

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЧЕРКАСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ ЕЛЕКТРОННИХ ТЕХНОЛОГІЙ, АВТОТРАНСПОРТУ ТА
МАШИНОБУДУВАННЯ

ВИМІРЮВАЛЬНИЙ КОНТРОЛЬ ЯКОСТІ ПРОДУКЦІЇ

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

для здобувачів освітнього ступеня «магістр»

з усіх спеціальностей галузі знань

17 Електроніка, автоматизація та електронні комунікації

(15 Автоматизація та приладобудування)

усіх форм навчання

Черкаси
2023

УДК 681.2:006.91:006.83](075.8)
В 47

*Затверджено вченою радою ФЕТАМ,
протокол № 6 від 22.02.2023 р.,
згідно з рішенням кафедри
приладобудування, мехатроніки та
комп'ютеризованих технологій,
протокол № 7 від 30.01.2023 р.*

Упорядники: Тичков В.В., к.т.н., доцент,
Гальченко В.Я., д.т.н., професор,
Трембовецька Р.В., д.т.н., доцент

Рецензент Кошовий М.Д., д.т.н., професор

М 54 Вимірювальний контроль якості продукції: конспект лекцій для здобувачів освітнього ступеня «магістр» з усіх спеціальностей галузі знань 17 Електроніка, автоматизація та електронні комунікації (15 Автоматизація та приладобудування) усіх форм навчання [Електронний ресурс] / [Упоряд.: В.В. Тичков, В.Я. Гальченко, Р.В. Трембовецька]; М-во освіти і науки України, Черкас. держ. технол. ун-т. – Черкаси: ЧДТУ, 2023. – 136 с. – Назва з титульного екрана.

У конспекті лекцій викладено основні теоретичні положення вимірювального контролю якості продукції. Розглядаються питання основ вимірювального контролю, підвищення вірогідності контролю, допускового вимірювального контролю якості та перевірки засобів вимірювання, статистичних методів управління якістю.

УДК 681.2:006.91:006.83](075.8)

Навчальне електронне видання
комбінованого використання

ВИМІРЮВАЛЬНИЙ КОНТРОЛЬ ЯКОСТІ ПРОДУКЦІЇ

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

для здобувачів освітнього ступеня «магістр»
з усіх спеціальностей галузі знань
17 Електроніка, автоматизація та електронні комунікації
(15 Автоматизація та приладобудування)
усіх форм навчання

Упорядники:
Тичков Володимир Володимирович,
Гальченко Володимир Якович,
Трембовецька Руслана Володимирівна

В авторській редакції

3MIST

ВСТУП.....	5
1. ОСНОВИ ВИМІРЮВАЛЬНОГО КОНТРОЛЮ.....	7
1.1 Показники вірогідності контролю.....	8
1.2 Випадкова похибка вимірювання і вірогідність контролю.....	12
1.2.1 Адитивна похибка.....	12
1.2.2 Мультиплікативна похибка.....	17
1.3 Вплив систематичної похибки вимірювального каналу на вірогідність контролю.....	20
Контрольні питання.....	22
2. ПІДВИЩЕННЯ ВІРОГІДНОСТІ КОНТРОЛЮ.....	23
2.1 Аналіз впливу систематичної похибки вимірювання на вірогідність контролю.....	24
2.2 Ознаки та класифікація структурно-алгоритмічних методів підвищення вірогідності контролю.....	30
2.3 Методи адекватного зміщення вставок з виділенням похибки.....	33
2.3.1 Адитивна корекція вставок.....	35
2.3.2 Мультиплікативна корекція вставок.....	39
2.3.3 Ефективність адекватного зміщення вставок з виділенням похибки.....	41
2.4 Адекватне зміщення вставок без виділення похибок вимірювання.....	44
2.4.1 Метод ненормованого впливу.....	44
2.4.2 Метод граничних значень.....	47
2.5 Аналіз методів підвищення вірогідності контролю з деформацією характеристики.....	48
2.6 Методи зі зміною параметрів моделі контрольованої величини...54	
2.6.1 Метод середнього по множині об'єктів.....	55
2.6.2 Ітераційно-логометричне перетворення.....	57
Контрольні питання.....	75
3. ДОПУСКОВИЙ ВИМІРЮВАЛЬНИЙ КОНТРОЛЬ ЯКОСТІ ТА ПОВІРКА ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАННЯ.....	76
3.1 Поняття про допусковий вимірювальний контрольюююююю...76	
3.2 Постановка задачі перевірки гіпотез.....	77
3.3 Послідовна перевірка гіпотез.....	81
3.4 Можливі узагальнення на випадку багатоальтернативного рішення.....	83
3.5 Вплив похибки вимірювання на вірогідність вимірювального контролю одного показника.....	85
3.6 Забезпечення необхідної достовірності результатів контролю шляхом звуження допусків.....	89
3.7 Послідовна процедура контролю.....	93

3.8 Оцінка достовірності атестації засобів вимірювання за результатами їх звіряння.....	97
3.9 Контроль декількох показників.....	101
3.10 Оцінювання якості продукції при вибірковому контролі.....	104
4. СТАТИСТИЧНІ МЕТОДИ УПРАВЛІННЯ ЯКІСТЮ.....	111
4.1 Інструменти контролю якості.....	111
4.2. Стандарти статистичного приймального контролю продукції ...	126
СПИСОК НОРМАТИВНОЇ ДОКУМЕНТАЦІЇ.....	131
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	135

ВСТУП

Різноманітні сучасні технології електроніки, автоматики та телекомунікації вимагають величезного збільшення експериментальної та розрахункової інформації про технічний стан об'єктів, яку отримують за допомогою спеціальних технічних засобів і методів вимірювання.

Суттєвою для експериментальних обчислювальних інформаційних процедур є можливість отримання інформації про об'єкти електроніки, автоматики та телекомунікації в результаті проведення обчислювальних експериментів.

Вимірювальний контроль є фундаментальною процедурою в експериментальній та обчислювальній інформатиці, яка надає інформацію про стан технічних об'єктів відповідно кількісно у вигляді чисел або якісно у вигляді висновків. Кожна процедура базується на експериментах, і в міру того, як процедури експериментальної та обчислювальної інформатики стають більш складними, складність тестування, діагностики, дослідження, моніторингу тощо зростає.

Окремі процедури в експериментальній та обчислювальній інформатиці зростаючої складності включають цей клас процедур і математичну або логічну обробку результатів цих процедур. Так, наприклад, вимірювальний контроль включає вимірювання, а контрольне випробування включає контроль і вимірювання. Тому визначення співвідношення між показниками якості складових процедур є дуже важливим, і це не можливо зробити без належного метрологічного забезпечення.

Як уже зазначалося, вимірювання та керування є основними процедурами в експериментальній інформатиці. Вірність і точність використання засобів і методів експериментальної інформатики базується на знанні деталей вимірювань і контролю, їх метрологічних властивостей. Надійність, яка визначає метрологічні властивості засобів експериментальної інформатики, гарантує достовірність результатів, отриманих під час експериментальних досліджень. Прилади експериментальної інформатики — це технічні засоби зі стандартизованими метрологічними властивостями. Серед засобів створення інформації основними є засоби вимірювання та контролю, значення яких визначається таким чином. По-перше, найвищий рівень точності вимірюваної інформації та достовірність контрольованої інформації. По-друге, тенденція до інтелектуалізації, а також автоматизації. По-третє, він широко використовується в усіх інших інформаційних процедурах.

Тому в експериментальній інформатиці поступово формуються загальні поняття, а також швидко розвиваються поняття в області вимірювань і керування.

Прискорений розвиток вимірювальної науки і вимірювальної техніки в останні десятиліття породив нові терміни і поняття, а також нові підходи до принципів побудови вимірювальних і контрольних приладів.

Прийнято Закон про українську мову, який зазначає необхідність швидкого відновлення української мови і в галузі науки і техніки. Український

національний стандарт створює новий український термінологічний стандарт для всіх галузей. Розроблено також і єдиний серед них стандарт на терміни та поняття на-уки а саме, стандарти ДСТУ 2681-94 «Метрологія. Терміни та визначення. З поправкою», ДСТУ 2709-94. «Державна система забезпечення єдності вимірювань. Автоматизовані системи керування технологічними процесами. Метрологічне забезпечення. Основні положення», ДСТУ 3.436-93 «Автоматизовані системи. Терміни та визначення», ДСТУ 3021-95 «Випробування і контроль якості продукції. Терміни та визначення», ДСТУ OIML D 16:3.3.39 «Метрологія. Принципи забезпечення метрологічного контролю (OIML D 16:3.196, IDT)» та ін.

Наступне дає змогу зрозуміти подальший розвиток метрології - науки про вимірювання – і сприяє оволодінню новітніми засобами вимірювальної техніки та вимірювального контролю.

Викладання матеріалу базується на принципі послідовного розгляду загальних методів вимірювання окремих груп фізичних величин. Такий підхід дозволяє зорієнтуватися в існуючих методах вимірювань і вибрати необхідні методи і відповідні технічні заходи для вирішення конкретної проблеми. Викладаючи матеріал у стислій формі, укладачі використовують пропоновану літературу для викладення основних положень у галузі «вимірювального контролю якості продукції» та сприяння самостійному науковому дослідженню здобувачів вищої освіти, спрямованому на формування навичок.

1 ОСНОВИ ВИМІРЮВАЛЬНОГО КОНТРОЛЮ

Контроль, як і вимірювання, є фундаментальною процедурою в експериментальній інформатиці.

У масовому виробництві випадковий характер дестабілізуючих факторів призводить до мінливості значень параметрів. Відхилення фактичного значення параметра від номінального визначається випадковими виробничими похибками. Воно характеризується певними теоретичними закономірностями розподілу можливих значень у певних схемах технологічних процесів.

Процедура контролю якраз і спрямована на розподіл об'єктів на справні C та несправні $\bar{C}$. Результатом контролю, на відміну від вимірювання, є висновок: об'єкт придатний Π або не придатний $\bar{\Pi}$ для використання. Для розподілу об'єктів при контролі вводяться допуски на параметр.

Контрольовані параметри порівнюються із заданими критеріями у вигляді допусків і приймаються рішення. Вимірювальний контроль відбувається, коли кореляція з нормою передуює вимірюванню параметра. У цьому випадку норми встановлюються у вигляді вставок.

Допуск – це такі встановлені дослідом або розрахунком границі для значення па-раметрів об'єкта контролю, при яких об'єкт здатний виконувати задані (приписані) функції, зберігаючи при цьому свої експлуатаційні показники протягом зада-ного часу при певних умовах.

Значення параметра між визначеними границями допуску називають **допусковим інтервалом**. Допусковий інтервал може займати різні положення по відношенню до номінального значення параметра. Він може бути симетричним або несиметричним.

Вставки є відображенням допуску в масштаб вихідної величини засобів вимірювання. Вони також можуть бути симетричними або несиметричними.

Якість процедури контролю, ступінь його правдоподібності характеризується **вірогідністю контролю**. Кількісною оцінкою вірогідності є ймовірність того, що результат контролю відповідає дійсному стану технічного об'єкта. Як і ймовірність, вірогідність контролю може приймати значення від 0 до 1. В ідеальному випадку контроль дає абсолютно вірний результат, і тоді вірогідність дорівнює 1.

Але на практиці через вплив великої кількості різних факторів вірогідність відрізняється від 1. Основними причинами цього можуть бути:

- невідповідність технічного об'єкта контролю приписаній йому моделі, що звичайно пов'язано з необхідністю спрощення процедури контролю;
- наявність похибок вимірювання контрольованого параметра;
- наявність відтворення (вимірювання) режимних та вхідних величин.

Згідно з вищенаведеним, вірогідність розподіляють на методичну та інструментальну. Такий розділ вірогідності на складові дозволяє окремо аналізувати вплив на вірогідність результату контролю впливних величин

(факторів). Апарат аналізу не залишається одним і тим же. В подальшому будемо приділяти увагу інструментальній складовій вірогідності.

1.1 Показники вірогідності контролю

При аналізі частіше використовується ймовірність помилкових рішень $P_{\text{ПОМ}}$, яка визначається як різниця:

$$P_{\text{ПОМ}} = 1 - D,$$

де D – вірогідність контролю.

Помилкові рішення при контролі мають дві складові, які носять назву **хибна відмова** та **невизначена відмова**. В теорії контролю існують для цих подій теж, відповідно такі назви: помилка першого роду або ризик виробника і помилка другого роду або помилка споживача.

Ймовірність помилковості рішень представляється як:

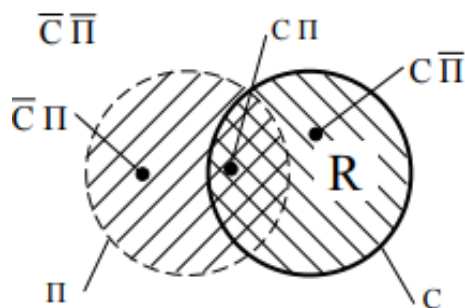
$$P_{\text{ПОМ}} = P_X + P_H,$$

де P_X – ймовірність того, що об'єкт справний C (в нормі), а результат контролю негативний (непридатний $\bar{P}$);

P_H – ймовірність того, що об'єкт несправний $\bar{C}$, а результат контролю позитивний (придатний P).

Позначимо X – вектор контрольованих параметрів об'єкта, а Z – вектор результатів вимірювання цих параметрів. Введемо допускову область R . Для аналізу вірогідності будемо користуватися елементарними подіями, які характеризують можливий істинний стан об'єкта та можливі результати контролю: C і $\bar{C}$; P і $\bar{P}$.

Попарне поєднання цих елементарних подій створює складні події, які відповідають чотирьом можливим ситуаціям при контролі (рис. 1.1), які складають повну групу подій.



$CP: \{(X \in R) \cap (Z \in R)\}$ – об'єкт справний і результат контролю "придатний";

$C\bar{P}: \{(X \in R) \cap (Z \notin R)\}$ – об'єкт справний і результат контролю "непридатний";

$\bar{C}P: \{(X \notin R) \cap (Z \in R)\}$ – об'єкт несправний і результат контролю "придатний";

$\bar{C}\bar{P}: \{(X \notin R) \cap (Z \notin R)\}$ – об'єкт несправний і результат контролю "не придатний"

Рисунок 1.1 - Діаграма визначення подій при контролі

На рис. 1.1 пунктирною лінією зображена область прийняття рішення. Перша та четверта події відповідають вірному результату контролю. Тому вірогідність контролю можна записати:

$$D = P(C\Pi) + P(\bar{C}\bar{\Pi}).$$

Подія $C, \bar{\Pi}$ відповідає помилковому рішенням – хибна відмова, а ймовірність виникнення цієї події є мірою ризику виробника:

$$P_x = P(C\bar{\Pi}).$$

Виходячи з діаграми на рис. 1.1 можна записати:

$$P_x = P(C) - P(C\Pi),$$

тобто, визначається добутком апіорної ймовірності того, що об'єкт справний, та апіорної ймовірності того, що одночасно об'єкт справний і результат контролю “придатний”.

Подія $\bar{C}, \Pi$ відповідає хибному рішенням – невизначена відмова, а її ймовірність дає міру абсолютного ризику замовника:

$$P_H = P(\bar{C}, \Pi).$$

Виходячи з діаграми на рис. 1.1, маємо:

$$P_H = P(\Pi) - P(C, \Pi),$$

тобто добутком апіорної ймовірності того, що об'єкт буде визнаний придатним, та апіорної ймовірності того, що одночасно об'єкт справний і результат контролю “придатний”.

Крім абсолютних показників вірогідності на практиці застосовують так звані відносні або апостеріорні показники, які характеризують вірність вже прийнятих рішень. Розглянемо вхідні та вихідні стани об'єкта і рішення (рис. 1.2), які приймаються при контролі, виходячи з елементарних подій та їх ймовірностей.

На контроль надходить об'єкт, який може бути в одному з можливих станів – справному C або несправному $\bar{C}$. Імовірність знаходження в C або $\bar{C}$ визначається щільністю розподілу можливих значень контрольованої величини $f(x)$ та граничними значеннями допускового інтервалу X_H і X_B :

$$P(C) = \int_{X_H}^{X_B} f(x) \cdot dx,$$

$$P(\bar{C}) = \int_{-\infty}^{X_H} f(x) \cdot dx + \int_{X_B}^{+\infty} f(x) \cdot dx.$$

При контролі, як вже зазначалося, може виникнути одна з чотирьох подій, дві з яких відповідають дійсному стану об'єкта, а дві інші є помилковими. Як слідство цього зменшується ймовірність вірного прийняття відповідного рішення:

$$\begin{aligned} P_B(\Pi) &= P(C) - P_L, \\ P_B(\bar{\Pi}) &= P(\bar{C}) - P_H. \end{aligned} \quad (1.1)$$

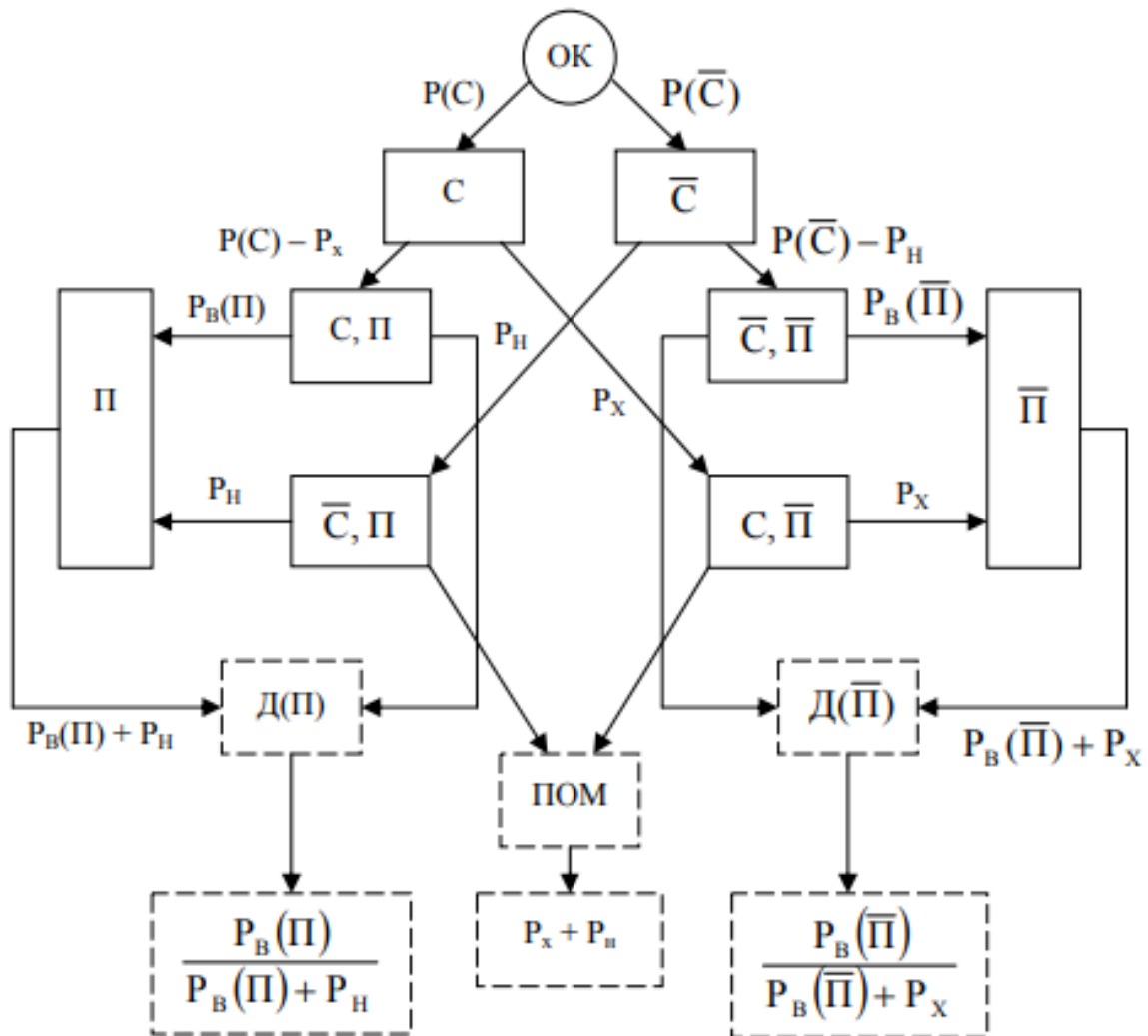


Рисунок 1.2 - Механізм виникнення помилкових рішень

Як витікає з проведеного аналізу, рішення “придатний” Π формується як сума двох складних подій (C, Π) і ($\bar{C}, \Pi$), а тому вірогідність отриманого результату “придатний” $D(\Pi)$ може бути оцінена як відношення ймовірності вірно прийнятого рішення Π і ймовірності прийняття рішення Π за результатами контролю, тобто:

$$D(\Pi) = \frac{P_B(\Pi)}{P_B(\Pi) + P_H}.$$

Беручи до уваги співвідношення (1.1), можна записати

$$D(\Pi) = \frac{P(C) - P_X}{P(C) - P_X + P_H}, \quad (1.2)$$

або

$$D(\Pi) = 1 - \frac{P_H}{P(C) - P_X + P_H}.$$

Після аналогічних розмірковувань прийдемо до висновку (рис. 1.2) для оцінки результату “непридатний”:

$$D(\bar{\Pi}) = \frac{P_B(\bar{\Pi})}{P_B(\bar{\Pi}) + P_X},$$

або

$$D(\bar{\Pi}) = \frac{P(\bar{C}) - P_H}{P(\bar{C}) - P_H + P_X}, \quad (1.3)$$

$$D(\bar{\Pi}) = 1 - \frac{P_X}{P(\bar{C}) - P_H + P_X}.$$

Виходячи з виразів (1.2) і (1.3), можна зробити висновок, що при заданому (визначеному з технологічної схеми) значенні $P(C)$, або $P(\bar{C}) = 1 - P(C)$, вірогідність приймаємих за результатами контролю рішень в основному визначається ймовірностями прийняття помилкових рішень: хибної та невизначеної відмови P_X і P_H . Тому ймовірність помилкових рішень $P_{\text{пом}} = P_X + P_H$ є істотною мірою невірогідності отримуваних результатів.

При контролі багатопараметричного об’єкта під ймовірністю хибної відмови розуміють ймовірність того, що всі n параметрів об’єкта знаходяться в допуску (об’єкт справний) і хоча б один параметр за результатами контролю був визнаний не в нормі. Ймовірність невизначеної відмови P_H в цьому випадку є ймовірністю того, що серед n параметрів має місце хоча б один не в допуску (об’єкт несправним) і за результатами контролю об’єкт був визнаний “придатним”. Виходячи з цього, можна записати:

$$P_X = P(C) - P_B(\Pi),$$

де $P(C) = \prod_{i=1}^n P(C_i)$ – ймовірність того, що всі параметри об’єкта знаходяться в допуску;

$$P_B(\Pi_i) = P(C_i) - P_{xi}.$$

Тоді:

$$P_X = \prod_{i=1}^n P(C_i) - \prod_{i=1}^n [P(C_i) - P_{xi}]. \quad (1.4)$$

Для ймовірності невизначеної відмови будемо виходити з виразу:

$$P_H = P(\Pi) - P_B(\Pi).$$

Підставивши значення $P(\Pi)$ і $P_B(\Pi)$, будемо мати:

$$P_H = \prod_{i=1}^n [P(C_i) - P_{xi} + P_{Hi}] - \prod_{i=1}^n [P(C_i) - P_{xi}]. \quad (1.5)$$

Виходячи з виразів для абсолютних показників багатопараметричного контролю (C , Π), можна отримати вирази для вірогідності результатів “придатний” і “непридатний”:

$$D(\Pi) = \frac{\prod_{i=1}^n [P(C_i) - P_{xi}]}{\prod_{i=1}^n [P(C_i) - P_{xi} - P_{Hi}]} = \prod_{i=1}^n D(\Pi_i),$$

$$D(\bar{\Pi}) = 1 - \prod_{i=1}^n D(\Pi_i),$$

де $D(\Pi_i)$ – вірогідність результату “придатний”, отриманого при контролі i -го параметра об’єкта.

Як вже зазначалось, нас буде цікавити так звана “вимірювальна” складова контролю, яка відображає вплив метрологічних характеристик засобів вимірювальної техніки на ймовірність помилкових рішень. Беручи до уваги, що випадкова та систематична складова їх похибки по-різному поведуть себе при проведенні вимірювань, будемо розглядати окремо їх вплив на вірогідність контролю, точніше, на ймовірність помилкових рішень.

1.2. Випадкова похибка вимірювання і вірогідність контролю

1.2.1. Адитивна похибка

Почнемо з випадку, коли параметр контрольованого об’єкта має фіксоване значення. При його вимірюванні результат, який потім порівнюється з уставками, буде представлятися як сума:

$$z = x_1 + y,$$

де x_1 – фіксоване значення параметра;

y – випадкова складова похибки вимірювання;

z – результат вимірювань контрольованого параметра.

Припустимо, що випадкова похибка вимірювання має нормальний закон розподілу з нульовим математичним очікуванням і щільністю розподілу $f_1\left(\overset{o}{y}\right)$.

Залежно від того, де знаходиться по відношенню до границь допускового інтервалу x_H та x_B значення параметра, можуть виникати хибна або невизначена відмова (рис. 1.3).

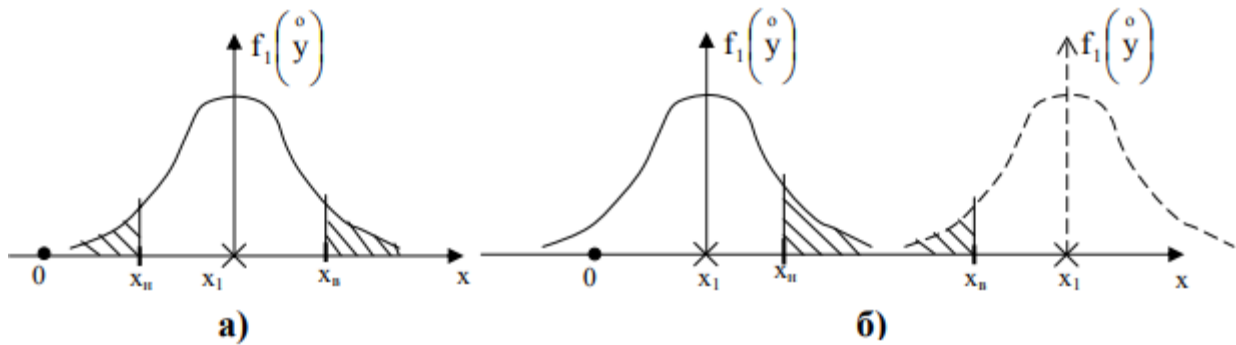


Рисунок 1.3 - Вплив адитивної похибки на прийняття рішень

Для ситуації, представленої на рис. 1.3, а, коли контрольований параметр x_1 виникає у середині допускового інтервалу, а $\overset{o}{z}$ буде менше x_H або більше x_B , буде хибна відмова. Ймовірність хибної відмови визначиться через параметри закону розподілу випадкової похибки:

$$P_X(X = x_1) = \int_{-\infty}^{x_H} f_2\left(\overset{o}{z}\right) \cdot d\overset{o}{z} + \int_{x_B}^{+\infty} f_2\left(\overset{o}{z}\right) \cdot d\overset{o}{z}, \quad (1.6)$$

де

$$f_2\left(\overset{o}{z}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_z^o}} \cdot \exp\left\{-\frac{\left(\overset{o}{z} - x_1\right)^2}{2\sigma_z^o}\right\},$$

$$\sigma_z^o = \sigma_y^o.$$

Виходячи з рис. 1.3, б, коли виникає невизначена відмова, можна записати для ймовірності невизначеної відмови:

$$P_H(X = x_1) = \int_{x_H}^{x_B} f_2\left(\overset{o}{z}\right) \cdot d\overset{o}{z}. \quad (1.7)$$

Слід зауважити, що невизначена відмова може виникнути і для випадку, коли фіксоване значення параметра x_1 буде більше значення верхньої границі x_6 . (відображено пунктирною лінією). В цьому випадку вираз (1.7) виконується.

Але помилкові рішення можуть виникати і для інших можливих значень контрольованого параметра, тобто для аналізу хибної відмови треба розглядати усі об'єкти, значення параметрів яких лежить в інтервалі $(x_n \div x_6)$, а для невизначеної відмови – усі об'єкти з параметрами поза границями допускового інтервалу. Тоді ймовірність помилкових рішень буде визначатися ймовірністю знаходження контрольованого параметра у вищезгаданих областях і ймовірністю того, що вплив похибки вимірювання призведе до того, що результат потрапляє в області, де приймаються рішення про стан об'єкта, яке не відповідає істині.

Спочатку розглянемо хибну відмову. Ймовірність її виникнення при $x_n < x < x_6$ буде мати дві складові – ймовірність того, що результат буде менше x_n та ймовірність того, що результат буде більше x_6 . Якщо повернутися до рис. 1.3, а, а це буде для значень $x = x_1$, коли для похибки буде виконуватись співвідношення $\overset{o}{y} < x_n - x$ (із врахуванням знака); або $\overset{o}{y} > x_6 - x$. Для всіх можливих значень X , які знаходяться в інтервалі $(x_n \div x_6)$, треба враховувати ймовірність їх знаходження в цьому інтервалі. Таким чином маємо:

$$P_X = \int_{x_n}^{x_6} f(x) \int_{-\infty}^{x_n - x} f_1\left(\overset{o}{y}\right) \cdot d\overset{o}{y} \cdot dx + \int_{x_n}^{x_6} f(x) \int_{x_6 - x}^{+\infty} f_1\left(\overset{o}{y}\right) \cdot d\overset{o}{y} \cdot dx. \quad (1.8)$$

Для невизначеної відмови знову повернемося до рис. 1.3, б. Вона буде виникати, коли похибка вимірювання y буде приймати значення більші, ніж $x_n - x_1$ або менші, ніж $x_6 - x_1$ (враховуючи знак похибки). Виходячи з закону розподілу можливих значень контрольованої величини, можна визначити ймовірність знаходження значення параметра “лівіше” x_n або “правіше” x_6 . Тоді, з врахуванням вищенаведеного, ймовірність виникнення невизначеної відмови буде представлено виразом:

$$P_H = \int_{-\infty}^{x_n} f(x) \int_{x_n - x}^{x_6 - x} f_1\left(\overset{o}{y}\right) \cdot d\overset{o}{y} \cdot dx + \int_{x_6}^{+\infty} f(x) \int_{x_n - x}^{x_6 - x} f_1\left(\overset{o}{y}\right) \cdot d\overset{o}{y} \cdot dx. \quad (1.9)$$

Наведені вище викладки дозволяють зрозуміти механізм виникнення помилкових рішень.

Для визначення ймовірності хибної і невизначеної відмови можна використати загальний підхід, виходячи зі згортки.

У найпростішому випадку, коли похибка вимірювання $\overset{o}{y}$ адитивна, тобто не залежить від параметра x , результат вимірювання представляється сумою:

$$\overset{o}{z} = x + \overset{o}{y}.$$

Тоді закон розподілу $f_z\left(\overset{o}{z}\right)$ визначається композицією законів $f(x)$ та $f_1\left(\overset{o}{z}\right)$, а спільний розподілу $f_3\left(x, \overset{o}{z}\right)$:

$$f_3\left(x, \overset{o}{z}\right) = f(x) \cdot f\left(\frac{\overset{o}{z}}{x}\right) = f(x) \cdot f_2\left(\frac{\overset{o}{z}}{x}\right),$$

тобто переходимо до згортки. Для визначення ймовірностей помилкових рішень у випадку адитивної похибки треба інтегрувати добуток щільностей розподілу можливих значень контрольованого параметра $f(x)$ та похибки вимірювання $f_1\left(\overset{o}{y}\right)$. При цьому треба визначити границі інтегрування похибки

вимірювання із врахуванням того, що $\overset{o}{y} = \overset{o}{z} - x$.

Хибна відмова:

$$\left\{ \left(x_H < x < x_B \right) \cap \left(\overset{o}{z} < x_H \right) \right\} \cup \left\{ \left(x_H < x < x_B \right) \cap \left(\overset{o}{z} < x_B \right) \right\},$$

$$\left\{ \left(x_H < x < x_B \right) \cap \left(\overset{o}{y} < x_H - x \right) \right\} \cup \left\{ \left(x_H < x < x_B \right) \cap \left(\overset{o}{y} < x_B - x \right) \right\}.$$

Невизначена відмова:

$$\left\{ \left(x < x_H \right) \cap \left(x_H < \overset{o}{z} < x_B \right) \right\} \cup \left\{ \left(x > x_B \right) \cap \left(x_H < \overset{o}{z} < x_B \right) \right\},$$

$$\left\{ \left(x < x_H \right) \cap \left(x_H - x < \overset{o}{y} < x_B - x \right) \right\} \cup \left\{ \left(x > x_B \right) \cap \left(x_H - x < \overset{o}{y} < x_B - x \right) \right\}.$$

Області значень x , які відповідають помилковим рішенням, показані на рис. 1.4.

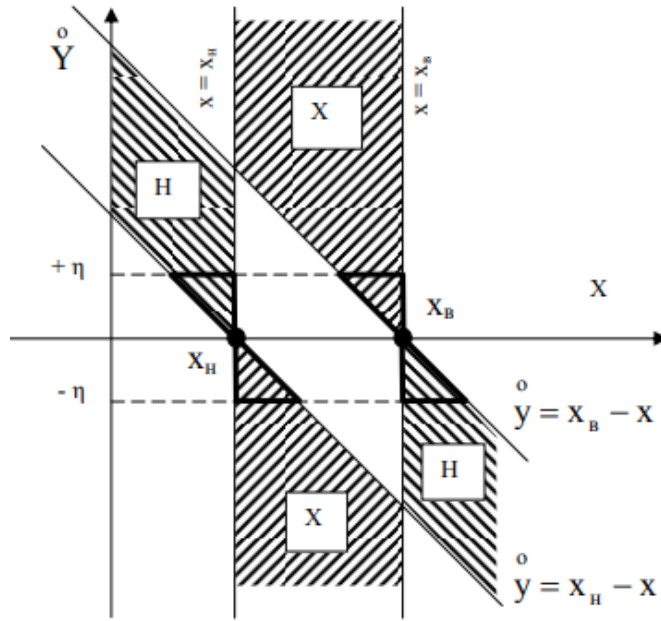


Рисунок 1.4 - Виникнення помилкових рішень для адитивної помилки

Визначивши границі інтегрування з відповідними заштрихованими областями, приходимо до виразів (1.8), (1.9) для ймовірностей хибної та невизначеної відмови.

Якщо похибка вимірювання має рівномірний розподіл $f_1\left(\overset{o}{y}\right) = \frac{1}{2\eta}$, то границі інтегрування, використовуючи рис. 1.4, визначаються, виходячи з областей, які виділені більш жирною лінією:

$$P_{x.ривн} = \int_{X_H}^{X_H+\eta} f(x) \int_{-\eta}^{X_H-X} f_1\left(\overset{o}{y}\right) d\overset{o}{y} dx + \int_{X_B-\eta}^{X_B} f(x) \int_{X_B-X}^{+\eta} f_1\left(\overset{o}{y}\right) d\overset{o}{y} dx. \quad (1.10)$$

$$P_{н.ривн} = \int_{X_H-\eta}^{X_H} f(x) \int_{X_H-X}^{+\eta} f_1\left(\overset{o}{y}\right) d\overset{o}{y} dx + \int_{X_B}^{X_B+\eta} f(x) \int_{-\eta}^{X_B-X} f_1\left(\overset{o}{y}\right) d\overset{o}{y} dx. \quad (1.11)$$

Як бачимо, на відміну від нормального закону розподілу похибки вимірювання, при рівномірному законі похибка вимірювання впливає на результат контролю тільки в певних межах, які визначаються параметрами закону розподілу похибки.

Ця властивість рівномірного закону розподілу похибки дозволяє синтезувати алгоритм адаптивного контролю. Дійсно, як витікає з виразів (1.10) і (1.11), помилкові рішення можуть виникати лише у тих випадках, коли значення контрольованого параметра X будуть знаходитись в інтервалах:

$$(x_n''; x_n') \text{ та } (x_B'; x_B''),$$

де $x_n'' = x_n - \eta$; $x_n' = x_n + \eta$; $x_B' = x_B - \eta$; $x_B'' = x_B + \eta$.

В ці самі інтервали може “потрапити” і результат вимірювання параметрів, значення яких знаходяться поза інтегралами під впливом похибки вимірювання. Виникає ситуація невизначеності, яку треба перевірити додатковими дослідженнями.

Таким чином алгоритм буде таким:

- вводяться додаткові вставки x_n' , x_n'' , x_B' , та x_B'' .

- якщо результат вимірювання z буде меншим ніж x_n'' або більшим ніж x_B'' , то приймається абсолютно вірогідне рішення “непридатний” і на цьому процедура контролю закінчується.

- у випадку виконання нерівності $x_n' < z < x_B'$ приймається абсолютно вірогідне рішення “придатний” і контроль закінчується.

- у випадку знаходження результату в одному з інтервалів $(x_n'' \div x_n')$ або $(x_B' \div x_B'')$ переходять до послідовної процедури уточнення місця знаходження контрольованого параметра. Для цього здійснюється ще раз вимірювання параметра. Результат буде відмінним від попереднього, бо випадкова похибка набула іншого значення.

- далі іде співставлення з x_n'' , x_n' та x_B' , x_B'' аналогічно тому, що було розглянуто вище. Максимальна кількість вимірювань n вибирається з допустимого значення вірогідності помилкових рішень.

1.2.2 Мультиплікативна похибка

У випадку, коли випадкова складова похибки вимірювання є мультиплікативною, результат $z = x \cdot \left(1 + \overset{o}{\gamma}\right)$ можна представити у вигляді

$z = x + y$, де $y = x \cdot \overset{o}{\gamma}$, $\overset{o}{\gamma}$ – мультиплікативна похибка. Але треба зазначити, що $y = x \overset{o}{\gamma}$ буде залежати від значення контрольованої величини і операцію згортки проводити не можна.

З іншого боку значення мультиплікативної похибки $\overset{o}{\gamma}$ не залежить від значень контрольованої величини X , тоді їх спільна щільність $\Psi_1\left(x, \overset{o}{\gamma}\right)$ може бути визначена через добуток щільності $f(x)$ і $\psi\left(\overset{o}{\gamma}\right)$. Виходячи з цього представимо мультиплікативну похибку виразом:

$$\overset{o}{\gamma} = \frac{z}{x} - 1. \quad (1.12)$$

Тоді можна використовувати вирази, отримані раніш і для складових імовірності помилкових рішень для випадку адитивної складової похибки вимірювального каналу. Для цього необхідно в отримані вирази підставити $\overset{o}{\gamma}$, а потім поділити на X . При цьому треба пам'ятати, що x по відношенню до математичного очікування може приймати як позитивні, так і негативні значення. Тому будемо розглядати центровану величину $\overset{o}{x} = x - Mx$.

Виходячи з вищевикладеного, ймовірності виникнення складових помилкових рішень при контролі, які обумовлені впливом мультиплікативної випадкової похибки вимірювального каналу, будуть представлені такими співвідношеннями:

$$\begin{aligned} P_X^H &= P\left(\overset{o}{x}_n < \overset{o}{x} < 0, \overset{o}{z} < \overset{o}{x}_n\right) + P\left(0 < \overset{o}{x} < \overset{o}{x}_B, \overset{o}{z}, \overset{o}{x}_n\right). \\ P_X^B &= P\left(\overset{o}{x}_n < \overset{o}{x} < 0, \overset{o}{z}_B < \overset{o}{x}_B\right) + P\left(0 < \overset{o}{x} < \overset{o}{x}_B, \overset{o}{z}, \overset{o}{z}_B\right). \\ P_H^H &= P\left(\overset{o}{x} < \overset{o}{x}_n < \overset{o}{x}_n < \overset{o}{z} < 0\right) + P\left(\overset{o}{x} < \overset{o}{x}_n < 0 < \overset{o}{z} < \overset{o}{x}_B\right). \\ P_H^B &= P\left(\overset{o}{x} < \overset{o}{x}_B < \overset{o}{x}_n < \overset{o}{z} < 0\right) + P\left(\overset{o}{x} < \overset{o}{x}_B < 0 < \overset{o}{z} < \overset{o}{x}_B\right). \end{aligned}$$

В цих співвідношеннях верхні індекси n і B – відповідають ситуації, яка виникає при відповідно нижній та верхній межі допускового інтервалу.

Якщо підставити $\overset{o}{z} = \overset{o}{x} \left(1 + \overset{o}{\gamma}\right)$ і використати (1.12), після перетворень із врахуванням знаку одержимо:

$$\begin{aligned} P_X^H &= P\left(\overset{o}{x}_n < \overset{o}{x} < 0, \overset{o}{\gamma} > \frac{\overset{o}{x}_n}{\overset{o}{x}}\right) + P\left(0 < \overset{o}{x} < \overset{o}{x}_B, \overset{o}{\gamma} < \frac{\overset{o}{x}_n}{\overset{o}{x}} - 1\right). \\ P_X^B &= P\left(\overset{o}{x}_n < \overset{o}{x} < 0, \overset{o}{\gamma} > \frac{\overset{o}{x}_B}{\overset{o}{x}} - 1\right) + P\left(0 < \overset{o}{x} < \overset{o}{x}_B, \overset{o}{\gamma} > \frac{\overset{o}{x}_B}{\overset{o}{x}} - 1\right). \\ P_H^H &= P\left(\overset{o}{x} < \overset{o}{x}_n, \overset{o}{\gamma} < \frac{\overset{o}{x}_H}{\overset{o}{x}} - 1\right) + P\left(\overset{o}{x} < \overset{o}{x}_H, \overset{o}{\gamma} > \frac{\overset{o}{x}_B}{\overset{o}{x}} - 1\right). \end{aligned}$$

$$P_H^B = P\left(x > x_B, \gamma > \frac{x_H}{x} - 1\right) + P\left(x > x_B, \gamma < \frac{x_B}{x} - 1\right).$$

Області, які відповідають цим ситуаціям, представлені на рис.1.5. Області інтегрування лімітовані кривими:

$$\gamma = \frac{x_B}{x} - 1 \text{ та } \gamma = \frac{x_H}{x} - 1,$$

які є гіперболами, розташованими відповідно у першому і третьому, а також у другому і четвертому квадранті. Але крутизна перших менша за крутизну других. Асимптотами гіпербол є вісь мультиплікативної похибки γ та пряма $\gamma = -1$.

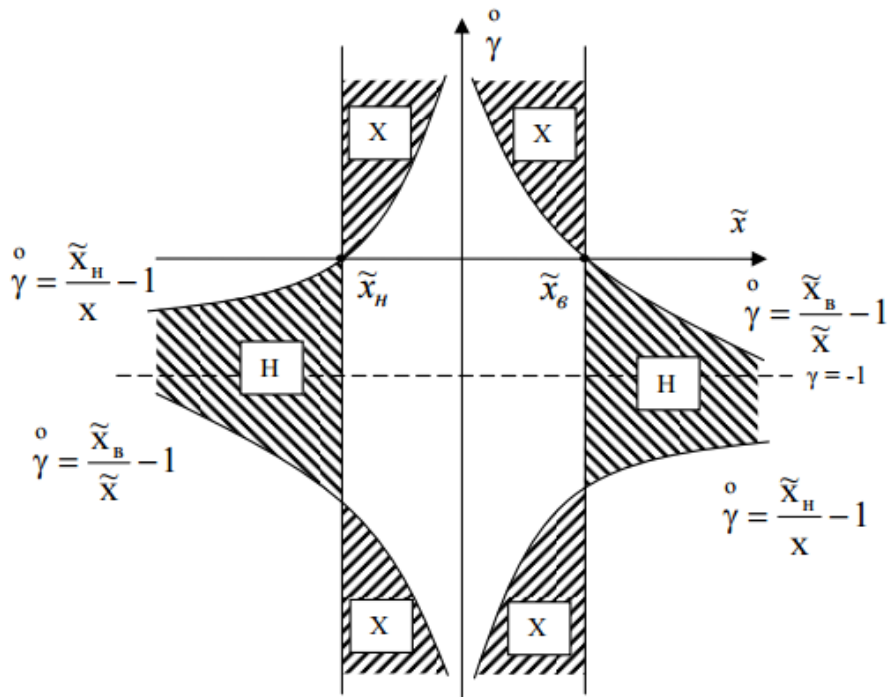


Рисунок 1.5 - Виникнення помилкових рішень для мультиплікативної похибки

Якщо взяти до уваги, що доцільно розглядати випадки, коли мультиплікативна похибка не перевищує 100 %, тобто $\left|\gamma\right| < 1$, то можна записати:

$$P_x = \int_{x_H}^0 f(x) \int_{\frac{x_H}{x}-1}^{+\infty} \psi\left(\frac{o}{\gamma}\right) d\gamma dx + \int_0^{x_B} f(x) \int_{\frac{x_B}{x}-1}^{+\infty} \psi\left(\frac{o}{\gamma}\right) d\gamma dx.$$

$$P = \int_{-\infty}^{x_H} f(x) \int_{-1}^{\frac{x_H}{x}-1} \psi\left(\frac{o}{\gamma}\right) d\gamma dx + \int_{x_B}^{+\infty} f(x) \int_{-1}^{\frac{x_B}{x}-1} \psi\left(\frac{o}{\gamma}\right) d\gamma dx.$$

1.3. Вплив систематичної похибки вимірювального каналу на вірогідність контролю

Допустимо, що реальна характеристика перетворювання вимірювального каналу має вигляд:

$$\varphi(x) = (x + \Delta)(1 + \gamma), \quad (1.13)$$

де Δ – систематична абсолютна адитивна похибка,
 γ – систематична мультиплікативна похибка.

Результат вимірювання контрольованої величини x порівнюється з уставками, які задаються для умов ідеального перетворення, тобто $\varphi_0(x_H)$ і $\varphi_0(x_B)$. Таким чином реальне вирішальне правило $\varphi_0(x_H) < \varphi(x) < \varphi_0(x_B)$, з врахуванням співвідношення (1.13) і того, що $\varphi_0(x_H) = x_H$, $\varphi_0(x_B) = x_B$, буде:

$$x_H < (x + \Delta)(1 + \gamma) < x_B.$$

Поділимо обидві частини нерівності на $(1 + \gamma)$ та перенесемо Δ :

$$\frac{x_H}{1 + \gamma} - \Delta < x < \frac{x_B}{1 + \gamma} - \Delta. \quad (1.14)$$

Для того щоб порівняти реальне вирішальне правило з ідеальним $x_H < x < x_B$, додамо та віднімемо відповідно до лівої частини (1.13) x_H , а до правої – x_B . Після перетворень одержимо:

$$x_H - \frac{\gamma x_H}{1 + \gamma} - \Delta < x < x_B - \frac{\gamma x_B}{1 + \gamma} - \Delta. \quad (1.15)$$

Порівнявши вираз (1.15) з ідеальним вирішальним правилом, можна помітити, що у (1.15) в лівій та правій частинах є додаткові складові $\theta_B = \alpha x_B + \Delta$, де $\alpha = \gamma / (1 + \gamma)$. Ці складові якраз і враховують вплив систематичної похибки вимірювального каналу на результат контролю.

Виходячи з (1.15), імовірність отримати результат контролю, “придатний” для реальної характеристики $P(\Pi)$:

$$P(\Pi) = \int_{x_B - \theta_H}^{x_B - \theta_B} f(x) dx.$$

Цю імовірність можна представити через три складові, якщо виділити імовірність знаходження об’єкта в “справному” стані, що відображає дійсний стан до контролю:

$$P(\Pi) = \int_{x_H - \theta_H}^{x_H} f(x) dx + \int_{x_H}^{x_B} f(x) dx + \int_{x_B}^{x_B - \theta_B} f(x) dx. \quad (1.16)$$

Перша і третя складові якраз і відображають вплив систематичної похибки вимірювального каналу на вірогідність контролю. Площі під кривою розподілу можливих значень контрольованої величини на еквівалентних інтервалах θ_H та θ_B будуть пропорційні імовірності помилкових рішень, які виникають при контролі. Характер помилкових рішень буде залежати від знаків адитивної та мультиплікативної складових систематичної похибки вимірювального каналу, їх абсолютних значень, а імовірність – від довжини еквівалентних інтервалів зсувів. Так, для наведеного виду характеристики $\varphi(x) = (x + \Delta)(1 + \gamma)$ знак попереду третього інтегралу буде мінус, тому границі інтегрування треба поміняти місцями. Тоді вплив систематичної похибки вимірювального каналу призведе до того, що при нижній границі може виникати невизначена відмова, а при верхній – хибна відмова. Імовірності прийняття помилкових рішень будуть:

$$P_H = \int_{x_H - \theta_H}^{x_H} f(x) dx,$$

$$P_X = \int_{x_B - \theta_B}^{x_B} f(x) dx.$$

Тоді:

$$P(\Pi) = P_H + P(C) - P_X.$$

Таким чином, для об’єктів, значення контрольованого параметра яких знаходяться в інтервалі $(x_H - \theta_H) / x_H$, буде прийняте помилкове рішення “придатний”. Для об’єктів з параметрами в інтервалі $(x_B - \theta_B) / x_B$ при контролі буде прийматися помилкове рішення “непридатний”.

Як вже було відзначено, вірогідність та характер виникаючих помилкових рішень залежать як від знаків, так і від співвідношення абсолютних значень адитивної та мультиплікативної складових систематичної похибки вимірювального каналу.

Існує багато методів зменшення впливу систематичної похибки на результат контролю. В наступному розділі аналізуються ці методи.

Контрольні питання

Чим визначається вірогідність контролю?

Механізм виникнення помилкових рішень.

Зв'язок апостеріорної та апріорної вірогідностей контролю.

Визначення вірогідності хибної відмови.

Визначення вірогідності невизначеної відмови.

Адаптивний алгоритм контролю. Визначення додаткових вставок.

Особливості визначення вірогідності помилкових рішень при впливі мультиплікативної випадкової похибки.

Як визначається вплив систематичної складової похибки вимірювального каналу на вірогідність контролю?

2 ПІДВИЩЕННЯ ВІРОГІДНОСТІ КОНТРОЛЮ

При масовому виробництві випадковий характер дестабілізуючих факторів приводить до розсіяння значень параметрів. Відхилення дійсного значення параметра від його номінального значення визначається випадковою похибкою виробництва, яка при певній схемі технологічного процесу характеризується цілком певним теоретичним законом розподілу.

При налагодженому технологічному процесі похибка виробництва, в своїй більшості, випадкова, і дійсне значення параметра контрольованого об'єкта є реалізацією випадкової величини X – результату виробництва фізичного параметра, яка характеризується відповідним теоретичним законом розподілу можливих значень. Значення параметра контрольованого об'єкта нам не відомо, воно є реалізацією випадкової величини X і в загальному випадку може бути будь-яким числом з множини можливих значень. Імовірність вибору для контролю об'єкта з певними значеннями параметра визначається законом розподілу його можливих значень.

При контролі оцінюються властивості об'єктів в заданих умовах, тому, крім похибки вимірювання вихідної величини об'єкта, треба брати до уваги і похибки формування цих умов. Вплив похибок вимірювальних операцій контролю здійснюється за допомогою інструментальної складової вірогідності контролю. Оцінити інструментальну складову вірогідності без “прив'язки” до конкретної математичної моделі об'єкта контролю ОК, на підставі якої визначаються номінальні значення вектора вхідних величин $S'(S_1, S_2, \dots, S_m)$ та режимних $S''(S_{m+1}, \dots, S_{m+p})$ величин і контрольованих параметрів $A(a_1, \dots, a_l)$ не можливо. Виходячи з цього, модель об'єкта контролю можна представити у вигляді $X = X(S', S'', A)$, де X – вектор вихідних величин ОК.

У загальному випадку операції формування режимних та вхідних величин здійснюються з похибками, то на ОК подаються множини величин $S_i (i = \overline{1, m+p})$ значення яких відхиляються від номінальних. Сукупність контрольованих об'єктів характеризується множиною станів, інформацію про які несе вектор вихідних величин $X = X(S', S'', A_k)$, де $S' = (S_1, \dots, S_m)$; $S'' = (S_{m+1}, \dots, S_{m+p})$; $A_k = (A_{1k}, \dots, A_{lk})$; $A_{jk} = A_j + \Delta_{jk} (j = \overline{1, \ell})$ значення j -го параметра k -го ОК в контрольованій сукупності; Δ_{jk} – відхилення від номінального значення, обумовлене випадковою похибкою виробництва.

Множина вихідних величин ОК перетворюється в величину, яка може бути в подальшому точно виміряна. При цьому результати вимірювання викривлені похибкою вимірювання – тому з нормами-вставками зрівнюються координати вектора $Z = X + Y$, де $Y = (Y_1, \dots, Y_n)$ – вектор похибок вимірювання.

В свою чергу вставки, пропорційні нормам (граничним значенням) контрольованих параметрів, формуються, у загальному випадку, теж з похибкою. Тому порівняння перетворених вихідних величин ОК проводиться з

викривленими вставками, які в дійсності задаються вектором $Z_0 = X + Y$, де $Y_0 = (Y_{10}, \dots, Y_{k0})$ – вектор похибок формування вставок.

Таким чином, на основі множини результатів порівняння приймаються не тільки вірні рішення про стан ОК, але і помилкові. Вплив засобів і методів вимірювання на якість контролю, його вірогідність, можна оцінити за допомогою ймовірності хибної та невизначеної відмов. При поодиначному виробництві розглядати вплив систематичної та випадкової складових похибок засобів вимірювання на вірогідність не має сенсу. При контролі об'єктів, утворених при масовому виробництві, вплив випадкової та систематичної складової на якість контролю проявляється по-різному.

2.1 Аналіз впливу систематичної похибки вимірювання на вірогідність контролю

Виходячи з нормативних документів та цільового призначення об'єктів задається допустиме відхилення параметрів у вигляді граничних значень x_H та x_B . Згідно з вирішувальним правилом $x_H < x < x_B$ можна виробити дві взаємовиключні гіпотези про стан об'єкта до контролю: H_0 – об'єкт у справному стані та $\overline{H_0}$ – об'єкт у несправному стані. Ймовірність появи відповідних подій буде:

$$P(H_0) = F(x_B) - F(x_H),$$

$$P(\overline{H_0}) = 1 - [F(x_B) - F(x_H)],$$

де $F(x) = \int_{-\infty}^x f(x)dx$; $F(x)$ та $f(x)$ – функція та щільність розподілу

можливих значень параметра X сукупності об'єктів масового виробництва.

Вони апріорі допускаються відомими і визначаються на основі вивчення схеми технологічного процесу, неідеальність якого приводить до певного розподілу похибок виробництва.

Задачею контролю є розподіл об'єктів на дві вищерозглянуті групи. Для цього вихідна величина ОК, після відповідних перетворень, порівнюються з вставками $\varphi_0(x_H)$ та $\varphi_0(x_B)$, де $\varphi_0(x)$ – номінальна характеристика перетворення.

В дійсності вимірювальний канал має реальну характеристику перетворення $\varphi(x) = (x \pm \Delta)(x \pm \gamma)$, відмінну від номінальної. В останньому виразі Δ та γ , відповідно, адитивна та мультиплікативна складові систематичної похибки. Таким чином маємо вирішувальне правило $\varphi_0(x_H) < \varphi_0(x) < \varphi_0(x_B)$. При цьому можуть виникати помилкові рішення – хибна та невизначена відмови, імовірність яких, виходячи із випадкового вибору об'єкта для контролю, відповідно дорівнюють:

$$F_X = P\{x_H < x < x_B, \varphi(x) < \varphi_0(x_H)\} + P\{x_H < x < x_B, \varphi(x) > \varphi_0(x_B)\}$$

$$F_X = P\{x < x_H, \varphi_0(x_H) < \varphi(x) < \varphi_0(x_B)\} + P\{x < x_B, \varphi_0(x_H) < \varphi(x) < \varphi_0(x_B)\}$$

де індекси x – хибна, n – невизначена.

Результати вимірювання вихідних величин сукупності контрольованих об'єктів є реалізацією випадкової величини $\varphi(x)$ з щільністю розподілу $f_\varphi[\varphi(x)]$, яка залежить як від щільності розподілу можливих значень $f(x)$ контрольованих параметрів, так і від похибки вимірювання. Маючи $f_\varphi[\varphi(x)]$, можна обчислити P_X та P_H . Це дозволяє встановити вимоги до допустимого відхилення реальної характеристики перетворення від номінальної, при якому забезпечується вірогідність контролю не нижче заданої.

До вирішення цієї задачі можна підійти і з іншого боку, коли не потребується знання функції розподілу $\varphi(x)$. Вплив похибки вимірювання в цьому випадку треба “перерахувати” до входу і при аналізі враховується за допомогою “еквівалентного зміщення” границь допускового інтервалу x_H та x_B , як показано на рис. 2.1. Еквівалентне зміщення нижньої границі вправо відображає вплив похибки вимірювання, яке приводить до хибної відмови. Як видно з рисунка, значення контрольованої величини, що потрапляють в інтервал $[x_H \div (x_H + \theta_n)]$, після перетворення будуть знаходитись лівіше $\varphi_0(x_H)$. Таким чином, якщо контролюються справні об'єкти, значення параметрів яких лежить усередині інтервалу $[x_H \div (x_H + \theta_n)]$, то після операції вимірювання та порівняння зі вставками $\varphi_0(x_H)$ і $\varphi_0(x_B)$ вони помилково будуть визнані несправними. Імовірність хибної відмови при цьому пропорційна площі під кривою розподілу, яка заштрихована з правим нахилом. Введення еквівалентного зміщення верхньої границі дозволяє оцінити імовірність, для цього випадку, невизначеної відмови.

Як видно з рис. 2.1, несправні об'єкти, значення параметрів яких знаходяться в інтервалі $[x_B \div (x_B + \theta_B)]$ після порівняння зі вставками будуть визнані справними. Площа на рис. 2.1, яка відповідає ймовірності невизначеної відмови, має штриховку з лівим нахилом.

Розглянемо реальне вирішувальне правило:

$$\varphi_0(x_H) < \varphi(x) < \varphi_0(x_B).$$

Перетворимо його, перерахувавши до входу. Тобто:

$$\varphi^{-1} \cdot \varphi_0(x_H) < x < \varphi^{-1} \cdot \varphi_0(x_B),$$

де φ^{-1} – обернена функція перетворення вимірювального каналу. Тоді маємо:

$$x_H + [\varphi^{-1} \cdot \varphi_0(x_H) - x_H] < x < x_B + [\varphi^{-1} \cdot \varphi_0(x_B) - x_B]$$

або

$$x_H + \theta_H < x < x_B + \theta_B,$$

де θ_H та θ_B – відповідно, нижній та верхній еквівалентний інтервали зміщення, довжина яких залежить від абсолютного значення і знаку адитивної та мультиплікативної похибок засобів вимірювання.

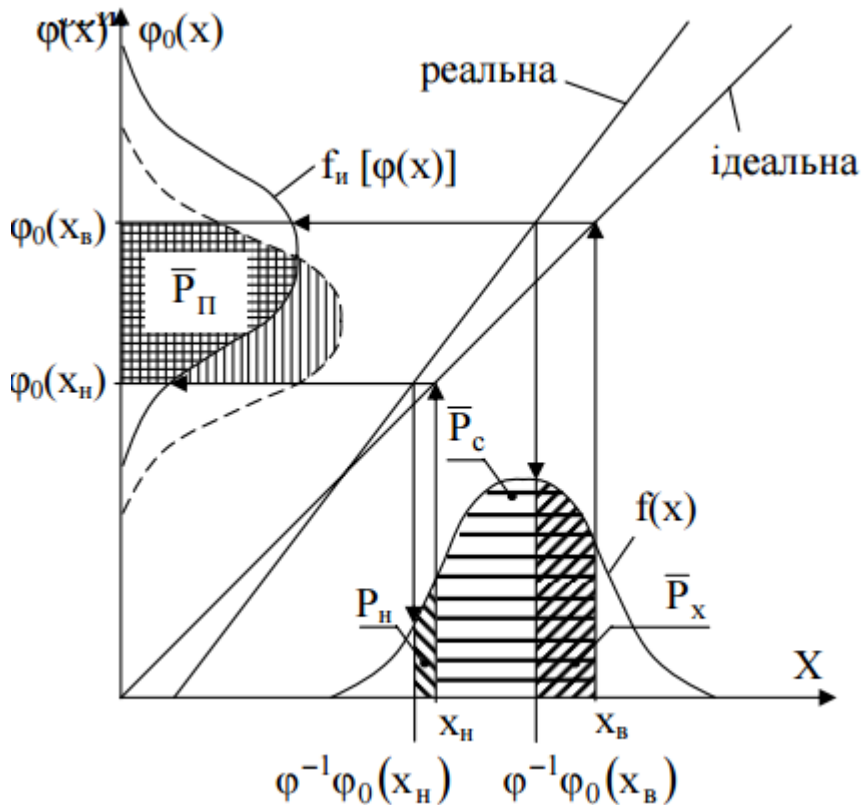


Рисунок 2.1 - Вплив систематичної похибки вимірювання вихідної величини

Беручи до уваги закон розподілу можливих значень контрольованої величини та випадковість вибору об'єктів для контролю, ймовірність помилкових рішень буде пропорційна площам під кривою $f(x)$ на інтервалах θ_H та θ_B . Так для випадку, наведеному на рис. 2.1, ймовірність помилкового рішення буде визначатися на основі рівняння:

$$P_{ном} = P_X + P_H = F(x_H + \theta_H) - F(x_H) + (x_B + \theta_B) - F(x_B).$$

Таким чином, введення еквівалентного зміщення границь допускового інтервалу дозволяє, маючи функцію розподілу можливих значень контрольованого параметра, проаналізувати вплив похибок вимірювання на якість контролю, зіставити різні варіанти побудови вимірювального каналу та розробити методи підвищення вірогідності контролю.

На початку визначимо залежність імовірності помилкових рішень від співвідношенням між складовими похибки. Почнемо з випадку, коли мультиплікативна складова позитивна. В залежності від абсолютного значення адитивної складової та її знаку можливі чотири випадки.

1. Адитивна похибка позитивна, тобто $\varphi(x) = (x + \Delta)(1 + \gamma)$.

При цьому вирішальне правило буде:

$$x_H < (x + \Delta)(1 + \gamma) < x_B,$$

де прийнято $\varphi_0(x_H) = x_H$ і $\varphi_0(x_B) = x_B$. Після математичних перетворювань останній вираз переписеться як:

$$x_H - \alpha x_H - \Delta < x < x_B - \alpha x_B - \Delta,$$

або

$$x_H - \theta_{H1} < x < x_B - \theta_{B1},$$

де $\theta_{H1} = \alpha x_H + \Delta$ та $\theta_{B1} = \alpha x_B + \Delta$ – довжина, відповідно нижнього та верхнього інтервалів зміщення (позитивне число);

$$\alpha = \gamma / (1 + \gamma).$$

Для ОК, значення контрольованої величини яких знаходяться в інтервалі $[(x_B - \theta_{B1}) \div x_B]$ тобто потрапляють у верхній еквівалентний інтервал зміщення, буде прийматися помилкове рішення про непридатність, тобто виникає хибна відмова. Для ОК, контрольовані параметрів яких знаходяться в нижньому еквівалентному інтервалі зміщення $[(x_H - \theta_{H1}) \div x_H]$, буде прийматися помилкове рішення про придатність – виникає невизначена відмова.

Імовірність помилкових рішень визначається як:

$$P_{ном1} = P_{H1} + P_{X1} = F(x_H) - F(x_H - \theta_{H1}) + F(x_B) - F(x_B - \theta_{B1}). \quad (2.1)$$

В подальшому будемо розглядати три найбільш типових закони розподілу можливих значень контрольованих параметрів: рівномірний, нормальний та арксинусоїдальний. Розкладемо вираз (2.1) в ряд Тейлора при обмеженні, що $\theta_{H1} + \theta_{B1} < \lambda / 4$, де $\lambda = x_B - x_H$ – довжина допускового інтервалу:

$$P_{ном1} = F(x_H) - F(x_H) + f(x_H) \cdot 0_{H1} - \frac{1}{2} f'(x_H) \cdot 0_{H1}^2 + \frac{1}{6} f''(x_H) \cdot 0_{H1}^3 - \\ - F(x_B) + F(x_B) + f(x_B) \cdot \theta_{B1} - \frac{1}{2} f'(x_B) \cdot \theta_{B1}^2 + \frac{1}{6} f''(x_B) \cdot \theta_{B1}^3 + \tau(x) \quad ,$$

де $\tau(x) = 1/24 \cdot f'''(\tau)(\theta_{H1}^4 + \theta_{B1}^4) < 10^{-3}$ – залишковий член ряду,
 τ – належить одному з еквівалентних інтервалів зміщення.

Допустимо, що границі допускового інтервалу розташовані симетрично по відношенню до математичного очікування контрольованого параметра, тобто його номінального значення. Виходячи з цього, будемо мати співвідношення:

$$\begin{aligned} f(x_H) &= f(x_B), \\ f'(x_H) &= -f'(x_B), \\ f''(x_H) &= f''(x_B). \end{aligned}$$

Тоді вираз (1.17) перепишеться у вигляді

$$P_{ном1} = f(x_H) - (\theta_{B1} + \theta_{H1}) \left[1 + \frac{1}{2} \psi'(x_H)(\theta_{B1} - \theta_{H1}) + \frac{1}{6} \psi''(x_H)(\theta_{B1}^2 - \theta_{B1} \cdot \theta_{H1} + \theta_{H1}^2) \right], \quad (2.2)$$

де $\psi^{(i)}(x_H) = f^{(i)}(x_H) / f(x_H)$, $i = ', ..., ''$; $\theta_{B1} + \theta_{H1} = \alpha(x_B + x_H) + 2\Delta$

2. Адитивна похибка негативна, тобто $\varphi(x) = (x - \Delta)(1 + \gamma)$.

Абсолютне значення адитивної похибки таке, що виповнюються співвідношення $\Delta < \alpha x_H$ та $\Delta < \alpha x_B$. При цьому, як і в розглянутому випадку, вплив похибок вимірювання відображається за допомогою еквівалентних інтервалів зміщення, розташованих зліва від границь допускового інтервалу. Але довжина цих інтервалів зміщення менша, ніж в попередньому випадку. Імовірність помилкових рішень визначається виразом (2.2), якщо в нього підставити значення:

$$\theta_{H2} = \alpha x_H - \Delta \text{ та } \theta_{B2} = \alpha x_B - \Delta.$$

Причому для тих же значень γ та $\Delta P_{ном2} < P_{ном1}$, або:

$$\theta_{B2} + \theta_{H2} = \alpha(x_B - x_H) - 2\Delta.$$

3 Адитивна похибка негативна.

Має місце співвідношення $\Delta > \alpha x_H$ та $\Delta < \alpha x_B$. При цьому нижній еквівалентний інтервал розміститься зліва від x_H , а верхній – справа від x_B . Таким чином вплив похибки вимірювання буде проявлятися тільки у виникненні хибної відмови, імовірність якої визначиться як:

$$P_{ном3} = F(x_H + \theta_{H3}) - F(x_H) + F(x_B) - F(x_B + \theta_{B3}),$$

де $\theta_{H3} = \Delta - \alpha x_H$, $\theta_{B3} = \alpha x_B - \Delta$.

Скориставшись розкладенням в ряд Тейлора, після математичних перетворень, аналогічним зробленим вище, будемо мати:

$$P_{ном3} = f(x_H)(\theta_{B3} + \theta_{H3}) \left[1 + \psi'(x_H) \frac{(\theta_{B3}^2 + \theta_{H3}^2)}{(\theta_{B3} + \theta_{H3})} + \frac{1}{6} \psi''(x_H) (\theta_{B3}^2 - \theta_{B3} \cdot \theta_{H3} + \theta_{H3}^2) \right]$$

де $\theta_{B3} + \theta_{H3} = \alpha(x_B - x_H) = \alpha\lambda$.

4 Адитивна похибка негативна.

Має місце співвідношення $\Delta > \alpha x_H$, $\Delta > \alpha x_B$. При цьому обидва інтервали зміщення будуть розташовані справа від границь. При цьому при верхній границі буде виникати невизначена відмова, а при нижній – хибна відмова. Імовірність помилкових рішень:

$$P_{ном4} = F(x_B + \theta_{B4}) - F(x_B) + F(x_H + \theta_{H4}) - F(x_H),$$

де $\theta_{B4} = \Delta - \alpha x_B$, $\theta_{H4} = \Delta - \alpha x_H$.

Після розкладу в ряд Тейлора буде:

$$P_{ном4} = f(x_H)(\theta_{B4} + \theta_{H4}) \left[1 - \frac{1}{2} \psi'(x_H)(\theta_{B4} - \theta_{H4}) + \frac{1}{6} \psi''(x_H)(\theta_{B4}^2 - \theta_{B4} \cdot \theta_{H4} + \theta_{H4}^2) \right],$$

де $\theta_{B4} + \theta_{H4} = 2\Delta - \alpha(x_B - x_H)$.

Якщо мультиплікативна похибка негативна, то в залежності від значень адитивної похибки та її знаку також може виникнути чотири випадки. Результати аналізу цих випадків, позначені літерою “а”. В цій же таблиці зведені результати проведеного аналізу для позитивної мультиплікативної похибки.

Таким чином, проведений аналіз показав, що, змінюючи співвідношення між складовими похибки вимірювання, можна мінімізувати їх спільний вплив на вірогідність контролю. Це особливо важливо, коли неможливо звести до нуля складові похибки вимірювання.

2.2 Ознаки та класифікація структурно-алгоритмічних методів підвищення вірогідності контролю

Еквівалентне зміщення границь допускового інтервалу, маючи наочність, забезпечує однозначний зв'язок з показниками вірогідності контролю та, в силу властивості адитивності імовірностей, дозволяє роздільно враховувати вплив похибок, які виникають при реалізації операцій контролю.

При контролі складних об'єктів, коли знайдені експериментальним шляхом значення інформативних величин приймаються за вихідні для визначення параметрів, які характеризують показники якості, поняття підвищення вірогідності контролю ототожнюється з підвищенням точності, тобто необхідно виконувати умову $\theta_n \rightarrow 0$ та $\theta_e \rightarrow 0$. В цьому випадку загальним заходом підвищення вірогідності контролю є мінімізація похибки кожного з засобів, які беруть участь у процедурі контролю. Для підвищення точності можуть бути використані конструктивно-технологічні та структурні методи. Конструктивно-технологічні методи практично досягли своїх граничних можливостей. Структурні методи продовжують інтенсивно розвиватися і знаходять широке застосування в практиці вимірювальної техніки. Це загальний традиційний підхід.

Спеціальні прийоми підвищення вірогідності контролю базуються на комплексному підході, який враховує взаємозв'язок впливів елементарних вимірювальних засобів, які реалізують операції контролю. Цей взаємозв'язок виражається через еквівалентні інтервали зміщення. Якщо задача підвищення точності вимірювання ставиться в загальному вигляді як задача вилучення функції перетворювання, то при контролі необхідно зменшувати вплив похибок засобів вимірювання на якість лише в деяких межах, навколо граничних значень допускового інтервалу.

Зміна структури системи, взаємозв'язків між елементарними засобами контролю, вироблення додаткових впливів тягне за собою зміну алгоритму роботи окремого засобу або всієї системи контролю. З другого боку, зміна алгоритму роботи приводить до зміни структури. В цьому зв'язку перебудову структури та зміну алгоритму, спрямованих на досягнення єдиної мети – підвищення вірогідності контролю, необхідно розглядати як єдине ціле.

Під структурно-алгоритмічними методами підвищення вірогідності контролю розуміється сукупність прийомів та правил, спрямованих на зменшення або забезпечення протилежних за напрямком еквівалентних інтервалів зміщення.

Традиційний підхід підвищення вірогідності контролю шляхом зменшення похибок засобів вимірювання набув другого дихання після застосування мікропроцесорних пристроїв. Але при контролі одні й ті самі величини можуть бути інформаційними при визначенні різних параметрів. Тому одні й ті самі елементарні засоби контролю можуть використовуватись в різних підсистемах контролю і вимоги до них, в загальному випадку, будуть несумісні. Застосування комплексного підходу підвищення вірогідності контролю дозволяє, маючи

базовий набір елементарних засобів контролю, шляхом зміни взаємозв'язків між ними, а також алгоритму контролю утворювати гнучкі автоматизовані засоби, орієнтовані на цілий клас об'єктів, які характеризуються однаковою формою подання вихідних та (або) вхідних величин, які відтворюють контрольовані параметри. При цьому не виключається можливість поліпшення характеристик елементарних засобів. Однак слід враховувати той факт, що витрати на створення більш точного засобу вимірювання можуть значно перевищити ті додаткові апаратні та програмні витрати, які необхідні для досягнення тої ж мети складі системи, яка містить обчислювальний пристрій. Крім того, у другому випадку можуть бути використані більш прості алгоритми, бо при контролі часто буває достатнім уточнення моделі засобу вимірювання в околі значень інформаційної величини або ж границь допускового інтервалу.

Як видно з аналізу процесу контролю, операції формування вхідних, режимних величин і норми контрольованих величин, а також перетворення вихідних величин супроводжуються похибками. В цьому зв'язку сукупність результатів порівняння значень, отриманих експериментальним шляхом, з нормами, які задаються у вигляді вставок, буде містити і помилкові рішення, що знижують вірогідність. Уточнення взаємного “розташування” вставок і сукупності результатів вимірювання значень контрольованої величини з наступним наближенням до первинного виду здійснюється на основі системи додаткових рівнянь. При цьому в одному випадку дані рівняння дозволяють безпосередньо виділити або визначити величину, пропорційну похибці, а в іншому – уточнити вид рівняння перетворення в околі значень контрольованої величини або ж граничних значень допускового інтервалу.

Для формування системи додаткових рівнянь може бути використаний взірцевий об'єкт або модель контрольованої величини.

Під моделлю контрольованої величини розуміється фізично реалізована структура, що відображає аналітичну залежність між номінальним значенням величини та її аналоговим або цифровим еквівалентом.

Якщо контрольована величина є відносна (визначається як відношення інших величин), то її модель може бути реалізована як еквівалент параметра або аналогових (цифрових) еквівалентів функціонально пов'язаних величин, за допомогою яких визначається цей параметр.

Підвищення вірогідності може бути спрямовано як на реалізацію умов мінімізації імовірності помилкових рішень одночасно для усієї сукупності контрольованих значень, які називаються інтегральними, так і на проведення власне процедури контролю. Ці методи спрямовані на зменшення систематичних складових похибки. Сукупність прийомів, спрямована на зменшення впливу похибок при контролі кожного з об'єктів, представляє групу диференціальних методів підвищення вірогідності контролю. Методи цієї групи дозволяють зменшити вплив і випадкових похибок.

При контролі імовірність помилкових рішень росте у міру “наближення” істинного значення контрольованої величини до границь допускового інтервалу.

Тому при певних співвідношеннях між розмахом похибки та розміром допускового інтервалу диференційні методи мають надмірність. Визначення умов необхідності застосування диференційних методів дозволяє зменшити об'єм контрольно-вимірювальних операцій при одночасному забезпеченні заданої вірогідності.

Структурно-алгоритмічні методи підвищення вірогідності контролю спрямовані на приведення співвідношення між вимірюваними значеннями контрольованої величини та вставками до первинного виду, який має місце між цими значеннями та границями допускового інтервалу. Для цього можуть бути використані прийоми, спрямовані на:

- **адекватне зміщення вставок,**
- **деформацію характеристики вимірювального каналу,**
- **зміни моделі контрольованої величини.**

На рис. 2.2 подана класифікація структурно-алгоритмічних методів підвищення вірогідності контролю, в основу якої покладені основні визначальні ознаки методів. Приладні методи, спрямовані на поліпшення елементарних засобів, збігаються з методами підвищення точності вимірювальних пристроїв.

В залежності від прийомів, які реалізуються для виконання умов мінімізації імовірностей помилкових рішень, методи підвищення вірогідності контролю, як вже визначалося, можна розбити на три групи.

При адекватному зміщенні сукупність прийомів та правил використання засобів контролю спрямована на відновлення первинних співвідношень між значеннями контрольованої величини та граничними значеннями допускового інтервалу без впливу на модель контрольованої величини або характеристику вимірювального каналу. Для методів другої та третьої груп зменшення імовірності помилкових рішень здійснюється шляхом впливу, відповідно на характеристику каналу або ж за рахунок зміни параметрів моделі контрольованої величини. Для них, на відміну від методів першої групи, в обов'язковому порядку необхідно виділення величини, пропорційної похибці вимірювання.



Рисунок 2.2 – Класифікація структурно-алгоритмічних методів підвищення вірогідності контролю

Вплив похибки вимірювання вихідних величин, формування вхідних, режимних величин та норм контролюваної величини (вставок) може бути представлено через еквівалентні інтервали зміщення допускового інтервалу. Тому це дає можливість, використовуючи закон розподілу можливих значень контролюваної величини, оцінювати вплив неідеальної реалізації кожної з операцій контролю та встановити взаємозв'язок між цими впливами і зменшити імовірність помилкових рішень.

2.3 Методи адекватного зміщення вставок з виділенням похибки

У загальному випадку реальна характеристика перетворення відрізняється від номінальної $\varphi_0(x)$. Для виявлення похибки вимірювального каналу необхідно на вхід його подати допоміжну величину x_0 , яка є однорідною з контролюваною. Результат вимірювання допоміжної величини використовується для отримання величини, значення якої пропорційне похибці. Значення цієї величини може бути визначене як різниця між результатом вимірювання допоміжної величини $\varphi(x_0)$ та її номінальним $\varphi_0(x_0)$ значенням $b = \varphi(x_0) - \varphi_0(x_0)$, або як частка від їх ділення $c = \varphi(x_0) / \varphi_0(x_0)$. Отримані значення b та c можуть бути використані для зміщення вставок шляхом введення поправки або коригувального коефіцієнта. В результаті введення поправки нові значення вставок $\varphi_a(x_H) = \varphi_0(x_H) + b$ та $\varphi_a(x_B) = \varphi_0(x_B) + b$, тобто здійснюється їх *адитивна корекція*. При здійсненні адекватного зміщення уставок шляхом введення коригувального коефіцієнта

$\varphi_H(x_H) = \varphi_0(x_H) \cdot c$ та $\varphi_M(x_B) = \varphi_0(x_B) \cdot c$ має місце *мультіплікативна корекція вставок*.

Припустимо, що реальна характеристика перетворення має вигляд $\varphi(x) = (x + \Delta)(1 + \gamma)$. Тоді поправка, що виробляється за результатом вимірювання, визначається як $b = x_0\gamma + \Delta(1 + \gamma)$ де $\varphi_0(x_0) = x_0$. Вирішувальне правило для можливих значень контрольованої величини по відношенню до зміщених вставок, які враховують вплив похибки вимірювання, буде $x_H + \alpha(x_0 - x_H) < x < x_B + \alpha(x_0 - x_B)$. Еквівалентні інтервали зміщення $\theta_0 = \alpha(x_0 - x_H)$ та $\theta_0 = \alpha(x_0 - x_B)$ обумовлені “залишковим” впливом похибки перетворення і залежать від значення $\alpha = \gamma / 1 + \gamma$ також співвідношення між x_H, x_B та x_0 . Наявність “залишкових” еквівалентних інтервалів приводить до помилкових рішень, імовірність яких визначається параметрами закону розподілу можливих значень контрольованої величини, граничними значеннями x_H та x_B допускового інтервалу, а також розмірами цих інтервалів.

Як впливає з виразів для θ_H та θ_B , розміри еквівалентних інтервалів залежать від вибору значення x_0 . Можливі три варіанти вибору значення x_0 , яким відповідають ймовірності помилкових рішень:

$$x_0 > x_B, \theta_{H1} = \alpha(x_0 - x_H), \theta_{B1} = \alpha(x_0 - x_B), \quad (2.3)$$

$$P_{ном1} = F(x_H - \theta_{H1}) - F(x_H) + F(x_B - \theta_{B1}) - F(x_B),$$

$$x_0 < x_H, \theta_{H2} = \alpha(x_H - x_0), \theta_{B2} = \alpha(x_B - x_0),$$

$$P_{ном2} = F(x_H) - (x_H - \theta_{H2}) + F(x_B) - F(x_B - \theta_{B2}),$$

$$x_H < x_0 < x_B, \theta_{H3} = \alpha(x_0 - x_H), \theta_{B3} = \alpha(x_B - x_0),$$

$$P_{ном3} = F(x_H) - (x_H - \theta_{H2}) + F(x_B) - F(x_B - \theta_{B2}).$$

Припустимо, що імовірність помилкових рішень буде мінімальною при виборі значення допоміжної величини, виходячи з умови $x_0 > x_B$. Тоді повинні справджуватися співвідношення $P_{ном1} < P_{ном2}$ та $P_{ном1} < P_{ном3}$, достатньо обмежитися поданням імовірностей помилкових рішень у вигляді:

$$P_{номi} = f(x_{Hi}) \cdot \theta_{Hi} + f(x_{Bi}) \cdot \theta_{Bi}, i = 1, \dots, 3. \quad (2.4)$$

Таким чином, виходячи з вищенаведеного припущення, повинні справджуватися нерівності:

$$f(x_H) \cdot \theta_{H1} + f(x_B) \cdot \theta_{B1} < f(x_H) \cdot \theta_{H2} + f(x_B) \cdot \theta_{B2}, \quad (2.5)$$

$$f(x_H) \cdot \theta_{H1} + f(x_B) \cdot \theta_{B1} < f(x_H) \cdot \theta_{H3} + f(x_B) \cdot \theta_{B3}. \quad (2.6)$$

Але з врахуванням значень θ_{Hi} та θ_{Hi} $i=1,2,3$, визначених виразами (2.3), будемо мати. Якщо граничні значення розташовані симетрично по відношенню до математичного очікування та закон симетричний, то $f(x_H) = f(x_B)$ і маємо, що мінімальне значення для імовірності помилкових рішень буде тільки в разі $x_0 < x_g$. Отже вихідне припущення невірне.

Проробивши аналогічні викладки для двох інших випадків, можна встановити, що імовірність помилкових рішень буде мінімальною, якщо значення допоміжної величини знаходиться усередині допускового інтервалу. Аналогічний висновок буде слідувати для будь-якого співвідношення складових похибки вимірювання, а також при несиметричних границях допускового інтервалу.

При мультиплікативній корекції граничних значень вирішувальне правило буде таким:

$$\frac{x_H}{x_0}(x_0 + \Delta)(1 + \gamma) < (x + \Delta)(1 + \gamma) < \frac{x_B}{x_0}(x_0 + \Delta)(1 + \gamma),$$

або після математичних перетворень:

$$x_H + \frac{\Delta}{x_0}(x_H - x_0) < x < x_B + \frac{\Delta}{x_0}(x_B - x_0).$$

Допустивши, що співвідношення між граничними значеннями та допоміжною величиною такі ж, як і при адитивній корекції, попарно співвіднівши імовірності помилкових рішень, прийдемо до того ж результату, що і при адитивній корекції: мінімум імовірності помилкових рішень контролю забезпечується вибором значення допоміжної величини x_0 усередині допускового інтервалу, тобто $x_H < x_0 < x_B$. При цьому це співвідношення є необхідною умовою мінімізації імовірності помилкових рішень незалежно від закону розподілу можливих значень контрольованої величини та розташування граничних значень допускового інтервалу.

Другий висновок, який можна зробити: при корекції вставок “залишкові” помилкові рішення мають тільки одну складову – або хибна відмова, або невизначена відмова.

2.3.1 Адитивна корекція вставок

Будемо розглядати випадок, коли характеристика перетворення має вигляд:

$$\varphi(x) = (x + \Delta)(1 + \gamma).$$

Це не порушить загальності розсудів. У випадку виникнення особливостей при відмінності характеристики від прийнятої будемо на них окремо звертати

увагу. Таким чином, імовірність помилкових рішень при наведених допущеннях буде:

$$P_X^K = F(x_H + \theta_H) - F(x_H) + F(x_B) - F(x_B - \theta_B), \quad (2.7)$$

$$\text{де } \begin{cases} \theta_H = \alpha(x_0 - x_H) \\ \theta_B = \alpha(x_B - x_0) \end{cases}.$$

Звідси витікає, що адитивна похибка вимірювання не впливає на результат контролю і буде мати місце тільки хибна відмова. Для визначення екстремуму імовірності хибної відмови продиференціюємо вираз (2.7) по x_0 :

$$\frac{dP_X^K}{dx_0} = \alpha [f(x_H + \theta_H) - f(x_B + \theta_B)],$$

а потім розкладемо праву частину у ряд Тейлора і прирівняємо її до нуля. Тоді, нехтуючи складовими вище другого порядку малості, будемо мати:

$$f(x_H) + f'(x_H)\theta_H + \frac{1}{2}f''(x_H)\theta_H^2 - f(x_B) + f'(x_B)\theta_B - \frac{1}{2}f''(x_B)\theta_B^2 = 0.$$

Взявши до уваги, що:

$$\begin{aligned} f(x_H) &= f(x_B), \\ f'(x_H) &= -f'(x_B), \\ f''(x_H) &= f''(x_B). \end{aligned}$$

маємо:

$$(\theta_H - \theta_B) \left[f'(x_H) + \frac{1}{2} f''(x_H)(\theta_H + \theta_B) \right] = 0,$$

Звідки отримаємо екстремальне значення допоміжної величини $x_0 = \frac{x_B + x_H}{2}$. Для визначення характеру екстремуму імовірності хибної відмови знайдемо другу похідну від виразу (2.7) і підставимо екстремальне значення x_0 . Тоді буде:

$$\frac{d^2 P_X^K}{dx_0^2} = \alpha^2 [f'(x_H) - f'(x_B)]. \quad (2.8)$$

Таким чином, якщо зліва від математичного очікування похідна щільності імовірностей позитивна, а справа – від’ємна, то права частина виразу (2.8) буде більше нуля і P_X^K при $x_0 = \frac{x_B + x_H}{2}$ буде набувати мінімального значення. Така

ситуація має місце при нормальному законі розподілу можливих значень контрольованої величини.

Якщо закон розподілу можливих значень контрольованої величини такий, що похідна щільність розподілу зліва від математичного сподівання від'ємна, а справа – позитивна, наприклад, закон арксинусу, то при $x_0 = \frac{x_g + x_n}{2}$ імовірність помилкових рішень буде максимальна. Але якщо необхідною умовою мінімізації імовірності помилкових рішень є виконання вимоги: $x_H < x_0 < x_B$, то мінімум імовірності помилкових рішень буде забезпечуватися при двох значеннях допоміжної величини: $x_{01} = x_H$ та $x_{02} = x_B$. Визначимо значення залишкової імовірності хибної відмови, обумовленої впливом похибки після корекції. Для цього розкладемо вираз (2.7) в ряд Тейлора:

$$P_{X(H)}^K \approx (x_H)(\theta_H + \theta_B) + \frac{1}{2} f'(x_H)(\theta_H^2 + \theta_B^2) + \frac{1}{6} f''(x_H)(\theta_H^3 + \theta_B^3). \quad (2.9)$$

При розподілі можливих значень контрольованої величини за нормальним законом будемо мати:

$$P_{X(H)}^K = \alpha \lambda f(x_H) \left[1 + \frac{1}{4} \psi'(x_H) \cdot \alpha \lambda + \frac{1}{24} \psi''(x_H) \cdot \alpha^2 \lambda^2 \right], \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} \theta_{H0} = \theta_{B0} = \alpha \lambda / 2, \\ \text{де оптимальні значення} \quad \lambda = (x_B - x_H). \end{aligned}$$

Якщо можливі значення мають розподіл за законом арксинусу, то, наприклад, при виборі оптимального значення допоміжної величини $x_0 = x_B$ імовірність хибної відмови буде:

$$P_{X(C)}^K = \alpha \lambda f(x_H) \left[1 + \frac{1}{2} \psi'(x_H) \cdot \alpha x + \frac{1}{6} \psi''(x_H) \cdot \alpha^2 \lambda^2 \right]. \quad (2.11)$$

І нарешті, коли можливі значення розподілені за рівномірним законом, значення імовірності хибної відмови буде інваріантним до значення допоміжної величини – залишається лише умова знаходження в межах допускового інтервалу.

Наведений аналіз правомірний і для випадку, коли мультиплікативна похибка негативна – різниця буде лише в характері помилкових рішень. В цьому випадку буде виникати невизначена відмова.

Розглянемо, які умови треба висувати до точності формування допоміжної величини. В загальному випадку на вхід вимірювального каналу подається значення $x_0 = x_0 + \Delta_0$, де Δ_0 – похибка формування. Згідно з алгоритмом адитивної корекції вставок маємо:

$$b(x_0 + \Delta_0 + \Delta)(1 + \gamma) - x_0 = x_0\gamma + (\Delta_0 + \Delta)(1 + \gamma).$$

При цьому залишкові еквівалентні інтервали зміщення границь допусково-го інтервалу будуть:

$$\theta_H(\Delta_0) = \alpha(x_0 - x_H) + \Delta_0 = \theta_H + \Delta_0,$$

$$\theta_B(\Delta_0) = \alpha(x_B - x_0) - \Delta_0 = \theta_B - \Delta_0.$$

З цього витікає, що:

$$\theta_H(\Delta_0) + \theta_B(\Delta_0) = \theta_H + \theta_B,$$

тобто залишається без зміни. Таким чином, виходячи з виразу (2.9), можна стверджувати, що вплив похибки Δ_0 формування допоміжної величини x_0 є величиною другого порядку незначимості. Але при цьому повинна виконуватися умова $x_H < x_0 < x_B$. Дійсно, вплив похибки Δ_0 можна представити як збільшення

одного еквівалентного інтервалу. Але на стільки ж зменшиться довжина іншого еквівалентного інтервалу. Таким чином, сумарна площа під кривою розподілу можливих значень збільшиться незначно. Ця ситуація показана на рисунках 2.3 та 2.4.

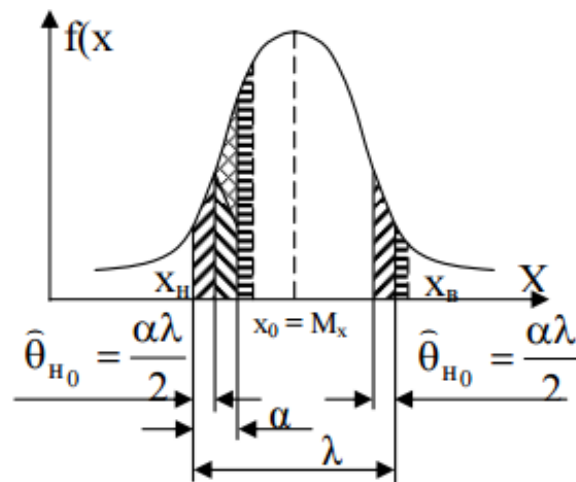


Рисунок 2.3 - Зміна вірогідності помилкових рішень при формуванні допоміжної величини

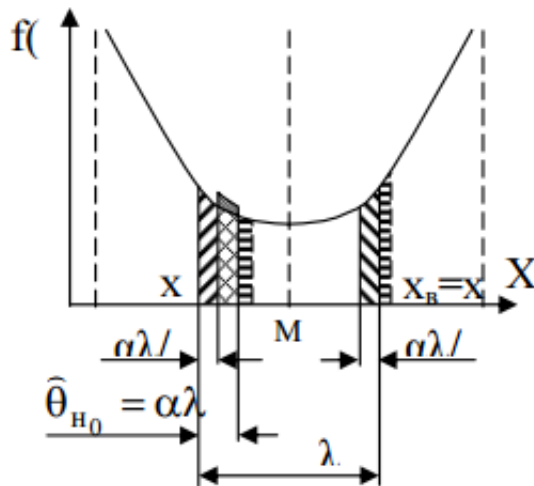


Рисунок 2.4 - Зміна вірогідності помилкових рішень при формуванні допоміжної величини з похибкою для арксинусоїдального закону розподілу контрольованої

2.3.2 Мультиплікативна корекція вставок

Як було встановлено, необхідною умовою мінімізації імовірності помилкових рішень є вибір значення допоміжної величини усередині допускового інтервалу. При методі адитивної корекції залишковий вплив похибки вимірювання, поданий через довжину еквівалентних інтервалів, пропорційний мультиплікативній складовій похибки вимірювання.

Якщо мультиплікативна складова похибки вимірювання є домінуючою, то ефективність адитивної корекції, як було показано, зменшується. В таких випадках доцільно застосовувати мультиплікативну корекцію вставок.

Імовірність помилкових рішень при $\varphi(x) = (x + \Delta)(1 + \gamma)$ буде:

$$P_H^K = F(x_H) - F(x_H - \theta_H) + F(x_B - \theta_B) - F(x_B), \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} \theta_H &= \frac{\Delta}{x_0}(x_0 - x_H), \\ \text{де } \theta_B &= \frac{\Delta}{x_0}(x_B - x_H) \end{aligned}$$

P_H^K – залишкова імовірність невизначеної відмови (якщо адитивна похибка вимірювання негативна, то буде мати місце хибна відмова).

На відзнаку від методу адитивної корекції при мультиплікативній корекції вставок розміри еквівалентних інтервалів зміщення залежать не тільки від співвідношення між x_H, x_B та x_0 , але і від відношення Δ/x_0 . Тому, навіть прирівномірному законі розподілу можливих значень контрольованої величини, значення залишкової імовірності помилкових рішень буде залежати від розташування x_0 усередині допускового інтервалу.

Так, при $x_0 = x_H$ буде, а при $x_0 = x_B$ $\theta_B = \frac{\Delta}{x_B} \lambda i \theta_B = 0$ Таким чином при

$x_0 = x_B$ імовірність помилкових рішень буде мінімальною. Це твердження буде справедливо і для інших законів. Виходячи з цього, можна зробити висновок, що при мультиплікативній корекції вставок мінімум імовірності помилкових рішень буде забезпечуватися при виборі $x_0 = x_B$, незалежно від закону розподілу імовірностей можливих значень контрольованої величини.

Якщо допоміжна величина формується з похибкою Δ_0 , то потрібно накладати обмеження на знак цієї похибки: вона повинна бути тільки негативною. Це виходить з умови мінімізації імовірності помилкових рішень. При цьому пропорційна похибці величина, яка використовується для зміщення вставок, при $x_0 = x_B$ буде дорівнювати $c = (x_B - \Delta_0 + \Delta)(1 + \gamma) / x_B$, а залишкові еквівалентні інтервали зміщення:

$$\theta_H(-\Delta_0) = \frac{\Delta}{x_B} \lambda + \frac{x_H}{x_B},$$

$$\theta_B(-\Delta_0) = \Delta_0.$$

Взявши до уваги, що при $x_0 = x_H$ $\theta_H = \Delta \lambda / x_B$ та $\theta_{H_0} = 0$ імовірність невизначеної відмови при формуванні допоміжної величини з похибкою буде:

$$P_{\text{ПОМ}}^K(-\Delta_0) = F(x_H) - F\left[\left(x_H - \theta_{H_0}\right) - \frac{\Delta_0}{\beta}\right] + F(x_B) - F(x_B - \Delta_0).$$

При симетричному розташуванні границь допускового інтервалу з врахуванням (2.12), після математичних перетворень, буде:

$$P_{\text{ПОМ}}^K(-\Delta_0) = P_{\text{ПОМ}_0}^K + f(x_H) \frac{\Delta_0}{\beta} (\beta + 1) + \frac{1}{2} f'(x_H) \frac{\Delta_0^2}{\beta^2} (\beta^2 - 1) + \\ + \frac{1}{2} f''(x_H) \frac{\Delta_0^3}{\beta^3} (\beta^3 - 1) - f'(x_H) \frac{\Delta_0}{\beta} \theta_{H_0} + \frac{1}{2} f''(x_H) \frac{\Delta_0}{\beta} \theta_{H_0} \left(\theta_{H_0} + \frac{\Delta_0}{\beta}\right),$$

де $\beta = x_B / x_H$,

$\theta_{H_0} = \Delta \lambda / x_B$;

$P_{\text{ПОМ}_0}^K$ - вірогідність помилкових рішень при $x_0 = x_B$.

Таким чином в вирази для імовірності помилкових рішень входить складова, яка не залежить від розмірів залишкових еквівалентних інтервалів зміщення.

Із останнього виразу випливає, що навіть для рівномірного закону розподілу можливих значень контрольованої величини, коли всі похідні від

щільності розподілу $f(x_H)$ дорівнюють нулю, похибка формування, на відміну від адитивної корекції, приводить до пропорційного збільшення імовірності рішень.

Для рівномірного закону маємо:

$$P_{ПОМ}^K(-\Delta_0) = P_{ПОМ_0}^K(1 + \eta_0 h), \quad (2.13)$$

де $\eta_0 = (\beta + 1) / (\beta - 1)$; $h = \Delta_0 / \Delta$ – відношення похибки формування до адитивної похибки вимірювання:

$$P_{ПОМ.0}^K = P_{H.0}^K = f(x_H) \Delta \lambda / x_B.$$

Як видно з проведеного аналізу, значення імовірності помилкових рішень при мультиплікативній корекції вставок більш чутливе до похибки формування допоміжної величини, ніж при адитивній.

2.3.3 Ефективність адекватного зміщення вставок з виділенням похибки

Будемо розглядати ефективність для рівномірного закону розподілу можливих значень контрольованої величини. Але це ні в якому разі не обмежує розповсюдження отриманих результатів і для випадку інших законів.

При адитивній корекції вставок імовірність хибної відмови, як було встановлено, буде $P_x^K = \alpha \lambda \cdot f(x_H)$, де $\lambda = x_B - x_H$ – довжина допускового інтервалу.

Ефективність методу будемо визначати як відношення імовірності помилкових рішень до і після корекції вставок, тобто:

$$\eta_{ad} = \frac{P_{ПОМ_j}^K}{P_x^K}. \quad (2.14)$$

Значення $P_{ПОМ_j}^K$ для j -ої ситуації, обумовленої співвідношенням адитивної та мультиплікативної похибок первинної характеристики. Беручи до уваги, що $P_x^K = \alpha \lambda f(x_H)$ можна також дійти висновку, що ефективність буде залежати і від довжини допускового інтервалу. Якщо $\nu = \Delta / \alpha x_H$ дорівнює нулю, то $\eta_{ad} = \eta_0$. Таким чином можна зробити висновок, що $\eta_0 = (\beta + 1) / (\beta - 1)$ є ефективністю адитивної корекції при відсутності адитивної похибки вимірювання, тобто при $\Delta = 0$.

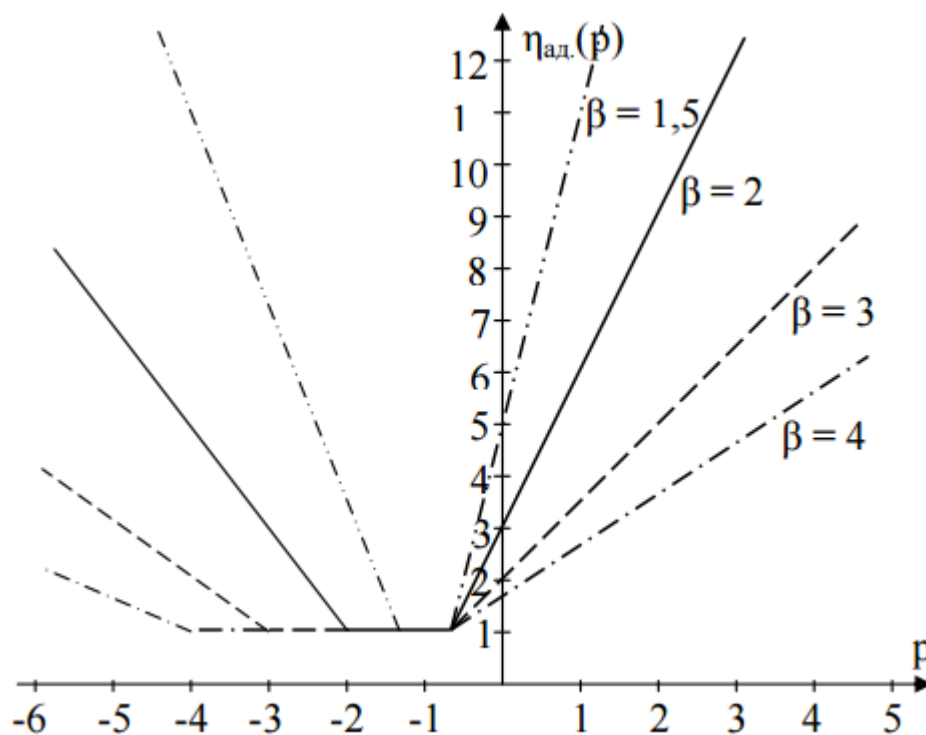


Рисунок 2.5 - Ефективність адитивної корекції при рівномірному законі розподілу контрольованої величини

На рис. 2.5 наведені залежності, які дозволяють оцінити ефективність адитивної корекції уставок для різних співвідношень між адитивною та мультиплікативною похибками та в залежності від $\beta = x_B / x_H$. З цього аналізу видно, що при $-\beta \leq -\nu < -1$, застосування методу не дає виграшу – $\eta_{ад} = 1$.

Можна також зробити висновок, що ефективність зростає при зменшенні допускового інтервалу.

Беручи до уваги, що залишкова імовірність помилкових рішень при адитивній корекції вставок не залежить від значення адитивної похибки, то необхідне додаткове дослідження $\eta_{ад}$ при $\nu = 0$, тобто доцільно проаналізувати, як ефективність залежить від довжини допускового інтервалу. Особливий інтерес має випадок, коли значення β близькі до одиниці.

Для забезпечення вірогідності контролю не нижче допустимого значення $P_{доп}$ необхідно, щоб $\alpha = \gamma / (1 + \gamma)$ задовольняло співвідношення:

$$f(x_H)\alpha(x_B + x_H) = 2 f(x_H)\alpha(MX) \leq P_{доп},$$

де MX – математичне сподівання контрольованої величини.

З другого боку, це ж значення вірогідності може бути досягнуто при застосуванні адитивної корекції вставок при вихідній мультиплікативній похибці вимірювання γ_1 , тобто $P_X^K = f(x_H)a_K\lambda \leq P_{доп}$, де $a_K = \gamma_1 / (1 + \gamma_1)$. Виходячи з двох останніх виразів можна визначити співвідношення між

вихідними мультиплікативними похибками вимірювальних каналів для випадків застосування корекції вставок і без корекції:

$$\alpha = a_K \frac{\lambda / 2}{MX},$$

$$\alpha = a_K / \eta_0.$$

Так, наприклад, при допустимому відхиленні параметра 5 % ($\beta = 1,1$) для забезпечення контролю з вірогідністю 0,95 необхідно, щоб засіб вимірювання мав мультиплікативну похибку $\gamma = \pm 0,5$ %. Це значення вірогідності можна забезпечити при застосуванні адитивної корекції уставок, маючи засіб вимірювання з похибкою γ_1 не більшою ± 10 %.

При мультиплікативній корекції імовірність помилкових рішень (невизначена відмова) при рівномірному розподілі можливих значень контрольованої величини дорівнює:

$$P_H^K = \alpha \lambda f(x_H) \nu / \beta.$$

Таким чином, між ефективністю мультиплікативної та адитивної корекції уставок для рівномірного закону існує такий взаємозв'язок:

$$\eta_M = \eta_{ad} \beta / \nu.$$

На рис. 2.6 наведена зміна ефективності мультиплікативної корекції в залежності від ν при різних значеннях β , з яких слідує, що при збільшенні ν ефективність мультиплікативної корекції зменшується.

Аналіз наведених на рис. 2.5 та рис. 2.6 залежностей дозволяє зробити висновок, що η_M менш критично до зміни розмірів допускового інтервалу, ніж η_{ad} . Але мультиплікативна корекція ефективна при значеннях ν від -1 до $(2 \div 3)$, в інших випадках більш ефективна адитивна корекція. Ці висновки справедливі і для інших законів розподілу можливих значень контрольованої величини.

Розглянуті методи корекції вставок ефективні в тих випадках, коли нелінійність характеристики перетворення невелика.

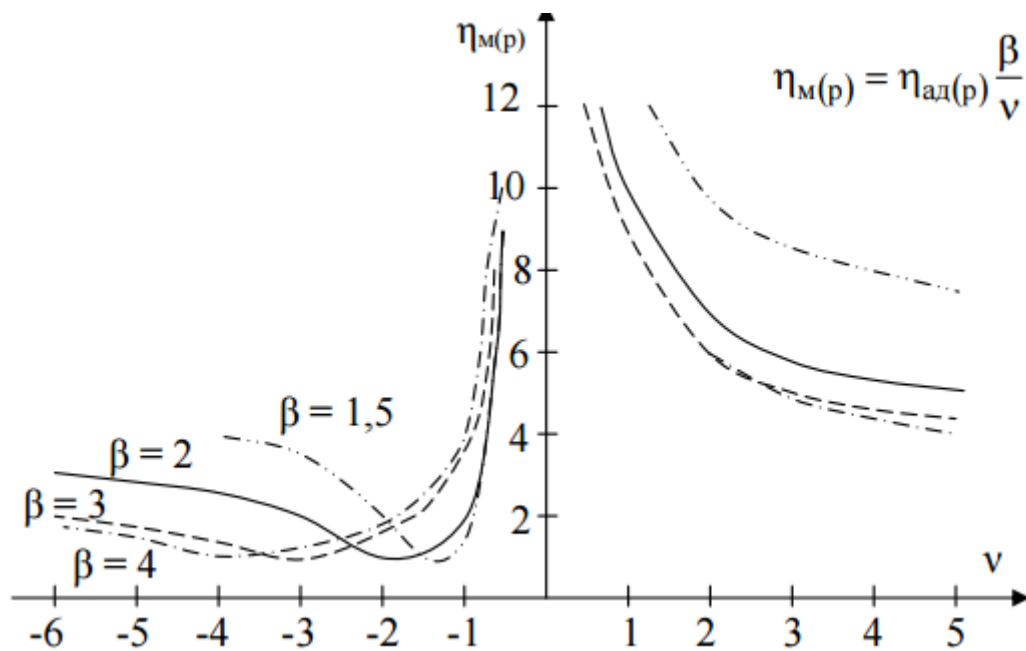


Рисунок 2.6 - Ефективність мультиплікативної корекції при рівномірному законі розподілу контрольованої величини

2.4 Адекватне зміщення вставок без виділення похибки вимірювання

У цій групі методів величина, пропорційна похибці вимірювання, не виділяється, вони спрямовані на уточнення характеристики в околицях граничних значень допускового інтервалу.

2.4.1 Метод ненормованого впливу

Як показав наведений аналіз, ефективність корекції вставок в першу чергу визначається вибраним, в залежності від закону розподілу, значенням допоміжної величини x_0 та точністю її формування.

В методі ненормованого впливу результат перетворення допоміжної величини безпосередньо використовується для формування нових значень вставок:

$$\varphi_1(x_H^K) = \varphi_0(x_H) + \varphi(x_0)$$

$$\varphi_1(x_B^K) = \varphi_0(x_B) + \varphi(x_0)$$

Однак зміщення вставок у цьому випадку, на відміну від адитивної корекції, залежить не тільки від похибки вимірювання, але і від значення допоміжної величини, яке, в загальному випадку, формується з похибкою і навіть, у деяких випадках, невідоме. Щоб уникнути впливу значення допоміжної величини на результат контролю необхідно вимірювати контрольовану величину, зміщену на значення x_0 , тобто додавати значення x_0 до поточного значення контрольованої величини. Таким чином вирішувальне правило буде:

$$\varphi_1(x_H^K) < \varphi(x + x_0) < \varphi_1(x_B^K).$$

При характеристиці перетворення $\varphi(x) = (x + \Delta)(1 + \gamma)$ це правило буде:

$$x_H - \alpha x_H < x < x_B - \alpha x_B. \quad (2.15)$$

Таким чином, значення допоміжної величини не впливає на довжину залишкових еквівалентних інтервалів зміщення $\theta_H = \alpha x_H$ та $\theta_B = \alpha x_B$.

Довжина цих інтервалів також не залежить від значення адитивної похибки Δ вимірювання. Таким чином, на відміну від тестових методів підвищення, які застосовуються при вимірах, коли потрібно знати точне значення допоміжної величини, розглянутий метод підвищення вірогідність контролю цього не потребує.

Формувати допоміжну величину можна у деяких випадках безпосередньо, використовуючи поточне значення контрольованої величини. Для цієї мети може бути використаний масштабний пристрій, значення коефіцієнта передачі якого може бути непостійним у діапазоні контрольованих величин.

Недоліком розглянутого алгоритму є наявність операції уточнення виду характеристики при вимірюванні кожного поточного значення контрольованої величини – подавати на вхід каналу допоміжну величину. Це збільшує об'єм контролю у 2 рази, зменшує його продуктивність. Однак при контролі, на відміну від вимірювання, похибка вимірювання приводить до помилкових рішень у певних межах навколо граничних значень допускового інтервалу. Тому нема необхідності при контролі кожного об'єкта подавати допоміжну величину на вхід вимірювального каналу. Тільки при переході результату вимірювання через деякі додаткові граничні значення необхідно уточнювати вид характеристики, тобто здійснювати умови адекватних зміщень. При такій постановці значення x_0 повинно бути сформовано незалежно від поточного значення контрольованої величини і бути відомим у визначених границях. Вимоги до точності формування можуть бути знижені, але граничне відхилення значення допоміжної величини x_0 від номінального x_0 повинно бути відомим.

Поточний контроль при цьому проводиться при зміщених вставках:

$$\varphi_0(x_H + x_0) \text{ та } \varphi_0(x_B + x_0)$$

і вирішальне правило має вигляд:

$$\varphi_0(x_H + x_0) < \varphi_0(x_H + x_0) < \varphi_0(x_B + x_0),$$

або для лінійної характеристики перетворення:

$$\varphi(x) = (x + \Delta)(1 + \gamma),$$

$$x_B + x_0 < (x + x_0 + x_0)(1 + \gamma) < x_B + x_0.$$

Беручи до уваги, що $x_0 = x_0 + \Delta_0$, де Δ_0 – граничне значення похибки формування, після математичних перетворень буде:

$$(x_H + x_0) - \alpha(x_H + x_0) - (\Delta_0 + \Delta) < x + x_0 < (x_B + x_0) - \alpha(x_B + x_0) - (\Delta_0 + \Delta).$$

Таким чином, помилкові рішення будуть виникати лише у тому випадку, коли значення суми контрольованої та допоміжної величин знаходяться у середині еквівалентних інтервалів зміщення:

$$\theta_H = \alpha(x_H + x_0) + (\Delta_0 + \Delta) \text{ та } \theta_B = \alpha(x_B + x_0) + (\Delta_0 + \Delta).$$

Зважаючи на те, що ми знаємо тільки граничні значення похибок вимірювання та формування, які можуть бути як негативні, так і позитивні, то алгоритм контролю буде таким. По обидва боки верхньої та нижньої вставок, зміщених на x_0 , встановлюються додаткові допускові області, розміри яких відповідають довжині еквівалентних інтервалів зміщення θ_H та θ_B , відповідно. Якщо для результату вимірювання суми контрольованої та допоміжної величин виконується одна з умов $(x + x_0) < (x_H + x_0) + \theta_H$ або $(x + x_0) > (x_B + x_0) + \theta_B$ то приймається рішення, що ОК “непридатний”. Причому ці рішення будуть відповідати дійсному стану ОК.

У випадку, коли результат перетворення поточного значення $(x + x_0)$ потрапляє в одну з додаткових допускових областей, тобто:

$$(x_H + x_0) - \theta_H < (x + x_0) < (x_H + x_0) + \theta_H,$$

або

$$(x_B + x_0) - \theta_B < (x + x_0) < (x_B + x_0) + \theta_B,$$

то необхідно уточнити умови адекватного зміщення – подати на вхід каналу допоміжну величину x_0 , результат перетворення якої використовується для формування “уточнених” вставок $(x_H)^K = x_H + (x_0 + \Delta)(1 + \gamma)$ та $(x_B)^K = x_B + (x_0 + \Delta)(1 - \gamma)$.

Вирішувальне правило тоді буде відповідати виразу (2.15).

Якщо має перевагу мультиплікативна складова похибки вимірювання, необхідно здійснювати адекватне мультиплікативне зміщення вставок та сукупності контрольованих величин – на вхід каналу треба подати добуток поточного значення контрольованої та допоміжної величин. Взявши до уваги, що крутизна перетворення множильного пристрою, який реалізує операцію

мультиплікативного зміщення контрольованої величини, рівна $1/\rho$, вирішувальне правило, по аналогії з розглянутим раніше буде:

$$\frac{x_H}{\rho}(x_0 + \Delta_a)(1 + \delta_m) < \left(\frac{x \cdot x_0}{\rho} + \Delta_a\right)(1 + \delta_0) < \frac{x_B}{\rho}(x_0 + \Delta_a)(1 + \delta_m),$$

або після математичного перетворення:

$$x_H + \frac{\Delta_a}{x_0}(x_H - \rho) < x < x_B + \frac{\Delta_a}{x_0}(x_B - \rho).$$

Таким чином, залишкові еквівалентні інтервали зміщення залежать від знаку адитивної похибки перетворення Δ , а також від співвідношення між первинними граничними значеннями допускового інтервалу та ρ . Оскільки $x_\epsilon > x_H$, то доцільно вибрати $\rho = x_B$.

Із здійсненого аналізу видно, що метод ненормованого впливу дозволяє зменшити вплив однієї із складових похибки перетворення.

Підсумовуючи, слід ще раз підкреслити, що розглянутий метод підвищення вірогідності контролю можна застосовувати тільки при незначній нелінійності характеристики перетворювального каналу.

2.4.2 Метод граничних значень

При контролі похибка перетворень приводить до невизначеності прийнятих рішень лише в деяких межах навколо граничних значень x_H та x_ϵ . Тому для підвищення вірогідності контролю достатньо на вхід каналу перетворення подавати дві допоміжні величини, значення яких дорівнює значенням вихідного допускового інтервалу x_H та x_ϵ .

За допомогою цієї операції формуються вставки, які враховують вплив похибки перетворення (уточнюють характеристику перетворення). Таким чином, при контролі результат перетворення поточного значення величини x порівнюється з уставками $\phi(x_H)$ і $\phi(x_\epsilon)$, а не з $\phi_0(x_H)$ і $\phi_0(x_\epsilon)$. Тобто маємо $\phi(x_H) < \phi(x) < \phi(x_\epsilon)$, що у випадку монотонної характеристики перетворювання відповідає ідеальному вирішувальному правилу $x_H < x < x_\epsilon$.

Похибки формування значень x_H та x_ϵ допоміжної величини приводять до зниження ефективності цього методу. Ймовірність помилкових рішень, обумовлених впливом систематичної помилки, визначається як:

$$P_{\text{ПОМ}}^K = 2 \cdot f(x_H) \cdot \Delta_0 \cdot \left[1 + \frac{1}{6} \psi'' x_H \cdot \Delta_0^2 \right],$$

де Δ_0 – похибка формування допоміжних величин x_H та x_ϵ .

Цей метод доцільно застосовувати при нелінійній характеристиці перетворення. Характеристика може бути і немонотонною. Але ордината її перетину не повинна бути більша ніж $\phi(x_6)$, або менша, ніж $\phi(x_H)$.

2.5 Аналіз методів підвищення вірогідності контролю з деформацією характеристики

Ознакою цієї групи методів є те, що виділяється величина, пропорційна похибці перетворення, яка надалі використовуються для деформації характеристики перетворювального каналу. Для цього, як і в методі граничних значень, використовуються дві допоміжні величини $x_{01} = x_6$ та $x_{02} = x_H$.

Деформація характеристики може здійснюватися шляхом її адитивного зміщення або за рахунок зміни кута нахилу. Для реалізації першої операції у канал перетворення треба ввести пристрій додавання, один із входів якого підключається до керованого опорного джерела. Друга операція реалізується за допомогою керованого масштабного перетворювача. Алгоритм деформації характеристики здійснюється таким чином: величина, пропорційна результату перетворення $x_{01} = x_6$, використовується для зміни кута нахилу характеристики перетворення, а $x_{02} = x_H$ – для адитивного переміщення її. Таким чином, цикл деформації містить два етапи, які, згідно з розглянутим, будемо в подальшому називати мультиплікативним та адитивним. Якщо цикл деформації характеристики починається з мультиплікативного етапу, то будемо його називати мультиплікативним і навпаки.

Розглянемо спочатку **деформацію з мультиплікативним циклом**. Припустимо, що вихідна характеристика нахилу перетворення має вигляд $\phi(x) = (x + \Delta)(1 + \gamma)$. Результат перетворення допоміжної величини $x_{01} = x_6$ $\phi(x) = (x_6 + \Delta)(1 + \gamma)$ використовується для вироблення масштабовального впливу, який змінює крутизну впливу (коефіцієнт перетворення) до виконання рівності:

$$\overset{\square}{\varphi}_{11}(x_B) = (x_B + \Delta)(1 + \overset{\square}{\gamma}_1) = \varphi_0(x_B), \quad (2.16)$$

де перша цифра в індексі означає номер циклу, а друга – номер етапу.

Таким чином, наприкінці першого етапу маємо збіг в точці $[x_6, \phi(x_6)]$ деформованої характеристики з номінальною характеристикою перетворення.

На рис. 2.7 цій ситуації відповідає лінія 3 (пряма 1 відповідає вихідній характеристиці, а 2 – номінальній). Залишкове значення мультиплікативної похибки визначається з виразу (2.16):

$$\overset{\square}{\gamma}_1 = \frac{\varphi_0(x_B)}{x_B + \Delta} - 1,$$

або:

$$\gamma_1 = \frac{\Delta}{x_B + \Delta}.$$

Тут і надалі будемо вважати, що номінальний коефіцієнт перетворення дорівнює одиниці, тобто $\phi_0(x_e) = x_e$ і $\phi_0(x_n) = x_n$.

Таким чином, після першого етапу першого циклу характеристика перетворення буде $\phi_{11}(x) = \frac{(x + \Delta)x_B}{x_B + \Delta}$ і вирішувальне правило буде $x_H - \theta_{H11} < x < x_B$, де $\theta_{H11} = \frac{\Delta(\beta - 1)}{\beta}$, а $\theta_{B11} = 0$.

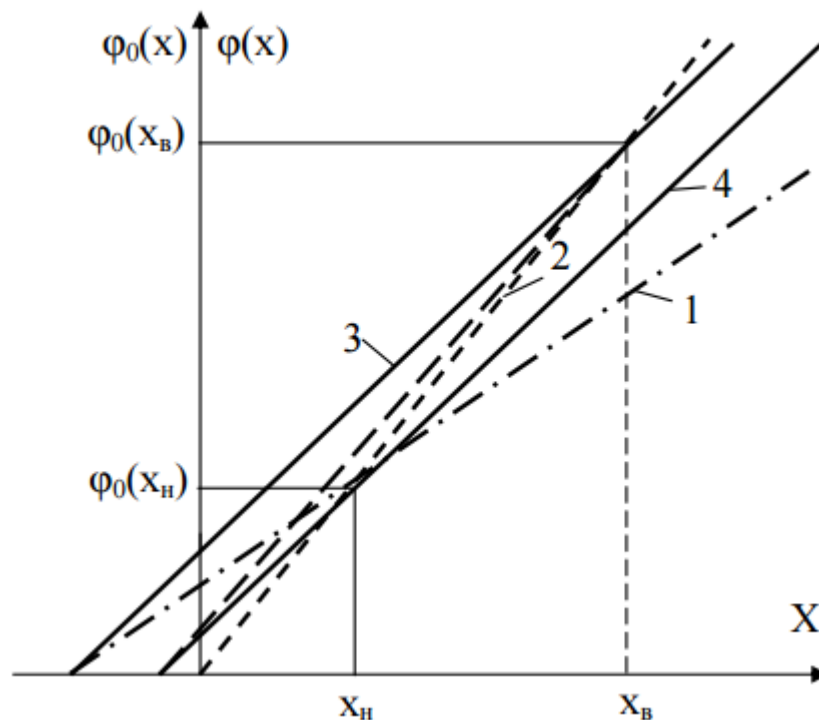


Рисунок 2.7 - Деформація характеристики перетворювального каналу при двох допоміжних величинах

На другому, адитивному етапі циклу результат перетворення $x_{02} = x_n$ використовується для адитивного зміщення характеристики перетворення з тим, щоб вона проходила через точку $[x_n, \phi_0(x_n)]$, яка належить номінальній характеристиці. Деформована на другому етапі характеристика на рис. 2.7 представлена прямою 4. Адитивне зміщення, як і зміна кута нахилу, може здійснюватися як на вході, так і на виході каналу. Використовуючи співвідношення:

$$\phi_{12}(x_H) = (x_H + \Delta_1)(1 + \gamma_1) = \phi_0(x_H),$$

знайдемо залишкову адитивну похибку Δ_1 перетворення:

$$\Delta_1 = \frac{\varphi_0(x_H)}{1 + \gamma_1} - x_H \text{ або } \Delta_1 = \frac{\Delta}{\beta_1}.$$

З цього випливає, що деформована характеристика після першого циклу може бути подана залежністю:

$$\varphi_{12}(x_H) = (x + \frac{\Delta}{\beta}) \frac{x_B}{x_B + \Delta}.$$

Залишкові еквівалентні інтервали зміщення при цьому будуть:

$$\theta_{H12} = 0, \text{ а } \theta_{B12} = \Delta \frac{\beta - 1}{\beta}.$$

З приведенного аналізу можна зробити висновок, що при мультиплікативному циклі деформації характеристики еквівалентні інтервали зміщення θ_{H11} та θ_{B12} будуть однаковими. Довжина їх, в основному залежить, від вихідної адитивної похибки перетворення. Якщо адитивна та мультиплікативна складові похибки перетворення позитивні, то залишковий вплив цих похибок після першого циклу деформації може бути поданий через еквівалентні інтервал зміщення, що приводять до невизначеної відмови, ймовірність якої на мультиплікативному (першому) та адитивному (другому) етапах дорівнює, відповідно:

$$P_{H11}^K = F(x_H) - F(x_H - \Delta \frac{\beta - 1}{\beta}),$$

$$P_{H12}^K = F(x_B - \Delta \frac{\beta - 1}{\beta}) - F(x_B).$$

При симетричному розташуванні граничних значень $P_{H11}^K = P_{H12}^K$. Тому, якщо P_{H11}^K менше допустимого значення, то немає потреби здійснювати другий етап циклу, бо ні значення ймовірності, ні характер помилкових рішень при цьому не зміняться. Якщо залишковий вплив похибки перетворення на першому циклі великий, то необхідно через адитивний етап переходити до другого циклу і т.д., поки ймовірність помилкових рішень не стане менша допустимого значення.

У загальному випадку довжина залишкових еквівалентних інтервалів зміщення та відповідна їй ймовірність помилкових рішень на i -му етапі ($i=1,2$) n -го циклу для випадку позитивних адитивної та мультиплікативної похибок буде:

$$\theta_{Hni} = \Delta \frac{\beta - 1}{\beta^n} (2 - i) \text{ і } \theta_{Bni} = \Delta \frac{\beta - 1}{\beta^n} (i - 1),$$

$$P_{Hni}^K = F(x_H) - F\left[x_H - \Delta \frac{\beta-1}{\beta^n}(2-i)\right] + F\left[x_B + \Delta \frac{\beta-1}{\beta^n}(i-1)\right] - F(x_B).$$

Якщо адитивна похибка негативна, то вплив її буде приводити до хибної відмови:

$$P_{Xni}^K = F\left[x_H + \Delta \frac{\beta-1}{\beta^n}(2-i)\right] - F(x_H) + F(x_B) - F\left[x_B - \Delta \frac{\beta-1}{\beta^n}(i-1)\right].$$

З проведеного аналізу видно, що при мультиплікативному циклі деформації довжина залишкових інтервалів зміщення, а тому й вірогідність результатів контролю залежать від вихідної адитивної похибки та кількості циклів деформації. Мультиплікативна похибка на вірогідність не впливає.

При несиметричних границях допускового інтервалу вибір кінцевого етапу у циклі залежить від асиметрії. Так при нормальному законі розподілу можливих значень та позитивній асиметрії допускового інтервалу ймовірність помилкових рішень на адитивному етапі буде менша, ніж на мультиплікативному – цикл необхідно закінчувати на другому етапі.

У випадку, коли вплив адитивної похибки на результат контролю великий, треба використовувати адитивний цикл деформації, де перший етап є адитивним. У цьому випадку на першому етапі здійснюється виконання рівності:

$$\check{\varphi}_{11}(x_H) = (x_H + \check{\Delta}_1)(1 + \gamma) = \varphi_0(x_H).$$

Значення адитивної похибки при цьому буде:

$$\check{\Delta}_1 = -\alpha x_H.$$

Залишкові інтервали зміщення в даному випадку будуть:

$$\begin{aligned}\check{\theta}_{H11} &= 0, \\ \check{\theta}_{B11} &= \alpha x_H (\beta - 1)\end{aligned}$$

і вплив похибки перетворення буде проявлятися як хибна відмова, ймовірність якої буде дорівнювати:

$$P_X^K = F(x_B) - F[x_B - \alpha x_H (\beta - 1)]$$

і буде залежати не тільки від мультиплікативної похибки, але й від довжини допускового інтервалу, бо:

$$x_H (\beta - 1) = \lambda.$$

Таким чином, з ростом x вплив α на ймовірність помилкових рішень буде збільшуватися.

На другому етапі циклу (мультиплікативному) зміна кута нахилу характеристики приводить до виконання рівності:

$$\tilde{\varphi}_{12}(x_B) = (x_B + \tilde{\Delta}_1)(1 + \tilde{\gamma}_1) = \varphi_0(x_B).$$

Використовуючи це співвідношення, визначимо нове значення мультиплікативної похибки:

$$\tilde{\gamma}_1 = \frac{\varphi_0(x_B)}{x_B + \tilde{\Delta}_1} - 1,$$

або після підстановки значення $\tilde{\Delta}_1$ будемо мати її похибки:

$$\tilde{\gamma}_1 = \frac{\varphi_0(x_B)}{x_B + \Delta_1} - 1,$$

або після підстановки значення $\tilde{\Delta}_1$ будемо мати:

$$\tilde{\gamma}_1 = \alpha(\beta - \alpha).$$

Виходячи з вирішувального правила, маємо:

$$\tilde{\theta}_{H12} = \alpha x_H \frac{\beta - 1}{\beta},$$

$$\tilde{\theta}_{B12} = 0.$$

Виникаюча при цьому хибна відмова буде:

$$P_{x12}^K = F\left[x_H + \alpha x_H \frac{\beta - 1}{\beta}\right] - F(x_H).$$

Таким чином при несиметричних границях вихідного допускового інтервалу ймовірність неправдивої відмови на другому етапі адитивного циклу в β разів менша, ніж на першому етапі.

Проводячи аналогічні викладки і для другого циклу, можна встановити закономірність зміни складових похибки перетворення як від циклу до циклу, так і усередині циклу, а також розмірів еквівалентних інтервалів зміщення і ймовірність помилкових рішень, пов'язаних з ними. Загальний вираз для залишкових еквівалентних інтервалів зміщення при адитивному циклі деформації а також ймовірність помилкових рішень (хибна відмова) в цьому випадку будуть:

$$\theta_{H\,ni}^{\square} = \alpha x_H \Delta \frac{\beta - 1}{\beta^n} (i - 1) \text{ і } \theta_{B\,ni}^{\square} = \alpha x_H \frac{\beta - 1}{\beta^{n-1}} (2 - i),$$

$$P_{x_{ni}}^K = F \left[x_B + \alpha x_H \frac{\beta - 1}{\beta^n} (2 - i) \right] - F(x_H) + F \left[x_B - \alpha x_H \frac{\beta - 1}{\beta^{n-1}} (2 - i) \right].$$

При цьому адитивна похибка перетворення не впливає на вірогідність контролю. Зміна ж знаку мультиплікативної похибки приводить не тільки до зміни характеру помилкових рішень, але, при інших рівних умовах, і до збільшення довжини еквівалентних інтервалів, бо:

$$a_1 = \frac{\gamma}{1 - \gamma} > \alpha = \frac{\gamma}{1 + \gamma}.$$

Невизначена відмова, яка виникає при цьому, буде:

$$\tilde{P}_{Hni}^K = F(x_H) - \left[Fx_H - \alpha x_H \frac{\beta - 1}{\beta^n} (i - 1) \right] + F \left[x_B + \alpha x_H \frac{\beta - 1}{\beta^{n-1}} (2 - i) \right] - F(x_B).$$

Таким чином з проведеного аналізу видно, що при деформації з адитивним циклом довжина залишкових еквівалентних інтервалів усередині циклу неоднакова – на другому етапі у β разів менша, ніж на першому. Це потрібно враховувати при виборі алгоритму деформації характеристики перетворювального каналу: при симетричних границях допускового інтервалу цикл деформації потрібно проводити повністю.

При нелінійній характеристиці перетворення з мультиплікативним циклом деформації не байдуже, як при лінійній, на якому етапі усередині циклу зупинятися – залишкова ймовірність помилкових рішень залежить від характеру нелінійності. Якщо характеристика є монотонною та опуклою, а границі допускового інтервалу симетричні, то, виходячи із співвідношення $\phi'(x_H) > \phi'(x_6)$, маємо $f_2[\phi(x_H)] < f_2[\phi(x_6)]$. При вгнутій характеристиці перетворення має місце нерівність $\phi'(x_H) < \phi'(x_6)$. Тому щільність значень контрольованої величини на виході перетворювального каналу в околі верхньої границі буде менша, ніж біля верхньої, тобто $f_2[\phi(x_H)] < f_2[\phi(x_6)]$. В цьому зв'язку при мультиплікативному циклі і вгнутій характеристиці перетворення ймовірність помилкових рішень на першому етапі циклу буде більша, ніж на другому етапі. Для опуклої характеристики буде мати місце протилежна ситуація – при необхідності можливо обмежитися лише одним кроком усередині циклу.

Для оцінки ефективності методів деформації характеристики і зміни її як усередині циклу, так і від циклу до циклу а також дослідження зміни ефективності від кількості циклів будемо розглядати, як і при корекції уставок, відношення вихідної ймовірності помилкових рішень $P_{номj}$ (j – номер ситуації) до ймовірності помилкових рішень після деформації.

Ефективність деформації з одним мультиплікативним циклом відповідає ефективності мультиплікативної корекції вставок при однакових вихідних співвідношеннях складових похибки перетворювання. При збільшенні кількості циклів ефективність зростає пропорційно β^n . Якщо при деформації з

мультиплікативним циклом ймовірність помилкових рішень усередині циклу не змінюється, то при адитивному циклі вона тільки на другому етапі, при однаковому вихідному співвідношенні складових похибки перетворення, відповідає значенню, яке має адитивна корекція вставок. Тобто ефективність деформації з адитивним циклом усередині самого циклу також змінюється. У випадку, коли має місце декілька (n) циклів адитивної деформації, то відміна ефективності деформації з адитивним циклом від ефективності адитивної корекції вставок в загальному випадку може бути подана у вигляді коефіцієнта β^{n+i-2} .

2.6 Методи зі зміною параметрів моделі контрольованої величини

Методи цієї групи відносяться до диференційних методів, вони спрямовані на зменшення впливу похибки перетворення поточного значення контрольованої величини. Вони дозволяють уточнити рівняння перетворення в околі значень контрольованих величин, або ж взірцевої величини, яка формується моделлю. При уточненні рівняння для поточного значення контрольованої величини алгоритм контролю спрямований на реалізацію співвідношення:

$$\varphi[x_0, Q(x_0)] = \varphi(x). \quad (2.17)$$

Значення x_0 формується моделлю;

$Q(x_0)$ – відносна зміна цього значення, яка може здійснюватися безпосередньо або за допомогою регульованого масштабного перетворювача РМП. В першому випадку $Q(x_0) = 1$.

Сукупність прийомів при реалізації цього методу спрямована на збереження рівності значень інформативних параметрів контрольованої та взірцевої величин. В загальному випадку рівняння перетворення містить адитивну та нелінійну складові. Виконання умов адекватності впливів інформативних параметрів зменшує вплив цих складових на результат контролю. Однак співвідношення (2.17) потрібно виконувати в усьому діапазоні можливих значень контрольованої величини, що нерідко на практиці виконати важко. Цей недолік можна усунути, якщо модель розмістити у тракці перетворення контрольованої вели-

нути, якщо модель розмістити у тракці перетворення контрольованої величини. При цьому потрібно виконувати рівність:

$$\varphi[x, Q(x_0)] = \varphi(x_0).$$

Операція $Q(x_0)$ може бути реалізована за допомогою РМП, який розміщується між виходом об'єкта контролю та входом каналу перетворення. В цьому випадку перетворювач "працює" практично при одному рівні вхідних сигналів. Такий підхід найбільш ефективний при контролі відносних величин.

2.6.1 Метод середнього по множині об'єктів

Більшість параметрів, які характеризують якість та функціональні властивості об'єктів контролю, є відносними і безпосередньо їх визначити неможливо. Під відносними розуміються параметри об'єктів контролю, які є функцією відношення інформативних параметрів відтворювальних сигналів.

Частина відносних параметрів, які не потребують виконання початкових умов, можуть бути визначені безпосередньо як відношення відтворювальних сигналів, тобто $a = x/s$.

Якщо значення параметра a визначається при відомому нормованому значенні вхідної діючої величини s , то, беручи до уваги функціональний зв'язок $x = a \cdot s$, контроль параметра a можна замінити контролем значень вихідної величини x об'єкта. Виникаючі при цьому помилкові рішення в першу чергу залежать від похибки формування значення вхідної величини s , а також похибки перетворення вихідної величини x об'єкта. Для зменшення ймовірності помилкових рішень необхідно або підвищувати точність пристрою, який формує вхідну величину (реалізує модель за параметром), або вводити в структуру контролю взірцевий об'єкт. При контролі таких пристроїв, як, наприклад, аналого-цифрові перетворювачі АЦП, формування моделі параметра здійснюється цифро-аналоговим перетворювачем ЦАП, який практично використовує ту ж саму елементну базу, що й АЦП, а тому має однаковий порядок з об'єктом контролю значення похибок.

Метод середнього по множині об'єктів дозволяє зменшити вплив не тільки похибки перетворення, але й похибки формування впливної величини. Параметр a окремого об'єкта фактично є вибіркоvim значенням випадкової величини – результату відтворення параметра при виробництві. Тому середнє арифметичне вихідних величин сукупності об'єктів може бути, при фіксованому значенні їх вхідної величини, оцінкою номінального значення $a_0 = Ma$. Якщо вхідна величина формується без похибки, тобто $s = s_0$, то ця оцінка буде незміщеною, зміщення ж оцінки дозволяє визначити відхилення значення сформованої величини від її номінального значення.

Таким чином, для підвищення вірогідності контролю потрібно до пристрою, що формує вхідну діючу величину, підключити n одночасно контрольованих об'єктів. В загальному випадку допускається, що результат формування вхідної величини (аналогової параметричної моделі) має випадкову Δ_s^0 та систематичну $\bar{\Delta}_s$ складові похибки. Якщо на n об'єктів подається одночасно одне й те ж значення вхідної величини $\tilde{s}_0 = s_0 + \Delta_s$ то вихідні величини контрольованих об'єктів $x_j = a_j \tilde{s}_0$ несуть інформацію про контрольовані параметри a_j . Вони використовуються для формування

середнього значення $\bar{x} = \sum_{j=1}^n \frac{x_j}{n}$. Зіставлення середнього $\bar{x}$ зі значенням вихідної величини, яке відповідає номінальним значенням вхідної величини та параметра

$a_0 s_0$, дозволяє виявити відхилення реального значення $\widehat{s}_0$ від номінального s_0 . Для цього може бути використано їх добуток або відношення, які в подальшому використовуються для корегування вставок. Основним допущенням методу є незмінність вихідного закону розподілу можливих значень контрольованої величини.

Спочатку розглянемо алгоритм з мультиплікативною корекцією вставок. В результаті осереднення вихідних величин n об'єктів маємо:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n a_j (s_0 + \Delta_s) = (s_0 + \Delta_s) \bar{a},$$

$$\text{де } a = \sum_{j=1}^n \frac{a_j}{n}.$$

Середнє значення сукупності вихідних величин $\bar{x}$ використовується для визначення коригувального коефіцієнта $c = \frac{\bar{x}}{a_0 s_0}$, яким корегуються вставки:

$$X_H^K = \frac{\bar{a}(s_0 + \Delta_s)}{a_0 s_0} x_n;$$

$$X_B^K = \frac{\bar{a}(s_0 + \Delta_s)}{a_0 s_0} x_B.$$

Беручи до уваги, що $x_H = a_H s_0$ та $x_B = a_B s_0$ вирішувальне правило має такий вигляд:

$$\frac{\bar{a}(s_0 + \Delta_s)}{a_0 s_0} x_n s_0 < a(s_0 + \Delta_s) < \frac{\bar{a}(s_0 + \Delta_s)}{a_0 s_0} x_B s_0,$$

або після математичних перетворень,

$$a_H + \frac{a_H}{a_0} (\bar{a} - a_0) < a < a_B + \frac{a_B}{a_0} (\bar{a} - a_0).$$

Таким чином, на відміну від мультиплікативної корекції, розміри еквівалентних інтервалів:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_H &= \frac{a_H}{a_0} (\bar{a} - a_0) \\ \hat{\theta}_B &= \frac{a_B}{a_0} (\bar{a} - a_0) \end{aligned},$$

не залежить від похибки формування вхідної величини.

Аддитивна корекція вставок складається з визначення величини:

$$b = \bar{x} - x_0 = (\bar{a} - a_0)s_0 + \bar{a} \cdot \Delta_s,$$

яка враховує вплив похибки формування вхідної величини.

Поправка b використовується для корекції вставок, тобто:

$$x_H^K = a_H s_0 + b,$$

$$x_B^K = a_B s_0 + b.$$

Вирішувальне правило буде:

$$a_H s_0 + (\bar{a} - a_0)s_0 + \bar{a} \cdot \Delta_s < a < a_B s_0 + (\bar{a} - a_0)s_0 + \bar{a} \cdot \Delta_s,$$

або після математичних перетворень:

$$a_H + (\bar{a} - a_0) - \gamma_s(a_0 - a_H) < a < a_B + (\bar{a} - a_0) + \gamma_s(a_B - a_H),$$

$$\text{де } \gamma_s = \frac{\Delta_s}{s_0 + \Delta_s} = \frac{\Delta_s / s_0}{1 + \Delta_s / s_0}.$$

Таким чином, на відміну від мультиплікативної корекції, розміри еквівалентних інтервалів:

$$\hat{\theta}_H = (\bar{a} - a_0) - \gamma_s(a_0 - a_H) \text{ та } \hat{\theta}_B = (\bar{a} - a_0) + \gamma_s(a_B - a_H),$$

додатково залежать від похибки формування вхідної діючої величини.

Ефективність цього методу зменшується при розлагоджуванні технологічного процесу, коли систематичні похибки виробництва приводять до зміщення центра розподілу можливих значень, тобто математичне очікування не збігається з серединою допускового інтервалу $Ma \neq a_0$.

2.6.2 Ітераційно-логометричне перетворення

Великий динамічний діапазон зміни параметрів сигналів, які відтворюють контрольовану відносну величину, є головною причиною виникнення похибок при вимірювальному перетворенні їх, а тому й причиною зниження вірогідності контролю.

Крім того, існує цілий ряд відносних параметрів, значення яких визначається після виконання певних початкових або екстремальних умов, наприклад, визначення максимальної вихідної напруги підсилювача за значенням допустимого відхилення від лінійності амплітудної характеристики. Ці величини визначаються, виходячи з цілого ряду значень коефіцієнтів масштабного перетворення. Таким чином, значення вхідної величини в цьому випадку будуть відрізнятися від об'єкта до об'єкта і тільки за значенням його вихідної величини неможливо приймати рішення про стан об'єкта контролю.

Тому необхідно вводити допоміжний перетворювальний канал, а значення контрольованої величини формувати як результат логометричного перетворення. Логометричне перетворення, крім того, дозволяє знизити вимоги до стабільності та точності формування вхідної величини.

Джерелами похибок при логометричному перетворенні є:

- відхилення реальної характеристики перетворювального каналу від номінальної;
- вплив зовнішніх дестабілізуювальних факторів;
- вплив неінформативних параметрів сигналів, які відтворюють відносну величину;
- вплив інформативних параметрів відтворювальних сигналів.
- загальному випадку реальні характеристики перетворювальних каналів можна представити у вигляді:

$$\tilde{\varphi}_1(s) = \varphi_1(0)s \left[1 + \frac{\tilde{\varphi}_1(0)}{\varphi_1(0)s} + \frac{\varphi_1(0) - \varphi_1(0)}{\varphi_1(0)} + \frac{1}{2} \frac{\varphi_1''(0)s}{\varphi_1(0)} \right]$$

$$\tilde{\varphi}_2(x) = \varphi_2(0)x \left[1 + \frac{\tilde{\varphi}_2(0)}{\varphi_2(0)x} + \frac{\varphi_2(0) - \varphi_2(0)}{\varphi_2(0)} + \frac{1}{2} \frac{\varphi_2''(0)x}{\varphi_2(0)} \right].$$

Виходячи з допущення незначної похибки перетворювальних каналів, результат логометричного перетворення буде:

$$\hat{a} = a[1 + (\delta_x - \delta_s) + (\gamma_x - \gamma_s) + (\xi_x - \xi_s)], \quad (2.18)$$

де $\delta_x = \frac{\tilde{\varphi}_2(0)}{\varphi_2(0)x}$ – відносна адитивна похибка;

$\delta_s = \frac{\tilde{\varphi}_1(0)}{\varphi_1(0)s}$

$\gamma_x = \frac{\tilde{\varphi}_2(0) - \varphi_2(0)}{\varphi_2(0)}$ – мультиплікативна похибка;

$\gamma_s = \frac{\tilde{\varphi}_1(0) - \varphi_1(0)}{\varphi_1(0)}$

$\xi_x = \frac{1}{2} \frac{\varphi_2''(0)x}{\varphi_2(0)}$ – похибка нелінійності.

$\xi_s = \frac{1}{2} \frac{\varphi_1''(0)s}{\varphi_1(0)}$

Похибка результату перетворення може бути зменшена шляхом реалізації сукупності прийомів, які характерні для засобів вимірювання з однією вхідною величиною і спрямовані на зменшення похибки перетворення кожної з величин s та x .

Але, як видно з виразу (2.18), похибка результату перетворення відносної величини може бути зменшена за допомогою спеціальних прийомів, які спрямовані на повне або часткове виконання одночасно усіх умов або однієї:

$$\delta_x \rightarrow \delta_s$$

$$\gamma_x \rightarrow \gamma_s.$$

$$\xi_x \rightarrow \xi_s$$

Виконання цих умов базується на сукупності прийомів, забезпечуючи зменшення впливу:

- мультиплікативної похибки за рахунок тільки ідентичності характеристик перетворювальних каналів;
- зовнішніх впливних величин – додатковий щільний кореляційний зв'язок характеристик;
- для адитивної та похибки нелінійності крім ідентичності – однакові рівні перетворювальних величин.

Повна ідентичність характеристик перетворювальних каналів забезпечується при часовому розподілі їх, якщо величини, які перетворюються, однорідні. При цьому коефіцієнт кореляції для повільно змінюваних зовнішніх дестабілізуючих факторів буде дорівнювати одиниці. Беручи до уваги, що адитивна та похибка нелінійності залежать від рівня перетворюваних величин, тобто від значення параметра a , то адекватний вплив інформативних параметрів цих сигналів буде лише в тому випадку, коли $a = 1$.

Цього можна досягти також за допомогою сукупності прийомів, спрямованих на приведення до однакового рівня сигналів, що надходять на перетворювальні канали.

Надалі, не порушуючи загальності висновків, будемо виходити з того, що величини s та x однорідні і тому для них можливо реалізувати одноканальну структуру. Тоді умови адекватних впливів інформативних параметрів відтворювальних сигналів будуть забезпечуватися при рівності значень цих параметрів. З цією ціллю при одноканальній структурі необхідно вводити взірцеве відношення до перетворення однієї з величин s або x . При цьому результат первинного логометричного перетворення a_1 необхідно використовувати для формування значення взірцевого відношення.

На рис. 2.8 наведена узагальнена структура реалізації методу ітераційного логометричного перетворення.

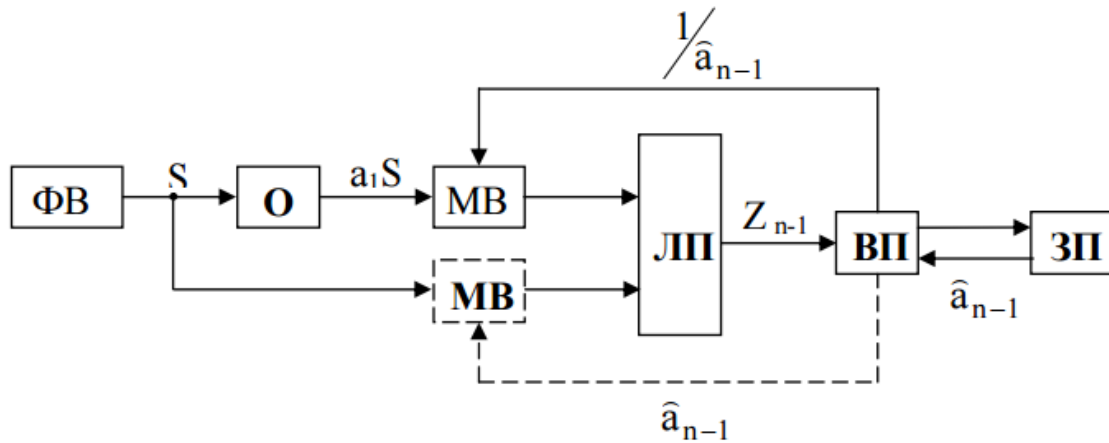


Рисунок 1.13 - Узагальнена структура ітераційного логометричного перетворювача

Алгоритм такий. Результат первинного перетворення a_1 заноситься у запам'ятовувальний пристрій ЗП. Одночасно отриманий результат використовується для формування взірцевого відношення, пропорційного a_1 . Якщо значення a для контрольованої сукупності об'єктів більше одиниці, то у якості міри відношення МВ використовується масштабний перетворювач МП. Після цього на другому етапі будуть вже перетворюватися сигнали, значення інформативних параметрів яких більш “близькі” одне до одного. Зміщення результату z_2 логометричного перетворення ЛП на другому етапі необхідно враховувати шляхом множення його на результат первинного перетворення a_1 . Тобто маємо:

$$\hat{a}_2 = z_2 z_1 \frac{\varphi(s_a / \hat{a}_1)}{\varphi(s)} \hat{a}_1,$$

де z_2 – значення вихідної величини логометричного перетворювача на другому етапі (кроці) ітерації.

Таким чином отримано уточнений результат перетворення відносної величини за рахунок реалізації умов адекватних впливів інформативних параметрів відтворювальних сигналів шляхом зміщення “робочої точки” при перетворенні $x = as$ у бік (до значення) s . Послідовно реалізуючи поданий алгоритм, для n -го кроку отримаємо співвідношення:

$$\hat{a}_n = z_n z_{n-1} \frac{\varphi(sa / \hat{a}_{n-1})}{\varphi(s)} \hat{a}_{n-1}.$$

Згідно з процедурою, яка реалізується для цього алгоритму, наречемо його *ітерацією до вхідної величини*.

Послідовність отримуваних значень відносної величини $\hat{a}_i(i - \overline{2, n})$ буде збігатися до істинного значення a , якщо буде виконуватися умова $\lim_{n \rightarrow \infty}(\hat{a}_n - a) = 0$.

Швидкість збіжності результатів перетворення відносної величини до її істинного значення залежить від виду характеристики перетворення. Однак у будь-якому випадку, виходячи з ознаки Д'Аламбера повинна виконуватися умова:

$$\left| \frac{\varphi(sa / \hat{a}_{n-1})}{\varphi(s)} \right| < 1. \quad (2.19)$$

Припустимо, що реальна характеристика перетворення має вигляд:

$$\varphi(x) = (x + \Delta)(1 + \gamma).$$

Тоді:

$$\hat{a}_1 = a \frac{1 + \delta / a}{1 + \delta} = a + \frac{\delta}{1 + \delta}(1 - a),$$

де $\delta = \frac{\Delta_{ep}}{s}$ відносне граничне значення адитивної похибки, яке віднесене до вхідної величини.

Позначимо:

$$\nabla_{ep} = \delta / (1 + \delta).$$

Тоді рекурентне співвідношення для визначення значення відносної величини при $a > 1$ на n -ому кроці буде:

$$\hat{a}_n = a - \nabla_{ep}^n (a - 1) = a - \nabla_{ep} (\hat{a}_{n-1} - a). \quad (2.20)$$

Виходячи з цього виразу, умова збіжності (2.19) запишеться у вигляді $|\nabla| < 1$.

В залежності від знаку адитивної похибки перетворення відхилення a_1 від a буде знакопостійним або знакозмінним.

Розглянемо спочатку випадок, коли **адитивна похибка позитивна**. В цьому випадку результат ітераційного логометричного перетворення завжди буде менший істинного значення. Вплив похибки перетворення може бути представлено за допомогою зміщення границь вихідного допускового інтервалу. При цьому в околах нижньої границі буде виникати хибна відмова, а верхньої – невизначена відмова. Для визначення довжини еквівалентних інтервалів зміщення, що приводить до неправдивої відмови, підставимо у вираз (2.20) значення:

$$a = a_H.$$

Тоді:

$$P_{xn} = P\{a_H - \theta_{nn} < \hat{a}_n; a_H < a < a + \theta_{nn}\}, \quad (2.21)$$

$$\text{де } \theta_{nn} = \nabla_{zp}^n(a_H - 1).$$

Аналогічно для ймовірності невизначеної відмови, яка виникає при верхній границі, будемо мати:

$$P_{Hn} = P\{a_B - \theta_{en} < \hat{a}_n < a_B; a_B < a < a_B + \theta_{en}\}, \quad (2.22)$$

$$\text{де } \theta_{en} = \nabla_{zp}(a_B - 1).$$

Виходячи з ймовірності помилкових рішень $P_{номп} = P_{xn} + P_{Hn}$, можна визначити допустимі значення еквівалентних інтервалів зміщення, коли вірогідність контролю відносних величин буде дорівнювати або більше заданого значення. Це, в свою чергу, дозволить визначити кількість кроків ітерації.

Так, при $\theta_e + \theta_H < \lambda / 4$, маємо:

$$P_{номп} = F(a_n - \theta_{nn}) - F(a_n) + F(a_B + \theta_{Bn}) - F(a_B).$$

При симетричних границях, після розкладання у ряд Тейлора, буде:

$$P_{номп} = f(a_n)(\theta_{Bn} + \theta_{nn}) \left[1 - \frac{1}{2} \psi'(a_n)(\theta_{Bn} - \theta_{nn}) + \frac{1}{6} \psi''(a_n)(\theta_{Bn}^2 - \theta_{nn}\theta_{nn} + \theta_{nn}^2) \right]. \quad (2.23)$$

Підставимо у вираз (2.23) значення en nn θ_{Bn} і θ_{nn} і після математичних перетворень будемо мати:

$$P_{номп} = 2f(a_n)\nabla^n(a_0) \left\{ 1 - \frac{1}{2} \lambda \psi'(a_n) + \frac{1}{24} \lambda^2 \psi''(a_n) \left[3 + \frac{4a_0}{\lambda^2}(a_0 - 1) + \frac{4}{\lambda^2} \right] \right\}, \quad (2.24)$$

$$\psi^{(i)}(a_n) = \frac{f^{(i)}(a_n)}{f(a_n)},$$

де $i = 1, 2$; – відповідає математичному очікуванню значення

$$a_0 = \frac{a_B + a_n}{2}$$

параметра Ма;

$\lambda = a_B - a_n$ – довжина допускового інтервалу.

Вираз (2.24) дозволяє визначити ймовірність помилкових рішень на n -ому кроці, включаючи і первинне перетворення. Якщо похибка перетворення така, що ймовірність помилкових рішень на першому етапі $P_{ном1}$ більше допустимого значення $P_{дон}$, яке визначається за даною вірогідністю контролю $D = 1 - P_{дон}$, то необхідно переходити, згідно з описаним алгоритмом, до ітераційної процедури.

Однак, як вже зазначалося, при контролі похибка впливає на зміну вірогідності не в усьому діапазоні контрольованих величин. Вплив її визначається співвідношенням між істинним значенням контрольованої величини, граничними значеннями вихідного допускового інтервалу та довжиною еквівалентних інтервалів зміщення. Довжина верхнього та нижнього еквівалентних інтервалів на первинному етапі логометричного перетворення

визначається з виразів (2.22) та (2.23) як

$$\begin{aligned} \theta_{B1} &= \nabla_{ep}(a_B - 1), \\ \theta_{n1} &= \nabla_{ep}(a_n - 1). \end{aligned}$$

Граничні значення еквівалентних інтервалів зміщення відповідно будуть:

$$\begin{aligned} \hat{a}_{n1} &= a_n - \nabla_{ep}(a_n - 1) \\ \hat{a}_{B1} &= a_n - \nabla_{ep}(a_B - 1) \end{aligned}$$

Виходячи з розрахованих значень $\hat{a}_{n1}$ та $\hat{a}_{B1}$ вводяться додаткові допускові зони (рис. 2.9) $(\hat{a}_{n1} \div a_n)$ і $(\hat{a}_{B1} \div a_B)$ потрапляє в одну з додаткових допускових зон, то необхідно, для зменшення вірогідності помилкових рішень, переходити до ітераційного алгоритму.

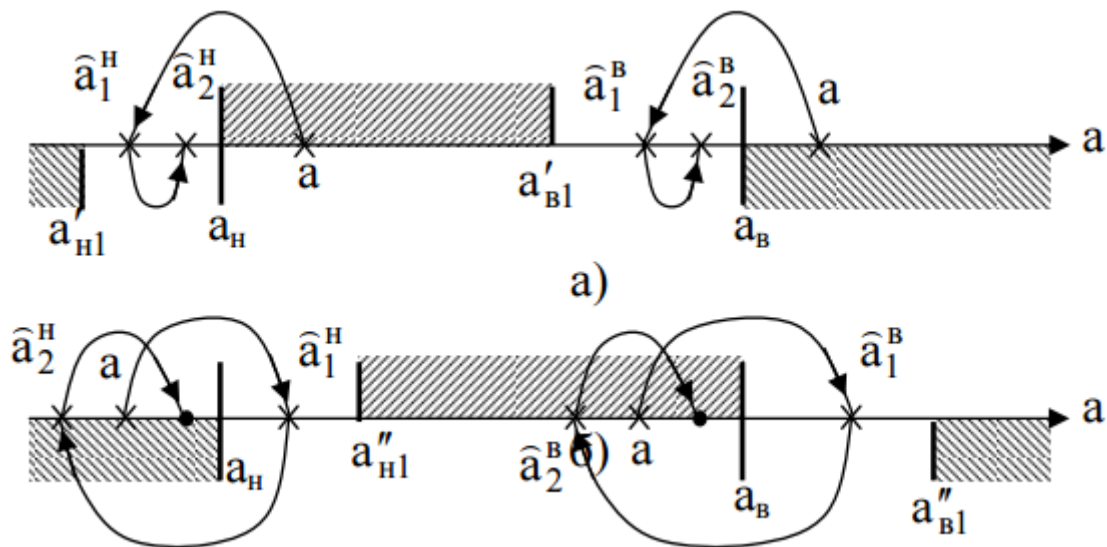


Рисунок 2.9 - Діаграми збіжності ітерацій до вхідної величини: а) $\Delta > 0$; б) $\Delta < 0$

В інших випадках немає необхідності уточнювати значення контрольованої величини. Так, при отриманні на первинному етапі $a_n < \hat{a}_1 < \hat{a}_{B1}$ приймається рішення “придатний”. Таке рішення, незважаючи на похибку перетворення, буде відповідати істині, бо при позитивній адитивній похибці значення $\hat{a}_n$ завжди буде менше, ніж істинне значення a . Немає необхідності переходити до ітераційного алгоритму при виконанні однієї з умов: $\hat{a}_1 < \hat{a}_{H1}$ або $\hat{a}_1 < a_B$. В цьому випадку виробляється вірогідне рішення, що об’єкт контролю “непридатний”. Кількість n кроків ітерації, після реалізації яких $P_{ном.n}$ не буде перебільшувати $P_{дон}$, можна визначити за допомогою виразу (2.24). При цьому для кожного кроку граничні значення:

$$\begin{aligned} \hat{a}_{Hi} &= a_H - \nabla_{ep}^i (a - 1), \\ \hat{a}_{Bi} &= a_B - \nabla_{ep}^i (a - 1) \end{aligned} \quad ,$$

визначаються для найгіршого випадку, коли значення контрольованої величини відповідно дорівнюють a_n та a_B . Вирішувальне правило перевіряється на кожному етапі. Структурна схема алгоритму прийняття рішення наведена на рис. 2.10.

Таким чином, наведений адаптивний алгоритм контролю відносних величин забезпечує задану вірогідність при мінімальному збільшенні об’єму контролю.

При контролі рівномірно розподіленої відносної величини згідно з виразом (2.24) будемо мати:

$$P_{ном.n(p)} = 2f_{(p)}(a_n) \nabla_{ep}^n (a_0 - 1) \leq P_{дон}.$$

Звідки:

$$\nabla_{ep}^n \leq \frac{P_{дон}}{2f_{(p)}(a_n)(a_0 - 1)}.$$

Після математичних перетворень, взявши до уваги $\nabla_{ep}^n \leq 1$, отримаємо вираз, що дозволяє визначити кількість n етапів перетворення, коли $P_{ном.n(p)}$ буде менше $P_{дон}$:

$$n_{(p)} \geq \frac{\lg P_{дон} - \lg [2f_{(p)}(a_n)(a_0 - 1)]}{\lg \nabla_{np}}.$$

Взявши до уваги, що при симетричних границях вихідного допускового інтервалу $f_{(p)}(a_n) = \frac{1}{2a_0}$ будемо мати:

$$n_{(p)} \geq \lg P_{\text{don}} - [(a_0 - 1) / a_0] / \lg \nabla_{np}. \quad (2.25)$$

При $a_0 > 1$ вираз (2.25) буде:

$$n_{(p)} \geq \lg P_{\text{don}} / \lg \nabla_{np}.$$

Для нормального закону розподілу можливих значень відносного параметра гранична кількість етапів визначається на основі виразу:

$$n_{(r)} \geq \{ \lg P_{\text{don}} - \lg [4N(d)(a_0 - 1)] \lg D_3 \} / \lg \nabla_{ep}. \quad (2.26)$$

де $d = \frac{\lambda / 2}{\sigma}$ σ - середнє квадратичне відхилення контрольованої величини;

$$N(d) = (2\pi)^{-1} \exp(-d^2 / 2); D_3 = \left\{ 1 - d^2 + \frac{1}{6} d^2 (d^2 - 1) \left[3 + \frac{4a_0}{\lambda^2} (a_0 - 1) + \frac{4}{\lambda^2} \right] \right\}.$$

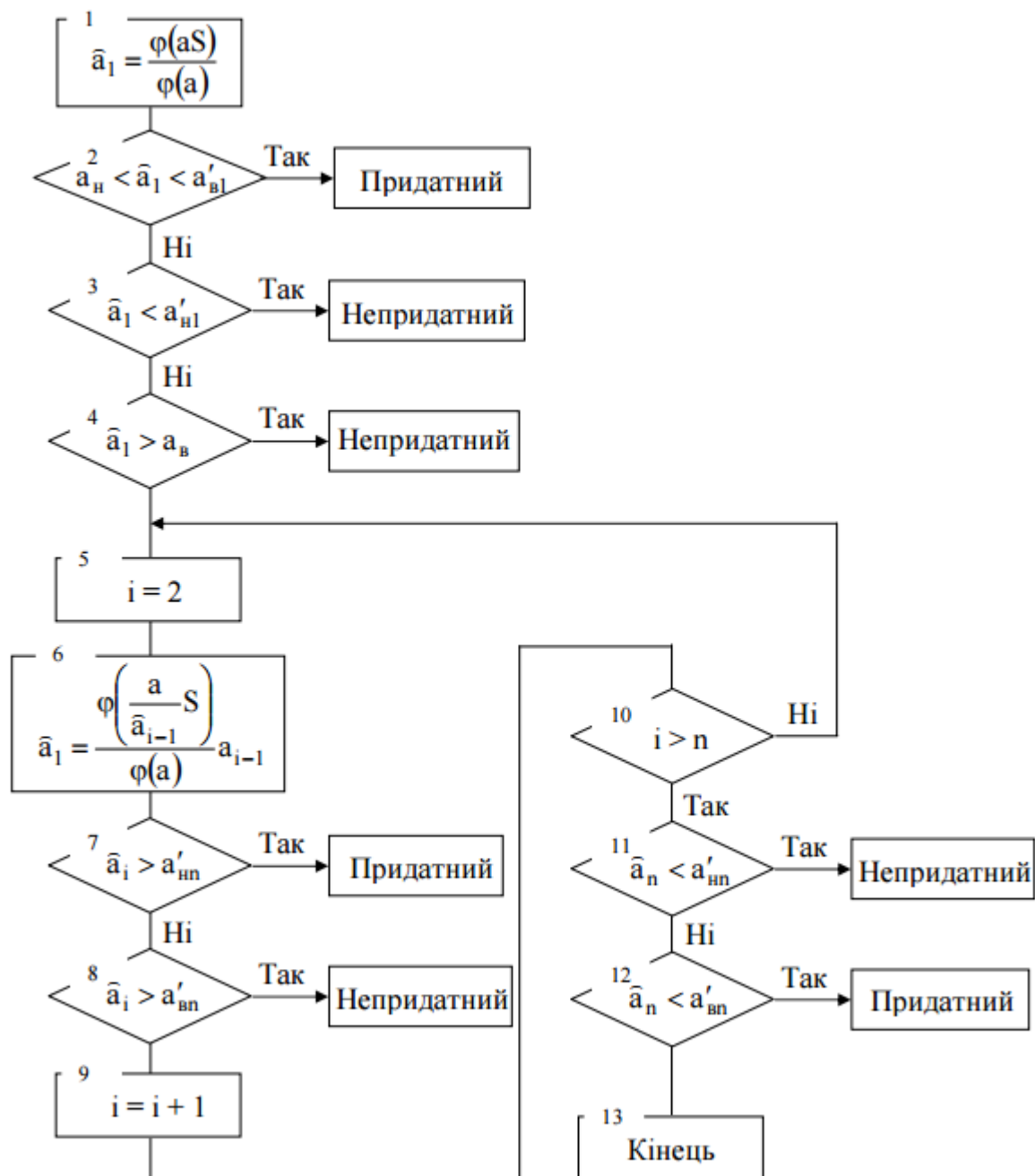


Рисунок 2.10 - Адаптивний алгоритм контролю з ітерацією до вхідної величини при $\Delta > 0$

Довжина верхнього еквівалентного інтервалу зміщення більша нижнього, тому і ймовірність хибної відмови, яка виникає в “околі” нижньої границі при $\varphi(x) = (x + \Delta)(1 - \gamma)$, буде меншою, ніж ймовірність невизначеної відмови при верхній границі. Тому можна зменшити загальний об’єм контролю, тобто зменшити кількість етапів перетворення. Для цього необхідно, згідно з вищенаведеним аналізом, визначити, використовуючи параметри закону розподілу можливих значень контрольованої величини, кількість додаткових

перетворень n'' при потраплянні $\hat{a}_i$ в інтервал $(a_{H1} \div a_H)$ та a^B при $a_{B1} < \hat{a}_i < a_B$ ($i = 1, n$).

Якщо **адитивна похибка негативна**, тобто $\varphi(x) = (x - \Delta)(1 + \gamma)$, то відхилення результатів перетворення від істинного значення, на відміну від розглянутого вище, буде знакозмінним: при i парному $\hat{a}_i < a$, а при i непарному $\hat{a}_i > a$.

При первинному логометричному перетворенні (рис. 2.11) через вплив похибки перетворення 1а) буде більше істинного значення a . Виходячи з цього, необхідно вводити додаткові допускові зони $(a_H \div a_{H1})$ та $(a_B \div a_{B1})$, при потраплянні в які первинного результату 1а) приймається рішення про перехід до ітераційного алгоритму.

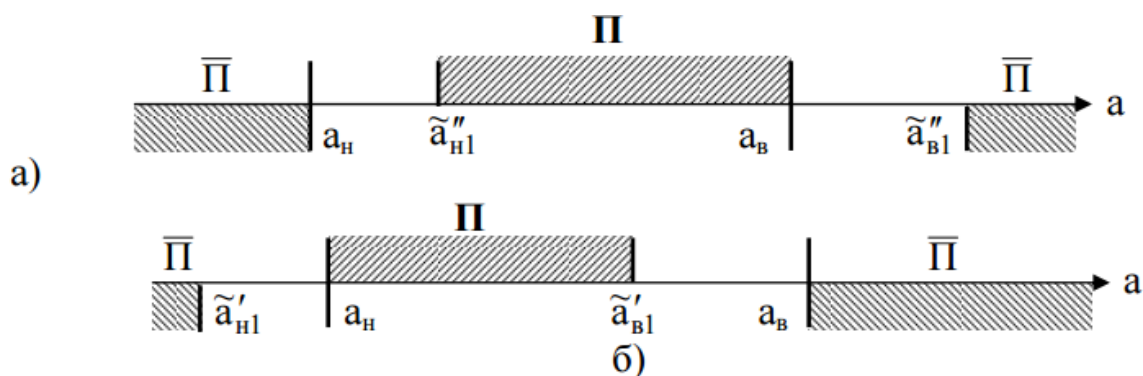


Рисунок 2.11 - Вірогідність прийняття рішень, коли маємо ітерацію до вихідної величини: а) $\Delta > 0$; б) $\Delta < 0$

При виконанні умови $a_{H1}'' < \hat{a}_1 < a_B$ приймається рішення “придатний”, а при $\hat{a}_1 < a_{H1}$ або $\hat{a}_1 < a_{B1}''$ приймається рішення “непридатний”. Блок-схема адаптивного алгоритму наведена на рис. 2.12.

У тих випадках, коли адитивна похибка може бути як негативна, так і позитивна та відомі їх граничні значення, необхідно, виходячи з вищенаведеного, вводити додаткові допускові зони, які мають бути розташовані по обидва боки від a_H і a_B . Тоді перехід до ітераційного алгоритму буде здійснюватися, коли результат первинного перетворення a_1' потрапляє в один з інтервалів $(a_{H1}' \div a_{H1}'')$ або $(a_{B1}' \div a_{B1}'')$.

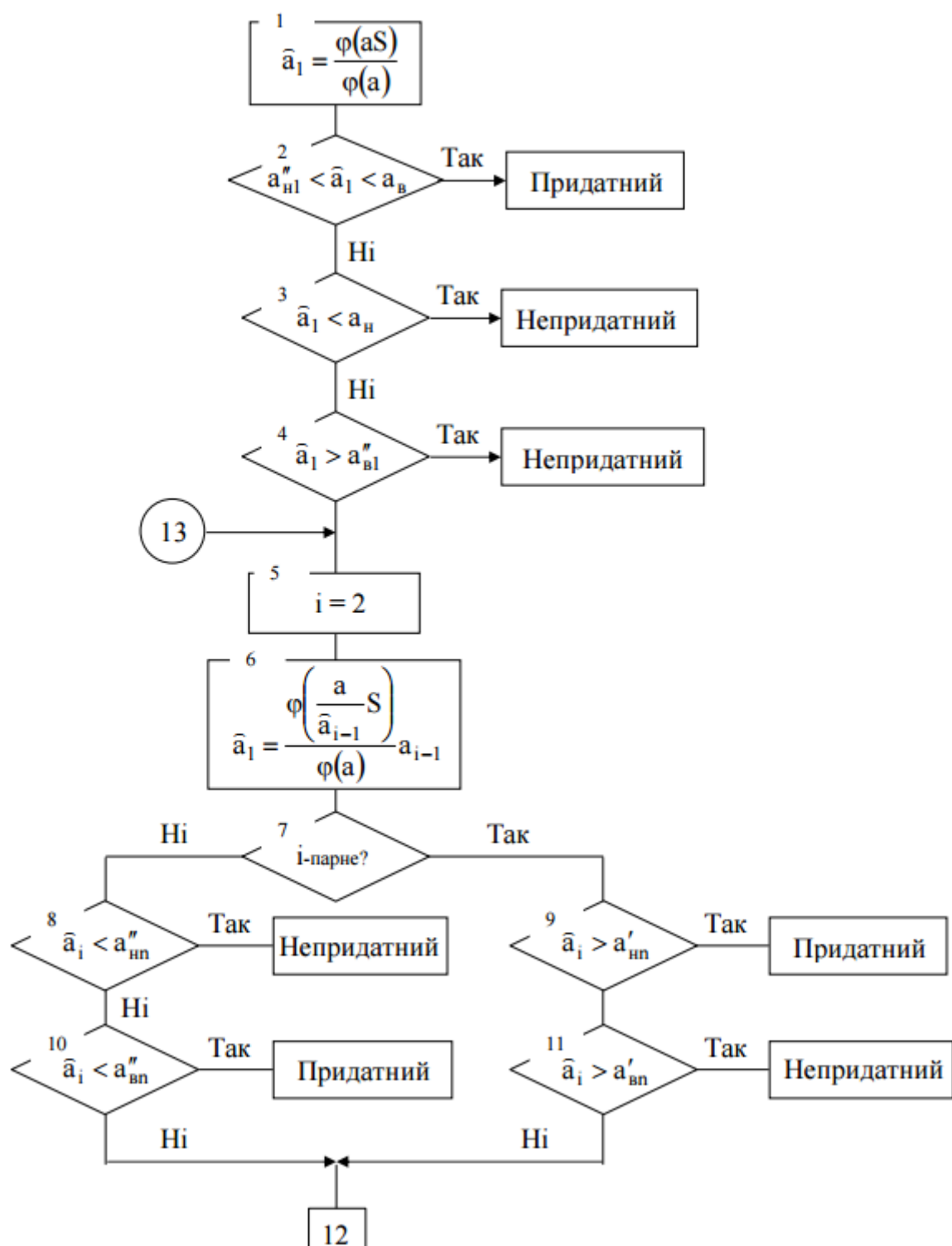


Рисунок 2.12 - Адаптивний алгоритм контролю з ітерацією до вхідної величини при $\Delta < 0$.

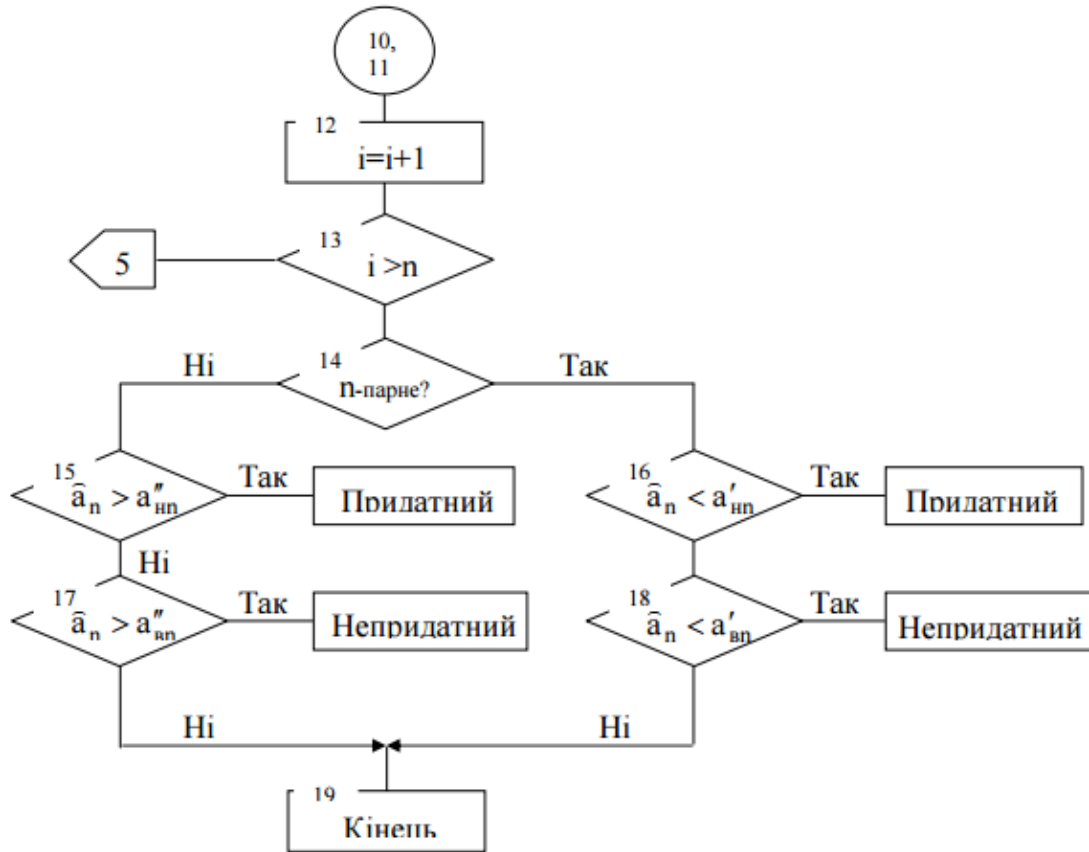


Рисунок 2.12 (закінчення) - Адаптивний алгоритм контролю з ітерацією до вхідної величини при $\Delta < 0$.

Тут i надалі на відміну від ітерації до вхідної величини будемо використовувати позначку “ $\sim$ ”.

Якщо характеристика перетворювального каналу має вигляд $\varphi(x) = (x + \Delta)(1 + \gamma)$, то згідно з виразом (2.26) буде:

$$\tilde{a}_1 = a \frac{1 + \delta / a}{1 + \delta} = a + \frac{\delta}{1 + \delta} (1 - a),$$

$$\tilde{a}_2 = \frac{as + \Delta}{\tilde{a}_1 s + \Delta} a_1 = a \frac{(1 + \delta / a)^2}{1 + \delta + \frac{\delta}{a} (1 + \delta)} = a + \frac{\frac{\delta^2}{a} (1 - a)}{1 + \frac{\delta}{a} + \frac{\delta}{a} (1 + \delta)}.$$

Рекурентне співвідношення для оцінки контрольованої величини на n -ому етапі ітерації буде:

$$\tilde{a}_n = a \frac{\left(1 + \frac{\delta}{a}\right)^n}{\left[\left(\frac{\delta}{a}\right)^{n-1} (1 + \delta) + \sum_{k=0}^{n-2} \left(\frac{\delta}{a}\right)^k \cdot \left(1 + \frac{\delta}{a}\right)^{n-k-1}\right]},$$

$$\tilde{a}_n = a + \frac{\delta^n / \tilde{a}_{n-1}}{\left(\frac{\delta}{a}\right)^{n-1} (1 + \delta) + \sum_{k=0}^{n-2} \left(\frac{\delta}{a}\right)^k \cdot \left(1 + \frac{\delta}{a}\right)^{n-k-1}} (1 - a). \quad (2.27)$$

Виходячи з умов збіжності ітераційного алгоритму, впливає $|\tilde{a}_n - a| < |\tilde{a}_{n-1} - a|$. Тому можна записати $|\tilde{a}_n - a| / |\tilde{a}_{n-1} - a| < 1$, що, з урахуванням (2.27), дасть:

$$\left(1 + \frac{\delta}{a}\right)^{n-1} > 0. \quad (2.28)$$

Таким чином, при позитивній адитивній похибці алгоритм ітерації до вихідної величини завжди буде збігатися; при збільшенні $\frac{\delta}{a}$ швидкість збіжності буде зменшуватися.

У випадку ж негативної адитивної похибки, виходячи з (2.28) будемо мати умову збіжності:

$$\left|\frac{\delta}{a}\right| < 1.$$

Зробимо математичні перетворення над виразом (2.27):

$$\tilde{a}_n = a + \delta \left(\frac{\delta / a}{1 + \delta / a}\right)^{n-1} \frac{1 - a}{1 + \sum_{k=1}^{n-1} \left(\frac{\delta / a}{1 + \delta / a}\right)^k + \left(\frac{\delta / a}{1 + \delta / a}\right)^{n-1} (1 + \delta)}.$$

При виконанні умови $\left|\frac{\delta}{a}\right| < 1$ цей вираз можна записати:

$$\tilde{a}_n = a + \delta \tilde{V}_{zp}^{n-1} (1 - a), \quad (2.29)$$

$$\text{де } \tilde{V}_{zp} = \frac{\delta / a}{1 + \delta / a}.$$

Таким чином, при $n \geq 2$:

$$\tilde{a}_n \approx a + \tilde{V}_{zp} (a_{n-1} - a), \quad (2.30)$$

що еквівалентно виразу (2.20). Але при застосуванні алгоритму ітерації до вихідної величини результати a_i при позитивній адитивній похибці, на відміну від ітерації до вхідної величини, завжди будуть більші істинного значення a . Тому для прийняття рішення про перехід до адаптивного алгоритму контролю

необхідно вводити додаткові допускові зони $\left(a_H \div a_{H1}^{''}\right)$ $\left(a_B \div a_{B1}^{''}\right)$. Якщо результат

первинного перетворення потрапить в одну з цих зон, необхідно переходити до ітераційного алгоритму з покроковою перевіркою умов закінчення процедури контролю і формування відповідного рішення. Якщо ж результат первинного перетворення знаходиться в інтервалі $\tilde{a}_{H1}^{''} \div a_H$, то приймається рішення про придатність об'єкта. Абсолютно вірогідним буде і рішення “непридатний” при $\tilde{a}_1 < a_H$ або $\tilde{a}_1 < a_{B1}^{''}$.

Граничні значення додаткових допускових зон при ітерації до вхідної величини визначаються із співвідношень:

$$\tilde{a}_{H1}^{''} = a_H + \tilde{\nabla}_{ep}(1 - a_H)$$

$$\tilde{a}_{B1}^{''} = a_B + \tilde{\nabla}_{ep}(1 - a_B) .$$

$$\tilde{\nabla}_{ep} = \frac{\Delta_{ep} / sa}{1 + \Delta_{ep} / sa}$$

Тоді вплив похибки перетворення можна показати за допомогою еквівалентних інтервалів зміщення. Ймовірність виникнення помилкових рішень на n -ому етапі буде:

$$P_{Hn} = F(a_H) - F(a_H - \tilde{\theta}_{Hn})$$

$$P_{Xn} = F(a_B) - F(a_B - \tilde{\theta}_{Bn}) .$$

При симетричних границях вихідного допускового інтервалу ймовірність помилкових рішень:

$$P_{ном.n} \approx f(a_H)(\tilde{\theta}_{Bn} + \tilde{\theta}_{Hn}) \left[1 + \frac{1}{2} \psi'(a_H)(\tilde{\theta}_{Bn} - \tilde{\theta}_{Hn}) + \frac{1}{6} \psi''(a_H)(\tilde{\theta}_{Bn}^2 - \tilde{\theta}_{Bn}\tilde{\theta}_{Hn} + \tilde{\theta}_{Hn}^2) \right],$$

$$\tilde{\theta}_{Hn} = \delta \tilde{V}_H (1 - a_H)$$

$$\tilde{\theta}_{Bn} = \delta \tilde{V}_B (1 - a_B)$$

$$\tilde{V}_H = \frac{\delta / a_H}{1 + \delta / a_H}.$$

$$\tilde{V}_B = \frac{\delta / a_B}{1 + \delta / a_B}$$

Якщо адитивна похибка негативна, збіжність, як і при ітерації до вхідної величини, буде знакозмінною. Різниця буде лише в тому, що результат первинного перетворення буде не більше, а менше істинного значення контрольованої величини. Тому для прийняття рішення про перехід до адаптивного алгоритму контролю необхідно вводити додаткові допускові зони $(\tilde{a}_{H1} \div a_H)$ і $(\tilde{a}_{B1} \div a_B)$.

При нелінійній характеристиці перетворювання необхідно встановити, при якому характері нелінійності ітераційний процес буде збігатись, і тим самим визначити доцільність застосування ітераційного логометричного перетворення.

Почнемо з *ітерації до вхідної величини*. Представимо рекурентне співвідношення для $\hat{a}_n$ у вигляді:

$$\hat{a}_n = \frac{\varphi\left(s + s \frac{a}{\hat{a}_{n-1}}\right) \cdot \hat{a}_{n-1}}{\varphi(s)},$$

або

$$\hat{a}_n = \frac{\varphi\left[s + \frac{s(a - \hat{a}_{n-1})}{\hat{a}_{n-1}}\right]}{\varphi(s)} \cdot \hat{a}_{n-1}.$$

Визначимо різницю між значенням контрольованої величини, отриманим на n -ому кроці ітерації, та її істинним значенням:

$$a_n - a = \frac{\varphi\left[s + \frac{s(a - \hat{a}_{n-1})}{\hat{a}_{n-1}}\right] \hat{a}_{n-1} - \varphi(s)a}{\varphi(s)},$$

або після розкладення у ряд Тейлора:

$$a_n - a = \frac{\varphi(s)\hat{a}_{n-1} + \varphi'(\xi)s(a - \hat{a}_{n-1}) - \varphi(s)a}{\varphi(s)},$$

де $s \leq \xi \leq s + \frac{s(a - \hat{a}_{n-1})}{\hat{a}_{n-1}} = \frac{sa}{\hat{a}_{n-1}}$ – визначає залишковий член розкладання.

Після групування складових у чисельнику і математичних перетворень будемо мати:

$$\hat{a} - a - (\hat{a}_{n-1} - a) \left[1 - \frac{\varphi'(\xi)s}{\varphi(s)} \right].$$

Проведемо послідовну підстановку значень оцінок відносної величини, які були отримані на усіх попередніх етапах ітерації:

$$\begin{aligned} \hat{a}_n - a &= (\hat{a}_{n-2} - a) \left[1 - \frac{\varphi'(\xi)s}{\varphi(s)} \right]^2 = (\hat{a}_{n-3} - a) \left[1 - \frac{\varphi'(\xi)s}{\varphi(s)} \right]^3 = \dots \\ &= (\hat{a}_1 - a) \left[1 - \frac{\varphi'(\xi)s}{\varphi(s)} \right]^{n-1} \end{aligned}$$

Виходячи з умов збіжності:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |\hat{a}_n - a| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| (\hat{a}_1 - a) \left[1 - \frac{\varphi'(\xi)s}{\varphi(s)} \right]^{n-1} \right| = 0, \quad (2.31)$$

прийдемо до:

$$\left| 1 - \frac{\varphi'(\xi)s}{\varphi(s)} \right| < 1,$$

або:

$$0 < \frac{\varphi'(\xi)s}{\varphi(s)} < 2.$$

Характеристика неперервна, тому умова (2.31) буде виконуватися і при $\xi = s$. Таким чином, при нелінійній характеристиці перетворення ітераційне логометричне перетворення може бути застосоване, якщо виконується умова:

$$0 < \frac{\varphi'(s)s}{\varphi(s)} < 2. \quad (2.32)$$

При *ітерації до вихідної величини* різниця між значенням контрольованої величини на n -ому кроці та істинним значенням:

$$\tilde{a}_n - a = \frac{\varphi(sa)\tilde{a}_{n-1} - \varphi(s\tilde{a}_{n-1})a}{\varphi(s\tilde{a}_{n-1})a}$$

можна подати у вигляді:

$$\tilde{a}_n - a = \frac{\varphi[s\tilde{a}_{n-1} + s(a - \tilde{a}_{n-1})]\tilde{a}_{n-1} - \varphi(s\tilde{a}_{n-1})a}{\varphi(\tilde{a}_{n-1})a},$$

або

$$\tilde{a}_n - a = \frac{\varphi(\tilde{a}_{n-1}s)\tilde{a}_{n-1} + \varphi'(u)s(a - \tilde{a}_{n-1})\tilde{a}_{n-1} - \varphi(\tilde{a}_{n-1}s)a}{\varphi(\tilde{a}_{n-1}s)},$$

де $\tilde{a}_{n-1}s \leq u \leq as$ – проміжне значення аргументу, яке відповідає залишковому члену розкладення функції $\phi(\bullet)$ у ряд Тейлора в околі точки $\tilde{a}_{n-1}s$.

Зробимо перетворення останнього виразу:

$$\tilde{a}_n - a = \frac{\varphi(\tilde{a}_{n-1}s)(\tilde{a}_{n-1} - a) + \varphi'(u)s(a - \tilde{a}_{n-1})\tilde{a}_{n-1}}{\varphi(\tilde{a}_{n-1})},$$

або

$$\tilde{a}_n - a = (\tilde{a}_{n-1} - a) \left[1 - \frac{\varphi'(u)\tilde{a}_{n-1}s}{\varphi(\tilde{a}_{n-1})s} \right]$$

звідки, як і для ітерації до вхідної величини, будемо мати

$$0 < \frac{\varphi'(u)\tilde{a}_{n-1}s}{\varphi(\tilde{a}_{n-1})s} < 2.$$

Якщо функція $\phi(s)$ неперервна разом зі своєю похідною $\phi'(s)$ і $\phi'(s) \neq 0$, то:

$$0 < \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\varphi'(u)\tilde{a}_{n-1}s}{\varphi(\tilde{a}_{n-1})s} < 2$$

і тому приходимо до співвідношення (1.50), тобто:

$$0 < \frac{\phi'(s)s}{\phi(s)} < 2.$$

З проведеного аналізу можна зробити висновок, що ітераційний метод підвищення вірогідності контролю, який використовує логометричне перетворення, доцільно використовувати у випадку, коли характеристика перетворення монотонна і може бути подана у вигляді полінома, степінь якого менше двох. Причому чим більше характеристика наближається до параболи, тим гіршою буде збіжність ітераційного алгоритму.

Таким чином, розглянутий алгоритм адаптивного ітераційного логометричного перетворення дозволяє підвищити вірогідність контролю при мінімальному збільшенні його об'єму. На кожному етапі здійснюється

порівняння результату перетворення з розрахованими для цього етапу значеннями допоміжних допускових інтервалів.

Контрольні питання

Як співвідношення між складовими похибки вимірювального каналу впливає на вірогідність контролю?

Як визначається ймовірність помилкових рішень, виходячи з еквівалентних інтервалів?

Алгоритм адитивної корекції вставок.

Алгоритм мультиплікативної корекції вставок.

Як співвідноситься ефективність адитивної та мультиплікативної корекції вставок?

Що треба зробити, щоби зменшити надлишковість при ненормованому впливі?

Які обмеження застосування методу граничних значень?

В чому полягає принцип еквівалентних впливів?

Вибір додаткових зон при адаптивному контролі відносних величин.

Як впливає нелінійність характеристики перетворення на ефективність логометричних алгоритмів?

3. ДОПУСКОВИЙ ВИМІРЮВАЛЬНИЙ КОНТРОЛЬ ЯКОСТІ І ПОВІРКА ЗАСОБІВ ВИМІРЮВАННЯ

3.1 Поняття про допусковий вимірювальний контроль

З необхідністю допускового вимірювального контролю стикаються у всіх випадках, коли в нормативній документації (технічних умовах, стандартах тощо) передбачається, що кількісні показники якості виробу повинні бути в певних межах. Найбільш часто задають двосторонні допуски, коли виріб вважають придатним, якщо показники $y_i (i = \overline{1; n})$ задовольняють умовам:

$$A_i \leq y_i \leq B_i. \quad (3.1)$$

Таким обмеженням повинні задовольняти, наприклад, дійсне значення міри, частоти генераторів, напруги джерел живлення, розміри деталей і т.д.

У ряді випадків виріб вважається придатним, якщо показник y_i задовільняє односторонньому обмеженню:

$$y_i \leq B_i.$$

У такому вигляді задають вимоги, наприклад, на рівень радіоперешкод та акустичних шумів, показники спотворень сигналів, концентрації домішок, показники нестабільності та деякі інші.

Якщо показник y_i , обмежується знизу, його можна замінити на $1/y_i$.

Приватним випадком допускового контролю є перевірка засобів вимірювання, в процесі якої досліджується перебування похибок засобів вимірювання в допускаємих межах.

При проведенні допускового контролю рішення про придатність або непридатності контрольованого виробу приймають залежно від виміряного значення відповідного показника.

Однією з найважливіших задач планування контролю є вибір раціональної чи оптимальної точності вимірювання. Збільшення похибок вимірювання, що допускаються, зменшуючи вартість засобів вимірювання, збільшує ймовірність помилок при контролі, що в кінцевому підсумку призводить до втрат. Збільшення точності виміру, зменшуючи число помилок контролю підвищує вартість операцій контролю, що в результаті збільшує собівартість своєї продукції.

Очевидно, що існує оптимальна точність, що відповідає мінімуму суми вартості втрат від розбракування та вартості контролю.

Іншим важливим задачам планування контролю є вибір правил ухвалення рішення за результатами вимірювання. При відсутності похибок виміру це задача тривіальне. Рішення про придатність або непридатності контрольованого виробу приймають залежно від того, виконується чи не виконується співвідношення (3.1) або (3.2).

Однак за наявності похибок виміру дати настільки очевидні рекомендації не можна. Наприклад, якщо, як і раніше, приймати рішення залежно від виконання умов (3.1) або (3.2), то для виробів, яким відповідає виміряне значення, що точно збігається з границею значень, що допускаються, отримаємо приблизно рівні ймовірності того, що контрольований показник знаходиться всередині або поза інтервала $[A_i; B_i]$. Тому, якщо необхідно гарантувати достовірність результатів контролю для кожного виробу, контрольні допуски повинні бути звужені в порівнянні з нормативними.

При контролі необхідно також враховувати апіорну інформацію про властивості контрольованого об'єкта та використовувати засоби вимірювання, яка найбільш повно може бути задана у вигляді розподілів значень контрольованого показника і похибок виміру. Це видно з такого найпростішого прикладу. Якщо свідомо відомо, що контрольований показник знаходиться всередині інтервалу значень, що потребуються, то необхідність його контролю відсутня. Іншими словами, алгоритм прийняття рішення ніяк не залежатиме від точності використовуваних для контролю засобів вимірювання. При збільшенні відносної кількості неякісних виробів серед контрольованих правило прийняття рішень має посилитися, при цьому повинні враховуватися також властивості похибки вимірювання.

Говорячи про задачу контролю, можна мати на увазі незалежний контроль кожного показника чи паралельний (спільний) контроль кількох показників. За своїм формулюванням ці задача відрізняються тільки розмірністю, хоча очевидно, що для багатопараметричного контролю обсяг обчислень суттєво зростає в порівнянні з одновимірним випадком. Водночас довільне розбиття задача контролю на кілька задач у загальному випадку не впливає із сутності цього задача. Тому, якщо контрольований виріб характеризується декількома показниками, вихідне задача планування допускового контролю повинне формулюватися як багатопараметричне, хоча у процесі її вирішення можливі спрощення шляхом відомості багатопараметричної задачі до сукупності однопараметричних задач

3.2 Постановка задачі перевірки гіпотез

Нехай за результатами експерименту Ξ необхідно ухвалити рішення про істинність або хибність деякої гіпотези H . Результатом експеримента може бути одиниця, сукупність чисел, функція чи сукупність функцій тощо. Для допускового контролю перевіряємою гіпотезою є припущення про те, що контрольовані показники задовольняють умові (3.1) або (3.2), а результати експерименту являють собою одиницю (результат вимірювання) при однопараметричному контролі і сукупність кількох чисел при багатопараметричному контролі.

Будь-яке правило прийняття рішення означає розбиття всієї множини результатів спостережень X на дві підмножини X_1 і X_2 , таких, що якщо

$\Xi \in X_2$, то приймається рішення про справедливість перевірки гіпотези, якщо ж $\Xi \in X_1$, то гіпотеза яка перевіряється відхиляється.

Достовірність результатів перевірки гіпотези цілковито характеризується ймовірностями помилок, які можуть бути двох пологів:

1) помилки першого роду - помилкове відхилення перевіряємої гіпотези за її істинності;

2) помилки другого роду - помилкове визнання гіпотези істинної за її помилковості.

Імовірності помилок можна представити у вигляді:

$$\begin{aligned} P_1 &= P(\Xi \in X_1 | H) \\ P_2 &= P(\Xi \in X_2 | \bar{H}) \end{aligned} \quad (3.3)$$

Наявність двох показників достовірності не дозволяє однозначно вирішити задачу про формування правил прийняття рішення - розбиття X на X_1 і X_2 . Наприклад, взявши $X_2 = X$, ми забезпечуємо $P_1 = 0$, проте при цьому $P_2 = 1$. Тому, щоб усунути певне свавільство у виборі правила ухвалення рішення, необхідно ввести деякий показник якості, критерій оптимальності, значення якого має бути мінімально можливим. Таким критерієм оптимальності може бути середній ризик, втрати при прийнятті рішень:

$$r = M \{ \mu \} = \min . \quad (3.4)$$

Дискретна випадкова величина μ приймає три значення:

μ_1 характеризує втрати через помилки першого виду;

μ_2 характеризує втрати через помилки другого виду;

$\mu = 0$ при правильних рішеннях.

У даному випадку розглядаються прості гіпотези H і $\bar{H}$. При допусковому контролі маємо справу зі складними гіпотезами, оскільки H і $\bar{H}$ можуть бути реалівані при різних значеннях контрольованих показників. В цьому випадку μ_1 та μ_2 , своєю чергою, можна розглядати як деякі середні. Однак це не змінює суті загального підходу.

Випадкова подія $\mu = \mu_1$ відбувається, якщо перевіряема гіпотеза була вірна і прийнято рішення про її хибність, тобто вона є добутком подій $\bar{H}$ і $\Xi \in X_1$. Тому:

$$P(\mu = \mu_1) = P(H)P_1,$$

де $P(H)$ - апіорна ймовірність гіпотези H .

Аналогічно:

$$P(\mu = \mu_2) = P(\bar{H})P_2.$$

Імовірність нульового значення дорівнює:

$$1 - P(\mu = \mu_1) - P(\mu = \mu_2).$$

Відповідно до виразу отримуємо:

$$r = \mu_1 P(H) P_1 + \mu_2 P(\bar{H}) P_2. \quad (3.5)$$

Тоді можна показати, що величина r буде мінімальною, якщо до X_2 віднести Ξ , що задовольняє умову:

$$l[\Xi] = w_{\Xi/H}(\Xi) / w_{\Xi/\bar{H}}(\Xi) \geq \beta,$$

де $w_{\Xi/H}$ та $w_{\Xi/\bar{H}}$ - щільність ймовірностей результатів спостереження при істинності і помилковості гіпотези, що перевіряється відповідно:

$$\beta = \mu_2 P(H) / [\mu_1 P(\bar{H})].$$

В іншому випадку гіпотеза, що перевіряється, відкидається.

Невід'ємний функціонал l називається ставленням правдоподібності.

Для зручності обчислень іноді розглядають не безпосереднє відношення правдоподібності, а деяку монотонну функцію від нього, наприклад логарифм.

Відношення правдоподібності l , будучи функцією випадкових результатів спостереження, також є випадковою величиною з щільністю ймовірностей w_l , вид якої визначається розподілом Ξ . Імовірності помилок з урахуванням виразів (3.3) та (3.6) можна виразити через одноразові інтеграли від $w_{l/H}$ і $w_{l/\bar{H}}$:

$$\begin{aligned} P_1 &= P[l(\Xi) \leq \beta | H] = \int_0^\beta w_{l/H}(x) dx \\ P_2 &= P[l(\Xi) > \beta | \bar{H}] = \int_\beta^\infty w_{l/\bar{H}}(x) dx \end{aligned} \quad (3.7)$$

Приклад 3.1. Нехай перевіряється гіпотеза H , що полягає в тому, що деяка величина $s=1$. Альтернативна (протилежна) гіпотеза $\bar{H}$ полягає в тому, що $s=0$. Результат спостереження ξ являє собою результат виміру s , спотворений нормально розподіленою похибкою Δ , з нульовим математичним очікуванням та дисперсією σ^2 , тобто $\xi = s + \Delta$. Визначити оптимальне правило ухвалення рішення про значення величини S .

Відповідно до виразу (3.6) у процесі прийняття рішення з порогом має порівнюватися ставлення правдоподібності $l(\xi)$. При справедливості H щільність ймовірностей результатів спостереження $\xi = 1 + \Delta$ матиме нормальний розподіл з дисперсією σ^2 і математичним очікуванням, що дорівнює одиниці.

При справедливості розподіл результатів спостереження збігається з розподілом похибки. Таким чином:

$$w_{\xi|H}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(x-1)^2/(2\sigma^2)},$$

$$w_{\xi|\bar{H}}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-x^2/(2\sigma^2)}$$

ів відповідно до виразу (3.6) H приймається, якщо:

$$l(\xi) = e^{\frac{\xi}{\sigma^2} - \frac{1}{2\sigma^2}} > \beta.$$

Логарифмуючи отриманий вираз і переносючи члени, які не залежать від ξ у праву частину отримуємо, що H приймається. Якщо:

$$\xi > u_0 = 0,5 + \sigma^2 \ln \beta,$$

і відкидається інакше.

В даному випадку з порогом порівнюються безпосередньо результати спостережень, тому ймовірності помилок можна виразити через їхню щільність ймовірності:

$$P_1 = \int_{-\infty}^{u_0} w_{\xi|H}(x) dx = \Phi\left(\frac{u_0 - 1}{\sigma}\right),$$

$$P_2 = \int_{u_0}^{\infty} w_{\xi|\bar{H}}(x) dx = 1 - \Phi\left(\frac{u_0}{\sigma}\right).$$

Перевірка гіпотези відповідно до виразу (3.6) забезпечує мінімум середніх втрат (3.5). Проте практичне використання такого підходу наштовхується на дві перешкоди:

не завжди відомі апіорні ймовірності $P(H)$ і $P(\bar{H})$;

не у всіх випадках вдається обґрунтувати втрати μ_1 і μ_2 .

Незважаючи на складність отримання апіорної інформації для розрахунку порога β , слід мати на увазі, що у всіх випадках для розрахунку втрат необхідно знати ймовірності помилок, які, як уже зазначалося, дають вичерпний опис достовірності результатів контролю. Тому при перевірці гіпотез часто використовують критерій Неймана-Пірсона, який базується тільки на цих ймовірностях.

Правило перевірки гіпотези буде оптимальним за критерієм Неймана-Пірсона, якщо за заданого значення ймовірності помилок одного виду воно забезпечує мінімум ймовірності помилки іншого виду. Наприклад:

$$\begin{aligned} P_1 &= \min \\ P_2 &\leq P_{2\text{доп}} \end{aligned} \quad (3.8)$$

Можна показати, що і в цьому випадку правило прийняття рішення також збігається з виразом (3.6), тільки поріг β визначається значенням $P_{2\text{доп}}$.

При побудові оптимального правила прийняття рішення за критерієм Неймана-Пірсона обсяг апіорної інформації суттєво менший, ніж за умови використання критерію середнього ризику. Однак слід мати на увазі, що значення ймовірностей помилок, що практично гранично допускаються, задаються з урахуванням завданих ними збитків, тому в тій чи іншій формі аналіз втрат, спричинених помилками необхідний. Те саме стосується прийняття рішення про прийнятність або неприйнятність отриманого мінімально можливого значення ймовірності помилки. При цьому слід підкреслити, що весь кількісний аналіз втрат, що мають місце внаслідок помилкових рішень, знаходиться поза рамками теорії статистичних рішень. Він повинен проводитися в кожному конкретному випадку з урахуванням характеру гіпотези, що перевіряється, подальшого використання прийнятих рішень, а також економічних аспектів.

3.3 Послідовна перевірка гіпотез

Під час перевірки гіпотези H проти альтернативи $\bar{H}$ приймається лише одне із двох можливих рішень: H істинна або H хибна. При цьому, залежно від прийнятого критерію оптимальності, можна забезпечити мінімум середніх втрат або мінімум ймовірності помилки одного виду при обмеженості ймовірності помилки іншого виду. Однак у результаті такого алгоритму одержувані значення мінімуму можуть бути неприпустимо великими. Для зменшення цього мінімуму можна використати послідовну процедуру прийняття рішення, яка полягає у наступному.

За результатами кожного експерименту приймається одне із трьох рішень: гіпотеза H істинна; гіпотеза H хибна; експериментальні дані не дозволяють зробити остаточний висновок та дослідження повинні бути продовжені.

Оскільки результати k -го кроку $\Xi_k = (\Xi_1; \dots; \Xi_k)$ складаються з результатів вимірювання всіх кроків, то і ставлення правдоподібності $l_k[\Xi_k]$ буде неоднаковим для різних Ξ_k як за величиною, так і формою визначального його виразу:

$$l_k[\Xi_k] = w_{\Xi_k} \left| H / w_{\Xi_k} \right| \bar{H} . \quad (3.9)$$

Таким чином, послідовна перевірка гіпотези передбачає на кожному кроці задача двох порогових значень β_{1k} і β_{2k} ($\beta_{1k} \leq \beta_{2k}$) і гіпотеза, що перевіряється, приймається, якщо:

$$l_k(\Xi_k) > \beta_{2k}, \quad (3.10)$$

відкидається, якщо

$$l_k(\Xi_k) \leq \beta_{1k}, \quad (3.11)$$

і дослідження має бути продовжено, якщо:

$$\beta_{1k} < l_k(\Xi_k) \leq \beta_{2k}. \quad (3.12)$$

Порогові значення можуть бути фіксованими або змінюються від кроку до кроку.

При фіксованих значеннях порога відмінна від нуля ймовірність того, що остаточне рішення не буде прийнято за скільки завгодно більша кількість кроків. Однак у більшості практичних випадків, зокрема при допусковому контролі, час досліджень має бути обмеженим. При цьому граничні значення, що змінюються β_{1k} і β_{2k} задають таким чином, що вони у деякому $k = n$ вони збігаються. Це означає, що остаточне рішення обов'язково має бути прийнято за кроків i .

Очевидно, що зі збільшенням обсягу експериментальних даних достовірність контролю зростає. Тому якщо β_{1k} і β_{2k} вибирати з умови, щоб ймовірності помилок кожного виду не перевищували допустимих значень, то можна очікувати, що при деякому k вони співпадуть. Проілюструємо це прикладом.

Приклад 3.2. Розглянемо послідовну перевірку гіпотези для умов прикладу 3.1 припущення, що похибки різних вимірювань статистично незалежні. Тоді відповідно до виразу:

$$l_k = \exp \left\{ \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^k \xi_i - k\sigma^2 \right\}.$$

Порівняння з порогом ставлення правдоподібності еквівалентно порівнянню з порогом середнього арифметичного:

$$s^* = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \xi_i.$$

При справедливості гіпотези, що перевіряється s^* розподілено нормально з математичним очікуванням, рівним 1, та з дисперсією σ^2 / k . Тому:

$$P_1 = \Phi \left(\frac{u_1 k^{-1}}{\sigma} \sqrt{k} \right).$$

Звідки отримаємо:

$$u_{1k} = 1 + \frac{\sigma}{\sqrt{k}} \Phi^{-1}(P_{1\text{дон}}),$$

де Φ^{-1} - функція, зворотна інтегралу ймовірності.

При помилковості гіпотези, що перевіряється S^* розподілено нормально з нульовим математичним очікуванням та дисперсією σ^2 / k . Тому:

$$P_2 = 1 - \Phi\left(\frac{u_2 k}{\sigma} \sqrt{k}\right).$$

Звідки:

$$u_{2k} = \left(\sigma / \sqrt{k}\right) \Phi^{-1}(1 - P_{2\text{дон}}).$$

Оскільки $P_{1\text{дон}}$ та $P_{2\text{дон}}$ менше 0,5, $\Phi^{-1}(1 - P_{2\text{дон}}) > 0$, а $\Phi^{-1}(P_{1\text{дон}}) < 0$.

Тому зі зростанням ku_2 зменшується, а u_1 збільшується і при:

$$k = \sigma^2 \left[\Phi^{-1}(1 - P_{1\text{дон}}) - \Phi^{-1}(1 - P_{2\text{дон}}) \right]^2$$

вони співпадуть.

Наприклад, при $P_{1\text{дон}} = P_{2\text{дон}} = 0,25$ маємо $\Phi^{-1}(1 - P_{2\text{дон}}) = -\Phi^{-1}(1 - P_{1\text{дон}}) = 2$ та послідовна перевірка закінчиться за $16\sigma^2$ кроків.

Для прискорення закінчення послідовної перевірки можна збільшувати допустимі значення ймовірностей помилок зі зростанням k .

3.4 Можливі узагальнення на випадку багатоальтернативного рішення

Перевірка гіпотези H проти альтернативи $\bar{H}$ допускає узагальнення у разі, коли безліч можливих рішень більше двох, тобто. коли за результатами експерименту має бути прийняте рішення про істинність однієї з n гіпотез H_i . До такого задача зводиться, наприклад, розрізнення вимірювальних сигналів, що надходять каналом зв'язку, віднесення виробу до певного сорту.

При багатоальтернативному рішенні можливі помилки $n(n - 1)$ видів, так як при істинності кожної з гіпотез можливі $n - 1$ помилка.

Аналогічно розглянутому вище випадку $n = 2$, будь-яке правило багатоальтернативного рішення еквівалентне розбиття всієї множини результатів спостереження на підмножин, що не перетинаються. При цьому рішення про істинність H_i приймається, якщо $\Xi \in X_i$. Тоді ймовірність помилкового рішення про істинність H_j при істинності H_i задаватиметься виразом:

$$P_{ij} = P(\Xi \in X_j | H_i). \quad (3.13)$$

Імовірності P_{ij} дають вичерпний опис достовірності прийнятих рішень, однак для побудови оптимального правила необхідний критерій оптимальності, наприклад, середній ризик.

Функція втрат μ_{ij} у разі також може приймати $n(n-1)+1$ дискретне значення, а середній ризик визначається виразом:

$$r = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n P_i P_{ij} \lambda_{ij} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} P_{ij}, \quad (3.14)$$

де P_i - апіорні ймовірності кожної з гіпотез H_i ;

$a_{ij} = P_i P_{ij}$, при цьому $a_{ij} = 0$.

В цьому випадку аналогічно виразу (3.6) H_k , вважається істинною, якщо:

$$G_k = \min_j G_j, \quad (3.15)$$

де $G_j = \sum_{i=1}^n a_{ij} w_{\Xi} | H_i$.

При $n=2$ із формули (3.15) слідує вираз (3.6).

Аналогом критерію Неймана-Пірсона під час перевірки багатоальтернативної гіпотези буде вимога мінімуму однієї ймовірності P_{ij} при обмеженні решти $n(n-1)-1$ ймовірностей.

Приклад 3.3. Нехай в прикладі 3.1 параметр s з рівними ймовірностями може приймати значення 0, 1 і 2, тобто H_1 відповідає $s = 0$, H_2 відповідає $s = 1$ та H_3 - $s = 2$. Будемо також припускати, що всі значення μ_{ii} (крім μ_{ij}) однакові та $\mu_{ij} = 3$. В цьому випадку $a_{ij} = 9$.

Тоді:

$$G_1 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \left[e^{-(x-1)^2/(2\sigma^2)} - e^{-(x-2)^2/(2\sigma^2)} \right],$$

$$G_2 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \left[e^{-x^2/(2\sigma^2)} - e^{-(x-2)^2/(2\sigma^2)} \right],$$

$$G_3 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \left[e^{-x^2/(2\sigma^2)} - e^{-(x-1)^2/(2\sigma^2)} \right].$$

Підмножина X_1 задається нерівностями:

$$\begin{aligned} G_1 &\leq G_2 \\ G_1 &\leq G_3 \end{aligned}.$$

Звідки отримуємо, що гіпотеза H_1 приймається, якщо $\xi \leq 0,5$.

Підмножина X_2 задається нерівностями:

$$\begin{aligned} G_1 &\leq G_2 \\ G_1 &\leq G_3 \end{aligned}.$$

Звідки отримуємо, що приймається гіпотеза H_2 , якщо $0,5 < \xi \leq 1,5$.

Аналогічно з умов:

$$\begin{aligned} G_2 &< G_1 \\ G_3 &< G_2 \end{aligned}.$$

отримуємо, що гіпотеза H_3 приймається, якщо $\xi \leq 1,5$.

Після цього неважко обчислити ймовірність помилок:

$$P_{12} = \int_{0,5}^{1,5} w_{\xi|H_1}(x) dx = \Phi(1,5 / \sigma) - \Phi(0,5 / \sigma),$$

$$P_{13} = 1 - \Phi(1,5 / \sigma); P_{21} = \Phi(-0,5 / \sigma); P_{23} = 1 - \Phi(0,5 / \sigma)$$

$$P_{31} = \Phi(-1,5 / \sigma); P_{32} = \Phi(-0,5 / \sigma) - \Phi(1,5 / \sigma)$$

3.5 Вплив похибки вимірювання на достовірність контролю одного показника

Нехай рішення про придатність чи непридатність контрольованого виробу приймається залежно від того, чи задовольняє результат вимірювання вимірювання $y_{вим}$ умові (3.1) чи ні. Такий підхід у випадку відрізняється від оптимального. Однак у ДСТУ на перевірочні схеми та методики перевірки обумовлено саме таке правило і задано співвідношення точностей повірених та зразкових засобів вимірювання. Тому результати аналізу достовірності такого правила прийняття рішень можуть бути корисними для оцінки раціональності цього підходу до процедури контролю.

Помилки контролю різних родів мають різне значення для виробника та замовника (споживача) контрольованих виробів. Безпосередні втрати виробника пропорційні відносного числа необґрунтовано забракованих придатних виробів. Тому ризик виробника $K_{вир}$ збігається з ймовірністю P_1 (3.3). Споживача цікавить відносне число неякісних виробів серед визнаних придатними. Тому ризик замовника $R_{зам}$ слід характеризувати ймовірністю того, що виріб, визнаний придатним, не є таким. Очевидно, що ризик замовника не збігається з P_2 (3.3), а

буде значно нижчим. Наближено можна записати $R_{зам} = P(\bar{H})P_2$. Нижче уточнимо значення $R_{зам}$.

Відповідно до виразів (3.3):

$$R_{вир} = \int_{-\infty}^A w_{\frac{\xi}{H}}(x)dx + \int_B^{\infty} w_{\frac{\xi}{H}}(x)dx, \quad (3.16)$$

де $w_{\frac{\xi}{H}}$ - щільність ймовірності результатів вимірювання в припущенні, що контрольований виріб придатний.

Оскільки результат виміру $\xi = y + \Delta$, відповідно до формули $w_{\frac{\xi}{H}}$ буде згортком розподілу похибки w_{Δ} та розподілу значень контрольованого показника у припущенні, що він знаходиться в межах $[A; B]$:

$$w_{\frac{\xi}{H}}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} w_{\frac{y}{H}}(x-z)w_{\Delta}dz. \quad (3.17)$$

Припустимо, що показник виробів, що підлягають перевірці, що надходять на контроль, має щільність ймовірностей w_y . Тоді:

$$w_{\frac{\xi}{H}}(x) = \begin{cases} \frac{w_y(x)}{\int_A^B w_y(z)dz}; & A \leq x \leq B \\ 0; & x \in [A; B] \end{cases}. \quad (3.18)$$

Підставляючи значення (3.18) рівняння (3.17), а отриманий результат вираз (3.16), отримаємо:

$$R_{вир} = 1 - \frac{\int_A^B \int_A^B w_y(x)w_{\Delta}(z-x)dzdx}{\int_A^B w_y(x)dx}. \quad (3.19)$$

Аналогічно для ризику замовника можна записати:

$$R_{зам} = 1 - \int_A^B w_{\frac{y}{H}}(x)dx, \quad (3.20)$$

де $w_{\frac{y}{H}}$ - щільність ймовірностей значень показника для виробів, визнаних за результатами контролю придатними.

Для визначення $w_{\frac{y}{H}}$ доведеться зробити прості, але досить довгі перетворення. З визначення густини ймовірності маємо:

$$w_{\frac{y}{H}} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \{P(x - \Delta x < y \leq x | A \leq \xi \leq B) / \Delta x\}.$$

Враховуючи вираз, отримаємо:

$$w_{\frac{y}{H}}(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P(x - \Delta x < y \leq x)P(A \leq \xi \leq B | x - \Delta x < y \leq x)}{\Delta x P(A \leq \xi \leq B)}.$$

Переходячи до межі, маємо:

$$w_{\frac{y}{H}}(x) = w_y(x)P[A \leq \xi \leq B | y = x] / P[A \leq \xi \leq B]. \quad (3.21)$$

Безумовна щільність імовірностей $w_\xi(x)$ виражається у вигляді згортки w_y та w_Δ . З огляду на це маємо:

$$P(A \leq \xi \leq B) = \int_A^B w_\xi(z) dz = \int_{-\infty}^{\infty} \int_A^B w_y(z) w_\Delta(z - x) dz dx. \quad (3.22)$$

Умовна щільність імовірності:

$$w_{\xi|y=x} = w_\Delta(z - x),$$

тому:

$$P(A \leq \xi \leq B | y = x) = \int_A^B w_\Delta(z - x) dz. \quad (3.23)$$

Підставляючи вирази (3.22) і (3.23) в рівняння (3.21), отримаємо остаточно:

$$w_{y|\tilde{H}}(x) = \frac{w_y(x) \int_A^B w_\Delta(z - x) dz}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_A^B w_y(x) w_\Delta(z - x) dz dx}. \quad (3.24)$$

З урахуванням формули (3.24) з рівняння (3.20) маємо:

$$R_{зак} = 1 - \frac{\int_A^B \int_A^B w_y(x) w_\Delta(z - x) dz dx}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_A^B w_y(x) w_\Delta(z - x) dz dx}. \quad (3.25)$$

Обчислення відповідно до формул (3.19) і (3.25) для більшості часто використовуються розподілів призводять до інтегралів, що не беруться. Тому доводиться використовувати чисельні методи. Результати розрахунків для нормальних розподілів похибки. Вимірювання та контрольованого показника наведені на рисунку 3.1. Суцільними лініями показаний ризик замовника, штриховими - ризик виробника, Розрахунки проводилися в припущенні $A = B = \delta_p$. Параметрами кривих є відношення σ_y / δ_p із збільшенням якого збільшується відносна кількість неякісних виробів серед контрольованих. Величина $\delta_o = 3\sigma_\Delta$.

На рисунку 3.2 наведено результати розрахунків при нормальному розподілі контрольованого параметра та рівномірному розподілі похибки вимірювання. В цьому випадку $\delta_o = b$.

Отримавши залежність $R_{\text{вир}}$ і $R_{\text{зам}}$ до показника похибки використовуваних СІ, можна визначити необхідну точність, щоб ці величини не перевищували прийнятних значень. При цьому, знаючи втрати, що спричиняються випуском неякісної продукції та необґрунтованого забракування придатних виробів, і зіставляючи ці втрати з витратами на вимір із необхідною точністю, можна визначити раціональну точність виміру.

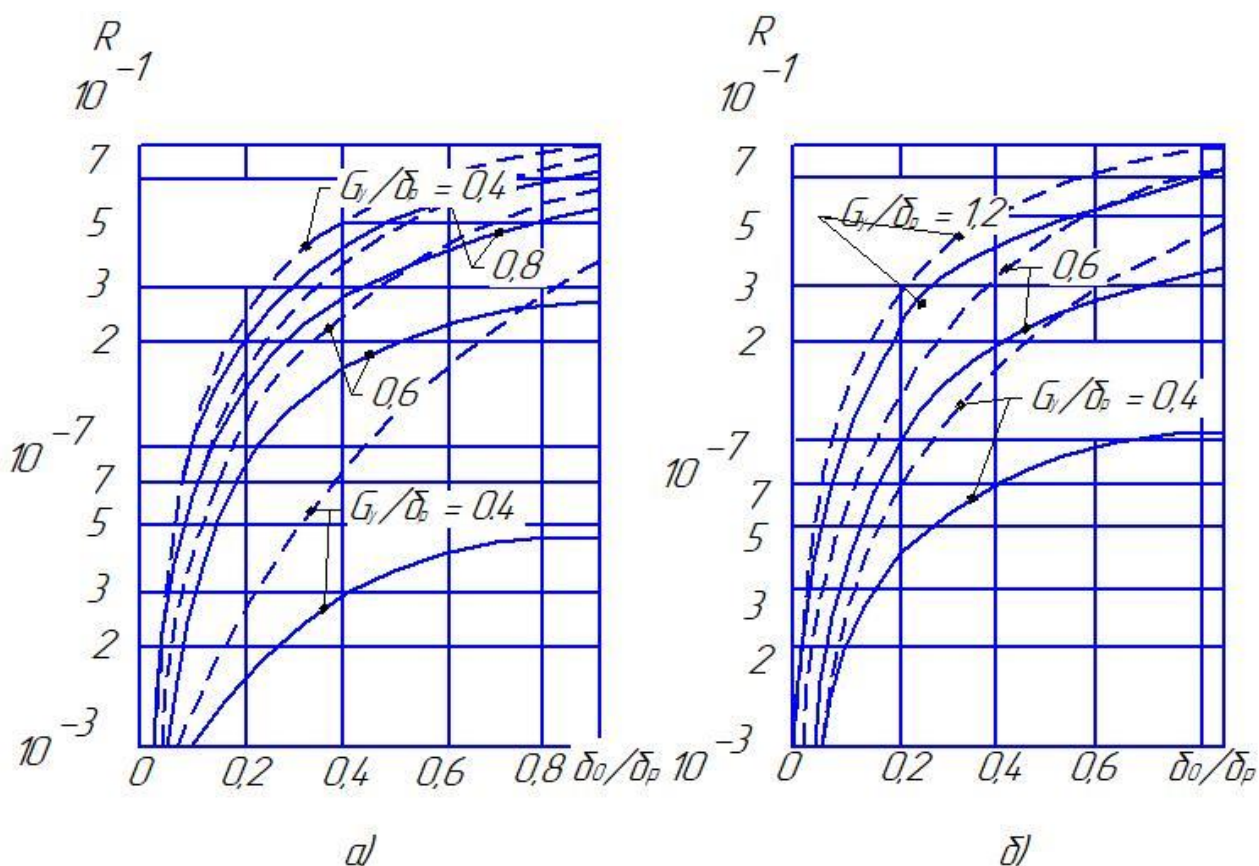


Рисунок 3.1 - Залежність ризику замовника та споживача від точності вимірювання при нормальному розподілі похибки вимірювання та контрольованого показника: а - $|m_{1y}| / \delta_p = 0$, б - $|m_{1y}| / \delta_p = 0,25$

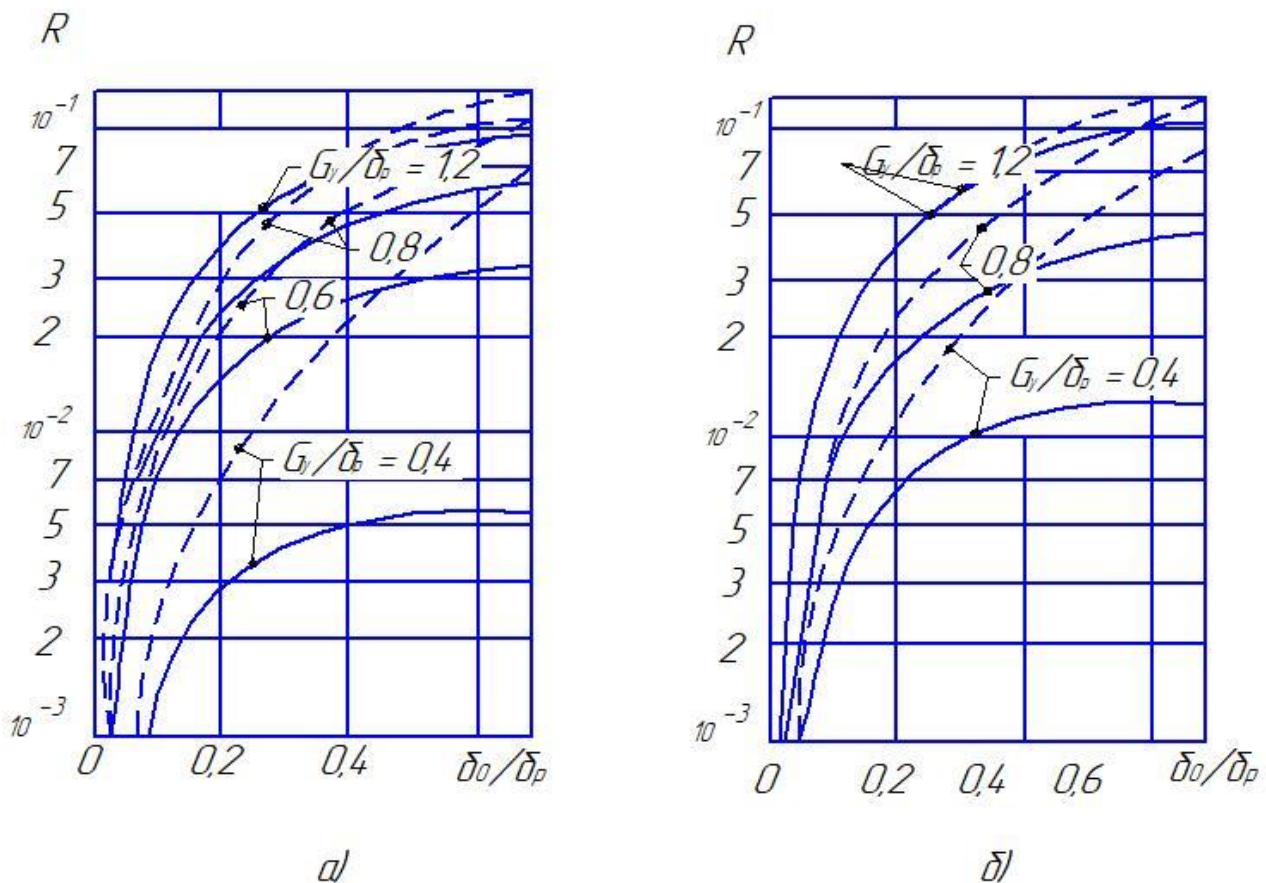


Рисунок 3.2 - Залежність ризику замовника та виробника від точності вимірювання при нормальному розподілі контрольованого показника та рівномірному розподілі похибки вимірювання: а – $|m_{1y}|/\delta_0 = 0$, б – $|m_{1y}|/\delta_0 = \pm 0,25$

Наприклад, використовуючи наведені на рисунках залежності задачу вибору оптимального значення δ_0 можна звести до мінімізації параметра:

$$C = \mu_{\text{зам}} R_{\text{зам}}(\delta_0) + \mu_{\text{вир}} R_{\text{вир}}(\delta_0) + C_{\text{вим}}(\delta_0),$$

де $\mu_{\text{зам}}$ і $\mu_{\text{вир}}$ - коефіцієнти, що характеризують втрати внаслідок помилок кожного виду.

3.6 Забезпечення необхідної достовірності результатів контролю шляхом звуження допусків

Використовуючи співвідношення (3.19) та (3.25), можна визначити необхідну точність вимірювання, що забезпечує необхідну достовірність результатів контролю. Однак така точність може виявитися практично нереалізованою. Тоді виникає необхідність пошуку інших шляхів забезпечення вимог, що пред'являються до контролю. Більш природним є перевага вимог споживача вимогам виробника, хоча в принципі не виключена і зворотна

ситуація. Тому вважатимемо, що ризик замовника не повинен перевищувати допустиме значення $R_{зам.доп}$.

Забезпечити необхідну достовірність контролю можна, вводячи контрольні допуски, від нормативних, тобто. при контролі виріб вважатиметься придатним, якщо виконується умова:

$$A \leq A' \leq \xi \leq B' \leq B. \quad (3.26)$$

Аналогічно висновку співвідношень (3.16) і (3.25) можна записати:

$$R_{зам} = 1 - \frac{\int_{-\infty}^B \int_A^B w_y(x) w_\Delta(z-x) dz dx}{\int_{-\infty}^B \int_A^B w_y(x) w_\Delta(z-x) dz dx}, \quad (3.27)$$

$$R_{вир} = 1 - \frac{\int_{-\infty}^B \int_A^B w_y(x) w_\Delta(z-x) dz dx}{\int_{-\infty}^{\infty} w_y(x) dx}.$$

Відповідно до виразів (3.27) ризик замовника та ризик виготовлення будуть функціями A' і B' . При обмеженні зверху одного з ризиків, наприклад $R_{зак}$ отримаємо одну з умов визначення контрольних допусків A' і B' :

$$R_{зам}(A'; B') \leq R_{зам.доп}.$$

Іншою природною умовою була б вимога мінімуму ризику виробника:

$$R_{вир}(A'; B') = \min_{A'; B'}. \quad (3.28)$$

Проте з виразу (3.27) випливає, що це призвело б до дуже громіздких викладів. Тому для спрощення припустимо, що контрольний інтервал звужується порівняно з нормативним симетрично. Найбільш просто це записати, якщо $-A=B=\delta$, що в принципі можна забезпечити завжди, замінивши y на $y-(B+A)/2$. В цьому випадку для кордонів контрольного інтервалу допустимих значень δ маємо:

$$R_{зам}(-\delta'; \delta') = R_{зам.доп}. \quad (3.29)$$

Вочевидь, що з несиметричних розподілів контрольованих параметрів таке визначення контрольних допусків нічого очікувати оптимальним, проте заради зменшення викладок доцільно на таке спрощення.

Визначення контрольних допусків відповідно до виразів (3.27) та (3.28) за своєю формою близьке до застосування критерію Неймана-Пірсона. Однак не

слід забувати, що ризик замовника відрізняється від ймовірності помилки другого роду, хоча в першому наближенні і пропорційний їй.

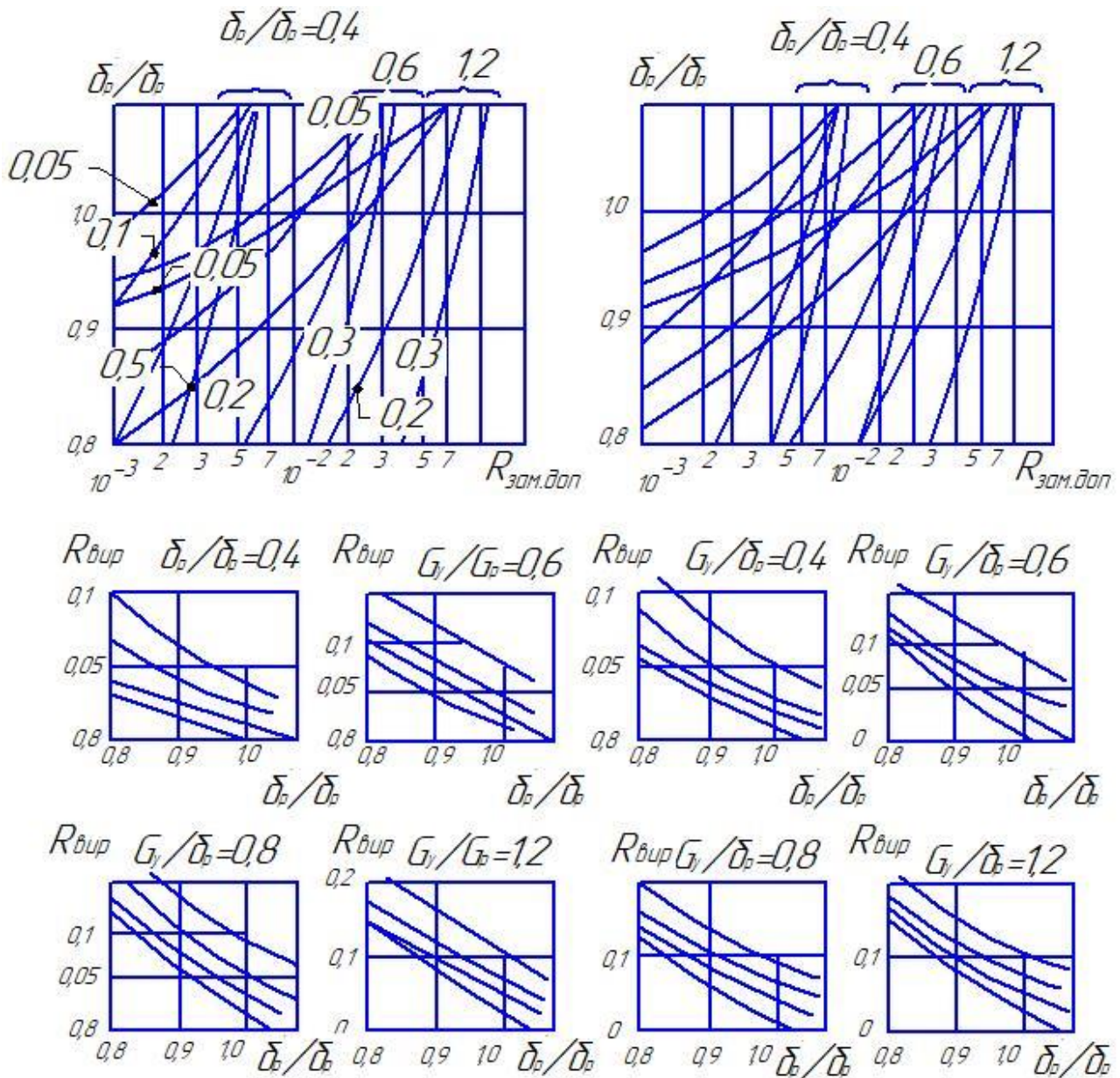


Рисунок 3.3 - Ризик. замовника та виробника при звужених контрольних допусках та нормальному розподілі контрольованого показника та похибки вимірювання: а - $|m_{1y}|/\delta_p = 0$; б - $|m_{1y}|/\delta_p = 0,25$

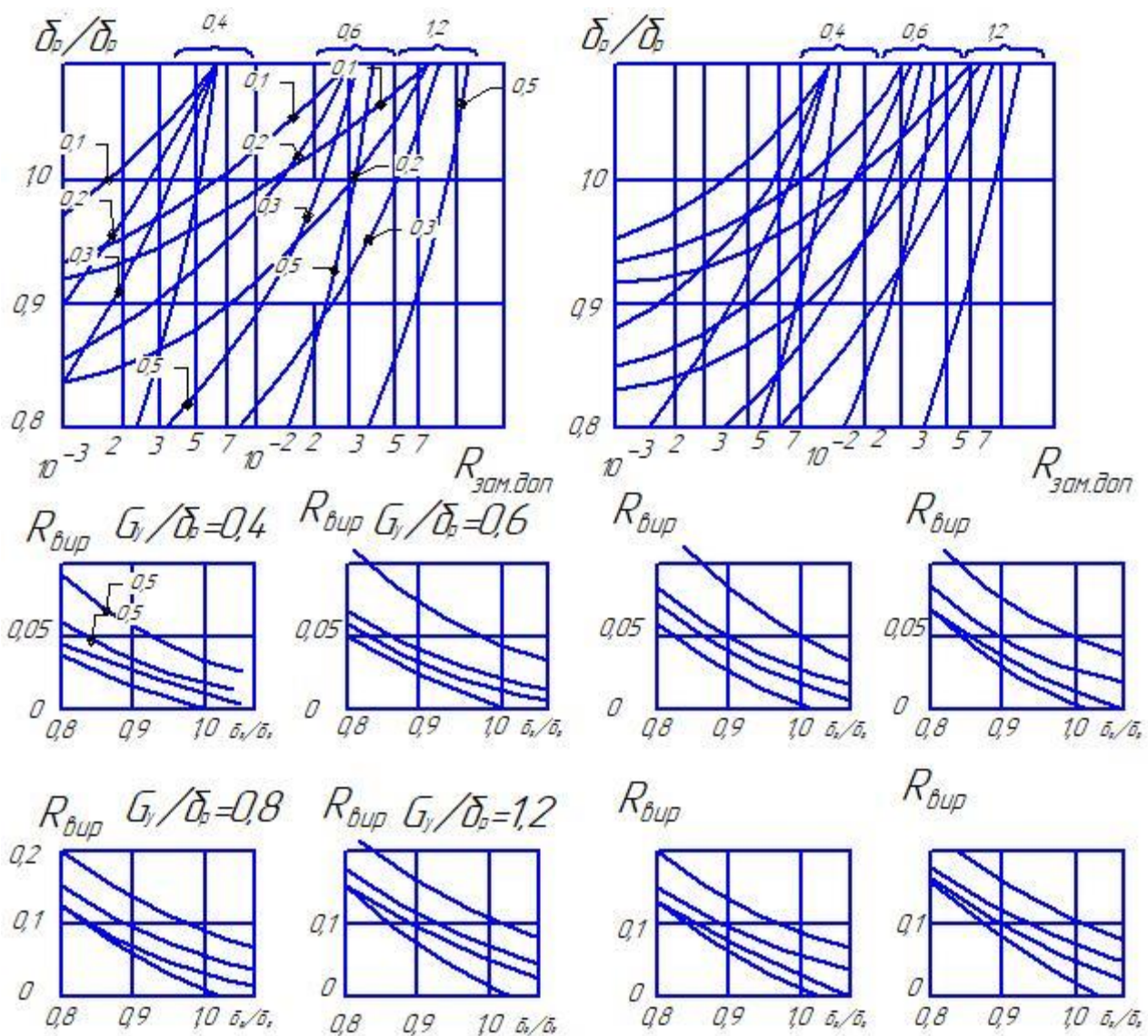


Рисунок 3.4 - Ризик замовника та виробника при звужених контрольних допусках, нормальному розподілі контрольованого показника та рівномірному розподілі похибки вимірювання: а – $|m_{1y}|/\delta_p = 0$; б – $|m_{1y}|/\delta_p = 0,25$

Обсяг обчислень відповідно до виразу (3.27) приблизно такий самий, що і при використанні співвідношень (3.19) і (3.25). Найчастіше доводиться застосовувати чисельні методи. Результати обчислень для нормальних розподілів контрольованого параметра та похибки вимірювання наведено на рисунку 3.3.

Графіки залежностей δ'_p/δ_p від $R_{\text{зам.доп}}$ при однаковому значенні σ_y/δ_p виявилися зібраними у пучки. При цьому, верхньої кривої кожного пучка відповідає найменше значення σ_Δ/δ_p , а нижньої - найбільше.

Параметром кожної кривої на графіках $R_{вир}(\delta_p' / \delta_p)$ також є величина $\sigma_{\Delta} / \delta_p$. Відносне розташування цих кривих однакове. Тому цей параметр позначений холько однією малюнку.

На рисунку 3.4 наведені результати розрахунку для нормального, розподілу і рівномірного розподілу Δ . Параметром кривих є σ_o / δ_p .

На рисунку відображено значення $\delta_p' > \delta_p$. Вони позначають, що ансамбль контрольованих виробів настільки гарний, що вимоги замовника можна задовольнити, навіть послаблюючи вимоги до контролю. При $R_{зам.дод}$ більшим за середню відносну кількість неякісних виробів серед виробів, що надходять на контроль, маємо граничний випадок $\delta_p' = \infty$, коли потреб контролю немає взагалі.

3.7 Послідовна процедура контролю

З наявної точності засобів вимірювання можна забезпечити необхідну достовірність контролю стосовно помилок одного роду. При двоальтернативному рішенні керувати одночасно двома ризиками неможливо. Збільшуючи точність вимірювання, можна забезпечити необхідну достовірність контролю по відношенню до помилок обох видів. Однак це призводить до подорожчання операції контролю. Компромісним рішенням може бути використання послідовної процедури контролю з використанням подвійних допусків,

Виріб вважається придатним на k -му етапі контролю, якщо $|\xi| \leq_k \delta_1$, і непридатним, якщо $|\xi| \leq_k \delta_2$. Якщо ${}_k \delta_1 < |\xi| \leq_k \delta_2$ то проводиться додатково дослідження контролюваного виробу. Граничні значення ${}_k \delta_1$ та ${}_k \delta_2$ визначаються за умов:

$$R_{зам}({}_k \delta_1) \leq R_{зам.додk}, \quad (3.30)$$

$$R_{вир}({}_k \delta_2) \leq R_{вир.додk}.$$

Допустиме значення ризику замовника доцільно вважати однаковим усім етапах:

$$R_{зам.додk} = R_{зам.дод}.$$

Тоді ризик замовника для всієї процедури контролю не перевищуватиме $R_{зам.дод}$.

Обмежуючи контроль n кроками. припускаємо, що ${}_n \delta_1 = {}_n \delta_2$, що визначається відповідно до однієї з умов (3.30). Автоматичне обмеження

максимальної кількості кроків контролю відбудеться, якщо при деякому $k = n$ отримаємо ${}_k\delta_2 < {}_k\delta_1$.

Додаткові дослідження можна проводити різними способами. Найбільш ефективний шлях – це використання більш точних засобів вимірювання. Однак це не завжди можна здійснити, крім того, це суттєво обмежує кількість можливих кроків. Другий шлях полягає у проведенні повторних вимірювань за допомогою тих самих засобів вимірювання, якщо переважає випадкова похибка вимірювання, та проведення повторних вимірювань за допомогою інших екземплярів засобів вимірювання такого чи іншого типу. Очевидно, що і в цьому випадку кількість кроків не може бути надмірно великою. З огляду на це обмежимося розглядом випадку $n = 2$.

Значення ${}_1\delta_1$ та ${}_1\delta_2$ визначаються відповідно до виразу (3.30) з урахуванням співвідношень (3.27). При визначенні ${}_2\delta_1$ відповідно до першої умови (3.30) необхідно знати розподіл показника серед виробів, що надходять на додаткові дослідження. Враховуючи, що це будуть вироби, для яких результати першого виміру ξ задовольняють умові ${}_1\delta_1 \leq |\xi| \leq {}_1\delta_2$, аналогічно виразу (3.24) отримаємо:

$${}_1w_y(x) = \frac{w_y(x) \left[\int_{-{}_1\delta_2}^{-{}_1\delta_1} w_{\Delta}(z-x) dz + \int_{{}_1\delta_1}^{{}_1\delta_2} w_{\Delta}(z-x) dx \right]}{\int_{-\infty}^{\infty} w_y(x) \left[\int_{-{}_1\delta_2}^{-{}_1\delta_1} w_{\Delta}(z-x) dz + \int_{{}_1\delta_1}^{{}_1\delta_2} w_{\Delta}(z-x) dx \right] dx}. \quad (3.31)$$

Щільність ймовірностей ${}_1w_y$ буде унімодальною при максимумах в $x = -\delta_p$ та $x = \delta_p$. Наприклад, при нормальному розподілі похибки та контрольованого показника маємо:

$${}_1w_y(x) = ke^{-x^2/(2\sigma_y^2)} \left[\Phi\left(\frac{{}_1\delta_1 - x}{\sigma_{\Delta}}\right) - \Phi\left(\frac{{}_1\delta_2 - x}{\sigma_{\Delta}}\right) + \right. \\ \left. + \Phi\left(\frac{{}_1\delta_2 - x}{\sigma_{\Delta}}\right) - \Phi\left(\frac{{}_1\delta_1 - x}{\sigma_{\Delta}}\right) \right] \quad (3.32)$$

де величина k забезпечує виконання умови нормування густини ймовірності.

На рисунку 3.5 (крива 1) показано вигляд ${}_1w_y(x)$ при $\delta_p = \sigma_y = 1$, $\sigma_{\Delta} = 0,5$, ${}_1\delta_1 = 0,8$ та ${}_1\delta_2 = 1,2$. Крива 2 відповідає рівномірному розподілу значення контрольованого показника на інтервалі $[-1,5; 1,5]$ при тих же δ_p , σ_y , ${}_1\delta_1$ та ${}_1\delta_2$.

За своєю формою унімодальні розподіли близькі до арккосинусного розподілу, Тому для розрахунку $R_{зам}$ та $R_{вир}$ на другому етапі можна використовувати графіки, отримані для арккосинусного розподілу.

Визначивши ${}_2\delta_1$ відповідно до виразу (3.30), можна знайти $R_{вир2}$ для виробів, які контролюються на другому етапі. Після цього виникає задача оцінки ризику виробника для всієї процедури контролю (ризик замовника в жодному разі не перевищуватиме $R_{зам.дон}$).

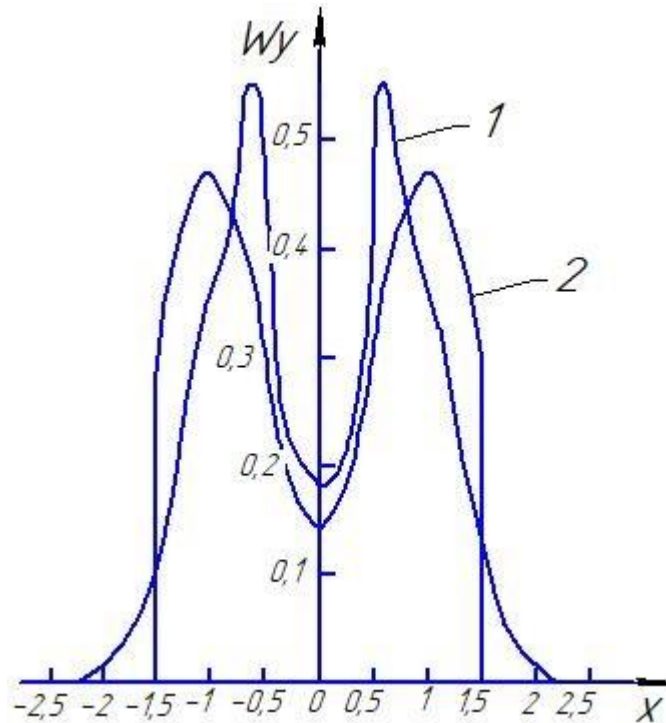


Рисунок 3.5 - Розподіл контрольованого показника для виробів, що надходять на додаткове дослідження

Помилкове забракування придатного виробу може статися першому чи другому етапі. Бо ці події несумісні:

$$R_{вир} = R_{вир.дон1} + R_{д1}R_{вир2}, \quad (3.33)$$

де $R_{д1}$ - ймовірність того, що якісний виріб буде спрямований на додаткове дослідження;

$R_{вир2}$ - ризик виробника для виробів, що надійшли на додаткове дослідження.

Проводячи дії, аналогічні висновку (3.19), маємо:

$$R_{д1} = \frac{\int_{-\delta_p}^{\delta_p} w_y(x) \left[\int_{-1\delta_2}^{-1\delta_1} w_{\Delta}(z-x) dz + \int_{1\delta_1}^{1\delta_2} w_{\Delta}(z-x) dz \right] dx}{\int_{-\delta_p}^{\delta_p} w_y(x) dx}. \quad (3.34)$$

Наведені співвідношення поширюються довільне значення n .

У принципі можлива постановка задачі оптимізації процедури (плану) контролю стосовно $R_{зам.донк}$ та $R_{вир.донк}$. Однак через досить складну залежність $R_{зам}$ та $R_{вир}$ від δ_k це навряд чи доцільно.

В описі загального алгоритму послідовної перевірки гіпотези зазначалося, що у кожному кроці використовуються результати випробувань попередніх етапах. Стосовно цього випадку це означає, що при прийнятті остаточного рішення повинні враховуватися результати всіх попередніх вимірювань. В принципі можна було б отримати більш загальні співвідношення для ризиків замовника та виробника для випадку, коли результати вимірювань задаються кількома числами. Однак це ще більшою мірою ускладнило б і так громіздкі висловлювання. Більше доцільно піти іншим шляхом. Як результат k -го виміру, застосовуваного під час прийняття рішення, використовується оцінка дійсного значення показника Y , отримана обробкою результатів кількох вимірів $\xi_1, \dots, \xi_k$. Методи побудови таких оцінок будуть розглянуті нижче. У цьому співвчому у всі співвідношення для розрахунку ризиків має підставлятися розподіл похибки цієї оцінки; а чи не розподіл похибки k -го результату.

Облік результатів всіх вимірів найбільш доцільний, якщо різних етапах контролю використовують засоби вимірювання, близькі за точністю. Якщо ж, наприклад, при двокроковій процедурі контролю на другому етапі застосовують точніші засоби вимірювання, то результатами перших вимірювань можна знехтувати, щоб не ускладнювати надмірно алгоритми планування контролю.

Розглянута багатостанна процедура контролю забезпечує необхідну достовірність контролю. по відношенню до помилок обох видів. Однак на практиці часто зустрічається багатоступінчастий контроль, який проводиться з метою підвищення достовірності виявлення неякісних виробів. Наприклад, найбільш типовим є такий ланцюжок контролю: технологічний, випускний, передексплуатаційний (або вхідний). Нарощування числа шаблів контролю, кожному з яких бракуються деякі вироби, поміняючи ризик замовника, збільшує ризик виробника.

Достовірність кожного ступеня контролю, як і раніше, характеризуватиметься ризиками виробника та замовника, що розраховуються відповідно до виразу (3.27). При цьому щільність імовірності значень контрольованого показника виробів, що пройшли k -ю ступінь контролю, аналогічно виразу (3.24) задається співвідношенням:

$$w_{yk}(x) = \frac{w_{y(k-1)}(x) \int_{A_k}^{B_k} w_{\Delta}(z-x) dz}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{A_k}^{B_k} w_{y(k-1)}(x) w_{\Delta k}(z-x) dz dx}. \quad (3.35)$$

При цьому по мірі збільшення $kw_{yk}(x)$ наближається до рівномірного розподілу.

Ризик замовника при багатоступеневому контролі дорівнює ризику замовника на останньому етапі. Однак це не означає, що він не залежить від правил прийняття рішень на попередніх етапах, оскільки щільність ймовірності контрольованого показника виробів, що надійшли на заключний етап залежатиме від алгоритмів прийняття рішення на всіх попередніх етапах. Ризик виробника визначається безпосередньо ризиками виробника на всіх етапах, позначаючи ймовірність забракування придатного виробу на перших k етапах контролю через $\tilde{R}_{вирk}$, можна отримати аналогічно виразу (3.33) наступне рекурентне співвідношення:

$$\tilde{R}_{вирk} = \tilde{R}_{вир(k-1)} + (1 - \tilde{R}_{вир(k-1)})\tilde{R}_{вирk}. \quad (3.36)$$

У припущенні малості $\tilde{R}_{вирk}$ маємо:

$$\tilde{R}_{вирk} \approx \sum_{v=1}^k R_{вирv}. \quad (3.37)$$

На кожному наступному етапі кількість бракованих. виробів серед контрольованих зменшується. Це означає, що за однакових вимог до ризику замовника умови контролю можуть поступово послаблюватися. Водночас зменшуватиметься ризик виробника.

3.8 Оцінка достовірності атестації засобів вимірювання за результатами їх звіряння

При розробці засобів вимірювання вищої точності оцінка їх похибок шляхом перевірки за допомогою зразкових засобів вимірювання більш високої точності виявляється неможливою, тому їх систематичні похибки оцінюються, як правило, на основі вивчення окремих складових непрямими вимірами. У подібних випадках для підтвердження правильності одержуваних „результатів” часто вдаються до звірки незалежно атестованих засобів вимірювання (наприклад, до міжнародних звірянь еталонів) або до звірянь результатів атестацій одного і того ж засобів вимірювання, проведених незалежними методами. Тому звіряння засобів вимірювання можна вважати як специфічний спосіб контролю.

За результатами атестації кожного із засобів вимірювання оцінюються довірчі інтервали $[\Delta_{ni}; \Delta_{ei}] (i = \overline{1; n})$, у яких із заданою довірчою ймовірністю може бути систематична похибка $\Delta_{зв}$.

Зупинимося на звіянні двох засобів вимірювання ($n = 2$).

Розглянемо наступне формулювання правила ухвалення рішення за результатами звіряння. Позначимо через A_i випадкову подію, що полягає в тому, що $\Delta_{ni} \leq \Delta_{зв} \leq \Delta_{ei}$. Оскільки події A_1 та A_2 , статистично незалежні, апіорна

ймовірність їхнього добутку $P(A_1 A_2) = P_{\text{дог1}} P_{\text{дог2}}$. В результаті звіряння надходить додаткова інформація у вигляді конкретної реалізації випадкової величини $\delta_{12} = y_{12}$, яка є різницею порівнюваних результатів. За наявності цієї інформації можна оцінити апостеріорну ймовірність добутку $H = A_1 A_2$. Порівнюючи апостеріорну ймовірність з апіорною, приходимо до природного правила ухвалення рішення про результати звіряння. Результати звіряння не суперечать оголошеній точності оцінюваних засобів вимірювання, якщо:

$$P(A_1 A_2 | \delta_{12} = y_{12}) \geq P_{\text{дог1}} P_{\text{дог2}}. \quad (3.38)$$

В іншому випадку результати звіряння не підтверджують оголошеної точності і необхідно провести додаткові дослідження для виявлення причин виникнення великих різниць δ_{12} .

Такий підхід еквівалентний використанню критерію Неймана-Пірсона в припущенні, що граничне значення:

$$P_{\text{дог1}} = 1 - P_{\text{дог1}} P_{\text{дог2}}.$$

Для обчислення:

$$P(H | \delta_{12} = y_{12})$$

представимо різницю δ_{12} у вигляді:

$$\delta_{12} = \Delta_{c1} - \Delta_{c2} + \varepsilon_{12}, \quad (3.39)$$

де ε_{12} - складова, що виникає через випадкові похибки звіряємих засобів вимірювання і випадкову похибку методу звіряння.

Цікава для нас імовірність може бути записана в наступній формі:

$$P(H | \delta_{12} = y_{12}) = P(H) P(\delta_{12} = y_{12} | H) / P(\delta_{12} = y_{12}). \quad (3.40)$$

Імовірності конкретних значень безперервної випадкової величини дорівнюють нулю. Тому для розкриття невизначеності у виразах (3.40) скористаємося визначенням щільності імовірності у відповідності з яким можна записати:

$$\begin{aligned} P(\delta_{12} = y_{12}) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta y w_{\delta_{12}}(y_{12}) \\ P(\delta_{12} = y_{12} / H) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta y w_{\delta_{12}|H}(y_{12}). \end{aligned}$$

Відповідно до виразу (3.39) отримаємо:

$$\begin{aligned} w_{\delta_{12}} &= w_{\Delta_{c1}} \cdot w_{\Delta_{c2}} \cdot w_{\varepsilon_{12}} \\ w_{\delta_{12}|H} &= w_{\Delta_{c1}|A_1} \cdot w_{\Delta_{c2}|A_2} \cdot w_{\varepsilon_{12}} \end{aligned} \quad (3.41)$$

Аналогічно формулі (3.18):

$$w_{\Delta_{ci}|A_i} = w_{\Delta_{ci}}(x) / \int_{\Delta_{hi}}^{\Delta_{gi}} w_{\Delta_{ci}}(x) dx = w_{\Delta_{ci}}(x) / P_{\text{доби}}. \quad (3.42)$$

Підставляючи вирази (3.42) у формулу (3.41), а отриманий результат у вираз (3.40), отримаємо:

$$P(\delta_{12} = y_{12} / H) = \frac{\int_{\Delta_{h1}}^{\Delta_{g1}} \int_{\Delta_{h2}}^{\Delta_{g2}} q(x_1; x_2; y_{12}) dx_2 dx_1}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} q(x_1; x_2; y_{12}) dx_2 dx_1}, \quad (3.43)$$

де $q(x_1; x_2; y_{12}) = w_{\Delta_{c1}}(x_1) w_{\Delta_{c2}}(\dot{x}_{\varepsilon 12})(y_{12} - x_1 + x_2)$.

Зневажаючи випадковою складовою ε_{12} вираз (3.43) спрощується:

$$P(H | \delta_{12} = y_{12}) = \int_a^b q(y_{12}; x) dx / \int_{-\infty}^{\infty} q(y_{12}; x) dx, \quad (3.44)$$

$$a = \max(\Delta_{h1}; \Delta_{h2} + y_{12}),$$

$$\text{де } b = \min(\Delta_{g1}; \Delta_{g2} + y_{12}),$$

$$q = (y_{12}; x) = w_{\Delta_{c2}}(x) w_{\Delta_{c1}}(y_{12} + x).$$

Залежність $P(A_1 A_2 | \delta_{12} = y_{12})$ від $z = y_{12} / \Delta_{\varepsilon}$ для ряду значень довірчої ймовірності при однаковому розподілі Δ_{c1} та Δ_{c2} показано на рисунку 3.6. Криві на рисунку 3.6 а відповідають нормальному розподілу Δ_{ci} з рівними дисперсіями та нульовим математичним очікуванням. Криві на рисунку 3.6 б побудовані для унімодального розподілу:

$$w_{ci}(x) = |x| / (\Delta^*)^2; |x| \leq \Delta^*.$$

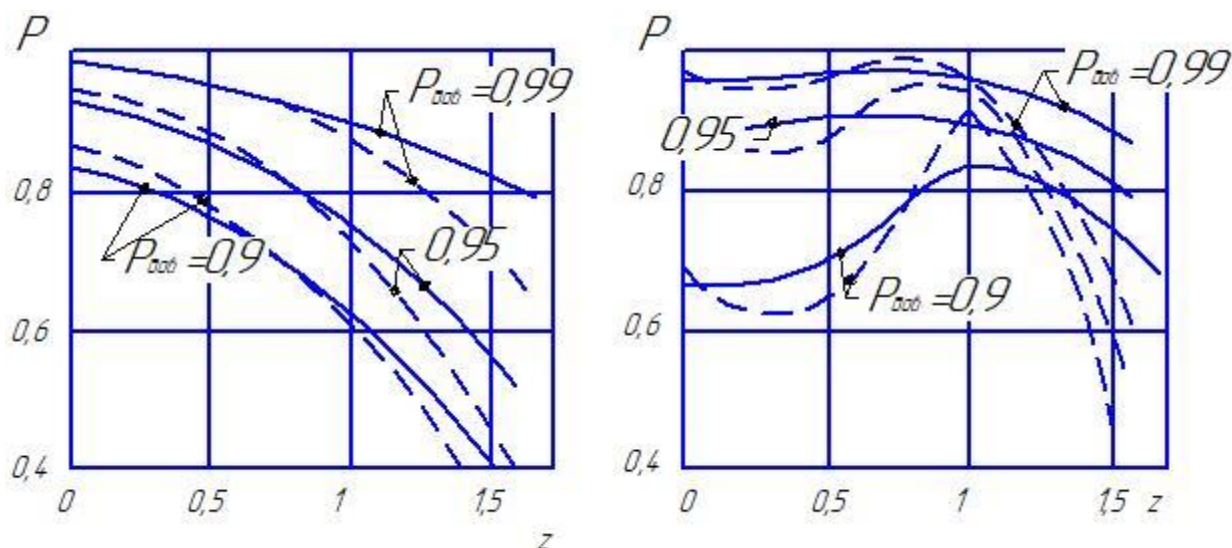


Рисунок 3.6 - Імовірність підтвердження результатів атестації засобів вимірювання залежно від результатів звіряння

Штрихові криві відповідають відсутності випадкової похибки, суцільні криві побудовані для випадку, коли є нормально розподілена випадкова похибка $\sigma_{\varepsilon_{12}} = \Delta_{\varepsilon} / 3$.

Зі зіставлення виразів (3.38) і (3.43), і навіть з рисунку 3.6 випливає, що прийняття рішення відповідно до формули (3.38) наводить до перевірки перебування δ_{12} у певному інтервалі (симетричному для розглянутих симетричних розподілів), межі якого залежать від розподілу Δ_{c1}, Δ_{c2} та ε_{12} , а також від довірчих інтервалів, розрахованих при атестації засобів вимірювання, що злічуються.

При звіянні двох засобів вимірювання в загальному випадку не може ставитися задача визначення, через яке саме засобів вимірювання результати звіряння виявилися незадовільними. Якщо ж при звіянні кількох засобів вимірювання спостерігається значне відхилення результату вимірювання (відтворення) одного засобу вимірювання від інших результатів, то правомірно припустити, що ця відмінність викликана неправильною атестацією цього засобу вимірювання, що відрізняється. Тому якщо для двох засобів вимірювання основною метою обробки результатів звіряння було визначення апостеріорної ймовірності того, що їх похибки лежать у межах оголошених довірчих інтервалів, то для більшої кількості засобів вимірювання на перший план виступають умовні ймовірності того, що похибки кожного з них лежать у оголошених межах.

Аналогічно виразу (3.39) запишемо різниці:

$$\delta_{ij} = \Delta_{ci} - \Delta_{cj} + \varepsilon_{ij}; i; j = \overline{1, n}. \quad (3.45)$$

Як випливає з прикладу, розглянутого при $n = 2$, випадкові похибки не суттєво впливають на результати звіряння, При цьому слід мати на увазі, що на відміну від систематичних похибок їх можна зменшити шляхом багаторазових вимірювань. Тому припускати, що випадкові складові ε_{ij} відсутні.

В цьому випадку з виразу (3.45) можна отримати тільки $n-1$ незалежне значення δ_{ij} , оскільки всі інші значення δ_{ij} можуть бути однозначно виражені через ці різниці, наприклад:

$$\delta_{ij} = \delta_{in} - \delta_{jn}.$$

Тому надалі розглядатимемо тільки $\delta_i = \delta_{in}$. При наявності ε_{ij} розгляд інших δ_{ij} еквівалентно збільшенню числа вимірювань з метою зменшення випадкової похибки. Проводячи викладки, аналогічні виразу (3.43), отримаємо:

$$P(A_j | \delta_1 = y_1; \dots; \delta_{n-1} = y_{n-1}) = \frac{\int_{\Delta_{ei-yi}}^{\Delta_{ei-yi}} w_{\Delta_{cn}}(x) \prod_{v=1}^{n-1} w_{\Delta_{cv}}(y_v + x) dx}{\int_{-\infty}^{\infty} w_{\Delta_{cn}}(x) \prod_{v=1}^{n-1} w_{\Delta_{cv}}(y_v + x) dx}, \quad (3.46)$$

де $i = \overline{1; n-1}$

$$P(A_j | \delta_1 = y_1; \dots; \delta_{n-1} = y_{n-1}) = \frac{\int_{\Delta_{en}}^{\Delta_{en}} w_{\Delta_{cn}}(x) \prod_{v=1}^{n-1} w_{\Delta_{cv}}(y_v + x) dx}{\int_{-\infty}^{\infty} w_{\Delta_{cn}}(x) \prod_{v=1}^{n-1} w_{\Delta_{cv}}(y_v + x) dx}.$$

3.9 Контроль декількох показників

Загальна постановка задача допускового контролю передбачає, що виріб має контролюватись за декількома показниками. У цьому випадку імовірнісний аналіз допускового контролю, не змінюючись по суті, виявляється більш громіздким, і зводиться до обчислення багаторазових інтегралів. Наприклад, при прийнятті рішення про придатність, якщо результати вимірювання задовольняють виразу (3.1), ризики замовника і виробника задаються співвідношеннями, аналогічними (3.19) і (3.25):

$$\begin{aligned} R_{зак} &= 1 - I_1 / I_2 \\ R_{изг} &= 1 - I_1 / I_3 \end{aligned} \quad (3.47)$$

$$\text{де } I_t = \int_{A_1}^{B_1} \dots \int_{A_n}^{B_n} w_y(x_1; \dots; x_n) \int_{A_1}^{B_1} \dots \int_{A_n}^{B_n} w_{\Delta}(z_1 - x_1; \dots; z_n - x_n) dz_1 dx_1 \dots dx_n,$$

$$I_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} w_y(x_1; \dots; x_n) \int_{A_1}^{B_1} \dots \int_{A_n}^{B_n} w_{\Delta}(z_1 - x_1; \dots; z_n - x_n) dz_1 \dots dz_n dx_1 \dots dx_n,$$

$$I_3 = \int_{A_1}^{B_1} \dots \int_{A_n}^{B_n} w_y(x_1; \dots; x_n) dx_1 \dots dx_n.$$

Співвідношення (3.47) записані у припущенні статистичної незалежності значень контрольованих показників та похибок їх вимірювання.

Якщо значення різних показників також статистично незалежні та незалежні похибки їх вимірювань, то багаторазові інтеграли в рівнянні (3.47) переходять до добутків дворазових або одноразових інтегралів. Використовуючи вирази (3.19) та (3.25), отримаємо:

$$\begin{aligned} R_{зак} &= 1 - \prod_{i=1}^n (1 - R_{закі}) \approx \sum_{i=1}^n R_{закі} \\ R_{узг} &= 1 - \prod_{i=1}^n (1 - R_{узгі}) \approx \sum_{i=1}^n R_{узгі} \end{aligned} \quad (3.48)$$

Ці співвідношення можна отримати розглядаючи помилкове рішення кожного виду по відношенню до виробу в цілому як суму статистично незалежних помилкових рішень стосовно кожного показника. Наближені співвідношення записані у припущенні небагатьох значень ризику. Ці наближення не зменшують значення відповідних ризиків.

Оскільки і ризик замовника, і ризик виробника залежить від точності вимірювання відповідного показника, то, задаючи $R_{зам.дон}$ та $R_{вир.дон}$ можна отримати умови, яким повинні задовольняти похибки вимірювання, але на відміну від одновимірного випадку таких умов недостатньо для однозначного вибору точності виміру кожного показника. Для усунення цієї неоднозначності як додаткову умову може бути вимога мінімуму вартості контролю.

Сукупність n умов (3.1) задає багатовимірний паралелепіпед D в n -мірному просторі показників. Якщо для забезпечення необхідної достовірності контролю стосовно замовника використовувати за кожним показником звужені контрольні допуски (3.26), то область рішень D' , що відповідають визнанню контрольованого виробу придатним, також представлятиме n -мірний паралелепіпед. У цьому випадку для розрахунку застосовні співвідношення (3.27) та (3.48).

Очевидно, що при цьому можна забезпечити задану достовірність за різних A'_i і B'_i . Найбільш правильним способом усунення неоднозначності буде вимога мінімуму ризику виробника. Загалом це призводить до громіздких викладок, що вимагають застосування ПК.

З урахуванням викладених у цій главі результатів ймовірнісного аналізу допускового контролю, в таблиці 1 наведено послідовність задач, розв'язуваних у процесі планування контролю, та зазначені використовувані при цьому формули та рисунки.

У процесі вирішення кожного із задач можлива мінімізація вартості контролю.

Таблиця 1 – Задачі, які розв'язуються при плануванні допускового контролю

Зміст задачі	Вимоги до достовірності контролю	Правило прийняття рішення про придатність	Використовувані вирази та рисунки	Примітка
Вибір точності вимірювання	$R_{\text{зам}} \leq R_{\text{зам доп}}$ $R_{\text{зам}} \leq R_{\text{вир доп}}$	У відповідності до умов (3.2) та (3.3)	(3.19), (3.25), рисунки 3.1 та 3.2	При відсутності обмежень на точність засобів вимірювання
Вибір контрольних допусків	$R_{\text{зам}} \leq R_{\text{зам доп}}$ $R_{\text{вир}} = \min$	У відповідності з формулою (3.26)	(3.27), (3.29), рисунки 3.3 та 3.4	При обмеженні точності наявих засобів вимірювання
Аналіз послідовної процедури контролю	$R_{\text{зам}} \leq R_{\text{зам доп}}$ $R_{\text{вир}} \leq R_{\text{вир доп}}$	Хоча б для одного $k \quad \zeta \leq_k \delta_1, k = \overline{1, n}$	(3.27), (3.29), (210), (212), (213)	При обмеженні точності наявих засобів вимірювання
Аналіз багатоетапного контролю	$R_{\text{зам}} \leq R_{\text{зам доп}}$	Для всіх $k \quad \zeta \leq_k \delta_1, k = \overline{1, n}$	(3.27), (3.29), (3.35), (3.37)	
Аналіз багатопараметричного контролю	$R_{\text{зам}} \leq R_{\text{зам доп}}$ $R_{\text{вир}} = \min$	Для кожного параметра у відповідності з одним із наведених вище правил	(3.47), (3.48)	Включає всі попередні етапи для кожного параметра

3.10 Оцінювання якості партії виробів при вибіркового контролю

У процесі контролю кожен виріб перевіряється на відповідність умовам. Однак у ряді випадків має місце не суцільний контроль усієї партії виготовлених виробів, а контроль лише частини цієї партії. До таких методів контролю вдаються у двох випадках: у процесі контролю виріб обов'язково руйнується, що має місце, наприклад, при випробуваннях на надійність; операції контролю настільки громіздкі і дорогі, що економічно доцільно йти на певний ризик при вибіркового контролю, зменшення витрат на власне контроль. Це може мати місце при випуску масової продукції.

У вимірвальній техніці вибіркового контролю можуть піддаватися засоби вимірювання при дослідженні метрологічної надійності, впливу неінформативних параметрів та деяких інших факторів, що визначають додаткову похибку.

Зупинимося на частинному завданні вибіркового контролю, що ілюструє його сутність.

Нехай є партія з N виробів, і в процесі вибіркового контролю досліджуються n виробів, серед яких n_1 виробів виявляються непридатними. Помилками контролю партії та виробів нехтуємо.

Потрібно визначити таке n_0 , щоб виконувалося рішення:

$$R_{\text{зам}} = P(N_1 > N_0 \mid n_1 \leq n_0) \leq R_{\text{зам.дон}}, \quad (3.49)$$

де N_1 - число неякісних виробів серед всієї партії;

N_0 - задане допускове число непридатних виробів серед випущеної партії.

Відповідно до формули:

$$P(N_1 > N_0 \mid n_1 \leq n_0) = \frac{P(N_1 > N_0)P(n_1 \leq n_0 \mid N_1 > N_0)}{P(n_1 \leq n_0)}.$$

У схемі вибіркового контролю випадковими будуть кількість неякісних виробів серед усієї партії N_1 , та кількість неякісних виробів n_1 серед контрольованої партії, яке випадкове навіть за заданого N_1 .

При фіксованому N_1 з урахуванням припущення $n \ll N$:

$$P(n_1 \leq n_0) = \sum_{k=0}^{n_0} p_n[k; p(N_1)],$$

де p_n - задається біноміальною формулою, в яку слід підставити $p = N_1 / N$.

Враховуючи випадковий характер N_1 , і застосовуючи формулу повної ймовірності, отримаємо:

$$P(n_1 \leq n_0) = \sum_{j=0}^N \sum_{k=0}^{n_0} C_n^k \left(\frac{j}{N}\right)^k \left[1 - \frac{j}{N}\right]^{n-k_{pj}},$$

$$P(n_1 \leq n_0 | N_1 > N_0) = \frac{\sum_{j=N_0+1}^N \sum_{k=0}^{n_0} C_n^k \left(\frac{j}{N}\right)^k \left(1 - \frac{j}{N}\right)^{n-k} p_j}{\sum_{j=N_0+1}^N p_j},$$

де p_j - ймовірність того, що $N_1 = j$.

Використовуючи асимптотичну формулу Муавра—Лапласа і замінюючи суми відповідними інтегралами, що допустимо за великих n , отримаємо:

$$R_{зак} = \frac{\int_0^1 \Phi\left(\frac{n_0 - nx}{\sqrt{nx(1-x)}}\right) w_p(x) dx}{\int_0^1 \Phi\left(\frac{n_0 - nx}{\sqrt{nx(1-x)}}\right) w_p(x) dx}, \quad (3.50)$$

де $\gamma = N_0 / N$, $w_p(x)$ - щільність ймовірності відносного числа непридатних виробів $p = N_1 / N$.

Аналогічним чином можна отримати вираз для ризику виробника:

$$R_{уз} = P(n_1 > n_0 | N_1 \leq N_0) = \int_0^\gamma \left[1 - \Phi\left(\frac{n_0 - nx}{\sqrt{nx(1-x)}}\right)\right] w_p(x) dx / \int_0^\gamma w_p(x) dx. \quad (3.51)$$

На рисунку 3.7 показані результати розрахунку ризику замовника (суцільними лініями) та ризику виробника (штриховими лініями) при рівномірному розподілі p залежно від $\beta = n_0 / n$ для ряду значень n та γ .

При невиконанні умови $n \ll N$ біноміальна формула для виведення рівнянь (3.50) і (3.51) виявляється неприйнятною, оскільки при заданому N_1 ймовірність появи неякісного виробу в процесі чергового випробування залежатиме від результатів попередніх випробувань. У цьому випадку використовують формули для гіпергеометричного та гіпербіноміального розподілів, що призводить до більш складних співвідношень та необхідності застосування таблиць цих розподілів.

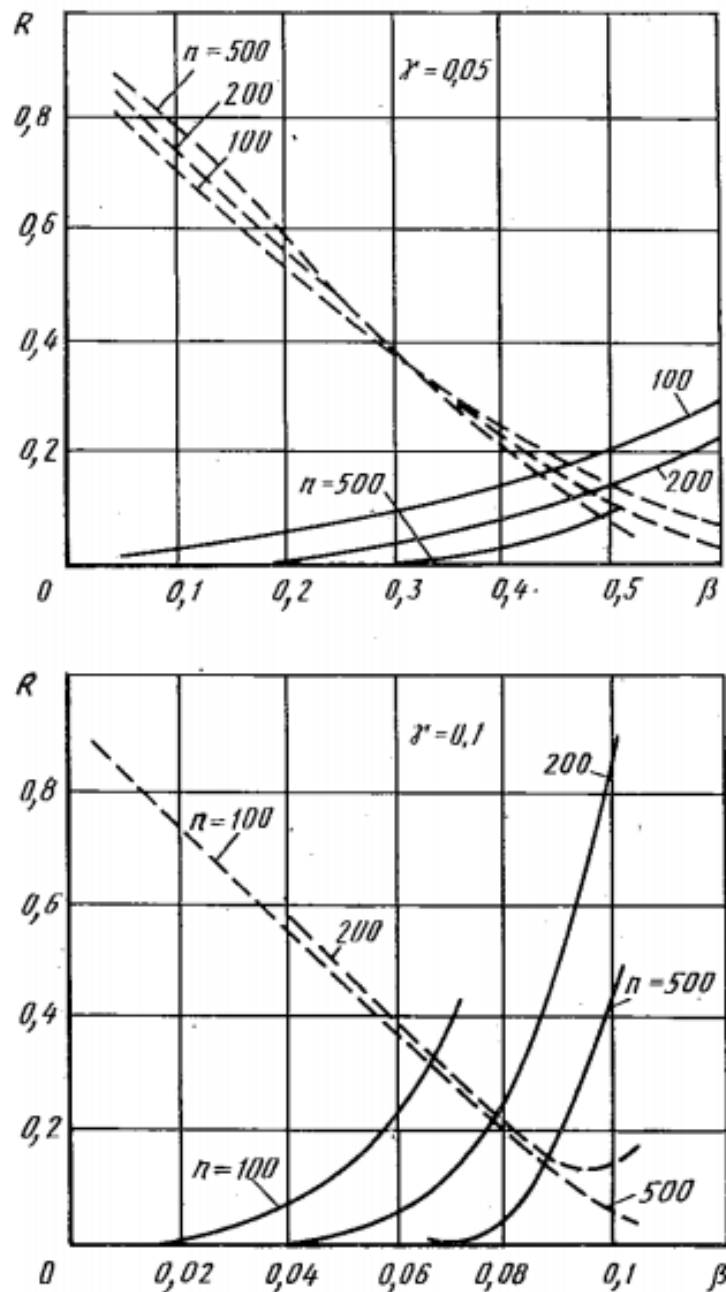


Рисунок 3.7 - Ризик замовника та виробника при вибірковому контролі

3.11 Приклади розрахунку для закріплення теоретичного матеріалу

Приклад 3.4. Визначити співвідношення точностей $\frac{\delta_o}{\delta_p}$, ($\delta_o = 3\sigma_o$), що забезпечує мінімум середніх втрат при контролі, якщо контрольований показник і похибка вимірювання розподілені нормально, з нульовим середнім $\frac{\sigma_y}{\delta_p} = 0,8$, а витрати на контроль характеризуються такими показниками: вартість

вимірювань при контролі одного виробу $C_{вим} = \frac{1}{(\delta_o / \delta_p)^2}$, втрати, зумовлені помилковим забракуванням придатного виробу та пов'язані з необхідністю додаткового налаштування виробу $C_{вим.o} = 125$; втрати, зумовлені пропуском бракованого виробу $C_{зам.o} = 250$.

Рішення про придатність або непридатність контрольованого виробу приймають залежно від виконання умови (3.1), в якій - $A = B = \delta_p$.

Загальні середні витрати, пов'язані з контролем одного виробу, можна подати у вигляді:

$$C = C_{вим} + P_{np} R_{вир} C_{вим.o} + P_{np.np} R_{зам} C_{зам.o},$$

де P_{np} - ймовірність того, що контрольований виріб є придатним,

$P_{np.np}$ - ймовірність того, що контрольований виріб буде визнано придатним.

Відповідно:

$$P_{np} = 2\Phi\left(\frac{\delta_p}{\sigma_y}\right) - 1 = 2\Phi(1,25) - 1 \approx 0,8.$$

Аналогічно:

$$P_{np.np} = 2\Phi\left[\frac{\delta_p}{\sqrt{\sigma_y^2 + \sigma_\Delta^2}}\right] - 1 \approx 2\Phi\left[\frac{\delta_p}{\sigma_y}\right] - 1 \approx 0,8.$$

Таким чином, $\frac{\delta_o}{\delta_p}$ знаходять із умови мінімуму виразу:

$$C = 1/(\delta_o / \delta_p)^2 + 100R_{вир}(\delta_o / \delta_p) + 200R_{зам}(\delta_o / \delta_p).$$

Для визначення $R_{вир}$ і $R_{зам}$ використаємо рисунок 3.1. Результати обчислень наведено у таблиці 2, де використані такі позначення:

$$\begin{aligned} C_{вир} &= 100R_{вир} \\ C_{зам} &= 200R_{зам} \end{aligned}$$

З таблиці 2 слідує, що оптимальне співвідношення $\frac{\delta_o}{\delta_p}$ дорівнює 0,4. При

цьому слід зазначити, що крива залежності від $\frac{\delta_o}{\delta_p}$ в околі мінімуму досить тупа.

При зміні $\frac{\delta_o}{\delta_p}$ від 0,3 до 0,6 C зростає лише на 20 %.

Неважко переконатися, що за інших значень $C_{вим}$, $C_{вир.о}$ та $C_{зам.о}$ оптимальне співвідношення точностей буде іншим. Наприклад, якщо $C_{вим} = \frac{4}{\left(\frac{\delta_o}{\delta_p}\right)^2}$, то

оптимальне відношення $\frac{\delta_o}{\delta_p}$ дорівнюватиме 0,6.

Таблиця 2 - Розрахунок оптимального співвідношення точностей

$\frac{\delta_o}{\delta_p}$	$R_{зам}$	$C_{зам}$	$R_{вир}$	$C_{вир}$	$C_{вим}$	C
0,2	0,013	1,3	0,017	3,4	25,0	29,7
0,3	0,021	2,1	0,026	5,2	11,1	18,4
0,4	0,028	2,8	0,032	6,4	6,3	15,5
0,5	0,033	3,3	0,042	8,4	4,0	15,7
0,6	0,040	4,0	0,056	11,0	2,8	17,8
0,7	0,045	4,5	0,070	14,0	2,0	20,5
0,8	0,050	5,0	0,075	15,0	1,6	21,6

Приклад 3.5. Нехай систематичні похибки трьох результатів, що злічуються, мають однаковий рівномірний розподіл на інтервалі $[-1,25; 1,25]$, що відповідає $P_{дог} = 0,8$. Знайдемо умовні можливості правильності оцінки довірчих інтервалів для наступних результатів звірення: 1 - $\delta_{13} = 0,3$ та $\delta_{23} = 1$ та 2 - $\delta_{13} = 0,2$ та $\delta_{23} = 1,4$. Випадковими похибками нехтуємо.

Для рівномірного розподілу з виразу (3.46) отримаємо:

$$\begin{aligned}
 P(A_1 | \delta_{13} = y_{13}; \delta_{23} = y_{23}) &= J(\lambda; 1; \lambda) / J(\lambda; \lambda; \lambda), \\
 P(A_2 | \delta_{13} = y_{13}; \delta_{23} = y_{23}) &= J(\lambda; \lambda; 1) / J(\lambda; \lambda; \lambda), \\
 P(A_3 | \delta_{13} = y_{13}; \delta_{23} = y_{23}) &= J(1; \lambda; \lambda) / J(\lambda; \lambda; \lambda),
 \end{aligned} \tag{3.52}$$

де $\lambda = 1/P_{дог}$,

$$J(r_1; r_2; r_3) = Q\{\min(r_1; r_2 - y_{13}; r_3 - y_{23}) - \max(-r_1; -r_2 - y_{13}; -r_3 - y_{23})\},$$

$$Q(z) = \begin{cases} z; & z > 0; \\ 0; & z \leq 0. \end{cases}$$

Тоді для першого випадку:

$$\begin{aligned}
 P(A_1 | \delta_{13} = 0,3; \delta_{23} = 1) &= 1, \\
 P(A_2 | \delta_{13}; \delta_{23} = 1) &= P(A_3 | \delta_{13} = 0,3; \delta_{23} = 1) = 0,83.
 \end{aligned}$$

Всі отримані умовні ймовірності виявляються вищими за довірчі ймовірності. Тому можна дійти невтішного висновку, що результати звірення не суперечать оголошеній точності всім засобам вимірювання. При цьому найкраще підтвердження отримано для першого засобу вимірювання, результати якого між двома іншими результатами.

Для другого випадку:

$$P(A_1 | \delta_{13} = 0, 2; \delta_{23} = 1, 4) = 1,$$

$$P(A_2 | \delta_{13} = 0, 2; \delta_{23} = 1, 4) = P(A_3 | \delta_{13} = 0, 2; \delta_{23} = 1, 4) = 0, 77.$$

У цьому випадку результати звірення не суперечать оголошеній точності першого засобу вимірювання і не підтверджують точність другого та третього засобу вимірювання.

Поява у цьому прикладі одиничних ймовірностей є наслідком фінітності рівномірного розподілу.

Приклад 3.6. Розглянемо попередній приклад у припущенні, що систематичні похибки розподілені нормально.

У цьому випадку відповідно до виразу (3.46) можна як і раніше застосовувати співвідношення (3.52), в яке слід підставляти:

$$J(r_1; r_2; r_3) = Q \left\{ \Phi \left[\frac{b(r_1; r_2; r_3) + (y_{13} + y_{23}) / 3}{\sigma / \sqrt{3}} \right] - \right. \\ \left. - \Phi \left[\frac{a(r_1; r_2; r_3) + (y_{13} + y_{23}) / 3}{\sigma / \sqrt{3}} \right] \right\},$$

$$\begin{aligned} \text{де} \quad b(r_1; r_2; r_3) &= \min(r_1; r_2 - y_{13}; r_3 - y_{23}), \\ a(r_1; r_2; r_3) &= \max(-r_1; -r_2 - y_{13}; -r_3 - y_{13}). \end{aligned}$$

Враховуючи значення довірчої ймовірності, отримаємо $\sigma = 0,8$. Тоді для першого випадку:

$$P(A_1 | \delta_{13} = 0, 3; \delta_{23} = 1) = 0, 96,$$

$$P(A_2 | \delta_{13} = 0, 3; \delta_{23} = 1) = 0, 82,$$

$$P(A_3 | \delta_{13} = 0, 3; \delta_{23} = 1) = 0, 82.$$

При нормальному розподілі похибок результати звірення також не суперечать вихідним даним, а найкраща відповідність отримано для першого засобу вимірювання.

Для другого випадку:

$$P(A_1 | \delta_{13} = 0, 2; \delta_{23} = 1, 4) = 0,93,$$

$$P(A_2 | \delta_{13} = 0, 2; \delta_{23} = 1, 4) = 0,62,$$

$$P(A_3 | \delta_{13} = 0, 2; \delta_{23} = 1, 4) = 0,85.$$

Як і в попередньому прикладі, результати звірення виявилися найбільш сприятливими для першого засобу вимірювання. Вони не суперечать також оголошеній точності третього засобу вимірювання. У той самий час результати звірення не підтверджують оголошену точність другого засобу вимірювання.

Приклад 3.7. Визначити оптимальні значення контрольних допусків двох показників, якщо контрольовані показники та похибки вимірювання розподілені нормально - $R_{зак.дог} = 10^{-2}$, $\frac{\sigma_{y1}}{\delta_{p1}} = 1,2$, $\frac{\delta_{o1}}{\delta_{p1}} = 0,1$, $\frac{\sigma_{y2}}{\delta_{p2}} = 0,6$ та $\frac{\delta_{o2}}{\delta_{p2}} = 0,1$.

Для розрахунку контрольних допусків скористаємося співвідношеннями (3.48) та рисунком 3.3. Результати розрахунків наведено у таблицю 3. У процесі розрахунку передбачалося, що $R_{зам1} + R_{зам2} = R_{зам.дог}$. Оптимальне значення контрольних допусків забезпечує мінімум ризику виробника, досягається при $\frac{\delta'_1}{\delta_{p1}} = 0,88$ та $\frac{\delta'_2}{\delta_{p2}} = 0,93$.

Критерій оптимальності в околі мінімуму слабо залежить від показників, що варіюються

Таблиця 3.3 - Розрахунок оптимальних контрольних допусків

$R_{зам1}$	δ'_1	$R_{вир1}$	$R_{зам2}$	δ'_2	$R_{вир2}$	$R_{вир}$
0,001	0,80	0,16	0,009	0,98	0,01	0,17
0,002	0,83	0,12	0,008	0,96	0,2	0,14
0,004	0,87	0,10	0,006	0,94	0,02	0,12
0,005	0,88	0,09	0,005	0,93	0,03	0,12
0,006	0,89	0,08	0,004	0,92	0,03	0,12
0,008	0,90	0,08	0,002	0,88	0,05	0,13
0,009	0,91	0,07	0,001	0,85	0,07	0,14

4 СТАТИСТИЧНІ МЕТОДИ УПРАВЛІННЯ ЯКІСТЮ

4.1 Інструменти контролю якості

Облік статистичних даних у вигляді карток для аналізу якості продукції вперше на практиці використав В. Шухарт в 30-х роках XX ст. в США. Потім їх успішно застосували в 50-ті роки в Японії, де відомі спеціалісти з управління якістю почали впроваджувати нові методи управління виробництвом. Спочатку це був Е. Демінг, потім Дж. Джуран. Ініціатором створення «гуртків якості» був японський вчений К. Ісікава

Особливу увагу при цьому приділяли впровадженню статистичних методів управління якістю. Статистичні методи направлені на аналіз контроль та регулювання якості продукції та технологічних процесів.

При виробництві продукції виробник документує дані процедур запобігання невідповідності. Це необхідно йому для вирішення спірних питань щодо якості продукції та в разі спричинення шкоди споживачу.

Для ефективного виявлення і аналізу проблем, які виникають при виробництві невідповідної продукції використовують сім інструментів контролю якості:

- діаграма Парето;
- діаграма Ісікави;
- контрольні карти;
- гістограма;
- діаграма розсіювання;
- контрольний листок;
- діаграма послідовності дій.

Ці методи становлять основу проведення контролю якості на будь-якому промисловому підприємстві.

Щодня промисловому підприємству доводиться вирішувати всілякі питання, наприклад, такі, як визначення основного виду браку, поліпшення організації робіт, вживання заходів для стабілізації ходу виробничого процесу й ряд інших. Застосування зазначених методів дозволяє правильно й швидко вирішувати як ці, так і інші питання, пов'язані з підвищенням якості продукції, і проведенням контролю якості в процесі виробництва.

На японських підприємствах існує певний і повсюдно прийнятий порядок робіт із проведення контролю якості на виробничих ділянках. Цю роботу можна розділити на п'ять етапів:

- вирішують, у чому полягає проблемне питання;
- виявляють зв'язки причин і результату;
- з'ясовують стан, що існує до моменту початку робіт;
- аналізують зв'язки причин і результатів;
- налагоджують контроль за проведенням робіт.

Діаграма Парето

Якщо поставлено задача знизити брак виробу, то в кожному цеху будуть вести роботу зі зниження браку цього виробу й неминуче постане питання, як можна знизити брак у даній бригаді і які роботи треба вести в першу чергу. Якщо постає питання про зниження числа операцій у процесі виробництва виробу, то кожна бригада на своїй виробничій ділянці або бюро контролю якості даної ділянки насамперед повинна вирішити, які саме операції варто раціоналізувати в першу чергу. Щоб виявити найбільш важливе проблемне питання, треба порівняти безліч факторів. Діаграми Парето в цьому випадку є найбільш оптимальний методом, які дають можливість порівняти фактори і побачити їх черговість за ступенем важливості.

Діаграми італійського економіста Парето є найпоширенішим у Японії методом контролю якості в процесі виробництва, що вважається простим і ефективним.

Діаграми Парето відіграють важливу роль у виділенні проблемних питань у роботах з контролю якості, при цьому фактори, виявлені за допомогою діаграм, є дуже переконливими.

На промислових підприємствах актуальним питанням є боротьба за зниження втрат від браку. Якщо проаналізувати, які види браку спричиняють матеріальні втрати, стає очевидним, що з десяти видів два-три є основними, і матеріальні втрати від цих видів браку становлять 70-80 % всіх втрат.

Коли ставлять задачу знизити втрати від браку, наприклад на 30 %, і вживають відповідних заходів, важливо виділити основні види браку й вести роботу в правильному напрямку.

Діаграми Парето дають можливість об'єктивно показати фактичний стан справ у зрозумілій і наочній формі.

Просте обмірковування питання про основні види браку звичайно недостатнє, тому що думки різних осіб і інстанцій суб'єктивні й часто розходяться.

Нижче перераховані деякі із проблем, які японські фахівці й рядові виконавці аналізують за допомогою діаграм Парето.

Якість:

- ❖ число випадків браку за його видами, суми втрат від браку;
- ❖ витрати часу й матеріальних засобів на виправлення браку;
- ❖ зміст рекламаций, що надходять від споживачів;
- ❖ кількість випадків поломок;
- ❖ витрати, пов'язані з рекламациями.

Тимчасові фактори:

- ❖ причини затримки виготовлення виробів, число простоїв, серйозність і масштаби аварій, поломок і т. ін.;
- ❖ розподіл часу й операції;
- ❖ час простою через поломки й аварії;
- ❖ втрати у зв'язку зі скороченням обсягу виробництва.

Собівартість:

- ❖ суми по окремих статтях виробничого кошторису;
- ❖ витрати на виробництво (сировина й матеріали, витрати праці, допоміжні матеріали, грошові витрати, витрати на управління і т.д.);
- ❖ аналіз звітно-фінансової документації.

Безпека праці:

- ❖ аналіз головних причин пожеж і інших нещасних випадків (на японських підприємствах відомості про нещасні випадки по цехах подаються у вигляді діаграм Парето).

Попит:

- ❖ аналіз попиту на різні види продукції.

Всі види даних виражають у формі діаграм Парето й математичних таблиць. Оскільки дані збирають на виробництві з метою використання їх для контролю, поліпшення робіт і оцінки їхнього стану, то важливо, щоб контролери, керуючі, керівники виробничих ділянок могли на основі цих даних оперативно винести правильне рішення й вжити відповідних заходів.

На основі даних, наведених у таблиці 4.1, створюють діаграму Парето. Для цього на осі абсцис записують види браку, на осі ординат - число випадків браку в числовому або відсотковому значенні (рисунок 4.1) і створюють стовпчикову діаграму. Потім створюють кумулятивну криву, як це показано на рисунку 4.2.

Таблиця 4.1 - Види браку

Види браку	Число випадків браку	Сумарне число випадків браку за розглянутий період	Відсоткове співвідношення	Кумулятивний відсоток числа випадків браку
Брак сировини і матеріалів	48	48	41,7	41,7
Відхилення розмірів	32	80	27,8	69,5
Брак у формі	23	103	20,0	89,5
Брак в обробці	4	107	3,5	93,0
Інші види браку	8	115	7,0	100,0
Разом:	115		100	

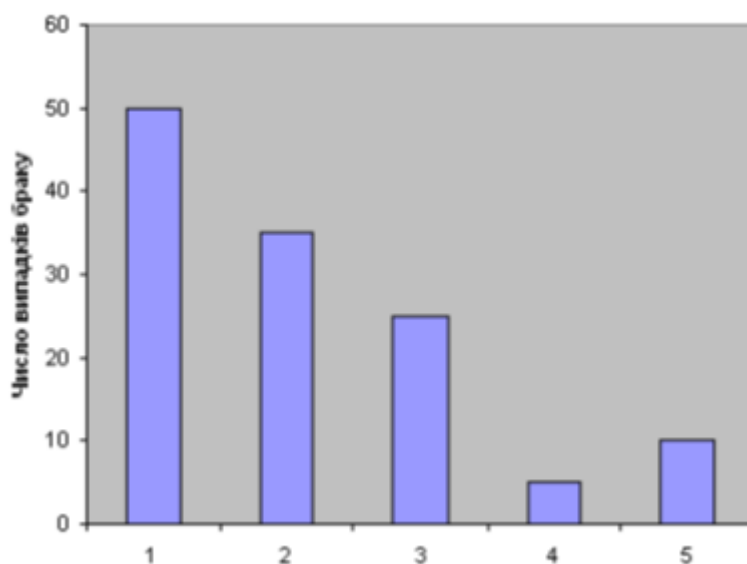


Рисунок 4.1 - Діаграма Парето за видами браку: 1 - брак матеріалів; 2 - брак у розмірах; 3 - брак у формі; 4 - брак в обробці; 5 - інші види браку.

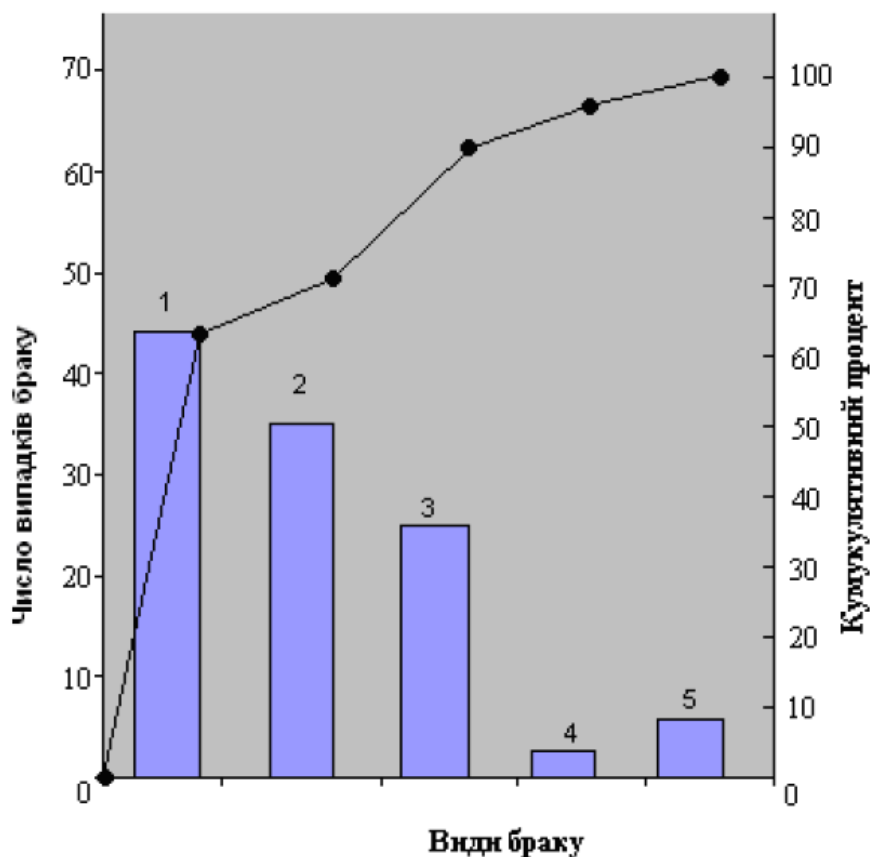


Рисунок 4.2 - Кумулятивна крива по видам браку: 1 - брак матеріалів; 2 - брак у розмірах; 3 - брак у формі; 4- брак в обробці; 5 – інші види браку

Якщо розглянути тепер створену діаграму Парето, легко зрозуміти розподіл основних видів браку. Очевидно, що брак матеріалів і розмірів становить 70 %, а разом зі браком форми це складе 90 % усього браку. При

проведенні робіт зі зниження браку в цьому випадку раціонально доставити задачу зниження браку матеріалів на 20 %, а браку розмірі і форми на 5 %.

Брак матеріалів, який найбільше зустрічається, аналізують окремо для чого роблять нову діаграму Парето.

В таблиці 4.2 і на рисунку 4.3 дано аналіз 48 випадків браку.

Таблиця 4.2 - Види браку матеріалів

Види браку		Число випадків браку	Сумарне число випадків браку	Відсоткове співвідношення	Кумулятивний відсоток числа випадків браку
Брак матеріалів	Надрізи й відколи	20	20	41,7	41,7
	Тріщини	12	32	24,9	1.17,6
	Складки й згини	6	38	12,5	79,1
	Вищерблини	3	41	6,3	85,4
	Язвини	2	43	4,2	89,6
	Інші види браку	5	48	10,4	100
Разом		48	-	100	-

На діаграмі (рисунок 4.3) видно, що перші три види браку становлять майже 80 % всіх випадків браку матеріалів.

З метою з'ясування ступеня важливості окремих проблемних питань перед вжиттям заходів зі зниження браку намагаються виразити втрати від браку в грошових сумах (таблиця 4.3). Для цього підраховують, у що обходяться втрати по кожному з видів браку.

Так, наприклад, брак матеріалів може бути виправлений, і втрати на одну штуку виробу становлять 3.21 у.о., вироби із браком розмірів ідуть у металобрухт, тому втрати становлять на одну штуку 1000 у.о.

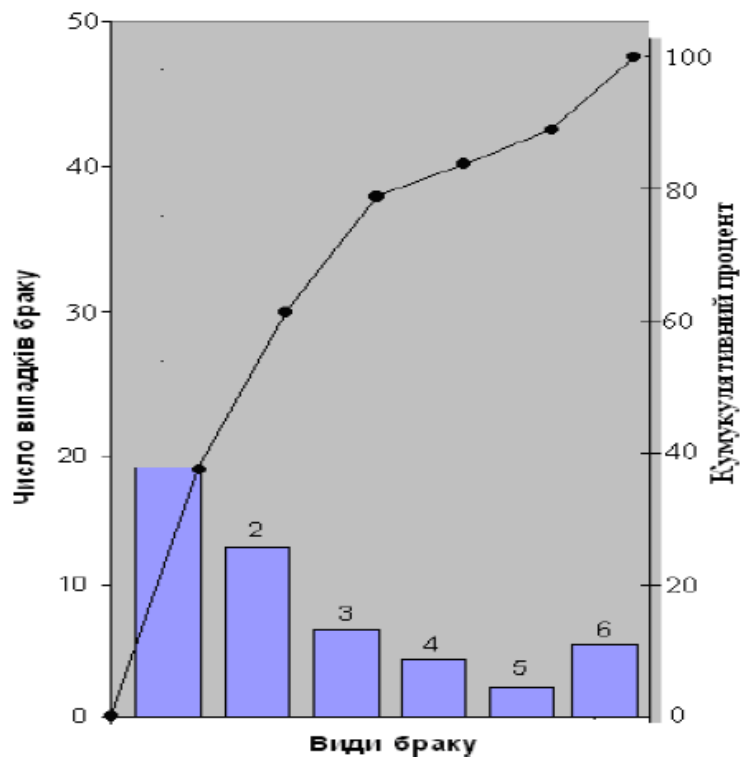


Рисунок 4.3 - Діаграма Парето за видами браку сировини й матеріалів

Вироби із браком форми йдуть у повторну обробку, і втрати в цьому випадку становлять 500 у.о., вироби із браком обробки йдуть другим сортом і втрати становлять 300 у.о. Втрати від інших видів браку в середньому становлять 3.21 у.о. на один виріб.

Таблиця 4.3 - Втрати від браку

Види браку	Сума втрат х число випадків браку — загальна сума за видами браку в ієнах	Загальна сума втрат у тис. ієн	Відсоткове відношення	Кумулятивний відсоток
Відхилення розмірів	$1000 \times 32 = 33.210$	32	1,8,2	1,8,2
Брак форми	$500 \times 23 = 11500$	43	20,6	77,8
Брак матеріалів	$3.21 \times 48 = 91.110$	1.4	17,2	95,0
Брак в обробці	$300 \times 4 = 13.21$	1.5	2,1	97,1
Інші види браку	$3.21 \times 8 = 11.110$	1.6	2,9	100,0
Разом:	1.6,900	-	-	-

За даними, наведеними у таблиці 4.3, складається наступна діаграма Парето. Черговість видів браку залежно від суми пов'язаних з ними втрат тепер змінилася, і основні види браку розташовані в такому порядку: відхилення розмірів, брак форми, брак матеріалів. Перше місце по числу випадків виникнення браку матеріалів тепер займає третє місце. Таким чином, при

розташуванні видів браку залежно від суми пов'язаних з ним грошових витрат виявляється різниця в порівнянні з первісними результатами аналізу. Тому важливо намічати проблемні питання й вживати заходів щодо поліпшення робіт і зниження браку після розгляду ступеня важливості проблеми в грошовому вираженні.

Діаграми Парето застосовують також для встановлення ефективності заходів, проведених з метою виправлення існуючого стану й усунення причин виникнення браку.

Діаграми Ісікави

При розгляді й аналізі питань забезпечення якості продукції інших поточних питань виробництва на японських підприємствах широке застосування Одержав метод Ісікави. На діаграми Ісікави часто посилаються також у доповідях і виступах на з'їздах і конференціях з питань контролю якості.

Професор Токійського університету, один із провідних японських спеціалістів в галузі забезпечення якості, Ісікава Каору в 3.160 р. запропонував метод об'єднання різних факторів, що ставлять вплив на кінцевий результат якогось процесу, і їхньої систематизації на діаграмі. Ці діаграми називають також схемами «причини-результат», а також через їх специфічну форму і «риб'ячий кістяк», «риб'яча кістка» (рис. 4.4).

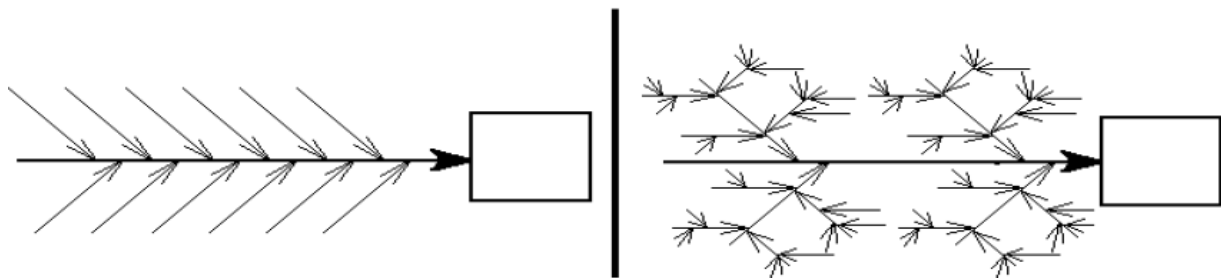


Рисунок 4.4 - Види схем Ісікави

Метод знайшов визнання не тільки в Японії. Інтерес до нього проявляють фахівці США й країн Західної Європи.

За допомогою схем Ісікави легко графічно показати взаємозв'язок між спостережуваною характеристикою й факторами, які впливають, і систематично й комплексно вирішувати питання зміни цієї характеристики, планово аналізувати фактори, взаємозв'язки яких часто виявляються дуже складними.

При побудові схем Ісікави застосовується така термінологія: «характеристика», «фактори», «проблемне питання», «кістки» або вектори. Під терміном «характеристика» розуміються конкретні дані, у яких виражаються результати процесів і робіт. Наприклад, параметри виробу, показники якості, собівартість виробу, різні економічні витрати, обсяг виробництва її збуту, час, прибуток, і інші показники можуть розглядатися як така «характеристика».

Під терміном «фактори» розуміють явища, які безпосередньо або побічно впливають на «характеристику». Це можуть бути фактори різних масштабів і під

великих, що безпосередньо впливають на «характеристику», до дрібних, які простежуються, як би піднімаючись нагору за течією. Фактори аналізують доти, поки не стануть ясними шляхи вживання конкретних заходів відносно значення «характеристики», тому що ціль складання цих схем полягає саме у пошуку найбільш правильних і економічних шляхів дій, які вживаються, щоб вплинути на кінцевий результат аналізованого процесу.

Під терміном «проблемне питання» розуміють ті з характеристик або результаті» процесу, які вимагають зміни й стосовно яких слід вжити конкретні заходи, щоб поліпшити даний показник, процес, параметр і т.д.

Як видно із рис. 4.5, за допомогою схеми Ісікави можна наочно показати зв'язок характеристики факторів, які впливають на неї, і взаємозв'язок між самими факторами. Діаграми Ісікави дають можливість виявити такі одночасно діючі на якість продукції фактори, як робота виконавця, матеріали, верстати й устаткування, технологічні методи тощо.

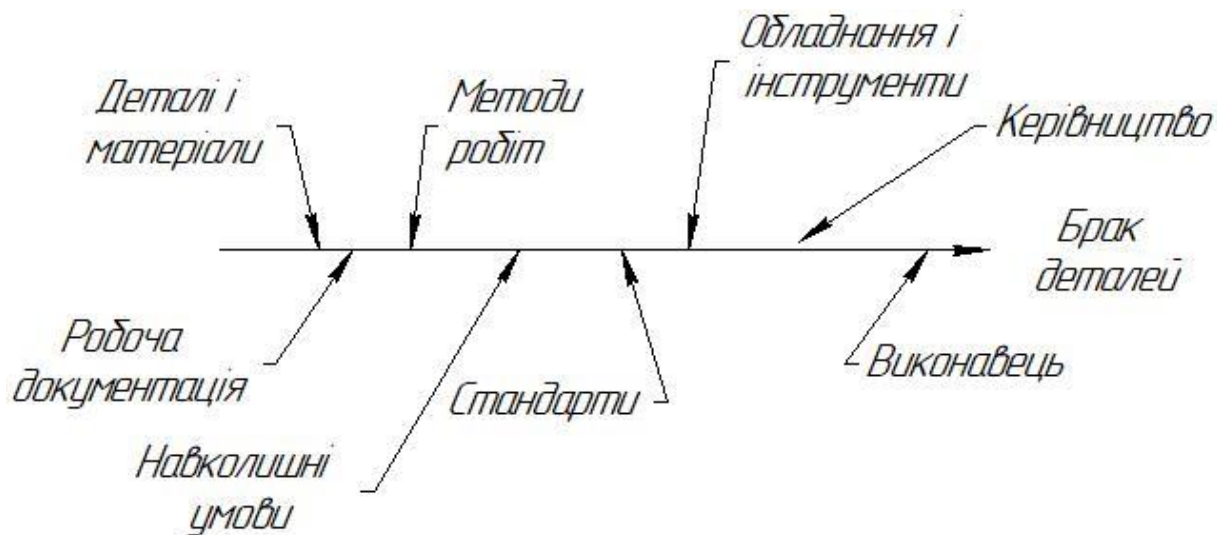


Рисунок 4.5 - Діаграма Ісікави, що розкриває різні фактори

Незважаючи на те, що схеми Ісікави в порівнянні з гістограмами, діаграмами Парето і контрольними картами є найпростішим статистичним методом контролю якості, японські фахівці вважають, що їх застосування може давати значний ефект у роботі із забезпечення якості продукції, а також при вирішенні таких важливих проблем, як: скорочення кількості рекламаций; підвищення продуктивності праці; підвищення обсягу випуску продукції; розробка раціоналізаторських пропозицій; підвищення ефективності використання устаткування; удосконалювання техніки безпеки й санітарно-гігієнічних умов на виробництві; виконання строків поставок і платежів; розробка й впровадження стандартів на технологічні операції; ефективне застосування контрольних карт; скорочення штатів; підтримка стабільного стану виробничого процесу; ліквідація зайвих складських запасів; запобігання

повторенню помилок у виробничому процесі; вивчення проблем «інженерної психології».

Порядок складання схем Ісікави:

- 1) постановка проблемного питання, тобто визначення спостережуваного показника (характеристики);
- 2) встановлення факторів, які впливають на величину характеристики;
- 3) систематизація встановлених факторів за **категоріями** (головні, середні, дрібні й т.д.);
- 4) визначення факторів за важливістю і їх черговістю;
- 5) занесення схеми в остаточному виді на бланк.

При постановці проблемного питання вибирають найбільш важливі з тих задач, які вимагають рішення в цей момент. Це можуть бути відповідальні пункти чергового виробничого плану або теми перспективних планів, що стосуються якості нових видів продукції, обсягу виробництва й збуту, попередньої оцінки вартісних показників. Дуже часто проблемними питаннями є повсякденні питання, що виникають у підрозділі, цеху, на виробничій ділянці або в бригаді, а також питання поточного контролю якості на виробництві.

При встановленні факторів з'ясовують думку зацікавлених сторін; рекомендується, щоб висловилося 5—10 співробітників і щоб це були спеціалісти, інтереси яких різні і які займають різне службове становище. Ті, що зібралися, висловлюються у вільній бесіді, але кожному дається 15—20 сек. Керує бесідою звичайно особа, відповідальна за дану ділянку робіт. Названі фактори записують на аркуші паперу, повішеному на стіні або класній дошці.

У процесі складання схеми намагаються уникнути критичних зауважень і питань по ходу справи.

При аналізі проблемних питань звертають особливу увагу на наступні моменти:

які верстати й машини відносяться до даної характеристики; чи немає помилок у перевірці й огляді верстатів перед початком робіт і протягом дня; як виявляють неполадки й поломки й чи правильно вживають у цьому випадку заходи; чи потрібно вдосконалити верстати й у чому саме; чи добре проводиться технічне обслуговування верстатів;

яка сировина й матеріали мають відношення до даної характеристики; яка властивість матеріалу впливає на характеристику; чи немає відхилень від норми в якості й кількості поставлених матеріалів; чи правильно вживають заходи у випадку виявлення під час роботи змішування матеріалів різної якості; чи немає недоліків в обігу з матеріалами;

який інструмент зазначений у даній характеристиці; який параметр інструмента впливає на характеристику; чи правильно ведеться огляд інструмента під час виконання технологічних операцій і при щоденній перевірці інструмента; чи відповідає якість інструмента встановленим нормам; чи досить добре й чітко визначені заходи, вжиті при поломці інструмента; чи правильні встановлені строки заміни інструмента; чи потрібно вдосконалити окремі деталі

інструментів; чи добре догляд за інструментом і упорядкування наприкінці робочого дня;

чи немає проблем у зв'язку з виробничим досвідом і кваліфікацій виконавців і чи правильно розставлені виконавці на робочих місцях; чи здорові виконавці; чи достатні знання виконавців щодо контролю якості - чи виконуються операції відповідно до креслень і іншою технічною документації й чи з'являється брак навіть при суворому дотриманні вимог нормативно-технічної документації; чи добре ставляться виконавці до роботи;

які з операцій визначені в даній характеристиці; чи правильні встановлені в цей момент методи технології; чи виконуються операції відповідно до креслень і інструкцій й чи немає в останніх пунктів, які вимагають уточнення, зміни або доробки; чи правильний порядок заміни й перегляду інструкцій і технічної документації на методи; чи забезпечується безпека праці виконавців; чи правильно здійснюється керівництво роботами на даній ділянці; чи не високі температура й вологість у приміщенні; чи добре освітлення робочого місця; чи достатня вентиляція, чи не галасливо в цеху й чи належна чистота й порядок у цеху й на робочих місцях;

які з вимірювальних приладів і інструментів зазначені в даній характеристиці; який клас точності вимірювальних приладів і інструментів, чи періодично проводиться їхня перевірка; чи добре працюють з вимірювальними приладами й інструментами; чи правильні методи виміру; чи немає проблем, пов'язаних з роботою контролерів; чи правильний порядок вимірів;

чи немає помилок у стандартах на комплектуючі деталі: на готові вироби, у стандартах на методи випробувань, на порядок проведення технічного контролю й т.д.; чи правильно зберігаються, упаковуються й транспортуються вироби; чи правильні заходи вжиті до бракованих і підлягаючих виправленню виробів.

Після того, як перераховані всі фактори, перевіряють, чи досить детальні схема й чи немає факторів, які не справляють *майже* ніякого впливу на характеристику. Потім схему уточнюють і записують в остаточному вигляді, виключивши фактори, які не мають значень, для зміни аналізованого параметра.

На японських підприємствах звертають велику увагу на те, щоб після складання плану були чітко зазначені виробничі ділянки й навіть конкретні особи й відділи, відповідальні за вживання заходів щодо того або іншого фактору. Обов'язково встановлюють терміни вжиття заходів.

Після складання плану вирішення проблемних питань його погоджують із вищими інстанціями й включають у план роботи цеху підприємства.

На думку японських фахівців, схеми Ісікави мають необмежені практичні можливості застосування, тому що дозволяють виявити й зрозуміти неясні раніше зв'язки якогось показника й факторів, які впливають на нього.

Контрольні карти

На японських підприємствах успішно застосовуються $\bar{x}$ - R , p , pn , z , i , x - контрольні карти, на метода складання й використання яких існують промислові стандарти JTS. Крім цих карт, успішно застосовують і інші види контрольних карт, наприклад: контрольна карта, заснована на стандартних даних, контрольна карта, складена по методу ймовірних меж, $\bar{x}$ — S і L — S -контрольні карти, контрольна карта Стевенса, контрольна карта з вузькими контрольними межами, карта з перемінною середньою й з контрольними межами, які переміщаються, для контролю коливань процесу, карти за виправленими даними, карти для реєстрації тенденції ходу технологічного процесу й карти с попереджувальними межами. Межі контролю в різних видах контрольних карт установлюються різними статистичними методами. На японських підприємствах застосовуються контрольні карти, засновані на правилі трьох сигм, що формулюється в такий спосіб: якщо випадкова величина розподілена за нормальним законом, то відхилення цієї величини від математичного очікування (за абсолютною величиною) не перевершує потроєного середнього квадратичного відхилення. На думку японських фахівців, при вмілому застосуванні цих карт можна з успіхом проводити майже всі види контролю.

Оскільки для дискретних випадкових величин і безперервних випадкових величин різні їхні статистичні властивості, то й для контролю різних параметрів застосовують три основних види контрольних карт.

$\bar{X}$ - $\bar{R} \cdot \bar{x}$ -- R , x — x контрольні карти використовують для контролю безперервних випадкових величин (довжини, ваги, міцності, часу, обсягу виробництва й ін.). За допомогою цих карт одержують найбільше інформації про стан процесу.

$\bar{x}$ — контрольні карти застосовують, головним чином, для спостереження зміни середніх значень розподілу.

R - контрольні карти служать для спостереження змін амплітуда розподілу, зміни розкиду. У деяких-специфічних випадках замість R - контрольних карт застосовують S -контрольні карти (S — середньоквадратичне відхилення від середнього значення).

$\bar{x}$ і R - контрольні карти звичайно застосовують разом. За допомогою цих карт можна спостерігати зміну стану процесу як розподіл. Ці карти особливо важливі в початковий період проведення контролю, оскільки це прості карти, які мають тільки верхню межу контролю і якими можуть користуватися навіть рядові виконавці, тому що в цьому випадку легко збирати статистичні дані й не потрібно складних попередніх розрахунків відносно технологічних процесів. Вони дають найбільше технічної інформації, показують зміну розподілу, тобто зміна середніх арифметичних розмахів, що дозволяє вивчати можливості виробничого процесу.

$\bar{x}$ — R - контрольні карти це карти, де замість $\bar{x}$ (середніх значень розподілу) використані x , тобто медіани. Їх застосовують у тих випадках, коли на виробництві важко й складно вести розрахунок середніх значень. Рядові

виконавці, майстри й бригадири за допомогою цих карт можуть легко контролювати свою роботу.

x - контрольні карти потрібні для нанесення значень окремих безперервних випадкових величин, коли інтервал між одержанням окремих даних дуже великий. При складанні цих карт найчастіше можливі помилки, і тому користуватися ними треба дуже уважно.

Діаграма розсіювання

Для вивчення залежності між двома змінними показниками можна скористатися так званою діаграмою розсіювання. По ній можна, використовуючи кореляційний і регресивний аналізи, виявити кількісний зв'язок між двома параметрами. Діаграма дозволяє наочно показати характер змін, параметрів якості в часі з урахуванням впливу різних факторів.

Якщо y - показник якості, x - фактор, що впливає на якість, то на рис. 4.6. чітко простежується пряма кореляція (залежність). Зворотна кореляція спостерігається в тому випадку, коли при збільшенні значення x показник y зменшується.

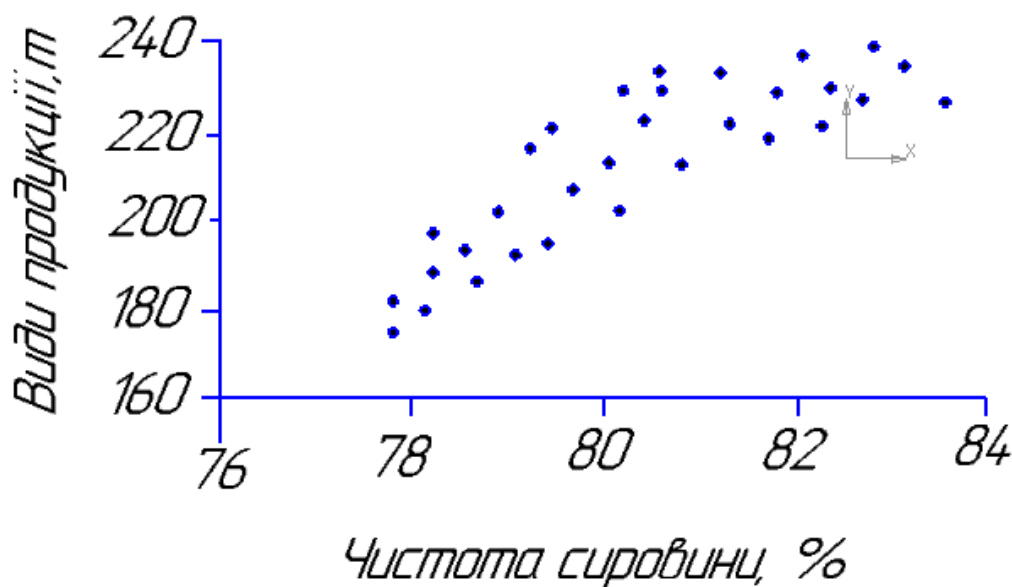


Рисунок 4.6 -Залежність виходу продукції від чистоти сировини (по 29 вимірах).

Однак якщо на графіку розкидання точок значне і нагадує «пляму», то виражена залежність між параметрами x і y відсутня.

Кореляція - це метод аналізу зв'язків шляхом порівняння двох взаємозалежних величин x і y . У тих випадках, коли фактор x є безперервною випадковою величиною й відповідно до зміни x безупинно міняється y , розшарування по x неможливо, і тоді важливо безупинно вивчати взаємодію x і y . Із цією метою застосовують графіки розсіювання.

Метод контрольних карт

Метод контрольних карт і графіків дуже ефективний, коли спостерігають вплив на характеристику різних послідовно вжитих заходів.

Створюючи контрольну карту, можна побачити, чи дає ефект захід, з метою зниження браку, тому що результат вживання ефективних заходів відразу ж відіб'ється на контрольній карті. У противному випадку результат на контрольній карті не видний, і варто перейти до інших дій.

На рис.4.7. приведена контрольна карта спостереження «тимчасового ряду», складена в одному з бюро контролю якості на заводі з виробництва синтетичної пряжі фірми «Курасікі Рэйен». На контрольній карті показано, як скоротилося число виправлень у намотуванні бобін після вжиття заходів, запропонованих членами бюро контролю якості.

Очевидно, що в цьому випадку зв'язок неполадок у намотуванні й причин, що виливають на них, були проаналізовані правильно й вжиті необхідні заходи.

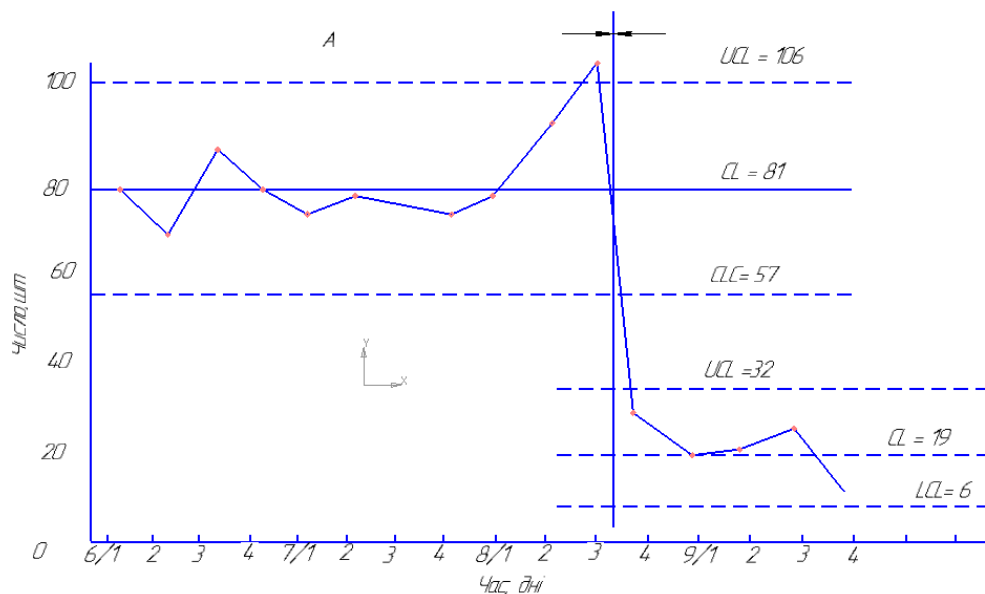


Рис. 4.7. Контрольна карта спостереження тимчасового ряду: А - до вжиття відповідних заходів для скорочення числа виправлень; Б - після вжиття заходів.

Гістограма

Гістограма - це метод спостереження згрупованих по частоті даних, який при крайній простоті обробки дає багато корисної інформації про розкид якості, середніх значеннях різних характеристик, про точність ходу технологічного процесу й точність роботи верстатів і устаткування.

Гістограма являє собою один з видів стовпчикової діаграми.

Метод гістограми широко застосовується на японських підприємствах при поточному контролі якості виробів у процесі виробництва, при вивченні якісних і кількісних можливостей виробничих процесів. За допомогою гістограм порівнюють рівень якості виробів з вимогами стандарту, з ходом процесу до й після удосконалень або вжиття заходів, які усувають неполадки.

Гістограми знаходять широке застосування при складанні місячних звітів цехів і заводів про якість виробленої продукції, звітів про результати технічного контролю, при показі зміни рівня якості по місяцях і інших випадках.

Гістограми застосовують при навчанні виконавців методам контролю якості.

На рис. 4.8. наведена гістограма, складена в бюро контролю якості на одному із заводів фірми «Ніхон Юсі» (у процесі проведення роботи з поліпшення контролю ваг у цеху з виробництва динаміту). На гістограмі показані результати зважування на автоматичних вагах.

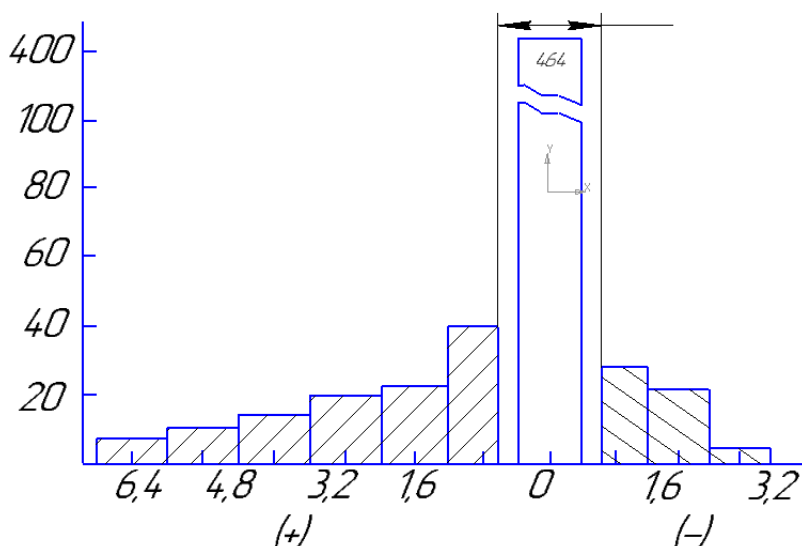


Рис. 4.8. Гістограма результатів аналізу.

Контрольні листки

Контрольні листки - аркуші збирання даних, використовуються при проведенні поточного контролю з метою розуміння виду розподілу показників якості, перевірки браку й обстеження порушень і неполадок у технологічному процесі й т.д. Форма листків розробляється відповідно до ситуації на місцях і з метою збирання даних з урахуванням конкретної мети і задачі, що поставлені перед підприємством.

Як відомо, на виробництві часто буває необхідно знати вид розподілу таких показників якості, як твердість матеріалів, розміри деталей, склад хімічних продуктів. Для розуміння розподілу цих показників застосовують гістограми. Це звичайний спосіб, за допомогою якого одержують форму Розподілу, середні показники, розкид. Для складання гістограми збирають дані й обробляють їх. Використання контрольних листків спрощує збір і обробку даних і складання гістограм.

Крім вивчення форми розподілу частот показників якості в процесі виробництва, контрольні листки застосовують при контролі готових виробів і виявленні недоброякісної продукції. Для зниження відсотка браку необхідно мати інформацію про те, скільки видів дефектів у готовому виробі, які неполадки в устаткуванні й порушеннях ходу технологічного процесу й у якій кількості.

Для вжиття ефективних заходів погрібні також докладні відомості з окремих видів дефектів. Тому контролери при перевірці виробів заповнюють контрольні листки, куди записані передбачувані види браку. Такий збір даних не вимагає великих затрат праці й часу, а зібрана інформація буває дуже корисна при проведенні вдосконалень. Наприклад, контрольні листки використовують для збирання даних про дефекти монтажу дрібних радіоелектронних деталей, про брак поверхневої обробки, покриття і т.д. Ці листки дозволяють аналізувати види дефектів, місця й частоту їх появи.

На рис. 4.9. зображений контрольний листок, на який нанесені зібрані протягом місяця відомості про число випадків появи вищерблін на поверхні далекоміра в процесі поверхневої обробки корпусу фотоапарата. На контрольному листку видно, що вищерблени за розташуванням концентруються на верхній площині праворуч. За допомогою подібного контрольного листка легко з'ясувати, яку частину становить брак поверхні далекоміра в числі дефектів всієї поверхні фотоапарата.

Дата заповнення листка.....

Число перевірених деталей.....

Число деталей з виявленими дефектами.....

Прізвище контролера.....

Прізвище особи, яка заповнила листок.....

Рис. 4.9. Контрольний листок браку на поверхні далекоміра

Аркуш збирання даних полегшує систематичний збір даних, дозволяє виявляти закономірності в явищах, наприклад, їхню повторюваність, з метою одержання реальної картини. Це формує основу для подальших, наприклад, графічних оцінок і полегшує проведення аналізу. При цьому простому методі визначаються категорії невідповідностей (дефектів) продукції, а поява цих невідповідностей відбивається у формі таблиці із штрихами. Наведений нижче приклад аркуша збирання даних наочно ілюструє принцип дії даного методу відображення й можливості щоденного застосування у двох площинах. По горизонталі інформація (підсумовування штрихів) надає частоту появи кожної категорії дефектів, по вертикалі надається тимчасовий розвиток (зміна часу) частоти появи дефектів. Приклад застосування в машинобудівному виробництві: дефекти підшипника.

Місяць/ Дефект	Січень				
	6	7	8	9	?
Розмір					26
Форма					9
Поглиблення					8
Вага					52
Поверхня					7
Усього	29	22	25	26	102

Рис.4.10. Приклад аркуша збору даних

Діаграма послідовності дій

Діаграма потоку (дії) дає можливість зобразити складні процеси з різними компетентністю й задачами таким чином, щоб їхня структура й логіка були прозорі й зрозумілі. Діаграма дозволяє виконавцям повніше й наочніше ознайомитися з переліком своїх задач, у той час, як письмове формулювання всього ходу подій охопити складніше.

Зразок заповнення діаграми послідовності дій:

1. Установити невідповідну продукцію
2. Позначити продукцію
3. Покласти на ізолюваний склад
4. Провести випробування
5. Брак?
6. Зняти турботу
7. Доробка можлива?
8. Провести доробку
9. Провести повторне випробування
10. Результати випробувань позитивні?
11. Спеціальний дозвіл
12. Передати продукцію на відвантаження
13. Включити витрати

4.2. Стандарти статистичного приймального контролю продукції

Для успішного застосування статистичних методів контролю якості продукції необхідні стандарти, доступні широкому колу інженерно-технічних працівників. Стандарти на статистичний приймальний контроль забезпечують можливість об'єктивно порівнювати рівні якості партій однотипної продукції як у часі, так і на різних підприємствах. Сформулюємо деякі вимоги до стандартів із статистичного приймального контролю.

Стандарт має містити досить велику кількість планів, що мають різні оперативні характеристики. Це дозволить вибрати плани контролю з урахуванням особливостей виробництва й вимог споживача до якості продукції. Бажано, щоб у стандарті були зазначені різні типи планів: одноступеневі, двоступеневі, плани послідовного контролю й т.д.

При приймальному контролі якості партій готової продукції, сировини й напівфабрикатів важливі не стільки результати контролю окремої партії, скільки результат контролю послідовності партій виробів. Тому в стандартах має бути представлена система правил, що вказує, який конкретно план контролю з безлічі наявних у стандарті варто використовувати для контролю конкретної партії. Бажано враховувати результати контролю попередніх партій. При розладнаннях технологічного процесу, коли на контроль надходять партії продукції з підвищеною кількістю дефектних виробів, споживач може наполягати на використанні планів посиленого контролю, що забезпечують задане значення межі середнього рівня вихідної якості. У цьому зв'язку стандарт має містити правила переходу з нормального контролю на посилений і навпаки. У тих випадках, коли якість продукції досить висока, можна використовували плани полегшеного контролю.

Таким чином, основними елементами стандартів на приймальному контролі є:

- таблиці планів вибіркового контролю, використовувани в умовах нормального ходу виробництва, а також планів для посиленого контролю в умовах розладнань і для полегшеного контролю при досягненні високої якості;
- правила вибору планів з урахуванням особливостей контролю;
- правила переходу з нормального контролю на посилений або полегшений і зворотний перехід при нормальному ході виробництва;
- методи обчислення наступних оцінок показників якості контрольованого процесу.

У ряді сучасних стандартів плани посиленого й полегшеного контролю пов'язані з таблицями планів нормального контролю простим співвідношенням. Наприклад, при одноступеневому контролі перехід від нормального до посиленого зводиться до зменшення приймального числа з без зміни обсягу вибірки n . Якщо ж $z = 0$, то збільшується тільки обсяг вибірки.

У тих випадках, коли відхилені партії піддаються суцільному контролю, план вибирають із урахуванням середнього числа виробів n_{cp} , контрольованих у партії при нормальному ході виробництва. Розрахунок n_{cp} проводять у припущенні, що частка дефектних виробів у партіях постійна й дорівнює $\bar{q}$.

Залежно від гарантій, забезпечуваних планами приймального контролю, існують різні методи побудови планів:

➤ Установлюють значення ризику постачальника α і ризику споживача β і висувають вимогу, щоб оперативна характеристика $P(q)$ пройшла приблизно через дві точки: q_0, α і q_m, β , де q_0 і q_m - відповідно прийнятний і бракувальний рівні якості. Цей план можна назвати компромісним, тому що він забезпечує захист інтересів як споживача, так і постачальника.

➤ Вибирають одну крапку на кривій оперативної характеристики и приймають одну чи кілька додаткових незалежних умов (наприклад, q_L або мінімальний обсяг контролю n_{cp} при заданому значенні q).

Перша система планів статистичного приймального контролю, що знайшла широке застосування в промисловості, була розроблена Доджем і Ромінгом. Плани цієї системи передбачають суцільний контроль виробів із забракованих партій і заміну дефектних виробів придатними. Запропоновано таблиці одноступеневих і двоступеневих планів вибіркового контролю двох видів. Одні плани забезпечують ризик споживача $\beta=0,1$ при вісьмох значеннях бракувального рівня якості q_m (0,5; 1,0; 2,0; 3,0; 4,0; 5,0; 7,0; 10,0%), а інші гарантують значення q_1 межі середнього рівня вихідної якості. Крім того, плани Доджа-Ромінга забезпечують мінімальний обсяг контрольних операцій при середній частці дефектних виробів у продукції, що надходить на контроль m . Значення t визначається за результатами попереднього контролю. Умова мінімуму обсягу вибірки при $q_0 = q_m$ є другим критерієм вибору конкурентного плану.

Для прикладу розглянемо таблицю одноступеневих планів вибіркового контролю, що гарантують ризик споживача $\beta=0,1$ при бракувальному рівні якості $q_m=0,01$ і обсягів партій від 1000 до 4000 виробів (табл. 4.4.).

Таблиця 4.4.

Одноступеневі плани вибіркового контролю

Обсяг партій	Параметри плану при середньому рівні вхідної якості q , %								
	0?0,010			0,011? 0,10			0,11? 0,2		
	п	з	q_L , %	п	з	q_L , %	п	з	q_L , %
1001 ? 3.210	3.41	0	0,15	3.41	0	0,15	3.41	0	0,15
3.211 ? 3000	3.41	0	0,15	375	1	0,20	505	2	0,23
3001 ? 4000	3.41	0	0,15	380	1	0,20	510	2	0,24

Поряд з параметрами планів p і z у таблиці дано значення межі середнього рівня вихідної якості q_L , забезпечувані планами контролю.

У таблиці 4.5. як приклад приводяться одноступеневі плани вибіркового контролю, що забезпечують значення $q_L=2\%$ при обсягів партії $N=801$ ч 1000 виробів. Поряд з параметрами планів p і z дані значення бракувального рівня якості q_m , що відповідають ризику постачальника $\beta=0,1$.

Таблиця 4.5.

Одноступеневі плани вибіркового контролю

Обсяг товарів	Параметри плану при середньому рівні вхідної якості q , %								
	0? 0,04			0,05 ? 0,40			0,41 ? 0,80		
	п	з	q_L , %	п	з	q_L , %	п	з	q_L , %
801 ? 1000	18	0	12,0	40	1	9,6	40	1	9,6

ДСТУ ISO 2859-1-2001 Статистичний контроль. Вибірковий контроль за альтернативною ознакою. Частина 1. Плани вибіркового контролю, визначені приймальним рівнем якості для послідовного контролю партій (ISO 2859-1:1999, IDT), ДСТУ ISO 2859-5:2009 Статистичний контроль.

Вибірковий контроль за альтернативною ознакою. Частина 5. Система планів послідовного відбирання, індексованих межами прийняття якості (МПЯ) для послідовного вибіркового перевірення партій (ISO 2859-5:2005, IDT), ДСТУ ISO 2859-10:2009 Статистичний контроль. Контроль за альтернативною ознакою вибірковий. Частина 10. Вступ до серії стандартів ISO 2859 щодо відбирання проб за альтернативною ознакою (ISO 2859-10:2006, IDT) містить плани одноступеневого й двоступеневого приймального контролю. В основу стандарту покладене поняття прийнятного рівня якості q_0 , що розглядається як максимально припустима споживачем частка дефектних виробів у партії, виготовленої при нормальному ході виробництва. Імовірність α забракувати партію із часток дефектних виробів, рівної q_0 , для планів стандартів мала й зменшується в міру зростання обсягу вибірки.

Зрівняємо оперативні характеристики планів посиленого, нормального й полегшеного контролю партії з $N = 1000$ виробів при прийнятному рівні якості $q_0 = 0,09\%$

Відповідно до стандартів, нашим умовам відповідають плани: посилений ($n = 120$, $z = 2$), нормальний ($n = 80$, $z = 2$) і полегшений ($n = 20$, $z = 0$). На рисунку 4.11 приводяться оперативні характеристики цих планів.

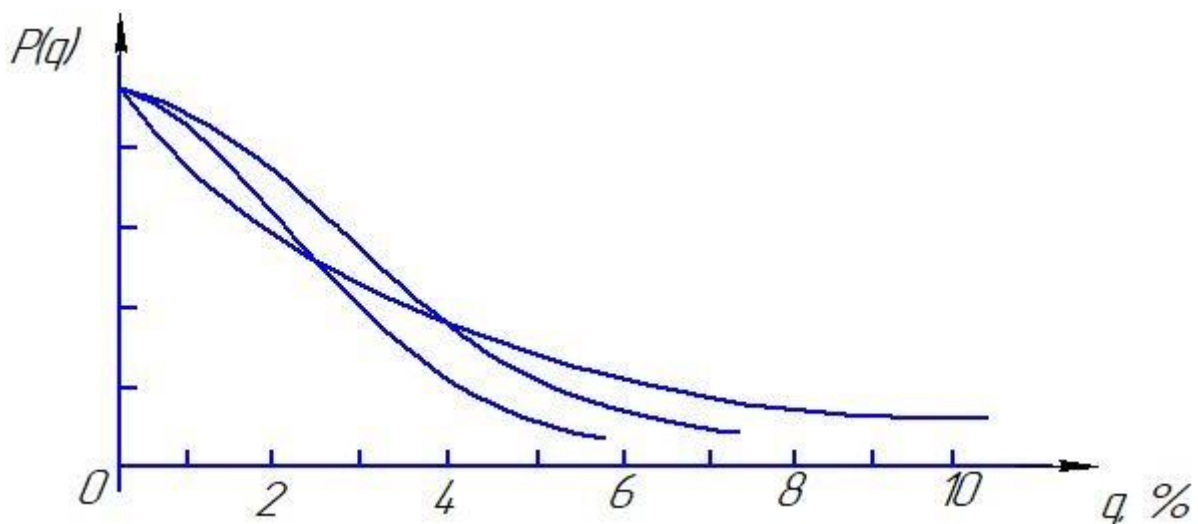


Рисунок 4.11 - Порівняння оперативних характеристик планів нормального, посиленого й полегшеного контролю партій виробів при $N = 1000$ і $q_0 = 0,09\%$

Як бачимо, план посиленого контролю вимагає найбільших витрат на контроль ($n = 120$), але забезпечує кращий захист інтересів споживача. Наприклад, при бракувальному рівні якості $q = 5\%$ посилений план контролю забезпечує ризик споживача $\beta = 0,05$, а нормальний план лише $\beta = 0,25$. У рамках системи планів приймального контролю, двоступеневі плани підібрані таким чином, що їх оперативні характеристики близькі до одноступінчатого. Таким чином при обраному значенні прийнятного рівня якості q_0 одноступеневі й двоступеневі плани мають однакову ймовірність приймання партії, але різняться

за середнім числом виробів , контрольованих у партії. Середній обсяг вибірки для планів двоступеневого контролю приблизно на 20% менше, ніж в одноступеневих. Однак, як ми вже відзначали, двоступеневі плани мають більше складну організацію.

При контролі виробів по декількох ознаках стандартом рекомендується класифікувати дефекти на три класи: критичні, значні й малозначні - і для кожного класу вибирати свій план контролю.

СПИСОК НОРМАТИВНОЇ ДОКУМЕНТАЦІЇ

1. ДСТУ 2681-94 Метрологія. Терміни та визначення. З поправкою
2. ДСТУ 2709-94. Державна система забезпечення єдності вимірювань. Автоматизовані системи керування технологічними процесами. Метрологічне забезпечення. Основні положення
3. ДСТУ ISO 10012:2005 Системи керування вимірюванням. Вимоги до процесів вимірювання та вимірювального обладнання (ISO 10012:2003, IDT)
4. ДСТУ OIML D 23:2008 Метрологія. Принципи метрологічного контролю обладнання для повірки (OIML D 23:1993, IDT)
5. ДСТУ OIML D 27:2008 Метрологія. Повірка засобів вимірювальної техніки первинна за наявності у виробника системи управління якістю (OIML D 27:2001, IDT)
6. ДСТУ ISO 11462-1:2006 Статистичний контроль. Настанови щодо здійснення статистичного контролю за процесом. Частина 1. Елементи статистичного контролю за процесом (ISO 11462-1:2001, IDT)
7. ДСТУ 3514-97 Статистичні методи контролю та регулювання. Терміни та визначення
8. ДСТУ ISO 11095:2004 Статистичний контроль. Лінійне калібрування з використанням довідкових матеріалів (ISO 11095:1996, IDT)
9. ДСТУ 3021-95 Випробування і контроль якості продукції. Терміни та визначення
10. ДСТУ OIML D 16:2008 Метрологія. Принципи забезпечення метрологічного контролю (OIML D 16:1986, IDT)
11. ДСТУ ISO/TR 10017:2005 Настанови щодо застосування статистичних методів згідно з ISO 9001:2000 (ISO/TR 10017:2003, IDT). З Поправкою
12. ДСТУ-Н 7919:2015 Система технологічного підготовки виробництва. Настанови щодо проектування систем і процесів технічного контролювання
13. ДСТУ-3Т ISO/TR 8550-3:2009 Статистичний контроль. Настанови щодо вибирання та використання систем вибіркового приймального контролю для перевіряння окремих предметів у партіях. Частина 3. Контроль вибіркового за кількісною ознакою (ISO/TR 8550-3:2007, IDT)
14. ДСТУ-3Т ISO/TR 8550-1:2009 Статистичний контроль. Настанови щодо вибирання та використання систем вибіркового приймального контролю для перевіряння окремих предметів у партіях. Частина 1. Контроль вибіркового приймального (ISO/TR 8550-1:2007, IDT)
15. ДСТУ ISO 3951-5:2009 Статистичний контроль. Процедури відбирання для перевірення за кількісною ознакою. Частина 5. Плани послідовного відбирання, індексовані межею прийняття якості (МПЯ) для перевірення за кількісною ознакою (за відомого значення стандартного відхилення) (ISO 3951-5:2006, IDT)

16. ДСТУ ISO 13448-1:2010 Статистичний контроль. Процедури вибіркового приймального контролю, основанийі на принципі розподілу пріоритетів (ППП). Частина 1. Настанови щодо застосування PPP (ISO 13448-1:2005, IDT)
17. ДСТУ ISO 2859-10:2009 Статистичний контроль. Контроль за альтернативною ознакою вибіркового. Частина 10. Вступ до серії стандартів ISO 2859 щодо відбирання проб за альтернативною ознакою (ISO 2859-10:2006, IDT)
18. ДСТУ ISO 2859-1:2001 Статистичний контроль. Вибірковий контроль за альтернативною ознакою. Частина 1. Плани вибіркового контролю, визначені приймальним рівнем якості для послідовного контролю партій (ISO 2859-1:1999, IDT)
19. ДСТУ ISO 8423:2010 Статистичний контроль. Плани послідовного вибіркового контролю для перевіряння відсотка невідповідностей за кількісною ознакою з визначеним стандартним відхилом (ISO 8423:2008, IDT)
20. ДСТУ ISO 11843-3:2006 Статистичний контроль. Здатність до виявлення. Частина 3. Методологія визначення критичного значення змінної відгуку, якщо відсутні дані калібрування (ISO 11843-3:2003, IDT)
21. ДСТУ ISO 11843-4:2006 Статистичний контроль. Здатність до виявлення. Частина 4. Методологія порівняння найменшого виявленого значення із заданим значенням (ISO 11843-4:2003, IDT)
22. ДСТУ ISO 21247:2007 Статистичний контроль. Комбіновані системи відбирання зразків з повною відповідністю та процедури контролювання процесу під час приймання продукції (ISO 21247:2005, IDT)
23. ДСТУ ISO 13448-2:2009 Статистичний контроль. Процедури вибіркового приймального контролю, основанийі на принципі розподілу пріоритетів (ППП). Частина 2. Узгоджені плани одиничного відбирання для вибіркового приймального контролю за якісною ознакою (ISO 13448-2:2004, IDT)
24. ДСТУ ISO 11648-1:2010 Статистичний контроль. Вибірковий контроль матеріалів насипом. Частина 1. Загальні принципи (ISO 11648-1:2003, IDT)
25. ДСТУ ISO 11095:2004 Статистичний контроль. Лінійне калібрування з використанням довідкових матеріалів (ISO 11095:1996, IDT)
26. ДСТУ ISO 8422:2010 Статистичний контроль. Плани послідовного вибіркового контролю для перевіряння за якісною ознакою (ISO 8422:2006, IDT)
27. ДСТУ ISO 3951-3:2009 Статистичний контроль. Процедури вибирання для перевірки за кількісною ознакою. Частина 3. Плани подвійного вибирання для послідовної перевірки партій, визначених межею прийняття якості. Загальні технічні вимоги (ISO 3951-3:2007, IDT)
28. ДСТУ ISO 11648-2:2010 Статистичний контроль. Вибірковий контроль матеріалів насипом. Частина 2. Контроль сипких матеріалів (ISO 11648-2:2001, IDT)

29. ДСТУ ISO 11843-5:2010 Статистичний контроль. Здатність до виявлення. Частина 5. Методологія для випадків лінійного та нелінійного калібрування (ISO 11843-5:2008, IDT)
30. ДСТУ ISO 11843-1:2005 Статистичний контроль. Здатність до виявлення. Частина 1. Терміни та визначення (ISO 11843-1:1997, IDT)
31. ДСТУ ISO 18414:2009 Статистичний контроль. Процедури вибіркового приймального контролю за якісною ознакою. Системи відбирання нуль-прийняття контролювання вихідної якості, які базуються на кредитному принципі (ISO 18414:2006, IDT)
32. ДСТУ ISO 2859-5:2009 Статистичний контроль. Вибірковий контроль за альтернативною ознакою. Частина 5. Система планів послідовного відбирання, індексованих межами прийняття якості (МПЯ) для послідовного вибіркового перевірення партій (ISO 2859-5:2005, IDT)
33. ДСТУ ISO 3951-1:2016 Статистичний контроль. Процедури вибирання для перевірки за кількісною ознакою. Частина 1. Плани одиничного вибирання для послідовної перевірки партій з одиничною характеристикою якості та визначеною межею прийняття якості. Загальні технічні вимоги (ISO 3951-1:2013, IDT)
34. ДСТУ ISO 3951-2:2016 Статистичний контроль. Процедури вибирання для перевірки за кількісною ознакою. Частина 2. Плани одиничного вибирання для послідовної перевірки партій відносно незалежних характеристик якості з визначеною межею прийняття якості. Загальні технічні вимоги (ISO 3951-2:2013, IDT)
35. ДСТУ ISO 7870-1:2016 Статистичний контроль. Карти контрольні. Частина 1. Загальні настанови (ISO 7870-1:2014, IDT)
36. ДСТУ ISO 7870-2:2016 Статистичний контроль. Карти контрольні. Частина 2. Карти Шухарта (ISO 7870-2:2013, IDT)
37. ДСТУ ISO 7870-3:2016 Статистичний контроль. Карти контрольні. Частина 3. Карти приймального контролю (ISO 7870-3:2012, IDT)
38. ДСТУ ISO 13053-1:2016 Статистичний контроль. Кількісні методи покращення процесу. Шість Сигма. Частина 1. Методологія (ISO 13053-1:2011, IDT)
39. ДСТУ ISO 13053-2:2016 Статистичний контроль. Кількісні методи покращення процесу. Шість Сигма. Частина 2. Інструменти і методи (ISO 13053-2:2011, IDT)
40. ДСТУ ISO 14560:2016 Статистичний контроль. Процедури вибіркового приймального контролю за альтернативною ознакою. Визначені рівні якості в одиницях невідповідних предметів на мільйон (ISO 14560:2004, IDT)
41. ДСТУ ISO 3951-4:2016 Статистичний контроль. Процедури вибирання для перевірки за кількісною ознакою. Частина 4. Процедури оцінювання задекларованих рівнів якості (ISO 3951-4:2011, IDT)
42. ДСТУ ISO 7870-5:2016 Статистичний контроль. Карти контрольні. Частина 5. Спеціалізовані контрольні карти (ISO 7870-5:2014, IDT)

43. ДСТУ ISO 11843-6:2016 Статистичний контроль. Здатність до виявлення. Частина 6. Методологія для визначення критичного і найменшого виявленого значень у вимірюваннях, розподілених за законом Пуассона, за допомогою нормальних апроксимацій (ISO 11843-6:2013, IDT)
44. ДСТУ ISO 11843-7:2016 Статистичний контроль. Здатність до виявлення. Частина 7. Методологія, основана на стохастичних властивостях інструментального шуму (ISO 11843-7:2012, IDT)
45. ДСТУ ISO 28801:2016 Статистичний контроль. Плани подвійного відбирання за альтернативною ознакою з найменшими розмірами вибірок, визначеними ризиком якості виробника та споживача (ISO 28801:2011, IDT)
46. ДСТУ ISO 7870-4:2016 Статистичний контроль. Карти контрольні. Частина 4. Карти кумулятивних сум (ISO 7870-4:2011, IDT)
47. ДСТУ-ЗТ ISO/TR 8550-2:2009 Статистичний контроль. Настанови щодо вибирання та використання систем вибіркового приймального контролю для перевіряння окремих предметів у партіях. Частина 2. Контроль вибіркового за якісною ознакою (ISO/TR 8550-2:2007, IDT)
48. ДСТУ ISO/TR 7242:2002 Хімічне аналізування легких металів та їх сплавів. Статистичне обробляння результатів міжлабораторних випробувань (ISO/TR 7242:1981, IDT)
49. ДСТУ ISO 2854:2008 Статистичне опрацювання даних. Методи оцінювання та перевірки гіпотез про середні значення і дисперсії (ISO 2854:1976, IDT)
50. ДСТУ ISO 3534-1:2008 Статистика. Словник термінів і позначки. Частина 1. Загальні статистичні терміни та терміни теорії ймовірностей (ISO 3534-1:2006, IDT)
51. ДСТУ ISO 3534-2:2008 Статистика. Словник термінів і позначки. Частина 2. Прикладна статистика (ISO 3534-2:2006, IDT)
52. ДСТУ ISO 3534-3:2005 Статистика. Словник термінів і позначення. Частина 3. Планування експерименту (ISO 3534-3:1999, IDT). З поправкою (ІПС № 7-2007).

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Защепкіна Н. М., Шульга О. В., Наконечний О. А. Метрологічне забезпечення інформаційно-вимірювальних систем : навч. посіб. / Н. М. Защепкіна, О. В. Шульга, О. А. Наконечний – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 176 с. іл.
2. Васілевський О.М., Кучерук В.Ю., Володарський Є.Т. Невпевненість результатів вимірювань, контролю та випробувань : підручник / О.М. Васілевський, В.Ю. Кучерук, Є.Т. Володарський. – Херсон: «ОЛДІ-ПЛЮС», 2020. – 352 с.
3. Володарський Є.Т., Кошева Л.О. , Клевцова М.О. Адаптивний вимірювальний контроль. Теоретичні та практичні аспекти: монографія/ Є.Т. Володарський, Л.О. Кошева, М. О. Клевцова – Вінниця, 2021. – 161 с.
4. Автоматизація аналізу вимірювальних пристроїв. Курс лекцій : навчальний посібник / Ю. М. Туз, Ю. С. Шумков, О. В. Козир ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 318 с.
5. Володарський Є. Т., Кухарчук В. В., Поджаренко В. О., Сердюк Г. Б. Метрологічне забезпечення вимірювань і контролю. Навчальний посібник. – Вінниця : ВНТУ, 2001. – 219 с.
6. Васілевський, О.М. Основи теорії невизначеності вимірювань : підручник / О.М.Васілевський, В.Ю.Кучерук, Є. Т. Володарський. – Вінниця : ВНТУ, 2012. – 230 с.
7. Федорович В. О. Метрологічне забезпечення якості продукції: навч. посібник / В. О. Федорович, Л. І. Пупань, Є. В. Островерх. – Харків: НТУ «ХПІ», 2022. – 104 с.
8. Математичне забезпечення технічних засобів вимірювання і контролю / [В. У. Ігнаткін та ін.] ; за ред. проф. В. У. Ігнаткіна ; Дніпров. держ. техн. ун-т (ДДТУ). - Кам'янське : ДДТУ, 2019. - 340 с.
9. Статистична обробка даних : навч. посіб. / Є. Т. Володарський, Л. О. Кошева. - К. : НАУ, 2008. - 307 с.
10. Методи калібрування засобів вимірювальної техніки в умовах експлуатації [Текст] : монографія / Є. Т. Володарський, Л. О. Кошева, І. О. Потоцький ; Нац. техн. ун-т України "Київ. політехн. ін-т ім. Ігоря Сікорського". - Вінниця : Барановська Т. П., 2022. - 159 с.
11. Метрологічне забезпечення вимірювань і контролю [Текст] : навч. посібник для студ. техн. спец. вищих навч. закладів / Є. Т. Володарський [и др.]; Вінницький держ. технічний ун-т. - Вінниця : ВДТУ, 2001. - 220 с.
12. Eidson, J. C. (2006). Measurement, control, and communication using IEEE 1588. Springer Science & Business Media.
13. Wisweh, L., & Sandau, M. (2000, September). Quality evaluation of measurement instruments. In Proceedings of the XVI IMEKO World Congress, Vienna, Austria (Vol. 8, pp. 473-482).

14. Raghavendra, N. V., & Krishnamurthy, L. (2013). Engineering metrology and measurements (Vol. 1, No. 2). Oxford, UK:: Oxford University Press.
15. Karkoszka, T., & Szewieczek, D. (2010). Control of measurement equipment in the aspect of integrated quality management. *Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering*, 40(1), 95-102.
16. Ryan, T. P. (2011). Statistical methods for quality improvement. John Wiley & Sons.
17. Montgomery, D. C. (2019). Introduction to statistical quality control. John Wiley & Sons.
18. Selvamuthu, D., & Das, D. (2018). Introduction to statistical methods, design of experiments and statistical quality control. Singapore: Springer Singapore.
19. Shewhart, W. A., & Deming, W. E. (1986). Statistical method from the viewpoint of quality control. Courier Corporation.
20. Lu, J. C., Jeng, S. L., & Wang, K. (2009). A review of statistical methods for quality improvement and control in nanotechnology. *Journal of Quality Technology*, 41(2), 148-164.
21. Mittag, H. J., & Rinne, H. (2018). Statistical methods of quality assurance. Routledge.
22. Vardeman, S. B., & Jobe, J. M. (2016). Statistical methods for quality assurance (pp. 62-75). Springer-Verlag New York.
23. Burr, I. W. (2018). Statistical quality control methods. Routledge.
24. Meeker, W. Q., Escobar, L. A., & Pascual, F. G. (2022). Statistical methods for reliability data. John Wiley & Sons.
25. Misra, K. B. (2012). Reliability analysis and prediction: A methodology oriented treatment. Elsevier.