

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

ДЕФЕКТОСКОПИЯ

№ 9

ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК

2008

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ
НАМАГНИЧИВАНИЯ ФЕРРОМАГНИТНЫХ ОБЪЕКТОВ
КОНТРОЛЯ С ПРОИЗВОЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИЕЙ В ПОЛЯХ
ЗАДАННОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ КОНФИГУРАЦИИ**

В.Я. Гальченко, Д.Л. Остапущенко, М.А. Воробьев

На основе метода пространственных интегральных уравнений и созданного программного обеспечения разработана технология моделирования процессов намагничивания ферромагнитных объектов сложной геометрической формы при контроле магнитным методом. При этом учитываются пространственный характер информационного магнитного поля и нелинейные магнитные свойства материала объекта. Произведена оценка возможного уровня погрешности моделирования.

Разработка эффективных средств неразрушающего контроля магнитным методом (НКММ) предполагает наличие более полных представлений о структуре стационарных информационных магнитных полей в зоне контроля, являющихся результатом взаимодействия ферромагнитного объекта контроля (ФОК) с полем намагничивающего устройства, исследование чувствительности компонент информационного поля к изменениям режимов намагничивания, геометрической формы ФОК, магнитных свойств материала ФОК.

Математическое моделирование процессов намагничивания ФОК при НКММ является в настоящее время основным инструментом получения такой информации в типичных и особенно в сложных для практики ситуациях. Современные требования к моделированию предусматривают учет трехмерного характера распределения информационного магнитного поля и нелинейности магнитных характеристик материала ФОК.

Анализ публикаций, посвященных этому вопросу [1—6], показал перспективность применения для решения задач данного класса метода интегральных уравнений и, в частности, его разновидности — метода пространственных интегральных уравнений (ПрИУ) ввиду его известных преимуществ над методами, основанными на решении дифференциальных уравнений [7—9]. В то же время очевидным является то, что различные реализации одного и того же метода расчета зависят от выбранного алгоритма, используемых численных методов и стандартного программного обеспечения. Несмотря на ряд достижений в данной области, имеются трудности, снижающие эффективность предложенных в этих работах подходов к моделированию и соответственно сужающие класс рассматриваемых с их помощью задач.

В [1, 2] рассмотрен расчет трехмерной конфигурации магнитного поля призматического стержня квадратного поперечного сечения, намагниченного полем цилиндрической катушки. При этом объем стержня разбивается на элементарные объемы в виде прямоугольных параллелепипедов, грани которых параллельны соответствующим координатным плоскостям. Намагниченность в пределах элементарных объемов пред-

Владимир Яковлевич Гальченко, доктор техн. наук, профессор, заведующий кафедрой медицинской и биологической физики, медицинской информатики, биостатистики Луганского государственного медицинского университета. Тел. 8-0642-63-02-53. E-mail: galch@lsmu.edu.ua

Дмитрий Леонидович Остапущенко, аспирант кафедры медицинской и биологической физики, медицинской информатики, биостатистики Луганского государственного медицинского университета. Тел. 8-0642-63-02-53. E-mail: OstapuschencoDmitriy@gala.net

Михаил Александрович Воробьев, канд. техн. наук, старший преподаватель кафедры медицинской и биологической физики, медицинской информатики, биостатистики Луганского государственного медицинского университета. Тел. 8-0642-63-02-53

полагается однородной. В [3, 4] рассмотрен расчет магнитного поля полого ферромагнитного цилиндра, помещенного в поле цилиндрической катушки. При расчете учитывается аксиальная симметрия задачи, и в качестве элементарных объемов выступают кольцеобразные области, ограниченные поверхностями $r = \text{const}$ и $z = \text{const}$. В пределах элементарного объема предполагается выполнение условий $M_r = \text{const}$, $M_z = \text{const}$. При построении модели авторы пренебрегают объемными магнитными зарядами, возникающими внутри элементарных объемов, и учитывают лишь поверхностные заряды, размещенные на их границах. При использовании данного метода расчета пренебрежение объемными магнитными зарядами может приводить к существенному искажению получаемого результата. В [5, 6] рассмотрен расчет распределения магнитного поля ферромагнитного диска, намагниченного неоднородным полем накладного соленоида, расположенного на одной из его торцевых поверхностей. Так же как и в [3, 4], элементарные объемы представляют собой кольцеобразные области, однако выбранный подход к моделированию позволяет более точно учесть магнитное взаимовлияние элементарных объемов.

Для всех рассмотренных подходов моделирования процессов намагничивания ФОК характерны трудности, связанные с решением проблемы аппроксимации ФОК со сложной геометрией и, как следствие, использование при построении дискретной модели призматических или кольцевидных регулярных дискретных элементов как наиболее простых, что существенно снижает аппроксимационные возможности метода и делает практически невозможным решение экстремальных по сложности задач, описывающих нетривиальные случаи контроля.

Таким образом, цель настоящей статьи — изложение эффективного подхода к численному моделированию процессов намагничивания ФОК с произвольной геометрией в полях заданной пространственной конфигурации, сгенерированных разнообразными источниками, с учетом реальной нелинейной зависимости магнитных характеристик ферромагнетика, а также оценка возможного уровня погрешности моделирования на вычислительных экспериментах.

Основные допущения, позволяющие сформулировать математическую модель ФОК: среда изотропная и нелинейная, гистерезисом пренебрегаем; ФОК описывается нерегулярной сетью дискретных элементов в виде тетраэдров с постоянным распределением намагниченности внутри.

Вычислительная схема предлагаемого подхода к моделированию строится по традиционным правилам: построение дискретной модели ФОК, аппроксимация уравнений магнитного поля в построенной модели системой дискретных уравнений относительно намагниченностей элементарных объемов, решение полученной дискретной системы нелинейных уравнений, вычисление напряженности информационного поля в точках наблюдения вне и внутри ФОК.

Для описания геометрии ФОК в выбранном классе дискретных структур, что обеспечивает высокие аппроксимационные возможности метода, он разбивается на совокупность элементарных объемов в виде тетраэдров. При этом тетраэдры либо не пересекаются, либо точки пересечения принадлежат общим граням, ребрам или являются вершинами.

С учетом принятых допущений напряженность магнитного поля в точке наблюдения Q определяется по формуле [10]

$$\mathbf{H}(Q) = \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^N \oint_{\partial V_j} \int \frac{(\mathbf{M}_j \cdot \mathbf{n}_P) \mathbf{r}_{PQ}}{r_{PQ}^3} dS_P + \mathbf{H}_0(Q), \quad (1)$$

где M_j — намагниченность j -го элементарного объема; P — точка источника; $r_{PQ} = r_Q - r_P$ — вектор, направленный из точки P в точку Q ; n_P — вектор внешней нормали к границе ∂V_j элементарного объема V_j в точке источника; $H_0(Q)$ — напряженность поля намагничивающих устройств; N — число элементарных объемов. Система дискретных уравнений получается в результате размещения точек наблюдения в центры элементарных объемов $\{Q_i\}_{i=1}^N$

$$H_i = \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^N \oint_{\partial V_j} \frac{(M_j \cdot n_P) r_{PQ_j}}{r_{PQ_j}^3} dS_P + H_{i0}, \quad i = \overline{1, N}, \quad (2)$$

где H_i — напряженность в центре i -го элементарного объема. Выполнив интегрирование по поверхности элементарных объемов, систему уравнений (2) можно представить в виде

$$H_i = \sum_{j=1}^N A_{ij} M_j + H_{i0}, \quad i = \overline{1, N}, \quad (3)$$

где A_{ij} — матрица размером 3×3 , учитывающая влияние намагниченности j -го элементарного объема на напряженность поля в i -м. Эта матрица рассчитывается по формуле

$$A_{ij} = \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^4 n_{xk} I_{xk} & \sum_{k=1}^4 n_{yk} I_{xk} & \sum_{k=1}^4 n_{zk} I_{xk} \\ \sum_{k=1}^4 n_{xk} I_{yk} & \sum_{k=1}^4 n_{yk} I_{yk} & \sum_{k=1}^4 n_{zk} I_{yk} \\ \sum_{k=1}^4 n_{xk} I_{zk} & \sum_{k=1}^4 n_{yk} I_{zk} & \sum_{k=1}^4 n_{zk} I_{zk} \end{pmatrix}$$

Здесь

$$I_k = \frac{1}{4\pi} \iint_{\Delta_k} \frac{r_{PQ_j}}{r_{PQ_j}^3} dS_P,$$

где интеграл вычисляется по k -й грани j -го тетраэдра ($\partial V_j = \bigcup_{k=1}^4 \Delta_k$). В предположении однозначной зависимости

$$M_j = F_j(H_j), \quad (4)$$

выражающей связь между намагниченностью j -го элементарного объема и напряженностью магнитного поля в нем, система уравнений (3) записывается в виде

$$H_i = \sum_{j=1}^N A_{ij} F_j(H_j) + H_{i0}, \quad i = \overline{1, N}. \quad (5)$$

Различные варианты аналитических зависимостей, позволяющих учесть нелинейные магнитные свойства ферромагнетиков, можно найти, например, в [11—13]. Решая систему нелинейных уравнений (5), опреде-

ляем напряженности магнитного поля в центрах элементарных объемов, а с использованием (4) находим их намагниченности. После этого напряженность магнитного поля в контрольных точках пространства вне и внутри ФОК может быть определена по формуле (1).

Исследуемый объект может содержать элементы, имеющие размеры существенно меньшие по сравнению с размером самого объекта, а также сильно искривленные участки поверхности. Поэтому для построения более адекватной дискретной модели объекта следует прибегать к адаптивному разбиению. При адаптивном разбиении в разных частях объекта используются элементарные объемы различного размера. Более мелкие элементы разбиения также должны использоваться в областях с ожидаемой резкой пространственной неоднородностью намагниченности. Даже при использовании адаптивного разбиения число элементарных объемов во многих практически важных случаях может оказаться велико, что в свою очередь приводит к большой размерности системы нелинейных уравнений (5).

Решение нелинейной системы уравнений (5) методом Ньютона путем локальной линеаризации сводится к последовательному решению систем линейных алгебраических уравнений большого порядка (50 000 и более) с плотно заполненными матрицами. Заполненность матриц системы приводит к тому, что ограниченность ресурсов персонального компьютера становится критическим фактором и требует использования специальных средств, ориентированных на решение систем уравнений с нерегулярной структурой [14]. На эффективность программного обеспечения (ПО) также влияет скорость вычисления поверхностных интегралов. Интеграл по поверхности тетраэдра представляет собой сумму интегралов по его граням, которые путем перехода в связанную с ними локальную систему координат преобразуются в интегралы по треугольным областям, сводящиеся в свою очередь к вычисляемым численно линейным интегралам по их границам. При этом используется адаптивный квадратурный алгоритм, основанный на формуле Ньютона—Котеса восьмого порядка со стратегией “банкирования” и “кредитования” [15].

Алгоритмы вычислений и описанное ПО достаточно подробно приводятся в [16, 17]. Предлагаемый вычислительный комплекс является сложным программным продуктом, полная и тщательная верификация которого требует значительных интеллектуальных и временных затрат. Погрешности моделирования имеют тенденцию к накоплению на каждом этапе расчета. Теоретическая оценка возможного уровня результирующей погрешности практически невозможна ввиду непреодолимой сложности, поэтому оказывается целесообразным оценить точность созданного ПО на численных экспериментах. На этапе разработки вычислительного комплекса проводилось детальное исследование и тестирование его составных частей, выполненных в виде отдельных модулей. Проверка работоспособности комплекса в целом предполагает сравнение результатов моделирования с известными эталонными расчетами. Верификация ПО на наборе тестовых примеров, для которых имеются аналитические решения, а также сравнение с имеющимися в наличии экспериментальными данными, полученными для некоторых частных случаев контроля, позволяют с достаточной степенью уверенности признать достоверными результаты моделирования, полученные для гораздо более сложных случаев контроля.

Первоначально рассмотрим тестовые примеры, демонстрирующие работоспособность ПО, для случаев, когда намагниченность M ФОК известна априори и не требует расчета по формулам (5) и (4). В этом случае контролируются лишь результаты расчетов, выполненных по фор-

муле (1). В качестве первого теста воспользуемся ФОК, дискретная геометрическая модель которого точно представляет геометрию исходного объекта, расчет поля проводится вне однородно намагниченного параллелепипеда.

Формулы для расчета поля однородно намагниченного вдоль оси y прямоугольного параллелепипеда размером $a \times b \times c$, грани которого параллельны основным координатным плоскостям, содержатся в [18]. В точке наблюдения с координатами (x, y, z) имеем:

$$H_x = -\frac{M_y}{4\pi} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 (-1)^{i+j+k} \ln \left(z_k + (x_i^2 + y_j^2 + z_k^2)^{\frac{1}{2}} \right);$$

$$H_y = -\frac{M_y}{4\pi} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 (-1)^{i+j+k} \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{x_i y_j}{z_k (x_i^2 + y_j^2 + z_k^2)^{\frac{1}{2}}} \right) + \right.$$

$$\left. + \operatorname{arctg} \left(\frac{y_j z_k}{x_i (x_i^2 + y_j^2 + z_k^2)^{\frac{1}{2}}} \right) \right]; \quad (6)$$

$$H_z = -\frac{M_y}{4\pi} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 (-1)^{i+j+k} \ln \left(x_k + (x_i^2 + y_j^2 + z_k^2)^{\frac{1}{2}} \right);$$

$$x_1 = x; \quad y_1 = y; \quad z_1 = z;$$

$$x_2 = x - a; \quad y_2 = y - b; \quad z_2 = z - c.$$

Формулы для расчета поля параллелепипеда, намагниченного вдоль других координатных осей, получаются из (6) соответствующей перестановкой координат. Поле параллелепипеда с произвольным направлением вектора намагниченности \mathbf{M} является суммой полей, создаваемых тре-

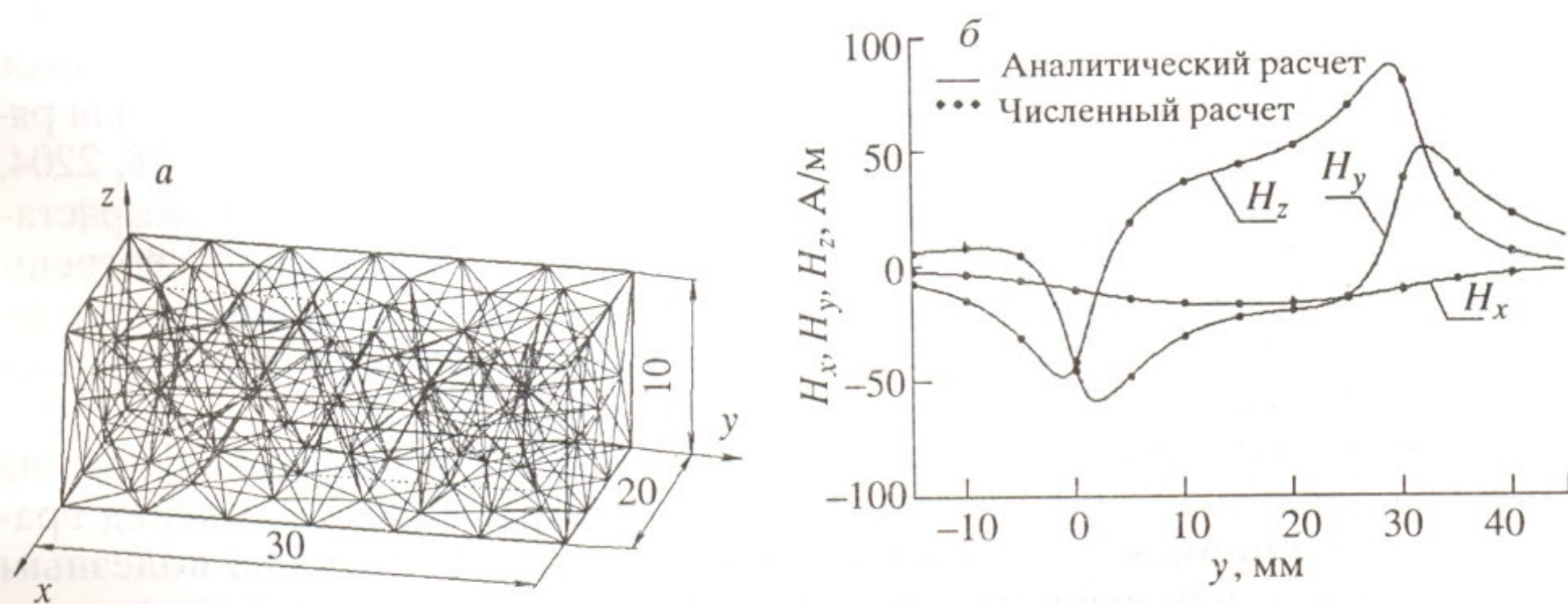


Рис. 1. Дискретная модель однородно намагниченного прямоугольного параллелепипеда (а) и результат расчета напряженности магнитного поля в контрольных точках над ним (б).

мя его компонентами. Дискретная модель исследуемого объекта приведена на рис. 1а. Расчеты производились для моделей с различным числом разбиений (406, 11 371, 25 328), а также для различных значений вектора намагниченности.

Результат расчета в наиболее общем случае, когда компоненты вектора намагниченности принимали следующие значения $M_x = 100$ А/м, $M_y = 250$ А/м и $M_z = 170$ А/м, приведен на графике (см. рис. 1б). Расчет поля производился в контрольных точках, расположенных на отрезке над поверхностью объекта ($x = 10$ мм, $z = 12$ мм). Численные результаты в пределах машинной точности совпадают с результатом, полученным на основании аналитических зависимостей (6). Подобные же результаты имеют место и в более простых случаях, когда вектор \mathbf{M} был параллелен координатным осям.

Следующий тестовый пример относится к случаю, когда поверхность ФОК криволинейная и поэтому объект не может быть точно представлен дискретной геометрической моделью, состоящей из тетраэдров. В [19] приведен аналитический расчет поля кольцеобразного постоянного магнита. Магнит однородно намагничен вдоль оси. Поле обладает аксиальной симметрией и в цилиндрической системе координат его радиальная и аксиальная составляющие могут быть рассчитаны по формулам:

$$H_r(r, z) = \frac{\sigma_m}{4\pi\mu_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{2r'}{\sqrt{(r+r')^2 + (z-z')^2}} \frac{1}{r} \left(\frac{r^2 - r'^2 - (z-z')^2}{(r-r')^2 + (z-z')^2} E(k) + K(k) \right) dr';$$

$$H_z(r, z) = \frac{\sigma_m}{4\pi\mu_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{2r'}{\sqrt{(r+r')^2 + (z-z')^2}} \frac{2(z-z')}{(r-r')^2 + (z-z')^2} E(k) dr'; \quad (7)$$

$$k = \sqrt{\frac{4rr'}{(r+r')^2 + (z-z')^2}}; \quad \sigma_m = \mu_0 \mathbf{n} \cdot \mathbf{M}.$$

Размеры ФОК приведены на рис. 2а, а его дискретная модель — на рис. 2б. Значение намагниченности принималось равным $M_z = 100$ А/м.

На графиках (см. рис. 2в, г) приведен результат аналитического расчета радиальной H_r и аксиальной H_z составляющих поля в контрольных точках, расположенных на отрезке над поверхностью магнита ($x = 0$, $z = 42$ мм). Там же (см. рис. 2д, е) приведен график отклонений результатов численного расчета составляющих H_r^* и H_z^* , полученного на основании дискретной модели с использованием формулы (1), от результатов соответствующего аналитического расчета. Расчет производился для ряда дискретных моделей, имеющих различное число элементов (48, 2204, 15 927), с увеличением которого прослеживается тенденция к возрастанию точности численного результата. Наибольшие абсолютные погрешности моделирования при максимальном числе элементов разбиения не превышают 0,5 и 1 А/м для радиальной и аксиальной составляющих магнитного поля соответственно.

Верификация программного комплекса в целом осуществлялась на тестовой задаче, где в качестве ФОК рассматривается эллипсоид вращения, находящийся в однородном магнитном поле. Весьма полезным является факт, что выводы о правильной работе ПО в этом случае могут делаться как сопоставлением с данными, полученными аналитически в контрольных точках вне эллипсоида, так и в результате контроля однородности намагниченности внутри его. Выберем в качестве ФОК в этом случае сплюснутый эллипсоид — сфероид. Этот случай представляет особый интерес для контроля, так как согласно [20], сфероид может рассматриваться в качестве приближенной модели тонкого ферромагнитного диска в однородном поле, и результаты числен-

ных расчетов для диска по всей вероятности могут быть сопоставлены с аналитическими данными, полученными для тонкого сфероида сходных размеров.

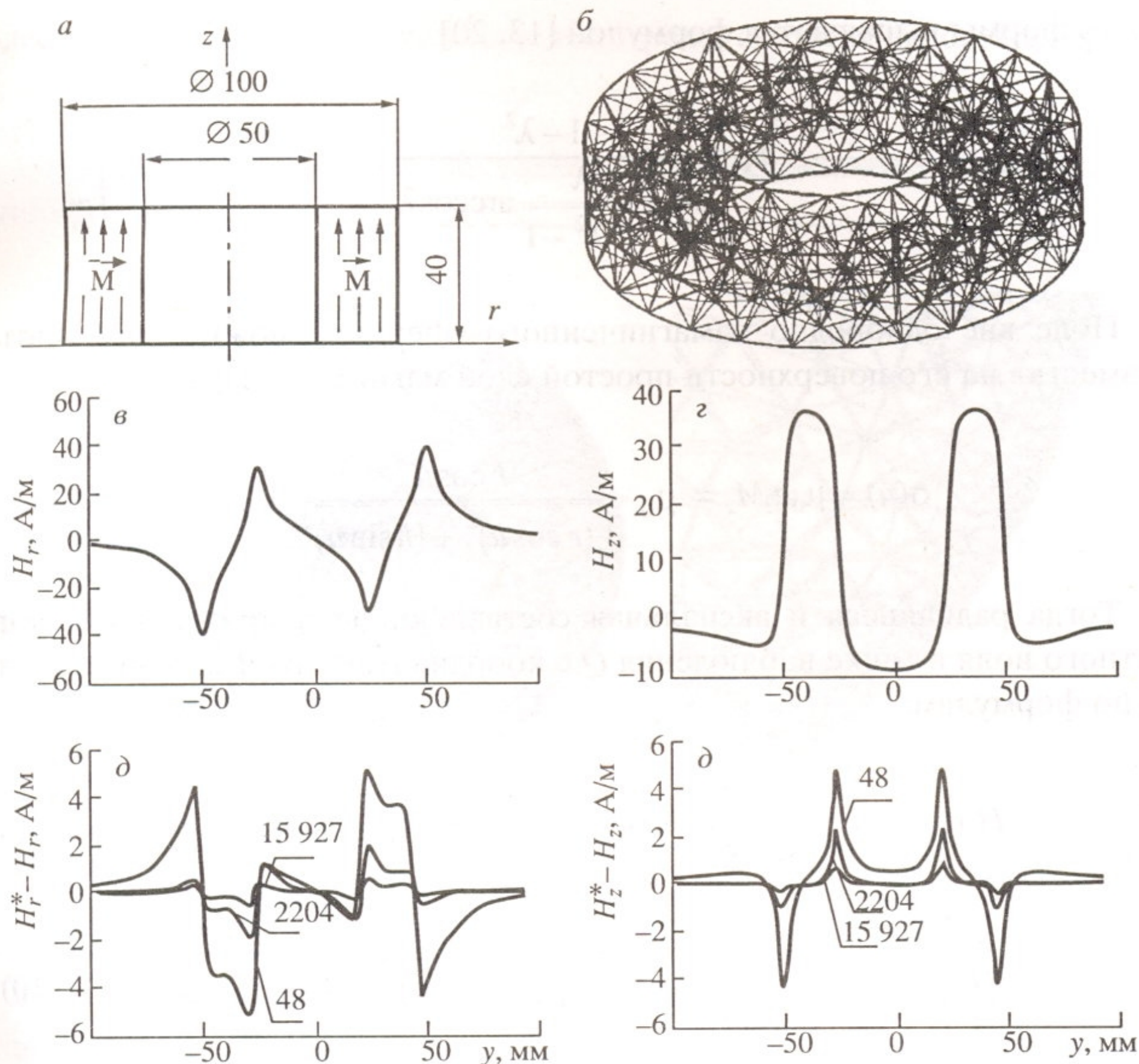


Рис. 2. Однородно намагниченный вдоль оси кольцеобразный постоянный магнит (а), его дискретная модель (б), результат расчета напряженности магнитного поля (в, з), итоги сравнения результатов численного и аналитического расчетов (д, е).

Рассмотрим ферромагнитный эллипсоид вращения радиусом r и высотой $2h$, поверхность которого в системе координат $[\rho, z]$ описывается уравнениями:

$$\rho_p(u) = r \sin u;$$

$$z_p(u) = h \cos u;$$

$$u \in [0; \pi].$$

Так же как и в общем случае в однородном поле напряженностью H_{z0} , направленном вдоль оси вращения, эллипсоид намагничивается однородно. При этом намагниченность M_z может быть определена по формуле

$$M_z = \frac{m_z \chi}{m_z + \chi} H_{z0}, \tag{8}$$

где χ — магнитная восприимчивость ферромагнетика; m_z — проницаемость формы вдоль оси z . В случае сфероида, когда $\lambda = \frac{h}{r} < 1$, проницаемость формы выражается формулой [13, 20]

$$m_z = \frac{1 - \lambda^2}{1 - \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 - 1}} \arccos \lambda}.$$

Поле вне однородно намагниченного сфероида можно рассчитать, разместив на его поверхности простой слой магнитных зарядов

$$\sigma(u) = \mu_0 n_z M_z = \mu_0 \frac{r \cos u}{\sqrt{(r \cos u)^2 + (h \sin u)^2}} M_z.$$

Тогда радиальная и аксиальная составляющие напряженности магнитного поля в точке наблюдения Q с координатами ρ_Q и z_Q определяются по формулам:

$$H_\rho(\rho_Q, z_Q) = \frac{1}{\pi \mu_0} \int_0^\pi \sigma(u) h_\rho(u) \sqrt{(r \cos u)^2 + (h \sin u)^2} du, \quad (9)$$

$$H_z(\rho_Q, z_Q) = \frac{1}{\pi \mu_0} \int_0^\pi \sigma(u) h_z(u) \sqrt{(r \cos u)^2 + (h \sin u)^2} du, \quad (10)$$

где $h_\rho(u)$ и $h_z(u)$ — функции, значения которых рассчитываются по формулам:

$$h_\rho(u) = \frac{1}{\left(\sqrt{(\rho_Q + \rho_P(u))^2 + (z_Q - z_P(u))^2} \right)^3} (A(u) - B(u));$$

$$A(u) = (\rho_Q + \rho_P(u)) \rho_P(u) \frac{E(k(u))}{1 - k^2(u)};$$

$$B(u) = 2\rho_P^2(u) \left(\frac{E(k(u))}{k^2(u)(1 - k^2(u))} - \frac{K(k(u))}{k^2(u)} \right);$$

$$h_z(u) = \frac{1}{\left(\sqrt{(\rho_Q + \rho_P(u))^2 + (z_Q - z_P(u))^2} \right)^3} (z_Q - z_P(u)) \rho_P(u) \frac{E(k(u))}{1 - k^2(u)};$$

$$k(u) = \sqrt{\frac{4\rho_Q\rho_P(u)}{(\rho_Q + \rho_P(u))^2 + (z_Q - z_P(u))^2}}$$

Здесь $K(k)$ и $E(k)$ — эллиптические интегралы соответственно I и II рода.

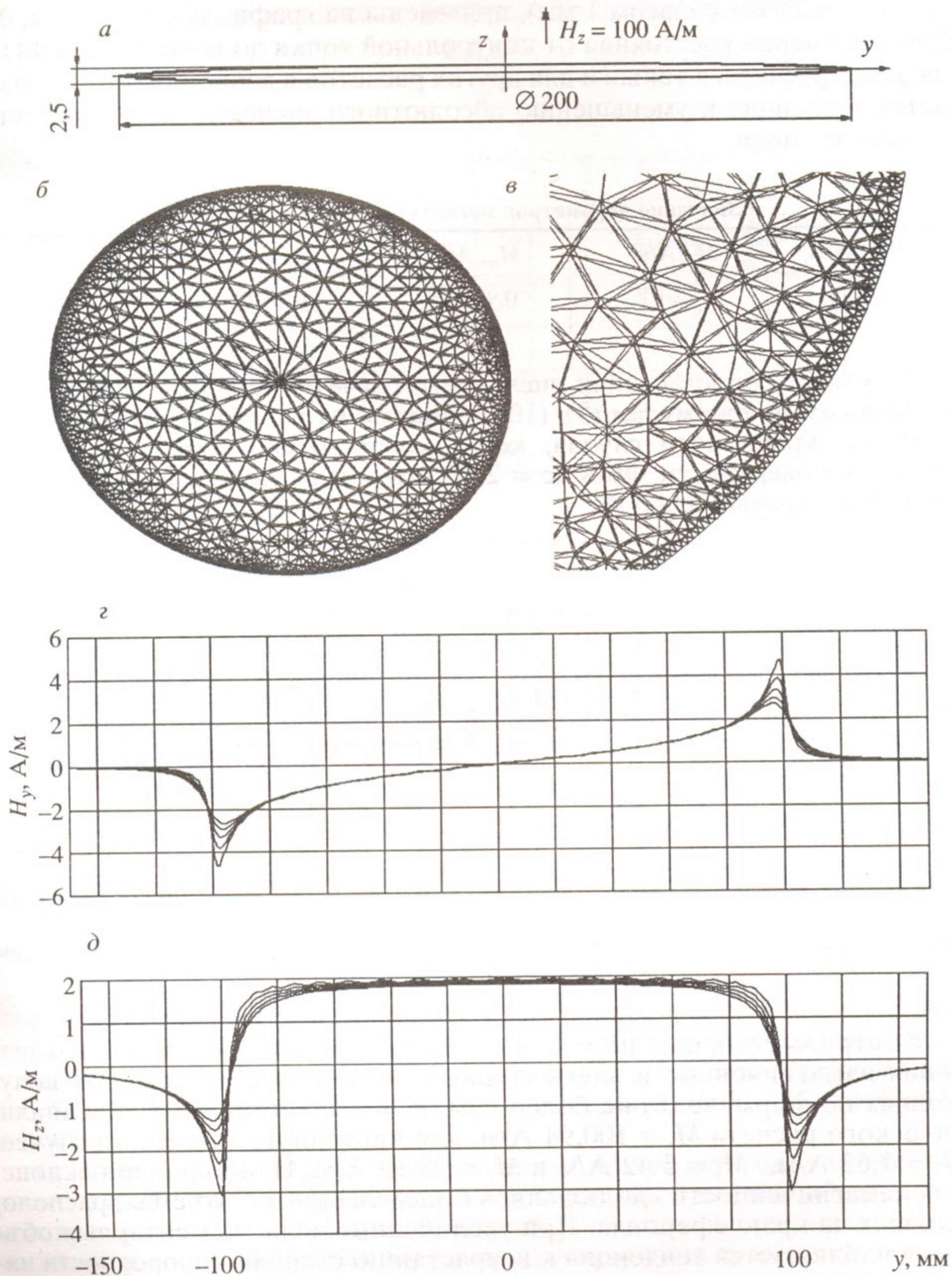


Рис. 3. Сплюснутый эллипсоид вращения (сфероид) в однородном магнитном поле (а), его дискретная модель (б, в) и результат численного расчета напряженности магнитного поля (г, д).

Расчет производился для ФОК в виде сфероида, изготовленного из ферромагнетика с магнитной восприимчивостью $\chi = 100$ (линейная мо-

дель), размеры которого приведены на рис. 3а. На рис. 3б, в показана его дискретная модель, состоящая из 11 745 тетраэдров. Размеры тетраэдров уменьшаются к краям сфероида, где наблюдается сильная искривленность ограничивающей ФОК поверхности. Результаты расчета напряженности магнитного поля для контрольных точек, расположенных на отрезках, параллельных оси y над поверхностью сфероида ($x = 0$, $z = 2,25 \dots 6,25$ мм с шагом 1 мм), приведены на графиках (см. рис. 3г, д). При увеличении расстояния от контрольной точки до поверхности ФОК для этого расчета, а также и для других расчетов в данной работе наблюдается тенденция к уменьшению абсолютного значения напряженности магнитного поля.

Значение параметров магнитной характеристики

H_{cs} , А/м	M_s , А/м	M_{rs} , А/м	M_c , А/м	χ_n
760	$1,72 \cdot 10^6$	$0,97 \cdot 10^6$	$0,48 \cdot 10^6$	89,0

Результат сопоставления численного расчета с аналитическим, произведенным по формулам (9), (10), приведен на рис. 4а, б. При этом для наиболее критичного случая, когда контрольные точки находились близко к поверхности ФОК ($z = 2,25$ мм), относительная погрешность расчета не превышала 5 %.

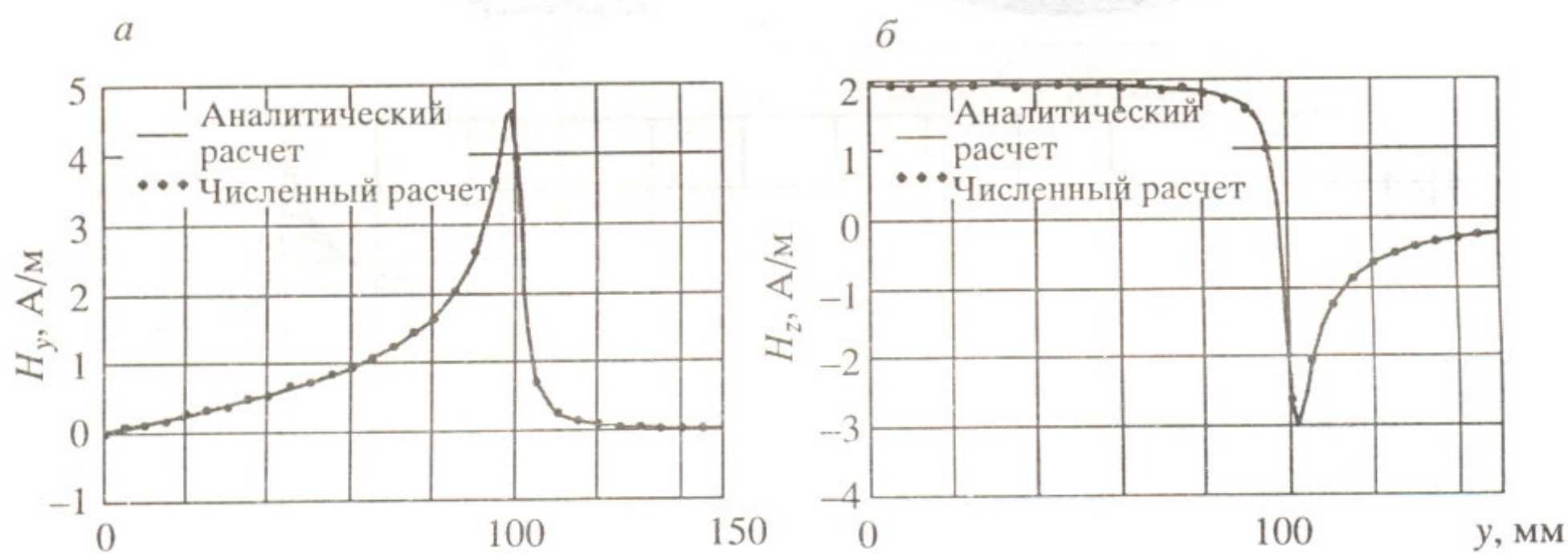


Рис. 4. Результат сопоставления численного и аналитического расчетов распределения поля для сфероида (а, б).

Контроль степени однородности намагничивания показал, что значения намагниченности элементарных объемов отличаются от полученных по формуле (8) не более чем на 9 % и составляют: для аналитического расчета $M_z = 100,94$ А/м, для численного (в худшем случае) $M_x = 7,63$ А/м, $M_y = 3,42$ А/м и $M_z = 98,16$ А/м. Наибольшие отклонения намагниченности наблюдались в элементарных объемах, расположенных на краю сфероида. При увеличении числа элементарных объемов наблюдается тенденция к возрастанию степени однородности намагниченности, в то же время достаточно высокой точности результатов расчета внешнего поля сфероида можно добиться и при значительно меньшем (порядка 6000) числе элементарных объемов. Аналогичный расчет, проведенный при учете нелинейной магнитной характеристики материала (использовалась аппроксимация (11) и данные из таблицы), где, согласно [21], также должно наблюдаться однородное намагничивание, показал подобные линейному случаю результаты.

При этом контролировался лишь однородный характер намагниченности элементарных объемов.

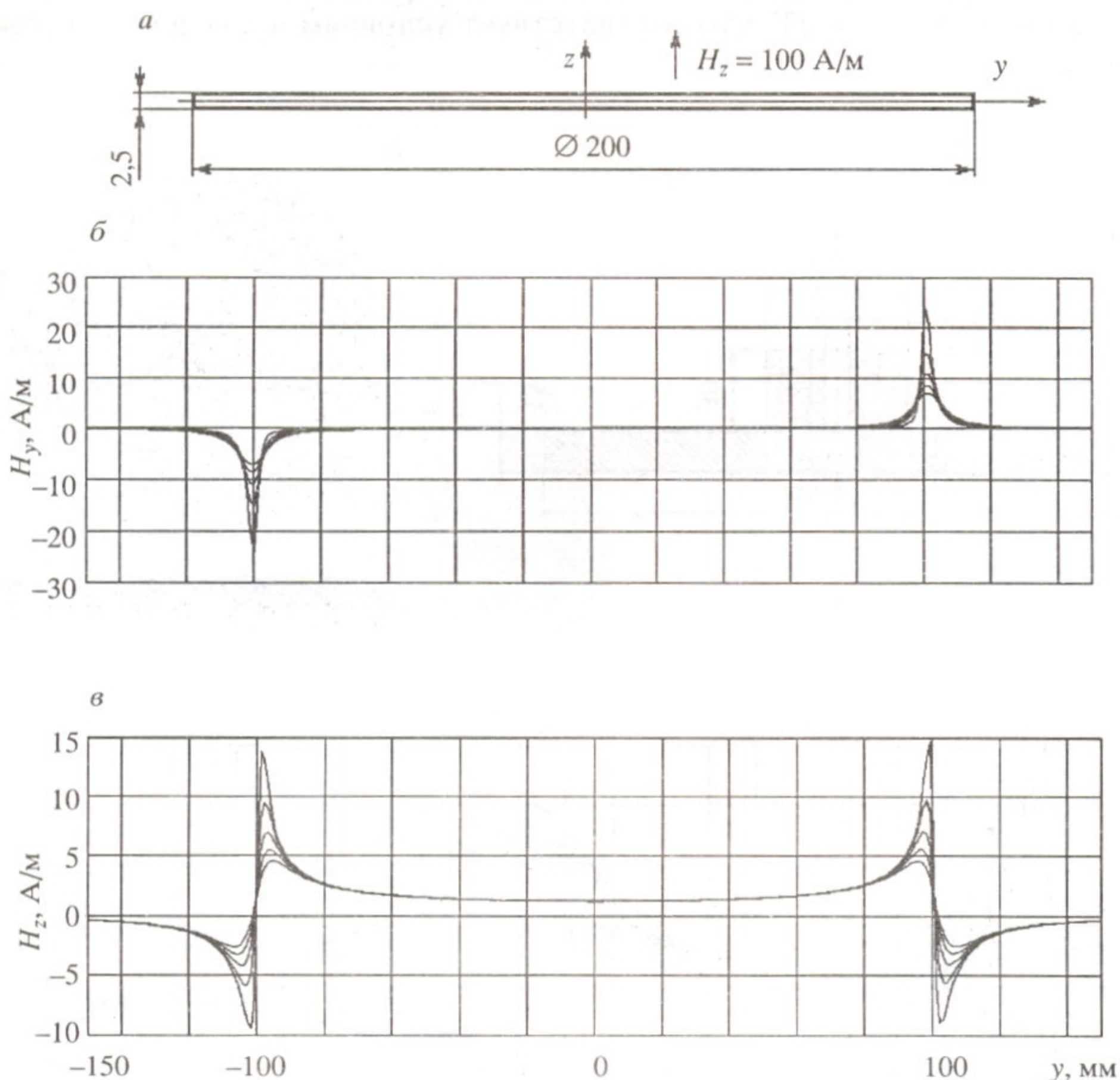


Рис. 5. Тонкий ферромагнитный диск в однородном поле (а), результат расчета напряженности магнитного поля (б, в).

Результаты расчета магнитного поля тонкого ферромагнитного диска ($\chi = 100$), соизмеримого со сфероидом и изображенного на рис. 5а, для тех же контрольных точек, как и в предыдущем расчете, приведены на рис. 5б, в. При моделировании ФОК был представлен 11 276 элементарными объемами.

Сравнительный анализ распределения полей для одинаковых по размерам сфероида и тонкого диска показал их различия, обусловленные краевыми эффектами, вызванными расхождением в геометрии. В то же время в центре объектов распределение поля практически идентично.

В последнем тестовом примере проведем сравнение результатов численного расчета индукции магнитного поля ферромагнитного диска, намагниченного полем накладного соленоида, расположенного на его торцевой поверхности (см. рис. 6а), с экспериментальными данными, полученными другими исследователями и приведенными в [6]. На рис. 6б приведена дискретная модель диска, содержащая 11 806 тетраэдра. Логич-

ным является увеличение степени дискретизации в окрестности центра диска, где по данным [5, 6] ожидается существенная пространственная неоднородность магнитного поля. Ток в обмотке соленоида выбирался так, чтобы в центральной точке его торцевой поверхности магнитная индукция составляла $B_z = 1$ мТ, что соответствует условиям проведения эксперимента.

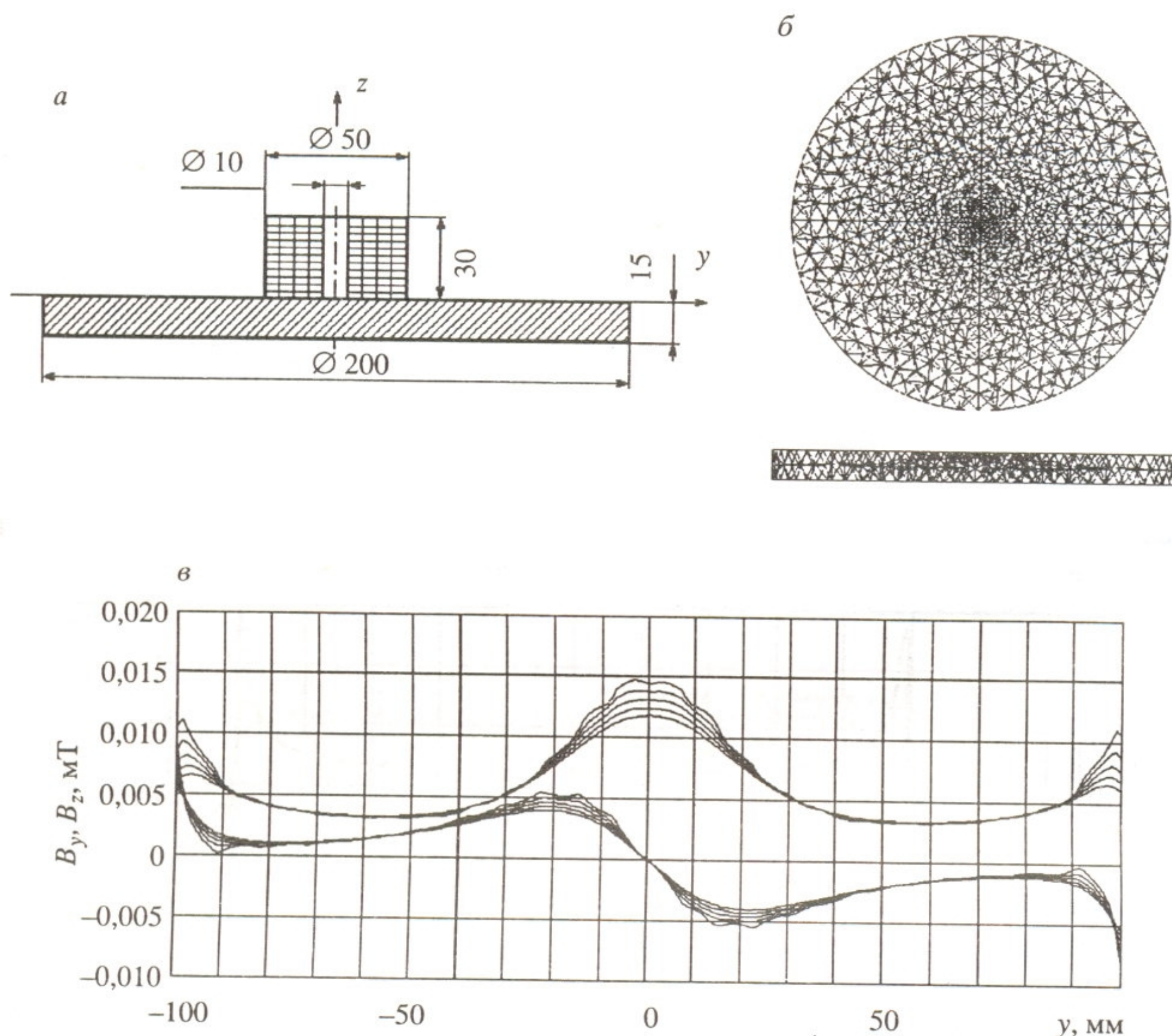


Рис. 6. Ферромагнитный диск в магнитном поле накладного соленоида (а), его дискретная геометрическая модель (б), результат расчета индукции магнитного поля (в).

Нелинейная магнитная характеристика описывалась формулой, заимствованной в [11]:

$$M(H) = \chi_H \frac{H_{cs}^2 H}{H^2 + H_{cs}^2} + \frac{M_s}{\pi} \frac{H^2}{H^2 + \alpha H_{cs}^2} \left(\arctg \frac{H_{cs} + H}{H_0} - \arctg \frac{H_{cs} - H}{H_0} \right);$$

$$H_0 = \frac{H_{cs}}{\operatorname{tg} \left(\frac{M_{rs} \pi}{M_s 2} \right)}; \quad \alpha = \frac{M_s}{\pi} \frac{\arctg \left(2 \frac{H_{cs}}{H_0} \right)}{M_c - \chi_H \frac{H_{cs}}{2}} - 1, \quad (11)$$

где H_{cs} — коэрцитивная сила; M_s — намагниченность насыщения; M_{rs} — остаточная намагниченность; M_c — намагниченность по основной кривой намагниченности при напряженности намагничивающего поля, равной коэрцитивной силе; χ_n — начальная магнитная восприимчивость. Диск изготавливался из стали 45 в состоянии поставки. Значения параметров магнитной характеристики, используемые при проведении расчетов, приведены в таблице.

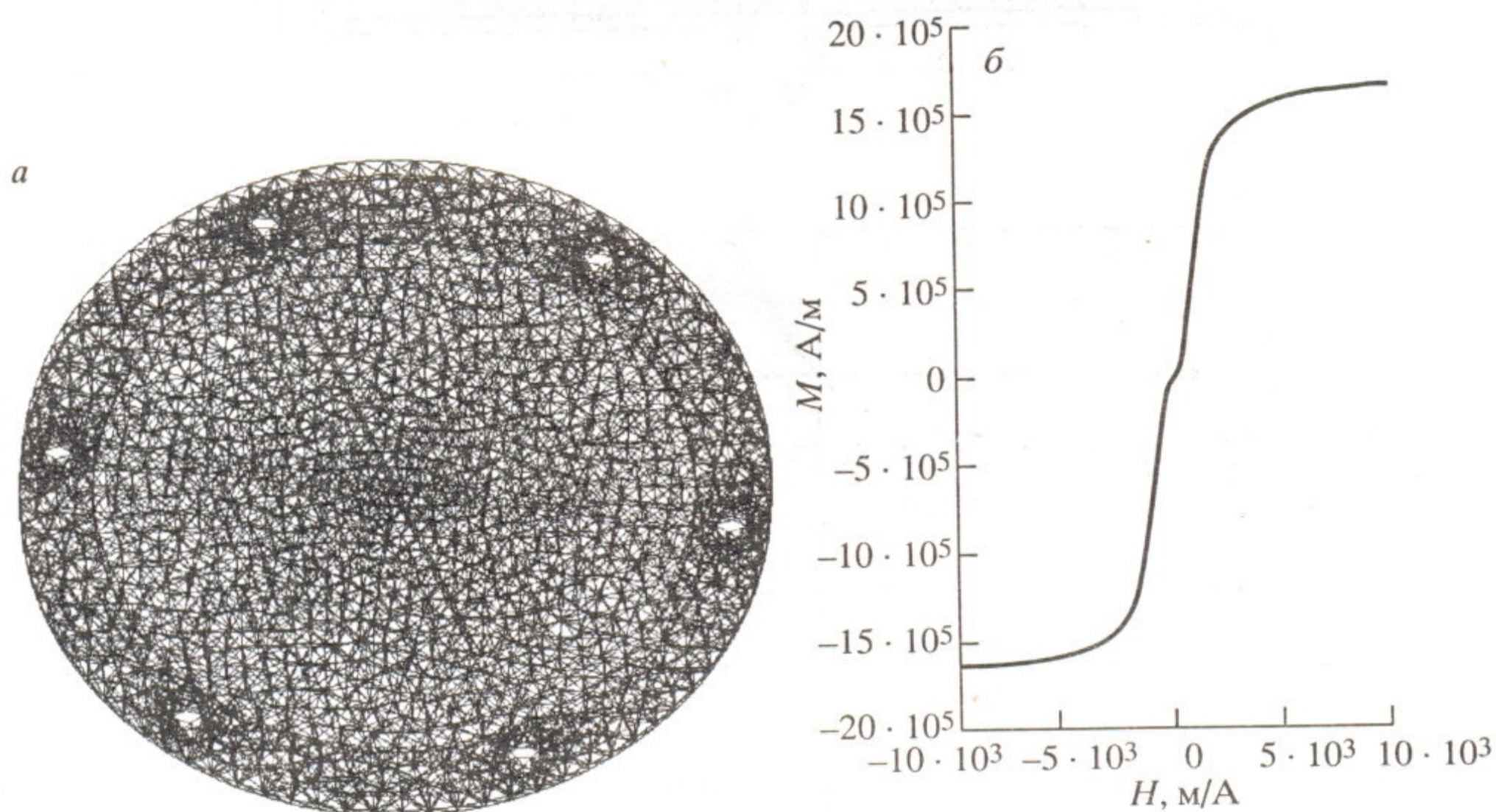


Рис. 7. Дискретная модель ферромагнитного объекта (а), магнитная характеристика материала (б).

Магнитное поле рассчитывалось в контрольных точках, расположенных вдоль оси y на расстоянии $1 \dots 5$ мм от нижней торцевой поверхности диска ($x = 0$, $z = -16 \dots -20$ мм с шагом 1 мм). Результат расчета приведен на графике (см. рис. 6в). Наблюдается приемлемое количественное и качественное совпадение результатов численного моделирования с экспериментальными данными, приведенными в [6].

В заключение в качестве иллюстрации предложенного подхода к моделированию рассмотрим расчет магнитного поля объекта, не обладающего аксиальной симметрией и изготовленного из стали 45, намагничиваемого накладным соленоидом, размещенным в центре (рис. 7а, 8а). Характеристики источника намагничивания такие же, как и в предыдущем примере. Значения параметров, характеризующих магнитные свойства, приведены в таблице. График кривой намагничивания изображен на рис. 7б.

При построении дискретной модели использовалось адаптивное разбиение (см. рис. 7а). При этом объект разбивался на 11 855 тетраэдра. Размеры элементарных объемов уменьшаются к центру детали, где ожидается существенная пространственная неоднородность намагниченности, а также в окрестностях отверстий.

Результат расчета поля в контрольных точках, расположенных на отрезках, параллельных оси y ($x = 0$, $z = -21 \dots -25$ мм с шагом 1 мм), приведен на рис. 8б, в.

Так же как и в предыдущих примерах, с увеличением расстояния от поверхности объекта напряженность магнитного поля убывает по абсо-

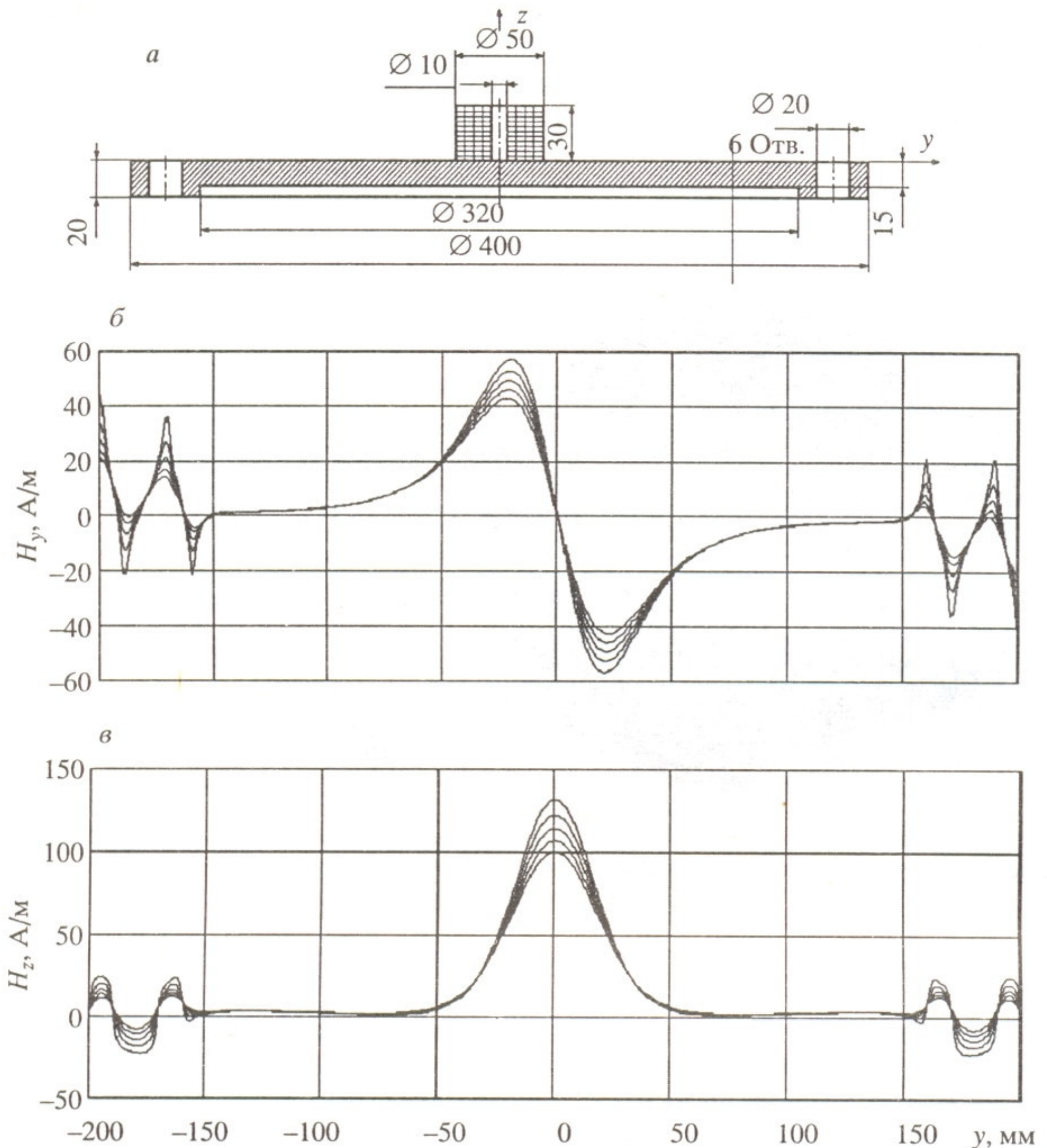


Рис. 8. Ферромагнитный объект в поле накладного соленоида (а), радиальная (б) и аксиальная (в) составляющие напряженности магнитного поля.

лютой величине. Распределение магнитного поля ФОК достаточно точно отражает его геометрические особенности.

ВЫВОДЫ

1. На основе метода ПриУ и созданного ПО разработана технология моделирования процессов намагничивания ФОК при НКММ, позволяющая достаточно точно и надежно решать широкий круг теоретических, методических и практических задач.

2. Благодаря повышенным аппроксимационным возможностям разработанное ПО позволяет анализировать процессы намагничивания ФОК с произвольной геометрией в полях разнообразных источников с учетом реальной нелинейной характеристики материала.

3. Универсальность созданного ПО делает возможным его применение к решению задач магнитной дефектоскопии для исследования струк-

туры полей рассеяния дефектов конечных размеров и произвольной формы в объектах контроля со сложной геометрией [22, 23].

4. Экспериментально путем сопоставления результатов моделирования с применением предложенного ПО и результатов расчетов по аналитическим зависимостям, имеющихся для отдельных случаев контроля, а также сравнением с экспериментальными данными, полученными другими исследователями, произведена оценка возможного уровня погрешности моделирования.

Институт прикладной физики
НАН Беларуси

Поступила в редакцию
12 мая 2008 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Филиппов Б.Н., Глухов В.М., Горкунов Э.С. Моделирование магнитных состояний в ферромагнитном стержне, намагниченном в проходном преобразователе.— Дефектоскопия, 1998, № 7, с. 50—59.
2. Глухов В.М., Филиппов Б.Н., Горкунов Э.С. Моделирование магнитных состояний в ферромагнитных стержнях с различной структурой, намагниченных в проходном преобразователе.— Дефектоскопия, 2000, № 3, с. 55—66.
3. Кременькова Н.В., Матюк В.Ф., Стрелюхин А.В. Расчет магнитного состояния полого ферромагнитного цилиндра в неоднородном поле проходного соленоида методом граничных интегральных уравнений. I. Методика расчета.— Дефектоскопия, 1999, № 11, с. 10—19.
4. Кременькова Н.В., Матюк В.Ф., Стрелюхин А.В., Кратько А.С., Гончаренко С.А. Расчет магнитного состояния полого ферромагнитного цилиндра в неоднородном поле проходного соленоида методом граничных интегральных уравнений. II. Расчет и сравнение с экспериментальными данными.— Дефектоскопия, 1999, № 11, с. 20—26.
5. Матюк В.Ф., Чурило В.Р., Стрелюхин А.В. Численное моделирование магнитного состояния ферромагнетика в неоднородном постоянном поле методом пространственных уравнений. I. Описание методики расчета.— Дефектоскопия, 2003, № 8, с. 71—84.
6. Матюк В.Ф., Чурило В.Р., Стрелюхин А.В. Численное моделирование магнитного состояния ферромагнетика в неоднородном постоянном поле методом пространственных уравнений. II. Ферромагнитный диск в поле накладного соленоида.— Дефектоскопия, 2003, № 12, с. 59—66.
7. Тозони О.В., Маергойз И.Д. Расчет трехмерных электромагнитных полей.— Киев: Техніка, 1974.— 352 с.
8. Майергойз И.Д. Итерационные методы расчета статических полей в неоднородных, анизотропных и нелинейных средах.— Киев: Наукова думка, 1979.— 210 с.
9. Демирчян К.С., Чечурин В.Л. Машинные расчеты электромагнитных полей.— М.: Высшая школа, 1986.— 240 с.
10. Курбатов П.А., Аринчин С.А. Численный расчет электромагнитных полей.— М.: Энергоатомиздат, 1984.— 168 с.
11. Мельгуй М.А. Формулы для описания нелинейных и гистерезисных свойств ферромагнетиков.— Дефектоскопия, 1987, № 11, с. 3—10.
12. Панасенков М.А. Электромагнитные расчеты устройств с нелинейными распределенными параметрами.— М.: Энергия, 1971.— 216 с.
13. Афанасьев Ю.В. Феррозондовые приборы.— Л.: Энергоатомиздат, 1986.— 188 с.
14. Остапущенко Д.Л. Решение систем линейных алгебраических уравнений с плотно заполненными матрицами большого порядка прямым методом.— Радиоэлектроника, электротехника и энергетика: Тез. докл. четырнадцатой Международной научно-технической конференции студентов и аспирантов в 3-х томах. Т. 1.— М.: Издательский дом МЭИ, 2008.— С. 280—281.
15. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулдер К. Машинные методы математических вычислений.— М.: Мир, 1980.— 280 с.
16. Остапущенко Д.Л., Гальченко В.Я. Программный комплекс анализа пространственной топографии статических магнитных полей объектов сложной геометрической формы с использованием метода пространственных интегральных уравнений.— Вісник Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля, 2007, № 4(110), ч. 1, с. 106—115.
17. Гальченко В.Я., Остапущенко Д.Л. Численный анализ пространственной конфигурации магнитных полей объектов сложной геометрической формы с учетом нелинейных характеристик веществ.— Информационные технологии, 2008, № 8 (в печати).

18. Том Р., Тарр Дж. Магнитные системы МГД-генераторов и термоядерных установок.— М.: Энергоатомиздат, 1985.— 272 с.
19. Расчет электромагнитных цепей и электромагнитных полей на ЭВМ. Под ред. Л.В. Данилова, Е.С. Филиппова.— М.: Радио и связь, 1983.— 344 с.
20. Поливанов К.М. Теоретические основы электротехники. Т. 3.— М.: Энергия, 1969.— 352 с.
21. Коген-Далин В.В., Комаров Е.В. Расчет и испытание систем с постоянными магнитами.— М.: Энергия, 1977.— 248 с.
22. Остапущенко Д.Л. Об особенностях численного решения задач магнитного контроля объектов сложной геометрической формы.— Неразрушающий контроль и техническая диагностика в промышленности. Тез. докл. 7-й Международной конференции.— М.: Машиностроение, 2008, с. 146—147.
23. Гальченко В.Я., Остапущенко Д.Л. Разработка математического и программного обеспечения системы автоматической классификации дефектов при магнитном контроле.— Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем (MPZIS-2007). Тез. доп. п'ятої міжнародної науково-практичної конференції. — Дніпропетровськ, 2007, с. 37—38.