

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ СССР
ПО НАРОДНОМУ ОБРАЗОВАНИЮ

ИЗВЕСТИЯ

ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

ЭЛЕКТРОМЕХАНИКА

6

1990

Копія завізую:
Секретар Вченої Ради
Східноукраїнського
державного університету



ИЗДАНИЕ НОВОЧЕРКАССКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО
КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
ИМЕНИ СЕРГО ОРДЖОНИКИДЗЕ

5. Расчеты переходных процессов для оценки методик синтеза АУУ подвесом. Разработка программ расчета электромагнитного поля в элементах ОЛИД: отчет НИР (промежуточ.) // Новочерк. политехн. ин-т. № ГР 01860097943; Инв. № 0287, 0069363. Новочеркасск, 1987. С. 25—31.

6. Иванов В. А., Чемоданов Б. Б., Медведев В. С. Математические основы теории автоматического регулирования. М.: Высш. шк., 1971. 808 с.

7. Бинарный подход к построению адаптивной системы управления магнитной опоры / А. И. Манихин, Ю. А. Гольдман, М. М. Савин, Ю. А. Никитенко // Электромеханика, 1988. № 3. С. 102—105. (Изв. высш. учеб. заведений).

Поступила в редакцию 05.04.1990 г.

УДК 621.314.2:681.14

СИНТЕЗ КАТУШКИ В МАГНИТНОЙ СИСТЕМЕ ДАТЧИКА ЛИНЕЙНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

В. В. Яковенко, В. Я. Гальченко, Л. В. Донская

Описана методика анализа и синтеза осесимметричной катушки, помещенной в ферромагнитный экран с переменной длиной. Катушка предназначена для применения в магнитной системе датчика линейных перемещений.

ДАТЧИКИ линейных перемещений (ДЛП), основанные на принципе измерения напряженности магнитного поля катушки различными первичными измерительными преобразователями, обладают следующими преимуществами: малыми диаметральными размерами, возможностью построения ряда датчиков с широким диапазоном измеряемой величины, высокой чувствительностью, возможностью синтеза функции преобразования. Конструирование магнитных ДЛП требует синтеза магнитного поля на оси осесимметричной катушки, помещенной в экран из ферромагнитного материала с переменной длиной.

Задача синтеза магнитного поля формулируется следующим образом. На оси тонкой осесимметричной катушки постоянного радиуса R , помещенной в цилиндрический экран ферромагнитного материала радиуса R_0 и длиной l_0 ($l_0 = \text{var}$), требуется создать заданное распределение осевой составляющей магнитного поля $H(z)$. Заданное поле формируется с помощью катушки, состоящей из совокупности n секций, расположенных на одинаковом расстоянии друг от друга. Все секции намотаны проводом одного сечения и соединены последовательно. Ток I , протекающий по секциям катушки, считается постоянным или квазипостоянным. Решение задачи синтеза дает возможность определить число витков в секциях $w_1, w_2, \dots, w_n$ с соответствующими направлениями тока, чтобы выполнилось условие [1, 2]:

$$\|H(z) - H_c(z)\| = \sqrt{\int_c^d [H(z) - H_c(z)]^2 dz} < \varepsilon > 0,$$

где ε — заданная погрешность синтеза.

Функциональная зависимость величины индукции от координаты z находится путем решения краевой задачи в заданной области (рис. 1). При этом принимались следующие допущения: магнитная проницаемость стенок экрана равна бесконечности; сечения обмоток секций катушки бесконечно малые. При этих допущениях для угло-

вой составляющей векторного потенциала, создаваемого j -й обмоткой, справедливо следующее соотношение:

$$\frac{\partial^2 A_j}{\partial \bar{r}^2} + \frac{1}{\bar{r}} \frac{\partial A_j}{\partial \bar{r}} + \frac{\partial^2 A_j}{\partial \bar{z}^2} - \frac{A_j}{\bar{r}^2} = \begin{cases} 0 & \text{при } \bar{r} \neq \bar{R}; \bar{z} = \bar{z}_j; \\ -\mu_0 I \omega_j \delta(\bar{z} - \bar{z}_j) \delta(\bar{r} - \bar{R}) & \text{при } \bar{r} = \bar{R}; \bar{z} = \bar{z}_j, \end{cases} \quad (1)$$

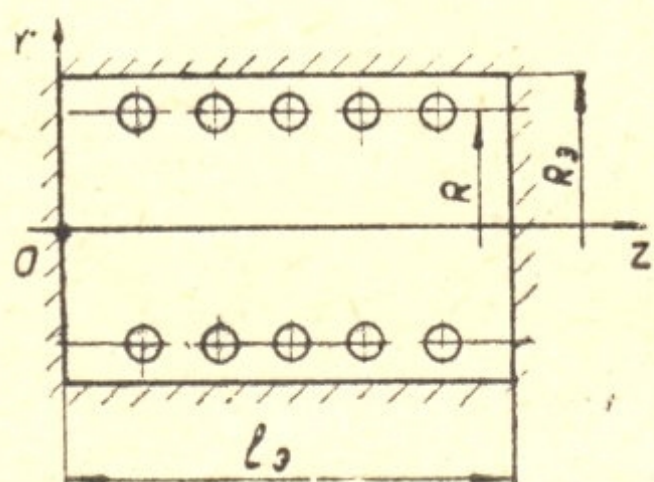


Рис. 1. Расчетная модель осесимметричной катушки, помещенной в экран из ферромагнитного материала

где $\delta(\bar{z} - \bar{z}_j)$, $\delta(\bar{r} - \bar{R})$ — дельта-функции Дирака; $\bar{R}$, $\bar{z}_j$ — координаты j -й обмотки; I — ток в обмотке; ω_j — число витков в j -й обмотке;

$$\bar{r} = \pi r / l_3; \bar{z} = \pi z / l_3; \bar{R} = \pi R / l_3.$$

Система уравнений (1) решается методом конечных интегральных преобразований [3] при следующих граничных условиях:

$$\left. \frac{\partial A_j}{\partial \bar{z}} \right|_{\bar{z}=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial A_j}{\partial \bar{r}} \right|_{\bar{r}=\bar{R}_s} = 0; \quad \begin{cases} \bar{z}=0; 0 < \bar{r} < \bar{R}_s \\ \bar{z}=\pi; 0 < \bar{r} < \bar{R}_s \end{cases} \quad (2)$$

где $\bar{R}_s = \pi R_s / l_3$.

Уравнение (1) с помощью косинус-преобразования сводится к модифицированному уравнению Бесселя:

$$\frac{\partial^2 A_j^*}{\partial (rk)^2} + \frac{1}{rk} \frac{\partial A_j^*}{\partial (rk)} - A_j^* \left(\frac{1}{r^2 k^2} + 1 \right) = \begin{cases} 0 & \text{при } \bar{r} \neq \bar{R}; \bar{z} = \bar{z}_j; \\ -\mu_0 \delta(\bar{r} - \bar{R}) I \omega_j \cos k \bar{z}_j & \text{при } \bar{z} = \bar{R}; \bar{z} = \bar{z}_j, \end{cases} \quad (3)$$

где k — натуральное число.

Решения для уравнения (3) имеют вид [4]:

для области 1 при $0 < \bar{r} < \bar{R}$

$$A_1^* = c_1 I_1(rk);$$

для области 2 при $\bar{R} < \bar{r} < \bar{R}_s$

$$A_2^* = c_2 I_1(rk) + c_3 K_1(rk),$$

где c_1, c_2, c_3 — постоянные коэффициенты; I_1, K_1 — модифицированные функции Бесселя и Ганкеля первого порядка.

В результате решения (3) и определения постоянных коэффициентов c_1, c_2 и c_3 получена аналитическая зависимость для продольной составляющей напряженности магнитного поля на оси катушки:

$$H(z) = I \cdot F(z),$$

где

$$F(z) = \sum_{j=1}^n \frac{\omega_j}{l_3} \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k \cos k \bar{z}_j \cos k \bar{z} \cdot T(k, \bar{R}, \bar{R}_s)}{I_1(k\bar{R}) \cdot B(k, \bar{R}, \bar{R}_s) - L(k\bar{R}) \cdot T(k, \bar{R}, \bar{R}_s)} - 1 \right\};$$

$$\begin{aligned}
\Gamma(k, \bar{R}, \bar{R}_0) &= I_1(kR) - \frac{L(k\bar{R}_0)}{D(k\bar{R}_0)} \cdot K_1(k\bar{R}); \\
B(k, \bar{R}, \bar{R}_0) &= L(k\bar{R}) - \frac{L(k\bar{R}_0)}{D(k\bar{R}_0)} \cdot D(k\bar{R}); \\
L(kr) &= \frac{1}{r} I_1(kr) + 0,5kI_0(kr) + 0,5kI_2(kr); \\
D(kr) &= \frac{1}{r} K_1(kr) - 0,5kK_0(kr) - 0,5kK_2(kr).
\end{aligned} \tag{4}$$

Для улучшения сходимости ряда (4) используется метод Куммера [3, 5, 6], заключающийся в добавлении к правой части выражения (4) кубической функции $f(z) = z^3 - l_0^2 \cdot z$, удовлетворяющей граничным условиям (2), с одновременным вычитанием разложения этой же функции в ряд Фурье по собственным функциям. Тогда уравнение (4) принимает вид

$$F(z) = \sum_{j=1}^n \frac{\omega_j}{l_0} \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} [A(k, \bar{R}, \bar{R}_0) + B(k, l_0)] \cos k\bar{z} - 1 - \frac{l_0^3}{4} \right\}, \tag{5}$$

где

$$\begin{aligned}
A(k, \bar{R}, \bar{R}_0) &= \frac{k \cdot \cos kz_j \cdot T(k, \bar{R}, \bar{R}_0)}{I_1(k\bar{R}) \cdot B(k, \bar{R}, \bar{R}_0) - L(k\bar{R}) \cdot T(k, \bar{R}, \bar{R}_0)}; \\
B(k, l_0) &= (-1)^k \left(4 \frac{l_0^3}{(k\pi)^3} - 12 \frac{l_0^3}{(k\pi)^4} \right) + 12 \frac{l_0^3}{(k\pi)^4} + 2 \frac{l_0^3}{(k\pi)^2}.
\end{aligned}$$

При суммировании бесконечного ряда Фурье, согласно (5), используется простейшая регуляризация суммирования по числу членов [7]. Оценка амплитуд пространственных гармоник поля производится по формуле:

$$|A_m| \leq \gamma,$$

где A_m — амплитуда текущей гармоники; γ — ошибка вычисления амплитуды гармоники.

Задача синтеза магнитного поля на оси катушки сводится к решению интегрального уравнения Фредгольма первого рода

$$H(z) = \int_a^b K(z_j, z) \omega(z_j) dz_j, \quad a \leq \bar{z}_j \leq b; \quad c \leq z \leq d; \tag{6}$$

с ядром

$$K(z_j, z) = \frac{I}{l_0} \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} [A(k, \bar{R}, \bar{R}_0) + B(k, l_0)] \cos k\bar{z} - 1 - \frac{l_0^3}{4} \right\}.$$

При решении (6) используется регуляризующий алгоритм Тихонова А. Н. [8]:

$$\int_c^d \int_a^b [K(z_j, z) \omega(z_j) dz_j - H(z)]^2 dz + \alpha \int_a^b \{ \omega^2(z_j) + [\omega'(z_j)]^2 \} dz_j, \tag{7}$$

где α — параметр регуляризации.

Для перехода от бесконечномерной задачи к конечномерной уравнение (7) аппроксимируется на равномерной сетке $\{z_{ji}\}_{i=1}^n$ для каждого из значений аргумента z , заданного на равномерной сетке $\{z_i\}_{i=1}^m$. При аппроксимации используется формула прямоугольников. Решение уравнения (7) сводится к решению плохо обусловленной системы линейных уравнений. Поиск приближенного решения осуществ-

ляется отысканием экстремали сглаживающего функционала (7). Выбор параметра регуляризации осуществляется в соответствии с обобщенным принципом невязки [8, 9]:

$$\rho(\alpha) = \|A_h w - H_\delta(z)\|^2 - (\delta + h \|w\|)^2 - \rho^2(H_\delta(z), A_h) = 0,$$

где A_h — матрица линейного оператора, аппроксимирующего интегральный оператор в уравнении (7); δ — погрешность задания левой части уравнения (6); h — погрешность задания линейного оператора A_h ; $(\rho(H_\delta(z), A_h))$ — мера несовместимости уравнения (6);

$$\alpha = 1/\rho(H_\delta(z), A_h).$$

Для отыскания корня обобщенной невязки $\rho(\alpha) = 0$ в численных расчетах используется модификация метода хорд [8]. Пример синтеза магнитного поля катушки приводится в приложении.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Приводятся результаты синтеза магнитной системы ДЛП, состоящей из девяти секций. Функция $H(z)$ имеет следующий вид: $H(z) = 20750 \cdot z + 390$. Параметры магнитной системы ДЛП: $a = 1$ мм; $b = 22$ мм; $c = 4,5$ мм; $d = 18,5$ мм. Радиус секционированной катушки равен 4 мм. Длина и радиус экрана равны соответственно 23 и 4,5 мм. Ток в катушке — 97 мА. Задавались следующие погрешности $\delta = 1 \cdot 10^{-6}$; $h = 1 \cdot 10^{-8}$; $\gamma = 1 \cdot 10^{-7}$. Начальное значение параметра регуляризации $\alpha = 4 \cdot 10^{-3}$. Результаты расчета сведены в таблицу.

Номера секций	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Число витков в секции	3,32	3,77	5,89	7,93	9,79	11,89	13,18	18,96	20,52
Заданное распределение, А/м	393,37	429,68	465,99	502,3	538,62	574,93	611,24	647,56	683,87
Синтезированное распределение, А/м	393,59	429,49	465,99	502,24	538,87	574,77	610,56	649,18	682,8

Таким образом, максимальная погрешность синтеза составляет 0,16%. Оптимальное значение параметра регуляризации $\alpha = 0,36 \cdot 10^{-6}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Стадник И. П. Решение одного класса задач синтеза электро- и магнитостатических полей // Электромеханика, 1979. № 5. С. 379—385. (Изв. высш. учеб. заведений).
2. Стадник И. П. Метод последовательных приближений для разложения по неортогональной системе и его применение к синтезу осесимметричной катушки по заданному магнитному полю на оси // Электромеханика, 1982. № 2. С. 137—144. (Изв. высш. учеб. заведений).
3. Иоссель Ю. Я. Расчет потенциальных полей в энергетике. Л.: Энергия, Ленингр. отд-ние, 1978. 348 с.
4. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1984. 831 с.
5. Хемминг Р. В. Численные методы для научных работников и инженеров. М.: Мир, 1972. 400 с.
6. Гринберг Г. А. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1948. 727 с.
7. Калиткин Н. Н. Численные методы. М.: Наука, 1978. 512 с.
8. Регуляризующие алгоритмы и априорная информация / А. Н. Тихонов, А. В. Гончарский, В. В. Степанов, А. Г. Ягола. М.: Наука, 1983. 200 с.
9. Rudnicki Marek. Synthesis of electromagnetic field using generalized discrepancy, — Pr. Gnst. elektrotechn, 1935, vol. 33, num. 137, p. 19—33.

Поступила в редакцию 03.07.1989 г.