схема розв'язування багатокритеріальної оптимізаційної задачі

№ етапу	Назва етапу	Коротка характеристика
1	Постановка задачі	Формулювання задачі в словесно-описовій чи будь-якій іншій неформальній формі
2	Формалізація задачі	Запис цільових функцій задачі, а також множини обмежень (за наявності) за допомогою математичних залежностей (рівнянь, нерівностей тощо)
3	Вибір методу розв'язування моделі	Вибір методу реалізації задачі, що залежить від властивостей цільових функцій
4	Вибір засобу розв'язування моделі	Вибір програмного засобу реалізації задачі – залежить від вибору методу розв'язання задачі
5	Комп'ютерне розв'язування задачі	Реалізація задачі за допомогою обраного програмного засобу
6	Аналіз результатів розв'язання задачі та їх інтерпретація	Подання результатів реалізації задачі в словесно-описовій чи будь-якій іншій неформальній формі

Джерело: складено автором

Порівнюючи таблиці 1.1 і 1.2, можна дійти висновку, що вони багато в чому схожі, оскільки описують загальний процес побудови та верифікації моделі задачі. З іншого боку, таблиця 1.2 є конкретнішою – з огляду на те, що вона описує вужчий клас задач (моделей), постановка яких містить цільові функції та множини обмежень, а також передбачає застосування специфічних (оптимізаційних) методів розв'язання.

Звертаючись до питання існування та опису безпосередніх розв'язків багатокритеріальної оптимізаційної задачі, зазначимо, що існує наступна їх класифікація: ефективні (оптимальні за Парето), слабко ефективні (оптимальні за Слейтером), власне ефективні (оптимальні за Джеофріоном) розв’язки [25]. В межах цього дослідження особливий інтерес становлять саме Парето-оптимальні розв’язки. В постановці (1.2) точку x^* називають оптимальною за Парето, якщо не існує такого значення x, при якому виконується умова $f(x) \geq f(x^*)$ (в постановці (1.3) буде $f(x) \leq f(x^*)$). Іншими словами, в Парето-оптимальних точках всі вигоди від максимізації (мінімізації) цільових функцій вичерпано.

1.3 Транспортні задачі як окремий клас задач оптимізації

Класична транспортна задача полягає у визначенні оптимального плану транспортних перевезень однорідного продукту з n пунктів відправки до m пунктів доставки вантажів [26]. Критерієм оптимальності розв’язку задачі виступає мінімальна собівартість S таких перевезень. Початковими даними транспортної задачі є:

1. Матриця $C = (c_{ij}), i = \overline{1,n}; j = \overline{1,m}$ собівартостей перевезень одиниці вантажу з i-го пункту відправки до j-го пункту доставки.

2. Кількість запасів в кожному пункті відправки $a_i, i = \overline{1,n}$ та потреб у кожному пункті доставки вантажів $b_j, j = \overline{1,m}$.

Умови 1 та 2 можна відобразити у вигляді таблиці 1.3.

Таблиця 1.3 – Матриця собівартостей перевезень для закритої транспортної задачі

Пункти відправки та доставки	B_1	B_2	$\cdots$	B_m	Запаси
A_1	c_{11}	c_{12}	$\cdots$	c_{1m}	a_1
A_2	c_{21}	c_{22}	$\cdots$	c_{2m}	a_2
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
A_n	c_{n1}	c_{n2}	$\cdots$	c_{nm}	a_n
Потреби	b_1	b_2	$\cdots$	b_m	$\sum_{i=1}^{n} a_i = \sum_{j=1}^{m} b_j$

Якщо сумарна кількість запасів в пунктах відправки дорівнює сумарній кількості потреб пунктів доставки (виконується умова $\sum_{i=1}^{n} a_i = \sum_{j=1}^{m} b_j$), то така транспортна задача називається закритою (таблиця 1.3). Якщо дана умова рівності величин запасів і потреб не виконується, то така транспортна задача є відкритою (таблиці 1.4 та 1.5).

Якщо сумарна кількість запасів в пунктах відправки перевищує сумарну кількість потреб пунктів доставки (виконується умова $\sum_{i=1}^{n} a_i > \sum_{j=1}^{m} b_j$), то при розв'язанні такої транспортної задачі необхідно ввести фіктивний пункт доставки з нульовими собівартостями (таблиця 1.4).

Якщо сумарна кількість запасів у пунктах відправки менша за сумарну кількість потреб пунктів доставки (виконується умова $\sum_{i=1}^{n} a_i < \sum_{j=1}^{m} b_j$), то при розв'язанні такої транспортної задачі необхідно ввести фіктивний пункт відправки з нульовими собівартостями (таблиця 1.5).

Таблиця 1.4 – Матриця собівартостей перевезень для відкритої транспортної задачі (запаси перевищують потреби)

Пункти відправки та доставки	B_1	B_2	…	B_m	B_{m+1}	Запаси
A_1	c_{11}	c_{12}	…	c_{1m}	0	a_1
A_2	c_{21}	c_{22}	…	c_{2m}	0	a_2
…	…	…	…	…	0	…
A_n	c_{n1}	c_{n2}	…	c_{nm}	0	a_n
Потреби	b_1	b_2	…	b_m	b_{m+1}	$\sum_{i=1}^{n} a_i = \sum_{j=1}^{m+1} b_j$

Таблиця 1.5 – Матриця собівартостей перевезень для відкритої транспортної задачі (потреби перевищують запаси)

Пункти відправки та доставки	B_1	B_2	$\ldots$	B_m	Запаси
A_1	c_{11}	c_{12}	$\ldots$	c_{1m}	a_1
A_2	c_{21}	c_{22}	$\ldots$	c_{2m}	a_2
$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$	$\ldots$
A_n	c_{n1}	c_{n2}	$\ldots$	c_{nm}	a_n
A_{n+1}	0	0	0	0	a_{n+1}
Потреби	b_1	b_2	$\ldots$	b_m	$\sum_{i=1}^{n+1} a_i = \sum_{j=1}^{m} b_j$

Таким чином, відкрита транспортна задача зводиться до закритої. Тому надалі будемо розглядати лише закриті транспортні задачі.

Позначимо шуканий план транспортних перевезень через матрицю $X = (x_{ij})$, де x_{ij} – кількість вантажу, яку треба доставити з *i*-го пункту відправки до *j*-го пункту доставки. Побудуємо оптимізаційну модель класичної транспортної задачі, тобто, запишемо її цільову функцію та множину обмежень.

Для побудови цільової функції введемо наступне відношення матриць:

$$S(x) = C \times X = (c_{ij}) \times (x_{ij}) = \sum_{i,j=1}^{n,m} c_{ij} \cdot x_{ij} \,. \tag{1.9}$$

Іншими словами, функція *S(x)* сумарної собівартості транспортних перевезень є сумою добутків відповідних елементів матриць собівартостей та кількості вантажів, що перевозяться. Саме цю цільову функцію необхідно мінімізувати:

$$S(x) \to \min, x \in D \,. \tag{1.10}$$

Запис множини обмежень транспортної задачі випливає з таблиці 1.3 і має наступний вигляд:

$$D:\begin{cases}\sum_{j=1}^{m} x_{1j} = a_1; \sum_{j=1}^{m} x_{2j} = a_2; ...; \sum_{j=1}^{m} x_{nj} = a_n;\\ \sum_{i=1}^{n} x_{i1} = b_1; \sum_{i=1}^{n} x_{i2} = b_2; ...; \sum_{i=1}^{n} x_{im} = b_m;\\ x_{ij} \geq 0, i = \overline{1,n},\ j = \overline{1,m}.\end{cases} \qquad (1.11)$$

Звичайно, вигляд (1.11) множини обмежень D не є остаточним – кожна конкретна транспортна задача може містити додаткові обмеження, які впливатимуть на вигляд множини D [27].

Схема розв’язання класичної транспортної задачі є наступною:

1. Визначити початковий опорний план задачі.

2. Перевірити початковий опорний план на оптимальність.

3. Якщо опорний план оптимальний, то задача розв’язана. Якщо ні, то відбувається перехід до наступного опорного плану, після чого знову виконується п. 2 даної схеми.

Існує кілька різних методів визначення початкового опорного плану транспортної задачі. Основні з них описані у [28]. Головна відмінність між цими методами полягає у правилі вибору комірки для першої ітерації. Наприклад, метод північно-західного кута починається з лівої верхньої комірки таблиці собівартостей (елемента c_{11} відповідної матриці). Метод мінімального елемента починається з комірки, в якій знаходиться найменший за значенням (це пов’язано з тим, що функція (1.10) мінімізується) елемент матриці собівартостей (тобто, першим елементом є $\min_{i,j}(c_{ij})$). За методом Фогеля визначити комірку для першої ітерації дещо складніше: спочатку треба обчислити різниці між найменшими елементами кожного рядка (стовпчика), потім серед цих різниць обрати максимальну. Індекс найменшого елемента цієї різниці і визначить шукану комірку.

Далі припустимо, що одним із названих методів було обрано комірку з елементом c_{ij}. В цю комірку необхідно записати значення $\min(a_i; b_j)$. Це значення віднімається від значень у відповідних пунктах відправки A_i і доставки B_j. Рядок і стовпчик, значення яких стали нульовими, виключаються, і формується нова таблиця (матриця). Для неї процес повторюється – допоки не будуть виключені всі рядки і стовпчики таблиці.

Після цього початковий опорний план необхідно перевірити на оптимальність. Оптимальний опорний план визначається методом потенціалів [29], алгоритм якого полягає в наступному.

1. Поклавши, наприклад, $U_1 = 0$, для базисних змінних x_{ij} розв’язують наступну систему:

$$U_i + V_j = c_{ij} . \tag{1.12}$$

2. Змінні називають U_i, V_j потенціалами. Якщо в результаті розв’язання системи (1.12) отримуємо, що $\delta_{ij} = U_i + V_j - c_{ij} \le 0$, то транспортна задача розв’язана (опорний план є оптимальним).

3. Якщо принаймні одне значення $\delta_{ij} > 0$, то опорний план не є оптимальним. З усіх додатних δ_{ij} обирається те, що має максимальне значення. Змінна, яка відповідає цьому значенню, вводиться в базис і робиться зсув. Алгоритм реалізується з самого початку для нових базисних змінних x_{ij}.

Постановка класичної транспортної задачі характеризується тим, що вона враховує лише один критерій оптимізації та один вид транспорту (засіб доставки вантажу). Наявність в постановці задачі більше однієї цільової функції перетворює таку задачу на багатокритеріальну [30]. Так, крім мінімізації собівартості транспортних перевезень, можна ввести й інші цільові функції – наприклад, функцію мінімізації ризику таких перевезень тощо.

Якщо модель транспортної задачі передбачає наявність більше одного виду транспорту, то таку задачу називають мультимодальною, інтермодальною або комбінованою – залежно від виду перевезень, про які йдеться в задачі.

Домовимося мультимодальною транспортною задачею називати таку задачу, в якій перевезення за допомогою різних видів транспорту відбуваються «паралельно» (одночасно) відносно один одного [31, 32]. Натомість, інтермодальні перевезення відбуваються «послідовно» [33]. Якщо постановка задачі передбачає використання як мультимодальних, так і інтермодальних перевезень, то такі перевезення називаються змішаними (комбінованими) [34].

Для розкриття сутності інтермодальних транспортних перевезень розглянемо наступний приклад. Нехай певний вантаж перевозиться в деякому контейнері, який запаковується в початковому пункті відправки та розпаковується в кінцевому пункті доставки. Для переміщення контейнера використовуються кілька видів транспорту (наприклад, автомобільний, залізничний, водний, повітряний тощо). Таке використання відбувається «послідовно» – тобто, спочатку контейнер перевозиться одним засобом доставки вантажу, потім другим, третім і так далі – поки вантаж не потрапить до кінцевого пункту доставки. Такі транспортні перевезення і будемо називати інтермодальними.

У випадку мультимодальних транспортних перевезень всі види транспорту використовуються «паралельно»: вантаж пакується не в один контейнер, а в декілька умовних контейнерів, кожен з яких перевозиться своїм окремим засобом доставки вантажу. Тому, фактично, мультимодальна транспортна задача полягатиме у відшуканні оптимального розподілу наявних запасів (вантажів) по умовних контейнерах в пунктах відправки для перевезення їх в пункти доставки різними видами транспорту.

Зазначимо, що, на думку деяких дослідників [35], інтермодальні перевезення є частинним випадком мультимодальних. Такий підхід має право на існування, але, насамперед, для дотримання чіткості термінології в поточному дослідженні, поняття інтермодальних та мультимодальних перевезень будемо вживати в тому сенсі, який описаний вище.

Мультимодальним транспортним перевезенням присвячено доволі велику кількість наукових досліджень [31, 32, 36-42], проте постановка мультимодальної транспортної задачі з багатьма різними критеріями оптимізації підключає до зазначеної проблематики потужний математичний апарат та, безумовно, найширші можливості сучасних інформаційних технологій. Так, у [43] продемонстрована реалізація мультимодальної транспортної задачі за допомогою різних програмних середовищ, а задача, що розглянута в цій роботі, може бути значно ускладнена і наближена до реальних прикладних потреб. Зробити це пропонується за рахунок використання комбінації різних оптимізаційних функцій мультимодальної транспортної задачі – наприклад, функції ризику.

У межах даного дослідження особливий інтерес становитимуть саме мультимодальні транспортні перевезення (і відповідні їм мультимодальні транспортні задачі). Особливу увагу буде приділено побудові оптимальних планів мультимодальних транспортних перевезень в умовах необхідності обробки великих масивів даних за найкоротший час та обмеженості програмно-апаратних ресурсів.

Постановку двокритеріальної мультимодальної транспортної задачі для трьох засобів доставки вантажів буде виконано нижче. В її основу покладено бізнес-модель відомого українського підприємства ТОВ СП «Нібулон» [44]. Головною рисою зазначеної бізнес-моделі є наявність таких видів транспорту, як автомобільний, залізничний та річковий (внутрішній водний).

Побудуємо схему розв’язування багатокритеріальної мультимодальної транспортної задачі (таблиця 1.6).

Таблиця 1.6 – Схема розв’язування багатокритеріальної мультимодальної транспортної задачі

№ етапу	Назва етапу	Коротка характеристика
1	Умова задачі	Формулювання задачі в словесно-описовій чи будь-якій іншій неформальній формі
2	Формалізація умови задачі	Запис цільових функцій задачі, а також множини обмежень за допомогою математичних залежностей (рівнянь, нерівностей тощо)
3	Вибір засобу реалізації однокритеріальних задач по кожній цільовій функції	Вибір програмного засобу розв’язання однокритеріальної мультимодальної транспортної задачі
4	Вибір методу побудови початкових опорних планів	Залежить від матриці обмежень по кожному критерію оптимізації
5	Оптимізація опорних планів	Застосування методу оптимізації опорних планів (методу потенціалів тощо)
6	Вибір засобу реалізації багатокритеріальної задачі	Вибір програмного засобу розв’язання багатокритеріальної мультимодальної транспортної задачі
7	Реалізація багатокритеріальної задачі	Реалізація багатокритеріальної задачі за допомогою обраного програмного засобу
8	Інтерпретація результатів реалізації задачі	Подання результатів реалізації задачі в словесно-описовій чи будь-якій іншій неформальній формі

Джерело: складено автором

Очевидно, таблиця 1.6 є конкретизованою відносно таблиць 1.1 та 1.2.

З таблиці 1.6 випливає, що відсутній єдиний програмний засіб реалізації як однокритеріальної мультимодальної, так і багатокритеріальної транспортної задачі. Точнішу відповідь на це питання може дати огляд програмних засобів реалізації оптимізаційних задач, який наведено нижче.

1.4 Огляд програмних засобів розв’язання оптимізаційних задач

Практичне розв’язання оптимізаційних задач в обов’язковому порядку передбачає використання спеціалізованого програмного забезпечення. Це обумовлено насамперед громіздкістю обчислень, які проводяться в процесі розв’язання таких задач.

Засоби програмної реалізації оптимізаційних задач можна умовно поділити на наступні три групи:

1) програмне забезпечення з закритим (частково відкритим) кодом;

2) програмне забезпечення з відкритим кодом.

До першої групи відносяться програми з закритим кодом – тобто, з певним заздалегідь вбудованим функціоналом, який не може бути допрацьований (змінений) користувачем. Це означає, що якщо користувач захоче додатково реалізувати певний метод розв’язання тієї чи іншої оптимізаційної задачі, то в нього не буде жодної можливості це зробити. З цього випливає головний недолік програм із закритим кодом – неможливість самостійно розвивати функціональність такого програмного забезпечення. Ще одним недоліком є те, що такі програми переважно є платними і відсутні у вільному доступі. Втім, з іншого боку, варто визнати, що сам вбудований функціонал найпоширеніших математичних пакетів постійно допрацьовується їх розробниками та здатен вирішувати багато класів оптимізаційних задач.

Як приклади програм першої групи розглянемо наступні: MS Excel, Mathcad та Matlab.

Електронні таблиці MS Excel належать до пакету програм MS Office. Дані різних типів вводяться в комірки цих таблиць, що дозволяє проводити їх груповий аналіз. Останній здійснюється за допомогою вбудованих функцій різних типів: фінансових, математичних, статистичних тощо. Крім того, MS Excel володіє широким діапазоном засобів не лише аналізу, а й візуалізації даних: графіки, діаграми та ін.

Що стосується реалізації оптимізаційних задач, то принципи використання MS Excel для подібних цілей описані авторами в [45-47]. Насамперед йдеться про використання надбудови «Пошук рішення», а також команд «Підбір параметра» та «Диспетчер сценаріїв». Таким чином, апарат MS Excel для реалізації екстремальних задач є доволі «лаконічним» – він негроміздкий та вельми універсальний.

Як MS Excel, так і математичний пакет Mathcad здатні реалізовувати оптимізаційні задачі з обмеженнями (умовна оптимізація) та без них (безумовна оптимізація) [48]. В Mathcad для цього використовуються вбудовані функції Maximize та Minimize. За наявності обмежень задачі вони описуються в блоці Given.

Також особливістю розв'язання екстремальних задач в Mathcad є необхідність вказувати початкові значення шуканих змінних. Крім того, даний математичний пакет містить функціонал, що дозволяє виконувати візуалізацію отриманих результатів.

Такий засіб комп'ютерної математики, як Matlab, так само використовує різні групи функцій для розв'язання задач умовної та безумовної оптимізації [49], але їхній діапазон є дещо ширшим порівняно з функціональністю Mathcad. Прикладами функцій для оптимізаційних задач з обмеженнями є linprog (задача лінійного програмування), quadprog (задача квадратичного програмування), fminimax (мінімаксна задача) тощо. Задачі безумовної оптимізації розв'язуються за допомогою таких функцій, як fmin (пошук локального мінімуму функції однієї змінної), fminbnd (пошук локального мінімуму функції однієї змінної на заданому проміжку) та ін. Графічне відтворення даних та результатів обчислень в Matlab так само є доступним.

До другої групи програмних засобів реалізації оптимізаційних задач відноситься програмне забезпечення з відкритим кодом. Хоча такі програмні пакети не містять достатньо широкого діапазону вбудованої функціональності, проте вона може бути створена користувачем самостійно без жодних перешкод та обмежень. Тим більше, використання такого програмного забезпечення зазвичай не заборонено авторським правом.

Наприклад, для створення зазначеного програмного забезпечення може слугувати мова програмування Python. Головний принцип реалізації оптимізаційних задач за допомогою цієї мови – використання вбудованих бібліотек, таких як pulp, cvxopt, scipy.optimize. У випадку відмови від використання вбудованих бібліотек весь код доведеться написати самостійно – тут в нагоді стануть загальні можливості функціоналу мови Python та інших [50].

Окремим різновидом програмних засобів розв’язання задач оптимізації є онлайн сервіси. Фактично, вони подібні до програм першої групи, оскільки так само мають закритий код (наприклад, сервіси [51, 52]). Але, з іншого боку, технічно нескладним видається процес створення власних онлайн сервісів [53], які з математичної точки зору будуть використовувати ті методи та моделі оптимізації, які забажає сам розробник таких сервісів.

На основі наведеного вище можна створити порівняльну таблицю програмних засобів реалізації оптимізаційних задач (таблиця 1.7).

Таблиця 1.7 – Порівняльна характеристика програмних засобів розв’язування оптимізаційних задач

№ групи	Назва групи	Приклади програмних засобів	Вільний доступ	Відкритий код	Вбудований функціонал
1	Програми з закритим кодом	MS Excel, Mathcad, Matlab	Переважно ні	Ні/Частково	Переважно так
2	Програми з відкритим кодом	Python	Переважно так	Так	Переважно ні

Джерело: складено автором

Зважаючи на переваги та недоліки тих чи інших програмних засобів, кожен дослідник може самостійно обирати найбільш прийнятні з них.

В цьому дослідженні будуть використані програмні засоби першої групи – пакети MS Excel, Mathcad та Matlab. Тому нижче варто розглянути конкретні приклади використання функцій оптимізації в зазначених програмних середовищах.

Приклад розв'язання оптимізаційної задачі за допомогою системи комп'ютерної математики Mathcad подано в [54].

Приклад розв'язання оптимізаційної задачі засобами MS Excel наводити не будемо, оскільки нижче він буде розглянутий більш детально на конкретних числових прикладах.

Розв'язувати класичну транспортну задачу можна в різних програмних середовищах [43]. Проте повноцінна комплексна реалізація багатокритеріальних та мультимодальних транспортних задач за допомогою відомих програмно-апаратних засобів поки що не є можливою. Існуючі математичні пакети та онлайн сервіси не містять повноцінного функціоналу для розв'язання задач даного типу. Виняток може становити програмне забезпечення з відкритим кодом, проте, відповідну функціональність ще тільки доведеться створити в майбутній перспективі.

1.5 Висновки

На сьогоднішній день теорія і практика розв'язання оптимізаційних задач забезпечені як розвиненим математичним апаратом, так і потужними програмними засобами реалізації відповідних моделей та методів оптимізації. Фактично, прикладна наука постала перед доволі складними оптимізаційними задачами, зокрема, багатокритеріальними.

Однією з задач оптимізації, що є предметом неабиякого наукового інтересу, є так звана транспортна задача, яка полягає у визначенні плану транспортних перевезень з пунктів відправки до пунктів доставки вантажів. Критерієм оптимізації транспортної задачі є цільова функція мінімізації собівартості перевезень, а множиною обмежень – величини запасів та потреб в пунктах відправки та доставки відповідно. Крім того, собівартість перевезення одиниці вантажу з кожного пункту відправки до кожного пункту доставки також є відомою.

Така постановка транспортної задачі може бути розширена – як з точки зору модальності моделі задачі, так і з точки зору кількості критеріїв оптимізації. Тому в межах цього дослідження будемо розглядати модель саме багатокритеріальної мультимодальної транспортної задачі.

Теорія багатокритеріальної оптимізації та прийняття рішень має широкий діапазон методів реалізації класичних транспортних задач. У випадку мультимодальної транспортної задачі виникає необхідність удосконалення існуючих та розробки нових методів її розв’язання. Важливим аспектом подібних досліджень є їх верифікація та адаптація з використанням реальних даних, враховуючи специфіку галузі, в якій ці методи будуть застосовані.

На відміну від оптимізаційних задач взагалі, моделі та методи реалізації багатокритеріальних мультимодальних транспортних задач є недостатньо дослідженими, а тому потребують додаткового вивчення. З іншого боку, при розв’язанні даної задачі цілком можливо застосувати загальновідомі чисельні методи оптимізації – для цього можна скористатися вбудованим функціоналом різноманітних засобів комп’ютерної математики (MS Excel, Mathcad, Matlab), онлайн сервісами для реалізації математичних задач, або, зрештою, створити абсолютно новий програмний продукт за допомогою програмного забезпечення з відкритим кодом (наприклад, за допомогою високорівневої мови програмування Python тощо). В свою чергу, постає актуальне питання щодо ефективності застосування таких чисельних методів, оскільки за умов багатокритеріальності, великої модальності (значної кількості видів транспорту) і розмірності (суттєвої кількості пунктів відправки та доставки) моделі транспортної задачі відомі методи її реалізації можуть виявитися малоефективними. Це вказує на необхідність розробки нових підходів до розв’язання задач зазначеного типу. Такі підходи повинні забезпечити пошук кращого першого чисельного наближення (опорного плану) транспортної задачі, зменшення кількості чисельних ітерацій при реалізації її розв’язку, зниження навантаження на засоби виконання необхідних розрахунків.

З огляду на зазначене вище, в подальшому необхідно: 1) виконати постановку багатокритеріальної мультимодальної транспортної задачі та побудувати її оптимізаційну модель; 2) реалізувати цю модель за допомогою відомих методів оптимізації та наявних програмних засобів; 3) запропонувати інший (новий або модифікований) метод розв’язання даної задачі та дослідити можливість його реалізації з використанням спеціалізованого програмного забезпечення; 4) визначити переваги та недоліки реалізації побудованої моделі за допомогою нового методу порівняно з уже відомими підходами; 5) окреслити сферу прикладного застосування отриманих результатів та розкрити особливості такого застосування в реальних умовах.

Список використаних джерел до розділу 1

1. Kantorovich L. V. Matematicheskie metody organizacii i planirovaniya proizvodstva. Leningrad: Izd-vo LGU, 1939.
2. Dancig D. B. Linejnoe programmirovanie, ego obobshcheniya i primeneniya. Moskva: Progress, 1966. 602 s.
3. Egerváry Jenő. Matrixok kombinatorius tulajdonságairól [On combinatorial properties of matrices]. *Matematikai és Fizikai Lapok*. 1931. Vol. 38. P. 16–28.
4. Tucker A. W., Kuhn H. W. Linear inequalities and related systems. *Annals of Mathematical Studies*. 1956.
5. Markowitz H. M. Portfolio selection. *The Journal of Finance*. 1952. Vol. 7. No. 1. P. 77–91.
6. Bern M.W., Plassmann P. E. The Steiner problem with edge length 1 and 2. Inf. Proc. Letteis. 1989. V. 32, № 4. P. 171–176.
7. Romanovskij I. V. Zadacha Shtejnera na grafah i dinamicheskoe programmirovanie. *Komp'yuternye instrumenty v obrazovanii*. 2004. № 2. S. 80–86.
8. Кульчицький І. М. Концептуалізація понять «модель» та «моделювання» у наукових дослідженнях. *Вісник Національного університету «Львівська політехніка»*. 2015. № 829. С. 273–284.
9. Стеценко І. В. Моделювання систем: навч. посіб. Черкаси: ЧДТУ, 2010. 399 с.
10. Скриль В. В. Бізнес-моделі підприємства: створення та класифікація. *Економіка та управління підприємствами*. 2016. № 7. С. 490–497.
11. Чорнобай Л. І., Дума О. І. Бізнес-процеси підприємства: класифікація та структурно-ієрархічна модель. *Економічний аналіз*: зб. наук. пр. Тернопіль: Терноп. нац. екон. ун-т, 2015. Т. 22. № 2. С. 171–182.
12. Січко Т. В. Методи моделювання бізнес-процесів підприємства засобами системного аналізу. *Галицький економічний вісник*. Тернопіль, 2016. № 2 (51). С. 190–200.

13. Михалевич В. М., Тютюнник О. І. Математичне програмування в Maple. Вінниця: ВНТУ, 2013.
14. Катренко А.В. Дослідження операцій. Підручник. Львів: Магнолія Плюс, 2006. 549 с.
15. Зайченко Ю.П. Дослідження операцій. Підручник. Київ: Вища школа, 2001. 688 с.
16. Dem'yanov V. F., Vasil'ev L. V. Nedifferenciruemaya optimizaciya. Moskva: Nauka, Gl. red. fiz.-mat. literatury, 1981. 384 s.
17. Жалдак М. І., Триус Ю. В. Основи теорії і методів оптимізації: навч. посіб. Черкаси: Брама-Україна, 2005. 608 с.
18. Коваль В. В., Могілей С. О. Методологічні засади розв’язання багатокритеріальних задач оптимізації. *Вісник Східноєвропейського університету економіки і менеджменту.* 2017. № 2 (23). С. 128–136.
19. Медиковський М. О., Шуневич О. Б. Дослідження ефективності методів визначення вагових коефіцієнтів важливості. *Вісник Хмельницького національного університету.* 2011. № 5. С. 176–182.
20. Марко М. Я., Цегелик Г. Г. Використання методу послідовних поступок для розв’язування задачі підвищення рентабельності виробництва малого підприємства. *Наукові записки / SCIENTIFIC PAPERS*. 2017. № 1 (54). С. 141–146.
21. Boyd K. C. Factor analysis. *The Routledge Handbook of Research Methods in the Study of Religion*. Taylor and Francis, 2013. P. 204–216. URL: https://doi.org/10.4324/9780203154281-22
22. Klami A., Virtanen S., Leppaaho E., Kaski S. Group factor analysis. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems.* 2015. Vol. 26 (9). P. 2136–2147. URL: https://doi.org/10.1109/TNNLS.2014.2376974
23. Virtanen S., Klami A., Khan S. A., Kaski S. Bayesian group factor analysis. *Journal of Machine Learning Research*. Microtome Publishing, 2012. Vol. 22. P. 1269–1277.

24. Zhao S., Gao C., Mukherjee S., Engelhardt B. E. Bayesian group factor analysis with structured sparsity. *Journal of Machine Learning Research*. 2016. Vol. 17. P. 1–47.
25. Utyuzhnikov, S. V., Fantini, P., & Guenov, M. D. (2009). A method for generating a well-distributed Pareto set in nonlinear multiobjective optimization. Journal of Computational and Applied Mathematics, 223(2), 820–841. https://doi.org/10.1016/j.cam.2008.03.011
26. Канторович Л.В., Горстко А.Б. Оптимальные решения в экономике. Москва: Издательство «Наука», 1972. 232 с.
27. Заболотній С. В., Могілей С. О. Особливості побудови опорних планів мультимодальної транспортної задачі з обмеженнями за вантажопідйомністю. *Теорія прийняття рішень*: зб. тез доп. учасн. 9-ї Міжнар. школи-семінару, 15–20 квіт. 2019 р. Ужгород, 2019. С. 83–85.
28. Vetoshkin A. A., Kostyakova A. I. Transportnaya zadacha. Metody zadaniya bazovogo plana perevozok. Vyrozhdennost' transportnoj zadachi i kak s nej borot'sya. *Sovremennye nauchnye issledovaniya i innovacii*. 2012. № 2. URL: https://web.snauka.ru/issues/2012/02/6800.
29. Листопад В. В. Реалізація методу потенціалів для розв’язання транспортної задачі із застосуванням інформаційних технологій. *Науковий часопис НПУ ім. М. П. Драгоманова. Серія № 5: Педагогічні науки: реалії та перспективи*: зб. наук. пр. Київ, 2017. Вип. 59. С. 79–85.
30. Колєчкіна Л. М. Багатокритеріальна транспортна задача на комбінаторних множинах та метод її розв’язання. *Наукові вісті НТУУ «КПІ», Інформаційні технології, системний аналіз та керування.* 2009. № 6. С. 44–50.
31. Ayed H., Galvez-Fernandez C., Habbas Z., Khadraoui D. Solving time-dependent multimodal transport problems using a transfer graph model. *Computers and Industrial Engineering.* 2011. Vol. 61. P. 391–401. doi: 10.1016/j.cie.2010.05.

32. Ayed H., Habbas Z., Khadraoui D., Galvez-Fernandez C. A parallel algorithm for solving time dependent multimodal transport problem. *Proc. IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC).* 2011. P. 722–727. URL: https://doi.org/10.1109/ITSC.2011.6082973
33. Пасічник В. І., Грисюк Ю. С., Пацьора О. В. Ефективність інтермодальних перевезень як елемент забезпечення високої якості транспортних послуг. *Управління проектами, системний аналіз і логістика. Технічна серія.* 2013. Вип. 12. С. 125–131.
34. Щербина Р. С. Методологічний аспект основних елементів змішаних перевезень експортних вантажів. *Збірник наукових праць ДЕТУТ. Серія: Транспортні системи та технології.* 2015. Вип. 26–27. С. 242–249.
35. Lin C. C., Lin S. W. Two-stage approach to the intermodal terminal location problem. *Computers and Operations Research*. 2016. Vol. 67. P. 113–119. doi: 10.1016/j.cor.2015.09.009
36. Verga J., Silva R. C., Yamakami A. Multimodal transport network problem: Classical and innovative approaches. *Studies in Fuzziness and Soft Computing*. Springer Verlag, 2018. Vol. 358. P. 299–332. doi: 10.1007/978-3-319-62359-7_14
37. TIMIPLAN: An application to solve multimodal transportation problems / J. E. Flórez, A. Torralba, J. García et al. *Scheduling and Planning Applications Workshop (SPARK).* 2010.
38. Zelenika R., Sever D., Zebec S., Pirš B. Logistic operator - Fundamental factor in rational production of services in multimodal transport. 2005. URL: https://traffic.fpz.hr/index.php/PROMTT/article/view/618
39. Elias D., Nadler B., Nadler F., Hauger G. OPTIHUBS – multimodal hub process optimization by means of micro simulation. *Transportation Research Procedia.* 2016. doi: 10.1016/j.trpro.2016.05.098
40. Combining linear programming and automated planning to solve intermodal transportation problems / J. García, J. E. Florez, A. Torralba et al. *European Journal of Operational Research*. 2013. Vol. 227. P. 216–226.

41. Slavova-Nocheva M. Competitiveness of the transport market in Bulgaria. *Ikonomicheski Izsledvania*. 2012. Vol. 21 (3).
42. Заболотній С. В., Могілей С. О. Методологія реалізації мультимодальних транспортних задач. *Фундаментальні та прикладні дослідження у сучасній науці*: зб. тез доп. учасн. шостої наук. конф., 30 жовт. 2018 р. Харків, 2018. С. 67.
43. Honcharov A., Mogilei S. Solving multimodal transportation problems by different program means. *Visnyk Cherkaskogo derzhavnogo tekhnologichnogo universytetu*. 2020. No. 3. P. 67–74.
44. Офіційний сайт ТОВ СП «Нібулон». URL: https://www.nibulon.com/
45. Chandrakantha L. Using excel solver in optimization problems. John Jay College of Criminal Justice of CUNY, 2014. P. 42–49.
46. Ezeokwelume O. Solving linear programming problems and transportation problems using excel solver. *International Journal of Scientific & Engineering Research*. 2016. Vol. 7. Iss. 9. P. 134–142.
47. Vats B., Kumar Singh A. Solving transportation problem using excel solver for an optimal solution. *MIT International Journal of Mechanical Engineering*. 2016. Vol. 6. No. 1. P. 18–20.
48. Ovcharuk V., Vovkodav N., Kryvets T., Ovcharuk I. Linear programming in Mathcad on the example of solving the transportation problem. *Scientific Works of NUFT*. 2015. Vol. 21. Iss. 4. P. 110–117.
49. Sengamalaselvi J. Solving transportation problem by using Matlab. *International Journal of Engineering Sciences & Research Technology*. 2017. No. 6 (1). P. 374–381. doi: 10.5281/zenodo.259588
50. Погорілий С. Д., Семьонов Б. О. Дослідження паралельних алгоритмів мовою Python з використанням різних платформ. *Наукові записки НаУКМА*. 2017. Т. 198. Комп’ютерні науки. С. 14–21.
51. Онлайн сервіс для розв’язування математичних задач Wolframalpha. URL: https://www.wolframalpha.com/

52. Онлайн сервіс для розв'язування математичних задач Math Partner. URL: http://mathpartner.com/
53. Онлайн сервіс для розв'язування задач лінійного програмування. URL: https://www.emathhelp.net/linear-programming-calculator/
54. Овчарук І., Овчарук В. Методики розв'язання задач лінійного програмування з використанням сучасних комп'ютерних технологій. *Цифрова платформа: інформаційні технології в соціокультурній сфері.* 2018. № 2. С. 73–81. URL: https://doi.org/10.31866/2617-796x.2.2018.155665
55. Hol'dshtejn A. L. Optimizaciya v srede MATLAB: ucheb. posobie. Perm': Izd-vo Perm. nac. issled. politekhn. un-ta, 2015. 192 s.

РОЗДІЛ 2
ОДНОКРИТЕРІАЛЬНІ МУЛЬТИМОДАЛЬНІ ТРАНСПОРТНІ ЗАДАЧІ

2.1 Постановка мультимодальної транспортної задачі

Як було зазначено вище, класична транспортна задача полягає у відшуканні оптимального плану транспортних перевезень з пунктів відправки до пунктів доставки. Критерієм оптимізації (цільової функції) виступає мінімальна собівартість таких перевезень.

Особливістю класичної транспортної задачі є наявність лише одного виду транспорту (засобу доставки вантажів). Втім, з прикладної точки зору, така постановка задачі є малопродуктивною – зазвичай логістичні моделі передбачають наявність кількох видів транспорту.

Глобалізаційні процеси, що відбуваються в світі, мають неабиякий вплив на постановку все більш нових і складних задач транспортної логістики. Потреби людства в швидких та якісних, насамперед вантажних, перевезеннях вимагають відповідної техніко-аналітичної підтримки.

Ускладнення постановки мультимодальних транспортних задач, їх багатокритеріальність, урахування додаткових емпіричних обмежень та інші фактори вимагають розробки нових, більш ефективних методів реалізації задач подібного типу. Це, в свою чергу, обумовлює актуальність дослідження мультимодальних транспортних задач, особливо за умови наявності в поставленій задачі досить великої кількості пунктів відправки та доставки вантажів.

Класичні задачі оптимізації, зокрема транспортні, так само, як і задачі інтермодальних, мультимодальних та змішаних перевезень є предметом вивчення багатьох вітчизняних та зарубіжних науковців [1–11]. В їхніх дослідженнях такі задачі розглядаються, насамперед, з точки зору розробки спеціалізованого та вузькопрофільного програмного забезпечення (програмних додатків), які дозволяють автоматизувати процес розв’язування відповідної задачі та прийняти оптимальне управлінське рішення.

З математичної точки зору, розв'язати мультимодальну транспортну задачу означає знайти її оптимальні опорні плани по кожному виду транспорту. Критерієм оптимізації за замовчуванням вважається мінімальна сумарна собівартість таких перевезень, хоча як критерій оптимізації можуть виступати й інші критерії (максимізація прибутку від перевезень, мінімізація ризику перевезень тощо).

Не обмежуючи загальність постановки однокритеріальної мультимодальної транспортної задачі, будемо вважати, що перевезення здійснюються троьома видами транспорту, наприклад, автомобільним, залізничним та річковим. Таке припущення щодо постановки задачі обгрунтовано реальними умовами організації перевезень.

Математична формалізація задачі, коли для перевезень використовуються 3 види траснпорту, має вигляд:

$$S(x,y,z)=\sum_{i,j=1}^{m,n} a_{ij}x_{ij}+\sum_{i,j=1}^{m,n} b_{ij}y_{ij}+\sum_{i,j=1}^{m,n} c_{ij}z_{ij}\to \min, \qquad (2.1)$$

де $i=\overline{1,n}$, n – кількість пунктів відправки та $j=\overline{1,m}$, m – кількість пунктів доставки відповідно;

x_{ij}, y_{ij}, z_{ij} – кількість одиниць товару, що планується перевезти з i-го пункту відправки до j-го пункту доставки трьома видами транспорту (шукані величини);

$X=(x_{ij}), Y=(y_{ij}), Z=(z_{ij}), i=\overline{1,n},\ j=\overline{1,m}$ – плани перевезень кожним з трьох видів транспорту.

a_{ij}, b_{ij}, c_{ij} – вартість перевезення одиниці товару з i-го пункту відправки до j-го пункту доставки трьома видами транспорту;

S(x,y,z) – функція собівартості.

У загальному випадку ця задача є закритою, оскільки до неї можна звести відкриту задачу, що суттєво не вплине на алгоритм її розв'язання.

Інакше кажучи, сума потреб пунктів доставки дорівнює сумі запасів у пунктах відправки. Так само можна обмежитися розглядом задачі мінімізації, зважаючи на те, що вона є двоїстою до задачі максимізації.

Прикладом множини обмежень задачі виду (2.1), крім обмежень на наявні запаси вантажу і його потреби, може слугувати обмежена величина парків кожного виду транспорту [12]. Тоді множина обмежень D задачі буде складатися з таких рівнянь та нерівностей:

$$D:\begin{cases}\sum_{j=1}^{m} N_j = \sum_{i,j=1}^{m,n}(x_{ij}+y_{ij}+z_{ij}) = \sum_{i=1}^{n} M_i,\\ \sum_{i,j=1}^{m,n} x_{ij} \le x; \sum_{i,j=1}^{m,n} y_{ij} \le y; \sum_{i,j=1}^{m,n} z_{ij} \le z,\\ x_{ij}\ge 0, y_{ij}\ge 0, z_{ij}\ge 0, i=\overline{1,n},\ j=\overline{1,m}.\end{cases} \tag{2.2}$$

де x, y, z – сумарна вантажопідйомність парків кожного виду транспорту;

M_i – величини запасів в i-му пункті відправки, N_j - величини потреб j-го пункту доставки, що сумарно вважаються рівними.

Надалі в процесі розв'язування досліджуваних задач першу умову множини обмежень виду (2.2) враховувати не будемо. Нижче розглянемо реалізацію задачі (2.1)-(2.2) за допомогою таких програмних засобів, як MS Excel, Mathcad та Matlab.

2.2 Особливості розв'язання мультимодальної транспортної задачі за допомогою різних програмних засобів

Як вже зазначалося у розділі 1, розв'язувати класичну транспортну задачу можна в різних програмних середовищах. Так, зокрема, реалізації цієї задачі в програмному середовищі MS Excel присвячено доволі значну кількість сучасних досліджень [13–15]. Основним механізмом реалізації в цьому випадку виступає спеціальна надбудова «Пошук рішення» (англ. Solver), яка дозволяє одразу отримати оптимальний план транспортних перевезень при заданих початкових обмеженнях задачі.

Схожий підхід застосовується і при реалізації класичної транспортної задачі за допомогою системи Mathcad [16]. В цьому випадку буде використовуватися вбудована функція Minimize (за аналогією з цільовою функцією собівартості, що мінімізується).

Крім того, ще одним доволі поширеним програмним засобом реалізації задач подібного типу є система Matlab. В дослідженні [17] подано лістинги програм, що реалізують класичну транспортну задачу за допомогою найбільш відомих методів. Далі буде використано підхід, який полягає у зведенні транспортної задачі до задачі лінійного програмування, а її реалізація проводиться за допомогою функції Linprog.

Для демонстрації можливості розв'язання однокритеріальної мультимодальної транспортної задачі виду (2.1)-(2.2) за допомогою MS Excel, Mathcad та Matlab розглянемо транспортну з наступною умовою:

Пункти	B_1			B_2			B_3			Запаси
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	
A_1	23	21	27	45	42	39	11	8	9	4200
A_2	43	48	40	12	10	14	3	1	2	5300
A_3	7	19	13	9	8	6	65	37	46	3700
Потреби	3100			4600			5500			13200

1. Розв'язування поставленої задачі за допомогою MS Excel. Заповнимо таблиці вартостей перевезень (в умовних грошових одиницях) з пунктів відправки до пунктів доставки кожним видом транспорту (таблиці 2.1–2.3).

Таблиця 2.1 – Вартість перевезень автомобільним транспортом (ум. гр. од.)

23	45	11
43	12	3
7	9	65

Таблиця 2.2 – Вартість перевезень залізничним транспортом (ум. гр. од.)

21	42	8
48	10	1
19	8	37

Таблиця 2.3 – Вартість перевезень річковим транспортом (ум. гр. од.)

27	39	9
40	14	2
13	6	46

Початкові опорні плани по кожному з видів транспорту вважаємо нульовими. Встановимо наступні обмеження за кількістю запасів і потреб пунктів відправки та доставки: (4200; 5300; 3700) та (3100; 4600; 5500).

За допомогою надбудови «Пошук рішення», врахувавши обмеження за величинами запасів та потреб, а також умову невід’ємності елементів планів перевезень, отримаємо наступні плани (в умовних одиницях) по кожному виду транспорту (таблиці 2.4–2.6).

Таблиця 2.4 – План перевезень автомобільним транспортом (ум. од.)

0	0	0
0	0	0
3100	0	0

Таблиця 2.5 – План перевезень залізничним транспортом (ум. од.)

0	0	4200
0	4000	1300
0	0	0

Таблиця 2.6 – План перевезень річковим транспортом (ум. од.)

0	0	0
0	0	0
0	600	0

При цьому загальна собівартість перевезень становитиме 100200 (ум. од.). Зазначимо, що сумарний план транспортних перевезень буде наступним (таблиця 2.7):

Таблиця 2.7 – Сумарний план перевезень (ум. од.)

Пункти відправки і доставки	B_1	B_2	B_3
A_1	0	0	4200
A_2	0	4000	1300
A_3	3100	600	0

Отже, за допомогою відповідної надбудови функціонал MS Excel дозволяє знайти оптимальні плани транспортних перевезень при реалізації поставленої задачі. Процес розв’язування мультимодальної транспортної задачі за домогою MS Excel є аналогічним процесу розв’язування класичної траснпортної задачі.

2. Розв’язування мультимодальної транспортної задачі в середовищі Mathcad. Матриці вартостей перевезень на автомобільному, залізничному та річковому видах транспорту виглядатимуть наступним чином (рисунок 2.1):

$$Ca := \begin{pmatrix} 23 & 45 & 11 \\ 43 & 12 & 3 \\ 7 & 9 & 65 \end{pmatrix} \qquad Cr := \begin{pmatrix} 21 & 42 & 8 \\ 48 & 10 & 1 \\ 19 & 8 & 37 \end{pmatrix} \qquad Cw := \begin{pmatrix} 27 & 39 & 9 \\ 40 & 14 & 2 \\ 13 & 6 & 46 \end{pmatrix}$$

Рисунок 2.1 – Матриці вартостей перевезень по кожному виду транспорту

Далі введемо матриці обмежень за величинами запасів та потреб у пунктах відправки і доставки (рисунок 2.2):

$$A := \begin{pmatrix} 4200 \\ 5300 \\ 3700 \end{pmatrix} \qquad B := \begin{pmatrix} 3100 \\ 4600 \\ 5500 \end{pmatrix}$$

Рисунок 2.2 – Матриці обмежень запасів та потреб

Будуємо цільову функцію оптимізації та вводимо початкові (нульові) значення для елементів опорних планів по кожному виду транспорту (рисунок 2.3):

$$f(x,y,z) := \sum_{i=0}^{2}\sum_{j=0}^{2}\left[\left(Ca_{i,j}\cdot x_{i,j}\right)+\left(Cr_{i,j}\cdot y_{i,j}\right)+\left(Cw_{i,j}\cdot z_{i,j}\right)\right]$$

$$x_{2,2} := 0 \qquad y_{2,2} := 0 \qquad z_{2,2} := 0$$

Рисунок 2.3 – Цільова функція задачі

Описуємо блок Given, в якому враховуємо обмеження, наведені в матрицях А та В, а також умову невід'ємності елементів опорних планів (рисунок 2.4):

$$\sum_{j=0}^{2}\left(x_{0,j}+y_{0,j}+z_{0,j}\right)=A_0 \qquad \sum_{j=0}^{2}\left(x_{1,j}+y_{1,j}+z_{1,j}\right)=A_1 \qquad \sum_{j=0}^{2}\left(x_{2,j}+y_{2,j}+z_{2,j}\right)=A_2$$

$$\sum_{i=0}^{2}\left(x_{i,0}+y_{i,0}+z_{i,0}\right)=B_0 \qquad \sum_{i=0}^{2}\left(x_{i,1}+y_{i,1}+z_{i,1}\right)=B_1 \qquad \sum_{i=0}^{2}\left(x_{i,2}+y_{i,2}+z_{i,2}\right)=B_2$$

$$x \ge 0 \qquad y \ge 0 \qquad z \ge 0$$

Рисунок 2.4 – Опис обмежень поставленої задачі

За допомогою функції Minimize отримаємо плани перевезень на автомобільному, залізничному та річковому видах транспорту окремо (рисунок 2.5).

$$V := \mathrm{Minimize}(f, x, y, z)$$

$$V = \begin{pmatrix} \{3,3\} \\ \{3,3\} \\ \{3,3\} \end{pmatrix}$$

$$V_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 3.1\times 10^3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad V_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 4.2\times 10^3 \\ 0 & 4\times 10^3 & 1.3\times 10^3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad V_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 600 & 0 \end{pmatrix}$$

Рисунок 2.5 – Плани перевезень по кожному виду транспорту

Сумарний план перевезень та їх загальна вартість зображені на рисунку 2.6.

$$V_0 + V_1 + V_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 4.2\times 10^3 \\ 0 & 4\times 10^3 & 1.3\times 10^3 \\ 3.1\times 10^3 & 600 & 0 \end{pmatrix} \qquad f(V_0, V_1, V_2) = 1.002\times 10^5$$

Рисунок 2.6 – Сумарний план перевезень та мінімальне значення цільової функції

Таким чином, функціональних можливостей програмного середовища Mathcad виявляється достатньо для повноцінного розв’язання мультимодальної транспортної задачі.

3. Розв’язування мультимодальної транспортної задачі в середовищі Matlab. Розв’язання досліджуваної задачі в цій системі виглядатиме наступним чином (лістинги 1 і 2):

Лістинг 1

Мультимодальна транспортна задача (М-файл)

```
% Розв'язання транспортної задачі
% за допомогою зведення її до задачі лінійного програмування
clc
clear all
% Вектор коефіцієнтів
    % автомобільний
f = [23; 45; 11; 43; 12; 3; 7; 9; 65;
    % залізничний
     21; 42; 8; 48; 10; 1; 19; 8; 37;
    % річковий
     27; 39; 9; 40; 14; 2; 13; 6; 46];
% Бінарні коефіцієнти в обмеженнях
Aeq = [1 1 1 0 0 0 0 0 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0
       0 0 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 1 1 1 0 0 0
       0 0 0 0 0 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 1 1 1
       1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0
       0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0
       0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1];
% "Праві" частини обмежень
Beq = [4200; 5300; 3700; 3100; 4600; 5500];
% Нульовий вектор для задання умови невід'ємності
% обсягів перевезень
lb = zeros(27, 1);
% Функція обчислення шуканих обсягів перевезень
[x,fval] = linprog(f, [], [], Aeq, Beq, lb);
Xopt = reshape(x,3,9)'
Fopt = fval
```

Лістинг 2

Мультимодальна транспортна задача (командне вікно)

```
Optimal solution found.
Xopt =
        0         0         0
        0         0         0
     3100         0         0
        0         0      4200
        0      4000      1300
        0         0         0
        0         0         0
        0         0         0
        0       600         0
Fopt =
     100200
```

Основна особливість такого способу реалізації полягає в тому, що матриці вартостей перевезень повинні бути подані у вигляді векторів коефіцієнтів, що, в свою чергу, передбачає досить громіздку форму введення початкових даних задачі. На противагу цьому, сам процес розв’язання реалізується за допомогою лише однієї вбудованої функції.

2.3 Розробка нового методу побудови опорних планів мультимодальної транспортної задачі

Критерії оптимізації, які містить постановка тієї чи іншої транспортної задачі, в першу чергу, залежать від досліджуваної бізнес-моделі. Крім того, такі критерії можуть мати різну конструктивну природу. Так, наприклад, цільова функція собівартості вимірюється в грошових одиницях – на відміну від цільової функції ризику, яка вимірюється у відсотках (частках) і має ймовірнісну природу. Цей нюанс є доволі цікавим як з науково-дослідної, так і з прикладної (бізнесової) точки зору. З одного боку, постановка такої двокритеріальної мультимодальної транспортної задачі може суттєво вплинути на загальні методи її реалізації. З другого боку, саме за умови прагнення логістичних компаній мінімізувати ризики та собівартість транспортних перевезень двокритеріальна мультимодальна транспортна задача стала об’єктом дослідження, основні результати якого містяться у [18] і будуть наведені нижче.

Про важливість постійної оптимізації транспортних систем говорять досить давно. Так, в [19] автори чітко вказують на необхідність застосування саме математичних методів з метою підвищення ефективності управління логістикою в локальному або глобальному масштабі. Провідну роль тут відіграють, насамперед, вже зазначені раніше методи теорії оптимізації.

Основні методи, які варто обговорювати в рамках цього дослідження, можна умовно розділити на дві групи. До першої групи належать методи розв’язання транспортної (як класичної, так і мультимодальної) задачі з одним критерієм оптимізації. Ці методи пов’язані з методами побудови опорних планів такої задачі. В свою чергу, наявність у задачі більш ніж одного критерію оптимізації вимагатиме застосування методів другої групи – тобто методів багатокритеріальної оптимізації.

Відомі методи першої групи описано, зокрема, в [20], до яких відносяться, насамперед, про методи північно-західного кута, мінімального елемента та метод Фогеля. Це – методи знаходження початкового опорного плану у класичній транспортній задачі, постановка якої передбачає наявність лише однієї цільової функції та одного засобу доставки вантажів.

Що ж до задач, які враховують кілька засобів доставки вантажів, то тут у нагоді вже стануть чисельні методи оптимізації, реалізовані за допомогою спеціального програмного забезпечення. Найпростішим математичним пакетом в цьому відношенні є, наприклад, MS Excel, використання якого для вирішення задач подібного типу запропоновано в [21]. Проте варто вказати на невелику розмірність задачі, поставленої в цьому дослідженні. Тому для реалізації задач більш високої розмірності можуть знадобитися значно потужніші програмні інструменти.

При виборі конкретних засобів доставки вантажів бажано враховувати внутрішні особливості та закономірності функціонування кожного з них. Як показано в [22] на прикладі NS Reizigers – найбільшого залізничного оператора Голландії, такі особливості зазвичай потребують окремого детального дослідження. Проте в цій статті подібний рівень деталізації проблеми приймається як надмірний.

Щодо методів другої групи, то досить вдалий їх огляд можна знайти в [23]. Серед них варто виділити метод вагових коефіцієнтів, зважений мінімаксний метод, метод ідеальної точки тощо. Загальною особливістю цих методів є відшукання розв’язку задачі на так званій множині Парето – тому надалі розв’язок (множину розв’язків) задачі багатокритеріальної оптимізації варто називати розв’язком, оптимальним за Парето.

Більш детальний опис методів багатокритеріальної оптимізації та прийняття рішень – з повним розкриттям їх принципів та алгоритмів – пропонують автори в [24] або [25]. З другого боку, застосування цих методів у специфічних галузях науки та техніки потребує більш поглибленого вивчення. Зокрема, особливості застосування методів багатокритеріальної оптимізації при дослідженні роботи мультипроцесорних вбудованих систем подані в [26], де автори описують цілі класи розроблених нових підходів – алгоритмів апроксимації та стохастичного локального пошуку. Також трапляється і вужча спеціалізація щодо прикладного застосування методів багатокритеріальної оптимізації, наприклад у галузі радіаційної терапії [27] тощо.

Як і будь-яка задача оптимізації, двокритеріальна мультимодальна транспортна задача насамперед містить цільові функції:

$$S(x,y,z)=\sum_{i,j=1}^{m,n} a_{ij}x_{ij}+\sum_{i,j=1}^{m,n} b_{ij}y_{ij}+\sum_{i,j=1}^{m,n} c_{ij}z_{ij}\rightarrow \min; \tag{2.3}$$

$$R(x,y,z)=\sum_{i,j=1}^{m,n} f_{ij}x_{ij}+\sum_{i,j=1}^{m,n} g_{ij}y_{ij}+\sum_{i,j=1}^{m,n} h_{ij}z_{ij}\rightarrow \min, \tag{2.4}$$

де $i=\overline{1,n}$, *n* пунктів відправки та $j=\overline{1,m}$, *m* пунктів доставки;

x_{ij}, y_{ij}, z_{ij} – кількість одиниць товару, що перевозиться з *i*-го пункту відправки до *j*-го пункту доставки відповідно автомобільним, залізничним та водним транспортом (шукані величини);

a_{ij}, b_{ij}, c_{ij} – вартість перевезення одиниці товару з *i*-го пункту відправки до *j*-го пункту доставки відповідно автомобільним, залізничним та водним транспортом;

f_{ij}, g_{ij}, h_{ij} – ризик аварії при перевезенні вантажу з *i*-го пункту відправки до *j*-го пункту доставки відповідно автомобільним, залізничним та водним транспортом;

S(x,y,z), R(x,y,z) – функції собівартості та ризику відповідно.

Щодо допустимої множини цієї задачі, то одним із можливих обмежень у ній може бути максимальна сумарна вантажопідйомність кожного з парків транспорту [28], проте, як і було зазначено вище, в межах цього дослідження цю умову накладати не будемо. Єдина умова, на яку варто вказати, це та, що задача (2.3)–(2.4) вважається закритою, тобто величини запасів у пунктах відправки та потреб у пунктах доставки збігаються. Це припущення є цілком прийнятним, оскільки, як відомо, відкриту транспортну задачу можна звести до закритої.

Що ж до ризикових параметрів перевезень за допомогою різних видів транспорту, то їх обчислення залежить від досить багатьох факторів та потребує проведення окремого дослідження. З огляду на це, формування цільової функції ризику буде проведено на модальному прикладі.

З другого боку, вартісні параметри транспортних перевезень є цілком відомими величинами. Разом з тим, розцінки, наприклад на автомобільні перевезення, можуть змінюватися чи не щодня, та сильно залежать від напрямку здійснення перевезень. Зважаючи на це, варто чіткіше визначити, які саме пункти відправки та доставки будуть враховані в постановці задачі.

Для цього розглянемо карту елеваторів та перевантажувальних терміналів ТОВ СП «Нібулон» (рисунок 2.7). Серед них необхідно обрати конкретні пункти відправки та доставки вантажів.

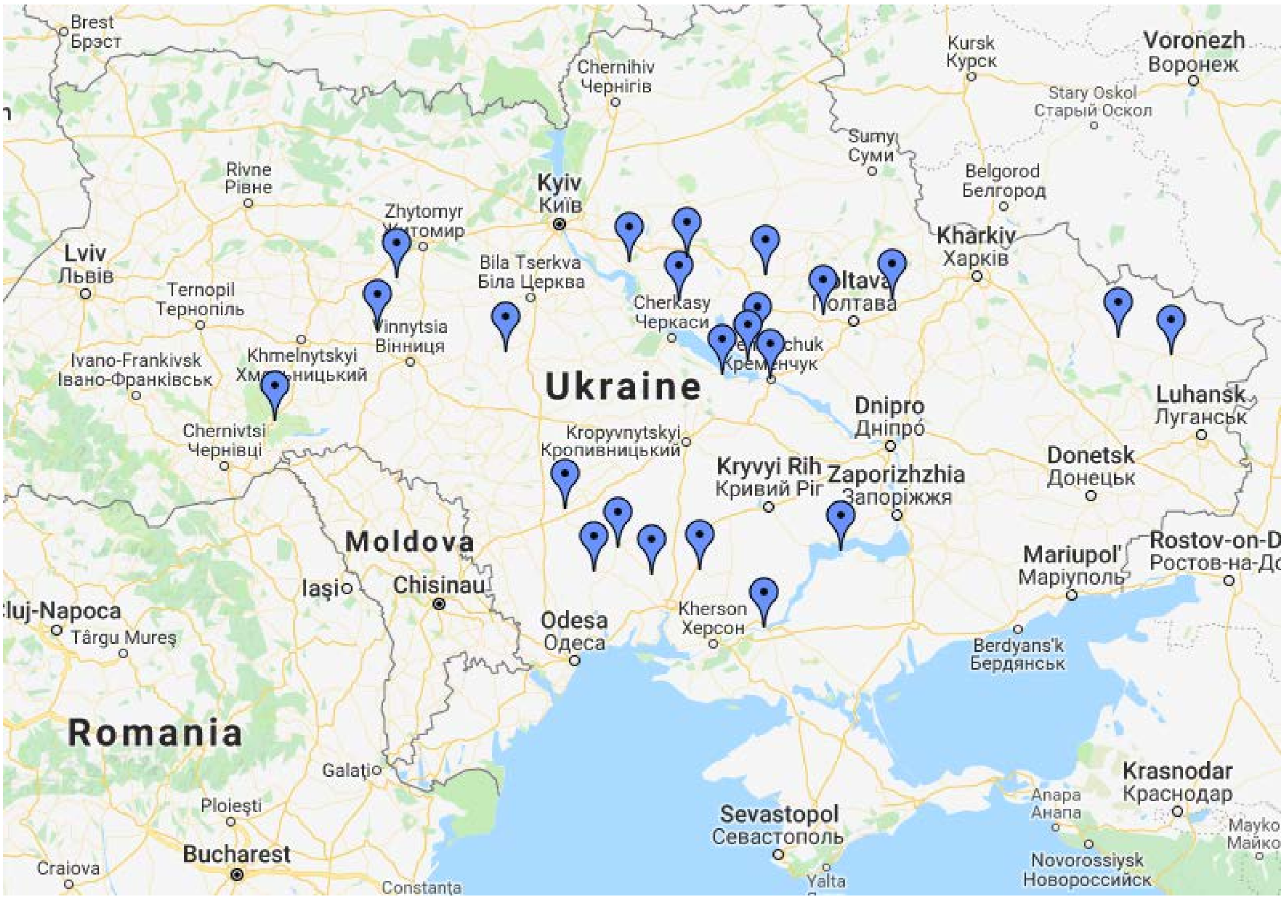

Рисунок 2.7 – Елеватори та перевантажувальні термінали ТОВ СП «Нібулон» [29]

Розглянемо три пункти відправки та три пункти доставки вантажів. Бажано визначити такі пункти відправки, щоб вони мали з усіма пунктами доставки одночасно пряме автомобільне, залізничне та річкове сполучення. В разі, якщо прямого сполучення немає, необхідно запропонувати альтернативний шлях доставки через транзитні пункти.

Мережа автомобільних та залізничних шляхів в Україні є досить розгалуженою, натомість внутрішнє водне сполучення є найбільш надійним на великих річках, таких як Дніпро та Південний Буг. Враховуючи це, можна заповнити таблицю 2.8 запасів та потреб транспортної задачі виду (2.2)–(2.4).

Таблиця 2.8 – Величини запасів у пунктах відправки та потреб пунктів доставки ТОВ СП «Нібулон»

№ з/п	Назва пункту відправки	Величина запасів (тонн)
1	Переяслав-Хмельницький (Київська область)	480
2	Кременчук (Полтавська область)	420
3	Вознесенськ (Миколаївська область)	300
Сума	По всіх пунктах відправки:	1200
№ з/п	Назва пункту доставки	Величина потреб (тонн)
1	м. Миколаїв	320
2	м. Херсон	500
3	м. Одеса (порт)	380
Сума	По всіх пунктах доставки:	1200

Як пункти доставки обрано міста Херсон, Миколаїв та Одесу як одні з найбільших портових міст України.

Далі необхідно визначити відстані між зазначеними пунктами відправки та доставки вантажів: автошляхами, залізницею та річками.

Відстань автомобільними шляхами можна розраховувати за допомогою спеціальних сервісів, які розміщено на сайтах перевізників. Скориставшись таким сервісом на сайті [30], можемо заповнити таблицю 2.9 відстаней (в кілометрах) між пунктами відправки та пунктами доставки. Зазначимо, що транзитні пункти (реквізит сервісу «Через») не вказують.

Таблиця 2.9 – Відстані (км) між пунктами відправки та доставки (автошляхи)

Населений пункт	П.-Хмельницький	Кременчук	Вознесенськ
Миколаїв	417	318	90
Херсон	478	379	156
Одеса (порт)	555	473	143

Фактично сервіс [30] використовує в своїй роботі сервіс [31], тому для прокладання залізничних і річкових маршрутів та визначення відстаней між населеними пунктами скористаємося останнім сервісом безпосередньо. Отримані дані занесемо в таблиці 2.10 і 2.11.

Таблиця 2.10 – Відстані (км) між пунктами відправки та доставки (залізниця)

Населений пункт	П.-Хмельницький	Кременчук	Вознесенськ
Миколаїв	605	320	106
Херсон	674	388	208
Одеса (порт)	652	472	154

Таблиця 2.11 – Відстані (км) між пунктами відправки та доставки (річкове сполучення)

Населений пункт	П.-Хмельницький	Кременчук	Вознесенськ
Миколаїв	979	650	100
Херсон	872	587	200
Одеса (порт)	1064	780	232

У таблиці 2.12 подано розцінки на внутрішні перевезення автомобільним, залізничним та річковим видами транспорту.

Таблиця 2.12 – Тарифи на вантажні перевезення всередині України

Вид транспорту	Спосіб розрахунку тарифу	Тариф
Автомобільний	Тентований транспорт вантажопідйомністю 20 т	25 грн/км
Залізничний	За 1 тонну	230 грн
Річковий	За 1 тонну	250 грн

Згідно з даними [30] величина зазначеного в таблиці 2.12 тарифу на автомобільні перевезення протягом року коливалася в межах 22,5–27,5 грн. У таблиці 2.12 вказано середнє значення цієї величини.

Дані по залізничних та річкових перевезеннях з таблиці 2.12 наведено в [32] для маршруту Кременчук – Миколаїв станом на середину лютого 2019 р., тобто до планового підвищення розцінок на залізничні перевезення на 25%.

Відстані між Кременчуком та Миколаєвом відомі з таблиць 2.9–2.11. Отже, є можливість обчислити зведені (в розрахунку грн/тонно-кілометр) тарифи на всі види перевезень (таблиця 2.13).

Таблиця 2.13 – Зведені тарифи на вантажні перевезення всередині України

Вид транспорту	Тариф, грн/т-км
Автомобільний	25 / 20 = 1,25
Залізничний	230 / 320 = 0,72
Річковий	250 / 650 = 0,38

Остаточно таблиці 2.14–2.16 містять дані щодо вартості перевезення 1 т вантажу між пунктами відправки та доставки по кожному виду транспорту.

Таблиці 2.17–2.19 містять модельні (умовні, демонстраційні) дані щодо рівня ризику перевезення (вимірюється як відсоток або частка) 1 т вантажу між пунктами відправки та доставки по кожному виду транспорту.

Таблиця 2.14 – Вартість перевезення 1 т вантажу між пунктами відправки та доставки (автошляхи)

Населений пункт	П.-Хмельницький	Кременчук	Вознесенськ
Миколаїв	521,25	397,5	112,5
Херсон	597,5	473,75	195
Одеса (порт)	693,75	591,25	178,75

Таблиця 2.15 – Вартість перевезення 1 т вантажу між пунктами відправки та доставки (залізниця)

Населений пункт	П.-Хмельницький	Кременчук	Вознесенськ
Миколаїв	435,6	230	76,32
Херсон	485,28	279,36	149,76
Одеса (порт)	469,44	339,84	110,88

Таблиця 2.16 – Вартість перевезення 1 т вантажу між пунктами відправки та доставки (річкове сполучення)

Населений пункт	П.-Хмельницький	Кременчук	Вознесенськ
Миколаїв	372,02	250	38
Херсон	331,36	223,06	76
Одеса (порт)	404,32	296,4	88,16

Таблиця 2.17 – Ризик перевезення 1 т вантажу між пунктами відправки та доставки (автошляхи)

Населений пункт	П.-Хмельницький	Кременчук	Вознесенськ
Миколаїв	0,02	0,08	0,02
Херсон	0,07	0,05	0,07
Одеса (порт)	0,07	0,08	0,09

Таблиця 2.18 – Ризик перевезення 1 т вантажу між пунктами відправки та доставки (залізниця)

Населений пункт	П.-Хмельницький	Кременчук	Вознесенськ
Миколаїв	0,03	0,07	0,03
Херсон	0,09	0,04	0,05
Одеса (порт)	0,06	0,07	0,08

Таблиця 2.19 – Вартість перевезення 1 т вантажу між пунктами відправки та доставки (річкове сполучення)

Населений пункт	П.-Хмельницький	Кременчук	Вознесенськ
Миколаїв	0,01	0,06	0,02
Херсон	0,05	0,03	0,06
Одеса (порт)	0,05	0,04	0,08

Для реалізації задачі (2.3)–(2.4) опишемо та застосуємо відповідний алгоритм побудови її опорних планів [33], серед яких згодом буде визначено оптимальний.

Розпочнемо з критерію оптимізації (2.3) – цільової функції собівартості.

Введемо такі позначення:

$$A = (a_{ij}), B = (b_{ij}), C = (c_{ij}) \; –$$

матриці собівартостей перевезень автомобільним, залізничним та водним транспортом відповідно;

$$X = (x_{ij}), Y = (y_{ij}), Z = (z_{ij}) \; –$$

матриці планів перевезень автомобільним, залізничним та водним транспортом відповідно.

Матриці інтегрованих опорних планів перевезень позначимо $T = (t_{ij})$ – з нижніми індексами: T_S для функції собівартості та T_R для функції ризику.

Введемо таке позначення для скорочення запису добутку матриць собівартостей та планів перевезень (на прикладі автомобільного транспорту):

$$A \times X = (a_{ij}) \times (x_{ij}) = \sum_{i,j=1}^{m,n} a_{ij} x_{ij} \; . \qquad (2.5)$$

Отже, з урахуванням (2.5), цільова функція (1) набуде вигляду

$$S(x, y, z) = A \times X + B \times Y + C \times Z \to \min \, . \qquad (2.6)$$

1. Будуємо матрицю мінімальних собівартостей, тобто матрицю, елементами якої є мінімальні (за критерієм оптимізації) собівартості перевезень кожним видом транспорту з *i*-го пункту відправки до *j*-го пункту доставки:

$$St_S = (st_{ij}) = (\min(a_{ij}; b_{ij}; c_{ij})), \qquad (2.7)$$

$$St_S = \begin{pmatrix} 372{,}02 & 230 & 38 \\ 331{,}36 & 223{,}06 & 76 \\ 404{,}32 & 296{,}4 & 88{,}16 \end{pmatrix}.$$

Тобто мінімальне значення собівартості перевезень буде обчислюватися наступним чином:

$$\boldsymbol{S}_{\min} = \boldsymbol{St}_S \times \boldsymbol{T}_S. \tag{2.8}$$

2. Записуємо цільову функцію мінімізації собівартості – суму добутків елементів матриці *St* на значення відповідних показників опорного інтегрованого плану перевезень:

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{St}_S \times \boldsymbol{T}_S^* \rightarrow \min\,, \tag{2.9}$$

де $\boldsymbol{T}_S{}^*$ – матриця опорного (загалом неоптимального) інтегрованого плану перевезень.

3. Мінімізуємо цільову функцію *S* – отримуємо мінімальне значення собівартості перевезень (2.8) та оптимальний інтегрований план перевезень – тобто виконується умова $\boldsymbol{T}_S = \boldsymbol{T}_S^*$. В цьому випадку мінімальне значення функції *S* = 249829,2 грн, а матриця

$$T_S = \begin{pmatrix} 0 & 400 & 80 \\ 320 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 300 \end{pmatrix}.$$

4. Генеруємо множину комбінацій опорних планів *(X; Y; Z)* для кожного виду транспорту, серед яких обираємо оптимальну. Головна умова існування кожної комбінації з такої множини: сума відповідних елементів її опорних планів повинна дорівнювати відповідному елементу матриці *T*.

Таким чином, алгоритм визначення інтегрованого опорного плану однокритеріальної мультимодальної транспортної задачі може бути зображений у вигляді блок-схеми (рисунок 2.8).

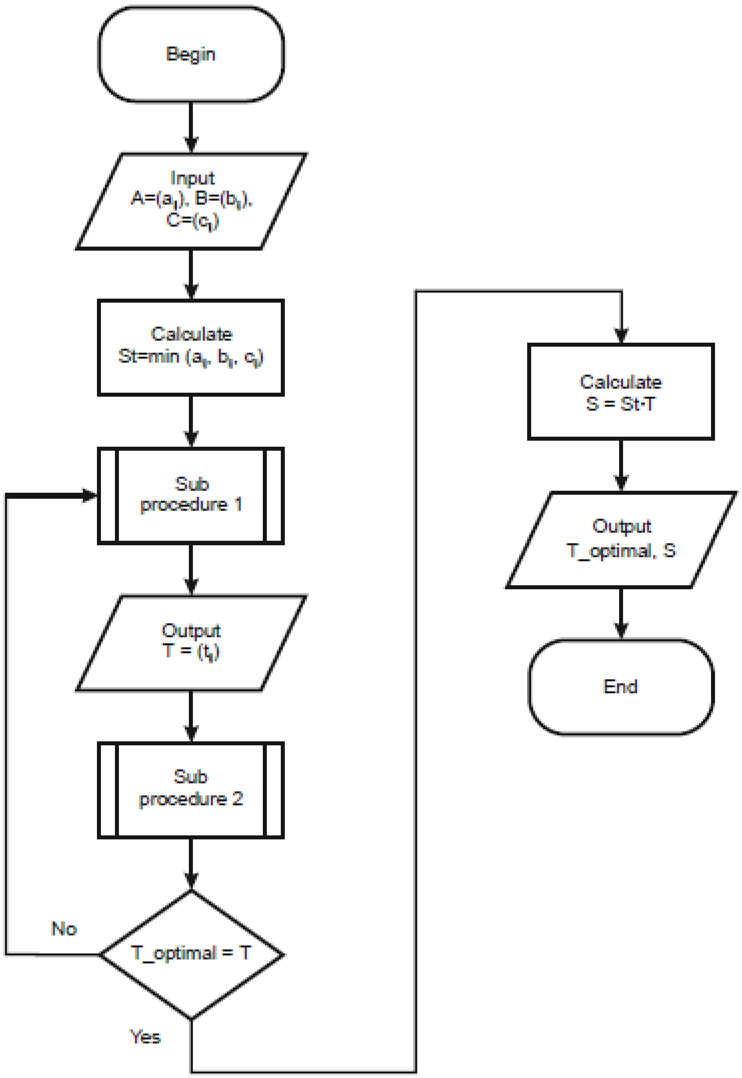

Рисунок 2.8 – Блок-схема алгоритму розв'язання однокритеріальної мультимодальної транспортної задачі

Джерело: складено автором

Пояснимо цю блок-схему.

Після введення матриць собівартостей перевезень по кожному виду транспорту та обчислення матриці мінімальних собівартостей виконується підпрограма Sub procedure 1. Ця підпрограма виконує пошук опорного – початкового або оптимізованого – плану транспортної задачі за будь-яким із наведених вище методів (північно-західного кута, мінімального елемента, Фогеля тощо). Також на цьому етапі реалізації задачі повинні бути враховані обмеження за величинами запасів і потреб у пунктах відправки та доставки вантажів.

Після визначення опорного плану задачі він повинен бути перевіреним на оптимальність (наприклад, за критерієм оптимальності для методу потенціалів). Це і відбувається на етапі реалізації підпрограми Sub procedure 2, після чого обчислюється оптимальне значення цільової функції.

Важливо зазначити, що підпрограми Sub procedure 1 and Sub procedure 2 не потребують більш детального опису в межах цього аналізу. В принципі, будь-яке програмне забезпечення (MS Excel, Mathcad, Matlab тощо) містить стандартний функціонал реалізації алгоритмів, закладених у цих процедурах.

Також відзначимо, що алгоритм, описаний на рисунку 2.8, є майже ідентичним алгоритму реалізації класичної транспортної задачі. Єдиною суттєвою особливістю цього алгоритму є обчислення матриці мінімальних собівартостей, з огляду на модальність поставленої задачі.

Далі, з метою реалізації багатокритеріальної мультимодальної транспортної задачі, аналогічно реалізуємо пункти 1–4 алгоритму для функції ризику. Одержимо відповідні матриці мінімальних ризиків та інтегрованого плану перевезень:

$$St_R = \begin{pmatrix} 0{,}01 & 0{,}06 & 0{,}02 \\ 0{,}05 & 0{,}03 & 0{,}05 \\ 0{,}05 & 0{,}04 & 0{,}08 \end{pmatrix}.$$

$$T_R = \begin{pmatrix} 320 & 0 & 160 \\ 0 & 200 & 220 \\ 0 & 300 & 0 \end{pmatrix}.$$

Необхідно порівняти матриці T_S та T_R. Можливі такі випадки:

1. $T_S = T_R$. В такому випадку оптимальні комбінації опорних планів за критеріями мінімізації функцій собівартості та ризику збігаються між собою. Сама така оптимальна комбінація і є розв'язком задачі (2.3)–(2.4).

2. $T_S \neq T_R$. В такому випадку не існує однакових за собівартістю та ризиком оптимальних комбінацій опорних планів (що і має місце в розглянутому вище прикладі). Таким чином, необхідно додатково шукати

деяку проміжну (між мінімальними собівартістю та ризиком) комбінацію опорних планів (оптимальну за Парето), алгоритм визначення якої має стати предметом подальшого дослідження.

Для демонстрації пошуку проміжного розв'язку припустимо, що існує принаймні один розв'язок задачі (2.3)–(2.4), тобто існує хоча б одна комбінація $(X;Y;Z)$ опорних планів цієї задачі для кожного виду транспорту окремо, причому виконується умова

$$X+Y+Z=T. \tag{2.10}$$

Повертаючись до вищезазначеного методу зважених сум [5], нагадаємо, що його принцип полягає в побудові «згортки» кількох цільових функцій задачі в одну функцію оптимізації. Остання є, фактично, суперпозицією всіх цільових функцій розв'язуваної оптимізаційної задачі. На прикладі задачі (2.3)–(2.4) така суперпозиція F виглядає наступним чином:

$$F(x,y,z)=w_S\cdot S(x,y,z)+w_R\cdot R(x,y,z)\to\min, \tag{2.11}$$

де $0\le w_S;w_R\le 1$ – вагові коефіцієнти функцій собівартості та ризику відповідно, причому $w_S+w_R=1$.

Варто зазначити, що коректність побудови такої «згортки» в контексті задачі (2.3)–(2.4) є досить сумнівною, оскільки собівартість та ризик транспортних перевезень мають різні одиниці вимірювання. Надалі значення цільових функцій повинні бути зведені до однакових одиниць.

У випадку, коли $w_S=w_R=0{,}5$, цільові функції задачі називаються рівноважними.

Аналогічно вважатимемо, що матриця T є суперпозицією матриць T_S та T_R:

$$T=K^S\otimes T_S+K^R\otimes T_R, \tag{2.12}$$

де $K^S=(k_{ij}^S);K^R=(k_{ij}^R)$, $0\le k_{ij}^S;k_{ij}^R\le 1$ – елементи матриць вагових коефіцієнтів опорних планів за собівартістю та ризиком відповідно, причому $k_{ij}^S + k_{ij}^R = 1$ (суми відповідних елементів матриць дорівнюють 1).

Розмірності матриць K^S, K^R збігаються з розмірністю задачі і в цьому випадку становлять 3х3.

З практичної точки зору, перш ніж відшукати за умовою (2.10) комбінацію $(X;Y;Z)$ опорних планів задачі, необхідно обчислити матрицю *T*. Це можна зробити з урахуванням умови (2.12).

З огляду на це, рівність (2.12) буде врахована окремо для цільових функцій мінімізації собівартості та ризику. Такі випадки в постановці умови (2.11) будемо називати крайніми. Так, перший крайній випадок повністю відкидає цільову функцію ризику. Інакше кажучи, ваговий коефіцієнт цільової функції собівартості в цьому випадку дорівнює 1, а ризику – 0. В другому крайньому випадку навпаки: цільова функція ризику має вагу 1, а функція собівартості – 0.

Легко показати, що в першому крайньому випадку буде: $w_S = k_{ij}^S = 1;$ $w_R = k_{ij}^R = 0,$ а в другому: $w_S = k_{ij}^S = 0;\ w_R = k_{ij}^R = 1, i = \overline{1,n},\ j = \overline{1,m}.$ Цей результат є очевидним, оскільки за наявності лише однієї цільової функції оптимізації показники відповідних опорних планів є відомими.

Далі розглянемо модельний приклад, в якому припустимо, що цільові функції собівартості та ризику зведено до однакових одиниць вимірювання (наприклад, за допомогою нормування). Таким чином, нехай матриця мінімальних собівартостей залишається незмінною, а матриця мінімальних ризиків набуде вигляду

$$St_R = \begin{pmatrix} 300 & 230 & 40 \\ 340 & 230 & 80 \\ 410 & 300 & 100 \end{pmatrix}.$$

Також вважатимемо, що самі цільові функції (2.3) і (2.4) є рівноважними.

Програмна реалізація модельного прикладу демонструє некрайній випадок задачі. Так, матриці вагових коефіцієнтів опорних планів будуть наступними:

$$K_S = \begin{pmatrix} 0{,}6875 & 0{,}75 & 1 \\ 0{,}6875 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, K_R = \begin{pmatrix} 0{,}3125 & 0{,}25 & 0 \\ 0{,}3125 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Згідно з (2.12) оптимальний опорний план задачі в такому випадку буде

$$T = \begin{pmatrix} 100 & 300 & 80 \\ 220 & 200 & 0 \\ 0 & 0 & 300 \end{pmatrix}.$$

Одержаний результат дає змогу перейти до застосування умови (2.10). Очевидно, що її буде недостатньо для одержання єдиного розв’язку задачі (2.3)–(2.4). Разом з тим, запропонований до застосування метод вагових коефіцієнтів є далеко не єдиним методом багатокритеріальної оптимізації, який можна використати в процесі реалізації поставленої задачі.

Отже, умови (2.10) та (2.12) виявляються недостатніми для отримання остаточного розв’язку поставленої задачі. Щодо її цільових функцій оптимізації необхідно вводити додаткові припущення типу (2.11), водночас уникаючи крайніх випадків у загальній постановці задачі.

2.4 Висновки

Досліджено основні підходи до реалізації класичних транспортних задач у таких програмних продуктах, як MS Excel, Mathcad та Matlab. Виконано постановку та реалізацію мультимодальної транспортної задачі як у загальному вигляді, так і в межах функціоналу зазначеного програмного забезпечення.

У ході реалізації поставленої задачі в наведених програмних середовищах на основі модельних даних було продемонстровано ідентичність отриманих результатів. Ці результати вказують на можливість розширення постановки задачі, а саме: врахування більшої кількості засобів доставки вантажу, збільшення розмірності задачі, тобто кількості пунктів відправки та доставки, переходу до аналогічних задач з багатьма критеріями оптимізації тощо.

Щодо проблеми вибору найбільш функціонального програмного забезпечення для розв'язання мультимодальних транспортних задач, то на поточному етапі дослідження важко знайти вагомі аргументи на користь тієї чи іншої програми (з розглянутих вище). Очевидно, що при реалізації подібних задач з великими масивами даних вкрай важливим буде критерій швидкодії алгоритму цієї реалізації. Таким чином, варто буде використати програмне забезпечення з «відкритим» кодом – на відміну від вбудованих функцій, це дасть можливість провести більш глибинний аналіз ефективності різних (чисельних) методів розв'язання мультимодальних транспортних задач.

Було запропоновано адаптацію методу мінмального елемента побудови опорних планів мультимодальної транспортної задачі на основі даних української компанії ТОВ СП «Нібулон», а також модельних показників. В основу алгоритму розв'язання мультимодальної транспортної задачі покладено запропонований автором метод побудови інтегрованого опорного плану. Одержані результати дають змогу говорити про можливість проведення подальшого дослідження особливостей застосування методів багатокритеріальної оптимізації до мультимодальних транспортних задач. Йдеться, зокрема, про задачі великої розмірності з двома цільовими функціями. Вважається, що розробка нових методів саме для двокритеріальної мультимодальної транспортної задачі буде достатньою для поширення цих підходів на аналогічні задачі з більшою кількістю критеріїв оптимізації.

Надалі варто більш конкретно зосередитися на вивченні особливостей розв’язання мультимодальної транспортної задачі як задачі багатокритеріальної оптимізації. З цією метою при розв’язанні задачі, на додачу до критерію мінімізації сукупної собівартості транспортних перевезень, необхідно повноцінно врахувати мінімізацію рівня їх ризику. Це дасть можливість розробити нові універсальні моделі та методи розв’язання багатокритеріальних мультимодальних транспортних задач.

Список використаних джерел до розділу 2

1. Пасічник В. І., Грисюк Ю. С., Пацьора О. В. Ефективність інтермодальних перевезень як елемент забезпечення високої якості транспортних послуг. *Управління проектами, системний аналіз і логістика. Технічна серія.* 2013. Вип. 12. С. 125–131.

2. Щербина Р. С. Методологічний аспект основних елементів змішаних перевезень експортних вантажів. *Збірник наукових праць ДЕТУТ. Серія: Транспортні системи та технології.* 2015. Вип. 26–27. С. 242–249.

3. Lin C. C., Lin S. W. Two-stage approach to the intermodal terminal location problem. *Computers and Operations Research*. 2016. Vol. 67. P. 113–119. doi: https://doi.org/10.1016/j.cor.2015.09.009

4. Slavova-Nocheva M. Competitiveness of the transport market in Bulgaria. *Ikonomicheski Izsledvania*. 2012. Vol. 21 (3).

5. Сторожев В. В. Оптимізація параметрів транспортних засобів в мультимодальних системах доставки вантажів: автореф. дис. канд. техн. наук. Одес. нац. морський ун-т, Одеса, 2008.

6. Ayed H., Galvez-Fernandez C., Habbas Z., Khadraoui D. Solving time-dependent multimodal transport problems using a transfer graph model. *Computers and Industrial Engineering*. 2011. Vol. 61. P. 391–401. doi: 10.1016/j.cie.2010.05.018

7. Ayed H., Habbas Z., Khadraoui D., Galvez-Fernandez C. A parallel algorithm for solving time dependent multimodal transport problem. *Proc. IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)*. 2011. P. 722–727. doi: 10.1109/ITSC.2011.6082973

8. TIMIPLAN: An application to solve multimodal transportation problems / J. E. Flórez, A. Torralba, J. García et al. *Scheduling and Planning Applications Workshop (SPARK).* 2010.

9. Zelenika R., Sever D., Zebec S., Pirš B. Logistic operator – fundamental factor in rational production of services in multimodal transport. Promet – Traffic – Traffico, 2005.

10. Elias D., Nadler B., Nadler F., Hauger G. OPTIHUBS – multimodal hub process optimization by means of micro simulation. *Transportation Research Procedia*. 2016. doi: 10.1016/ j.trpro.2016.05.098

11. Combining linear programming and automated planning to solve intermodal transportation problems / J. García, J. E. Florez, Á. Torralba et al. *European Journal of Operational Research*. 2013. Vol. 227. P. 216–226/

12. Заболотній С. В., Могілей С. О. Особливості побудови опорних планів мультимодальної транспортної задачі з обмеженнями за вантажопідйомністю. *Теорія прийняття рішень*: зб. тез доп. учасн. 9-ї Міжнар. школи-семінару, 15–20 квіт. 2019 р. Ужгород, 2019. С. 83–85.

13. Chandrakantha L. Using excel solver in optimization problems. John Jay College of Criminal Justice of CUNY, 2014. P. 42–49.

14. Ezeokwelume O. Solving linear programming problems and transportation problems using excel solver. *International Journal of Scientific & Engineering Research*. 2016. Vol. 7. Iss. 9. P. 134–142.

15. Vats B., Kumar Singh A. Solving transportation problem using excel solver for an optimal solution. *MIT International Journal of Mechanical Engineering*. 2016. Vol. 6. No. 1. P. 18–20.

16. Ovcharuk V., Vovkodav N., Kryvets T., Ovcharuk I. Linear programming in Mathcad on the example of solving the transportation problem. *Scientific Works of NUFT*. 2015. Vol. 21. Iss. 4. P. 110–117.

17. Sengamalaselvi J. Solving transportation problem by using Matlab. *International Journal of Engineering Sciences & Research Technology*. 2017. No. 6 (1). P. 374–381. doi: 10.5281/zenodo.259588

18. Constructing reference plans of two-criteria multimodal transport problem / J. Su, K. Przystupa, S. Zabolotnii et al. *Transport and Telecommunication*. 2021. Vol. 22. No. 2. P. 129–140. URL: https://doi.org/10.2478/ttj-2021-0010

19. Borndorfer R., Grotschel M., Lobel A. Optimization of transportation systems: ZIB-report. 1998. 16 p.

20. Prívarová R. Operational analysis tools in solving transport tasks. *Perner's contacts*. 2016. Vol. XI. No. 2. P. 82–89.

21. Malyaretz L., Dorokhov O., Drašković M. Solution of the problem of critical path's finding in excel on the basis of reducing it to ordinary transportation task. *The 11th International Conference «Reliability and Statistics in Transportation and Communication»*. Riga, Latvia, 2011. P. 255–260.

22. Huisman D., Kroon L. G., Lentink R. M., Vromans M. Operations research in passenger railway transportation. *Statistica Neerlandica*. 2005. Vol. 59. Iss. 4. P. 467–497. URL: https://doi.org/10.1111/j.1467-9574.2005.00303.x

23.Odu G. O., Charles-Owaba O. E. Review of multicriteria optimization methods – theory and applications. *Journal of Engineering*. 2013. Vol. 3. Iss. 10. P. 1–14.

24. Ehrgott M. Multicriteria optimization. Berlin: Springer, 2005. 323 p.

25. Emmerich M., Deutz A. Multicriteria optimization and decision making. *LIACS Master Course*. 2006. 82 p.

26. Legriel J. MultiCriteria optimization and its application to multi-processor embedded systems: Doctoral thesis. Grenoble, France, 2011. 108 p.

27. Bokrantz R. Multicriteria optimization for managing tradeoffs in radiation therapy treatment planning: Doctoral thesis. Stockholm, Sweden, 2013. 54 p.

28. Zabolotnii S., Mogilei S. Features of constructing of reference plans of multimodal transport problem with constraints on load-carrying capacity. *Intelligent Solutions. Decision Making Theory:* Proc. of the International School-Seminar. Uzhgorod, Ukraine, 2019. P. 83–84.

29.Nibulon LLC. URL: http://www.nibulon.com/data/branches/route-maps.html

30. Della TM. URL: https://della.com.ua

31.Google Maps. URL: https://www.google.com.ua/maps

32.Kirichevsky I. Mission (im)possible: can it be possible to increase river carriage of grain at least a million tons? URL: https://svidok.info/ru/news/9187

33.Zabolotnii S., Mogilei S. Optimization of the method of constructing reference plans of multimodal transport problem. *Technological Audit and Prod. Reserves.* 2019. No. 2 (45). P. 15–20. doi: https://doi.org/10.15587/2312-8372.2019.154561

РОЗДІЛ 3
БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНІ ТРАНСПОРТНІ ЗАДАЧІ

3.1 Побудова цільових функцій класичної транспортної задачі

Світові глобалізаційні процеси суттєво впливають на всі без винятку сфери людської діяльності. Разом з тим постійно зростають вимоги до науково-прикладного забезпечення життєдіяльності людини. В цьому відношенні ледь не в перших рядах перебуває сфера транспорту. Пасажирські та вантажні перевезення здійснюються на все більш далекі відстані – водночас вони повинні бути швидкими та якісними, а головне – недорогими та безпечними. І якщо невисоку вартість транспортних перевезень здатна забезпечити вільна економічна конкуренція, то питання ризиків, пов'язаних із транспортною безпекою, потребує окремої уваги.

Таким чином, окремим питанням, яке потребує додаткового вивчення, є проблема власне побудови цільових функцій багатокритеріальної мультимодальної транспортної задачі. В зв'язку з цим нагадаємо, що класична (стандартна) транспортна задача полягає у визначенні оптимального плану транспортних перевезень, коли певну кількість вантажу x_{ij} необхідно перевезти з m пунктів відправки до n пунктів доставки. При цьому критерієм оптимальності виступає цільова функція $S(x)$ мінімізації собівартості таких перевезень, тобто

$$S(x) = \sum_{i,j=1}^{m,n} c_{ij} x_{ij} \to \min, x \in D, \qquad (3.1)$$

де через c_{ij} позначено собівартість перевезення між пунктами i та j, причому $i = \overline{1,m};\ j = \overline{1,n}.$

Задача виду (3.1) є цілком дослідженою, проте, у випадку модифікації її постановки, можуть з'явитися певні особливості в її розв'язанні. Як приклад, замість цільової функції мінімізації собівартості можна запропонувати критерій мінімізації рівня ризику транспортних перевезень. У такому випадку необхідно розв'язати наступну задачу:

$$R(x)=\sum_{i,j=1}^{m,n} r_{ij}x_{ij} \rightarrow \min, x \in D, \qquad (3.2)$$

де через r_{ij} позначено рівень ризику перевезень між пунктами i та j, $i=\overline{1,m};\ j=\overline{1,n}.$.

Очевидно, що постановки задач виду (3.1) та (3.2) з формальної точки зору схожі, проте, має місце принципова відмінність, насамперед, між коефіцієнтами c_{ij} та r_{ij}. Дійсно, параметри c_{ij} функції собівартості $S(x)$ обчислюються в грошових одиницях та визначаються цілком конкретно, тоді як параметри r_{ij} функції ризику $R(x)$ є фактично ймовірностями настання певних випадкових ризикових подій. До того ж, останні при цьому є деякими агрегованими показниками ризику, визначення яких потребує окремого додаткового дослідження [1].

Загалом існує актуальна проблема побудови цільових функцій оптимізації з ймовірнісними параметрами. Дійсно, з точки зору теорії оптимізації, для відшукання розв'язку оптимізаційної задачі має значення лише загальний вигляд цільової функції, тобто певний аналітичний вираз зі змінними та параметрами. Проте ця теорія не вирішує питання обчислення таких параметрів, тому актуальними є «допоміжні» наукові дослідження, які дали б змогу більш чітко описати методи та алгоритми визначення параметрів функцій оптимізації. Важливо зазначити, що такі методи та алгоритми чітко корелюють з сутнісними особливостями цільових функцій, проте, до певної міри, є можливість описати та застосувати цілком загальні підходи до реалізації поставленої задачі.

Так, якщо в задачі виду (3.1) «параметр є вартість», то в задачі виду (3.2) «параметр є ймовірність». І саме на ймовірнісних параметрах варто зосередитися детальніше. Тобто, ставиться на меті опис загального підходу до обчислення ймовірнісних параметрів відповідної цільової функції. Такий опис виконується на прикладі цільової функції мінімізації виду (3.2).

В першу чергу, для обчислення агрегованих показників (параметрів) ризику спочатку варто виконати їх декомпозицію за певними складовими елементами. Інакше кажучи, необхідно визначити фактори ризику, які впливають на значення агрегованого показника. Це дасть можливість застосувати до реалізації задачі виду (3.2) метод факторного аналізу [2].

Дослідження проблеми побудови цільових функцій мінімізації ризиків мультимодальних транспортних перевезень потребує, насамперед, визначити, що є параметрами та змінними цільової функції відповідної мультимодальної транспортної задачі. Змінними, за аналогією з класичною транспортною задачею, будуть показники обсягів перевезень між пунктами відправки та доставки вантажів, тоді як предметом цього дослідження є методи визначення параметрів цільової функції ризику. Так, у роботі [3] зроблено спробу дослідити зазначене питання – зокрема, як перспективний метод дослідження було запропоновано застосувати метод групового факторного аналізу [4]. Проте надалі провідним методом дослідження буде не груповий, а звичайний факторний аналіз.

Такий вибір методу дослідження обумовлений кількома причинами. По-перше, факторний аналіз – надзвичайно поширений та добре досліджений у прикладній науці метод. Особливо це стосується, наприклад, психології та біомедицини [5–7]. По-друге, метод групового факторного аналізу, який на сьогоднішній день використовується, наприклад, у машинному навчанні [8, 9], дійсно виглядає доволі перспективним, проте в контексті задачі цього дослідження поки що не може бути повноцінно застосованим.

Прикладів факторів ризику можна знайти багато – позначимо їхню кількість через v, причому кожний окремий фактор матиме індекс k, де $k = \overline{1, v}.$ Тут розглянемо три наступні фактори (v = 3): аварія (k = 1), несправність транспортного засобу (k = 2) та форс-мажорні обставини (k = 3). Крім того, вплив (вага) кожного з цих факторів на значення агрегованого показника r_{ij} може бути різним. З огляду на це, введемо позначення w^k – ваговий коефіцієнт впливу k-го фактора. Водночас домовимося, що факторні коефіцієнти є нормованими:

$$\sum_{k=1}^{v} w^k = 1; w^k > 0, k = \overline{1, v} . \tag{3.3}$$

Умова (3.3) буде записана дещо інакше, якщо врахувати, що значення коефіцієнтів w^k різняться між собою залежно від того, з якого пункту відправки i до якого пункту доставки j перевозиться вантаж. Таким чином, вагові коефіцієнти впливу позначатимемо $(w^k)_{ij}$. Нижче буде показано, що при визначенні параметрів задачі виду (3.2) вони повинні бути подані в матричній формі, а тому сам метод розв’язання такої задачі має назву «матричний факторний аналіз».

Таким чином, задача дослідження полягає у визначенні параметрів r_{ij} цільової функції (3.2). Для реалізації цієї задачі почнемо з підходу, запропонованого в [3]. Запишемо наступне відношення:

$$r_{ij} = \sum_{k=1}^{v} (a^k)_{ij} \times (w^k)_{ij} + o_{ij} , \tag{3.4}$$

де через a^k позначено показник рівня ризику k-го фактора, а o_{ij} – «гаусів шум», величиною якого в межах задачі цього дослідження можна знехтувати.

Загалом питання можливості нехтування «гаусовим шумом» залишається відкритим. Зазначимо, що ця величина буде тим меншою, чим повнішим буде набір v факторів ризику транспортних перевезень.

Треба розуміти, що коефіцієнти $(a^k)_{ij}$ так само є ймовірностями настання певних випадкових ризикових подій. Проте, на відміну від r_{ij}, вони не є агрегованими показниками – отже, є можливість обчислити їх значення на основі результатів реальних спостережень за допомогою відомих методів математичної статистики.

Далі уточнимо сенс відношення, наведеного у виразі (3.4). Припустимо, що маємо m = 2 пункти відправки і n = 3 пункти доставки вантажів. Тоді, наприклад, для k = 1 буде

$$(a^1)_{ij} = \begin{pmatrix} a_{11}^1 & a_{12}^1 & a_{13}^1 \\ a_{21}^1 & a_{22}^1 & a_{23}^1 \end{pmatrix}. \tag{3.5}$$

У випадку, коли ваги $(w^k)_{ij}$ подаються в спрощеній формі w^k, перший доданок відношення (3.4) є звичайним добутком коефіцієнтів матриці (3.5) на w^1. В протилежному випадку йдеться про певне відношення двох матриць. При k = 1 матриця коефіцієнтів $(w^k)_{ij}$ набуває вигляду

$$(w^1)_{ij} = \begin{pmatrix} w_{11}^1 & w_{12}^1 & w_{13}^1 \\ w_{21}^1 & w_{22}^1 & w_{23}^1 \end{pmatrix}. \qquad (3.6)$$

Тобто відношення, наведене в (3.4), для виразів (3.5) і (3.6) розкривається наступним чином:

$$(a^1)_{ij} \times (w^1)_{ij} = \begin{pmatrix} a_{11}^1 \cdot w_{11}^1 & a_{12}^1 \cdot w_{12}^1 & a_{13}^1 \cdot w_{13}^1 \\ a_{21}^1 \cdot w_{21}^1 & a_{22}^1 \cdot w_{22}^1 & a_{23}^1 \cdot w_{23}^1 \end{pmatrix}. \qquad (3.7)$$

Остаточно, знаходячи значення агрегованих показників ризику r_{ij}, запишемо формулу їх обчислення для r_{ij} при $k=3$:

$$r_{ij} = a_{ij}^1 \cdot w_{ij}^1 + a_{ij}^2 \cdot w_{ij}^2 + a_{ij}^3 \cdot w_{ij}^3, i = \overline{1,n},\ j = \overline{1,m}. \qquad (3.8)$$

Тобто в цьому випадку для обчислення параметрів цільової функції (3.2) додатково було введено відношення виду (3.7). У зв’язку з цим постає питання, чи можна обійтися без введення жодних подібних спеціальних відношень, обмежившись лише загальноприйнятими математичними підходами.

Легко помітити, що у (3.8) r_{ij} є результатом скалярного добутку таких векторів:

$$r_{ij} = < a_{ij}, w_{ij} > = \begin{pmatrix} a_{ij}^1 & a_{ij}^2 & a_{ij}^3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} w_{ij}^1 \\ w_{ij}^2 \\ w_{ij}^3 \end{pmatrix}. \qquad (3.9)$$

Запишемо вираз (3.9) одночасно для r_{11} і r_{21}:

$$\begin{pmatrix} r_{11} & 0 \\ 0 & r_{21} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}^1 & a_{11}^2 & a_{11}^3 \\ a_{21}^1 & a_{21}^2 & a_{21}^3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} w_{11}^1 & w_{21}^1 \\ w_{11}^2 & w_{21}^2 \\ w_{11}^3 & w_{21}^3 \end{pmatrix}. \qquad (3.10)$$

Водночас, вираз (3.10) має місце виключно за умови, що у випадку нерівності верхніх і нижніх індексів у параметрах $(w^k)_{ij}$ та $(a^k)_{ij}$ їхній добуток дорівнює 0. Цю умову будемо називати умовою рівності індексів. Зазначимо, що перевірка цієї умови без розробки відповідного програмного забезпечення робить реалізацію цієї задачі доволі громіздкою. Тому очевидно, що для її розв'язання на практиці краще використовувати спеціалізовані програмні пакети.

Вважаючи, що умова рівності індексів виконана, поширимо вираз (3.10) на всі агреговані параметри r_{ij}:

$$\begin{pmatrix} \ldots & 0 & 0 \\ 0 & r_{ij} & 0 \\ 0 & 0 & \ldots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \ldots & & \\ a_{ij}^1 & a_{ij}^2 & \ldots & a_{ij}^v \\ & \ldots & & \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} & w_{ij}^1 & \\ & w_{ij}^2 & \\ \ldots & & \ldots \\ & \ldots & \\ & w_{ij}^v & \end{pmatrix}. \tag{3.11}$$

Або, якщо транспонувати матрицю $(w^k)_{ij}$ у вигляді (3.6),

$$\begin{pmatrix} \ldots & 0 & 0 \\ 0 & r_{ij} & 0 \\ 0 & 0 & \ldots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & \ldots & & \\ a_{ij}^1 & a_{ij}^2 & \ldots & a_{ij}^v \\ & \ldots & & \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} & \ldots & & \\ w_{ij}^1 & w_{ij}^2 & \ldots & w_{ij}^v \\ & \ldots & & \end{pmatrix}^T . \tag{3.12}$$

В свою чергу, відношення виду (3.4) можна записати наступним чином:

$$(r_{ij}) = \sum_{k=1}^{v} (a^k)_{ij} \times (w^k)_{ij} = (a^k)_{ij} \cdot (w^k)_{ij}^T , \tag{3.13}$$

де через (r_{ij}) позначено діагональну матрицю з елементами r_{ij} головної діагоналі.

Отже, за умови, що параметри цільової функції обчислюються як ймовірності настання чи ненастання певних випадкових подій, насамперед необхідно визначити фактори, які впливають на значення цих ймовірностей. Це дасть можливість обчислити ці параметри за допомогою описаного вище підходу.

Перейдемо до прикладу реалізації поставленого завдання, який буде наведено з використанням модельних даних.

Отже, припустимо, що в задачі виду (3.2) $m = 2$ і $n = 3$. Запишемо конкретні значення для виразу виду (3.10):

$$\begin{pmatrix} r_{11} & 0 \\ 0 & r_{21} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.15 & 0.12 \\ 0.2 & 0.22 & 0.16 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0.5 & 0.4 \\ 0.4 & 0.3 \\ 0.1 & 0.3 \end{pmatrix}. \tag{3.14}$$

Варто відзначити, що умова (3.3) для коефіцієнтів $(w^k)_{ij}$ виконана. Аналогічно запишемо:

$$\begin{pmatrix} r_{12} & 0 \\ 0 & r_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.17 & 0.05 \\ 0.1 & 0.19 & 0.24 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0.3 & 0.2 \\ 0.5 & 0.7 \\ 0.2 & 0.1 \end{pmatrix} \tag{3.15}$$

$$\begin{pmatrix} r_{13} & 0 \\ 0 & r_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.22 & 0.11 \\ 0.13 & 0.26 & 0.18 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0.7 & 0.8 \\ 0.1 & 0.1 \\ 0.2 & 0.1 \end{pmatrix} \tag{3.16}$$

В процесі програмної реалізації цієї задачі вирази (3.14)–(3.16) можна об’єднувати в єдиний масив даних і працювати з ним згідно з правилом (3.12). Водночас умова рівності індексів також повинна бути врахована.

Внаслідок нескладних обчислень отримаємо результат:

$$\begin{pmatrix} r_{11} & 0 \\ 0 & r_{21} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.122 & 0 \\ 0 & 0.194 \end{pmatrix}; \tag{3.17}$$

$$\begin{pmatrix} r_{12} & 0 \\ 0 & r_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.185 & 0 \\ 0 & 0.177 \end{pmatrix}; \tag{3.18}$$

$$\begin{pmatrix} r_{13} & 0 \\ 0 & r_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.184 & 0 \\ 0 & 0.148 \end{pmatrix}. \tag{3.19}$$

Перевіримо результати (3.17)–(3.19) за допомогою середовища MS Excel. Таблицю 3.1 заповнимо значеннями коефіцієнтів $(a^k)_{ij}$.

Таблиця 3.1 – Показники рівня ризику по кожному фактору

$(a^1)_{ij}$	$(a^2)_{ij}$	$(a^3)_{ij}$
0.1	0.15	0.12
0.2	0.22	0.16
0.3	0.17	0.05
0.1	0.19	0.24
0.2	0.22	0.11
0.13	0.26	0.18

Таблицю 3.2 заповнимо значеннями коефіцієнтів $(w^k)_{ij}$.

Таблиця 3.2 – Показники ваг факторів ризику

$(w^1)_{ij}$	$(w^2)_{ij}$	$(w^3)_{ij}$
0.5	0.4	0.1
0.4	0.3	0.3
0.3	0.5	0.2
0.2	0.7	0.1
0.7	0.1	0.2
0.8	0.1	0.1

Результати обчислень наведено на рисунку 3.1.

0,122	0,000	0,000	0,00	0,00	0,00
0,000	**0,194**	0,000	0,00	0,00	0,00
0,000	0,000	**0,185**	0,000	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	**0,177**	0,000	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	**0,184**	0,000
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	**0,148**

Рисунок 3.1 – Результати обчислень за допомогою MS Excel

Остаточно запишемо результат реалізації задачі у формі вектора-рядка

$$(r_{ij}) = (0.122;\ 0.194;\ 0.185;\ 0.177;\ 0.184;\ 0.148)$$

або матриці

$$(r_{ij}) = \begin{pmatrix} 0.122 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.194 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.185 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.177 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.184 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.148 \end{pmatrix}.$$

Очевидно, що результати обчислень, отримані вручну, збігаються з результатами, отриманими за допомогою прикладного програмного забезпечення. Загальну комп'ютерну реалізацію поставленої задачі можна виконати за допомогою програм із відкритим кодом, безпосередньо прописавши перевірку умови рівності індексів.

Розглянутий алгоритм визначення коефіцієнтів цільової функції ризику може бути розширений та деталізований [10]. Почнемо з того, що класичному критерію мінімізації сумарної собівартості мультимодальних транспортних перевезень відповідає цільова функція оптимізації, наведена в [11], у наступному вигляді:

$$S(x,y,z)=\sum_{i,j=1}^{m,n}a_{ij}x_{ij}+\sum_{i,j=1}^{m,n}b_{ij}y_{ij}+\sum_{i,j=1}^{m,n}c_{ij}z_{ij}\to\min;x,y,z\in D, \tag{3.20}$$

де $i=\overline{1,n},\ j=\overline{1,m}$ – n пунктів відправки та m пунктів доставки відповідно;

x_{ij}, y_{ij}, z_{ij} – кількість одиниць товару, що перевозиться з i-го пункту відправки до j-го пункту доставки відповідно автомобільним, залізничним та водним транспортом;

a_{ij}, b_{ij}, c_{ij} – вартість перевезення одиниці товару з i-го пункту відправки до j-го пункту доставки відповідно автомобільним, залізничним та водним транспортом;

$S(x,y,z)$ – функція собівартості;

D – множина обмежень.

Цільова функція мультимодальної транспортної задачі за критерієм мінімального рівня ризику наведена в [3, 12] і побудована аналогічно цільовій функції мінімізації собівартості в постановці класичної (мультимодальної) транспортної задачі. Тому таку постановку задачі цього дослідження будемо називати класичною. За умови наявності трьох видів транспорту її цільова функція має наступний вигляд:

$$R(x,y,z)=\sum_{i,j=1}^{m,n} f_{ij}x_{ij}+\sum_{i,j=1}^{m,n} g_{ij}y_{ij}+\sum_{i,j=1}^{m,n} h_{ij}z_{ij}\rightarrow \min; x,y,z\in D, \qquad (3.21)$$

де f_{ij}, g_{ij}, h_{ij} – коефіцієнт ризику перевезення вантажу з *i*-го пункту відправки до *j*-го пункту доставки відповідно автомобільним, залізничним та водним транспортом;

R(x,y,z) – функція ризику перевезень;

D – множина обмежень виду.

Існує низка способів визначення ризикових параметрів f_{ij}, g_{ij}, h_{ij} при побудові цільової функції *R(x,y,z)* виду (3.21). Запропонуємо такі два способи:

1. Ризик перевезення одиниці вантажу.

Цей спосіб логічно випливає з самої постановки задачі. Тобто конкретизуємо: кожен із параметрів f_{ij}, g_{ij}, h_{ij} виразу (3.21) – це ризик аварії при перевезенні одиниці вантажу з *i*-го пункту відправки до *j*-го пункту доставки відповідно автомобільним, залізничним та водним транспортом.

2. Градація рівнів ризику залежно від обсягів перевезень.

Якщо все ж таки задатися метою більш точного обчислення коефіцієнтів f_{ij}, g_{ij}, h_{ij} в межах класичного підходу, то можна запропонувати розробку градації рівнів ризику залежно від обсягів перевезень. У цьому випадку до цільової функції (3.21) повинні додаватися таблиці з коефіцієнтами градації, наприклад таблиця 3.3.

Таблиця 3.3 – Градація рівнів ризику автомобільних вантажних перевезень

Рівень градації	$\min x_{ij}$	$\max x_{ij}$	Рівень ризику
1	0	p	f_{ij}^{1}
2	$p+1$	l	f_{ij}^{2}
3	$l+1$	q	f_{ij}^{3}
4	$q+1$	…	…

В цій таблиці показники $\min x_{ij}$ та $\max x_{ij}$ – це відповідно мінімальне та максимальне значення обсягу автомобільних перевезень, а $p,l,q \in R$, причому $0 < p < l < q$.

Для залізничних та річкових перевезень відповідні таблиці будуються аналогічно.

Головною перевагою постановки досліджуваної задачі з використанням класичного підходу є можливість уніфікувати між собою вигляд функцій *S(x,y,z)* у (3.20) і *R(x,y,z)* у (3.21). Це може бути корисним при реалізації багатокритеріальної мультимодальної транспортної задачі, в якій обидві цільові функції в (3.20) і (3.21) будуть одночасно виступати критеріями оптимізації.

У будь-якому випадку постає потреба аналітичного обчислення значень коефіцієнтів f_{ij}, g_{ij}, h_{ij}. Саме з цією метою і буде застосовано метод факторного аналізу (факторний підхід).

Запишемо вираз (3.21) в наступному вигляді:

$$R = R_a(x) + R_r(y) + R_w(z) \to \min, \tag{3.22}$$

де $R_a(x) = \sum_{i,j=1}^{m,n} f_{ij} x_{ij}$, $R_r(y) = \sum_{i,j=1}^{m,n} g_{ij} y_{ij}$, $R_w(z) = \sum_{i,j=1}^{m,n} h_{ij} z_{ij}$ – сумарний ризик перевезення вантажів з *i*-го пункту відправки до *j*-го пункту доставки відповідно автомобільним, залізничним та водним транспортом окремо.

Далі необхідно ввести додаткові змінні для позначення наступних факторів ризику: $\alpha_{ij}^k, \beta_{ij}^k, \gamma_{ij}^k$ – це значення *k*-го фактора ризику при перевезенні вантажу з *i*-го пункту відправки до *j*-го пункту доставки автомобільним, залізничним та водним транспортом відповідно. При цьому $k = \overline{1, \nu}$, де $\nu \in N$ – кількість факторів ризику.

Згідно з методологією, запропонованою в [4, 13], можна записати:

$$f_{ij} = \sum_{i,j,k=1}^{m,n,v} \alpha_{ij}^k w_\alpha^k + o_{ij}^f ,$$
$$g_{ij} = \sum_{i,j,k=1}^{m,n,v} \beta_{ij}^k w_\beta^k + o_{ij}^g , \qquad (3.23)$$
$$h_{ij} = \sum_{i,j,k=1}^{m,n,v} \gamma_{ij}^k w_\gamma^k + o_{ij}^h ,$$

де $w_\alpha^k, w_\beta^k, w_\gamma^k$ – вагові коефіцієнти входження (факторні ваги) *k*-го фактора ризику до загального показника ризику перевезень відповідно автомобільним, залізничним та водним транспортом (приймаються відомими);

$o_{ij}^f, o_{ij}^g, o_{ij}^h$ – «гаусівський шум» або, інакше кажучи, величина, яка суттєво не впливає на загальний результат обчислень, і значенням якої тут допустимо знехтувати.

Крім того, в загальному випадку можна прийняти: $0 < w_\alpha^k, w_\beta^k, w_\gamma^k < 1$, $w_\alpha^k + w_\beta^k + w_\gamma^k = 1$.

Далі, повертаючись від (3.23) до (3.22):

$$R_a(x) = \sum_{i,j,k=1}^{m,n,v} (\alpha_{ij}^k w_\alpha^k + o_{ij}^f) x_{ij} ,$$
$$R_r(y) = \sum_{i,j,k=1}^{m,n,v} (\beta_{ij}^k w_\beta^k + o_{ij}^g) y_{ij} ,. \qquad (3.24)$$
$$R_w(z) = \sum_{i,j,k=1}^{m,n,v} (\gamma_{ij}^k w_\gamma^k + o_{ij}^h) z_{ij} ,$$

Нехтуючи в (3.24) значеннями доданків «гаусівського шуму», остаточно запишемо

$$R(x,y,z) = \sum_{i,j,k=1}^{m,n,v} (\alpha_{ij}^k w_\alpha^k x_{ij} + \beta_{ij}^k w_\beta^k y_{ij} + \gamma_{ij}^k w_\gamma^k z_{ij}) \to \min, \qquad (3.25)$$
$$x, y, z \in D.$$

Важливо уточнити, що, оскільки $\alpha_{ij}^k, \beta_{ij}^k, \gamma_{ij}^k$ – це матриці розмірності i x j, а кожен з елементів $w_\alpha^k, w_\beta^k, w_\gamma^k$ є вектором, наприклад, виду $w_\alpha^k = (w_\alpha^1; w_\alpha^2; ...; w_\alpha^v)$, то має місце наступна рівність:

$$
\begin{aligned}
f_{ij} &= (\alpha_{ij}^1) \cdot w_\alpha^1 + (\alpha_{ij}^2) \cdot w_\alpha^2 + \ldots + (\alpha_{ij}^v) \cdot w_\alpha^v, \\
g_{ij} &= (\beta_{ij}^1) \cdot w_\beta^1 + (\beta_{ij}^2) \cdot w_\beta^2 + \ldots + (\beta_{ij}^v) \cdot w_\beta^v, \\
h_{ij} &= (\gamma_{ij}^1) \cdot w_\gamma^1 + (\gamma_{ij}^2) \cdot w_\gamma^2 + \ldots + (\gamma_{ij}^v) \cdot w_\gamma^v.
\end{aligned}
\tag{3.26}
$$

Таким чином, було показано, що за допомогою методу факторного аналізу можна значно конкретизувати аналітичний вираз, який позначає критерій мінімізації цільової функції ризику мультимодальної транспортної задачі. Крім цього, показано, що факторний підхід до реалізації поставленої задачі є логічним продовженням класичного підходу до неї.

Реалізацію поставленої задачі проведемо з використанням модельних даних – це буде підготовчий етап до остаточного знаходження функції ризику перевезень виду (3.21) або (3.25), яка, в свою чергу, може бути реалізована в різних програмних середовищах [14–18].

Основні припущення поставленої задачі є такими:

1. Кількість пунктів відправки і доставки однакова і дорівнює 3: $m = n = 3$.

2. Факторів ризику так само 3: $v = 3$.

Серед факторів ризику є такі: аварія (k = 1), виникнення несправності (k = 2), форс-мажорні обставини (k = 3).

3. Вектори факторних ваг набувають наступних значень (за видами транспорту):

Автомобільний: $\overline{w}_\alpha^k = (w_\alpha^1; w_\alpha^2; w_\alpha^3) = (0.5; 0.4; 0.1)$;

Залізничний: $\overline{w}_\beta^k = (w_\beta^1; w_\beta^2; w_\beta^3) = (0.6; 0.25; 0.15)$;

Річковий: $\overline{w}_\gamma^k = (w_\gamma^1; w_\gamma^2; w_\gamma^3) = (0.45; 0.5; 0.05)$.

4. Значення показників $\alpha_{ij}^{k}, \beta_{ij}^{k}, \gamma_{ij}^{k}$ подаємо у вигляді матриць (за видами транспорту):

Автомобільний:

$$\alpha_{ij}^{1} = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.2 & 0.15 \\ 0.3 & 0.17 & 0.11 \\ 0.15 & 0.07 & 0.13 \end{pmatrix};$$

$$\alpha_{ij}^{2} = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.23 & 0.14 \\ 0.31 & 0.07 & 0.21 \\ 0.16 & 0.03 & 0.1 \end{pmatrix};$$

$$\alpha_{ij}^{3} = \begin{pmatrix} 0.15 & 0.12 & 0.25 \\ 0.13 & 0.1 & 0.12 \\ 0.19 & 0.08 & 0.09 \end{pmatrix}.$$

Залізничний:

$$\beta_{ij}^{1} = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.02 & 0.17 \\ 0.13 & 0.08 & 0.1 \\ 0.25 & 0.04 & 0.03 \end{pmatrix};$$

$$\beta_{ij}^{2} = \begin{pmatrix} 0.02 & 0.15 & 0.11 \\ 0.21 & 0.27 & 0.1 \\ 0.06 & 0.23 & 0.01 \end{pmatrix};$$

$$\beta_{ij}^{3} = \begin{pmatrix} 0.05 & 0.13 & 0.4 \\ 0.14 & 0.19 & 0.12 \\ 0.17 & 0.04 & 0.19 \end{pmatrix}.$$

Річковий:

$$\gamma_{ij}^{1} = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.1 & 0.12 \\ 0.13 & 0.07 & 0.21 \\ 0.19 & 0.01 & 0.11 \end{pmatrix};$$

$$\gamma_{ij}^{2} = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.22 & 0.17 \\ 0.11 & 0.03 & 0.2 \\ 0.19 & 0.04 & 0.01 \end{pmatrix};$$

$$\gamma_{ij}^{3} = \begin{pmatrix} 0.16 & 0.2 & 0.05 \\ 0.14 & 0.15 & 0.23 \\ 0.13 & 0.18 & 0.19 \end{pmatrix}.$$

Згідно з (3.26) отримаємо:

$$f_{ij} = (\alpha_{ij}^1) \cdot w_\alpha^1 + (\alpha_{ij}^2) \cdot w_\alpha^2 + (\alpha_{ij}^3) \cdot w_\alpha^3,$$
$$g_{ij} = (\beta_{ij}^1) \cdot w_\beta^1 + (\beta_{ij}^2) \cdot w_\beta^2 + (\beta_{ij}^3) \cdot w_\beta^3,$$
$$h_{ij} = (\gamma_{ij}^1) \cdot w_\gamma^1 + (\gamma_{ij}^2) \cdot w_\gamma^2 + (\gamma_{ij}^3) \cdot w_\gamma^3.$$

Або, підставивши конкретні значення:

$$f_{ij} = \begin{pmatrix} 0.145 & 0.204 & 0.156 \\ 0.287 & 0.123 & 0.151 \\ 0.158 & 0.055 & 0.114 \end{pmatrix},$$

$$g_{ij} = \begin{pmatrix} 0.1925 & 0.069 & 0.1895 \\ 0.1515 & 0.144 & 0.103 \\ 0.1905 & 0.0875 & 0.049 \end{pmatrix},$$

$$h_{ij} = \begin{pmatrix} 0.248 & 0.165 & 0.1415 \\ 0.1205 & 0.054 & 0.206 \\ 0.187 & 0.0335 & 0.064 \end{pmatrix}.$$

Зазначимо, що коефіцієнти $w_\alpha^k, w_\beta^k, w_\gamma^k$ теж можуть бути представлені у вигляді матриць – це матиме місце у випадку, коли значення факторних ваг будуть залежати від того, з якого пункту відправки і до якого пункту доставки транспортується вантаж. Проте принцип знаходження коефіцієнтів f_{ij}, g_{ij}, h_{ij} від цього особливо не зміниться.

Отже, на модельному прикладі вдалося продемонструвати алгоритм обчислення параметрів f_{ij}, g_{ij}, h_{ij} цільової функції *R(x,y,z)* в (3.21).

3.2 Моделі та методи розв’язання багатокритеріальних транспортних задач

На цьому етапі дослідження повернемося до його основної задачі. Нагадаємо, що в постановці досліджуваної задачі не буде враховуватися множина додаткових обмежень, крім величин запасів в пунктах відправки та потреб пунктів доставки. Критеріями оптимізації цієї задачі визначено цільові функції мінімізації собівартості та ризику мультимодальних транспортних перевезень:

$$\begin{cases} S(x,y,z) = \sum\limits_{i,j=1}^{m,n} a_{ij}x_{ij} + \sum\limits_{i,j=1}^{m,n} b_{ij}y_{ij} + \sum\limits_{i,j=1}^{m,n} c_{ij}z_{ij} \to \min, \\ R(x,y,z) = \sum\limits_{i,j=1}^{m,n} f_{ij}x_{ij} + \sum\limits_{i,j=1}^{m,n} g_{ij}y_{ij} + \sum\limits_{i,j=1}^{m,n} h_{ij}z_{ij} \to \min, \end{cases} \tag{3.27}$$

де $i = \overline{1,n},\ j = \overline{1,m}$ – *n* пунктів відправки та *m* пунктів доставки;

x_{ij}, y_{ij}, z_{ij} – кількість одиниць товару, що перевозиться з *i*-го пункту відправки до *j*-го пункту доставки відповідно автомобільним, залізничним та водним транспортом;

a_{ij}, b_{ij}, c_{ij} – вартість перевезення одиниці товару з *i*-го пункту відправки до *j*-го пункту доставки відповідно автомобільним, залізничним та водним транспортом;

f_{ij}, g_{ij}, h_{ij} – ризик аварії при перевезенні вантажу з *i*-го пункту відправки до *j*-го пункту доставки відповідно автомобільним, залізничним та водним транспортом;

S, R – функції собівартості та ризику відповідно.

Як було показано вище, оптимальні опорні плани за критеріями мінімізації (3.27) можна вважати відомими:

$$\begin{cases} T_S = (t_{ij}^S), \\ T_R = (t_{ij}^R), \end{cases} \tag{3.28}$$

де T_S, T_R – матриці оптимальних опорних планів за критеріями собівартості та ризику відповідно, а t_{ij}^S, t_{ij}^R – відповідно елементи цих матриць, $i = \overline{1,n},\ j = \overline{1,m}$.

Позначимо матрицю шуканого оптимального плану через $T = (t_{ij})$ і розглянемо метод її відшукання.

Очевидно, план *T* є інтегрованим відносно планів виду (3.28). В [19] до його відшукання застосовано метод вагових коефіцієнтів, згідно з яким необхідно мінімізувати наступну функцію *F*:

$$F = w_S \cdot S + w_R \cdot R \to \min, \tag{3.29}$$

де w_S, w_R – вагові коефіцієнти (додатні) відповідних цільових функцій, причому $w_S + w_R = 1$.

Також вираз (3.29) можна подати в іншому вигляді:

$$\begin{aligned} T &= K_S \otimes T_S + K_R \otimes T_R \to \min; \\ t_{ij} &= k_{ij}^S \cdot t_{ij}^S + k_{ij}^R \cdot t_{ij}^R, \end{aligned} \tag{3.30}$$

де K_S, K_R – матриці вагових коефіцієнтів (додатних) відповідних опорних планів, причому $K_S + K_R = k_{ij}^S + k_{ij}^R = 1$ (по відповідних елементах).

Проблема виникає в інтерпретації правих частин виразів (3.29) і (3.30). Її сутність полягає в тому, що собівартість вимірюється в грошових одиницях, а рівень ризику – в умовних одиницях. Тому важко в коректний спосіб встановити розмірність функції *F*. Для усунення цієї суперечності необхідно додатково нормувати показники собівартості та ризику, чого в межах цього дослідження виконано не буде. Натомість, варто шукати інші методи багатокритеріальної оптимізації, алгоритми яких уникають побудови згортки цільових функцій. Одним із таких методів є метод послідовних поступок.

Цей метод полягає у визначенні основного критерію оптимізації та поступовому «віддаленні» значення відповідної цільової функції від оптимального [20]. Визначивши основним критерій мінімізації цільової функції собівартості *S*, наведемо алгоритм методу послідовних поступок для задачі (3.27):

1. Порівнюємо відповідні елементи матриць T_S, T_R. Фіксуємо ті елементи, що збігаються, та надалі, при реалізації алгоритму, залишаємо їх незмінними.

Щодо тих елементів, які між собою не збігаються, можливими є два випадки:

1) якщо $t_{ij}^S > t_{ij}^R$, то $t_{ij}^S > t_{ij} > t_{ij}^R$;

2) якщо $t_{ij}^S < t_{ij}^R$, то $t_{ij}^S < t_{ij} < t_{ij}^R$.

2. Позначимо через $\Delta < \min | t_{ij}^S - t_{ij}^R |$ величину (крок) поступки, яку будемо послідовно застосовувати до основного опорного плану (оптимального за критерієм *S*). Тоді перша послідовна поступка буде:

1) якщо $t_{ij}^S > t_{ij}^R$, то $t_{ij}^S := t_{ij}^S - \Delta$;

2) якщо $t_{ij}^S < t_{ij}^R$, то $t_{ij}^S := t_{ij}^S + \Delta$.

3. Зазначимо, що змінюваний елемент t_{ij}^S можна обирати довільно (наприклад, аналогічно методам північно-західного кута чи мінімального елемента). Проте, оскільки він знаходиться на перетині *i*-го рядка та *j*-го стовпчика, то суми елементів цих рядка та стовпчика, враховуючи поступки, повинні залишатися незмінними. Отже, якщо змінюваний елемент t_{ij}^S, наприклад, збільшити на величину поступки Δ, то принаймні один елемент як *i*-го рядка, так і *j*-го стовпчика треба зменшити на Δ. Тобто зміна одного елемента опорного плану приведе до утворення скінченної кількості нових опорних планів, серед яких необхідно знайти оптимальний за основним критерієм оптимізації. Тому після отримання множини нових опорних планів переходимо до наступного пункту.

4. Знаходимо новий опорний план, обчисливши значення цільових функцій *S* та *R*. Якщо вони є незадовільними з точки зору ОПР (особи, яка приймає рішення), то пункт 2 виконується ще раз, допоки величина поступок не приведе до задовільного значення принаймні одного з критеріїв оптимізації.

Остання задовільна поступка стосовно опорного плану T_S і є розв’язком задачі (3.27). Тобто на цій ітерації $T_S = T$.

Більш детально продемонструємо роботу цього алгоритму на прикладі.

Для прикладу використаємо дані, отримані в дослідженні [19]. Так, матриці (3.28) будуть дорівнювати:

$$T_S = \begin{pmatrix} 0 & 400 & 80 \\ 320 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 300 \end{pmatrix}, T_R = \begin{pmatrix} 320 & 0 & 160 \\ 0 & 200 & 220 \\ 0 & 300 & 0 \end{pmatrix}.$$

Також наведемо значення матриць мінімальних собівартостей та ризиків [19, 21]:

$$St_S = \begin{pmatrix} 372.02 & 230 & 38 \\ 331.36 & 223.6 & 76 \\ 404.32 & 296.4 & 88.16 \end{pmatrix}, St_R = \begin{pmatrix} 0.01 & 0.06 & 0.02 \\ 0.05 & 0.03 & 0.05 \\ 0.05 & 0.04 & 0.08 \end{pmatrix}.$$

Нагадаємо, що справедливі наступні рівності [19]:

$$\begin{aligned} S_{\min} &= St_S \times T_S; \\ R_{\min} &= St_R \times T_R. \end{aligned} \qquad (3.31)$$

Результат відношення виду $A \times B$, де $A = (a_{ij}), B = (b_{ij})$ є матрицями однакової розмірності, є скаляром та має вигляд

$$A \times B = (a_{ij}) \times (b_{ij}) = \sum_{i,j=1}^{m,n} a_{ij} b_{ij} \ . \qquad (3.32)$$

Застосуємо наведений вище алгоритм методу послідовних поступок:

1. При порівнянні відповідних елементів матриць T_S, T_R робимо висновок, що всі вони різні, крім $t_{31} = 0$.

2. Припустимо, що $\Delta = 1 < \min | t_{ij}^S - t_{ij}^R |$. Змінюваним елементом буде t_{11} (обирається північно-західний елемент, хоча можна обирати мінімальний тощо).

Оскільки $t_{11}^S < t_{11}^R$, то $t_{11}^S := t_{11}^S + \Delta$. Тобто $t_{11}^S := 1$.

3. Така поступка породжує множину нових опорних планів T_S:

$$T_S^1 = \begin{pmatrix} 1 & 400 & 79 \\ 319 & 100 & 1 \\ 0 & 0 & 300 \end{pmatrix};$$

$$T_S^2 = \begin{pmatrix} 1 & 399 & 80 \\ 319 & 100 & 1 \\ 0 & 1 & 299 \end{pmatrix};$$

$$T_S^3 = \begin{pmatrix} 1 & 399 & 80 \\ 319 & 101 & 0 \\ 0 & 0 & 300 \end{pmatrix}.$$

Насправді, цих планів набагато більше – тут наведені матриці лише тих із них, в яких кожен з елементів змінився на величину, не більшу за Δ. Так, наприклад, можливим є опорний план, в якому другий рядок матиме вигляд (319 99 2), проте в такому випадку елемент t_{23} зміниться на $2 > \Delta$.

4. Згідно з (3.31) обчислимо:

$$S_{\min}^1 = St_S \times T_S^1 = \begin{pmatrix} 372.02 & 230 & 38 \\ 331.36 & 223.6 & 76 \\ 404.32 & 296.4 & 88.16 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 400 & 79 \\ 319 & 100 & 1 \\ 0 & 0 & 300 \end{pmatrix} = 249961.9;$$

$$S_{\min}^2 = St_S \times T_S^2 = \begin{pmatrix} 372.02 & 230 & 38 \\ 331.36 & 223.6 & 76 \\ 404.32 & 296.4 & 88.16 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 399 & 80 \\ 319 & 100 & 1 \\ 0 & 1 & 299 \end{pmatrix} = 249978.1;$$

$$S_{\min}^3 = St_S \times T_S^3 = \begin{pmatrix} 372.02 & 230 & 38 \\ 331.36 & 223.6 & 76 \\ 404.32 & 296.4 & 88.16 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 399 & 80 \\ 319 & 101 & 0 \\ 0 & 0 & 300 \end{pmatrix} = 249917.5;$$

Для контролю: згідно з даними [19] значення $S_{\min} = 249829.2$.

Отже, новим оптимальним планом є T_S^3. Обчислимо для нього сумарний рівень ризику:

$$R_{\min}^3 = St_R \times T_S^3 = \begin{pmatrix} 0.01 & 0.06 & 0.02 \\ 0.05 & 0.03 & 0.05 \\ 0.05 & 0.04 & 0.08 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & 399 & 80 \\ 319 & 101 & 0 \\ 0 & 0 & 300 \end{pmatrix} = 68.53.$$

При цьому оптимальний рівень ризику за відповідним критерієм оптимізації становить

$$R_{\min} = St_R \times T_R = \begin{pmatrix} 0.01 & 0.06 & 0.02 \\ 0.05 & 0.03 & 0.05 \\ 0.05 & 0.04 & 0.08 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 320 & 0 & 160 \\ 0 & 200 & 220 \\ 0 & 300 & 0 \end{pmatrix} = 35.4.$$

Таким чином, при збільшенні собівартості перевезень на $249917.5 - 249829.2 = 88.3$ грошових одиниць, рівень їх ризиковості зріс майже вдвічі (68.53/35.4 = 1.94). Вважатимемо, що ОПР вирішила на цьому зупинитися, а тому задача розв'язана. З другого боку, реалізацію методу послідовних поступок можна продовжити за наведеним вище алгоритмом.

Крім того, варто зазначити, що отримання повноцінного розв'язку цієї задачі неможливе без застосування спеціалізованого програмного забезпечення. При цьому функціонал відомих засобів комп'ютерної математики є недостатнім для реалізації досліджуваної бізнес-моделі. Тому варто звернути увагу на створення якісно нових програм – насамперед тих, які використовують відкритий програмний код. Це необхідно для можливості безпосереднього створення та зміни потрібної функціональності.

3.3 Особливості реалізації багатокритеріальних мультимодальних транспортних задач

Розглянемо можливість зведення багатокритеріальних мультимодальних транспортних задач до аналогічних однокритеріальних з одним засобом доставки вантажів, тобто класичних транспортних задач. Сама реалізація задач такого типу загалом неможлива без використання спеціалізованого програмного забезпечення, приклади застосування якого також будуть наведені нижче.

Побудуємо модель класичної мультимодальної транспортної задачі для трьох видів транспорту. Ця модель буде містити одну цільову функцію мінімізації S та три матриці собівартостей перевезень C^k:

$$S = C^k \times X^k \to \min,$$
$$C^k = (c_{ij}^k); X^k = (x_{ij}^k), \tag{3.33}$$

де $i = \overline{1,n},\ j = \overline{1,m}$ – кількість пунктів відправки і доставки відповідно;

$X^k, k = \overline{1,3}$ – шукані матриці опорних планів по кожному виду транспорту;

c_{ij}^k, x_{ij}^k – відповідно собівартість (за одиницю) та кількість вантажу, що перевозиться з *i*-го пункту відправки до *j*-го пункту доставки *k*-м видом транспорту.

Відношення $C^k \times X^k$ розписується як:

$$C^k \times X^k = \sum_{k=1}^{3} \sum_{i,j=1}^{n,m} c_{ij}^k \cdot x_{ij}^k, \tag{3.34}$$

тобто цільова функція задачі *S* є сумою добутків відповідних елементів матриць собівартостей і опорних планів по всіх видах транспорту.

Розширимо постановку задачі (3.33) і побудуємо модель мультимодальної транспортної задачі, яка містить дві цільові функції мінімізації – собівартості *S* та ризику *R*:

$$S(x) = C^k \times X^k \to \min,$$
$$R(x) = R^k \times X^k \to \min, \tag{3.35}$$
$$C^k = (c_{ij}^k); R^k = (r_{ij}^k); X^k = (x_{ij}^k), k = \overline{1,3},$$

де r_{ij}^k – ризик перевезення одиниці вантажу з *i*-го пункту відправки до *j*-го пункту доставки *k*-м видом транспорту (матриці ризиків R^k є відомими).

Перейдемо до задач (3.33) і (3.35).

При розв’язанні задачі (3.33) використаємо розроблений нами алгоритм визначення інтегрованого опорного плану [19]:

1. Будуємо матрицю мінімальних собівартостей *St*, яка є матрицею мінімальних (згідно з критерієм мінімізації) елементів матриць C_{ij}^k, тобто:

$$St = (St_{ij}) = \min_k (C_{ij}^k), St_{ij} = \min_k (c_{ij}^k). \tag{3.36}$$

2. Мінімізуємо цільову функцію S:

$$S(X^*) = St \times X^* = \sum_{i,j=1}^{n,m} St_{ij} \cdot x_{ij}^* \to \min, x \in D, \tag{3.37}$$

де $X^* = (x_{ij}^*)$ – матриця інтегрованого опорного плану.

3. В результаті мінімізації (3.37) одержуємо мінімальне значення цільової функції $S = S_{\min}$ і інто опорний план задачі $X = (x_{ij})$, який є оптимальним за Парето, тобто $S(x) \leq S(x^*)$. При цьому виконується умова

$$X = \sum_{k=1}^{3} X^k, x_{ij} = \sum_{k=1}^{3} x_{ij}^k, \tag{3.38}$$

тобто, опорний план X є сумою опорних планів по всіх видах транспорту.

Оскільки шуканими в задачі є матриці опорних планів X^k, то запишемо наступну систему лінійних матричних рівнянь, яка випливає з (3.37) та (3.38):

$$\begin{cases} X^1 + X^2 + X^3 = X, \\ C^1 \times X^1 + C^2 \times X^2 + C^3 \times X^3 = S_{\min}. \end{cases} \tag{3.39}$$

Зазначимо, що у випадку наявності лише двох видів транспорту система (3.39) набуде вигляду

$$\begin{cases} X^1 + X^2 = X, \\ C^1 \times X^1 + C^2 \times X^2 = S_{\min}. \end{cases} \tag{3.40}$$

Інакше кажучи, вираз (3.40), по суті, є системою двох лінійних матричних рівнянь від двох матриць. Це дає змогу висловити гіпотезу про існування єдиного розв’язку такої системи, адже її можна розв’язати в умовно явному вигляді – через зведення до такої сукупності систем:

$$\begin{cases} X^1 = X - X^2, \\ C^1 \times (X - X^2) + C^2 \times X^2 = S_{\min}. \end{cases} \text{або} \begin{cases} X^2 = X - X^1, \\ C^1 \times X^1 + C^2 \times (X - X^1) = S_{\min}. \end{cases} \tag{3.41}$$

За допомогою нескладних алгебраїчних перетворень сукупність (3.41) набуде вигляду системи

$$\begin{cases}(C^2 - C^1)\times X^2 = S_{\min} - C^1 \times X, \\ (C^1 - C^2)\times X^1 = S_{\min} - C^2 \times X.\end{cases} \tag{3.42}$$

Задачу в постановці (3.35) реалізуємо аналогічним чином, що і (3.33), але послідовно для кожного критерію оптимізації. Очевидно, в такому випадку отримаємо наступну систему рівнянь:

$$\begin{cases}X^1 + X^2 + X^3 = X, \\ C^1 \times X^1 + C^2 \times X^2 + C^3 \times X^3 = S_{\min}, \\ R^1 \times X^1 + R^2 \times X^2 + R^3 \times X^3 = R_{\min}.\end{cases} \tag{3.43}$$

При застосуванні методу визначення інтегрованого опорного плану до задачі (3.35) дійсно будуть отримані мінімальні значення цільових функцій $S = S_{\min}, R = R_{\min}$. Проте, інтегрованих опорних планів по кожному критерію оптимізації теж буде два – X_S^*, X_R^* по собівартості та ризику відповідно.

Для того щоб отримати компромісний відносно X_S^*, X_R^* опорний план X, задачу (3.35) необхідно розв’язати саме як багатокритеріальну задачу оптимізації. Для цього варто розглянути два способи: метод вагових коефіцієнтів [22] та метод послідовних поступок [23].

Згідно з методом вагових коефіцієнтів необхідно побудувати суперпозицію *F* цільових функцій *S* та *R*, мінімізувати її та отримати матрицю опорного плану X:

$$\begin{gathered}F = k_1 \cdot S + k_2 \cdot R \to \min, \\ k_1, k_2 \in R; k_1, k_2 \geq 0; k_1 + k_1 = 1.\end{gathered} \tag{3.44}$$

Як було зазначено вище, цей метод має два такі недоліки:

1. Функція *F* має невизначену розмірність (собівартість *S* вимірюється в грошових одиницях, а ризик *R* – в умовних).

2. Оскільки функція *F* мінімізується аналогічно (3.37), то виникає додаткова задача побудови матриці мінімальних собівартостей *St*. Це не є неможливим, проте ускладнює загальний процес алгоритмізації розв’язання основної задачі.

Обох цих недоліків можна уникнути, якщо при реалізації задачі (3.35) застосувати метод послідовних поступок, як це показано в [24]. Його сутність якраз і полягає в тому, що між опорними планами X_S^*, X_R^* існує такий опорний план X, який є компромісним відносно цільових функцій задачі (3.35). Одержати цей план можна через механізм послідовних поступок відносно головного критерію оптимізації (наприклад, S), за необхідністю поступово змінюючи його значення на користь другорядного критерію (тобто, R).

Насправді, такий алгоритм спонукає повернутися до методу вагових коефіцієнтів, проте в дещо іншій інтерпретації, аніж в (3.44). Частково цей підхід висвітлено в роботі [19], де досліджується не суперпозиція F цільових функцій S та R, а компромісний опорний план X як суперпозиція опорних планів X_S, X_R по кожному критерію оптимізації:

$$X = K_S \otimes X_S + K_R \otimes X_R, \tag{3.45}$$

де K_S, K_R – матриці розмірності матриць X_S, X_R, складені з відповідних елементів, властивості яких аналогічні властивостям коефіцієнтів k_1, k_2 виразу (3.44), а відношення $K \otimes X, K = (k_{ij}), X = (x_{ij})$ для випадку $i, j = \overline{1,2}$ записується як

$$K \otimes X = (k_{ij}) \otimes (x_{ij}) = \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{11} \cdot x_{11} & k_{12} \cdot x_{12} \\ k_{21} \cdot x_{21} & k_{22} \cdot x_{22} \end{pmatrix}. \tag{3.46}$$

Головним висновком щодо застосування цих методів є те, що опорний план задачі X існує, і алгоритм його визначення відомий, а тому система (3.43) має розв’язок. До того ж, такий розв’язок є гіпотетично єдиним, оскільки система (3.43) містить три рівняння та три змінні (матриці).

Таким чином, можна побудувати узагальнену схему зведення багатокритеріальної мультимодальної транспортної задачі до аналогічної однокритеріальної задачі з одним видом транспорту (рисунок 3.2).

Зазначимо, що кількість критеріїв задач (3.33) та (3.35) фактично визначає кількість лінійних матричних рівнянь у системах виду (3.39), (3.40) та (3.43). Інакше кажучи, якщо мультимодальна транспортна задача є σ-критеріальною, то розмірність відповідної системи рівнянь буде дорівнювати $\sigma+1$.

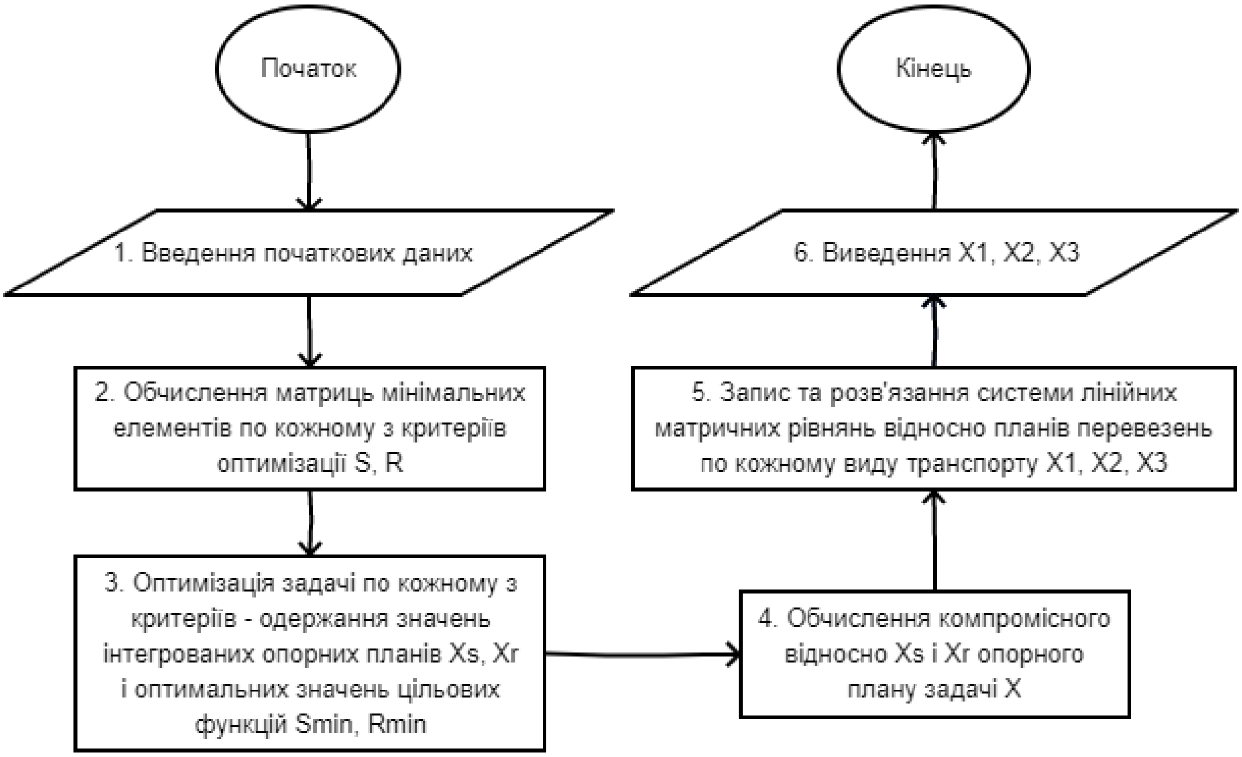

Рисунок 3.2 – Блок-схема алгоритму розв’язання багатокритеріальної мультимодальної транспортної задачі

Джерело: складено автором

Спочатку реалізуємо задачу (3.33) з одним критерієм оптимізації та трьома видами транспорту. В процесі реалізації будемо спиратися на початкові дані задачі та результати, отримані в [19], а також на алгоритм з рисунку 3.2.

Зазначимо, що для розв’язання задач (3.33) і (3.35) засобами Mathcad треба скористатися описом початкових даних у блоці Given та функціями відшукання розв’язків Find, Minerr та Minimize [25]. Функція Minimize відповідає за обчислення мінімального значення цільової функції; функції

Find та Minerr використовуються для розв'язання, наприклад, рівнянь та їх систем. При цьому відмінність між ними полягає в тому, що функція Find повертає точне значення коренів рівнянь (їх систем), а функція Minerr – результат останньої чисельної ітерації алгоритму знаходження розв'язків (і у випадку його збіжності результат роботи цієї функції буде аналогічний результату роботи функції Find).

Продемонструємо роботу алгоритму розв'язання задачі на модельному прикладі.

1. Нехай дано три матриці собівартостей по кожному виду транспорту:

$$C^1 = \begin{pmatrix} 521.25 & 397.5 & 112.5 \\ 597.5 & 473.75 & 190.05 \\ 693.75 & 591.25 & 178.75 \end{pmatrix},$$

$$C^2 = \begin{pmatrix} 435.6 & 230.0 & 76.32 \\ 485.28 & 279.36 & 149.76 \\ 469.44 & 339.84 & 110.88 \end{pmatrix},$$

$$C^3 = \begin{pmatrix} 372.02 & 250.0 & 38.0 \\ 331.36 & 223.06 & 76.0 \\ 404.32 & 296.4 & 88.16 \end{pmatrix}$$

Величини запасів у пунктах відправки та потреб пунктів доставки відповідно дорівнюють (480; 420; 300) і (320; 500; 380).

В Mathcad:

$$C1 := \begin{pmatrix} 521.25 & 397.5 & 112.5 \\ 597.5 & 473.75 & 190.05 \\ 693.75 & 591.25 & 178.75 \end{pmatrix} \quad C2 := \begin{pmatrix} 435.6 & 230 & 76.32 \\ 485.28 & 279.36 & 149.76 \\ 469.44 & 339.84 & 110.88 \end{pmatrix} \quad C3 := \begin{pmatrix} 372.02 & 250 & 38 \\ 331.36 & 223.06 & 76 \\ 404.32 & 296.4 & 88.16 \end{pmatrix}$$

$$A := \begin{pmatrix} 480 \\ 420 \\ 300 \end{pmatrix} \qquad B := \begin{pmatrix} 320 \\ 500 \\ 380 \end{pmatrix}$$

2. Обчислимо матрицю мінімальних собівартостей:

$$St := \begin{pmatrix} \min(C1_{0,0}, C2_{0,0}, C3_{0,0}) & \min(C1_{0,1}, C2_{0,1}, C3_{0,1}) & \min(C1_{0,2}, C2_{0,2}, C3_{0,2}) \\ \min(C1_{1,0}, C2_{1,0}, C3_{1,0}) & \min(C1_{1,1}, C2_{1,1}, C3_{1,1}) & \min(C1_{1,2}, C2_{1,2}, C3_{1,2}) \\ \min(C1_{2,0}, C2_{2,0}, C3_{2,0}) & \min(C1_{2,1}, C2_{2,1}, C3_{2,1}) & \min(C1_{2,2}, C2_{2,2}, C3_{2,2}) \end{pmatrix}$$

$$St = \begin{pmatrix} 372.02 & 230 & 38 \\ 331.36 & 223.06 & 76 \\ 404.32 & 296.4 & 88.16 \end{pmatrix}$$

3. Вводимо матрицю T інтегрованого опорного плану (на рис. 3.2 позначено через X), обчислюємо її оптимальне значення та відповідне значення цільової функції $S(T)$:

$$S(t) := \sum_{i=0}^{2} \sum_{j=0}^{2} \left(St_{i,j} \cdot t_{i,j}\right)$$

$$t_{2,2} := 0$$

Given

$$\sum_{j=0}^{2} t_{0,j} = A_0 \qquad \sum_{j=0}^{2} t_{1,j} = A_1 \qquad \sum_{j=0}^{2} t_{2,j} = A_2$$

$$\sum_{i=0}^{2} t_{i,0} = B_0 \qquad \sum_{i=0}^{2} t_{i,1} = B_1 \qquad \sum_{i=0}^{2} t_{i,2} = B_2$$

$$t \geq 0$$

$$T := \text{Minimize}(S, t)$$

$$T = \begin{pmatrix} 0 & 400 & 80 \\ 320 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 300 \end{pmatrix} \qquad S(T) = 2.498 \times 10^{5}$$

Одержані результати цілком збігаються з результатами, отриманими раніше в [19].

Пункт 4 алгоритму рисунка 3.2 для задачі (3.33) пропускаємо, оскільки вона не є багатокритеріальною.

5. Далі розв’яжемо систему рівнянь (3.39):

$$T1_{2,2} := 0 \qquad T2_{2,2} := 0.1 \qquad T3_{2,2} := 0$$

Given

$$\sum_{i=0}^{2}\sum_{j=0}^{2}\left(C1_{i,j}\cdot T1_{i,j} + C2_{i,j}\cdot T2_{i,j} + C3_{i,j}\cdot T3_{i,j}\right) = S(T)$$

$$T1 + T2 + T3 = T$$

$$T1 \ge 0 \qquad T2 \ge 0 \qquad T3 \ge 0$$

$$V := \mathrm{Find}(T1, T2, T3)$$

6. Остаточно:

$$V_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad V_1 = \begin{pmatrix} 0 & 400 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad V_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 80 \\ 320 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 300 \end{pmatrix}$$

Це означає, що при перевезенні вантажів перший вид транспорту використовуватися не буде; другий буде використано для перевезення 400 одиниць вантажу з першого пункту відправки до другого пункту доставки; увесь інший вантаж буде доставлено за допомогою третього виду транспорту.

Проведемо верифікацію одержаних результатів – розв’яжемо засобами Mathcad задачу (3.33) з тими самими початковими даними, але іншим, вже відомим методом оптимізації [26]:

$$C1 := \begin{pmatrix} 521.25 & 397.5 & 112.5 \\ 597.5 & 473.75 & 190.05 \\ 693.75 & 591.25 & 178.75 \end{pmatrix} \quad C2 := \begin{pmatrix} 435.6 & 230 & 76.32 \\ 485.28 & 279.36 & 149.76 \\ 469.44 & 339.84 & 110.88 \end{pmatrix} \quad C3 := \begin{pmatrix} 372.02 & 250 & 38 \\ 331.36 & 223.06 & 76 \\ 404.32 & 296.4 & 88.16 \end{pmatrix}$$

$$A := \begin{pmatrix} 480 \\ 420 \\ 300 \end{pmatrix} \qquad B := \begin{pmatrix} 320 \\ 500 \\ 380 \end{pmatrix}$$

$$S(T1, T2, T3) := \sum_{i=0}^{2} \sum_{j=0}^{2} \left[\left(C1_{i,j} \cdot T1_{i,j}\right) + \left(C2_{i,j} \cdot T2_{i,j}\right) + \left(C3_{i,j} \cdot T3_{i,j}\right) \right]$$

$$T1_{2,2} := 0 \quad T2_{2,2} := 0 \quad T3_{2,2} := 0$$

Given

$$\sum_{j=0}^{2} \left(T1_{0,j} + T2_{0,j} + T3_{0,j}\right) = A_0 \qquad \sum_{j=0}^{2} \left(T1_{1,j} + T2_{1,j} + T3_{1,j}\right) = A_1$$

$$\sum_{i=0}^{2} \left(T1_{i,0} + T2_{i,0} + T3_{i,0}\right) = B_0 \qquad \sum_{i=0}^{2} \left(T1_{i,1} + T2_{i,1} + T3_{i,1}\right) = B_1$$

$$\sum_{j=0}^{2} \left(T1_{2,j} + T2_{2,j} + T3_{2,j}\right) = A_2 \qquad \sum_{i=0}^{2} \left(T1_{i,2} + T2_{i,2} + T3_{i,2}\right) = B_2$$

$$T1 \geq 0 \quad T2 \geq 0 \quad T3 \geq 0$$

$$V := \text{Minimize}(S, T1, T2, T3)$$

$$V_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad V_1 = \begin{pmatrix} 0 & 400 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad V_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 80 \\ 320 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 300 \end{pmatrix}$$

$$St := V_0 + V_1 + V_2 \qquad St = \begin{pmatrix} 0 & 400 & 80 \\ 320 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 300 \end{pmatrix} \qquad S\left(V_0, V_1, V_2\right) = 2.498 \times 10^5$$

Очевидно, що результати реалізації задачі (3.33), одержані різними методами, збігаються.

Далі розв'яжемо багатокритеріальну задачу (3.35). Для цього спочатку необхідно реалізувати однокритеріальну задачу, аналогічну задачі (3.33), для цільової функції ризику *R* (початкові дані також беремо з [19]):

Матриці ризиків перевезень:

$$R1 := \begin{pmatrix} 0.02 & 0.08 & 0.02 \\ 0.07 & 0.08 & 0.07 \\ 0.07 & 0.08 & 0.09 \end{pmatrix} \qquad R2 := \begin{pmatrix} 0.03 & 0.07 & 0.03 \\ 0.09 & 0.04 & 0.05 \\ 0.06 & 0.07 & 0.08 \end{pmatrix} \qquad R3 := \begin{pmatrix} 0.01 & 0.06 & 0.02 \\ 0.05 & 0.03 & 0.06 \\ 0.05 & 0.04 & 0.08 \end{pmatrix}$$

Запаси в пунктах відправки: Потреби пунктів доставки:

$$A := \begin{pmatrix} 480 \\ 420 \\ 300 \end{pmatrix} \qquad B := \begin{pmatrix} 320 \\ 500 \\ 380 \end{pmatrix}$$

$$St := \begin{pmatrix} \min(R1_{0,0}, R2_{0,0}, R3_{0,0}) & \min(R1_{0,1}, R2_{0,1}, R3_{0,1}) & \min(R1_{0,2}, R2_{0,2}, R3_{0,2}) \\ \min(R1_{1,0}, R2_{1,0}, R3_{1,0}) & \min(R1_{1,1}, R2_{1,1}, R3_{1,1}) & \min(R1_{1,2}, R2_{1,2}, R3_{1,2}) \\ \min(R1_{2,0}, R2_{2,0}, R3_{2,0}) & \min(R1_{2,1}, R2_{2,1}, R3_{2,1}) & \min(R1_{2,2}, R2_{2,2}, R3_{2,2}) \end{pmatrix}$$

$$St = \begin{pmatrix} 0.01 & 0.06 & 0.02 \\ 0.05 & 0.03 & 0.05 \\ 0.05 & 0.04 & 0.08 \end{pmatrix}$$

$$R(t) := \sum_{i=0}^{2} \sum_{j=0}^{2} \left(St_{i,j} \cdot t_{i,j}\right)$$

$$t_{2,2} := 0$$

$$R(t) := \sum_{i=0}^{2}\sum_{j=0}^{2}\left(St_{i,j}\cdot t_{i,j}\right)$$

$$t_{2,2} := 0$$

Given

$$\sum_{j=0}^{2} t_{0,j} = A_0 \qquad \sum_{j=0}^{2} t_{1,j} = A_1 \qquad \sum_{j=0}^{2} t_{2,j} = A_2$$

$$\sum_{i=0}^{2} t_{i,0} = B_0 \qquad \sum_{i=0}^{2} t_{i,1} = B_1 \qquad \sum_{i=0}^{2} t_{i,2} = B_2$$

$$t \geq 0$$

$$T := \mathrm{Minimize}(R, t)$$

$$T = \begin{pmatrix} 100 & 0 & 380 \\ 0 & 420 & 0 \\ 220 & 80 & 0 \end{pmatrix} \qquad R(T) = 35.4$$

$$T1_{2,2} := 0.1 \qquad T2_{2,2} := 0.1 \qquad T3_{2,2} := 0.1$$

Given

$$\sum_{i=0}^{2}\sum_{j=0}^{2}\left(R1_{i,j}\cdot T1_{i,j} + R2_{i,j}\cdot T2_{i,j} + R3_{i,j}\cdot T3_{i,j}\right) = R(T)$$

$$T1 + T2 + T3 = T$$

$$T1 \geq 0 \qquad T2 \geq 0 \qquad T3 \geq 0$$

$$V := \mathrm{Find}(T1, T2, T3)$$

$$V_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 280.141 \\ 0 & 0 & 0 \\ 8.56\times 10^{-12} & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad V_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad V_2 = \begin{pmatrix} 100 & 0 & 99.859 \\ 0 & 420 & 0 \\ 220 & 80 & 0 \end{pmatrix}$$

Одержане значення *T* відрізняється від того, яке було отримане в [19]. Проте, легко показати, що

$$St \times T = \begin{pmatrix} 0.01 & 0.06 & 0.02 \\ 0.05 & 0.03 & 0.05 \\ 0.05 & 0.04 & 0.08 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 100 & 0 & 380 \\ 0 & 420 & 0 \\ 220 & 80 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0.01 & 0.06 & 0.02 \\ 0.05 & 0.03 & 0.05 \\ 0.05 & 0.04 & 0.08 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 320 & 0 & 160 \\ 0 & 200 & 220 \\ 0 & 300 & 0 \end{pmatrix} = 35.4,$$

тобто обидва розв'язки (значення T) є правильними.

На цьому етапі реалізації поставленої задачі варто розрізняти між собою матриці компромісних опорних планів T по кожному з критеріїв оптимізації: собівартості та ризику відповідно – T_S, T_R. Запишемо ці матриці на основі проведених раніше розрахунків:

$$T_S = \begin{pmatrix} 0 & 400 & 80 \\ 320 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 300 \end{pmatrix}, T_R = \begin{pmatrix} 100 & 0 & 380 \\ 0 & 420 & 0 \\ 220 & 80 & 0 \end{pmatrix} \qquad (3.47)$$

Тепер матриця T – компромісна відносно матриць (3.47). Обчислимо її в середовищі Mathcad згідно з формулами (3.45) і (3.46):

$$Ts := \begin{pmatrix} 0 & 400 & 80 \\ 320 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 300 \end{pmatrix} \qquad Tr := \begin{pmatrix} 100 & 0 & 380 \\ 0 & 420 & 0 \\ 220 & 80 & 0 \end{pmatrix}$$

$$Ks := \begin{pmatrix} 0.59 & 0.51 & 0.55 \\ 0.57 & 0.53 & 0.52 \\ 0.54 & 0.56 & 0.58 \end{pmatrix} \qquad Kr := \begin{pmatrix} 0.41 & 0.49 & 0.45 \\ 0.43 & 0.47 & 0.48 \\ 0.46 & 0.44 & 0.42 \end{pmatrix}$$

$$T := \begin{pmatrix} Ks_{0,0} \cdot Ts_{0,0} + Kr_{0,0} \cdot Tr_{0,0} & Ks_{0,1} \cdot Ts_{0,1} + Kr_{0,1} \cdot Tr_{0,1} & Ks_{0,2} \cdot Ts_{0,2} + Kr_{0,2} \cdot Tr_{0,2} \\ Ks_{1,0} \cdot Ts_{1,0} + Kr_{1,0} \cdot Tr_{1,0} & Ks_{1,1} \cdot Ts_{1,1} + Kr_{1,1} \cdot Tr_{1,1} & Ks_{1,2} \cdot Ts_{1,2} + Kr_{1,2} \cdot Tr_{1,2} \\ Ks_{2,0} \cdot Ts_{2,0} + Kr_{2,0} \cdot Tr_{2,0} & Ks_{2,1} \cdot Ts_{2,1} + Kr_{2,1} \cdot Tr_{2,1} & Ks_{2,2} \cdot Ts_{2,2} + Kr_{2,2} \cdot Tr_{2,2} \end{pmatrix}$$

Також врахуємо обмеження задачі по запасах пунктів відправки та потребах пунктів доставки:

$$A := \begin{pmatrix} 480 \\ 420 \\ 300 \end{pmatrix} \qquad B := \begin{pmatrix} 320 \\ 500 \\ 380 \end{pmatrix}$$

Given

$$\sum_{j=0}^{2} T_{0,j} = A_0 \qquad \sum_{j=0}^{2} T_{1,j} = A_1 \qquad \sum_{j=0}^{2} T_{2,j} = A_2$$

$$\sum_{i=0}^{2} T_{i,0} = B_0 \qquad \sum_{i=0}^{2} T_{i,1} = B_1 \qquad \sum_{i=0}^{2} T_{i,2} = B_2$$

$$T \geq 0$$

$$T := \mathrm{Minerr}(T)$$

$$T = \begin{pmatrix} 41 & 231.703 & 207.297 \\ 171.843 & 246.032 & 2.125 \\ 107.157 & 22.265 & 170.578 \end{pmatrix}$$

Далі запишемо та розв’яжемо систему лінійних матричних рівнянь виду (3.43):

З попередніх даних і розрахунків:

$$Smin := 249800 \qquad Rmin := 35.4$$

$$C1 := \begin{pmatrix} 521.25 & 397.5 & 112.5 \\ 597.5 & 473.75 & 190.05 \\ 693.75 & 591.25 & 178.75 \end{pmatrix} \quad C2 := \begin{pmatrix} 435.6 & 230 & 76.32 \\ 485.28 & 279.36 & 149.76 \\ 469.44 & 339.84 & 110.88 \end{pmatrix} \quad C3 := \begin{pmatrix} 372.02 & 250 & 38 \\ 331.36 & 223.06 & 76 \\ 404.32 & 296.4 & 88.16 \end{pmatrix}$$

$$R1 := \begin{pmatrix} 0.02 & 0.08 & 0.02 \\ 0.07 & 0.08 & 0.07 \\ 0.07 & 0.08 & 0.09 \end{pmatrix} \quad R2 := \begin{pmatrix} 0.03 & 0.07 & 0.03 \\ 0.09 & 0.04 & 0.05 \\ 0.06 & 0.07 & 0.08 \end{pmatrix} \quad R3 := \begin{pmatrix} 0.01 & 0.06 & 0.02 \\ 0.05 & 0.03 & 0.06 \\ 0.05 & 0.04 & 0.08 \end{pmatrix}$$

$$T1_{2,2} := 0.1 \qquad T2_{2,2} := 0 \qquad T3_{2,2} := 0$$

Given

$$\sum_{i=0}^{2}\sum_{j=0}^{2}\left(C1_{i,j}\cdot T1_{i,j} + C2_{i,j}\cdot T2_{i,j} + C3_{i,j}\cdot T3_{i,j}\right) = Smin$$

$$\sum_{i=0}^{2}\sum_{j=0}^{2}\left(R1_{i,j}\cdot T1_{i,j} + R2_{i,j}\cdot T2_{i,j} + R3_{i,j}\cdot T3_{i,j}\right) = Rmin$$

$$T1 + T2 + T3 = T$$

$$T1 \ge 0 \qquad T2 \ge 0 \qquad T3 \ge 0$$

$$V := Minerr(T1, T2, T3)$$

$$V_0 = \begin{pmatrix} -0.998 & -1.166 & -0.41 \\ -1.819 & -2.266 & -0.805 \\ -1.947 & -2.332 & -0.676 \end{pmatrix} \qquad V_1 = \begin{pmatrix} -0.705 & -0.068 & -0.388 \\ -1.557 & -0.487 & -0.228 \\ -0.536 & -0.771 & -0.125 \end{pmatrix}$$

$$V_2 = \begin{pmatrix} 40.479 & 230.497 & 207.531 \\ 172.509 & 247.026 & 1.674 \\ 106.528 & 23.028 & 169.474 \end{pmatrix}$$

Таким чином, для задачі (3.35) всі перевезення повинні бути виконані за допомогою третього виду транспорту.

3.4 Висновки

Проведено дослідження питання визначення рівня ризику мультимодальних вантажних транспортних перевезень. Як основні моделі таких перевезень приймаються мультимодальні транспортні задачі як окремий клас задач оптимізації. Реалізовано задачу побудови цільових функцій мінімізації ризиків мультимодальних транспортних перевезень.

Розглянуто класичну транспортну задачу, постановка якої передбачає визначення оптимального плану транспортних перевезень з кількох пунктів відправки до кількох пунктів доставки вантажів. Замість критерію мінімальної собівартості таких перевезень як цільову функцію прийнято мінімізацію рівня їх ризику. Показано, що значення параметрів ризикової функції оптимізації мають ймовірнісну природу. Для їх визначення застосовано метод факторного аналізу в матричній формі, або матричний факторний аналіз.

Роботу цього методу продемонстровано на модельному прикладі. Обчислення параметрів цільової функції проведено як вручну, так і за допомогою програми MS Excel. Показано, що результати реалізації поставленої задачі в обох випадках є ідентичними.

Надалі метод матричного факторного аналізу може бути застосований при реалізації інших задач цього типу. Зокрема, цей метод може розглядатися як основа алгоритмів розв'язання таких задач у спеціалізованих програмних середовищах.

Виконано розширений варіант постановки цільової функції ризику мультимодальної транспортної задачі. Наведено алгоритм знаходження параметрів цієї функції, запропоновано застосування методу факторного аналізу (в уточненій формі) для їх визначення. Роботу цього алгоритму також продемонстровано на модельних даних.

Отримані результати досить вдало корелюють з класичною постановкою мультимодальної транспортної задачі і надалі можуть бути використані при реалізації багатокритеріальних мультимодальних транспортних задач. Цільова функція ризику побудована для трьох видів транспорту (автомобільного, залізничного, річкового), проте така постановка задачі дослідження може бути поширена на будь-яку скінченну кількість засобів доставки вантажів. Для випадку класичної постановки задачі дослідження показано, що застосування методу факторного аналізу дає більш конкретизовану аналітичну інтерпретацію такої постановки задачі в процесі її реалізації. Відповідно, аналогічний підхід може бути використаний при розв'язанні інших задач подібного типу.

Наступні дослідження можуть бути присвячені застосуванню елементів такого методу як груповий факторний аналіз при відшуканні значень параметрів ризикової функції мінімізації. Зокрема, варто дослідити побудову різних ієрархій факторів впливу, які, в свою чергу, безумовно, вплинуть на кінцевий вигляд цільової функції ризику в поставленій задачі.

Було проаналізовано відомі методи багатокритеріальної оптимізації та описано алгоритм методу послідовних поступок для бізнес-моделі мультимодального транспортного підприємства, яка передбачає наявність двох цільових функцій мінімізації собівартості та ризику транспортних перевезень. Показано, що цей метод є більш ефективним для реалізації досліджуваної бізнес-моделі, порівнюючи з тими методами багатокритеріальної оптимізації, які використовують згортку цільових функцій (метод зважених сум тощо).

Роботу методу послідовних поступок для реалізації багатокритеріальної бізнес-моделі мультимодального транспортного підприємства продемонстровано на модельних даних. Показано, що повноцінна реалізація цього методу для подібних моделей можлива лише за допомогою розробки спеціалізованого програмного забезпечення, бажано з відкритим кодом.

Очевидно, що метод послідовних поступок не є єдиним методом реалізації досліджуваної бізнес-моделі. Надалі варто зосередитися на вивченні та адаптації інших відомих методів багатокритеріальної оптимізації, які можна застосувати до розв'язування поставленої задачі.

При реалізації мультимодальних транспортних задач із одним та багатьма критеріями оптимізації для побудови опорних планів було використано запропонований нами метод визначення інтегрованого опорного плану. Алгоритм цього методу доповнений та розширений за рахунок побудови систем лінійних матричних рівнянь. Показано, що у випадку багатокритеріальної транспортної задачі доречно використовувати такі методи оптимізації, як метод вагових коефіцієнтів та метод послідовних поступок, які попередньо адаптовані під відповідну модель задачі. Ці методи доволі вдало підходять для відшукання компромісних опорних планів поставлених задач.

Таким чином, продемонстровано можливість зведення σ-критеріальної мультимодальної транспортної задачі до класичної транспортної задачі – через побудову системи лінійних матричних рівнянь розмірності $\sigma + 1$. Розв’язання поставлених задач проведено за допомогою спеціалізованого програмного забезпечення – всі задачі реалізовано в середовищі Mathcad.

Під час проведення подальших досліджень варто зосередитися на вивченні оптимальності різних підходів до реалізації багатокритеріальних мультимодальних транспортних задач, а також порівнянні їх ефективності та збіжності. Крім того, цікавою видається проблема дослідження кількості розв’язків таких задач. Де-факто при розробці та застосуванні методу визначення інтегрованого опорного плану транспортної задачі нами була побудована алгебра матричних відношень, властивості якої теж можуть стати предметом наукового інтересу.

Список використаних джерел до розділу 3

1. Zabolotnii S., Mogilei S. Application of the matrix factor analysis method for determining parameters of the objective function for transport risk minimization. *Informatyka, Automatyka, Pomiary w Gospodarce i Ochronie Środowiska – IAPGOS (Informatics, Control, Measurement in Economy and Environmental Protection).* 2021. No. 1. P. 40–43. URL: http://doi.org/10.35784/iapgos.2578

2. Boyd K. C. Factor analysis. *The Routledge Handbook of Research Methods in the Study of Religion.* Taylor and Francis, 2013. P. 204–216. URL: https://doi.org/10.4324/9780203154281-22

3. Zabolotnii S., Mogilei S. The methods for determining the parameters of the objective function of multimodal transportation risk. *Proc. V International Scientific-Practical Conference "ITEST-2020"*. 2020. P. 114–115.

4. Klami A., Virtanen S., Leppaaho E., Kaski S. Group factor analysis. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems.* 2015. Vol. 26 (9). P. 2136–2147. URL: http://doi.org/10.1109/TNNLS.2014.2376974

5. Deliana Y., Ishaq I. The Promotion of Persimmon became a High Value Commodity Confirmatory Factor Analisys (Case in Garut West Java, Indonesia). *Research Journal of Management Sciences.* 2014. No. 3(2). P. 1–9.

6. Journal I., Factor I. Computational and mathematical methods in medicine. *BioMed Research International.* 2015. No. 1. P. 2–4.

7. Jennrich R. I., Bentler P. M. Exploratory Bi-factor analysis. *Psychometrika*. 2011. Vol. 76 (4). P. 537–549. doi: 10.1007/s11336-011-9218-4

8. Zhao S., Gao C., Mukherjee S., Engelhardt B. E. Bayesian group factor analysis with structured sparsity. *Journal of Machine Learning Research*. 2016. Vol. 17. P. 1–47.

9. Virtanen S., Klami A., Khan S. A., Kaski S. Bayesian group factor analysis. *The Journal of Machine Learning Research*. 2012. Vol. 22. P. 1269–1277.

10. Zabolotnii S., Honcharov A., Mogilei S. Factor analysis method application for constructing objective functions of optimization in multimodal transport problems.

Informatyka, Automatyka, Pomiary w Gospodarce i Ochronie Środowiska – IAPGOS (Informatics, Control, Measurement in Economy and Environmental Protection). 2021. No. 4. P. 28–31. URL: http://doi.org/10.35784/iapgos.2788

11. Zabolotnii S., Mogilei S. Optimization of the method of constructing reference plans of multimodal transport problem. *Technological Audit and Production Reserves.* 2019. No. 2 (45). P. 15–20. URL: http://doi.org/10.15587/2312-8372.2019.154561

12. Norton M. D., Royset J. O. Diametrical Risk Minimization: theory and computations. *Machine Learning*. 2021. https://doi.org/10.1007/s10994-021-06036-0

13. Manwani N., Sastry P. S. Noise tolerance under risk minimization. IEEE *Transactions on Cybernetics.* 2013. No. 43(3). P. 1146–1151. https://doi.org/10.1109/TSMCB.2012.2223460

14. Chandrakantha L. Using excel solver in optimization problems. John Jay College of Criminal Justice of CUNY. 2014. P. 42–49.

15. Ezeokwelume O., Solving linear programming problems and transportation problems using excel solver. *International Journal of Scientific & Engineering Research.* 2016. Vol. 7 (9). P. 134–142.

16. Vats B., Kumar Singh A. Solving transportation problem using excel solver for an optimal solution. *MIT International Journal of Mechanical Engineering*. 2016. Vol. 6 (1). P. 18–20.

17. Ovcharuk V., Vovkodav N., Kryvets T., Ovcharuk I. Linear programming in Mathcad on the example of solving the transportation problem. *Scientific Works of NUFT.* 2015. Vol. 21 (4). P. 110–117.

18. Sengamalaselvi J. Solving transportation problem by using Matlab. *International Journal of Engineering Sciences & Research Technology*. 2017. Vol. 6 (1). P. 374–381. doi: 10.5281/zenodo.259588

19. Constructing reference plans of two-criteria multimodal transport problem / J. Su, K. Przystupa, S. Zabolotnii, V. Pohrebennyk, S. Mogilei, L. Gil, W. Song. *Transport and Telecommunication*. 2021. Vol. 22. No. 2. P. 129–140.

doi: https://doi.org/10.2478/ttj-2021-0010

20. Марко М. Я., Цегелик Г. Г. Використання методу послідовних поступок для розв’язування задачі підвищення рентабельності виробництва малого підприємства. *Наукові записки*. 2017. № 1 (54). С. 141–146.

21. Гончаров А. В., Могілей С. О. Застосування методу Штейнера для побудови опорних планів мультимодальних транспортних задач. *Обробка сигналів і негаусівських процесів*: зб. тез доп. учасників восьмої Міжнар. наук. конф. Черкаси, 2021. С. 93–94.

22. Choi J. H., Kim M. H., Feng L., Lee C., Jung, H. K. A new weighted correlation coefficient method to evaluate reconstructed brain electrical sources. *Journal of Applied Mathematics.* 2012. https://doi.org/10.1155/2012/251295

23.Dovha N., Tsehelyk H. Using the method of successive concessions for solving the problem of increasing cost price. *Young Scientist.* 2020. Vol. 10 (86). URL: https://doi.org/10.32839/2304-5809/2020-10-86-6

24.Гончаров А. В., Могілей С. О. Методи реалізації багатокритеріальних бізнес-моделей мультимодальних транспортних підприємств. *Математичне та комп’ютерне моделювання. Серія: Технічні науки*: зб. наук. пр. Кам’янець-Подільський нац. ун-т ім. І. Огієнка, 2021. Вип. 22. С. 50–58. URL: https://doi.org/10.32626/2308-5916.2021-22.50-58

25. Gubina S. The solution of optimization problems by means of Mathcad and MS Excel. *Actual Directions of Scientific Researches of the XXI Century: Theory and Practice*. 2016. Vol. 2 (5). P. 268–270. URL: https://doi.org/10.12737/6402

26. Гончаров А. В., Могілей С. О. Реалізація мультимодальних транспортних задач в різних програмних середовищах. *Вісник Черкаського державного технологічного університету.* 2020. № 3. С. 67–74.

РОЗДІЛ 4
ПОБУДОВА WEB-ОРІЄНТОВАНОЇ ІНФОРМАЦІЙНО-УПРАВЛЯЮЧОЇ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ МУЛЬТИМОДАЛЬНИМ ТРАНСПОРТНИМ ХАБОМ

4.1 Багатокритеріальна мультимодальна бізнес-модель як основа інформаційно-управляючої системи

Практичне застосування розробленої вище багатокритеріальної мультимодальної бізнес-моделі може бути продемонстроване за допомогою побудови деякої інформаційно-управляючої системи (ІУС). Під останньою розуміється певна цілісна система засобів, методів та виконавців, які забезпечують необхідною і достатньою інформацією реалізацію всіх заходів процесу управління; тобто це – інтегрована система, спеціально призначена для допомоги менеджерам різних рівнів у плануванні, здійсненні та контролі діяльності своєї бізнес-структури [1].

До будь-якої інформаційно-управляючої системи входять наступні складові:

1. Джерела зберігання та надання інформації.

Фактично, це та інформація, яка є корисною для функціонування системи. Зазначимо, що така інформація може використовуватися як безпосередньо, так і після додаткової обробки (розрахунків, систематизації, узагальнення показників тощо).

2. Матеріально-технічна база.

До цієї складової відноситься все програмне та апаратне забезпечення системи: сервери, комп’ютери, використовувані програмні продукти, периферійні пристрої та інші засоби зберігання та передачі інформації.

3. Канали передачі інформації.

Йдеться про всі рівні комунікації в межах системи, призначенням яких є постійне поповнення та отримання інформації.

4. Виконавці.

Безпосередні виконавці процесів передачі інформації – як ті, хто роблять запити на її отримання, так і ті, хто є її джерелами.

Очевидно, що кожна інформаційно-управляюча система має свої сутнісні особливості, які вирізняють її з-поміж інших ІУС. Визначальною в цьому відношенні є та модель, яка покладена в основу архітектури системи.

Тому далі варто визначити особливості інтелектуальної системи управління, в основу якої покладено багатокритеріальну мультимодальну бізнес-модель:

1. Джерела зберігання та надання інформації.

Такі джерела варто поділяти на зовнішні та внутрішні.

До зовнішніх джерел можуть відноситися дані навігаційних сервісів, які надають оперативну інформацію стосовно відстаней між населеними пунктами, стану шляхів сполучення, рівня їх аварійності тощо. Крім того, сюди ж відносяться законодавчі джерела (наприклад певні нормативні параметри), дані статистичних органів, наукових установ та організацій та ін.

Внутрішні джерела – це ті, які безпосередньо входять до структури ІУС. Зокрема, до них відносять різні оперативні дані (залишки товарів на складах, потреби пунктів доставки вантажів, вартість перевезень тощо), а також ту інформацію, яка регламентована внутрішніми розпорядженнями та відноситься до умовно-сталих показників (наприклад величини парків по кожному виду транспорту, норми витрат пального, час, відведений на виконання кожної з бізнес-операцій, та ін.).

2. Матеріально-технічна база.

Головною особливістю матеріально-технічного забезпечення цієї інтелектуальної системи управління має бути її висока ефективність та продуктивність, яка досягається за допомогою: оптимальної програмної архітектури ІУС; повноцінного апаратного забезпечення; надійних засобів комунікації та передачі даних тощо.

3. Канали передавання інформації.

Мають бути забезпечені швидкість, надійність та безпека передавання даних, насамперед від зовнішніх джерел інформації. Що ж до внутрішніх джерел, то рівень їхньої якості повинен забезпечуватися максимально ефективною архітектурою системи.

4. Виконавці.

До побудови та підтримки роботи системи повинні бути залучені висококваліфіковані фахівці в сфері транспортної логістики, програмної інженерії, економіки і менеджменту, аналізу та розробки програмного забезпечення і телекомунікацій.

Описані особливості подаємо у вигляді таблиці 4.1.

Надалі варто зосередитися на описі саме архітектури досліджуваної інформаційно-управляючої системи, оскільки саме від неї залежить загальна працездатність цієї системи. Тобто архітектура міститиме опис як усіх джерел інформації, так і каналів її передавання, а також низку відомостей з точки зору розробки відповідного програмного забезпечення.

Таблиця 4.1 – Особливості складових ІУС для багатокритеріальної мультимодальної бізнес-моделі

№ з/п	Назва складової	Особливості
1	Джерела зберігання та надання інформації	Зовнішні і внутрішні джерела, які зберігають та надають логістичну, фінансову та нормативну інформацію
2	Матеріально-технічна база	Новітнє програмне забезпечення; оптимальна архітектура ІУС; надійне і повноцінне апаратне забезпечення засобами комунікації та зв’язку
3	Канали передавання інформації	Якісні, надійні, швидкі та безпечні, особливо для зовнішніх джерел
4	Виконавці	Логісти, інженери, розробники програмного забезпечення, системні аналітики та аналітики даних, спеціалісти з телекомунікаційних систем, економісти тощо

Джерело: складено автором

Спроби побудувати досліджувану інформаційно-управляючу систему окремо для залізничного виду транспорту були реалізовані в [2] і [3]. Більш загальний приклад проекту розробки інтелектуальної системи управління, основою якої є багатокритеріальна мультимодальна бізнес-модель, наведемо для мультимодального транспортного хабу.

4.2 Створення мультимодальних транспортних хабів та інформаційно-управляючих систем керування ними

Проблема реалізації транспортних перевезень на великі відстані часто потребує досить складних логістичних рішень. У випадку пасажирських перевезень необхідно планувати одну або декілька пересадок, а у випадку вантажних – використання перевантажувальних транспортних вузлів (хабів, терміналів). Втім, спільним у пасажирських та вантажних перевезень є те, що в процесі реалізації вони майже завжди використовують кілька видів транспорту, тобто, є мультимодальними [4].

Завдяки своєму вдалому географічному розташуванню Україна має величезний транспортний потенціал. Знаходячись фактично в самому центрі Європи, наша держава – територіально одна з найбільших країн континенту – здатна стати її транзитним лідером [5]. Проте слабка інтегрованість вітчизняної транспортної системи в загальноєвропейську стає на заваді подібним амбітним планам.

З другого боку, такий стан речей не повинен заважати розвитку української транспортної інфраструктури всередині країни. Маючи досить розгалужену мережу автомобільних та залізничних шляхів, велику кількість судноплавних річок та аеропорти в усіх великих містах, Україна здатна побудувати потужну комплексну транспортну систему, орієнтовану, в першу чергу, на задоволення внутрішніх потреб у якісній логістиці. В основу концепції новітньої транспортної системи України пропонується покласти підхід, який передбачає створення на базі деяких міст мультимодальних транспортних хабів. Одним із таких міст може стати адміністративний центр Черкаської області – місто Черкаси.

Транспортний хаб (від англ. hub – центр уваги, інтересу або діяльності) в спрощеному розумінні трактується як транспортний вузол. Мультимодальний транспортний хаб – це такий населений пункт (кілька пунктів чи територій), який є транспортним вузлом одночасно для кількох видів транспорту. Відповідно, одномодальний (автомобільний / залізничний / річковий тощо) транспортний хаб є вузлом лише для одного виду транспорту.

Науковці різних країн вже протягом тривалого часу звертають свою увагу на проблематику побудови вузлових транспортних мереж. Зокрема, подібні задачі розглядалися ще наприкінці минулого століття [6]. Однак і в наш час вони також є актуальними – так, для поточного дослідження використання досвіду, описаного в [7], видається доволі корисним.

Повертаючись до тематики цієї роботи, зазначимо, що Черкаси – одне з найбільших міст центральної України. Воно розташовано на березі Дніпра – головної річкової артерії нашої країни. В місті є річковий та вантажний порти, а також аеропорт, який практично не приймає пасажирські рейси і тому може повністю використовуватися як вантажний. Залізничні перевезення також здебільшого є вантажними – і хоча Черкаси не є залізничним вузлом, проте суттєвою перевагою є наявність в районі міста залізничного мосту через Дніпро. На додачу слід зауважити, що є підстави вважати Черкаси великим автомобільним вузлом регіону.

Зважаючи на все наведене вище, зазначимо, що питання створення на базі міста Черкаси мультимодального транспортного хабу є доволі актуальним. Крім того, очевидно, що процес управління таким хабом має бути максимально автоматизованим. Тому метою пропонованого дослідження є визначення основних особливостей проекту розробки інтелектуальної системи управління мультимодальним транспортним хабом.

Ідея створення мультимодального транспортного хабу на базі того чи іншого міста не є новою в українських реаліях. Так, свого часу представниками місцевої обласної адміністрації було запропоновано створити транспортний хаб на базі міста Херсон [8]. Порівняно з Черкасами, це місто має низку переваг, серед яких:

1) відновлений та стабільно функціонуючий аеропорт;

2) розвинене залізничне сполучення;

3) вихід до моря (морські порти Херсона та Скадовська).

З другого боку, можна назвати і недоліки:

1) висока конкуренція з боку портів Великої Одеси (міста Южний, Чорноморськ, Одеса) та Миколаєва;

2) суттєва віддаленість від більшості інших регіонів України;

3) географічна близькість до окупованої території Кримського півострова як джерела можливої нестабільності в цій частині Чорного моря;

4) Херсонська область – курортний регіон, тому його транспортні потужності значною мірою задіяні під пасажирські, а не вантажні перевезення.

Крім того, проект Херсонського транспортного хабу є інвестиційним. Безпосередньо він не передбачає розробку жодного спеціалізованого програмного забезпечення з метою комплексного управління транспортною інфраструктурою хабу. В свою чергу, беручи до уваги наявність кількох видів транспорту, які функціонують у межах такого хабу, можна говорити про те, що в основу інтелектуальної системи управління ним має бути покладена модель мультимодальної транспортної задачі.

Постановка (однокритеріальної) мультимодальної транспортної задачі наведена в [9] і для чотирьох (автомобільного, залізничного, річкового та повітряного) видів транспорту виглядає наступним чином:

$$S(x,y,z,t)=\sum_{i,j=1}^{m,n} a_{ij}x_{ij}+\sum_{i,j=1}^{m,n} b_{ij}y_{ij}+\sum_{i,j=1}^{m,n} c_{ij}z_{ij}+\sum_{i,j=1}^{m,n} d_{ij}t_{ij}\to \min,\quad x,y,z,t\in D. \tag{4.1}$$

де $i = \overline{1,n},\ j = \overline{1,m}$ – n пунктів відправки та m пунктів доставки відповідно;

$x = (x_{ij}), y = (y_{ij}), z = (z_{ij}), t = (t_{ij})$ – кількість одиниць товару, що перевозиться з i-го пункту відправки до j-го пункту доставки, відповідно, автомобільним, залізничним, річковим та повітряним транспортом (шукані величини);

$a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, d_{ij}$ – вартість перевезення одиниці товару з i-го пункту відправки до j-го пункту доставки, відповідно, автомобільним, залізничним та водним транспортом;

S(x,y,z,t) – функція собівартості.

За умови наявності великої кількості пунктів відправки та доставки вантажів реалізація задачі (4.1) звичайними програмними засобами може значно ускладнитися. Саме тому необхідно застосувати більш комплексний підхід до її реалізації в контексті створення транспортного хабу в м. Черкаси.

Для реалізації задачі (4.1) у відповідній інформаційно-управляючій системі повинні міститися дані щодо кількості пунктів відправки і доставки (тобто $i = \overline{1,n},\ j = \overline{1,m}$), а також $a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, d_{ij}$ – собівартостей транспортних перевезень. Таким чином, достатньо ввести в систему конкретний перелік пунктів відправки і доставки, а система має обчислити їхню кількість. Крім того, ІУС повинна визначити координати цих пунктів, обчислити відстані між ними та розрахувати вартість перевезення одиниці продукції з кожного пункту відправки до кожного пункту доставки.

Однак це – лише підготовчий етап. Отримані (та наявні) дані мають передаватися в певний обчислювальний модуль системи, який, власне, і повинен буде розв’язувати оптимізаційну задачу (4.1), тобто мінімізувати цільову функцію *S*. Зробити це можна будь-яким способом з описаних вище. В результаті отримаємо значення шуканих величин x, y, z, t.

У випадку наявності в задачі, крім критерію *S*, цільової функції ризику *R*, необхідно провести аналогічні обчислення. І так само – для всіх інших критеріїв. Далі задачу необхідно буде реалізувати вже як багатокритеріальну – і способи такої реалізації так само відомі.

Нижче перейдемо до побудови архітектури ІУС керування мультимодальним транспортним хабом, основою якої є багатокритеріальна мультимодальна бізнес-модель.

4.3 Опис архітектури інформаційно-управляючої системи мультимодального транспортного хабу

Розроблена на основі наведеної вище бізнес-моделі інформаційно-управляюча система мультимодального транспортного хабу повинна буде працювати в режимі реального часу. Це означає, що вся інформація, яка може бути отримана із зовнішнього середовища, має надходити в систему та оброблятися максимально оперативно. Саме через це функціонал програми міститиме модуль інтеграції з навігаційним програмним забезпеченням, до якого існує вільний доступ через мережу Інтернет.

Одним із найбільш поширених програмних продуктів такого типу є сервіс Google Maps. Вище його вже було використано для обчислення відстаней між пунктами відправки та доставки вантажів. Тому було б логічно скористатися ним і для інших цілей.

За допомогою офіційної документації [10] розкриємо функціональність сервісу більш детально.

Google Maps – набір додатків, побудованих на основі безкоштовного картографічного сервісу і технологій, які надає компанія Google.

Сервіс являє собою карту та супутникові знімки всього світу (а також Місяця і Марса) і надає користувачам можливості панорамного перегляду вулиць (Google Street View), аналізу трафіку у реальному часі (Google Traffic), прокладання маршруту (автомобілем, пішки, велосипедом або громадським транспортом). В структуру сервісу інтегровано бізнес-довідник і карту автомобільних доріг з пошуком маршрутів.

Очевидно, що саме сервіс Google Maps є найбільш оптимальним для використання в цьому проєкті.

Отже, інформаційно-управляюча система керування мультимодальним транспортним хабом буде складатися з таких основних блоків:

1. Зовнішні джерела інформації (Google Maps та інші).

2. Back-end функціонал – основний обчислювальний модуль (ООМ), який, в свою чергу, містить підмодулі основних та критеріальних (по кожному критерію оптимізації) розрахунків.

3. Front-end функціонал – інтерфейс користувача.

Відповідні модулі/підмодулі домовимося називати вузлами.

Загальна архітектура інформаційно-управляючої системи керування мультимодальним транспортним хабом, враховуючи наявність двох критеріїв оптимізації (мінімальних собівартості та ризику), та інтеграційним модулем з сервісом Google Maps є наступною (рисунок 4.2).

Опис архітектури:

Вузол 1. На запит ООМ передає до нього дані з сервісу Google Maps та інших зовнішніх джерел інформації – оперативна інформація щодо стану шляхів сполучення, можливості виконання перевезень, заторів, відстаней між пунктами відправки та доставки тощо.

Вузол 2. Дає запит на отримання інформації від її зовнішніх джерел. Отримує від користувача (через інтерфейс) необхідні дані та запит на їх обробку і проведення всіх необхідних обчислень.

Вузол 3. ООМ безпосередньо взаємодіє зі зручним для користувача інтерфейсом (user-friendly interface). Цей інтерфейс повинен забезпечувати простоту та доступність (інтуїтивну зрозумілість) процесу обробки даних та отримання кінцевого результату.

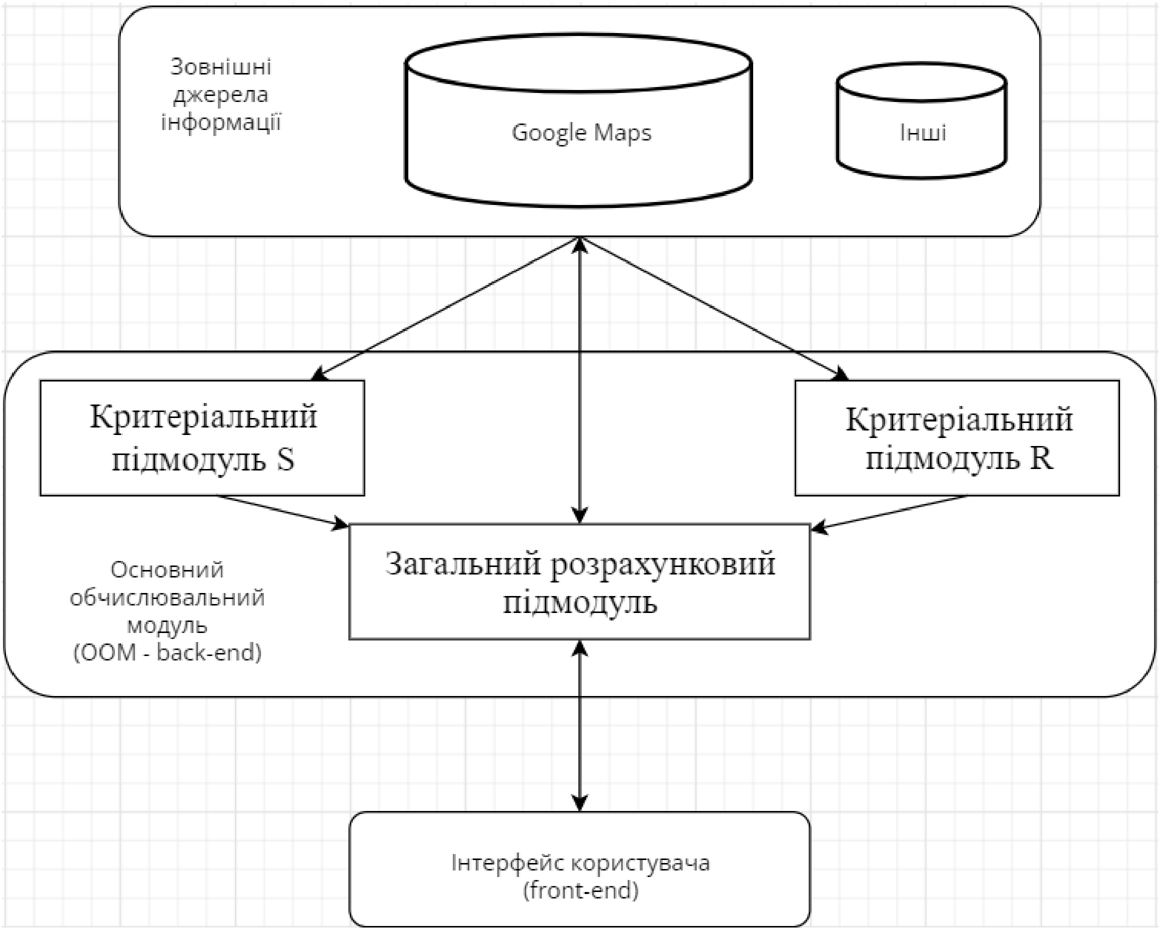

Рисунок 4.2 – Загальна архітектура інформаційно-управляючої системи керування мультимодальним транспортним хабом

Джерело: складено автором

Структура цієї інформаційно-управляючої системи визначається особливостями інформаційних потоків між її модулями/підмодулями. Нижче опишемо їх детальніше (таблиця 4.2).

До того ж, ця таблиця може використовуватися для визначення послідовності дій, за яким буде функціонувати досліджувана інформаційно-управляюча система.

Окремим питанням є вибір конкретного програмного забезпечення, яке буде впроваджене при створенні цієї ІУС. Як зазначалося вище, пріоритет матимуть програми з відкритим кодом, наприклад, написані мовою Python, використання якої дозволить виконати розробку як front-end, так і back-end функціональності інтелектуальної системи управління, а також реалізувати обмін із зовнішніми джерелами даних – до прикладу, налаштувати зв'язок із сервісом Google Maps через API.

Таблиця 4.2 – Структура інформаційних потоків між модулями інформаційно-управляючої системи

№ з/п	Модуль запиту інформації	Модуль джерела інформації	Тип даних, що передаються
1	2	3	4
1	ООМ	Інтерфейс користувача	1. Назви пунктів відправки та доставки вантажів. 2. Види транспорту, які використовуються в кожному пункті. 3. Величини потреб пунктів доставки
2	ООМ	Зовнішні джерела	1. Кількість запасів у кожному пункті відправки. 2. Обмеження парків транспорту тощо
3	Критеріальні підмодулі	Google Maps	1. Координати пунктів відправки та доставки вантажів. 2. Види транспорту, які використовуються в кожному пункті
4	Критеріальний підмодуль S	Зовнішні джерела	Собівартість перевезень між пунктами відправки та доставки
5	Критеріальний підмодуль R	Зовнішні джерела	Ризики перевезень між пунктами відправки та доставки
6	Загальний розрахунковий підмодуль	Критеріальні підмодулі	Цільові функції та множина обмежень відповідної багатокритеріальної мультимодальної транспортної задачі
7	Інтерфейс користувача	ООМ	Результати обчислень

Джерело: складено автором

Крім того, для мови Python цілком можливою є реалізація складних математичних, економічних та логістичних розрахунків у межах функціональності як критеріальних та розрахункового підмодулей окремо, так і ООМ загалом за рахунок наявних бібліотек. Таким чином, використання єдиного програмного продукту для автоматизації роботи інформаційно-управляючої системи керування мультимодальним транспортним хабом видається реалістичним.

Ефективність роботи описаної вище ІУС можна продемонструвати за допомогою чисельного експерименту. Наприклад, покажемо, наскільки ефективним є застосування методу визначення інтегрованого опорного плану мультимодальної транспортної задачі за критерієм зменшення кількості чисельних ітерацій при обчисленні оптимального значення цільової функції.

Припустимо, що такі показники як модальність транспортної задачі, а також кількість пунктів відправки та доставки вантажів співпадають між собою та дорівнюють 2. Також вважатимемо, що елементи матриць всіх опорних планів задачі (незалежно від застосованого методу) є нульовими, - крім елементів на перетині першого стовпчика та першого рядка матриці. Ітераційний крок буде дорівнювати 1.

Крок 0. Опорний план за методом пошуку інтегрованого опорного плану X є таким (нульове наближення):

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Цей опорний план породжує одноелементну множину пар опорних планів X^1, X^2 за кожним видом транспорту таких, що $X^1 + X^2 = X$:

$$X^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, X^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Крок 1. Наступний опорний план (додаємо 1 до північно-західного елемента) за методом пошуку інтегрованого опорного плану X є таким (перше наближення):

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Цей опорний план породжує вже 2-елементну множину пар опорних планів X^1, X^2 за кожним видом транспорту таких, що $X^1 + X^2 = X$:

$$\left\{X^1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; X^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right\} \text{ та } \left\{X^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; X^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right\}.$$

Крок 2. На цьому кроці буде (друге наближення):

$$X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

а множина опорних планів:

$$\left\{X^1 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; X^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right\},$$

$$\left\{X^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; X^2 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right\},$$

$$\left\{X^1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; X^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right\}.$$

Тобто, на *n*-му кроці множина опорних планів мультимодальної транспортної задачі буде потужності (n+1). Тобто, (n+1) кількості чисельних ітерацій за методом пошуку інтегрованого опорного плану відповідатиме така кількість чисельних ітерацій за методом відшукання двох опорних планів мультимодальної транспортної задачі:

$$1 + 2 + 3 + \ldots + (n+1) = \frac{(1+n+1)(n+1)}{2} = \frac{(n+1)(n+2)}{2}.$$

Тобто, в такому випадку кількість ітерацій буде більшою в

$$\frac{(n+1)(n+2)}{2} : (n+1) = \frac{n+2}{2} = \frac{n}{2} + 1 \text{ рази.}$$

Наприклад, при $n = 100$ кількість чисельних ітерацій за методом пошуку інтегрованого опорного плану, порівняно з кількістю ітерацій за методом визначення опорних планів двомодальної транспортної задачі, буде меншою в 51 раз. Тобто, оптимальне значення цільової функції в цьому випадку шукається значно швидше – хоча при застосуванні методу пошуку інтегрованого опорного плану треба додатково розв’язувати задачу визначення планів перевезень по кожному виду транспорту окремо.

4.4 Висновки

Багатокритеріальна мультимодальна бізнес-модель може бути покладена в основу створення інформаційно-управляючої системи. Для реалізації такої системи мають виконуватися доволі високі вимоги щодо її складових. Ця ІУС повинна мати відмінне матеріально-технічне забезпечення, надійні та безпечні джерела і канали передачі інформації, а також висококваліфікованих виконавців.

Було проаналізовано потенціал міста Черкаси як потужного транспортного хабу для реалізації внутрішніх та міжнародних перевезень за допомогою різних видів транспорту. Обґрунтовано застосування, насамперед, проєктного підходу до створення такого мультимодального транспортного хабу. Показано, що науково-прикладне забезпечення такого проєкту представлене мультимодальною транспортною задачею, постановка якої наведена для чотирьох засобів доставки вантажів: автомобільного, залізничного, річкового та повітряного. Реалізація такої задачі можлива за умови розробки ІУС. Надалі описана вище концепція може лягти в основу реального проєкту створення на базі Черкас великого автоматизованого мультимодального транспортного вузла.

Наведено опис архітектури ІУС керування мультимодальним транспортним хабом, яка складається з трьох основних блоків: інтерфейсу користувача, зовнішніх джерел інформації, а також основного обчислювального модуля. Останній, у свою чергу, містить критеріальні та розрахунковий підмодулі. Також у межах архітектури цієї ІУС було описано потоки інформації та шляхи її передавання між модулями/підмодулями.

Список використаних джерел до розділу 4

1. Орлова Н. С., Мохова Ю. Л. Впровадження інформаційних технологій в систему корпоративного управління. *Відкрите освітнє е-середовище сучасного університету.* 2017. № 3. С. 355–365.

2. Заболотній С. В., Могілей С. О. Особливості моделювання двокритеріальної транспортної задачі для залізничних вантажних перевезень. *Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті*: тези доп. учасн. 32-ї Міжнар. наук.-практ. конф. Харків: УкрДУЗТ, 2019. С. 25–26.

3. Заболотній С. В., Гончаров А. В., Могілей С. О. Залізниця як компонент бізнес-моделі мультимодального транспортного підприємства. *Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті*: тези доп. учасн. 34-ї Міжнар. наук.-практ. конф., 29 жовт. 2021 р. Харків: УкрДУЗТ, 2021. С. 22–23.

4. Заболотній С. В., Могілей С. О. Обґрунтування проекту розробки інтелектуальної системи управління мультимодальним транспортним хабом в місті Черкасах. *Project, Program, Portfolio Management*: тези доп. учасн. 5-ї Міжнар. наук.-практ. конф., 4–5 груд. 2020 р. Одеса: ОНПУ, 2020. С. 44–47.

5. Транзитні можливості України / М-во інфраструктури України: офіц. сайт. URL: https://mtu.gov.ua/content/tmu.html

6. O`Kelly M. E., Miller H. J. The hub network design problem: A review and synthesis. *Journal of transport geography*. 1994. Vol. 2. Iss. 1. P. 31–40.

7. Gelareh S., Nickel S. Hub location problems in transportation networks. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*. 2011. Vol. 47 (6). P. 1092–1111.

8. Управління «Офіс інвестицій та розвитку експорту» Херсонської ОДА: офіц. сайт. URL: https://investinkherson.gov.ua/pro-region/transportnij-hab/

9. Заболотній С. В., Могілей С. О. Оптимізація методу побудови опорних планів мультимодальної транспортної задачі. *Технологічний аудит та резерви виробництва.* 2019. № 1/2 (45). С. 15–20.

10. Платформа Google Maps: офіц. сайт. URL: https://developers.google.com/maps

ВИСНОВКИ

Поглиблення та розширення світових глобалізаційних процесів приводить до виникнення складних комплексних завдань в сфері транспортної логістики. Ці завдання можуть бути вирішені за допомогою створення відповідних математичних та комп'ютерних бізнес-моделей та реалізації цих моделей сучасними науково-прикладними методами і програмно-апаратними засобами. Це дасть змогу значно прискорити, знизити вартість та підвищити безпеку транспортних перевезень в глобальному масштабі, а також відкриє нові перспективи для їх подальшої оптимізації.

У дисертаційній роботі розглянуто ряд моделей багатокритеріальних та мультимодальних транспортних задач. Проведено аналіз відомих методів та засобів їх розв'язання. Показано, що існує потреба в створенні більш ефективних методів розв'язання таких задач, а також в розробці відповідних програмних засобів – насамперед, на основі програмного забезпечення з відкритим кодом. В зв'язку з цим було запропоновано ряд нових методів, за допомогою яких проведено розв'язання багатокритеріальних та мультимодальних транспортних задач засобами MS Excel, Mathcad та Matlab. Продемонстровано, що нові методи є більш ефективними, аніж ті, які вже відомі, з точки зору критеріїв зниження кількості чисельних ітерацій, отримання більш точного (близького до оптимального) першого наближення транспортної задачі, зменшення навантаження на програмно-апаратне забезпечення обчислювального процесу. Запропоновано архітектуру інформаційно-управляючої системи керування мультимодальним транспортним хабом, в основу якого покладено багатокритеріальну мультимодальну бізнес-модель.

У тому числі отримані такі результати:

1. Побудовано моделі транспортних задач: однокритеріальної мультимодальної, багатокритеріальної одномодальної та багатокритеріальної одномодальної. Проведено дослідження відомих методів розв'язання

класичної (однокритеріальної та одномодальної) транспортної задачі та можливостей їх застосування при розв'язанні багатокритеріальних та мультимодальних транспортних задач. Зокрема, йдеться про методи побудови опорних планів транспортної задачі (мінімального елемента, північно-західного кута тощо) та пошуку оптимального опорного плану (метод потенціалів).

2. Розроблено нові методи розв'язання багатокритеріальних та мультимодальних транспортних задач: метод відшукання інтегрованого опорного плану однокритеріальної мультимодальної транспортної задачі та метод пошуку компромісного опорного плану багатокритеріальної одномодальної транспортної задачі. При розв'язанні багатокритеріальної мультимодальної транспортної задачі застосовуються обидва ці підходи.

За допомогою чисельного експерименту показано, що метод відшукання інтегрованого опорного плану однокритеріальної мультимодальної транспортної задачі здатен значно скоротити кількість чисельних ітерацій при обчисленні оптимального значення цільової функції. Натомість, метод пошуку компромісного опорного плану багатокритеріальної одномодальної транспортної задачі вирішує проблему неможливості побудови згортки її цільових функцій.

3. Проведено розв'язання багатокритеріальних та мультимодальних транспортних задач за допомогою нових методів та відповідних програмних засобів. Однокритеріальна мультимодальна транспортна задача розв'язана за допомогою MS Excel, Mathcad та Matlab. При розв'язанні багатокритеріальних (одно- чи мультимодальних) транспортних задач використовувався переважно Mathcad.

4. Запропоновано проєкт розробки інформаційно-управляючої системи (ІУС) керування мультимодальним транспортним хабом, основою якого є багатокритеріальна мультимодальна бізнес-модель. Розроблено архітектуру даної ІУС, описано рух даних між її вузлами та модулями/підмодулями, визначено вимоги до її структурних елементів.

Подальші дослідження моделей, методів і засобів розв'язання багатокритеріальних та мультимодальних транспортних задач можуть бути пов'язані з розробкою більш комплексних моделей таких задач, а також нових, більш ефективних методів їх розв'язання. Зокрема, цікавими з точки зору наукового інтересу є моделі з урахуванням критерію мінімізації часу доставки вантажів, особливо при змішаних (мультимодальних та інтермодальних) транспортних перевезеннях.

Розроблені в даному дослідженні методи визначення інтегрованих та компромісних опорних планів теж потребують додаткового вивчення. Особливо це стосується другого з них – наразі можна говорити лише про його методологічне значення як методу, який долає проблему згортки цільових функцій багатокритеріальної транспортної задачі. Але його прикладне значення необхідно дослідити додатково.

Що стосується засобів розв'язування багатокритеріальних та мультимодальних транспортних задач, то тут існують великі перспективи щодо їх комплексної розробки, зокрема, за допомогою програмного забезпечення з відкритим кодом. Розробка цих засобів повинна чітко корелювати зі створенням нових моделей транспортних задач та методів їх розв'язання.

ДОДАТОК А

Чисельні методи оптимізації

№	Назва методу	Коротка характеристика методу
1	Наближені методи одновимірної мінімізації (метод дихотомії, метод золотого перерізу, метод Фібоначчі, метод парабол)	Використовуються за умови унімодальності досліджуваних функцій. Саму функцію досліджують лише у скінченній кількості точок, тобто, в межах певного відрізку локалізації. Відбувається покроковий аналіз точок даного відрізку, зокрема, за допомогою різних способів поділу відрізка та відшукання екстремального значення функції з певною заданою точністю.
2	Методи пошуку глобального мінімуму функції однієї змінної (методи рівномірного та послідовного перебору, метод ламаних)	Використовуються для класу ліпшицевих функцій, тобто відрізком локалізації функції фактично є деякий відрізок $[a;b]$ з умови Ліпшиця. Більш економні порівняно з методами п. 1.
3	Градієнтні методи	В загальному, відносяться до методів покоординатного спуску. В цих методах напрям руху на кожному кроці ітераційного процесу вибирається з числа напрямів спадання функції, що мінімізується.
4	Метод Ньютона та його модифікації; квазіньютонівські методи (методи змінної метрики)	Доцільно використовувати, якщо цільова функція $f(x)$ в задачі безумовної мінімізації двічі неперервно диференційовна і частинні похідні першого та другого порядків обчислюються досить просто. Враховується квадратична частина розкладу функції $f(x)$ в ряд Тейлора.
5	Методи спряжених напрямів (метод спряжених градієнтів)	Швидкість збіжності аналогічна швидкості збіжності квазіньютонівських методів, проте дані методи мають відносно невелику трудомісткість завдяки властивості спряженості напрямів спуску.
6	Методи нагладкої оптимізації	Використовується для мінімізації опуклих кусково-лінійних функцій і передбачає рух у напрямі, який дає зменшення відстані до точки мінімуму, якщо кроковий множник досить малий.

№	Назва методу	Коротка характеристика методу
7	Монотонні *E*-субградієнтні методи	Монотонний метод для розв'язування задачі негладкої опуклої мінімізації. Нагадує градієнтний метод найшвидшого спуску. В результаті застосування одержується *E*-стаціонарна точка.
8	Методи з усередненням *E*-субградієнтів	Поєднують переваги немонотонних субградієнтних методів та монотонних *E*-субградієнтних методів.
9	Метод проекції градієнта	Використовується в задачах умовної оптимізації. З урахуванням умови опуклості допустимої множини можливі напрями знаходяться за допомогою операції проектування антиградієнта на допустиму множину.
10	Метод умовного градієнта	Метод умовної оптимізації. Відноситься до методів спуску. Друга назва: метод лінійної апроксимації (лінеаризації) цільової функції.
11	Метод можливих напрямів	Напрям спуску обирається з конусу можливих напрямів, який задається системою лінійних нерівностей так, щоб в цьому конусі довільний вектор утворював тупий кут з градієнтом функції, що мінімізується.
12	Метод штрафних функцій	Не відноситься до методів спуску. В його основі – ідея перетворення задачі оптимізації з обмеженнями в послідовність задач без обмежень.
13	Методи глобальної багатоекстремальної оптимізації	Ефективні, якщо на цільову функцію та допустиму множину накладені певні досить жорсткі обмеження.

ДОДАТОК Б

Список публікацій, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації

1. Zabolotnii S., Mogilei S. Optimization of the method of constructing reference plans of multimodal transport problem. *Technology audit and production reserves.* 2019. № 1-2. P. 15–20. https://doi.org/10.15587/2312-8372.2019.154561

2. Гончаров А.В., Могілей С.О. Реалізація мультимодальних транспортних задач в різних програмних середовищах. *Вісник Черкаського державного технологічного університету.* 2020. №3. С. 67–74. https://doi.org/10.24025/2306-4412.3.2020.215516

3. Zabolotnii S., Mogilei S. Application of the matrix factor analysis method for determining parameters of the objective function for transport risk minimization. *Informatyka, Automatyka, Pomiary w Gospodarce i Ochronie Środowiska – IAPGOS*. № 1/2021. P. 40–43. http://doi.org/10.35784/iap-gos.2578

4. Su J., Przystupa K., Zabolotnii S., Pohrebennyk V., Mogilei S., Gil L., Song W. Constructing reference plans of two-criteria multimodal transport problem. *Transport and Telecommunication.* 2021. Vol. 22. No. 2. P. 129–140. https://doi.org/10.2478/ttj-2021-0010

5. Гончаров А.В., Могілей С.О. Методи реалізації багатокритеріальних бізнес-моделей мультимодальних транспортних підприємств. *Математичне та комп'ютерне моделювання.* Серія: Технічні науки: зб. наук. праць. Кам'янець-Подільський нац. ун-т ім. І. Огієнка. 2021. Вип. 22. С. 50–58. https://doi.org/10.32626/2308-5916.2021-22.50-58

6. Zabolotnii S., Honcharov A., Mogilei S. Factor analysis method application for constructing objective functions of optimization in multimodal transport problems. *Informatyka, Automatyka, Pomiary w Gospodarce i Ochronie Środowiska – IAPGOS*. № 4/2021. P. 28–31. http://doi.org/10.35784/iap-gos.2788

Список публікацій, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

7. Заболотній С. В., Могілей С. О. Методологія реалізації мультимодальних транспортних задач. *Фундаментальні та прикладні дослідження у сучасній науці*: зб. тез доп. учасн. 6 наук. конф., 30 жовт. 2018 р. Харків, 2018. С. 67.

8. Заболотній С. В., Могілей С. О. Особливості побудови опорних планів мультимодальної транспортної задачі з обмеженнями за вантажопідйомністю. *Теорія прийняття рішень*: зб. тез доп. учасн. 9 Міжнар. школи-семінару, 15–20 квіт. 2019 р. Ужгород, 2019. С. 83–85.

9. Заболотній С. В., Могілей С. О. Особливості моделювання двокритеріальної транспортної задачі для залізничних вантажних перевезень. *Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті*: тези доп. учасн. 32 Міжнар. наук.-практ. конф., 24-25 жовт. 2019 р. Харків: УкрДУЗТ, 2019. С. 25–26.

10. Заболотній С. В., Могілей С. О. Методи визначення параметрів цільової функції ризику мультимодальних транспортних перевезень. *Інформаційні технології в освіті, науці і техніці:* тези доп. учасн. 5 Міжнар. наук.-практ. конф., 21–23 трав. 2020 р. Черкаси: ЧДТУ, 2020. С. 114–115.

11. Заболотній С. В., Могілей С. О. Обґрунтування проекту розробки інтелектуальної системи управління мультимодальним транспортним хабом в місті Черкасах. *Project, Program, Portfolio Management:* тези доп. учасн. 5 Міжнар. наук.-практ. конф., 4–5 груд. 2020 р. Одеса: ОНПУ, 2020. С. 44–47.

12. Гончаров А. В., Могілей С. О. Застосування методу Штейнера для побудови опорних планів мультимодальних транспортних задач. *Обробка сигналів і негаусівських процесів: з*б. тез доп. учасн. восьмої Міжнар. наук. конф., Черкаси, 2021. С. 93–94.

13. Заболотній С. В., Гончаров А. В., Могілей С. О. Залізниця як компонент бізнес-моделі мультимодального транспортного підприємства. *Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті*: тези доп. учасн. 34 Міжнар. наук.-практ. конф., 29 жовт. 2021 р. Харків: УкрДУЗТ, 2021. С. 22–23.

ДОДАТОК В

Документи про впровадження результатів дисертаційної роботи

«ЗАТВЕРДЖУЮ»
Ректор
Східноєвропейського університету
імені Рауфа Аблязова
Ія ЧУДАЄВА

«25» 2022 р.

ДОВІДКА
про впровадження в освітній процес
результатів дисертаційної роботи Могілея Сергія Олександровича

Основні результати дисертаційної роботи Могілея С.О. застосовуються при викладанні спеціалізованого курсу «Дослідження операцій» на кафедрі економіки, обліку та оподаткування студентам спеціальності 051 – Економіка в Східноєвропейському університеті ім. Рауфа Аблязова.

До розробленого лекційного курсу включено такі результати, отримані автором:

1. Обгрунтовано метод Штейнера для реалізації багатокритеріальних мультимодальних транспортних задач в різних програмних середовищах. Розглянуто існуючі методи реалізації зазначених задач, їх розв'язання за допомогою засобів комп'ютерної математики та різного програмного забезпечення з відкритим кодом. Продемонстровано метод зведення таких задач до системи лінійних матричних рівнянь.
2. В якості практичної реалізації отриманих результатів запропоновано проєкт розробки інтелектуальної системи прийняття рішень для управління мультимодальним транспортним хабом, що послуговується чотирма видами транспорту: автомобільним, залізничним, повітряним та річковим (внутрішнім водним).

Результати наукового дослідження були використані при підготовці методичних вказівок:

Могілей С.О. Дослідження операцій: методичні вказівки до вивчення дисципліни: для студентів денної та заочної форм навчання спеціальності 051 «Економіка» освітньо-кваліфікаційного рівня «бакалавр». Черкаси: Східноєвропейський університет імені Рауфа Аблязова, 2022. 41 с.

Лабораторний практикум в зазначеному методичному виданні дає змогу засвоїти особливості застосування спеціалізованого програмного забезпечення при реалізації багатокритеріальних мультимодальних транспортних задач різними методами.

Декан факультету економіки
та менеджменту
к.е.н., доцент — Олена СУКАЧ

Завідувач кафедри
економіки, обліку та оподаткування
д.е.н., професор — Галина УС