

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЧЕРКАСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ФАКУЛЬТЕТ ЕЛЕКТРОННИХ ТЕХНОЛОГІЙ, АВТОТРАНСПОРТУ ТА
МАШИНОБУДУВАННЯ

НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНИЙ ПОСІБНИК
до виконання курсової роботи
з дисципліни «Похибки та невизначеності вимірювань»
для здобувачів освітнього ступеня «магістр»
зі спеціальності 175 Інформаційно-вимірювальні технології
усіх форм навчання

Черкаси
2024

УДК 681.2 (075.8)
Н 15

*Затверджено вченою радою ФЕТАМ,
протокол № 1 від 21.02.2024 р.,
згідно з рішенням кафедри
приладобудування, мехатроніки та
комп'ютеризованих технологій,
протокол № 6 від 29.01.2024 р.*

Упорядники: Трембовецька Р.В., д.т.н., доцент,
Гальченко В.Я., д.т.н., професор,
Тичков В.В., к.т.н., доцент,
Базіло К.В., д.т.н., професор

Рецензент Тимчик Г.С., д.т.н., професор, декан приладобудівного факультету Національного технічного університету України «КПІ ім. Ігоря Сікорського»

Навчально-методичний посібник до виконання курсової роботи з дисципліни «Похибки та невизначеності вимірювань» для здобувачів Н 15 освітнього ступеня «магістр» зі спеціальності 175 Інформаційно-вимірювальні технології усіх форм навчання [Електронний ресурс] / [Упоряд.: Р.В. Трембовецька, В.Я. Гальченко, В.В. Тичков, К.В. Базіло]; М-во освіти і науки України, Черкас. держ. технол. ун-т. – Черкаси: ЧДТУ, 2024. – 128 с. – Назва з титульного екрана.

Видання знайомить здобувачів вищої освіти галузі знань 17 Електроніка, автоматизація та електронні комунікації зі спеціальності 175 Інформаційно-вимірювальні технології з деякими алгоритмами оцінювання невизначеності результатів вимірювань. Стисло подані основні теоретичні відомості необхідні для виконання завдань. Запропоновано послідовність та приклади розв'язку завдань з використанням пакету прикладних програм MathCAD та Excel.

УДК 681.2 (075.8)

Навчальне електронне видання
комбінованого використання

НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНИЙ ПОСІБНИК
до виконання курсової роботи
з дисципліни «Похибки та невизначеності вимірювань»
для здобувачів освітнього ступеня «магістр»
зі спеціальності 175 Інформаційно-вимірювальні технології
усіх форм навчання

Упорядники:
Трембовецька Руслана Володимирівна, **Гальченко** Володимир Якович,
Тичков Володимир Володимирович, **Базіло** Констянтин Вікторович

В авторській редакції

ЗМІСТ

СПИСОК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ	5
ВСТУП	7
КОМПЛЕКТАЦІЯ, ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ ТА ЗАХИСТУ КУРСОВОЇ РОБОТИ	10
1 ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ У ВИМІРЮВАННЯХ	11
1.1 Поняття невизначеності вимірювання	
1.2 Класифікація невизначеностей вимірювання	
1.3 Способи оцінювання невизначеностей	
<i>Оцінювання стандартної невизначеності за типом А</i>	
<i>Оцінювання стандартної невизначеності за типом В</i>	
<i>Розширена невизначеність</i>	
<i>Відносна невизначеність</i>	
2 ОЦІНЮВАННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ПРЯМИХ ВИМІРЮВАНЬ З ОДНОРАЗОВИМИ СПОСТЕРЕЖЕННЯМИ	22
Завдання 2.1. Оцінювання невизначеності результатів прямих одноразових вимірювань (<i>Оцінювання невизначеності вимірювання напруги постійного струму цифровим вольтметром</i>)	
3 ОЦІНЮВАННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ РЕЗУЛЬТАТІВ ПРЯМИХ ВИМІРЮВАНЬ З БАГАТОРАЗОВИМИ СПОСТЕРЕЖЕННЯМИ	31
Завдання 3.1 Розрахунок невизначеності вимірювання частоти синусоїдального сигналу	
Завдання 3.2 Розрахунок невизначеності калібрування платиногового термометру опору методом порівняння із зразковим термометром в термостаті	
Завдання 3.3 Оцінювання невизначеності вимірювального каналу активності іонів	
Завдання 3.4 Оцінювання невизначеності вимірювання довжини штрихової міри	
Завдання 3.5 Оцінювання невизначеності вимірювання зусилля	
Завдання 3.6 Оцінювання невизначеності комп'ютерно- вимірювальної системи контролю якості електроенергії	
4 ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ ОПОСЕРЕДКОВАНИХ ВИМІРЮВАНЬ	92
4.1 <i>Оцінювання невизначеності не корельованих вхідних величин</i>	
Завдання 4.1 Оцінювання невизначеності опосередкованих вимірювань віброприскорення при калібруванні акселерометра	
4.2 <i>Оцінювання невизначеності корельованих вхідних величин</i>	
ТЕРМІНИ ТА ВИЗНАЧЕННЯ	101

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ, ПЕРІОДИЧНИХ ВИДАНЬ, ОФІЦІЙНИХ ДЖЕРЕЛ ІНФОРМАЦІЇ В МЕРЕЖІ INTERNET 103

ДОДАТКИ

ДОДАТОК А 106

Додаток А1 - Зразок оформлення титульної сторінки до курсової роботи

Додаток А2 - Зразок оформлення титульної сторінки до розрахунково-пояснювальної записки

Додаток А3 - Технічне завдання на курсову роботу

Додаток А4 - Зразок оформлення титульної сторінки для розрахунково-пояснювальної записки

ДОДАТОК Б - ДОВІДНИКОВІ ТАБЛИЦІ 124

Таблиця Б1 - Функція нормального розподілу

Таблиця Б2 - Розподіл Стюдента $P\left\{|t| < t_p = 2 \int_0^{t_p} s(t; k) dt\right\}$ значення t_p

Таблиця Б3 - Інтегральна функція χ^2 – розподілу Пірсона. Значення $\chi_{k;P}^2$ для різних k та P

Таблиця Б4 - Значення ν_α при різних кількостях вимірювань n

СПИСОК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

x_i - оцінка i -ї вхідної величини

x_{il} - l -й результат вимірювання i -ї вхідної величини

\bar{x}_i - середнє арифметичне значення i -ї вхідної величини

y - оцінка вимірюваної величини

u - стандартна невизначеність

u_A - стандартна невизначеність, оцінена за типом А

u_B - стандартна невизначеність, оцінена за типом В

$u(x_i)$ - стандартна невизначеність оцінки i -ї вхідної величини

u_i - стандартна невизначеність одиничного вимірювання i -ї вхідної величини

$r(x_i, x_j)$ - коефіцієнти кореляції оцінок i -ї та j -ї вхідних величин

u_c - сумарна стандартна невизначеність

k - коефіцієнт охоплення

$t_p(v)$ - квантиль розподілу Стюдента для довірчої ймовірності (рівня довіри) p та числа степенів свободи v

v_i - число степенів свободи при розрахунку невизначеності оцінки i -ї вхідної величини

v_{eff} - ефективне число степенів свободи прийняте у Рекомендаціях

\hat{v}_{eff} - оцінка ефективного числа степенів свободи

U - розширена невизначеність;

U_p - розширена невизначеність до рівня довіри p

S - СКВ випадкової похибки результату вимірювання

$S(x_i)$ - СКВ одиничного вимірювання при багатократних вимірюваннях i -ї вхідної величини

$S(\bar{x}_i)$ - СКВ середнє арифметичне значення при багатократних вимірюваннях i -ї вхідної величини

S_Σ - СКВ суми випадкових і невиключених систематичних похибок

K - коефіцієнт при підсумовуванні систематичної і випадкової складової сумарної похибки, прийнятий в НД «ГСИ по метрології»*

f_{ϕ} - оцінка ефективного числа степенів свободи, прийнята в НД

Δ_p - довірчі границі сумарної похибки результату вимірювання для довірчої ймовірності p

z_p - квантиль нормального розподілу для довірчої ймовірності p

θ_i - границі i -ї складової невиключеної систематичної похибки

$\theta(p)$ - довірчі границі систематичної похибки вимірювання для довірчої ймовірності p

b_i - нижня границя відхилення вимірюваної величини від результату вимірювання

b_{i+} - верхня границя відхилення вимірюваної величини від результату вимірювання

b_i - симетричні границі відхилення вимірюваної величини від результату вимірювання

ВСТУП

Теорія похибок, що сформована на основі теоретичних та експериментальних досліджень, широко використовується у вітчизняній метрологічній практиці. Однак, починаючи з 70-х років в міжнародній спільноті метрологів починається дискусія про доцільність переходу до нового показника оцінки точності вимірювань.

Після постановки експерименту та проведення будь-яких вимірювань виникає питання оцінювання результатів, встановлення достовірності отриманих даних із врахуванням зовнішніх факторів впливу. Сучасні вимоги щодо встановлення достовірності результатів вимірювання ґрунтуються на концепції «оцінювання невизначеності вимірювань», яка є більш точною та дозволяє врахувати майже всі впливи на результат вимірювання, у порівнянні з концепцією «оцінювання похибки», що застосовувалася до нині [1-3]. Між двома концепціями «невизначеності результату вимірювання» і «похибки результату вимірювання» є суттєві відмінності, які необхідно враховувати, складаючи методики обробки дослідних даних і подаючи кінцевий результат.

Перехід від оцінки похибок вимірювання до оцінки невизначеностей не впроваджується широко не тільки через відсутність чітких державних вимог, але і через необізнаність науковців з цим питанням. Тому, готуючи наукові кадри другого рівня вищої освіти зі спеціальності «Інформаційно-вимірювальні технології», проектна група та розробники освітньо-професійної програми, передбачили здобуття магістром поглиблених теоретичних та практичних знань, вмінь, навичок з оцінювання невизначеності результатів вимірювання в межах вивчення дисципліни «Похибки та невизначеності вимірювань».

В результаті магістр набуває професійної компетентності «Вибрати оптимальні методи та розроблювати програми експериментальних досліджень та випробувань, проводити вимірювання з вибором сучасних технічних засобів та обробкою результатів вимірювання»

У 1993 році Міжнародна організація зі стандартизації (ISO) прийняла документ під назвою "Guide for estimation of uncertainty in measurements" (Керівництво з оцінки невизначеності вимірювань), а в 2001 році Міждержавною радою зі стандартизації, метрології і сертифікації було прийнято міждержавний документ [1, 2], учасником якого є Україна. Міжнародні метрологічні організації розробили, узгодили та затвердили принципово новий підхід до оцінки якості вимірювання на заміну традиційних методів розрахунку систематичної і випадкової похибки. Як відомо [1, 4], для багатьох вимірювальних задач систематична і випадкова похибки не можуть адекватно показати якість вимірювання і, відповідно, оцінити придатність результату для практичного застосування. При оцінці випадкової похибки існує таке поняття, як «істинне значення» вимірюваної величини, яке може бути знайдене лише тільки після серії вимірювань і обробки результатів. Також ніколи не можна мінімізувати випадкову похибку до нуля. Ще один із недоліків традиційної оцінки похибки полягає в тому, що досить часто неможливо чітко розмежувати систематичну і випадкову похибки. Тобто коли джерел систематичної похибки декілька, і всі

вони вносять співвимірний вклад в кінцевий результат, то вимірювана величина буде змінюватися випадковим чином без яскраво виражених ознак систематичних відхилень.

В рекомендаціях міжнародних метрологічних організацій однією із головних причин переходу до нових методів оцінки якості вимірювання вказується той факт, що оцінка систематичної похибки за границею допустимої знижує точність результату [4].

Також існує некоректність застосування поняття «похибка» при змішуванні його з іншими за змістом поняттями «характеристики похибки результату вимірювання», «довірчі границі похибки».

Як відомо у переважній більшості практичних вимірювальних задач похибка вимірювання описується як алгебраїчна сума (зі своїми знаками) всіх її складових в певному експерименті з конкретним екземпляром засобу вимірювання, коли кожна зі складових впливає на сумарну через певний коефіцієнт впливу C_i :

$$\Delta = \sum_{i=1}^n C_i \cdot |\Delta_i|$$

Виникає задача оцінювання характеристик сумарної похибки, якщо відомі характеристики складових.

За невеликої кількості складових похибки, визначають верхню оцінку похибки вимірювання, як її безумовне граничне значення. При цьому обчислюють суму граничних похибок аргументів (помножених на модулі коефіцієнтів впливу $|C_i|$):

$$\Delta_{gp.} = \pm \sum_{i=1}^n |C_i| \cdot |\Delta_{i.gp.}|$$

Якщо похибка вимірювання містить велику кількість складових, то мало імовірно, щоб усі вони одночасно прийняли своє найбільше (граничне) значення та ще й всі з погодженими знаками.

При оцінці «характеристики похибок» оперують великою кількістю можливих значень похибок у віртуальних чи реальних експериментах з різноманітними екземплярами засобів вимірювання даного типу при допустимій варіації умов вимірювання. Тому загальноприйняті оцінки середнього квадратичного відхилення, не виключеної систематичної похибки і довірчих границь множини похибок результатів вимірювання вже не відповідають поняттю похибки. Ці оцінки фактично характеризують не похибку, а розкид значень, що приписується вимірюваній величині на основі використаної інформації, тобто маємо «невизначеність» [1-4].

Отже, «невизначеність вимірювання», як параметр, характеризує розсіювання множини можливих значень результатів вимірювання в певній вимірювальній ситуації, але це не похибка конкретного результату вимірювання.

Отже, при розробці нових підходів до оцінки якості вимірювання закладалися наступні основоположні принципи [1]:

- В багатьох випадках поняття систематичної і випадкової похибки нероздільні, тому їх поділ не відповідає вимогам до якості вимірювання;
- Оцінка систематичної похибки потребує формулювання сурових норм та правил; до них також повинні бути застосовані ймовірнісні оцінки;
- Оцінка якості вимірювання повинна проводитися за міжнародними правилами, єдиними для всіх країн - учасниць Метричної конвенції.

КОМПЛЕКТАЦІЯ, ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ ТА ЗАХИСТУ КУРСОВОЇ РОБОТИ

Зміст курсової роботи повинен мати такі сторінки і розділи:

- **Титульна сторінка курсової роботи (додаток А1)**
- **Титульна сторінка до розрахунково-пояснювальної записки (додаток А2)**
 - **Технічне завдання (додаток А3). Бланк завдання на курсову роботу (додаток А4)**
 - **Розрахунково пояснювальна записка складається із розділів відповідно до технічного завдання**

Курсова робота складається розділів розрахунково-пояснювальної записки. Курсова робота виконується у відповідності з виданим технічним завданням (технічне завдання вибирається в залежності від форми навчання студента та варіанту див. додаток А3). Номер варіанту визначає керівник. Робота виконується рівномірно протягом семестру після вивчення відповідних теоретичних розділів курсу.

Текстова частина пояснювальної записки виконується на листах формату А4 з основним надписом по ДСТУ ГОСТ 2.104:2006 Єдина система конструкторської документації. Основні написи (форма 2а).

Зміст виконується на листі формату А4 з основним надписом по ДСТУ ГОСТ 2.104:2006 Єдина система конструкторської документації. Основні написи форма 2.

Кожний розділ текстового документа рекомендується починати з нової сторінки. Всі рисунки і таблиці повинні мати свій номер і назву. Скорочені слова “табл.”, “рис.” використовувати не дозволяється. Всі розрахунки слід виконувати в міжнародній системі SI.

Після перевірки керівником розрахунків і графічних документів, курсову роботу необхідно зброшурувати й помістити в папку. Титульних сторінок має бути дві: одна на розрахунково-пояснювальній записці, друга на папці.

Кожне завдання курсової роботи оцінюється у відповідну кількість балів в залежності від складності. Критерії оцінювання кожного завдання наведені СПДН <http://fet.moodle.chdtu.edu.ua/> відповідної дисципліни «Похибки та невизначеності вимірювань» в розділі «критерії оцінювання знань».

Загальна оцінка за курсову роботу складається з оцінки за виконання кожного завдання (50 %) та оцінки за захист КР (50 %)

На титульній сторінці керівник розписується в тому, що курсова робота допущена до захисту. Після захисту на титульній сторінці ставиться оцінка і дата захисту.

Всі матеріали необхідні для виконання та оформлення курсової роботи розміщені на освітньому ресурсі СПДН <http://fet.moodle.chdtu.edu.ua/>

1 ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ У ВИМІРЮВАННЯХ

1.1 Поняття невизначеності вимірювання

Слово «невизначеність» означає сумнів, і, отже, у широкому сенсі «невизначеність вимірювання» означає сумнів щодо достовірності результату вимірювання.

Невизначеність вимірювання - невід'ємний параметр, пов'язаний з результатом вимірювання, який характеризує дисперсію значень, що можуть бути достатньо обґрунтовано приписані вимірюваній величині [1]

Невизначеність (непевність) результату вимірювання показує відсутність точного значення вимірюваної величини. Результат вимірювання після внесення поправки на відомі систематичні ефекти залишається лише оцінкою значення вимірюваної величини через невизначеності внаслідок випадкових ефектів і неточної поправки результату на систематичні ефекти.

Результат вимірювання (після внесення поправки) може бути максимально близьким до значення вимірюваної величини (і тому мати дуже малу похибку), навіть якщо він має велику невизначеність. Отже, невизначеність результату вимірювання не можна плутати з невідомою похибкою, що залишилася.

Невизначеність результату вимірювання необов'язково є вказанням на правдоподібність того, що результат вимірювання близький до значення вимірюваної величини; це просто оцінювання близькості результату вимірювання до найкращого значення, що відповідає наявним на цей час значенням.

Невизначеність (непевність) вимірювання виражає той факт, що для даної вимірюваної величини і для даного результату її вимірювання немає єдиного значення, а є нескінченне число значень, розсіяних навколо результату, який узгоджується з усіма спостереженнями та даними.

На практиці існує багато можливих джерел невизначеностей (непевностей) при вимірюваннях, зокрема такі:

- Неповне визначення вимірюваної величини;
- Неточна реалізація визначення вимірюваної величини;
- Вибірка, що не відображується, - отримане значення може не відображати вимірювану величину;
- Неточні відомості про вплив навколишнього середовища на вимірювання або недосконале вимірювання умов навколишнього середовища;
- Суб'єктивна систематична похибка оператора при знятті показань з аналогових приладів;
- Кінцева роздільна здатність приладу або поріг чутливості;
- Неточні значення, приписані еталонам, що використовуються при вимірюванні, стандартним зразкам речовин і матеріалів;
- Неточні значення констант та інших параметрів, які були отримані із зовнішніх джерел і використовуються в алгоритмі опрацювання даних;

- Апроксимації та припущення, що використовуються у методі вимірювання і вимірювальній процедурі;
- Зміни в повторних спостереженнях вимірюваної величини при явно однакових умовах.

Введення поняття «невизначеність вимірювання» є вимушеною мірою, необхідною для одноманітного і спрощеного оцінювання достовірності вимірювання, оскільки її визначення здійснюється на основі одержуваних результатів вимірювання, відомих умовах вимірювання і характеристик використовуваної апаратури, а не на невідомому істинному значенні вимірюваної величини.

1.2 Класифікація невизначеностей вимірювання

Невизначеність (непевності) вимірювання можна систематизувати за наступними ознаками:

- За способами оцінювання;
- За формами подання.

Метою поділу на тип А та В є показ двох різних способів оцінювання компонентів невизначеності, і він використовується тільки для зручності обговорення. Обидва типи оцінювання базуються на розподілах ймовірностей, і компоненти невизначеності кожного типу кількісно визначаються дисперсією або стандартним відхиленням.

За типом А оцінюються невизначеності, що підлягають повторним вимірюванням, до яких можна застосувати статистичні методи.

За типом В оцінюються невизначеності, до яких статистичні методи застосувати неможливо. В таких випадках використовують інші відомі способи.

Що стосується систематизації невизначеностей за формами подання, то вони поділяються:

- Стандартні;
- Комбіновані;
- Розширені;
- Відносні стандартні;
- Відносні комбіновані;
- Відносні розширені.

Стандартна невизначеність u - невизначеність (непевність), що виражається як стандартне середньоквадратичне відхилення (СКВ).

Сумарна стандартна невизначеність (комбінована) u_c - невизначеність (непевність), що отримується шляхом підсумовування всіх складових стандартних невизначеностей, пов'язаних з вимірюваною величиною.

Розширена невизначеність U - інтервал навколо результату вимірювання, в межах якого ймовірно розташована більшість розподілу значень, які з достатнім обґрунтуванням можуть бути приписані вимірюваній величині.



Рисунок 1.1 - Класифікація невизначеності вимірювання

Відносна стандартна невизначеність - відношення стандартної невизначеності до оцінки вимірюваної величини.

Відносна комбінована невизначеність - відношення комбінованої невизначеності до оцінки вихідної величини.

Відносна розширена невизначеність - відношення розширеної невизначеності до оцінки вихідної величини.

1.3 Способи оцінювання невизначеностей

Оцінка невизначеності, що характеризує точність методу вимірювання називається апріорною, її визначають:

- Під час розроблення методики вимірювання з метою регламентування приписаної невизначеності в усіх, передбачених методикою, умовах вимірювання;

- За відсутності методики або приписаного значення невизначеності - перед вимірюванням, для оцінки можливої невизначеності.

На підставі усієї наявної інформації про причини й джерела невизначеностей обчислюють окремі складові невизначеності за типом В, комбіновану невизначеність та розширену невизначеність. Підґрунтям апріорного оцінювання невизначеності є теорія ймовірності, яка дозволяє досліджувати та описувати закони розподілу випадкових величин.

Оцінка невизначеності для конкретних результатів вимірювання є апостеріорною, її визначають безпосередньо після вимірювання, за конкретних

умов, за певною методикою із застосуванням конкретних типів засобів вимірювальної техніки. Підґрунтям апостеріорного оцінювання невизначеності є методи математичної статистики, які можна використати для оцінки міри розсіювання результатів багатократних спостережень.

Оцінювання стандартної невизначеності за типом А

Оцінювання компонентів невизначеності за типом А засновано на розподілах частоті. Тому для оцінювання стандартної невизначеності за типом А необхідно провести n незалежних спостережень вимірюваної величини x в умовах повторюваності.

У більшості випадків найкращою доступною оцінкою математичного сподівання чи очікуваного значення μ_x величини x , що змінюється випадковим чином, є середнє арифметичне значення із n спостережень:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n} \quad (1.1)$$

Стандартну невизначеність одиничного вимірювання i -ї вхідної величини розраховують за формулою:

$$u_A = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (1.2)$$

Найкраща оцінка $\sigma_x^2 = \frac{\sigma^2}{n}$ дисперсії середнього значення $u_A^2(\bar{x}) = \frac{u_A^2}{n}$.

Із урахуванням даних виразів експериментальне стандартне відхилення середнього значення розраховують за формулою:

$$u_A(\bar{x}) = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (1.3)$$

Для зменшення стандартної невизначеності результату вимірювання доцільно виконувати вимірювання з багатократними спостереженнями.

Оцінювання стандартної невизначеності за типом В

Для оцінювання x_i вхідної величини X_i , яка не була отримана в результаті повторних спостережень, пов'язані з ними оцінена дисперсія $u^2(x_i)$ або стандартна невизначеність $u(x_i)$ визначаються на базі наукового судження, що базується на всій доступній інформації про можливу змінність X_i . Тобто, стандартну невизначеність типу В одержують з передбачуваної функції щільності вірогідності, основаної на ступені впевненості в тому, що подія обов'язково відбудеться [1].

Фонд інформації може містити:

- Дані про вигляд розподілу ймовірностей;
- Невизначеності констант і довідникових даних;
- Специфікацію виробника; дані, що наводяться у свідченнях про повірку, калібрування чи в інших сертифікатах;
- Дані отримані в результаті досвіду, або загальні знання про поведінку і властивості відповідних матеріалів та засобів вимірювальної техніки.

Правильне використання фонду доступної інформації для оцінювання стандартної невизначеності за типом В потребує інтуїції, заснованої на досвіді та загальних знаннях, і є майстерністю, яка приходить з практикою. Слід визнати, що оцінка стандартної невизначеності за типом В може бути такою ж надійною, як і оцінка за типом А, особливо у вимірювальній ситуації, коли оцінювання за типом А ґрунтується на невеликій кількості статистично незалежних спостережень [1, 3, 9].

Найбільш розповсюджений спосіб формалізації неповного знання про значення величини полягає в прийнятті (постулаті) рівномірного закону розподілу можливих значень цієї величини у заданих (нижній та верхній) границях b_{i-} - b_{i+} . При цьому стандартну невизначеність, що розраховується по типу В визначають за формулою [1-3]:

- для рівномірного розподілу:

$$u_B(x_i) = \frac{b_{i+} - b_{i-}}{2\sqrt{3}} \quad (1.4)$$

А для симетричних границь ($\pm b_i$) - за формулою:

$$u_B(x_i) = \frac{b_i}{\sqrt{3}} \quad (1.5)$$

- для трикутного закону:

$$u_B(x_i) = \frac{b_{i+} - b_{i-}}{\sqrt{24}} \quad (1.6)$$

- для трапецевидного закону:

$$u_B(x_i) = \frac{[b_{i+} - b_{i-}] \cdot \sqrt{1 + \beta^2}}{\sqrt{24}} \quad (1.7)$$

де β - параметр, який визначається наступним співвідношенням:

$$\beta = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \quad (1.8)$$

де $\lambda_1 = \frac{|(b_{1+} - b_{1-}) - (b_{2+} - b_{2-})|}{2}$, $\lambda_2 = \frac{b_+ - b_-}{2}$; $b_+ = b_{1+} + b_{2+}$; $b_- = b_{1-} + b_{2-}$

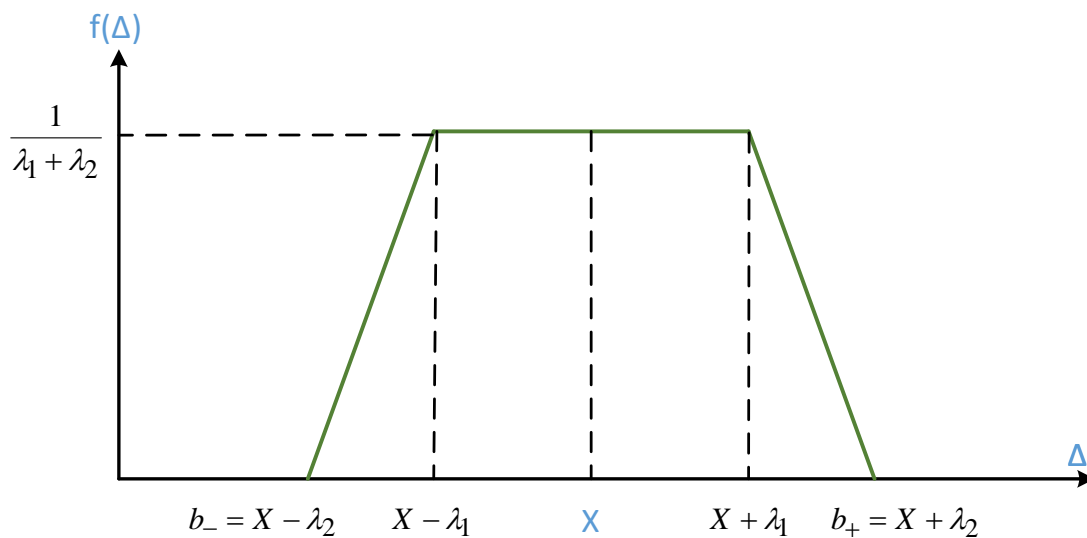


Рисунок 1.2 - Трапецієподібна функція розподілу ймовірності

При зміні β від 0 до 1 трапецієподібний розподіл змінюється від трикутного до рівномірного

- для експоненціального закону:

$$u_B(x_i) = \sqrt{\frac{(b_+ - x) \cdot (x - b_-) - (b_+ - 2 \cdot x + b_-)}{\lambda}} \quad (1.9)$$

де x - сподіване значення;

λ - параметр розподілу.

- для арксинусного закону:

$$u_B(x_i) = \frac{b_{i+} - b_{i-}}{\sqrt{8}} \quad (1.10)$$

- нормального закону:

$$u_B(x_i) = \frac{U_p}{k_p} \quad (1.11)$$

де U_p - заданий інтервал з відомим рівнем довіри P (або розширена невизначеність);

k_p - коефіцієнт охоплення, який для нормального закону розподілу дорівнює:

Довірчий рівень	Коефіцієнт охоплення k_p
0,9	1,64
0,95	1,96
0,99	2,58
0,9973	3

Оцінювання сумарної стандартної невизначеності (комбінована невизначеність) при не корельованих вхідних величинах

Стандартна невизначеність оцінки у вимірюваної величини Y і отже, результату вимірювання, утворюється шляхом відповідного підсумовування стандартних невизначеностей вхідних оцінок x_1, x_2, \dots, x_n . Така стандартна невизначеність оцінки у позначається $u_c(y)$ і називається **комбінованою** [1-3].

Результати вимірювань вважають *не корельованими*, коли всі вхідні величини є незалежними.

Комбінована невизначеність $u_c(y)$ є додатним квадратним коренем із комбінованої дисперсії $u_c^2(y)$, яка розраховується за формулою [1-3]:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot u^2(x_i) \quad (1.12)$$

де f - відома функціональна залежність, що з'єднує параметри, знайдені експериментально шляхом застосування прямих вимірювань з шуканою величиною y , яка вимірюється непрямим методом;

$u(x_i)$ - стандартна невизначеність (типу А або В) для кожного параметру, вимірюваного прямим методом;

$c_i = \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)$ - частинні похідні називають коефіцієнтами чутливості, які показують, як вихідна оцінка y змінюється зі зміною вхідної оцінки x_i .

Комбінована невизначеність $u_c(y)$ є оціненим стандартним відхиленням і характеризує розкид значень, які можуть бути з достатньою підставою приписані вимірюваній величині Y .

Рівняння (1.12) отримують в результаті апроксимації рівняння вимірювання рядом Тейлора першого порядку і воно є **законом розподілу невизначеності**.

Комбіновані невизначеності для різних видів рівнянь вимірювання зведені в табл.1.1 [1-3].

Таблиця 1.1 - Комбіновані невизначеності для рівнянь вимірювання різного виду

Рівняння вимірювання	Комбінована невизначеність
$Y = X_1 \pm X_2 \pm \dots \pm X_N$	$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N u^2(x_i)}$
$Y = C_1 \cdot X_1 \pm C_2 \cdot X_2 \pm \dots \pm C_N \cdot X_N$	$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N C_i^2 \cdot u^2(x_i)}$
$Y = \prod_{i=1}^N X_i = X_1 \cdot X_2 \cdot \dots \cdot X_N$	$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \frac{u^2(x_i)}{x_i^2}}$
$Y = \frac{X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdot X_4}{X_5 \cdot X_6 \cdot X_7 \cdot X_8}$	
$Y = X_1 / X_2 / \dots / X_N$	
$Y = X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 + X_4 \cdot X_5 \cdot X_6 + \dots + X_{N-2} \cdot X_{N-1} \cdot X_N$	$u_c^2(y) = (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3)^2 \cdot (u_B^2(x_1) + u_B^2(x_2) + u_B^2(x_3)) + (x_4 \cdot x_5 \cdot x_6)^2 \cdot (u_B^2(x_4) + u_B^2(x_5) + u_B^2(x_6)) + \dots$
$Y = X^m$	$u_c(y) = m \cdot x^{m-1} \cdot u(x)$
$Y = \ln\left(\frac{X_1}{X_2}\right) = \ln(X_1) - \ln(X_2)$	$u_c(y) = \sqrt{\frac{u^2(x_1)}{x_1^2} + \frac{u^2(x_2)}{x_2^2}}$
$Y = \ln(X_1 \cdot X_2) = \ln(X_1) + \ln(X_2)$	
$Y = (X_1 \pm X_2) \cdot (X_3 \pm X_4)$	$u_c(y) = \sqrt{\frac{u^2(x_1) + u^2(x_2)}{(x_1 + x_2)^2} + \frac{u^2(x_3) + u^2(x_4)}{(x_3 + x_4)^2}}$
$Y = \frac{(X_1 \pm X_2)}{(X_3 \pm X_4)}$	

Оцінювання сумарної стандартної невизначеності (комбінована невизначеність) при корельованих вхідних величинах

Коли вхідні величини корельовані, то вираз для комбінованої дисперсії $u_c^2(y)$ пов'язаної з результатом вимірювання, буде мати вигляд [1-3]:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot u^2(x_i) + 2 \cdot \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial f}{\partial x_j} \cdot u(x_i) \cdot u(x_j) \cdot r(x_i, x_j) \quad (1.13)$$

де $r(x_i, x_j)$ - коефіцієнт кореляції [1-3]

$$r(x_i, x_j) = \frac{\sum_{l=1}^n (x_{il} - \bar{x}_i) \cdot (x_{jl} - \bar{x}_j)}{\sqrt{\sum_{l=1}^n (x_{il} - \bar{x}_i)^2 \cdot \sum_{l=1}^n (x_{jl} - \bar{x}_j)^2}} \quad (1.14)$$

Кореляції між вхідними величинами не можна ігнорувати, якщо вони є і значні.

Кореляція між двома вхідними величинами може існувати, якщо при їх визначенні використовують один і той самий ЗВТ, фізичний еталон вимірювання або довідникові дані, що мають значну невизначеність.

Наприклад, якщо поправка на температуру, що необхідна для оцінювання вхідної величини X_i , отримується за допомогою деякого термометру і така ж поправка необхідна для оцінювання вхідної величини X_j , то дві вхідні величини можуть бути корельовані. Проте, якщо X_i та X_j визначаються як величини без поправок або якщо величини, які визначають калібрувальну криву термометра, внесені в рівняння вимірювання як додаткові вхідні величини з незалежними стандартними невизначеностями, кореляція між X_i та X_j усувається.

Розширена невизначеність

Рекомендація INC-1 (1980) робочої групи з упорядкування звіту щодо невизначеності, що на сьогодні є фактично стандартом вираження якості вимірювань у міжнародній практиці та Рекомендація 1 (МК-1981) «Оцінка експериментальних невизначеностей» та Рекомендація 1 (1986) «Оцінка невизначеностей у роботах, проведених МКМВ», підтримують використання комбінованої невизначеності $u_c(y)$ як параметр для кількісного вираження невизначеності результату вимірювання [3].

Хоча комбінована невизначеність $u_c(y)$ може повсюдно використовуватися для вираження невизначеності результату вимірювання, проте в окремих випадках: у торгівлі, промисловості та регулювальних актах, а також коли справа стосується здоров'я і безпеки, доцільно додатково вказувати

інтервальну міру невизначеності, що визначає інтервал для результату вимірювання.

Додаткова міра невизначеності, що відповідає інтервальній оцінці невизначеності, називається *розширеною невизначеністю* і позначається U .

Розширену невизначеність одержують шляхом множення комбінованої невизначеності $u_c(y)$ на коефіцієнт охоплення k :

$$U = k \cdot u_c(y) \quad (1.15)$$

При виборі значення коефіцієнту охоплення k необхідно враховувати:

- необхідний рівень вірогідності;
- будь-яку інформацію про передбачуваний розподіл;
- інформацію про кількість дослідів, які буди проведені для оцінювання випадкових ефектів.

В загальному випадку коефіцієнт охоплення k вибирається у відповідності із формулою:

$$k = t_p(v_{eff}) \quad (1.16)$$

де $t_p(v_{eff})$ - квантиль розподілу Стюдента з ефективним числом степенів свободи v_{eff} і довірчою ймовірністю (рівнем довіри) p .

Ефективне число степенів свободи визначається за формулою Велча-Саттерстейта [1-3]:

$$v_{eff} = \frac{u_c^4}{\sum_{i=1}^m \frac{u^4(x_i)}{v_i} \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^4} \quad (1.17)$$

де v_i - число степенів свободи при розрахунку невизначеності оцінки i -ї вхідної величини, при цьому:

$v_i = n - 1$ - для розрахунку невизначеності за типом А;

$v_i = \infty$ - для розрахунку невизначеності за типом В.

В багатьох практичних випадках при розрахунку невизначеностей результат вимірювання роблять передбачення про нормальність закону розподілу можливих значень вимірюваної величини й приймають:

<i>Довірчий рівень p</i>	<i>Коефіцієнт охоплення k</i>
0,9	1,64
~0,95	2
~0,99	3

При передбаченні про рівномірний закон розподілу приймають

<i>Довірчий рівень p</i>	<i>Коефіцієнт охоплення k</i>
~0,95	1,65
~0,99	1,71

Відносна невизначеність

Враховуючи те, що відносна величина – це відношення двох однорідних фізичних величин, то **відносною невизначеністю** називають відношення стандартної, комбінованої або розширеної невизначеності до оцінки вимірюваної величини. Вирази для визначення відносної стандартної, відносної комбінованої та відносної розширеної невизначеності мають вигляд [1]:

$$\begin{aligned}\tilde{u}_{A(B)} &= \frac{u_{A(B)}(x)}{|x|}, \text{ при } |x| \neq 0; \\ \tilde{u}_c &= \frac{u_c(y)}{|y|}, \text{ при } |y| \neq 0 \\ \vec{U} &= \frac{U}{|y|}, \text{ при } |y| \neq 0\end{aligned}\tag{1.18}$$

Зазначені вище відносні невизначеності можуть виражатися не тільки у відносних величинах, але й у відсотках.

2 ОЦІНЮВАННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ПРЯМИХ ВИМІРЮВАНЬ З ОДНОРАЗОВИМИ СПОСТЕРЕЖЕННЯМИ

Прямі одноразові вимірювання виконують один раз, і значення фізичної величини визначають за показами засобів вимірювальної техніки (ЗВТ), призначеного для вимірювання цієї величини. Однак в деяких випадках прямі одноразові вимірювання повторюють декілька разів. Надлишкові вимірювання виконують для захисту від збоїв апаратури, аномальних результатів тощо, а кінцевий результат визначають за одним вимірюванням, яке вибирають з ряду проведених вимірювань. Оцінкою значення вимірюваної величини Y є безпосередньо показ ЗВТ.

Алгоритм обробки результатів прямих вимірювань з одноразовим спостереженням

1. Аналіз складових невизначеностей

1.1 Скласти специфікацію вимірювання:

- Аналіз умов вимірювання;
- Аналіз схеми вимірювання;
- Аналіз технічних характеристик приладу.

2. Вилучити відомі систематичні ефекти

3. Оцінка невилучених залишків систематичних ефектів вимірювання

$$u_i(U) = c_i \cdot u(x_i)$$

4. Підсумовування складових невизначеностей вимірювання

- $u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^m u(x_i)^2}$ - комбінована невизначеність;
- $U = k \cdot u_c(y)$ - розширена невизначеність.

5. Записати результат вимірювання

$$X = x \pm U, P = ** \%$$

Отже, для оцінювання результату прямого вимірювання з одноразовим спостереженням використовують способи оцінювання невизначеностей типу В. Підсумовують усі складові невизначеності, що оцінені за типом В та визначають комбіновану невизначеність. У випадках, коли потрібно подати інтервальну оцінку невизначеності, додатково визначають розширену невизначеність.

Сумарна стандартна невизначеність результатів прямих одноразових вимірювань оцінюється за типом В. Для цього необхідно апріорно знати значення всіх складових невизначеності, що були визначені раніше, до проведення вимірювання.

Завдання 2.1 Оцінювання невизначеності результатів прямих одноразових вимірювань (Оцінювання невизначеності вимірювання напруги постійного струму цифровим вольтметром)

Проводиться вимірювання напруги постійного струму цифровим вольтметром В7-37^{1*}. В результаті отримали $U_x = 0.347 \text{ В}$.

Вимірювання здійснено при температурі довкілля $t_1 = 26^\circ \text{C}$. Активний вхідний опір приладу $R_{вх}, \text{МОм}$. Відомо, що температурна похибка не перевищує основну на кожні 10°C відхилення температури від нормальних умов 20°C . Крок квантування сигналу q складає одиницю молодшого розряду.

Оцінити невизначеність результату вимірювання. Записати результат вимірювання.

Примітки:

1 на вказаний прилад необхідно знайти технічний паспорт та вписати основні технічні характеристики (основна відносна похибка, робочий діапазон температур, вхідний опір $R_{вх}, \text{МОм}$ і т.д) <http://www.jais.ru/texp-to.html>;*

$U_k, \text{В}$ - верхня границя вимірювання приладу - вибирається в залежності від необхідного значення вимірюваної величини.

Приклад виконання завдання 2.1

1. Складаємо специфікацію вимірювання:

❖ Аналіз умов вимірювання

• Вимірювання проводилися в лабораторних умовах при температурі

довкілля $t_1 = 26^\circ \text{C}$;

❖ Аналіз схеми вимірювання

• Границя вимірювання приладу $U_k = 1 \text{ В}$;

• Напруга вимірюється на виході джерела з внутрішнім опором $R_{вн} = (100 \pm 10) \text{кОм}$;

❖ Аналіз технічних характеристик приладу:

• Робочі умови застосування приладу: температура довкілля від 5 до 40°C ;

• Крок квантування приладу складає одиницю молодшого розряду $q = 0.001$;

• Граничне значення основної відносної похибки приладу В7-37 при вимірюванні постійної напруги на піддіапазоні $0-2 \text{ В}$ складає:

$$\delta = \pm \left[0,25 + 0,2 \cdot \left(\frac{U_k}{U_x} - 1 \right) \right] \%$$

• Границя додаткової похибки приладу при відхиленні температури довкілля від нормальної $t = 20^\circ \text{C}$ не перевищує в робочих умовах граничного значення основної похибки на 10°C зміни температури;

- Активний вхідний опір приладу $R_{\text{вх}} = (10 \pm 1) \text{ МОм}$.

2. Визначаємо виправлений результат вимірювання з урахуванням поправки на систематичну похибку вимірювання зумовлену шунтуванням опору джерела опором вольтметра:

$$U_R = U_x \cdot \frac{R_{\text{вн}} + R_{\text{вх}}}{R_{\text{вх}}} = 0,347 \cdot \frac{100 \cdot 10^3 + 10 \cdot 10^6}{10 \cdot 10^6} = 0,35047 \text{ В}.$$

3. Визначаємо оцінки складових $u_i(U) = c_i \cdot u(x_i)$ сумарної невизначеності вимірювання напруги:

3.1 Складова невизначеності результату, що зумовлена конструктивними особливостями вольтметра оцінюється через основну похибку при допущенні рівномірного закону розподілу можливих її значень в певних границях.

Оскільки $U_k = 1 \text{ В}$, а $U_x = 0,347 \text{ В}$, то відносна похибка отриманого результату буде:

$$\delta = \pm \left[0,25 + 0,2 \cdot \left(\frac{1}{0,347} - 1 \right) \right] = 0,626 \%$$

Тоді граничні значення, в яких знаходяться можливі абсолютні значення похибки, будуть:

$$\delta = \frac{\Delta}{X_n} \cdot 100\% \Rightarrow \Delta = \frac{\delta \cdot X_n}{100\%},$$

$$\Delta = \frac{\delta \cdot U_x}{100\%} = \frac{0,626\% \cdot 0,347}{100\%} = 2,174 \cdot 10^{-3} \text{ В}.$$

Отже, невизначеність, яка обумовлена основною похибкою вимірювання, в загальному вигляді дорівнює:

$$u_B(x_i) = \frac{b_i}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Тоді } u_B(\delta) = \frac{|\Delta|}{\sqrt{3}} = 1,255 \cdot 10^{-3} \text{ В}.$$

3.2 Невизначеність зумовлена відхиленням температури від нормальної

Оскільки вимірювання проводилися при температурі $t_1 = 26^\circ \text{C}$, то додаткова невизначеність буде:

$$u_B(\Delta t) = \frac{t_1 - t}{10} \cdot u_B(\delta) = 7,529 \cdot 10^{-4} \text{ В}.$$

3.3 Невизначеність, обумовлена квантуванням, тобто подання неперервної шкали значень напруги за допомогою деякого дискретного ряду,

різниця між сусідніми значеннями якого складає одиниці молодшого розряду пристрою.

Беремо рівномірний закон розподілу можливих значень напруги між сусідніми відліками вольтметра (які відрізняються на одиницю молодшого розряду), в загальному вигляді:

$$u_B(x_i) = \frac{b_{i+} - b_{i-}}{2 \cdot \sqrt{3}}.$$

$$\text{Тоді } u_B(q) = \frac{q}{2 \cdot \sqrt{3}} = 2,887 \cdot 10^{-4} \text{ В.}$$

3.4 Невизначеність поправки $u_B(p)$, зумовлена невизначеністю вхідного опору вольтметра $u_B(R_{\text{вх}})$ та невизначеністю опору джерела $u_B(R_{\text{вн}})$, визначається з виразу для поправки [1, 3]:

$$p = -(U_x - U_R) = U_x \cdot \frac{R_{\text{вн}}}{R_{\text{вх}}}$$

Розглядаючи цей вираз як рівняння непрямих вимірювань, з урахуванням відсутності кореляції між похибками визначення вхідного опору вольтметра та опору джерела, в загальному вигляді можна записати [1, 3]:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot u^2(x_i), \text{ де } c_i = \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right).$$

$$\text{Тоді } u_c(p) = \sqrt{c_{R_{\text{вн}}}^2 \cdot u^2(R_{\text{вн}}) + c_{R_{\text{вх}}}^2 \cdot u^2(R_{\text{вх}})},$$

$$\text{де } c_{R_{\text{вн}}} = \left(\frac{\partial p}{\partial R_{\text{вн}}} \right) = \frac{U_x}{R_{\text{вх}}} = \frac{0,347}{10 \cdot 10^6} = 3,47 \cdot 10^{-8} \text{ В/Ом};$$

$$c_{R_{\text{вх}}} = \left(\frac{\partial p}{\partial R_{\text{вх}}} \right) = -\frac{U_x \cdot R_{\text{вн}}}{R_{\text{вх}}^2} = -\frac{0,347 \cdot 10 \cdot 10^3}{(10 \cdot 10^6)^2} = 3,47 \cdot 10^{-10} \text{ В/Ом}.$$

Приймаємо всі значення опору всередині границь (min, max) рівномірно розподіленими, тоді можна оцінити за типом В невизначеності обох опорів в загальному вигляді:

$$u_B(x_i) = \frac{b_{i+} - b_{i-}}{2 \cdot \sqrt{3}}.$$

$$\text{Тоді } u_B(R_{\text{вн}}) = \frac{R_{\text{вн.max}} - R_{\text{вн.min}}}{2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{110 \text{ кОм} - 90 \text{ кОм}}{2 \cdot \sqrt{3}} = 5,77 \text{ кОм},$$

$$u_B(R_{\text{вх}}) = \frac{R_{\text{вх.max}} - R_{\text{вх.min}}}{2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{11 \text{ МОм} - 9 \text{ МОм}}{2 \cdot \sqrt{3}} = 0,5774 \text{ МОм}.$$

Тоді комбінована невизначеність поправки визначена за типом В із підстановкою числових значень буде:

$$u_c(p) = \sqrt{c_{R_{\text{вн}}}^2 \cdot u^2(R_{\text{вн}}) + c_{R_{\text{вх}}}^2 \cdot u^2(R_{\text{вх}})} =$$

$$= \sqrt{(3,47 \cdot 10^{-8})^2 \cdot (5,77 \cdot 10^3)^2 + (3,47 \cdot 10^{-10})^2 \cdot (0,577 \cdot 10^6)^2} = 2,833 \cdot 10^{-4} \text{ В.}$$

4. Комбінована стандартна невизначеність вимірювання напруги в загальному вигляді буде:

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^m u(x_i)^2}$$

Тоді із врахування всіх складових, що встановлені в п.3 маємо:

$$u_c(U) = \sqrt{u_B(\delta)^2 + u_B(\Delta t)^2 + u_B(q)^2 + u_B(p)^2} = 1,518 \cdot 10^{-3} \text{ В.}$$

Аналізуємо складові невизначеності. Як видно, невизначеність квантування значно менша ніж всі інші, тому перевіримо чи можна нею знехтувати. За правилом знехтування необхідно перевірити умову:

$$u_B(q) \leq 0,3 \cdot u_c(p)$$

$$0,0002887 \leq 0,3 \cdot 2,833 \cdot 10^{-4}$$

$$2,887 \cdot 10^{-4} > 8,5 \cdot 10^{-5}$$

Як видно із розрахунку умова не виконується, тому похибкою квантування у порівнянні із похибкою поправки знехтувати неможна.

5. Визначаємо розширену невизначеність

При рівні довіри $P=0,95$, допускаючи, що можливі результати вимірювання розподілені за нормальним законом, визначаємо розширену невизначеність:

$$U = k \cdot u_c(y)$$

де $k=2$ див. п.п. «Розширена невизначеність».

Тоді

$$U = k \cdot u_c(y) = k \cdot u_c(U) = 2 \cdot 1,518 \cdot 10^{-3} = 3,037 \cdot 10^{-3} \text{ В}$$

6. Записуємо результат вимірювання:

$$U = (0,347 \pm 3,037 \cdot 10^{-3}) \text{ В, } P = 95\%$$

Приклад виконання завдання 2.1 в ППП MathCAD

Завдання 1. Оцінювання невизначеності результатів прямих одноразових вимірювань (Оцінювання невизначеності вимірювання напруги постійного струму цифровим вольтметром)

Проводиться вимірювання напруги постійного струму цифровим вольтметром В7-37*. Отримали наступний результат $U_x = 0.347 \text{ В}$

$$U_x := 0.347$$

Вимірювання здійснено при температурі навколишнього середовища $t_1 = 26^\circ \text{C}$. Активний вхідний опір приладу $R_{\text{вх}}, \text{МОм}$. Відомо, що температурна похибка не перевищує основну на кожні 10°C відхилення температури від нормальних умов 20° . Крок квантування сигналу q складає одиницю молодшого розряду.

$$t_1 := 26$$

$$t := 20$$

Оцінити невизначеність результату вимірювання. Записати результат вимірювання.

1. Складаємо специфікацію вимірювання:

❖ Аналіз умов вимірювання

• Вимірювання проводилися в лабораторних умовах при температурі навколишнього середовища $t_1 = 26^\circ \text{C}$

❖ Аналіз схеми вимірювання

• Границя вимірювання приладу $U_k = 1 \text{ В}$

$$U_k := 1$$

• Напруга вимірюється на виході джерела з внутрішнім опором

$$R_{\text{вн}} = (100 \pm 10) \text{ кОм}$$

$$R_{\text{вн}} := 100 \cdot 10^3$$

❖ Аналіз технічних характеристик приладу

• Робочі умови застосування приладу: температура навколишнього середовища від 5 до 40°C ;

• Крок квантування приладу складає одиницю молодшого розряду $q = 0.001$;

$$q := 0.001$$

• Граничне значення основної відносної похибки приладу В7-37 при вимірюванні постійної напруги на піддіпазоні 0-2 В складає:

$$\delta = \pm \left[0,25 + 0,2 \cdot \left(\frac{U_k}{U_x} - 1 \right) \right] \%$$

• Межа додаткової похибки приладу при відхиленні температури навколишнього середовища від нормальної $t = 20^\circ \text{C}$ не перевищує в робочих умовах граничного значення основної похибки на 10°C зміни температури

• Активний вхідний опір приладу $R_{\text{вх}} = (10 \pm 1) \text{ МОм}$

$$R_{\text{вх}} := 10 \cdot 10^6$$

2. Визначаємо виправлений результат вимірювання з урахуванням поправки на систематичну похибку вимірювання зумовлену шунтуванням опору джерела опором вольтметру:

$$U_R = U_x \cdot \frac{R_{\text{вн}} + R_{\text{вх}}}{R_{\text{вх}}}$$

$$U_R := U_x \cdot \frac{R_{\text{вн}} + R_{\text{вх}}}{R_{\text{вх}}} \quad U_R = 0.35047$$

3. Визначаємо оцінки складових $u_i(U) = c_i \cdot u(x_i)$ сумарної невизначеності вимірювання напруги:

3.1 Складова невизначеності результату, що зумовлена конструктивними особливостями вольтметра оцінюється через основну похибку при допущенні рівномірного закону розподілу можливих її значень в певних границях.

Оскільки $U_k = 1\text{ В}$, а $U_x = 0,347\text{ В}$, то відносна похибка отриманого результату буде:

$$\delta = \pm \left[0,25 + 0,2 \cdot \left(\frac{U_k}{U_x} - 1 \right) \right] \% \qquad \delta := 0,25 + 0,2 \cdot \left[\left(\frac{U_k}{U_x} \right) - 1 \right] \qquad \delta = 0,626$$

Тоді граничні значення, в яких знаходяться можливі абсолютні значення похибки, будуть:

$$\delta = \frac{\Delta}{X_n} \cdot 100\% \Rightarrow \Delta = \frac{\delta \cdot X_n}{100\%} \qquad \Delta := \frac{\delta \cdot U_x}{100} \qquad \Delta = 2,174 \times 10^{-3}$$

Таким чином невизначеність, яка обумовлена основною похибкою вимірювання, в загальному вигляді дорівнює:

$$u_B(x_i) = \frac{b_i}{\sqrt{3}} \qquad u_B(\delta) = \frac{|\Delta|}{\sqrt{3}} \qquad u_\delta := \frac{\Delta}{\sqrt{3}} \qquad u_\delta = 1,255 \times 10^{-3}$$

3.2 Невизначеність зумовлена відхиленням температури від нормальної

Оскільки вимірювання проводилися при температурі $t_1 = 26^\circ\text{C}$, то додаткова невизначеність буде:

$$u_B(\Delta t) = \frac{t_1 - t}{10} \cdot u_B(\delta) = \qquad u_t := \left[\frac{(t_1 - t)}{10} \right] \cdot u_\delta \qquad u_t = 7,529 \times 10^{-4}$$

3.3 Невизначеність, обумовлена квантуванням, тобто подання неперервної шкали значень напруги за допомогою деякого дискретного ряду, різниці між сусідніми значеннями якого складає одиниці молодшого розряду пристрою.

Беремо рівномірний закон розподілу можливих значень напруги між сусідніми відліками вольтметра (які відрізняються на одиницю молодшого розряду), в загальному вигляді:

$$u_B(q) = \frac{q}{2 \cdot \sqrt{3}} \qquad u_q := \frac{q}{2 \cdot \sqrt{3}} \qquad u_q = 2,887 \times 10^{-4}$$

3.4 Невизначеність поправки $u_B(p)$, зумовлена невизначеністю вхідного опору вольтметра $u_B(R_{ex})$ та невизначеністю опору джерела $u_B(R_{en})$, визначається з виразу для поправки:

$$p = -(U_x - U_R) = U_x \cdot \frac{R_{en}}{R_{ex}}$$

Розглядаючи цей вираз як рівняння непрямих вимірювань, з урахуванням відсутності кореляції між похибками визначення вхідного опору вольтметра та опору джерела, в загальному вигляді можна записати:

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot u^2(x_i) \quad c_i = \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right) \quad u_c(p) = \sqrt{c_{R_{en}}^2 \cdot u^2(R_{en}) + c_{R_{ex}}^2 \cdot u^2(R_{ex})}$$

$$c_{R_{en}} = \left(\frac{\partial p}{\partial R_{en}} \right) = \frac{U_x}{R_{ex}} \quad cR1 := \frac{U_x}{R_{vv}} \quad cR1 = 3.47 \times 10^{-8}$$

$$c_{R_{ex}} = \left(\frac{\partial p}{\partial R_{ex}} \right) = -\frac{U_x \cdot R_{en}}{R_{ex}^2} \quad cR2 := \frac{U_x \cdot R_{vn}}{R_{vv}^2} \quad cR2 = 3.47 \times 10^{-10}$$

Приймаємо всі значення опору всередині границь (min, max) рівномірно розподіленими, тоді можна оцінити за типом В невизначеності обох опорів в загальному вигляді:

$$u_B(x_i) = \frac{b_{i+} - b_{i-}}{2 \cdot \sqrt{3}}$$

$$u_B(R_{en}) = \frac{R_{en,max} - R_{en,min}}{2 \cdot \sqrt{3}} \quad uR1 := \frac{(R_{vn} + 0.1 \cdot R_{vn}) - (R_{vn} - 0.1 \cdot R_{vn})}{2 \cdot \sqrt{3}} \quad uR1 = 5.774 \times 10^3$$

$$u_B(R_{ex}) = \frac{R_{ex,max} - R_{ex,min}}{2 \cdot \sqrt{3}} \quad uR2 := \frac{(R_{vv} + 0.1 \cdot R_{vv}) - (R_{vv} - 0.1 \cdot R_{vv})}{2 \cdot \sqrt{3}} \quad uR2 = 5.774 \times 10^5$$

Тоді комбінована невизначеність поправки визначена за типом В із підстановкою числових значень буде:

$$u_c(p) = \sqrt{c_{R_{en}}^2 \cdot u^2(R_{en}) + c_{R_{ex}}^2 \cdot u^2(R_{ex})} \quad u_{cp} := \sqrt{cR1^2 \cdot uR1^2 + cR2^2 \cdot uR2^2} \quad u_{cp} = 2.833 \times 10^{-4}$$

4. Комбінована стандартна невизначеність вимірювання напруги в загальному вигляді буде:

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^m u(x_i)^2}$$

Тоді із врахування всіх складових, що встановлені в п.3 маємо:

$$u_c(U) = \sqrt{u_B(\delta)^2 + u_B(\Delta t)^2 + u_B(q)^2 + u_B(p)^2} \quad u_c := \sqrt{u\delta^2 + u\tau^2 + uq^2 + ucp^2} \\ u_c = 1.518 \times 10^{-3}$$

5. Визначаємо розширену невизначеність

При рівні довіри $P = 0,95$, допускаючи, що можливі результати вимірювання розподілені за нормальним законом, визначаємо розширену невизначеність:

$$U = k \cdot u_c(y) \quad U = k \cdot u_c(y) = k \cdot u_c(U)$$

$k := 2$ коефіцієнт охоплення для рівня довіри $P=95\%$

$$U := k \cdot u_c \quad U = 3.037 \times 10^{-3}$$

6. Записуємо результат вимірювання:

$$U = \left(0.347 \pm 3.037 \cdot 10^{-3} \right) B, P = 95\%$$

3 ОЦІНЮВАННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ РЕЗУЛЬТАТІВ ПРЯМИХ ВИМІРЮВАНЬ З БАГАТОРАЗОВИМИ СПОСТЕРЕЖЕННЯМИ

Прямі багаторазові вимірювання - це вимірювання внаслідок яких оцінку значення вимірюваної величини отримують на основі ряду результатів прямих вимірювань. В загальному випадку, обробку результатів прямих вимірювань із багаторазовими спостереженнями виконують в наступному порядку [1-3, 5-7]:

Алгоритм обробки результатів прямих вимірювань з багаторазовими спостереженнями

1. Аналіз складових невизначеностей вимірювання

2. Обчислити оцінку значення вимірюваної величини за формулою (1.1):

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n},$$

де x_i - результати окремих спостережень.

3. Оцінити стандартну невизначеність результату вимірювання за формулою (1.2):

$$u_A = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}.$$

4. Вилучити систематичні ефекти, що призводять до появи стандартних невизначеностей

5. Вилучити промахи з результатів вимірювання

Для цього розраховують співвідношення:

$$v_1 = \frac{\bar{x} - x_{\min}}{u_A}, \quad v_2 = \frac{\bar{x} - x_{\max}}{u_A}. \quad (3.1)$$

Задаємо довірчий рівень α та розраховуємо надійність $q = 1 - \alpha$ і, залежно від кількості проведених вимірювань n вибирають допустиме значення v_α табл.додаток Б4.

Якщо розраховані значення v_1 та v_2 менші за допустиме значення v_α , то гіпотезу про наявність аномальних результатів в ряді спостережень відкидають. Якщо ж одне зі значень v_1 та v_2 більше за v_α , то це означає, що в результатах вимірювань присутні промахи. Промахи вилучають із результатів вимірювань.

6. Оцінити стандартну невизначеність середнє арифметичного за формулою (1.3)

$$u_A(\bar{x}) = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}.$$

7. Оцінити складові $u_i(y)$ комбінованої невизначеності середнього арифметичного. Розрахувати комбіновану невизначеність типу В за формулою (1.12):

$$u_{cB}(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot u^2(x_i)}.$$

8. Оцінити комбіновану невизначеність результату вимірювання за формулою:

$$u_c(y) = \sqrt{u_A^2(y) + u_{cB}^2(y)}. \quad (3.2)$$

9. Оцінити розширену невизначеність результату вимірювання за формулою (1.15):

$$U = k \cdot u_c(y).$$

10. Записати результат вимірювання із зазначенням розширеної невизначеності:

$$X = \bar{x} \pm U, P = \%$$

Завдання 3.1 Розрахунок невизначеності вимірювання частоти синусоїдального сигналу

Проводились вимірювання частоти синусоїдального сигналу електричної мережі загального призначення приладом ЧЗ-45^{1*}. Показання частотоміра [1]:

$$f_k = \begin{pmatrix} 50,8 & 49,7 & 48,2 & 48,8 & 48,5 & 49,3 & 49,9 & 50,4 & 56,1 & 51,1 & 49,4 \\ 51,6 & 51,9 & 50,5 & 50,8 & 49,9 & 50,2 & 50,4 & 50,1 & 50,3 & 50,1 & \end{pmatrix} \text{Гц}.$$

Додаткова похибка частотоміра не перевищує його основну похибку. Температура довкілля $t_n = 23^\circ \text{C}$. Проведено $n=21$ вимірювань частоти.

Оцінити невизначеність результату вимірювання при довірчій ймовірності $p=0,95$. Записати результат вимірювання.

Примітки:

1* на вказаний прилад необхідно знайти технічний паспорт та виписати основні технічні характеристики (основна відносна похибка, робочий діапазон температур, вхідний опір $R_{вх}$, МОм і т.д) http://www.*****.html.

Приклад виконання завдання 3.1

1. Складаємо специфікацію вимірювання:

❖ Аналіз умов вимірювання

• Вимірювання проводилися в лабораторних умовах при температурі

довкілля $t_n = +23^\circ C$;

❖ Аналіз схеми вимірювання:

• Температурний коефіцієнт зміни частоти кварцового резонатора не більше $\pm 1 \cdot 10^{-7}$ на $1^\circ C$;

❖ Аналіз технічних характеристик приладу:

• Робочі умови застосування приладу: температура довкілля від $t_{середовища} = -10^\circ C \dots + 50^\circ C$;

• Відносна похибка вимірювання середнього за час підрахунку значення частоти синусоїдального сигналу не більше:

$$\delta_f = \pm \delta_{кв} + \frac{1}{f_{вим} \cdot t_{ліч}},$$

$\delta_{кв}$ - відносна похибка частоти внутрішнього кварцового генератора або частоти зовнішнього джерела опорного сигналу;

$f_{вим}$ - значення вимірюваної частоти, кГц;

$t_{ліч}$ - час лічби, мс.

• Прилад забезпечує свої технічні характеристики із відносною похибкою кварцового генератора по частоті не більше $\pm 1 \cdot 10^{-5}$ після прогрівання протягом 15 хвилин;

• Активний вхідний опір приладу $R_{вх} = 50 \text{ Ом}$.

2. Визначаємо оцінку значення вимірюваної величини за формулою (1.1):

$$\bar{f} = \frac{\sum_{i=1}^k f_k}{n} = 50,381 \text{ Гц}.$$

3. Визначаємо стандартну невизначеність результату однократного вимірювання за формулою (1.2):

$$u_A = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{k=1}^n (f_k - \bar{f})^2} = 1,603 \text{ Гц}.$$

4. Перевіряємо мінімальний та максимальний результат на наявність грубої похибки. Для цього розраховують співвідношення (3.1):

$$v_1 = \frac{\bar{f} - f_{\min}}{u_A} = \frac{50,381 - 48,2}{1,603} = 1,36$$

$$v_1 = \frac{f_{\max} - \bar{f}}{u_A} = \frac{56,1 - 50,381}{1,603} = 3,566$$

Задаємо довірчий рівень $\alpha = 95\%$ та розраховуємо надійність $q = 1 - \alpha = 1 - 0,95 = 0,05$ і, залежно від кількості проведених вимірювань n вибирають допустиме значення $v_{0,05;21} = 2,644$ табл.додаток Б4.

Оскільки розраховані значення v_1 менше за допустиме значення $v_{0,05;21} = 2,644$, гіпотезу про наявність аномальних результатів в ряді спостережень відкидаємо, тобто мінімальний результати не містять грубу похибку.

Оскільки розраховані значення v_{21} більше за допустиме значення $v_{0,05;21} = 2,644$, гіпотезу про наявність аномальних результатів в ряді спостережень приймаємо, тобто максимальний результати 56,1 Гц містить грубу похибку.

Промахи необхідно вилучити із результатів спостережень і перераховуємо середнє арифметичне та стандартне відхилення:

$$\bar{f} = \frac{\sum_{i=1}^k f_k}{n} = 50,095 \text{ Гц}; u_A = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^k (f_k - \bar{f})^2} = 0,948 \text{ Гц}.$$

Знову перевіряємо крайні члени ряду спостережень на наявність промахів:

$$v_1 = \frac{\bar{f} - f_{\min}}{u_A} = \frac{50,095 - 48,2}{0,948} = 1,998$$

$$v_1 = \frac{f_{\max} - \bar{f}}{u_A} = \frac{51,9 - 50,095}{0,948} = 1,903$$

Тоді допустиме значення $v_{0,05;20} = 2,623$ табл.додаток Б4.

Порівнюючи допустиме значення із новими розрахованими значеннями v_1, v_2 , видно, що вони є меншими за допустиме значення нормованого

відхилення, а це означає, що крайні члени ряду результатів вимірювань не містять грубих похибок (промахів).

5. Оскільки промахи вилучені з результатів багаторазових спостережень, то можна оцінити стандартну невизначеність середнього значення за типом А.

Оцінюємо стандартну невизначеність середнє арифметичного за формулою (1.3):

$$u_A(\bar{f}) = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \sum_{i=1}^k (f_k - \bar{f})^2} = 0,21758 \text{ Гц}.$$

6. Визначаємо оцінки складових $u_i(U) = c_i \cdot u(x_i)$ сумарної невизначеності вимірювання частоти, що вносяться внаслідок технічних обмежень та відхилення температури навколишнього середовища від нормальних умов:

- Складова невизначеності результату, що зумовлена конструктивними особливостями частотоміру оцінюється через основну похибку при допущенні рівномірного закону розподілу можливих її значень в певних границях. З технічного паспорта на частотомір маємо відносну похибку вимірювання середнього за час підрахунку значення частоти синусоїдального сигналу:

$$\delta_f = \pm \delta_{кв} + \frac{1}{f_{вим} + f_{ліч}} = 0,02 \%,$$

$\delta_{кв}$ - відносна похибка частоти внутрішнього кварцового генератора або частоти зовнішнього джерела опорного сигналу $= \pm 1 \cdot 10^{-5}$;

$f_{вим}$ - значення вимірюваної частоти, 50 Гц;

$t_{ліч}$ - час лічби, 1 с.

Тоді абсолютна похибка буде:

$$\delta_f = \pm \frac{\Delta_0}{f_{max}} \cdot 100\% \Rightarrow \Delta_0 = \frac{\delta_f \cdot f_{max}}{100\%} = 0,0103 \text{ Гц}.$$

Отже, невизначеність, яка обумовлена основною похибкою вимірювання в загальному вигляді дорівнює:

$$u_B(x_i) = \frac{b_i}{\sqrt{3}}.$$

Тоді $u_B(\delta_f) = \frac{|\Delta_0|}{\sqrt{3}} = 5,996 \cdot 10^{-3} \text{ Гц}.$

- Додаткова невизначеність за умовою не перевищує основну похибку вольтметра, тоді $u_B(\Delta_{дод}) = u_B(\delta_f) = 5,996 \cdot 10^{-3} \text{ Гц}.$

- Складову невизначеності, що зумовлена зміною частоти кварцового резонатора при відхиленні температури довкілля від нормальної $t = +20^\circ C$ до $t_n = +23^\circ C$, оцінюємо через температурний коефіцієнт зміни частоти кварцового резонатора ($k_t = \pm 1 \cdot 10^{-7}$ на $1^\circ C$) за формулою:

$$u_B(t_k) = \bar{f} \cdot \frac{|t_n - t|}{\sqrt{3}} \cdot k_t = 8,677 \cdot 10^{-6} \text{ Гц}.$$

Розраховуємо комбіновану невизначеність типу В за формулою (1.12) із врахуванням всіх складових, що встановлені в п.6 маємо:

$$u_{cB}(\bar{f}) = \sqrt{u_B(\delta_f)^2 + u_B(\Delta_{\text{доод}})^2 + u_B(t_k)^2} = 8,479 \cdot 10^{-3} \text{ Гц}.$$

7. Оцінюємо комбіновану невизначеність результату вимірювання за формулою (3.2):

$$u_c(\bar{f}) = \sqrt{u_A(\bar{f})^2 + u_{cB}(\bar{f})^2} = 0,217741 \text{ Гц}.$$

Записуємо результат зі стандартною невизначеністю:

$$\bar{f} = 50,095 \text{ Гц}; u_c(\bar{f}) = 0,217741 \text{ Гц}$$

8. Оцінюємо розширену невизначеність результату вимірювання: за формулою (1.15) при $P = 95\%$.

Тоді

$$U = k \cdot u_c(\bar{f}) = 2 \cdot 0,217741 = 0,435482 \text{ Гц}.$$

Записуємо результат із розширеною невизначеністю:

$$f = (50,095 \pm 0,435482) \text{ Гц}, P = 95\%$$

Приклад виконання завдання 3.1 в ППП MathCAD

Завдання 3.1 Розрахунок невизначеності вимірювання частоти синусоїдального сигналу

Проводились вимірювання частоти синусоїдального сигналу електричної мережі загального призначення приладом ЧЗ-45*. Показання частотоміра.

$$f_k = \begin{pmatrix} 50,8 & 49,7 & 48,2 & 48,8 & 48,5 & 49,3 & 49,9 & 50,4 & 56,1 & 51,1 & 49,4 \\ 51,6 & 51,9 & 50,5 & 50,8 & 49,9 & 50,2 & 50,4 & 50,1 & 50,3 & 50,1 \end{pmatrix} \text{Гц}$$

Додаткова похибка частотоміра не перевищує його основну похибку.

Температура навколишнього середовища $t_n = 23^\circ \text{C}$. Проведено $n=21$ вимірювань частоти.

Оцінити невизначеність результату вимірювання при довірчій ймовірності $p=0,95$. Записати результат вимірювання.

$k := 1..21$

$n := 21$

$f_k :=$

50.8
49.7
48.2
48.8
48.5
49.3
49.9
50.4
56.1
51.1
49.4
51.6
51.9
50.5
50.8
49.9
50.2
50.4
50.1
50.3
50.1

1. Складаємо специфікацію вимірювання:

❖ Аналіз умов вимірювання

- Вимірювання проводилися в лабораторних умовах при температурі навколишнього середовища $t_n = +23^\circ \text{C}$.

$t_n := 23$

❖ Аналіз схеми вимірювання

- Температурний коефіцієнт зміни частоти кварцового резонатора не більше $\pm 1 \cdot 10^{-7}$ на 1°C

$kt := 1 \cdot 10^{-7}$

❖ Аналіз технічних характеристик приладу

- Робочі умови застосування приладу: температура навколишнього середовища від $t_{\text{середовища}} = -10^\circ \text{C} \dots +50^\circ \text{C}$
- Відносна похибка вимірювання середнього за час підрахунку значення частоти синусоїдального сигналу не більше:

$$\delta_f = \pm \delta_{кв} + \frac{1}{f_{вим} \cdot t_{ліч}}$$

$\delta_{кв}$ - відносна похибка частоти внутрішнього кварцового генератора або частоти зовнішнього джерела опорного сигналу

$f_{вим}$ - значення вимірюваної частоти, кГц;

$t_{ліч}$ - час лічби, мс.

- Прилад забезпечує свої технічні характеристики із відносною похибкою кварцового генератора по частоті не більше $\pm 1 \cdot 10^{-5}$ після прогрівання протягом 15 хвилин.
- Активний вхідний опір приладу $R_{вх} = 50 \text{ Ом}$

$$\delta_{кв} := 1 \cdot 10^{-5}$$

$$R_{вх} := 50$$

2. Визначаємо оцінку значення вимірюваної величини за формулою (1.1):

$$\bar{f} = \frac{\sum_{k=1}^n f_k}{n}$$

$$f_{sr} := \frac{\sum_{k=1}^n f_k}{n}$$

$$f_{sr} = 50.381$$

3. Визначаємо стандартну невизначеність результату однократного вимірювання за формулою (1.2):

$$u_A = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{k=1}^n (f_k - \bar{f})^2}$$

$$u_A := \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n [(f)_k - f_{sr}]^2}{(n-1)}}$$

$$u_A = 1.60363$$

4. Перевіряємо мінімальний та максимальний результат на наявність грубої похибки. Для цього розраховують співвідношення:

$$v_1 = \frac{\bar{f} - f_{min}}{u_A}$$

$$f_{min} := 48.2$$

$$v_1 := \frac{(f_{sr} - f_{min})}{u_A}$$

$$v_1 = 1.36$$

$$v_2 = \frac{f_{max} - \bar{f}}{u_A}$$

$$f_{max} := 56.1$$

$$v_2 := \frac{(f_{sr} - f_{max})}{u_A}$$

$$v_2 = -3.566$$

Задаємо довірчий рівень $\alpha = 95\%$ та розраховуємо надійність $q = 1 - \alpha = 1 - 0,95 = 0,05$ і, залежно від кількості проведених вимірювань n вибирають допустиме значення $v_{0,05;21} = 2,644$ табл. додаток Б5.

Оскільки розраховані значення v_1 менше за допустиме значення $v_{0,05;21} = 2,644$, гіпотезу про наявність аномальних результатів в ряді спостережень відкидаємо, тобто мінімальний результати не містять грубу похибку.

Оскільки розраховані значення v_{21} більше за допустиме значення $v_{0,05;21} = 2,644$, гіпотезу про наявність аномальних результатів в ряді спостережень приймаємо, тобто максимальний результати 56,1 Гц містить грубу похибку.

Промахи необхідно вилучити із результатів спостережень і перераховуємо середнє арифметичне та стандартне відхилення:

k := 1..20

n := 20

f_k :=

50.8

49.7

48.2

48.8

48.5

49.3

49.9

50.4

51.1

49.4

51.6

51.9

50.5

50.8

49.9

50.2

50.4

50.1

50.3

50.1

$$\bar{f}_r := \frac{\sum_{k=1}^n f_k}{n}$$

$\bar{f}_r = 50.095$

$$u_A := \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n [(f)_k - \bar{f}_r]^2}{(n-1)}}$$

$u_A = 0.94839$

Знову перевіряємо крайні члени ряду спостережень на наявність промахів:

$$f_{\min} := 48.2 \quad v_1 := \frac{(\bar{f}_r - f_{\min})}{u_A} \quad v_1 = 1.998$$

$$f_{\max} := 51.9 \quad v_2 := \frac{(\bar{f}_r - f_{\max})}{u_A} \quad v_2 = -1.903$$

Тоді допустиме значення $V_{0,05;20} = 2,623$ табл.додаток Б5.

Порівнюючи допустиме значення із новими розрахованими значеннями V_1, V_2 , видно, що вони є меншими за допустиме значення нормованого відхилення, а це означає, що **крайні члени ряду результатів вимірювань не містять грубих похибок (промахів)**

5. Оскільки промахи вилучені з результатів багаторазових спостережень, то можна оцінити стандартну невизначеність середнього значення за типом А.

Оцінюємо стандартну невизначеність середнє арифметичного за формулою (1.3):

$$u_A(\bar{f}) = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \sum_{i=1}^k (f_k - \bar{f})^2}$$

$$u_{AA} := \frac{u_A}{\sqrt{(n-1)}}$$

$u_{AA} = 0.21758$

6. Визначаємо оцінки складових $u_i(U) = c_i \cdot u(x_i)$ сумарної невизначеності вимірювання частоти, що вносяться за рахунок технічних обмежень та відхилення температури навколишнього середовища від нормальних умов

- Складова невизначеності результату, що зумовлена конструктивними особливостями частотоміру оцінюється через основну похибку при допущенні рівномірного закону розподілу можливих її значень в певних границях. Із технічного паспорту на частотомір маємо відносну похибку вимірювання середнього за час підрахунку значення частоти синусоїдального сигналу:

$$\delta_f = \pm \delta_{kv} + \frac{1}{f_{\text{вим}} \cdot t_{\text{ліч}}}$$

f := 50

t := 1

$$\delta_f := \left(\delta_{kv} + \frac{1}{f \cdot t} \right)$$

$\delta_f = 0.02$

Тоді абсолютна похибка буде:

$$\delta_f = \pm \frac{\Delta_0}{f_{\max}} \cdot 100\% \Rightarrow \Delta_0 = \frac{\delta_f \cdot f_{\max}}{100\%} \quad \Delta_0 := \frac{\delta f \cdot f_{\max}}{100} \quad \Delta_0 = 0.010385$$

Таким чином невизначеність, яка обумовлена основною похибкою вимірювання, в загальному вигляді дорівнює:

$$u_B(\delta_f) = \frac{|\Delta_0|}{\sqrt{3}} \quad u_{B\gamma} := \frac{\Delta_0}{\sqrt{3}} \quad u_{B\gamma} = 5.996 \times 10^{-3}$$

- Додаткова невизначеність за умовою не перевищує основну похибку вольтметра, тоді

$$u_B(\Delta_{\partial\partial\partial}) = u_B(\delta_f) \quad u_{B\Delta} := u_{B\gamma} \quad u_{B\Delta} = 5.996 \times 10^{-3}$$

- Складову невизначеності, що зумовлена зміною частоти кварцового резонатора при відхиленні температури навколишнього середовища від нормальної $t = +20^\circ C$ до $t_n = +23^\circ C$, оцінюємо через температурний коефіцієнт зміни частоти кварцового резонатора ($k_t = \pm 1 \cdot 10^{-7}$ на $1^\circ C$) за формулою:

$$u_B(t_k) = \tilde{f} \cdot \frac{|t_n - t|}{\sqrt{3}} \cdot k_t \quad u_{Bt} := f_{sr} \frac{(t_n - 20) \cdot k_t}{\sqrt{3}} \quad u_{Bt} = 8.677 \times 10^{-6}$$

Розраховуємо комбіновану невизначеність типу В за формулою (1.12) із врахуванням всіх складових, що встановлені в п.6 маємо:

$$u_{cB}(\tilde{f}) = \sqrt{u_B(\delta_f)^2 + u_B(\Delta_{\partial\partial\partial})^2 + u_B(t_k)^2} \quad u_{cB} := \sqrt{u_{B\gamma}^2 + u_{Bt}^2 + u_{B\Delta}^2} \quad u_{cB} = 8.479 \times 10^{-3}$$

7. Оцінюємо комбіновану невизначеність результату вимірювання:

$$u_c(\tilde{f}) = \sqrt{u_A(\tilde{f})^2 + u_{cB}(\tilde{f})^2} \quad u_c := \sqrt{u_{AA}^2 + u_{cB}^2} \quad u_c = 0.217741$$

Записуємо результат із стандартною невизначеністю:

$$\tilde{f} = 50,095 \text{ Гц}; u_c(\tilde{f}) = 0.217741 \text{ Гц}$$

8. Оцінюємо розширену невизначеність результату вимірювання: за формулою (1.15) при $P=95\%$.

$$U = k \cdot u_c(\tilde{f}) \quad k := 2 \quad U := k \cdot u_c \quad U = 0.435482$$

Записуємо результат із розширеною невизначеністю:

$$f = (50.095 \pm 0.435482) \text{ Гц}, P = 95\%$$

Завдання 3.2 Розрахунок невизначеності калібрування платиного термометра опору методом порівняння зі зразковим термометром в термостаті

Технічний платиновий термоперетворювач опору типу ZPA11260^{1*} був відкалібрований в одній із точок температурного діапазону методом його порівняння зі зразковим термоперетворювачем опору ЕСТ-25^{1*} в рідинному термостаті. Нестабільність температури в робочому об'ємі термостату складає $\Delta t = \pm 0,002^\circ \text{C}$.

Результати одночасних вимірювань опору, каліброваного та зразкового термометрів наступні див.табл. вихідних даних

Зразковий термоперетворювач опору, Ом	Робочий (Технічний платиновий термоперетворювач опору), Ом
27,43904	105,3872
27,43921	105,3863
27,43886	105,3861
27,43836	105,3847
27,43808	105,3820
27,43765	105,3797
27,43680	105,3770
27,43635	105,3732

Визначити сумарну невизначеність результату калібрування технічного термометра [9].

Примітки:

1* Технічний термоперетворювач опору та зразковий термоперетворювач вибирається відповідно до варіанту. на вказаний прилад необхідно знайти технічний паспорт та виписати основні технічні характеристики (основна відносна похибка, робочий діапазон температур, вхідний опір і т.д) http://*****.

2* Мультиметр прецизійний http://www.*****

Приклад виконання завдання 3.2

У відповідності із визначенням поняття калібрування засобу вимірювання ця процедура становить собою «Сукупність операцій, що встановлюють співвідношення між значенням величини, отриманим за допомогою даного ЗВ і відповідним значенням величини, визначеним за допомогою еталону з метою визначення дійсних метрологічних характеристик цього засобу вимірювання»

При калібруванні технічного термометра методом порівняння зі зразковим термометром в термостаті, виконують наступні операції:

- Вимірювання температури зразковим термометром;
- Вимірювання температури технічним термометром;
- Визначення різниці показів при вимірюванні ними однієї і тієї ж температури, що підтримується в робочому об'ємі термостату.

Невизначеність калібрування являє собою невизначеності оцінок цих різниць в кожній точці калібрування.

До факторів, що визначають невизначеність калібрування відносять:

- Невизначеність результату вимірювання температури зразковим термометром;
- Невизначеність температурного поля і нестабільність підтримання температури в робочому об'ємі термостату;
- Невизначеність результату вимірювання температури каліброваним термометром.

1. Складаємо специфікацію вимірювання:

- Розширена невизначеність калібрування при довірчій ймовірності 0,95 зразкового термоперетворювача опору, вказана в сертифікаті, складає $U(T) = 0,002 \text{ } ^\circ\text{C}$;

<http://www/termopreobrazovatel-ets-100>

Термометры сопротивления платиновые эталонные ПТС-10М, ЭТС-25 и ЭТС-50 предназначены для поверки эталонных и рабочих термометров сопротивления и проведения точных измерений температуры. Поверка производится в соответствии с ГОСТ Р 8.571-98 по реперным точкам МТШ-90.

Особенности

- Высокая стабильность
- Малая погрешность измерения
- Большая чувствительность
- Четырехпроводная схема соединения
- Оболочка из кварцевого стекла
- Номинальное сопротивление при 0 °С, Ом ЭТС-25 (25.0±0.5); ЭТС-50 (50.0±1.0)

Технические характеристики

Параметр	ЭТС-25(50) тип А		ЭТС-25(50) тип В	
	1	2	1	2
Диапазон измеряемых температур, °С	-196...+0.01(ЭТС25,ЭТС50)		0...+660(ЭТС25) 0...+419(ЭТС50)	
Разряд термометра	1	2	1	2
Доверительная погрешность при доверительной вероятности 0.95 при температуре кипения азота не более, °С	0,010	0,050	-	-
Доверительная погрешность при доверительной вероятности 0.95 в тройной точке воды не более, °С	0,002	0,010	0,002	0,010
Доверительная погрешность при доверительной вероятности 0.95 в реперной точке плавления галлия не более, °С	-	-	0,002	0,010
Доверительная погрешность при доверительной вероятности 0.95 в реперной точке затвердевания олова не более, °С	-	-	0,005	0,020
Доверительная погрешность при доверительной вероятности 0.95 в реперной точке затвердевания цинка не более, °С	-	-	0,010	0,020
Доверительная погрешность при доверительной вероятности 0.95 в реперной точке затвердевания алюминия не более, °С	-	-	0,010	0,030
Нестабильность при температуре кипения азота, °С не более	±0,003	±0,006	-	-
Нестабильность в тройной точке воды, °С не более	±0,001	±0,002	±0,001	±0,002
Относительное сопротивление в реперной точке галлия, не менее	1,11807	1,11795	1,11807	1,11795

*якщо відомостей про розширену невизначеність немає, а є значення похибки

тоді визначаємо її за типом В за формулою $u_B(x_i) = \frac{b_i}{\sqrt{3}}$.

- Опір зразкового термометра *ETC-25* при температурі $0,01^\circ\text{C}$ складає 25 Ом;
- Опір технічного термометра ZPA-11260 при 0°C $R_0 = 100 \text{ Ом}$, а його чутливість при вимірюваній температурі визначається за формулою:

$$S = \frac{R_0 \cdot W_{100} - R_0}{100} = 0,385 \text{ Ом}/^\circ\text{C},$$

де $W_{100} = 1,385$ - для цього типу термометру визначається із паспортних даних;

- Опір зразкового термометра вимірювався за допомогою прецизійного мультиметра, розширена невизначеність калібрування якого ($k = 3$), вказана в сертифікаті, складає $0,000015 \text{ Ом}$;

- Опір технічного термометра вимірювався за допомогою автоматичного мосту, розширена невизначеність ($k = 3$) калібрування якого, вказана в сертифікаті, складає $0,0003 \text{ Ом}$;

- Нестабільність температури в робочому об'ємі термостату складає $\pm 0,002^\circ \text{C}$;

- Найбільша різниця температур між двома точками в робочому об'ємі термостату складає $\pm 0,02^\circ \text{C}$.

2. Визначаємо сумарну стандартну невизначеність вимірювання температури зразковим термометром в загальному випадку за формулою (3.2):

$$u_c(y) = \sqrt{u_{cA}(y)^2 + u_{cB}(y)^2}.$$

Для даних засобів вимірювання, маємо:

$$u_c(\bar{R}_{zp}) = \sqrt{u_A(\bar{R}_{zp})^2 + u_{cB}(\bar{R}_{zp})^2}.$$

Для цього окремо визначаємо кожен вид невизначеності, що входить до даної формули.

2.1 Визначаємо стандартну невизначеність типу А вимірювання температури в робочому об'ємі термостату зразковим термометром:

- Обчислюємо оцінку вимірюваної величини за формулою (1.1):

$$\bar{R}_{zp} = \frac{\sum_{i=1}^n R_{zp.i}}{n} = 27,438044 \text{ Ом}.$$

- Оцінюємо стандартну невизначеність результату вимірювання за формулою (1.2):

$$u_A = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^k \left(\frac{R_{zp.i} - \bar{R}_{zp}}{S_{zp}} \right)^2} = 0,00887774 \text{ Ом},$$

де S_{zp} - чутливість зразкового термометра при вимірювальній температурі $S_{zp} = 0,11807 \text{ Ом}/^\circ \text{C}$.

- Оцінюємо стандартну невизначеність середнього арифметичного за формулою (1.3):

$$u_A(\bar{R}_{zp}) = \sqrt{\frac{1}{(n-1) \cdot n} \cdot \sum_{i=1}^k \left(\frac{R_{zp.i} - \bar{R}_{zp}}{S_{zp}} \right)^2} = 0,003139 \text{ Ом}.$$

2.2 Визначаємо стандартну невизначеність $u_{cB}(\bar{R}_{3p})$ вимірювання температури зразковим термометром, що оцінюється за типом В. Вона складається зі стандартної невизначеності калібрування зразкового термометра і прецизійного мультиметра:

$$u_{cB}(\bar{R}_{3p}) = \sqrt{u_B(T)^2 + u_B(M)^2},$$

де $u_B(T)$ - стандартна невизначеність калібрування зразкового термометра;

$u_B(M)$ - стандартна невизначеність калібрування прецизійного мультиметру.

• З умови задачі відомо, що в сертифікаті калібрування вказана розширена невизначеність ($k = 2$) калібрування зразкового термоперетворювача опору $U(T) = 0,002 \text{ } ^\circ\text{C}$. Тоді із формули:

$$U(T) = k \cdot u_c(T) \Rightarrow u_c(T) = \frac{U(T)}{k} = \frac{0,002}{2} = 0,001 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

• Аналогічно визначаємо стандартну невизначеність калібрування зразкового мультиметра при $k = 3$. Маємо:

$$U(M) = k \cdot u_c(M) \Rightarrow u_c(M) = \frac{U(M)}{k \cdot S_{3p}} = \frac{0,000015}{3 \cdot 0,1} = 4,235 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Тоді стандартна невизначеність вимірювання температури зразковим термометром, що оцінюється за типом В буде:

$$u_{cB}(\bar{R}_{3p}) = \sqrt{u_B(T)^2 + u_B(M)^2} = \sqrt{0,001^2 + 0,00005^2} = 1,001 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Тоді сумарна стандартна невизначеність вимірювання температури зразковим термометром:

$$u_c(\bar{R}_{3p}) = \sqrt{u_A(\bar{R}_{3p})^2 + u_{cB}(\bar{R}_{3p})^2} = \sqrt{0,0037^2 + 0,001001^2} = 3,294 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}.$$

3. Визначаємо сумарну стандартну невизначеність, що зумовлена неоднорідністю температурного поля і нестабільністю підтримання температури в термостаті $u_{cB}(T)$. Оцінюємо за типом В:

$$u_{cB}(T) = \sqrt{u_B(T_1)^2 + u_B(T_2)^2},$$

де $u_B(T_1)$, $u_B(T_2)$ - складові сумарної стандартної невизначеності, зумовлені відповідно неоднорідністю температурного поля і нестабільністю підтримання температури в термостаті.

- Із умови задачі відомо, що нерівномірність температурного поля в робочому об'ємі термостату знаходиться в межах $\pm 0,02^\circ\text{C}$, тобто верхньою границею розподілу нерівномірності є значення $+0,02^\circ\text{C}$, а нижньою - $0,02^\circ\text{C}$. Передбачаємо, що нерівномірність температурного поля в робочому об'ємі термостату буде рівномірною. В цьому випадку стандартна невизначеність нерівномірності розподілу температурного поля визначається за формулою (1.4):

$$u_B(T_1) = \frac{b_+ - b_-}{2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{0,02 - (-0,02)}{2 \cdot \sqrt{3}} = 0,011547^\circ\text{C}.$$

- Із умови задачі відомо, що нестабільність температури в робочому об'ємі термостату знаходиться в межах $\pm 0,002^\circ\text{C}$, тобто верхньою границею розподілу нерівномірності є значення $+0,002^\circ\text{C}$, а нижньою - $0,002^\circ\text{C}$. Передбачаємо, що нерівномірність температурного поля в робочому об'ємі термостату буде рівномірною. В цьому випадку стандартна невизначеність нерівномірності розподілу температурного поля визначається за формулою (1.4):

$$u_B(T_2) = \frac{b_+ - b_-}{2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{0,002 - (-0,002)}{2 \cdot \sqrt{3}} = 0,0011547^\circ\text{C}.$$

Тоді відповідно маємо сумарну стандартну невизначеність, що зумовлена неоднорідністю температурного поля і нестабільністю підтримання температури в термостаті за типом В:

$$u_{cB}(T) = \sqrt{u_B(T_1)^2 + u_B(T_2)^2} = 0,011605^\circ\text{C}.$$

4. Визначаємо сумарну стандартну невизначеність вимірювання температури робочим термометром за формулою (3.2):

$$u_c(y) = \sqrt{u_{cA}(y)^2 + u_{cB}(y)^2},$$

$$u_c(\bar{R}_p) = \sqrt{u_A(\bar{R}_p)^2 + u_{cB}(\bar{R}_p)^2}.$$

Для цього окремо визначаємо кожен вид невизначеності, що входить до формули.

4.1 Визначаємо стандартну невизначеність типу А вимірювання температури в робочому об'ємі термостату зразковим термометром

- Обчислюємо оцінку вимірюваної величини за формулою (1.1)

$$\bar{R}_p = \frac{\sum_{i=1}^n R_{p,i}}{n} = 105,38025 \text{ Ом}.$$

- Оцінюємо стандартну невизначеність результату вимірювання за формулою (1.2):

$$u_A = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^k \left(\frac{R_{p.i} - \bar{R}_p}{S_p} \right)^2} = 0,01307 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

- Оцінюємо стандартну невизначеність середньо арифметичного за формулою (1.3):

$$u_A(\bar{R}_p) = \sqrt{\frac{1}{(n-1) \cdot n} \cdot \sum_{i=1}^k \left(\frac{R_{p.i} - \bar{R}_p}{S_p} \right)^2} = 0,00462239 \text{ } ^\circ\text{C},$$

де S_p - чутливість робочого термометра при вимірювальній температурі $S_p = 0,385 \text{ } \text{Om}/^\circ\text{C}$.

4.2 Визначаємо стандартну невизначеність $u_{cB}(\bar{R}_p)$ вимірювання температури робочим термометром, що оцінюється за типом В за загальною формулою (1.12). Вона складається зі стандартної невизначеності калібрування автоматичного мосту який використовується для вимірювання опору робочого термометру:

$$u_{cB}(\bar{R}_p) = u_B(M),$$

де $u_B(M)$ - стандартна невизначеність калібрування автоматичного мосту.

- визначаємо стандартну невизначеність калібрування автоматичного мосту при $k = 3$. Маємо:

$$U(M) = k \cdot u_c(M) \Rightarrow u_c(M) = \frac{U(M)}{k \cdot S_p} = \frac{0,0003}{3 \cdot 0,385} = 0,000259 \text{ } ^\circ\text{C},$$

де $S_p = 0,385 \text{ } \text{Om}/^\circ\text{C}$ - чутливість робочого термометра при вимірювальній температурі.

Тоді $u_{cB}(\bar{R}_p) = u_B(M) = 0,000259 \text{ } ^\circ\text{C}$.

Тоді сумарна стандартна невизначеність вимірювання температури робочим термометром:

$$u_c(\bar{R}_p) = \sqrt{u_A(\bar{R}_p)^2 + u_{cB}(\bar{R}_p)^2} = \sqrt{0,000462239^2 + 0,000259^2} = 0,004629686 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

5. За розрахованими оцінками $u_c(\bar{R}_{zp})$, $u_{cB}(T)$, $u_c(\bar{R}_p)$ визначаємо сумарну стандартну невизначеність результату калібрування робочого термометру:

$$u_c(R_p) = \sqrt{u_c(\bar{R}_p)^2 + u_c(\bar{R}_{zp})^2 + u_{cB}(T)^2} = \sqrt{0,000462239^2 + 0,003294^2 + 0,011605^2} = 0,012921^\circ\text{C}.$$

Приклад виконання завдання 3.2 в ППП MathCAD

Завдання 3.2 Розрахунок невизначеності калібрування платиного термометру опору методом порівняння із зразковим термометром в термостаті

Технічний платиновий термоперетворювач опору типу ZPA11260* був відкалібрований в одній із точок температурного діапазону методом його порівняння із зразковим термоперетворювачем опору ЕСТ-25* в рідинному термостаті. Нестабільність температури в робочому об'ємі термостату складає $\Delta t = \pm 0,002^\circ\text{C}$.

Результати одночасних вимірювань опору, каліброваного та зразкового термометрів наступні див.табл. вихідних даних

Зразковий термоперетворювач опору, Ом	Робочий (Технічний платиновий термоперетворювач опору), Ом
27,43904	105,3872
27,43921	105,3863
27,43886	105,3861
27,43836	105,3847
27,43808	105,3820
27,43765	105,3797
27,43680	105,3770
27,43635	105,3732

n := 8
j := 1..8

Rzj :=	Rrj :=
27.43904	105.3872
27.43921	105.3863
27.43886	105.3861
27.43836	105.3847
27.43808	105.3820
27.43765	105.3797
27.43680	105.3770
27.43635	105.3732

Визначити сумарну невизначеність результату калібрування технічного термометра [9].

У відповідності із визначенням поняття калібрування засобу вимірювання ця процедура представляє собою «Сукупність операцій, що встановлюють співвідношення між значенням величини, отриманим за допомогою даного ЗВ і відповідним значенням величини, визначеним за допомогою еталону з метою визначення дійсних метрологічних характеристик цього засобу вимірювання»

При калібруванні технічного термометру методом порівняння із зразковим термометром в термостаті, виконують наступні операції:

- Вимірювання температури зразковим термометром;
- Вимірювання температури технічним термометром;
- Визначення різниці показів при вимірюванні ними однієї і тієї ж температури, що підтримується в робочому об'ємі термостату.

Невизначеність калібрування представляє собою невизначеності оцінок цих різниць в кожній точці калібрування.

До факторів, що визначають невизначеність калібрування відносять:

- Невизначеність результату вимірювання температури зразковим термометром;
- Невизначеність температурного поля і нестабільність підтримання температури в робочому об'ємі термостату;
- Невизначеність результату вимірювання температури каліброваним термометром.

1. Складаємо специфікацію вимірювання:

Розширена невизначеність калібрування при довірчій ймовірності 0,95 зразкового термоперетворювача опору, вказана в сертифікаті, складає

<http://www.mano-term.ru/opisanie/termopreobrazovatel-ets-100>

Термометры сопротивления платиновые эталонные ПТС-10М, ЭТС-25 и ЭТС-50 предназначены для поверки эталонных и рабочих термометров сопротивления и проведения точных измерений температуры. Поверка производится в соответствии с ГОСТ Р 8.571-98 по реперным точкам МПШ-90.

Особенности

- Высокая стабильность
- Малая погрешность измерения
- Большая чувствительность
- Четырехпроводная схема соединения
- Оболочка из кварцевого стекла
- Номинальное сопротивление при 0 °С, Ом ЭТС-25 (25.0±0.5); ЭТС-50 (50.0±1.0)

Технические характеристики

Параметр	ЭТС-25(50) тип А		ЭТС-25(50) тип В	
	1	2	1	2
Диапазон измеряемых температур, °С	-196...+0.01(ЭТС25,ЭТС50)		0...+660(ЭТС25) 0...+419(ЭТС50)	
Разряд термометра	1	2	1	2
Доверительная погрешность при доверительной вероятности 0.95 при температуре кипения азота не более, °С	0.010	0.050	-	-
Доверительная погрешность при доверительной вероятности 0.95 в тройной точке воды не более, °С	0.002	0.010	0.002	0.010
Доверительная погрешность при доверительной вероятности 0.95 в реперной точке плавления галлия не более, °С	-	-	0.002	0.010
Доверительная погрешность при доверительной вероятности 0.95 в реперной точке затвердевания олова не более, °С	-	-	0.005	0.020
Доверительная погрешность при доверительной вероятности 0.95 в реперной точке затвердевания цинка не более, °С	-	-	0.010	0.020
Доверительная погрешность при доверительной вероятности 0.95 в реперной точке затвердевания алюминия не более, °С	-	-	0.010	0.030
Нестабильность при температуре кипения азота, °С не более	±0.003	±0.006	-	-
Нестабильность в тройной точке воды, °С не более	±0.001	±0.002	±0.001	±0.002
Относительное сопротивление в реперной точке галлия, не менее	1.11807	1.11795	1.11807	1.11795

$$U(T) = 0.002 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$U_T := 0.002$$

*якщо відомостей про розширену невизначеність немає, а є значення похибки тоді визначаємо її за типом В по формулі

$$u_B(x_i) = \frac{b_i}{\sqrt{3}}$$

• Опір зразкового термометра ETC-25 при температурі 0,01°С складає 25 Ом.

• Опір технічного термометру ZPA-11260 при 0°С $R_0 = 100 \text{ Ом}$, а його чутливість при вимірюваній температурі визначається за формулою:

$$R_0 := 100$$

$$W_{100} := 1.3850$$

для даного типу термометру визначається із паспортних даних.

$$S = \frac{R_0 \cdot W_{100} - R_0}{100}$$

$$S_r := \frac{(R_0 \cdot W_{100} - R_0)}{100}$$

$$S_r = 0.385$$

- Опір зразкового термометра вимірювався за допомогою прецизійного мультиметра, розширена невизначеність калібрування якого ($k=3$), вказана в сертифікаті, складає $0,000015 \text{ Ом}$;
- Опір технічного термометру вимірювався за допомогою автоматичного мосту, розширена невизначеність ($k=3$) калібрування якого, вказана в сертифікаті, складає $0,0003 \text{ Ом}$;
- Нестабільність температури в робочому об'ємі термостату складає $\pm 0,002^\circ \text{ C}$;
- Найбільша різниця температур між двома точками в робочому об'ємі термостату складає $\pm 0,02^\circ \text{ C}$.

2. Визначаємо сумарну стандартну невизначеність вимірювання температури зразковим термометром в загальному випадку за формулою (3.2):

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot u^2(x_i)$$

$$u_c(y) = \sqrt{u_{cA}(y)^2 + u_{cB}(y)^2}$$

Для даних засобів вимірювання, маємо

$$u_c(\bar{R}_{3p}) = \sqrt{u_A(\bar{R}_{3p})^2 + u_{cB}(\bar{R}_{3p})^2}$$

Для цього окремо визначаємо кожен вид невизначеності, що входить до даної формули

2.1 Визначаємо стандартну невизначеність типу А вимірювання температури в робочому об'ємі термостату зразковим термометром:

- Обчислюємо оцінку вимірюваної величини за формулою (1.1):

$$\bar{R}_{3p} = \frac{\sum_{i=1}^n R_{3pi}}{n}$$

$$R_{zsr} := \frac{\sum_{j=1}^n R_{zj}}{n}$$

$$R_{zsr} = 27.438044$$

• Оцінюємо стандартну невизначеність результату вимірювання за формулою (1.2):

$$S := 0.11807$$

$$u_A = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^k \left(\frac{R_{3pi} - \bar{R}_{3p}}{S_{3p}} \right)^2}$$

$$u_A := \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n \left[\frac{[(Rz)_j - R_{zsr}]}{S} \right]^2}{(n-1)}}$$

$$u_A = 8.87774 \times 10^{-3}$$

• Оцінюємо стандартну невизначеність середнього арифметичного за формулою (1.3):

$$u_A(\bar{R}_{3p}) = \sqrt{\frac{1}{(n-1) \cdot n} \cdot \sum_{i=1}^k \left(\frac{R_{3pi} - \bar{R}_{3p}}{S_{3p}} \right)^2}$$

$$u_{ARzsr} = \frac{u_A}{\sqrt{n}}$$

$$u_{ARzsr} = 3.139 \times 10^{-3}$$

2.2 Визначаємо стандартну невизначеність $u_{cB}(\bar{R}_{3p})$ вимірювання температури зразковим термометром, що оцінюється за типом В. Вона складається із стандартної невизначеності калібрування зразкового термометра і прецизійного мультиметра:

$$u_{cB}(\bar{R}_{3p}) = \sqrt{u_B(T)^2 + u_B(M)^2}$$

де $u_B(T)$ - стандартна невизначеність калібрування зразкового термометра;

$u_B(M)$ - стандартна невизначеність калібрування прецизійного мультиметра.

- Із умови задачі відомо, що в сертифікаті калібрування вказана розширена невизначеність ($k=2$) калібрування зразкового термоперетворювача опору $U(T) = 0.002 \text{ } ^\circ\text{C}$. Тоді із формули

$$U(T) = k \cdot u_c(T) \Rightarrow u_c(T) = \frac{U(T)}{k} \quad k1 := 2 \quad ucT := \frac{UT}{k1} \quad ucT = 1 \times 10^{-3}$$

- Аналогічно визначаємо стандартну невизначеність калібрування зразкового мультиметра при $k=3$. Маємо

$$U(M) = k \cdot u_c(M) \Rightarrow u_c(M) = \frac{U(M)}{k \cdot S_{3p}} \quad UM := 0.000015 \quad k2 := 3 \quad ucM := \frac{UM}{k2 \cdot S} \quad ucM = 4.235 \times 10^{-5}$$

Тоді стандартна невизначеність вимірювання температури зразковим термометром, що оцінюється за типом В буде

$$ucB := \sqrt{ucT^2 + ucM^2} \quad ucB = 1.001 \times 10^{-3}$$

Тоді сумарна стандартна невизначеність вимірювання температури зразковим термометром:

$$uc := \sqrt{uARzsr^2 + ucB^2} \quad uc = 3.294 \times 10^{-3}$$

3. Визначаємо сумарну стандартну невизначеність, що зумовлена неоднорідністю температурного поля і нестабільністю підтримання температури в термостаті $u_{cB}(T)$. Оцінюємо за типом В:

$$u_{cB}(T) = \sqrt{u_B(T_1)^2 + u_B(T_2)^2}$$

де $u_B(T_1)$, $u_B(T_2)$ - складові сумарної стандартної невизначеності, зумовлені відповідно неоднорідністю температурного поля і нестабільністю підтримання температури в термостаті.

- Із умови задачі відомо, що нерівномірність температурного поля в робочому об'ємі термостату знаходиться в межах $\pm 0,02^\circ\text{C}$, тобто верхньою границею розподілу нерівномірності є значення $+0,02^\circ\text{C}$, а нижньою – $-0,02^\circ\text{C}$. Передбачаємо, що нерівномірність температурного поля в робочому об'ємі термостату буде рівномірною. В цьому випадку стандартна невизначеність нерівномірності розподілу температурного поля визначається за формулою (1.4):

$$u_B(T_1) = \frac{b_+ - b_-}{2 \cdot \sqrt{3}} \quad u_{BT1} := \frac{0.02 + 0.02}{2 \cdot \sqrt{3}} \quad u_{BT1} = 0.011547$$

- Із умови задачі відомо, що нестабільність температури в робочому об'ємі термостату знаходиться в межах $\pm 0,002^\circ\text{C}$, тобто верхньою границею розподілу нерівномірності є значення $+0,002^\circ\text{C}$, а нижньою – $-0,002^\circ\text{C}$. Передбачаємо, що нерівномірність температурного поля в робочому об'ємі термостату буде рівномірною. В цьому випадку стандартна невизначеність нерівномірності розподілу температурного поля визначається за формулою (1.4):

$$u_{BT2} := \frac{0.002 + 0.002}{2 \cdot \sqrt{3}} \quad u_{BT2} = 1.154701 \times 10^{-3}$$

Тоді відповідно маємо сумарну стандартну невизначеність, що зумовлена неоднорідністю температурного поля і нестабільністю підтримання температури в термостаті за типом В:

$$u_{cB}(T) = \sqrt{u_B(T_1)^2 + u_B(T_2)^2} \quad u_{cBT} := \sqrt{u_{BT1}^2 + u_{BT2}^2} \quad u_{cBT} = 0.011605$$

4. Визначаємо сумарну стандартну невизначеність вимірювання температури робочим термометром за формулою (3.2):

$$u_c(y) = \sqrt{u_{cA}(y)^2 + u_{cB}(y)^2} \quad u_c(\bar{R}_p) = \sqrt{u_A(\bar{R}_p)^2 + u_{cB}(\bar{R}_p)^2}$$

4.1 Визначаємо стандартну невизначеність типу А вимірювання температури в робочому об'ємі термостату зразковим термометром

- Обчислюємо оцінку вимірюваної величини за формулою (1.1)

$$\bar{R}_p = \frac{\sum_{i=1}^n R_{p,i}}{n} \quad R_{rsr} := \frac{\sum_{j=1}^n R_{rj}}{n} \quad R_{rsr} = 105.382025$$

- Оцінюємо стандартну невизначеність результату вимірювання за формулою (1.2):

$$u_A = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^k \left(\frac{R_{p,i} - \bar{R}_p}{S_p} \right)^2} \quad u_{Ar} := \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n \left[\frac{[(Rr)_j - R_{rsr}]^2}{S_r} \right]}{(n-1)}} \quad u_{Ar} = 0.01307$$

- Оцінюємо стандартну невизначеність середньо арифметичного за формулою (1.3):

$$u_A(\bar{R}_p) = \sqrt{\frac{1}{(n-1) \cdot n} \cdot \sum_{i=1}^k \left(\frac{R_{pi} - \bar{R}_p}{S_p} \right)^2} \quad u_{ARrsr} := \frac{u_{Ar}}{\sqrt{n}} \quad u_{ARrsr} = 4.622 \times 10^{-3}$$

4.2 Визначаємо стандартну невизначеність $u_{cB}(\bar{R}_p)$ вимірювання температури робочим термометром, що оцінюється за типом В за загальною формулою (1.12). Вона складається із стандартної невизначеності калібрування автоматичного мосту який використовується для вимірювання опору робочого термометру:

$$u_{cB}(\bar{R}_p) = u_B(M)$$

де $u_B(M)$ - стандартна невизначеність калібрування автоматичного мосту.

- визначаємо стандартну невизначеність калібрування автоматичного мосту при $k=3$. Маємо

$$U(M) = k \cdot u_c(M) \Rightarrow u_c(M) = \frac{U(M)}{k \cdot S_{3p}}$$

$$U_M := 0.0003$$

$$u_{cM} := \frac{U_M}{3 \cdot S_r}$$

$$u_{cM} = 2.597 \times 10^{-4}$$

Тоді сумарна стандартна невизначеність вимірювання температури робочим термометром:

$$u_c(\bar{R}_p) = \sqrt{u_A(\bar{R}_p)^2 + u_{cB}(\bar{R}_p)^2} \quad u_{cr} := \sqrt{u_{ARrsr}^2 + u_{cM}^2} \quad u_{cr} = 4.629686 \times 10^{-3}$$

5. За розрахованими оцінками $u_c(\bar{R}_{3p})$, $u_{cB}(T)$, $u_c(\bar{R}_p)$ визначаємо сумарну стандартну невизначеність результату калібрування робочого термометру:

$$u_c(R_p) = \sqrt{u_c(\bar{R}_p)^2 + u_c(\bar{R}_{3p})^2 + u_{cB}(T)^2}$$

$$u_{uc} := \sqrt{u_{cr}^2 + u_{cBT}^2 + u_c^2}$$

$$u_{uc} = 0.012921$$

Завдання 3.3 Оцінювання невизначеності вимірювального каналу активності іонів

Модельне рівняння вимірювального каналу активності іонів складових елементів гумусу в ґрунті з іоноселективним вимірювальним перетворювачем має вигляд:

$$\Delta U = U_0 + \frac{2.3 \cdot R \cdot T}{n_A \cdot F} \cdot \lg \left(a_A + K_c (a_B)^{n_A/n_B} \right), \quad (3.3)$$

де ΔU - різниця потенціалів на виході вимірювального перетворювача;

U_0 - стандартний постійний потенціал чутливого елемента (електроду порівняння) $= (201 \pm 3) \text{ мВ}$;

R - універсальна газова стала;

T - абсолютна температура;

F - число Фарадея;

n_A, n_B - заряди іонів А і В відповідно;

a_A - активність іонів А, яку потрібно визначити;

a_B - активність іонів В, яка заважає визначенню іонів А;

K_c - коефіцієнт селективності (максимально можливе значення $= 10^{-1}$).

Оцінити невизначеність вимірювального каналу активності іонів в діапазоні вимірювання D_{min}, D_{max} .

Вихідні дані до розрахунку:

- Діапазон вимірювання $D_{min} = 1 \cdot 10^{-6} \frac{\text{моль}}{\text{дм}^3}$, $D_{max} = 0,5 \frac{\text{моль}}{\text{дм}^3}$;
- максимальна різниця потенціалів, яка відповідає максимальній активності іонів D_{max} $\Delta U_{max} = 0,188 \text{ В}$;
- Стандартний потенціал U_0 чутливого елемента становить $\theta_{U_0} = \pm 3 \text{ мВ}$;
- Значення абсолютної похибки вимірювання активності іонів становить $\theta_a = 5 \cdot 10^{-6} \frac{\text{моль}}{\text{дм}^3}$;
- Максимальний температурний коефіцієнт зсуву підсилювача $\theta_t = 0,03 \frac{\text{мВ}}{^\circ\text{C}}$ 1*;
- Температурний коефіцієнт опорної напруги АЦП $k_t = 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$
- Відхилення опорної напруги від номінального значення не перевищує $\theta_{U_{on}} = \pm 0,02 \text{ В}$ при температурі $(20 \pm 5) \text{ } ^\circ\text{C}$.
- вимірювання проводити при зміні температури довкілля $\Delta t = 35 \text{ } ^\circ\text{C}$;
- довірчий рівень не нижче 0,95.

Примітки:

I^* визначається із технічних характеристик підсилювача

Приклад виконання завдання 3.3

1. Складаємо специфікацію вимірювання:

• Оскільки при контролі гумусового стану ґрунтів необхідно вимірювати вміст таких одновалентних речовин, як фторид, нітратний азот, амонійний азот, калій, то в модельному рівнянні відношення $\frac{2.3 \cdot R \cdot T}{n_A \cdot F}$ є сталою величиною, що відображає чутливість іоноселективних електродів відносно іонів А. Ця чутливість становить $S = 59,16 \text{ мВ}$ при температурі досліджуваного середовища 25°C .

• Зміна активності іонів призводить до зміни потенціалів. Для подальшого підсилення малих різниць потенціалів у вимірювальному каналі активності іонів використовується підсилювач, який повинен мати:

- Диференціальний вхід для зменшення дії синфазної завади;
- Низький рівень нульового сигналу;
- Великий коефіцієнт послаблення синфазної перешкоди.

Після підсилення вимірювальний сигнал надходить на вхід АЦП, де перетворюється в двійковий код N.

Отже, кінцевий варіант рівняння перетворення вимірювального каналу активності іонів набуде вигляду:

$$N = (U_0 + S \cdot \lg(a_A + 0.1 \cdot (a_B))) \cdot \frac{K \cdot 2^m}{U_{on}}, \quad (3.4)$$

де U_{on} - опорне значення напруги АЦП = 5 В;

m - розрядність АЦП = 16;

K - коефіцієнт підсилення.

• З даних попередніх досліджень відомо, що межі невилучених залишків систематичних похибок такі:

- Стандартний потенціал U_0 чутливого елемента становить $\theta_{U_0} = \pm 3 \text{ мВ}$;

- Значення абсолютної похибки вимірювання активності іонів становить $\theta_a = 5 \cdot 10^{-6} \frac{\text{моль}}{\text{дм}^3}$;

- Максимальний температурний коефіцієнт зсуву підсилювача $\theta_t = 0,03 \frac{\text{мВ}}{^\circ \text{C}}$;

- Температурний коефіцієнт опорної напруги АЦП $k_t = 10^{-5} \text{ } ^\circ \text{C}^{-1}$;

- Відхилення опорної напруги від номінального значення не перевищує $\theta_{U_{on}} = \pm 0,02 \text{ В}$ при температурі $(20 \pm 5) ^\circ \text{C}$.

2. За типом В розраховуємо стандартні невизначеності, зумовлені джерелами невизначеності, що мають систематичний характер. При не вказанні розподіл значень величин всередині границь вважаємо рівномірним.

2.1 Невизначеність іоноселективного вимірювального перетворювача:
Невизначеність чутливого елементу:

$$u_B(U_o) = \frac{\theta_{U_o}}{\sqrt{3}} = 1,749 \text{ мВ} .$$

Стандартна невизначеність, що зумовлена наявністю абсолютної похибки вимірювання активності іонів в припущенні про нормальний закон розподілу похибки вимірювання всередині меж, розраховуємо за формулою:

$$u_B(a) = \frac{\theta_a}{k} = 2,571 \cdot 10^{-6} \frac{\text{моль}}{\text{дм}^3} ,$$

де k - коефіцієнт охоплення для нормального закону розподілу, який для ймовірності $95\% = 1,96$.

Тоді комбінована невизначеність іоноселективного вимірювального перетворювача, що вноситься внаслідок невилучених залишків систематичних ефектів, пов'язаних з відхиленням стандартного потенціалу, та наявністю абсолютної похибки вимірювання, обчислену за типом В, з урахування попередньо визначених величин, визначаємо за формулою:

$$u_{cB}(ВП) = \sqrt{\left(\frac{\partial \Delta U}{\partial U_0}\right)^2 \cdot (u_B(U_0))^2 + \left(\frac{\partial \Delta U}{\partial a_A}\right)^2 \cdot (u_B(a_A))^2 + \left(\frac{\partial \Delta U}{\partial a_B}\right)^2 \cdot (u_B(a_B))^2} ,$$

де $\frac{\partial \Delta U}{\partial U_0} = 1$ - коефіцієнт чутливості стандартного потенціалу;

$$\frac{\partial \Delta U}{\partial a_A} = \frac{S}{2.3 \cdot (a_A + K_c \cdot a_B)} , \text{ В} \cdot \text{дм}^3 / \text{моль} - \text{коефіцієнт чутливості активності}$$

іонів А для нижнього діапазону вимірювання D_{min} ;

$$\frac{\partial \Delta U}{\partial a_B} = \frac{K_c \cdot S}{2.3 \cdot (a_A + K_c \cdot a_B)} , \text{ В} \cdot \text{дм}^3 / \text{моль} - \text{коефіцієнт чутливості активності}$$

іонів В, що заважають визначенню вимірюваних іонів А для нижнього діапазону вимірювання.

Тоді із врахуванням всіх коефіцієнтів, маємо:

$$u_{cB}(B\Pi) = \sqrt{\left(\frac{\partial \Delta U}{\partial U_0}\right)^2 \cdot (u_B(U_0))^2 + \left(\frac{\partial \Delta U}{\partial a_A}\right)^2 \cdot (u_B(a_A))^2 + \left(\frac{\partial \Delta U}{\partial a_B}\right)^2 \cdot (u_B(a_B))^2} =$$

$$\sqrt{1^2 \cdot (1,73 \text{ мВ})^2 + 23383,4^2 \cdot \left(2,55 \cdot 10^{-3} \frac{\text{ммоль}}{\text{дм}^3}\right)^2 + 2338,34^2 \cdot \left(2,55 \cdot 10^{-3} \frac{\text{ммоль}}{\text{дм}^3}\right)^2} = 65,837 \text{ мВ}.$$

2.2 Розраховуємо стандартну невизначеність, яка вноситься підсилювачем при вимірюванні активності іонів.

Оскільки вимірювання можуть проводитися при зміні температури довкілля $\Delta t = 35^\circ \text{C}$, то враховуючи температурний коефіцієнт зсуву підсилювача $\theta_t = 0,03 \frac{\text{мВ}}{^\circ \text{C}}$, напруга зміщення відповідно буде:

$$U_{зм} = \Delta t \cdot \theta_t = 35^\circ \text{C} \cdot 0,03 \frac{\text{мВ}}{^\circ \text{C}} = 1,05 \text{ мВ}.$$

При коефіцієнті підсилення $K = 1,35 \cdot 10^3$, максимальне значення напруги зсуву буде:

$$U_{зм\max} = K \cdot U_{зм} = 1,417 \text{ В}.$$

Враховуючи максимальне вихідне значення напруги підсилювача $U_{вих} = 5,7 \text{ В}$, його максимальну відносну похибку можна розрахувати за формулою:

$$\delta_{\Pi} = \frac{U_{зм\max}}{2 \cdot U_{вих}} = \frac{1,471}{2 \cdot 5,7} = 124 \text{ мВ}.$$

Розрахувавши максимальну відносну похибку підсилювача, визначаємо стандартну невизначеність, яка вноситься підсилювачем при вимірюванні активності іонів в припущенні про нормальний закон розподілу:

$$u_B(\Pi) = \frac{\delta_{\Pi} \cdot \Delta U_{\max}}{k} = \frac{124 \text{ мВ} \cdot 0,188}{1,96} = 12 \text{ мВ},$$

де ΔU_{\max} - максимальна різниця потенціалів, яка відповідає максимальній активності іонів D_{\max} .

2.3 Невизначеність, що обумовлена відхиленням опорної напруги від номінального значення.

Припускаємо рівномірний закон розподілу, тоді:

$$u_B(U_{on}) = \frac{\theta_{U_{on}}}{\sqrt{3}} = 11,55 \text{ мВ} .$$

Додаткову невизначеність $u_B(\Delta t)$, обумовлену змінами опорної напруги джерела при зміні температури довкілля $\Delta t = 35^\circ \text{C}$ (що значно перевищує нормоване відхилення), розраховуємо через температурний коефіцієнт, в припущенні про рівномірний закон розподілу меж:

$$u_B(\Delta t) = \frac{k_t \cdot \Delta t}{\sqrt{3}} \cdot U_{on} = 1,0103 \text{ мВ}.$$

Отже, комбінована невизначеність джерела опорної напруги АЦП, яка складається зі стандартних невизначеностей типу В $u_B(U_{on})$ та $u_B(\Delta t)$ визначається:

$$u_{cB}(U_{on}) = \sqrt{u_B^2(U_{on}) + u_B^2(\Delta t)} = 11,59 \text{ мВ} .$$

2.4 Стандартну невизначеність, обумовлену кроком квантування q напруги АЦП, в припущенні про трикутний закон розподілу похибки всередині меж визначають:

$$u_B(q) = \frac{U_{on}}{(2^m - 1) \cdot \sqrt{24}} = 15,57 \text{ мкВ}.$$

3. Враховуючи розраховані невизначеності типу В на кожному з етапів перетворення вимірювального сигналу, комбіновану невизначеність вимірювального каналу активності іонів розраховують за формулою:

$$u_{cB}(BK) = \sqrt{u_{cB}^2(U_{on}) + u_{cB}^2(B\Pi) + u_B^2(\Pi) + u_B^2(q)} = 67,905 \text{ мВ}.$$

Аналізуючи отримані результати, видно, що максимальну невизначеність має первинний іоноселективний вимірювальний перетворювач.

4. Розраховуємо розширену невизначеність, припустивши, що сумарний закон розподілу похибок вимірювального каналу є нормальний з довірчим рівнем не нижче 0,95:

$$U = k \cdot u_c(y),$$

$$U = k \cdot u_{cB}(BK) = 1,96 \cdot 62,228 \text{ мВ} = 121,96 \text{ мВ} .$$

Отже, на підставі довідникових даних і даних попередніх досліджень, проведено оцінювання невизначеності вимірювального каналу активності іонів, яка в діапазоні вимірювання від 10^{-6} до $0,5 \frac{\text{моль}}{\text{дм}^3}$ не перевищує 133,093 мВ при максимальній активності заважаючих іонів a_B .

Завдання 3.3 Оцінювання невизначеності вимірювального каналу активності іонів

Модельне рівняння вимірювального каналу активності іонів складових елементів гумусу в ґрунті з іоноселективним вимірювальним перетворювачем має вигляд:

$$\Delta U = U_0 + \frac{2.3 \cdot R \cdot T}{n_A \cdot F} \cdot \lg \left(a_A + K_c (a_B)^{n_A/n_B} \right)$$

де ΔU - різниця потенціалів на виході вимірювального перетворювача;

U_0 - стандартний постійний потенціал чутливого елемента (електроду порівняння) = $(201 \pm 3) \text{ мВ}$;

R - універсальна газова стала;

T - абсолютна температура;

F - число Фарадея;

n_A, n_B - заряди іонів А і В відповідно;

a_A - активність іонів А, яку потрібно визначити;

a_B - активність іонів В, яка заважає визначенню іонів А;

K_c - коефіцієнт селективності (максимально можливе значення = 10^{-1}). $K_c := 0.1$

Оцінити невизначеність вимірювального каналу активності іонів в діапазоні вимірювання D_{\min}, D_{\max} .

Вихідні дані до розрахунку:

• Діапазон вимірювання $D_{\min} = 1 \cdot 10^{-6}, \text{ моль} / \text{дм}^3$,

$D_{\max} = 0,5 \text{ моль} / \text{дм}^3$;

• максимальна різниця потенціалів, яка відповідає максимальній активності іонів D_{\max} $\Delta U_{\max} = 0,188 \text{ В}$; $\Delta U_{\max} := 0.188$

- Стандартний потенціал U_0 чутливого елемента становить $\theta_{U_0} = \pm 3 \text{ мВ}$; $\theta_{U_0} := 3.03 \cdot 10^{-3}$
- Значення абсолютної похибки вимірювання активності іонів становить $\theta_a = 5 \cdot 10^{-6} \frac{\text{моль}}{\text{дм}^3}$; $\theta_a := 5.04 \cdot 10^{-6}$
- Максимальний температурний коефіцієнт зсуву підсилювача $\theta_t = 0.03 \frac{\text{мВ}}{^\circ\text{C}}$; $\theta_t := 0.03 \cdot 10^{-3}$
- Температурний коефіцієнт опорної напруги АЦП $k_t = 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}$; $k_t := 10^{-5}$
- Відхилення опорної напруги від номінального значення не перевищує $\theta_{U_{on}} = \pm 0,02 \text{ В}$ при температурі $(20 \pm 5) \text{ } ^\circ\text{C}$. $\theta_{U_{on}} := 0.02$
- вимірювання проводити при зміні температури навколишнього середовища $\Delta t = 35 \text{ } ^\circ\text{C}$; $\Delta t := 35$
- довірчий рівень не нижче 0,95.

1. Складаємо специфікацію вимірювання:

• Оскільки при контролі гумусового стану ґрунтів необхідно вимірювати вміст таких одновалентних речовин, як фторид, нітратний азот, амонійний азот, калій, то в модельному рівнянні відношення $\frac{2.3 \cdot R \cdot T}{n_A \cdot F}$ є

сталю величиною, що відображає чутливість іоноселективних електродів відносно іонів А. Ця чутливість становить $S = 59.16 \text{ мВ}$ при температурі досліджуваного середовища $25 \text{ } ^\circ\text{C}$ $S := 59.16 \cdot 10^{-3}$

• Зміна активності іонів призводить до зміни потенціалів. Для подальшого підсилення малих різниць потенціалів у вимірювальному каналі активності іонів використовується підсилювач, який повинен мати:

- Диференціальний вхід для зменшення дії синфазної завади;
- Низький рівень нульового сигналу;
- Великий коефіцієнт послаблення синфазної перешкоди.

Після підсилення вимірювальний сигнал надходить на вхід АЦП, де перетворюється в двійковий код N.

Таким чином, кінцевий варіант рівняння перетворення вимірювального каналу активності іонів набуде вигляду:

$$N = U_0 + S \cdot \lg(a_A + 0.1 \cdot (a_B)) \cdot \frac{K \cdot 2^m}{U_{on}}$$

де U_{on} - опорне значення напруги АЦП = 5 В; $U_{op} := 5$

m – розрядність АЦП = 16; $m := 16$

K – коефіцієнт підсилення. $K := 1.35 \cdot 10^3$

- З даних попередніх досліджень відомо, що межі невилучених залишків систематичних похибок такі:

- Стандартний потенціал U_0 чутливого елемента становить $\theta_{U_0} = \pm 3 \text{ мВ}$;

- Значення абсолютної похибки вимірювання активності іонів становить $\theta_a = 5 \cdot 10^{-6} \frac{\text{моль}}{\text{дм}^3}$;

- Максимальний температурний коефіцієнт зсуву підсилювача $\theta_t = 0.03 \frac{\text{мВ}}{^\circ\text{C}}$;

- Температурний коефіцієнт опорної напруги АЦП $k_t = 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$;

- Відхилення опорної напруги від номінального значення не перевищує $\theta_{U_{on}} = \pm 0,02 \text{ В}$ при температурі $(20 \pm 5) \text{ } ^\circ\text{C}$.

2. За типом В розраховуємо стандартні невизначеності, зумовлені джерелами невизначеності, що мають систематичний характер. При не вказанні розподіл значень величин всередині границь вважаємо рівномірним.

2.1 Невизначеність іоноселективного вимірювального перетворювача:

Невизначеність чутливого елемента:

$$u_B(U_0) = \frac{\theta_{U_0}}{\sqrt{3}}$$

$$u_{BU0} := \frac{\theta_{U_0}}{\sqrt{3}}$$

$$u_{BU0} = 1.749 \times 10^{-3}$$

Стандартна невизначеність, що зумовлена наявністю абсолютної похибки вимірювання активності іонів в припущенні про нормальний закон розподілу похибки вимірювання всередині меж, розраховуємо за формулою:

$$u_B(a) = \frac{\theta_a}{k}$$

де k – коефіцієнт охоплення для нормального закону розподілу, який для ймовірності 95 % = 1,96.

$$k := 1.96$$

$$u_{Ba} := \frac{\theta_a}{k}$$

$$u_{Ba} = 2.571 \times 10^{-6}$$

Тоді комбінована невизначеність іоноселективного вимірювального перетворювача, що вноситься за рахунок невилучених залишків систематичних ефектів, пов'язаних з відхиленням стандартного потенціалу, та наявністю абсолютної похибки вимірювання, обчислену за типом В, з урахування попередньо визначених величин, визначаємо за формулою:

$$u_{cB}(ВП) = \sqrt{\left(\frac{\partial \Delta U}{\partial U_0}\right)^2 \cdot (u_B(U_0))^2 + \left(\frac{\partial \Delta U}{\partial a_A}\right)^2 \cdot (u_B(a_A))^2 + \left(\frac{\partial \Delta U}{\partial a_B}\right)^2 \cdot (u_B(a_B))^2}$$

$\frac{\partial \Delta U}{\partial U_0} = 1$ - коефіцієнт чутливості стандартного потенціалу;

$\frac{\partial \Delta U}{\partial a_A} = \frac{S}{2.3 \cdot (a_A + K_c \cdot a_B)}$, $B \cdot \partial M^3 / \text{моль}$ - коефіцієнт чутливості активності іонів А для нижнього діапазону вимірювання D_{min} ;

$$S1 := \frac{S}{2.3 \cdot (a_A + K_c \cdot a_B)} \quad S1 = 2.547 \times 10^4$$

$\frac{\partial \Delta U}{\partial a_B} = \frac{K_c \cdot S}{2.3 \cdot (a_A + K_c \cdot a_B)}$, $B \cdot \partial M^3 / \text{моль}$ - коефіцієнт чутливості активності іонів В, що заважають визначенню вимірюваних іонів А для нижнього діапазону вимірювання.

$$S2 := \frac{S \cdot K_c}{2.3 \cdot (a_A + K_c \cdot a_B)} \quad S2 = 2.547 \times 10^3$$

Тоді із врахуванням всіх коефіцієнтів, маємо:

$$ucBVP := \sqrt{1^2 \cdot uBU^2 + S1^2 \cdot uBa^2 + S2^2 \cdot uBa^2} \quad ucBVP = 0.065837$$

2.2 Розраховуємо стандартну невизначеність, яка вноситься підсилювачем при вимірюванні активності іонів.

Оскільки вимірювання можуть проводитися при зміні температури навколишнього середовища $\Delta t = 35^\circ C$, то враховуючи температурний коефіцієнт зсуву підсилювача $\theta_t = 0.03 \frac{mB}{^\circ C}$, напруга зміщення відповідно

буде:

$$U_{zm} = \Delta t \cdot \theta_t \quad U_{zm} := \Delta t \cdot \theta_t \quad U_{zm} = 1.05 \times 10^{-3}$$

При коефіцієнті підсилення $K = 1,35 \cdot 10^3$, максимальне значення напруги зсуву буде:

$$U_{zmmax} = K \cdot U_{zm} \quad U_{zmmax} := K \cdot U_{zm} \quad U_{zmmax} = 1.417$$

Враховуючи максимальне вихідне значення напруги підсилювача $U_{вих} = 5,7 B$, його максимальну відносну похибку можна розрахувати за формулою:

$$U_{vv} := 5.7 \quad \delta_p := \frac{U_{zmmax}}{2 \cdot U_{vv}} \quad \delta_p = 0.124$$

Розрахувавши максимальну відносну похибку підсилювача, визначаємо стандартну невизначеність, яка вноситься підсилювачем при вимірюванні активності іонів в припущенні про нормальний закон розподілу:

$$u_B(\Pi) = \frac{\delta_{\Pi} \cdot \Delta U_{max}}{k} \quad u_{BP} := \frac{\delta_p \cdot \Delta U_{max}}{k} \quad u_{BP} = 0.012$$

де ΔU_{max} - максимальна різниця потенціалів, яка відповідає максимальній активності іонів D_{max} .

2.3 Невизначеність, що обумовлена відхиленням опорної напруги від номінального значення

Припускаємо рівномірний закон розподілу, тоді:

$$u_B(U_{on}) = \frac{\theta U_{on}}{\sqrt{3}} \quad u_{BUop} := \frac{\theta U_{op}}{\sqrt{3}} \quad u_{BUop} = 0.012$$

Додаткову невизначеність $u_B(\Delta t)$, обумовлену змінами опорної напруги джерела при зміні температури навколишнього середовища $\Delta t = 35^\circ C$ (що значно перевищує нормоване відхилення), розраховуємо через температурний коефіцієнт, в припущенні про рівномірний закон розподілу меж:

$$u_B(\Delta t) = \frac{k_t \cdot \Delta t}{\sqrt{3}} \cdot U_{on} \quad u_{B\Delta t} := \frac{k_t \cdot \Delta t \cdot U_{op}}{\sqrt{3}} \quad u_{B\Delta t} = 1.01 \times 10^{-3}$$

Таким чином, комбінована невизначеність джерела опорної напруги АЦП, яка складається із стандартних невизначеностей типу В $u_B(U_{on})$ та $u_B(\Delta t)$ визначається:

$$u_{cB}(U_{on}) = \sqrt{u_B^2(U_{on}) + u_B^2(\Delta t)} \quad u_{cBUop} := \sqrt{u_{BUop}^2 + u_{B\Delta t}^2} \quad u_{cBUop} = 0.011591$$

2.4 Стандартну невизначеність, обумовлену кроком квантування q напруги АЦП, в припущенні про трикутний закон розподілу похибки всередині меж визначають:

$$u_B(q) = \frac{U_{on}}{(2^m - 1) \cdot \sqrt{24}} \quad u_{Bq} := \frac{U_{op}}{(2^m - 1) \cdot \sqrt{24}} \quad u_{Bq} = 1.557 \times 10^{-5}$$

3. Враховуючи розраховані невизначеності типу В на кожному з етапів перетворення вимірювального сигналу, комбіновану невизначеність вимірювального каналу активності іонів розраховують за формулою:

$$u_{cB}(BK) = \sqrt{u_{cB}^2(U_{on}) + u_{cB}^2(B\Pi) + u_B^2(\Pi) + u_B^2(q)} \\ u_{cBVK} := \sqrt{u_{cBUop}^2 + u_{cBVP}^2 + u_{BP}^2 + u_{Bq}^2} \quad u_{cBVK} = 0.067905$$

Аналізуючи отримані результати, видно, що максимальну невизначеність має первинний іоноселективний вимірювальний перетворювач.

4. Розраховуємо розширену невизначеність, припустивши, що сумарний закон розподілу похибок вимірювального каналу є нормальний з довірчим рівнем не нижче 0,95:

$$U = k \cdot u_{cB}(BK) \quad U := k \cdot u_{cBVK} \quad U = 0.133093$$

Таким чином, на підставі довідникових даних і даних попередніх досліджень, проведено оцінювання невизначеності вимірювального каналу активності іонів, яка в діапазоні вимірювання від 10^{-6} до $0,5 \frac{\text{моль}}{\text{дм}^3}$ не перевищує 133,093 мВ при максимальній активності заважаючих іонів a_B .

Завдання 3.4 Оцінювання невизначеності вимірювання довжини штрихової міри

Вимірювання довжини штрихової міри проводилися на державному первинному еталоні одиниці довжини інтерференційним методом. Рівняння вимірювання довжини має вигляд:

$$L = A \cdot \frac{\lambda}{2 \cdot n_b} + \alpha \cdot L_0 \cdot (20 - t) + \Delta l_s \quad (3.5)$$

де L - довжина міри;

A - кількість імпульсів;

λ - довжина хвилі випромінювання 0,6329913982 мкм;

n_b - показник заломлення повітря = 1,000275236;

α - коефіцієнт лінійного розширення = $1,15 \cdot 10^{-5} K^{-1}$;

L_0 - опорне значення довжини міри = 1,000 м;

t - температура штрихової міри 20,125 °C;

Δl_s - поправка на розмір щілини = 0,031 мкм

Необхідно оцінити невизначеність вимірювання довжини на основі отриманих значень довжини штрихової міри.

Вихідні дані до розрахунку:

- Результат вимірювання

$L_j :=$

1.000001356
1.000001584
1.000001383
1.000001469
1.000001491
1.000001466
1.000001575
1.000001397
1.000001405
1.000001334

- границя не виключених залишків систематичних похибок:
 - Показника заломлення повітря $\theta_b = 2 \cdot 10^{-8}$;
 - Значення довжини хвилі $\theta_\lambda = 6,2 \cdot 10^{-9}$ мкм;
 - Визначення температури міри $\theta_t = 0,003^\circ C$;
 - Визначення поправки на розмір щілини $\theta_{\Delta} = 0,002$ мкм.
- $A=600000$ - кількість імпульсів;
- Довірча ймовірність (рівень довіри) $p = 0,99$.

Приклад виконання завдання 3.4

1. Складаємо специфікацію вимірювання

Відомо, що межі не виключених залишків систематичних похибок:

- Визначення показника заломлення повітря $\theta_b = 2 \cdot 10^{-8}$;
- Значення довжини хвилі $\theta_\lambda = 6,2 \cdot 10^{-9}$ мкм;
- Визначення температури міри $\theta_t = 0,003^\circ\text{C}$;
- Визначення поправки на розмір щілини $\theta_{\Delta} = 0,002$ мкм.

2. Визначаємо оцінку результату вимірювання довжини штрихової міри за формулою (1.1):

$$\bar{L} = \sum_{i=1}^n \frac{L_i}{n} = 1,000001446 \text{ м.}$$

3. Визначаємо стандартну невизначеність типу А результату вимірювання, що обумовлена джерелами невизначеності, які мають випадковий характер за формулою (1.3):

$$u_A(\bar{L}) = \sqrt{\frac{1}{(n-1) \cdot n} \cdot \sum_{i=1}^n (L_i - \bar{L})^2} = 0,027524 \text{ мкм.}$$

4. За типом В розраховуємо стандартні невизначеності, зумовлені джерелами невизначеності, що мають систематичний характер, в припущенні про рівномірний закон розподілу величин.

4.1 Стандартну невизначеність типу В, що зумовлена неточністю значення показника заломлення повітря $\theta_b = 2 \cdot 10^{-8}$ визначаємо за формулою:

$$u_B(b) = \frac{\theta_b}{\sqrt{3}} = 1,155 \cdot 10^{-8}^\circ\text{C}.$$

4.2 За умовою межа похибки, всередині якої лежить значення довжини хвилі випромінювання, становить $\theta_\lambda = 6,2 \cdot 10^{-9}$ мкм. Стандартна невизначеність типу В, що зумовлена не виключеними залишками систематичної похибки довжини хвилі, визначається за формулою:

$$u_B(\lambda) = \frac{\theta_\lambda}{\sqrt{3}} = 3,58 \cdot 10^{-9} \text{ мкм.}$$

4.3 Стандартну невизначеність типу В, що обумовлена неточним значенням температури при відомих межах не виключеної систематичної похибки визначення температури $\theta_t = 0,003^\circ\text{C}$ визначаємо:

$$u_B(t) = \frac{\theta_t}{\sqrt{3}} = 1,732 \cdot 10^{-3}^\circ\text{C}.$$

4.4 Стандартну невизначеність типу В, що зумовлена неточним значенням систематичної похибки визначення поправки на розмір щілини, визначаємо за формулою:

$$u_B(\Delta l) = \frac{\theta \Delta l}{\sqrt{3}} = 0,001155 \text{ мкм}.$$

Тоді комбінована (або сумарна) невизначеність типу В визначається за формулою:

$$u_{cB}(\bar{L}) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial n_b}\right)^2 \cdot u_B^2(b) + \left(\frac{\partial f}{\partial \lambda}\right)^2 \cdot u_B^2(\lambda) + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)^2 \cdot u_B^2(t) + \left(\frac{\partial f}{\partial(\Delta l)}\right)^2 \cdot u_B^2(\Delta l)},$$

де $\left(\frac{\partial f}{\partial n_b}\right) = -A \cdot \frac{\lambda}{2 \cdot n_b^2}$; $\left(\frac{\partial f}{\partial \lambda}\right) = \frac{A}{2 \cdot n_b}$; $\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right) = \alpha \cdot L_0$; $\left(\frac{\partial f}{\partial(\Delta l)}\right) = 1$ -

коефіцієнти чутливості (впливу);

$A=600000$ - кількість імпульсів.

5. Визначаємо комбіновану невизначеність результату вимірювання довжини:

$$u_c(\bar{L}) = \sqrt{u_A(\bar{L})^2 + u_{cB}(\bar{L})^2} = 0,03394399 \text{ мкм}.$$

Записуємо результат із стандартною невизначеністю

$$\bar{L} = 1,000001446 \text{ м}; u_c(\bar{L}) = 0,03394399 \text{ мкм}$$

6. Оцінюємо розширену невизначеність результату вимірювання:

$$U = k \cdot u_c(y)$$

де у загальному випадку коефіцієнт охоплення k вибирається у відповідності із формулою:

$$k = t_p(v_{eff})$$

де $t_p(v_{eff})$ - квантиль розподілу Стюдента з ефективним числом степенів свободи v_{eff} і довірчою ймовірністю (рівнем довіри) p ;

Ефективне число степенів свободи визначається за формулою Велча-Саттерстейта:

$$v_{eff} = \frac{u_c^4}{\sum_{i=1}^m \frac{u^4(x_i)}{v_i} \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^4} = \frac{(n-1) \cdot u_c^4}{u_A^4} = 21.$$

Тоді для заданого рівня довіри $p = 0,99$ та ефективного числа степенів свободи $\nu_{eff} = 21$ маємо див. додаток Б2:

$$k = t_p(\nu_{eff}) = t_{0,99}(21) = 2,831.$$

Маємо розширену невизначеність результату вимірювання довжини:

$$U = k \cdot u_c(\bar{L}) = 2,831 \cdot 0,0339499 = 0,09609543 \text{ мкм}.$$

Записуємо результат вимірювання у вигляді:

$$Y = (y \pm U), P = \%$$

$$\bar{L} = 1,000001446 \text{ м} \pm 0,03394399 \text{ мкм}, P = 99\%$$

Приклад виконання завдання 3.4 в ППП MathCAD

Завдання 3.4 Оцінювання невизначеності вимірювання довжини штрихової міри

Вимірювання довжини штрихової міри проводилися на державному первинному еталоні одиниці довжини інтерференційним методом. Рівняння вимірювання довжини має вигляд:

$$L = A \cdot \frac{\lambda}{2 \cdot n_b} + \alpha \cdot L_0 \cdot (20 - t) + \Delta l_s$$

де L – довжина міри;

A – кількість імпульсів;

λ – довжина хвилі випромінювання 0,6329913982 мкм;

n_b - показник заломлення повітря = 1,000275236;

α – коефіцієнт лінійного розширення = $1,15 \cdot 10^{-5} K^{-1}$;

L_0 - опорне значення довжини міри = 1,000 м;

t – температура штрихової міри 20,125 °C;

Δl_s - поправка на розмір щілини = 0.031 мкм

Необхідно оцінити невизначеність вимірювання довжини на основі отриманих значень довжини штрихової міри.

Вихідні дані до розрахунку:

- Результат вимірювання

n := 10

j := 1..n

$L_j :=$

1.000001356
1.000001584
1.000001383
1.000001469
1.000001491
1.000001466
1.000001575
1.000001397
1.000001405
1.000001334

- межа невиключених залишків систематичних похибок:

- показника заломлення повітря $\theta_b = 2 \cdot 10^{-8}$;

- значення довжини хвилі $\theta_\lambda = 6,2 \cdot 10^{-9}$ мкм;

- визначення температури міри $\theta_t = 0.003^\circ C$;

- визначення поправки на розмір щілини $\theta_{\Delta l} = 0.002$ мкм

- Довірча ймовірність (рівень довіри) $p=0,99$.

$\theta_b := 2 \cdot 10^{-8}$

$\theta_\lambda := 6.2 \cdot 10^{-9} \cdot 10^{-6}$

$\theta_t := 0.003$

$\theta_l := 0.00210^{-6}$

2. Визначаємо оцінку результату вимірювання довжини штрихової міри за формулою (1.1):

$$\bar{L} = \sum_{i=1}^n \frac{L_i}{n} \quad L_{sr} := \left(\frac{\sum_{j=1}^n L_j}{n} \right) \quad L_{sr} = 1.000001446$$

3. Визначаємо стандартну невизначеність типу А результату вимірювання, що обумовлена джерелами невизначеності, які мають випадковий характер за формулою (1.3):

$$u_A(\bar{L}) = \sqrt{\frac{1}{(n-1) \cdot n} \cdot \sum_{i=1}^n (L_i - \bar{L})^2} \quad u_{AA} := \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n [(L_j) - L_{sr}]^2}{(n-1) \cdot n}} \quad u_{AA} = 2.73524 \times 10^{-8}$$

4. За типом В розраховуємо стандартні невизначеності, зумовлені джерелами невизначеності, що мають систематичний характер, в припущенні про рівномірний закон розподілу величин.

4.1 Стандартну невизначеність типу В, що зумовлена неточністю значення показника заломлення повітря $\theta_b = 2 \cdot 10^{-8}$ визначаємо за формулою:

$$u_B(b) = \frac{\theta_b}{\sqrt{3}} \quad u_{Bb} := \frac{\theta_b}{\sqrt{3}} \quad u_{Bb} = 1.155 \times 10^{-8}$$

4.2 За умовою межа похибки, всередині якої лежить значення довжини хвилі випромінювання, становить $\theta_\lambda = 6,2 \cdot 10^{-9}$ мкм. Стандартна невизначеність типу В, що зумовлена невиключеними залишками систематичної похибки довжини хвилі, визначається за формулою:

$$u_B(\lambda) = \frac{\theta_\lambda}{\sqrt{3}} \quad u_{B\lambda} := \frac{\theta_\lambda}{\sqrt{3}} \quad u_{B\lambda} = 3.58 \times 10^{-15}$$

4.3 Стандартну невизначеність типу В, що обумовлена неточним значенням температури при відомих межах невиключеної систематичної похибки визначення температури $\theta_t = 0.003^\circ C$ визначаємо:

$$u_B(t) = \frac{\theta_t}{\sqrt{3}} \quad u_{Bt} := \frac{\theta_t}{\sqrt{3}} \quad u_{Bt} = 1.732 \times 10^{-3}$$

4.4 Стандартну невизначеність типу В, що зумовлена неточним значенням систематичної похибки визначення поправки на розмір щілини, визначаємо за формулою:

$$u_B(\Delta l) = \frac{\theta_{\Delta l}}{\sqrt{3}} \quad u_{Bl} := \frac{\theta_l}{\sqrt{3}} \quad u_{Bl} = 1.155 \times 10^{-9}$$

Тоді комбінована (або сумарна) невизначеність типу В визначається за формулою:

$$u_{cB}(\bar{L}) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial n_b}\right)^2 \cdot u_B^2(b) + \left(\frac{\partial f}{\partial \lambda}\right)^2 \cdot u_B^2(\lambda) + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)^2 \cdot u_B^2(t) + \left(\frac{\partial f}{\partial (\Delta l)}\right)^2 \cdot u_B^2(\Delta l)}$$

$$\text{де } \left(\frac{\partial f}{\partial n_b}\right) = -A \cdot \frac{\lambda}{2 \cdot n_b^2}; \quad \left(\frac{\partial f}{\partial \lambda}\right) = \frac{A}{2 \cdot n_b}; \quad \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right) = \alpha \cdot L_0; \quad \left(\frac{\partial f}{\partial (\Delta l)}\right) = 1 \cdot$$

коефіцієнти чутливості (впливу);

$$u_{cB} := \sqrt{\left(-A \cdot \frac{\lambda}{2 \cdot n_b^2}\right)^2 \cdot u_{Bb}^2 + \left(A \cdot \frac{1}{2 \cdot n_b}\right)^2 \cdot u_{B\lambda}^2 + (\alpha \cdot L_0)^2 \cdot u_{Bt}^2 + (1)^2 \cdot u_{B\Delta l}^2}$$

$$u_{cB} = 2.010072 \times 10^{-8}$$

5. Визначаємо комбіновану невизначеність результату вимірювання довжини:

$$u_c(\bar{L}) = \sqrt{u_{cA}(\bar{L})^2 + u_{cB}(\bar{L})^2}$$

$$u_c := \left(\sqrt{u_{cA}^2 + u_{cB}^2}\right)$$

$$u_c = 3.394399 \times 10^{-8}$$

Записуємо результат із стандартною невизначеністю

$$\bar{L} = 1.000001446 \text{ м}; u_c(\bar{L}) = 0.03394399 \text{ мкм}$$

6. Оцінюємо розширену невизначеність результату вимірювання:

де загальному випадку коефіцієнт охоплення k вибирається у відповідності із формулою:

$$k = t_p(v_{eff})$$

де $t_p(v_{eff})$ - квантиль розподілу Стюдента з ефективним числом степенів свободи v_{eff} і довірчою ймовірністю (рівнем довіри) p див. додаток Б2

$$v_{eff} = \frac{u_c^4}{\sum_{i=1}^m \frac{u^4(x_i)}{v_i} \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^4} = \frac{(n-1) \cdot u_c^4}{u_A^4}$$

$$v_{eff} := \frac{(u_c)^4 \cdot (10-1)}{u_{cA}^4}$$

$$v_{eff} = 21.345687$$

Тоді для заданого рівня довіри $p=0,99$ та ефективного числа степенів свободи $v_{eff} = 21$ маємо див. додаток Б2: $k := 2.831$

Маємо розширену невизначеність результату вимірювання довжини:

$$U = k \cdot u_c(\bar{L})$$

$$U := k \cdot u_c$$

$$U = 9.609543 \times 10^{-8}$$

Записуємо результат вимірювання у вигляді:

$$L = \bar{L} \pm U, P = \%$$

$$L = 1.000001446 \text{ м} \pm 0,09354963644 \text{ мкм}, P = 99\%$$

Завдання 3.5 Оцінювання невизначеності вимірювання зусилля

Вимірювання зусилля виконувалося за допомогою ЗВТ, що описується рівнянням перетворення:

$$Q = \frac{4 \cdot R \cdot S_T \cdot h}{U_a \cdot U_M} \cdot \Delta U \cdot N \quad (3.6)$$

де Q - зусилля (вимірювана величина)

$$Q_i = \begin{matrix} 10.1 & 10.3 & 10.1 & 10.2 & 9.8 & 10 & 10.2 & 10.5 \\ 10.1 & 9.7 & 9.8 & 9.9 & 10.3 & 10.4 & 10 & 9.7 \end{matrix};$$

$$k = \frac{U_a}{\Delta U} - \text{коефіцієнт підсилення операційного підсилювача} = 40^{1*};$$

ΔU - напруга на виході датчика зусилля (вхідна напруга масштабного перетворювача) $\Delta U = 7 \cdot 10^{-2}, B$;

U_a - напруга на виході масштабного перетворювача;

S_T - чутливість датчика зусилля $0,105 \cdot 10^{-3}$;

h - крок квантування;

U_M - напруга, якою живиться мостова схема датчика зусилля

$$U_M = 6,5 B \pm 0,25 мВ;$$

R - опір мостової схеми тензорезисторів $R = 3,25 \pm 0,03 кОм$;

N - кількість імпульсів на виході АЦП = 40000;

Вимірювання проводилися в лабораторних умовах при температурі довкілля $+25 \text{ }^\circ\text{C}$.

Необхідно оцінити невизначеність вимірювання зусилля на основі отриманих значень Q_i , кг із довірчою ймовірністю (рівнем довіри) $p = 0,95$.

Примітки:

1^* визначається із технічних характеристик підсилювача

Приклад виконання завдання 3.5

1. Складаємо специфікацію вимірювання

З технічної документації на ЗВТ відомо:

• Дрейф напруги зміщення нуля масштабного перетворювача (операційного підсилювача) $U_{zm} = 3 \cdot \text{мкВ} / \text{ }^\circ\text{C}$;

• Розрядність АЦП $m=10$;

• Допустиме відхилення напруги джерела живлення датчика зусилля $\theta_{U_M} = 0,25 мВ$;

• Допустиме відхилення опору мостової схеми датчиків зусилля $\theta_R = 0,03 кОм$;

• Температурний коефіцієнт опору становить $\alpha_t = 2,5 \cdot 10^{-6} K^{-1}$.

2. Оцінку результату вимірювання зусилля розраховуємо за формулою:

$$\bar{Q} = \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{n} = 10,06875 \text{ кг}.$$

3. Стандартну невизначеність типу А результату вимірювання, що обумовлена джерелами невизначеності, які мають випадковий характер, визначаємо за формулою:

$$u_A(Q_i) = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n (Q_i - \bar{Q})^2} = 0,24418 \text{ кг}.$$

4. Перевіряємо мінімальний та максимальний результат на наявність грубої похибки. Для цього розраховуємо співвідношення:

$$v_1 = \frac{\bar{x} - x_{\min}}{u_A}, \quad v_2 = \frac{\bar{x} - x_{\max}}{u_A},$$

$$v_1 = \frac{\bar{Q} - Q_{\min}}{u_A} = \frac{10,06875 - 9,7}{0,24418} = 1,51$$

$$v_2 = \frac{\bar{Q} - Q_{\max}}{u_A} = \frac{10,06875 - 10,5}{0,24418} = 1,766$$

Задаємо довірчий рівень $\alpha = 95\%$ та розраховуємо надійність $q = 1 - \alpha = 1 - 0,95 = 0,05$ і, залежно від кількості проведених вимірювань n вибирають допустиме значення $\nu_{0,05;16} = 2,44$ табл. додаток Б5.

Оскільки розраховані значення v_1 та v_2 менші за допустиме значення $\nu_{0,05;16} = 2,44$, гіпотезу про наявність аномальних результатів в ряді спостережень відкидаємо, тобто результати не містять грубу похибку.

5. Оцінюємо стандартну невизначеність середнього арифметичного:

$$u_A(\bar{Q}) = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n (Q_i - \bar{Q})^2} = 0,06105 \text{ кг}.$$

6. За типом В розраховуємо стандартні невизначеності, зумовлені джерелами невизначеності, що мають систематичний характер, в припущенні про рівномірний закон розподілу величин.

6.1 Стандартну невизначеність типу В, що зумовлена дрейфом напруги зміщення нуля операційного підсилювача визначаємо за формулою:

$$u_B(t) = \frac{k \cdot |t - t_H|}{\sqrt{3}} \cdot U_{3M} = 0,3464 \text{ мВ}.$$

Оскільки вимірювання зусилля виконувалися в лабораторних умовах при температурі навколишнього середовища $+25^\circ\text{C}$, яка відрізняється від

температури нормальних умов $t_H = 20^\circ C$, а із специфікації на ЗВ відомо, що дрейф напруги зміщення нуля операційного підсилювача становить $U_{зм} = 3 \text{ мкВ} / ^\circ C$.

6.2 Стандартну невизначеність типу В, що зумовлена обмеженою розрядністю АЦП, в припущенні про рівномірний закон розподілу похибки всередині меж визначаємо:

$$u_B(h) = \frac{h}{\sqrt{12}} = \frac{U_o / (2^m - 1)}{\sqrt{12}} = 0,8446 \text{ мВ},$$

де $U_o = 3 \text{ В}$ - опорна напруга АЦП.

6.3 Стандартну невизначеність типу В, що обумовлена відхиленням напруги джерела живлення датчика зусилля від номінального значення визначаємо:

$$u_B(U_M) = \frac{\theta_{U_M}}{\sqrt{3}} = 0,144 \text{ мВ}.$$

6.4 Стандартну невизначеність типу В, що зумовлена не виключеною систематичною похибкою значення опору мостової схеми, визначаємо за формулою:

$$u_B(R) = \frac{\theta_R}{\sqrt{3}} = 17,321 \text{ Ом}.$$

6.5 Стандартну невизначеність типу В, що зумовлена температурною похибкою тензорезисторів при відхиленні температури навколишнього середовища від нормальних умов, можна визначити на основі рівняння, що визначає залежність опору від температури $R_t = R_0 \cdot \alpha_t \cdot \Delta t$ за формулою:

$$u_B(R_t) = \frac{\alpha_t \cdot |\Delta t|}{\sqrt{3}} \cdot R_0 = 0,023 \text{ Ом}.$$

Комбіновану (або сумарну) невизначеність типу В розраховуємо за формулою:

$$u_B = \sqrt{\left(\frac{\partial Q}{\partial U_a}\right)^2 \cdot u_B^2(t) + \left(\frac{\partial Q}{\partial h}\right)^2 \cdot u_B^2(h) + \left(\frac{\partial Q}{\partial U_M}\right)^2 \cdot u_B^2(U_M) + \left(\frac{\partial Q}{\partial R}\right)^2 \cdot u_B^2(R) + \left(\frac{\partial Q}{\partial R}\right)^2 \cdot u_B^2(R_t)}$$

$$\text{де } \left(\frac{\partial Q}{\partial U_a} \right) = -\frac{4 \cdot R \cdot S_T \cdot h}{k \cdot U_a \cdot U_M} \cdot N = 0,22 \frac{\text{кг}}{B};$$

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial h} \right) = \frac{4 \cdot R \cdot S_T}{k \cdot U_M} \cdot N = 210 \frac{\text{кг}}{B};$$

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial U_M} \right) = \frac{4 \cdot R \cdot S_T \cdot h}{k \cdot U_M^2} \cdot N = -0,095 \frac{\text{кг}}{B};$$

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial R} \right) = \frac{4 \cdot S_T \cdot h}{k \cdot U_M} \cdot N = 1,895 \cdot 10^{-4} \frac{\text{кг}}{O_M} - \text{коефіцієнти чутливості (впливу)};$$

Тоді з урахуванням всіх величини, що входять до формули, маємо

$$u_B = \sqrt{\left(\frac{\partial Q}{\partial U_a} \right)^2 \cdot u_B^2(t) + \left(\frac{\partial Q}{\partial h} \right)^2 \cdot u_B^2(h) + \left(\frac{\partial Q}{\partial U_M} \right)^2 \cdot u_B^2(U_M) + \left(\frac{\partial Q}{\partial R} \right)^2 \cdot u_B^2(R) + \left(\frac{\partial Q}{\partial R} \right)^2 \cdot u_B^2(R_t)} = 0,177807 \text{ кг}.$$

7 Визначаємо комбіновану невизначеність результату вимірювання зусилля на основі експериментальної стандартної невизначеності типу А і комбінованої невизначеності типу В за формулою:

$$u_c(\bar{Q}) = \sqrt{u_A(\bar{Q})^2 + u_B^2} = 0,18799 \text{ кг}.$$

Записуємо результат із стандартною невизначеністю:

$$\bar{Q} = 10,06875 \text{ кг}; u_c(\bar{Q}) = 0,18799 \text{ кг}$$

8. Оцінюємо розширену невизначеність результату вимірювання

$$U = k \cdot u_c(y),$$

де у загальному випадку коефіцієнт охоплення k вибирається у відповідності із формулою:

$$k = t_p(v_{eff})$$

де $t_p(v_{eff})$ - квантиль розподілу Стюдента з ефективним числом степенів свободи v_{eff} і довірчою ймовірністю (рівнем довіри) p ;

Ефективне число степенів свободи визначається за формулою Велча-Саттерстейта:

$$v_{eff} = \frac{u_c^4}{\sum_{i=1}^m \frac{u^4(x_i)}{v_i} \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^4} = \frac{(n-1) \cdot u_c^4}{u_A^4} = 1349.$$

Тоді для заданого рівня довіри $p = 0,95$ та ефективного числа степенів свободи $\nu_{eff} = \infty$ маємо див. додаток Б2:

$$k = t_p(\nu_{eff}) = t_{0,95}(\infty) = 1,95996.$$

$$U = k \cdot u_c(\bar{L}) = 1,95996 \cdot 0,187994 = 0,36846 \text{ кг}.$$

Записуємо результат вимірювання у вигляді:

$$Y = (y \pm U), P = \%$$

$$Q = \bar{Q} \pm U, P = \%$$

$$Q = (10,06875 \pm 0,36846) \text{ кг}, P = 95 \%$$

Приклад виконання завдання 3.5 в ППП MathCAD

Завдання 3.5 Оцінювання невизначеності вимірювання зусилля

Вимірювання зусилля виконувалося за допомогою ЗВТ, що описується таким рівнянням перетворення:

$$Q = \frac{4 \cdot R \cdot S_T \cdot h}{U_a \cdot U_M} \cdot \Delta U \cdot N$$

де Q – зусилля (вимірювана величина)

$n := 16$ $i := 1..n$

$k = \frac{U_a}{\Delta U}$ – коефіцієнт підсилення операційного підсилювача = 40*; $k := 40$

$Q_i :=$

ΔU – напруга на виході датчика зусилля (вхідна напруга масштабного перетворювача) $\Delta U = 7 \cdot 10^{-2} B$;

$\Delta U := 7 \cdot 10^{-2}$

U_a – напруга на виході масштабного перетворювача;

S_T – чутливість датчика зусилля $0,105 \cdot 10^{-3}$;

$S_t := (0.105 \cdot 10^{-3})$

h – крок квантування;

U_M – напруга, якою живиться мостова схема датчика зусилля

$U_M = 6,5 B \pm 0,25 mB$;

R – опір мостової схеми тензорезисторів $R = 3,25 \pm 0,03 k\Omega$; $R := 3.25 \cdot 10^3$

N – кількість імпульсів на виході АЦП = 40000; $N := 40000$

Вимірювання проводилися в лабораторних умовах при температурі навколишнього повітря $+25^\circ C$.

$t := 25$

Необхідно оцінити невизначеність вимірювання зусилля на основі отриманих значень Q_i , кг із довірчою ймовірністю (рівнем довіри) $p=0,95$.

10.1
10.3
10.1
10.2
9.8
10
10.2
10.5
10.1
9.7
9.8
9.9
10.3
10.4
10
9.7

1. Складаємо специфікацію вимірювання

3 технічної документації на ЗВТ відомо:

- Дрейф напруги зміщення нуля масштабного перетворювача

(операційного підсилювача) $U_{zm} = 3 \frac{mKB}{^\circ C}$;

$U_{zm} := 3 \cdot 10^{-6}$

- Розрядність АЦП $m=10$;

$m := 10$

- Допустиме відхилення напруги джерела живлення датчика зусилля

$\theta_{U_M} = 0.25 mB$;

$\theta_{U_m} := 0.25 \cdot 10^{-3}$

- Допустиме відхилення опору мостової схеми датчиків зусилля

$\theta_R = 0.03 k\Omega$;

$\theta_R := 0.03 \cdot 10^3$

- Температурний коефіцієнт опору становить $\alpha_t = 2.5 \cdot 10^{-6} K^{-1}$

$\alpha_t := 2.5 \cdot 10^{-6}$

2. Оцінку результату вимірювання зусилля розраховуємо за формулою:

$$\bar{Q} = \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{n}$$

$$Q_{sr} := \left(\frac{\sum_{i=1}^n Q_i}{n} \right)$$

$Q_{sr} = 10.06875$

3. Стандартну невизначеність типу А результату вимірювання, що обумовлена джерелами невизначеності, які мають випадковий характер, визначаємо за формулою:

$$u_A(Q_i) = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n (Q_i - \bar{Q})^2}$$

$$u_A := \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n [(Q_i - Q_{sr})^2]}{(n-1)}} \quad u_A = 0.24418$$

4. Перевіряємо мінімальний та максимальний результат на наявність грубої похибки. Для цього розраховуємо співвідношення:

$$v_1 = \frac{\bar{x} - x_{\min}}{u_A} \quad Q_{\min} := 9.7 \quad v_1 := \frac{(Q_{sr} - Q_{\min})}{u_A} \quad v_1 = 1.51$$

$$v_2 = \frac{\bar{x} - x_{\max}}{u_A} \quad Q_{\max} := 10.5 \quad v_2 := \frac{(Q_{sr} - Q_{\max})}{u_A} \quad v_2 = -1.766$$

Задаємо довірчий рівень $\alpha = 95\%$ та розраховуємо надійність $q = 1 - \alpha = 1 - 0,95 = 0,05$ і, залежно від кількості проведених вимірювань n вибирають допустиме значення $v_{0,05;16} = 2,44$ табл.додаток Б5.

Оскільки розраховані значення v_1 та v_2 менші за допустиме значення $v_{0,05;16} = 2,44$, гіпотезу про наявність аномальних результатів в ряді спостережень відкидаємо, тобто результати не містять грубу похибку.

5. Оцінюємо стандартну невизначеність середнього арифметичного:

$$u_A(\bar{Q}) = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n (Q_i - \bar{Q})^2}$$

$$u_{AA} := \frac{u_A}{\sqrt{n}} \quad u_{AA} = 0.06105$$

6. За типом В розраховуємо стандартні невизначеності, зумовлені джерелами невизначеності, що мають систематичний характер, в припущенні про рівномірний закон розподілу величин.

6.1 Стандартну невизначеність типу В, що зумовлена дрейфом напруги зміщення нуля операційного підсилювача визначаємо за формулою:

$$u_B(t) = \frac{k \cdot |t - t_n|}{\sqrt{3}} \cdot U_{zm}$$

Оскільки вимірювання зусилля виконувалися в лабораторних умовах при температурі навколишнього середовища $+25^\circ\text{C}$, яка відрізняється від температури нормальних умов $t_n - 20^\circ\text{C}$, а із специфікації на ЗВ відомо, що дрейф напруги зміщення нуля операційного підсилювача становить $U_{zm} = 3 \text{ мкВ}/^\circ\text{C}$

$$t_n := 20 \quad u_{Bt} := \frac{U_{zm} \cdot k \cdot (t - t_n)}{\sqrt{3}} \quad u_{Bt} = 3.464 \times 10^{-4}$$

6.2 Стандартну невизначеність типу В, що зумовлена обмеженою розрядністю АЦП, в припущенні про рівномірний закон розподілу похибки всередині меж визначаємо:

$$u_B(h) = \frac{h}{\sqrt{12}} = \frac{U_o / (2^m - 1)}{\sqrt{12}} \quad \text{де } U_o = 3 \text{ В} - \text{ опорна напруга АЦП.}$$

$$U_0 \approx 3 \quad u_{Bh} \approx \frac{\left[\frac{U_0}{(2^m - 1)} \right]}{\sqrt{12}} \quad u_{Bh} = 8.466 \times 10^{-4}$$

6.3 Стандартну невизначеність типу В, що обумовлена відхиленням напруги джерела живлення датчика зусилля від номінального значення визначаємо:

$$u_B(U_M) = \frac{\theta U_M}{\sqrt{3}} \quad u_{Um} \approx \frac{\theta U_m}{\sqrt{3}} \quad u_{Um} = 1.443 \times 10^{-4}$$

6.4 Стандартну невизначеність типу В, що зумовлена невиключеною систематичною похибкою значення опору мостової схеми, визначаємо за формулою:

$$u_B(R) = \frac{\theta R}{\sqrt{3}} \quad u_{BR} \approx \frac{\theta R}{\sqrt{3}} \quad u_{BR} = 17.321$$

6.5 Стандартну невизначеність типу В, що зумовлена температурною похибкою тензорезисторів при відхиленні температури навколишнього середовища від нормальних умов, можна визначити на основі рівняння, що визначає залежність опору від температури $R_t = R_0 \cdot \alpha_t \cdot \Delta t$ за формулою:

$$u_B(R_t) = \frac{\alpha_t \cdot |\Delta t|}{\sqrt{3}} \cdot R_0 \quad \Delta t \approx 5 \quad u_{Bt1} \approx \frac{\alpha_t \cdot \Delta t \cdot R}{\sqrt{3}} \quad u_{Bt1} = 0.023$$

Комбіновану (або сумарну) невизначеність типу В розраховуємо за формулою:

$$u_B = \sqrt{\left(\frac{\partial Q}{\partial U_a} \right)^2 \cdot u_B^2(t) + \left(\frac{\partial Q}{\partial h} \right)^2 \cdot u_B^2(h) + \left(\frac{\partial Q}{\partial U_M} \right)^2 \cdot u_B^2(U_M) + \left(\frac{\partial Q}{\partial R} \right)^2 \cdot u_B^2(R) + \left(\frac{\partial Q}{\partial R} \right)^2 \cdot u_B^2(R_t)}$$

U_M - напруга, якою живиться мостова схема датчика зусилля

$$U_M = 6,5 \text{ В} \pm 0,25 \text{ мВ};$$

$$U_m := 6.5$$

$$h := \frac{U_0}{(2^m - 1)} \quad h = 2.933 \times 10^{-3}$$

$$U_a := k \cdot \Delta U \quad U_a = 2.8$$

Визначаємо коефіцієнти чутливості (впливу)

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial U_a} \right) = - \frac{4 \cdot R \cdot S_T \cdot h}{k \cdot U_a \cdot U_M} \cdot N$$

$$\frac{-4 \cdot R \cdot S_T \cdot h \cdot N}{k \cdot U_a \cdot U_m} = -0.22$$

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial h} \right) = \frac{4 \cdot R \cdot S_T}{k \cdot U_M} \cdot N$$

$$\frac{4 \cdot R \cdot S_T \cdot N}{k \cdot U_m} = 210$$

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial U_M} \right) = \frac{4 \cdot R \cdot S_T \cdot h}{k \cdot U_M^2} \cdot N$$

$$\frac{-4 \cdot R \cdot S_T \cdot h \cdot N}{k \cdot U_m^2} = -0.095$$

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial R} \right) = \frac{4 \cdot S_T \cdot h}{k \cdot U_M} \cdot N$$

$$\frac{4 \cdot S_T \cdot h \cdot N}{k \cdot U_m} = 1.895 \times 10^{-4}$$

Тоді з урахуванням всіх величини, що входять до формули, маємо

$$u_B := \sqrt{\left(\frac{4 \cdot R \cdot S_T \cdot h \cdot N}{k \cdot U_a \cdot U_m} \right)^2 \cdot u_{Bf}^2 + \left(\frac{4 \cdot R \cdot S_T \cdot N}{k \cdot U_m} \right)^2 \cdot u_{Bh}^2 + \left(\frac{4 \cdot R \cdot S_T \cdot h \cdot N}{k \cdot U_m^2} \right)^2 \cdot u_{Um}^2 + \left(\frac{4 \cdot S_T \cdot h \cdot N}{k \cdot U_m} \right)^2 \cdot u_{BR}^2 + (u_{Bt})^2 \cdot \left(\frac{4 \cdot S_T \cdot h \cdot N}{k \cdot U_m} \right)^2}$$

$$u_B = 0.177807$$

7. Визначаємо комбіновану невизначеність результату вимірювання зусилля на основі експериментальної стандартної невизначеності типу А і комбінованої невизначеності типу В за формулою:

$$u_c(\bar{Q}) = \sqrt{u_A(\bar{Q})^2 + u_B^2} =$$

$$u_c := \left(\sqrt{u_{AA}^2 + u_B^2} \right)$$

$$u_c = 0.187994$$

Запишемо результат із стандартною невизначеністю

$$\bar{Q} = 10.06875 \text{ кг}; u_c(\bar{Q}) = 0.187994 \text{ кг}$$

8. Оцінюємо розширену невизначеність результату вимірювання

$$U = k \cdot u_c(y)$$

де у загальному випадку коефіцієнт охоплення k вибирається у відповідності із формулою:

$$k = t_p(v_{eff})$$

де $t_p(v_{eff})$ - квантиль розподілу Стюдента з ефективним числом степенів свободи v_{eff} і довірчою ймовірністю (рівнем довіри) p ;

Ефективне число степенів свободи визначається за формулою Велча-Саттерстейта:

$$v_{eff} = \frac{u_c^4}{\sum_{i=1}^m \frac{u^4(x_i)}{v_i} \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^4} = \frac{(n-1) \cdot u_c^4}{u_A^4} \quad v := (n-1) \cdot \frac{uc^4}{uAA^4} \quad v = 1.349 \times 10^3$$

Тоді для заданого рівня довіри $p=0,95$ та ефективного числа степенів свободи $v_{eff} = \infty$ маємо див. додаток Б2:

$$k = t_p(v_{eff}) = t_{0,95}(\infty) = 1,95996 .$$

$$U = k \cdot u_c(\bar{L}) = \quad k := 1.95996 \quad U := k \cdot uc \quad U = 0.36846$$

Записуємо результат вимірювання у вигляді:

$$Q = \bar{Q} \pm U, P = \% \\ Q = (10.06875 \pm 0.36846) \text{ КЗ}, P = 95 \%$$

Завдання 3.6 Оцінювання невизначеності комп'ютерно-вимірювальної системи контролю якості електроенергії

Для вимірювального контролю показників якості електроенергії (ЕЕ) розроблено комп'ютерно-вимірювальну систему, функціональна схема якої показана на рис.3.1.

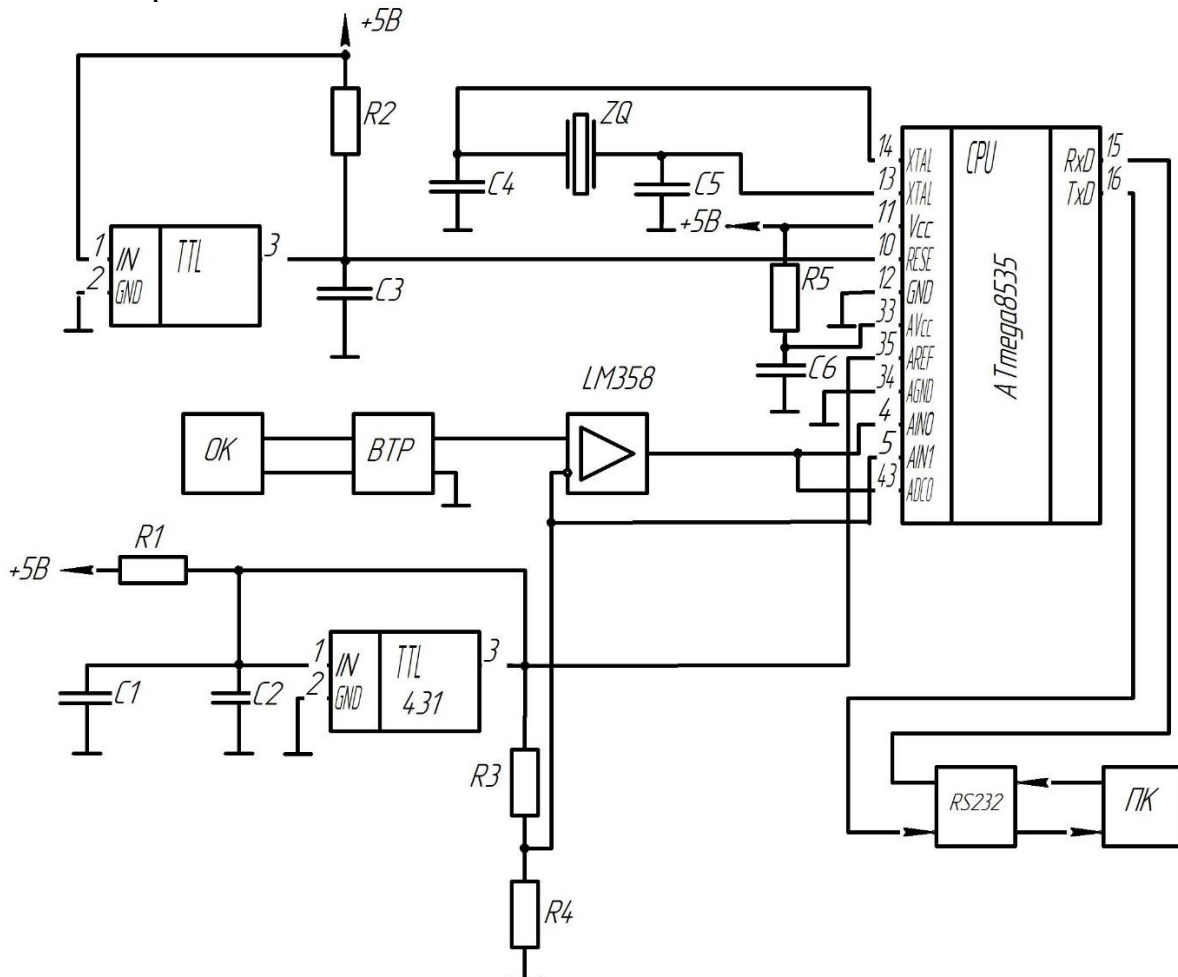


Рисунок 3.1 - Функціональна схема комп'ютерно-вимірювальної системи контролю якості електроенергії

До складу комп'ютерно-вимірювальної системи входять:

- Вимірювальний трансформатор (ВТр), який здійснює зниження змінної напруги електричної мережі до рівня 5 В, а також слугує гальванічною розв'язкою між об'єктом контролю (ОК) і персональним комп'ютером (ПК);
- Операційний підсилювач (ОП) типу LM358, що здійснює масштабування зниженої змінної напруги в діапазоні роботи АЦП, який вбудовано в мікроконтролер Atmega8535;
- Джерело опорної напруги на мікросхемі типу TL431, що забезпечує стабілізацію постійної напруги +5В;
- Подільник постійної напруги на резисторах R3 R4 для задання коефіцієнту масштабування;

- Схема моніторингу скидання на мікросхемі типу 1171СП42 для скидання мікроконтролера при зниженні постійної напруги живлення нижче 4В;
- Послідовний інтерфейс RS232 для передавання даних до ПК, як такий може бути використана мікросхема ADM232LIN або MAX202E.

Для вимірювального контролю вказаних показників якості ЕЕ потрібно два вимірювальних канали (ВК). Один – для вимірювання частоти змінної напруги, другий – для вимірювання миттєвих значень амплітуди змінного сигналу з подальшим усередненням. При визначенні часових параметрів послідовність перетворень у частотному ВК можна подавати у вигляді:

$$T_x \rightarrow T_x \cdot f_0 \rightarrow N_T,$$

T_x - період зміни напруги в електричній мережі, що після масштабування ОП подається на вхід АІN0 мікроконтролера;

f_0 - частота зразкових імпульсів кварцового резонатора (ZQ) $f_0 = 8 \text{ МГц}$;

N_T - кількість імпульсів, що заповнили невідомий період T_x .

Як видно із формули, спочатку невідомий період T_x ділиться на два, тобто аналоговий компаратор мікроконтролера на рівні 2,5 В формує за переднім фронтом період, який дорівнює півперіоду вимірюваної величини. Потім сформований компаратором період заповнюється імпульсами зразкової частоти f_0 , які підраховуються таймер-лічильником мікроконтролера, на виході якого формується значення у вигляді бінарного коду N_T , яке потім необхідно помножити на 2. Це значення передається через послідовний порт до ПК, який зберігає виміряні значення в файл та визначає відхилення часових параметрів і виводить їх на екран монітора. Отже, рівняння перетворення частотного вимірювального каналу має вигляд:

$$N_T = f_0 \cdot T_x = \frac{f_0}{f_x}. \quad (3.7)$$

Для визначення параметрів напруги використовується другий вимірювальний канал, який має таку послідовність перетворень:

$$U_x \rightarrow \frac{U_x}{k} \rightarrow \left(\frac{U_x}{k} + \frac{U_0}{2} \right) \rightarrow \frac{\left(\frac{U_x}{k} + \frac{U_0}{2} \right)}{h} \rightarrow N_U, \quad (3.8)$$

де U_x - невідома напруга електричної мережі;

k - коефіцієнт трансформації;

U_0 - опорна напруга АЦП;

h - крок квантування АЦП;

N_U - значення напруги у бінарному коді.

З урахуванням того, що крок квантування $h = \frac{U_0}{(2^n - 1)}$, де n - розрядність АЦП мікроконтролера, рівняння перетворення вимірювального каналу миттєвих значень напруги має вигляд:

$$N_U = \frac{2^n}{U_0 \cdot k} \cdot U_x. \quad (3.9)$$

Оскільки дана комп'ютерно-вимірювальна система складається із двох вимірювальних каналів, необхідно оцінити складові невизначеностей окремо за частотним ВК і за ВК напруги.

Приклад виконання завдання 3.6

7. Аналіз складових невизначеності типу В:

➤ Вимірювання частоти:

- Невизначеність квантування періоду u_1 ;
- Невизначеність u_2 , що зумовлена зміною опорної частоти при зміні температури навколишнього середовища;

температури навколишнього середовища;

- Невизначеність u_3 , що зумовлена наявністю часом відгуку аналогового компаратора мікроконтролера на появу вхідного сигналу.

аналогового компаратора мікроконтролера на появу вхідного сигналу.

➤ Вимірювання напруги:

- Невизначеність трансформації u_4 ;
- Невизначеність ОП u_5 ;
- Невизначеність квантування АЦП u_6 ;
- Невизначеність u_7 , що зумовлена похибкою, яка існує через наявність зони нечутливості АЦП, що вбудований в мікроконтролер (розрізнявальною здатністю лише в 10 двійкових розрядів).

зони нечутливості АЦП, що вбудований в мікроконтролер (розрізнявальною здатністю лише в 10 двійкових розрядів).

8. Визначаємо складові невизначеності типу В при вимірюванні частоти

2.1 Невизначеність квантування періоду u_1

Оскільки середнє значення частоти загального призначення $\bar{f}_x = 50 \text{ Гц}$, що відповідає вимірюваному періоду 20 мс, може змінюватися в межах від 48 до 52 Гц (від 19,23 до 20,83 мс), а частота кварцового резонатора становить $f_0 = 8 \text{ МГц}$, то невизначеність квантування періоду u_1 в припущенні про рівномірний закон розподілу визначаємо шляхом порівняння зведеної похибки частотного ВК:

$$\gamma = \frac{\Delta}{T_{xH}} \cdot 100\%. \quad (3.10)$$

До відносної похибки квантування:

$$\delta = \frac{1}{N_T} \cdot 100\% . \quad (3.11)$$

За формулою:

$$u_1 = \frac{\Delta}{\sqrt{3}} ,$$

де $\Delta = \frac{T_{xH}}{N_T} = \frac{T_{xH}}{\bar{T}_x \cdot f_0}$ - межі невилученої систематичної похибки частотного

вимірювального каналу;

T_{xH} - нормоване (максимальне) значення періоду, яке для даної мети становить 20,83 мс, що відповідає максимально допустимій частоті 52 Гц;

\bar{T}_x - середнє значення періоду, що становить 20 мс та відповідає середній частоті 50 Гц.

Отримаємо стандартну невизначеність квантування періоду:

$$u_1 = \frac{T_{xH}}{\bar{T}_x \cdot f_0 \cdot \sqrt{3}} = 0,075 \cdot 10^{-6} \text{ с} .$$

2.2 Невизначеність u_2 , що зумовлена зміною опорної частоти при зміні температури навколишнього середовища від $t_1 = 15^\circ \text{C}$ до $t_2 = 25^\circ \text{C}$, розраховуємо через температурний коефіцієнт опорної частоти $k = \pm 10^{-9} \text{ } 1/^\circ \text{C}$ при рівномірному законі розподілу за формулою:

$$u_2 = \frac{k \cdot |t_2 - t_1|}{\sqrt{3}} \cdot f_{x\max} = 0,3 \cdot 10^{-6} \text{ Гц} .$$

2.3 Невизначеність u_3 , що зумовлена наявністю часом відгуку аналогового компаратора мікроконтролера на появу вхідного сигналу, який відповідно до специфікації на мікроконтролер не перевищує $\Delta_1 = 0,5 \text{ мкс}$ визначаємо за формулою:

$$u_3 = \frac{\Delta_1}{\sqrt{3}} = 0,288 \cdot 10^{-6} \text{ с} .$$

Оскільки значення стандартних невизначеностей частотного вимірювального каналу мають різну розмірність, то підсумовувати їх неможна. Тому для розрахунку комбінованої невизначеності частотного ВК зведемо розраховані вище стандартні невизначеності до безрозмірних величин - відносних невизначеностей:

$$\tilde{u}_1 = \frac{u_1}{\bar{f}_x} = 3,758 \cdot 10^{-6}; \tilde{u}_2 = \frac{u_2}{\bar{f}_x} = 6 \cdot 10^{-9}; \tilde{u}_3 = \frac{u_3}{\bar{f}_x} = 1,443 \cdot 10^{-5}.$$

Рівняння для оцінювання відносної комбінованої невизначеності частотного вимірювального каналу буде:

$$\tilde{u}_c(f_x) = \sqrt{\tilde{u}_1^2 + \tilde{u}_2^2 + \tilde{u}_3^2} = 1,492 \cdot 10^{-5} = 1,492 \cdot 10^{-3}\%.$$

Комбіновану невизначеність вимірювання частотних параметрів розраховуємо через значення відносної комбінованої невизначеності та оцінку вимірюваної величини:

$$u_c(f_x) = \bar{f}_x \cdot \tilde{u}_c(f_x) = 0,7458 \cdot 10^{-3} \text{ Гц}.$$

Для розрахунку розширеної невизначеності необхідно вибрати коефіцієнт охоплення, який визначається через число ступенів свободи, яке для невизначеностей типу В = ∞, а коефіцієнт охоплення при довірчому рівні 0,95 становить 1,959. Отже, розширена невизначеність частотного ВК:

$$U = k \cdot u_c(y),$$

$$k = t_p(v_{eff}) = t_{0,95}(\infty) = 1,959,$$

$$U = k \cdot u_c(f_x) = 1,959 \cdot 0,7458 \cdot 10^{-3} = 1,461 \cdot 10^{-3} \text{ Гц}.$$

Записуємо результат вимірювання у вигляді:

$$Y = (y \pm U), P = \%,$$

$$f_x = \bar{f}_x \pm U, P = \%$$

$$f_x = (50 \pm 1,461 \cdot 10^{-3}) \text{ Гц}, P = 95 \%$$

3 Вимірювальний канал напруги характеризується наступними параметрами:

- Середнє значення змінної вхідної напруги $\bar{U}_x = 220_{-15\%}^{+10\%} \text{ В}$;
- Напруга на вторинній обмотці вимірювального трансформатора - 5 В;
- Клас точності ВТР $\gamma = 0,05$;
- Опорна напруга АЦП мікроконтролера $U_0 = 5 \text{ В}$;
- Розрядність АЦП $n = 10$

Визначаємо складові невизначеності типу В при вимірюванні напруги

3.1 Стандартна невизначеність трансформації u_4 , в припущенні про нормальний закон розподілу з довірчим рівнем $p = 0,95$ (коефіцієнт охоплення 1,9590) розраховується за формулою:

$$u_4 = \frac{\gamma \cdot \bar{U}_x}{100\% \cdot k_p} = 0,056 \text{ В}.$$

3.2 Стандартна невизначеність, що вноситься ОП у результат вимірювань в припущенні про нормальний закон розподілу похибки всередині меж становить:

$$u_5 = \frac{|\Delta_{max}|}{k_p} = 0,01531 \cdot 10^{-3} \text{ В},$$

де $|\Delta_{max}|$ - максимальна абсолютна похибка, що вноситься ОП,

$$|\Delta_{max}| = \frac{U_x \cdot \delta_{ОП}}{100\%} = 0,03 \cdot 10^{-3} \text{ В},$$

де $\delta_{ОП}$ - максимальна відносна похибка операційного підсилювача;

U_x - вихідна напруга підсилювача = 5 В;

$$\delta_{ОП} = \frac{\Delta U_{зм.max}}{\Delta U_x} = 0,6 \cdot 10^{-3} \%,$$

де $\Delta U_{зм.max}$ - максимальна напруга зміщення,

$$\Delta U_{зм.max} = U_{зм} \cdot K = \Delta t \cdot \Delta U_t \cdot K = 30 \text{ мкВ},$$

де $\Delta U_t = 3 \text{ мкВ}/^\circ\text{C}$ - дрейф напруги зміщення нуля ОП;

$\Delta t = 10^\circ\text{C}$ - можлива зміна температури навколишнього середовища;

$K = 1$ - коефіцієнт підсилення ОП.

3.3 Невизначеність квантування АЦП u_6 в припущенні про трикутний закон розподілу похибки всередині меж визначаємо за формулою:

$$u_6 = \frac{h}{\sqrt{24}} = \frac{U_0}{(2^n - 1) \cdot \sqrt{24}} = 9,977 \cdot 10^{-4} \text{ В}.$$

3.4 Невизначеність u_7 зони нечутливості АЦП

Відповідно до технічної документації на вбудований в мікроконтролер АЦП він має абсолютну похибку, що існує через наявність зони нечутливості в діапазоні вимірювання АЦП, і яка для роздільної здатності в 10 двійкових розрядів не перевищує $\Delta_S = 5 \text{ мВ}$ - найменше значення, яке може бути виміряне АЦП (нижня межа вимірювання). Через наявність такого обмеження виникає невизначеність u_7 , що зумовлена існуванням зони нечутливості, яку в припущенні про рівномірний розподіл похибки всередині меж розраховуємо за формулою:

$$u_7 = \frac{\Delta_S}{\sqrt{12}} = 1,443 \cdot 10^{-3} \text{ В}.$$

Отже комбінована невизначеність вимірювального каналу напруги складається із чотирьох складових, що визначені вище, та визначається за формулою:

$$u_c(U_x) = \sqrt{u_4^2 + u_5^2 + u_6^2 + u_7^2} = 56,18 \text{ мВ}.$$

Тоді, розширена невизначеність ВК напруги:

$$U = k \cdot u_c(y),$$

$$k = t_p(v_{eff}) = t_{0,95}(\infty) = 1,959,$$

$$U = k \cdot u_c(U_x) = 1,959 \cdot 56,18 \cdot 10^{-3} = 110,05 \cdot 10^{-3} \text{ В}.$$

Записуємо результат вимірювання у наступному вигляді:

$$Y = (y \pm U), P = \%,$$

$$U_x = \bar{U}_x \pm U, P = \%$$

$$U_x = (220 \pm 0,110) \text{ В}, P = 95 \%$$

Отже, проведене оцінювання невизначеностей ВК комп'ютерно-вимірювальної системи контролю якості електроенергії.

Завдання 3.6 Оцінювання невизначеності комп'ютерно-вимірювальної системи контролю якості електроенергії

Для вимірювального контролю показників якості електроенергії (ЕЕ) розроблено комп'ютерно-вимірювальну систему, функціональна схема якої показана на рис.3.1.

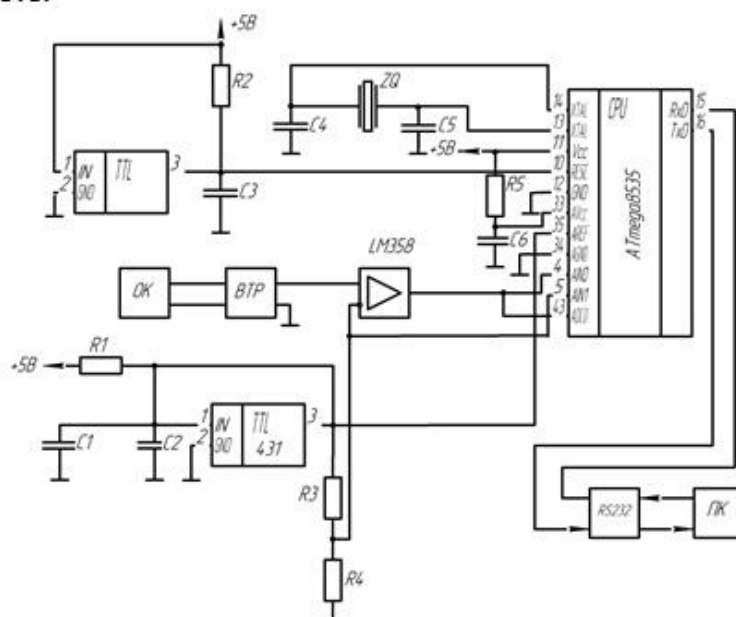


Рисунок 3.1 – Функціональна схема комп'ютерно-вимірювальної системи контролю якості електроенергії

Оскільки дана комп'ютерно-вимірювальна система складається із двох вимірювальних каналів, необхідно оцінити складові невизначеностей окремо за частотним ВК і за ВК напруги.

1. Аналіз складових невизначеності типу В:
 - Вимірювання частоти
 - Невизначеність квантування періоду u_1
 - Невизначеність u_2 , що зумовлена зміною опорної частоти при зміні температури навколишнього середовища
 - Невизначеність u_3 , що зумовлена наявністю часом відгуку аналогового компаратора мікроконтролера на появу вхідного сигналу
 - Вимірювання напруги
 - Невизначеність трансформації u_4
 - Невизначеність ОП u_5
 - Невизначеність квантування АЦП u_6
 - Невизначеність u_7 , що зумовлена похибкою, яка існує через наявність зони нечутливості АЦП, що вбудований в мікроконтролер (розрізнявальною здатністю лише в 10 двійкових розрядів).

2. Визначаємо складові невизначеності типу В при вимірюванні частоти

2.1 Невизначеність квантування періоду u_1

Оскільки середнє значення частоти загального призначення $\tilde{f}_x = 50 \text{ Гц}$, що відповідає вимірюваному періоду 20 мс, може змінюватися в межах від 48 до 52 Гц (від 19,23 до 20,83 мс), а частота кварцового резонатора становить $f_0 = 8 \text{ МГц}$, то невизначеність квантування періоду u_1 в припущенні про рівномірний закон розподілу визначаємо шляхом порівняння зведеної похибки частотного ВК:

$$f_{sr} := 50$$

$$f_{x\max} := 52$$

$$f_0 := 8 \cdot 10^6$$

$$\gamma = \frac{\Delta}{T_{xH}} \cdot 100\%$$

До відносної похибки квантування:
$$\delta = \frac{1}{N_T} \cdot 100\%$$

За формулою:
$$u_1 = \frac{\Delta}{\sqrt{3}}$$

$$\Delta = \frac{T_{xH}}{N_T} = \frac{T_{xH}}{\bar{T}_x \cdot f_0} - \text{межі невилученої систематичної похибки частотного}$$

вимірювального каналу;

T_{xH} - нормоване (максимальне) значення періоду, яке для даної мети становить 20,83 мс, що відповідає максимально допустимій частоті 52 Гц;

$$T_{xH} := 20.83 \cdot 10^{-3}$$

\bar{T}_x - середнє значення періоду, що становить 20 мс та відповідає середній частоті 50 Гц.

$$T_{sr} := 20 \cdot 10^{-3}$$

Отримаємо стандартну невизначеність квантування періоду:

$$u_1 = \frac{T_{xH}}{\bar{T}_x \cdot f_0 \cdot \sqrt{3}}$$

$$u_1 := \frac{T_{xH}}{T_{sr} \cdot f_0 \cdot \sqrt{3}}$$

$$u_1 = 7.516 \times 10^{-8}$$

2.2 Невизначеність u_2 , що зумовлена зміною опорної частоти при зміні температури навколишнього середовища від $t_1 = 15^\circ \text{C}$ до $t_2 = 25^\circ \text{C}$, розраховуємо через температурний коефіцієнт опорної частоти $k = \pm 10^{-9} \text{ } 1/^\circ \text{C}$ при рівномірному законі розподілу за формулою:

$$k := 10^{-9}$$

$$u_2 = \frac{k \cdot |t_2 - t_1|}{\sqrt{3}} \cdot f_{x\max}$$

$$t_2 := 25$$

$$t_1 := 15$$

$$u_2 := \frac{k \cdot |t_2 - t_1| \cdot f_{x\max}}{\sqrt{3}}$$

$$u_2 = 3.002 \times 10^{-7}$$

2.3 Невизначеність u_3 , що зумовлена наявністю часом відгуку аналогового компаратора мікроконтролера на появу вхідного сигналу, який відповідно до специфікації на мікроконтролер не перевищує $\Delta_1 = 0,5 \text{ мкс}$ визначаємо за формулою:

$$\Delta_1 := 0.5 \cdot 10^{-6}$$

$$u_3 = \frac{\Delta_1}{\sqrt{3}}$$

$$u_3 := \frac{\Delta_1}{\sqrt{3}}$$

$$u_3 = 2.887 \times 10^{-7}$$

Оскільки значення стандартних невизначеностей частотного вимірювального каналу мають різну розмірність, то підсумовувати їх неможна. Тому для розрахунку комбінованої невизначеності частотного ВК зведемо розраховані вище стандартні невизначеності до безрозмірних величин – відносних невизначеностей:

$$\tilde{u}_1 = \frac{u_1}{\bar{I}_x}$$

$$uu_1 := \frac{u_1}{I_{sr}}$$

$$uu_1 = 3.758 \times 10^{-6}$$

$$\tilde{u}_2 = \frac{u_2}{\bar{f}_x}$$

$$uu_2 := \frac{u_2}{f_{sr}}$$

$$uu_2 = 6.004 \times 10^{-9}$$

$$\tilde{u}_3 = \frac{u_3}{\bar{I}_x}$$

$$uu_3 := \frac{u_3}{I_{sr}}$$

$$uu_3 = 1.443 \times 10^{-5}$$

Рівняння для оцінювання відносної комбінованої невизначеності частотного вимірювального каналу буде:

$$\tilde{u}_c(f_x) = \sqrt{\tilde{u}_1^2 + \tilde{u}_2^2 + \tilde{u}_3^2}$$

$$ucf := \sqrt{uu_1^2 + uu_2^2 + uu_3^2}$$

$$ucf = 1.492 \times 10^{-5}$$

Комбіновану невизначеність вимірювання частотних параметрів розраховуємо через значення відносної комбінованої невизначеності та оцінку вимірюваної величини:

$$u_c(f_x) = \bar{f}_x \cdot \tilde{u}_c(f_x) =$$

$$ucff := ucf \cdot f_{sr}$$

$$ucff = 7.458 \times 10^{-4}$$

Для розрахунку розширеної невизначеності необхідно вибрати коефіцієнт охоплення, який визначається через число ступенів свободи, яке для невизначеностей типу В = ?, а коефіцієнт охоплення при довірчому рівні 0,95 становить 1,959. Таким чином, розширена невизначеність частотного ВК

$$k = t_p(v_{eff}) = t_{0.95}(\infty) = 1.959$$

$$k := 1.959$$

$$U = k \cdot u_c(f_x)$$

$$U := ucff \cdot k$$

$$U = 1.461 \times 10^{-3}$$

Записуємо результат вимірювання у вигляді:

$$f_x = \bar{f}_x \pm U, P = \%$$

$$f_x = (50 \pm 1.461 \cdot 10^{-3}) \Gamma\mu, P = 95 \%$$

3. Вимірювальний канал напруги характеризується такими параметрами:

- Середнє значення змінної вхідної напруги $\bar{U}_x = 220_{-15\%}^{+10\%} B$; $U_x := 220$
- Напруга на вторинній обмотці вимірювального трансформатора – 5 В;
- Клас точності ВТР $\gamma = 0,05$; $\gamma := 0.05$
- Опорна напруга АЦП мікроконтролера $U_0 = 5 B$; $U_0 := 5$
- Розрядність АЦП $n=10$; $n := 10$

3.1 Стандартна невизначеність трансформації u_4 , в припущенні про нормальний закон розподілу і довірчий рівень $p=0,95$ (коефіцієнт охоплення 1,9590 розраховується за формулою:

$$u_4 = \frac{\gamma \cdot \bar{U}_x}{100\% \cdot k_p} =$$

$$k_p := 1.959$$

$$u_4 := \frac{\gamma \cdot U_x}{100 \cdot k_p}$$

$$u_4 = 0.056$$

3.2 Стандартна невизначеність, що вноситься ОП у результат вимірювань в припущенні про нормальний закон розподілу похибки всередині меж становить:

$$u_5 = \frac{|\Delta_{\max}|}{k_p}$$

де $|\Delta_{\max}|$ - максимальна абсолютна похибка, що вноситься ОП

$$|\Delta_{\max}| = \frac{U_x \cdot \delta_{OP}}{100\%}$$

де δ_{OP} - максимальна відносна похибка операційного підсилювача;

$$\delta_{OP} = \frac{\Delta U_{zm, \max}}{\Delta U_x}$$

U_x - вихідна напруга підсилювача = 5 В;

$$\Delta U_x := 5$$

де $\Delta U_{zm, \max}$ - максимальна напруга зміщення

$$\Delta U_{zm, \max} = U_{zm} \cdot K = \Delta t \cdot \Delta U_t \cdot K$$

де $\Delta U_t = 3 \frac{\text{мкВ}}{\text{°C}}$ - дрейф напруги зміщення нуля ОП;

$$U_t := 3 \cdot 10^{-6}$$

$\Delta t = 10^\circ \text{C}$ - можлива зміна температури навколишнього середовища;

$$\Delta t := 10$$

$K=1$ – коефіцієнт підсилення ОП.

$$K := 1$$

$$\Delta U_{zm} := \Delta t \cdot U_t \cdot K$$

$$\Delta U_{zm} = 3 \times 10^{-5}$$

$$\delta_{op} := \frac{\Delta U_{zm} \cdot 100}{\Delta U_x}$$

$$\delta_{op} = 6 \times 10^{-4}$$

$$\Delta_{\max} := \frac{\Delta U_x \cdot \delta_{op}}{100}$$

$$\Delta_{\max} = 3 \times 10^{-5}$$

$$u_5 := \frac{\Delta_{\max}}{k_p}$$

$$u_5 = 1.531 \times 10^{-5}$$

3.3 Невизначеність квантування АЦП u_6 в припущенні про трикутний закон розподілу похибки всередині меж визначаємо за формулою:

$$u_6 = \frac{h}{\sqrt{24}} = \frac{U_0}{(2^n - 1) \cdot \sqrt{24}}$$

$$u_6 := \frac{U_0}{(2^n - 1) \cdot \sqrt{24}}$$

$$u_6 = 9.977 \times 10^{-4}$$

3.4 Невизначеність u_7 зони нечутливості АЦП

Відповідно до технічної документації на вбудований в мікроконтролер АЦП він має абсолютну похибку, що існує через наявність зони нечутливості в діапазоні вимірювання АЦП, і яка для роздільної здатності в 10 двійкових розрядів не перевищує $\Delta_S = 5 \text{ мВ}$ - найменше значення, яке може бути

$$\Delta_S := 5 \cdot 10^{-3}$$

вимір'яне АЦП (нижня межа вимірювання). Через наявність такого обмеження виникає невизначеність u_7 , що зумовлена існуванням зони нечутливості, яку в припущенні про рівномірний розподіл похибки всередині меж розраховуємо за формулою:

$$u_7 = \frac{\Delta s}{\sqrt{12}} \qquad u_7 := \frac{\Delta s}{\sqrt{12}} \qquad u_7 = 1.443 \times 10^{-3}$$

Таким чином, комбінована невизначеність вимірювального каналу напруги складається із чотирьох складових, що визначені вище, та визначається за формулою:

$$u_c(U_x) = \sqrt{u_4^2 + u_5^2 + u_6^2 + u_7^2} \qquad ucU := \sqrt{u_4^2 + u_5^2 + u_6^2 + u_7^2} \qquad ucU = 0.05618$$

Тоді, розширена невизначеність ВК напруги

$$U = k \cdot u_c(U_x) = \qquad U := ucU \cdot k_p \qquad U = 0.11005$$

Записуємо результат вимірювання у наступному вигляді:

$$U_x = \bar{U}_x \pm U, P = \% \\ U_x = (220 \pm 0.110) \text{ В}, P = 95 \%$$

Отже, проведене оцінювання невизначеностей ВК комп'ютерно-вимірювальної системи контролю якості електроенергії.

4 ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ ОПОСЕРЕДКОВАНИХ ВИМІРЮВАНЬ

4.1 Оцінювання невизначеності не корельованих вхідних величин

За відсутності кореляційного зв'язку між вхідними величинами методика опрацювання результатів непрямих вимірювань полягає в наступному:

1. Визначають оцінку вимірюваної величини Y за формулою:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N),$$

де (x_1, x_2, \dots, x_N) - оцінки вхідних величин X_1, X_2, \dots, X_N , отримані за результатами одноразових чи багаторазових прямих вимірювань. В останньому випадку за оцінки беруть середнє арифметичне:

$$x_i = \bar{X}_i = \sum_{n=1}^N p_{i,n} \cdot X_{i,n}.$$

2. Визначають стандартні невизначеності $u(x_i)$ оцінок (x_1, x_2, \dots, x_N) вхідних величин. Вони можуть бути отримані за типом А (тільки у випадку багаторазових вимірювань X_1, X_2, \dots, X_N чи за типом В.

3. Розраховують комбіновану стандартну невизначеність оцінки вимірюваної величини y за формулою:

$$u_c(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N u_i^2(y)} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot u^2(x_i)}, \quad (4.1)$$

де $\frac{\partial f}{\partial x_i}$ - коефіцієнти чутливості, які розраховуються як частинні похідні.

При значній нелінійності f у цей вираз повинні бути внесені члени більш високого порядку розкладання в ряд Тейлора.

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot u^2(x_i) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left[\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \right)^2 + \frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial^3 f}{\partial x_i \partial x_j^2} \right] \cdot u^2(x_i) \cdot u^2(x_j) \quad (4.2)$$

4. Визначають розширену невизначеність оцінки вимірюваної величини за формулою:

$$U = k \cdot u_c(y),$$

де $k = t_p(v_{eff})$ - квантиль розподілу Ст'юдента з ефективним числом степенів свободи v_{eff} і довірчою ймовірністю (рівнем довіри) p .

Ефективне число степенів свободи визначається за формулою Велча-Саттерстейта:

$$v_{eff} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{v_i}} = \frac{\left[\sum_{i=1}^N u_i^2(y) \right]^2}{\sum_{i=1}^N \frac{u_i^4(y)}{v_i}},$$

де $u_i(y) = \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right) \cdot u(x_i)$;

v_i - число степенів свободи при розрахунку невизначеності оцінки i -ї вхідної величини, при цьому:

$v_i = n - 1$ - для розрахунку невизначеності за типом А;

$v_i = \infty$ - для розрахунку невизначеності за типом В.

5. Записують результат вимірювання у вигляді:

$$Y = (y \pm U), P = \%$$

Завдання 4.1 Оцінювання невизначеності опосередкованих вимірювань віброприскорення при калібруванні акселерометра

В результаті калібрування п'єзоелектричного акселерометра на верхній межі вимірювання на нього діє еталонне віброприскорення зі значенням $1g$ (10^{-8} м/с^2). При цьому на виході акселерометра за допомогою прецизійного мілівольтметра отримано наступні значення вихідної напруги:
 $U_i = (0.5 \quad 0.52 \quad 0.51 \quad 0.49 \quad 0.51 \quad 0.52 \quad 0.5 \quad 0.5 \quad 0.51 \quad 0.49) \text{ мВ}$.

Приклад виконання завдання 4.1

1. Складаємо специфікацію вимірювання:

➤ Аналіз умов вимірювання

Вимірювання проводилися в лабораторних умовах при температурі довкілля $t_1 = 26^\circ \text{C}$.

➤ Аналіз схеми вимірювання

Рівняння перетворення п'єзоелектричного акселерометра має вигляд:

$$g = \frac{U}{m \cdot S} = \frac{C \cdot U}{2 \cdot d_{11} \cdot m}, \quad (4.3)$$

де U - напруга на виході акселерометра;

m - інерційна маса акселерометра $m = (24 \pm 1) \text{ г}$;

$S = \frac{2 \cdot d_{11}}{C}$ - чутливість акселерометра $S = 2,1 \text{ мВ/г}$;

C - ємність п'єзоелектричного перетворювача;
 d_{11} - п'єзоелектрична стала, що описує основну чутливість п'єзозаряду, який генерується під час прикладення сили $d_{11} = 2,1 \cdot 10^{-12} \text{ Кл/Н}$.

➤ Аналіз технічних характеристик приладу

Із специфікації виробника відомо:

- зведена похибка акселерометра становить $\gamma = 1\%$;
- нестабільність ємності провідника (кабелю) $\Delta C = \pm 80 \text{ нФ}$.

2. На основі отриманих значень розраховуємо середнє значення напруги за формулою (1.1):

$$\bar{U} = \sum_{i=1}^n \frac{U_i}{n} = 0,505 \text{ мВ}.$$

Результат вимірювання віброприскорення отримують за формулою:

$$\bar{g} = \frac{\bar{U}}{m \cdot S} = 10,02 \text{ м/с}^2. \quad (4.4)$$

3. Аналіз джерел та розрахунків невизначеності

3.1 За типом А розраховуємо стандартну невизначеність, обумовлену джерелами невизначеності, які мають випадковий характер.

• Стандартну невизначеність напруги, зумовлену джерелами невизначеності, що мають випадковий характер визначають за формулою (1.3):

$$u_A(\bar{U}) = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n (U_i - \bar{U})^2} = 3,415 \text{ мкВ}.$$

• Стандартну невизначеність віброприскорення, зумовлену джерелами невизначеності, що мають випадковий характер, визначають за формулою:

$$u_A(\bar{g}) = \left(\frac{\partial g}{\partial U} \right) \cdot u_A(\bar{U}) = \left(\frac{C}{2 \cdot d_{11} \cdot m} \right) \cdot u_A(\bar{U}) = 68 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}^2. \quad (4.5)$$

3.2 За типом В розраховуємо стандартні невизначеності, зумовлені джерелами невизначеності, що мають систематичний характер. Розподіл значень величин всередині границь вважаємо рівномірним.

• Стандартну невизначеність типу В, що зумовлена обмеженою точністю акселерометра $\gamma = 1\%$ в припущенні про рівномірний закон розподілу похибки всередині меж, визначаємо за формулою:

$$u_B(\gamma) = \frac{\gamma \cdot \bar{U}}{\sqrt{3} \cdot 100\%} = 2,916 \text{ мкВ}.$$

- Стандартну невизначеність типу В, що зумовлена наявністю не виключених меж систематичної складової похибки вимірювання маси акселерометра $\theta_m = \pm 10^{-3} \text{ кг}$ в припущенні про рівномірний закон розподілу похибки всередині меж, визначаємо за формулою:

$$u_B(m) = \frac{\theta_m}{\sqrt{3}} = 0,577 \text{ г}.$$

- Стандартну невизначеність типу В, що зумовлена нестабільністю ємності проводу $\Delta C = \pm 80 \text{ нФ}$ в припущенні про рівномірний закон розподілу похибки всередині меж, визначаємо за формулою:

$$u_B(m) = \frac{\Delta C}{\sqrt{3}} = 46,188 \text{ нФ}.$$

Сумарну стандартну невизначеність, розраховану за типом В визначаємо за формулою:

$$u_B(g) = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial U}\right)^2 \cdot u_B^2(\gamma) + \left(\frac{\partial g}{\partial m}\right)^2 \cdot u_B^2(m) + \left(\frac{\partial g}{\partial C}\right)^2 \cdot u_B^2(C)} = 0,339 \text{ м/с}^2,$$

$$\text{де } \left(\frac{\partial g}{\partial U}\right) = \frac{C}{2 \cdot d_{11} \cdot m}; \left(\frac{\partial g}{\partial m}\right) = -\frac{C \cdot U}{2 \cdot d_{11} \cdot m^2}; \left(\frac{\partial g}{\partial C}\right) = \frac{U}{2 \cdot d_{11} \cdot m}.$$

4. Сумарну стандартну невизначеність u_c розраховуємо за формулою (3.2):

$$u_c(g) = \sqrt{u_A^2(\vec{g}) + u_B^2(g)} = \sqrt{(68 \cdot 10^{-3})^2 + 0,339^2} = 0,346 \text{ м/с}^2.$$

5. Розширену невизначеність визначаємо за формулою (1.15):

$$U = k \cdot u_c(y),$$

$$U = k \cdot u_c(g) = 1,95996 \cdot 0,343 = 0,6722 \text{ м/с}^2$$

де у загальному випадку коефіцієнт охоплення k вибирається у відповідності із формулою:

$$k = t_p(v_{eff}) = t_{0,95}(\infty) = 1,95996,$$

де $t_p(v_{eff})$ - квантиль розподілу Стюдента з ефективним числом степенів свободи $v_{eff} = \infty$ і довірчою ймовірністю (рівнем довіри) $p = 0,95$;

$$v_{eff} = \frac{u_c^4}{u_A^4} \cdot (n-1) = 6103.$$

3. Записуємо результат вимірювання:

$$Y = (y \pm U), P = \%$$

$$g = (\bar{g} \pm U), P = \%$$

$$g = (10,02 \pm 0,678) \frac{M}{c^2}, P = 95 \%$$

Приклад виконання завдання в ППП MathCAD

Завдання 4.1 Оцінювання невизначеності опосередкованих вимірювань віброприскорення при калібруванні акселерометра

В результаті калібрування п'єзоелектричного акселерометра на верхній межі вимірювання на нього діє еталонне віброприскорення із значенням $1g$

$\left(10 \frac{M}{c^2}\right)$. При цьому на виході акселерометра за допомогою прецизійного

мілівольметра отримано наступні значення вихідної напруги:

$$U_i = (0.5 \ 0.52 \ 0.51 \ 0.49 \ 0.51 \ 0.52 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.51 \ 0.49) \text{ мВ.}$$

$$n = 10$$

$$i = 1..n$$

$$U_i =$$

$0.5 \cdot 10^{-3}$
$0.52 \cdot 10^{-3}$
$0.51 \cdot 10^{-3}$
$0.49 \cdot 10^{-3}$
$0.5 \cdot 10^{-3}$
$0.49 \cdot 10^{-3}$
$0.51 \cdot 10^{-3}$
$0.52 \cdot 10^{-3}$
$0.5 \cdot 10^{-3}$
$0.51 \cdot 10^{-3}$

Приклад виконання завдання 4.1

1. Складаємо специфікацію вимірювання:

❖ Аналіз умов вимірювання

Вимірювання проводилися в лабораторних умовах при температурі навколишнього середовища $t_1 = 26^\circ C$.

❖ Аналіз схеми вимірювання

Рівняння перетворення п'єзоелектричного акселерометра має вигляд:

$$g = \frac{U}{m \cdot S} = \frac{C \cdot U}{2 \cdot d_{11} \cdot m}$$

де U – напруга на виході акселерометра;

$$m = 24 \cdot 10^{-3}$$

де U – напруга на виході акселерометра;

m – інерційна маса акселерометра $m = (24 \pm 1) \text{ г}$;

$$m := 24 \cdot 10^{-3}$$

$$0.51 \cdot 10^{-3}$$

$S = \frac{2 \cdot d_{11}}{C}$ – чутливість акселерометра $S = 2,1 \text{ мВ/г}$;

$$S := 2.1 \cdot 10^{-3}$$

C – ємність п'єзоелектричного перетворювача;

d_{11} – п'єзоелектрична стала, що описує основну чутливість п'єзозаряду,

який генерується під час прикладення сили $d_{11} = 2.1 \cdot 10^{-12} \text{ Кл/Н}$.

$$d_{11} := 2.1 \cdot 10^{-12}$$

❖ Аналіз технічних характеристик приладу:

Із специфікації виробника відомо:

$$\gamma := 1$$

• зведена похибка акселерометра становить $\gamma = 1\%$;

• нестабільність ємності провідника (кабелю) $\Delta C = \pm 80 \text{ пФ}$.

$$\Delta C := 80 \cdot 10^{-12}$$

2. На основі отриманих значень розраховуємо середнє значення напруги за формулою (1.1):

$$\bar{U} = \frac{\sum_{i=1}^n U_i}{n}$$

$$U_{sr} := \left(\frac{\sum_{i=1}^n U_i}{n} \right)$$

$$U_{sr} = 5.05 \times 10^{-4}$$

Результат вимірювання віброприскорення отримують за формулою:

$$\bar{g} = \frac{\bar{U}}{m \cdot S}$$

$$g := \frac{U_{sr}}{m \cdot S}$$

$$g = 10.02$$

3. Аналіз джерел та розрахунок невизначеності

3.1 За типом А розраховуємо стандартну невизначеність, обумовлену джерелами невизначеності, які мають випадковий характер.

• Стандартну невизначеність напруги, зумовлену джерелами невизначеності, що мають випадковий характер визначають за формулою (1.3):

$$u_A(\bar{U}) = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \sum_{i=1}^n (U_i - \bar{U})^2}$$

$$u_{uA} := \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n [(U_i - U_{sr})^2]}{(n-1) \cdot n}}$$

$$u_{uA} = 3.41565 \times 10^{-6}$$

• Стандартну невизначеність віброприскорення, зумовлену джерелами невизначеності, що мають випадковий характер, визначають за формулою:

$$u_A(\bar{g}) = \left(\frac{\partial g}{\partial U} \right) \cdot u_A(\bar{U}) = \left(\frac{C}{2 \cdot d_{11} \cdot m} \right) \cdot u_A(\bar{U}) =$$

$$u_{Ag} := \frac{1 \cdot u_{uA}}{S \cdot m}$$

$$u_{Ag} = 0.068$$

3.2 За типом В розраховуємо стандартні невизначеності, зумовлені джерелами невизначеності, що мають систематичний характер. Розподіл значень величин всередині границь вважаємо рівномірним.

- Стандартну невизначеність типу В, що зумовлена обмеженою точністю акселерометра $\gamma=1\%$ в припущенні про рівномірний закон розподілу похибки всередині меж, визначаємо за формулою:

$$u_B(\gamma) = \frac{\gamma \cdot \bar{U}}{\sqrt{3} \cdot 100\%} \quad ub_\gamma := \frac{\gamma \cdot U_{sr}}{\sqrt{3} \cdot 100} \quad ub_\gamma = 2.916 \times 10^{-6}$$

- Стандартну невизначеність типу В, що зумовлена наявністю невиключених меж систематичної складової похибки вимірювання маси акселерометра $\theta_m = \pm 10^{-3} \text{ кг}$ в припущенні про рівномірний закон розподілу похибки всередині меж, визначаємо за формулою:

$$u_B(m) = \frac{\theta_m}{\sqrt{3}} \quad ub_m := \frac{\theta_m}{\sqrt{3}} \quad ub_m = 5.774 \times 10^{-4}$$

- Стандартну невизначеність типу В, що зумовлена нестабільністю ємності проводу $\Delta C = \pm 80 \text{ нФ}$ в припущенні про рівномірний закон розподілу похибки всередині меж, визначаємо за формулою:

$$u_B(m) = \frac{\Delta C}{\sqrt{3}} \quad ub_C := \frac{\Delta C}{\sqrt{3}} \quad ub_C = 4.619 \times 10^{-11}$$

Сумарну стандартну невизначеність, розраховану за типом В визначаємо за формулою:

$$u_B(g) = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial U}\right)^2 \cdot u_B^2(\gamma) + \left(\frac{\partial g}{\partial m}\right)^2 \cdot u_B^2(m) + \left(\frac{\partial g}{\partial C}\right)^2 \cdot u_B^2(C)}$$

$$\left(\frac{\partial g}{\partial U}\right) = \frac{C}{2 \cdot d_{11} \cdot m} \quad \frac{1}{\text{S} \cdot \text{m}} = 1.984 \times 10^4$$

$$\left(\frac{\partial g}{\partial m}\right) = -\frac{C \cdot U}{2 \cdot d_{11} \cdot m^2} \quad \frac{-1 \cdot U_{sr}}{\text{S} \cdot \text{m}^2} = -417.493$$

$$\left(\frac{\partial g}{\partial C}\right) = \frac{U}{2 \cdot d_{11} \cdot m} \quad \frac{U_{sr}}{2 \cdot \text{m} \cdot \text{d11}} = 5.01 \times 10^9$$

$$u_B := \sqrt{\left(\frac{1}{\text{S} \cdot \text{m}}\right)^2 \cdot ub_\gamma^2 + \left(\frac{-1 \cdot U_{sr}}{\text{S} \cdot \text{m}^2}\right)^2 \cdot ub_m^2 + \left(\frac{U_{sr}}{2 \cdot \text{m} \cdot \text{d11}}\right)^2 \cdot (ub_C)^2} \quad u_B = 0.339$$

4. Сумарну стандартну невизначеність u_c розраховуємо за формулою (3.2):

$$u_c(g) = \sqrt{u_A^2(\bar{g}) + u_B^2(g)} \quad u_c := \left(\sqrt{u_A g^2 + u_B^2}\right) \quad u_c = 0.346$$

5. Розширену невизначеність визначаємо за формулою (1.15):

$$U = k \cdot u_c(y)$$

де загальному випадку коефіцієнт охоплення k вибирається у відповідності із формулою:

$$k = t_p(v_{eff}) = t_{0.95}(\infty) = 1,95996$$

де $t_p(v_{eff})$ - квантиль розподілу Стюдента з ефективним числом степенів свободи $v_{eff} = \infty$ і довірчою ймовірністю (рівнем довіри) $p=0,95$;

$$v_{eff} = \frac{u_c^4}{u_A^4} \cdot (n-1)$$

$$v := \left(\frac{u_c^4}{u_{Ag}^4} \right) \cdot (n-1)$$

$$v = 6.101 \times 10^3$$

$$U = k \cdot u_c(g)$$

$$k := 1.95996$$

$$U := k \cdot u_c$$

$$U = 0.678$$

6. Записуємо результат вимірювання:

$$g = (\bar{g} \pm U), P = \%$$

$$g = (10.02 \pm 0.678) \frac{M}{c^2}, P = 95 \%$$

4.2 Оцінювання невизначеності корельованих вхідних величин

При наявності кореляційного зв'язку між вхідними величинами методика опрацювання результатів непрямих вимірювань є наступною:

1. Визначають оцінку вимірюваної величини за формулою

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_N),$$

де (x_1, x_2, \dots, x_N) - оцінки вхідних величин X_1, X_2, \dots, X_N , отримані за результатами одноразових чи багаторазових прямих вимірювань. В останньому випадку за оцінки беруть середнє арифметичне:

$$x_i = \bar{X}_i = \sum_{i=1}^N p_{i,n} \cdot X_{i,n}.$$

При цьому, як і випадку незалежних непрямих вимірювань, вважається, що з числа багаторазових спостережень видалені спостереження з грубими промахами, а також внесені всі поправки на відомі систематичні ефекти.

2. Визначають стандартні невизначеності $u(x_i)$ оцінок (x_1, x_2, \dots, x_N) вхідних величин. Вони можуть бути отримані за типом А (тільки у випадку багаторазових вимірювань X_1, X_2, \dots, X_N чи за типом В.

3. Розраховують значення коефіцієнтів чутливості:

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} \text{ при } X_i = x_i (i = 1, 2, \dots, N).$$

4. Знаходять попарні оцінки кореляційних моментів:

$$u(x_i, x_j) = \frac{\sum_{k=1}^n (x_{i,k} - \bar{x}_i) \cdot (x_{j,k} - \bar{x}_j)}{n - 1}. \quad (4.6)$$

5. Розраховують коефіцієнт кореляції:

$$r(x_i, x_j) = \frac{u(x_i, x_j)}{u(x_i) \cdot u(x_j)}. \quad (4.7)$$

6. Визначають оцінку дисперсії результату вимірювання:

$$u_c^2 = \sum_{i=1}^N c_i^2 \cdot u^2(\bar{x}_i) + 2 \cdot \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{i=2}^N c_i \cdot c_j \cdot r(x_i, x_j) \cdot u(x_i) \cdot u(x_j). \quad (4.8)$$

4. Визначають розширену невизначеність результату непрямого вимірювання

$$U = k \cdot u_c(y),$$

$k = t_p(v_{eff})$ - квантиль розподілу Стюдента з ефективним числом степенів свободи v_{eff} і довірчою ймовірністю (рівнем довіри) p .

5. Записують результат вимірювання у вигляді:

$$Y = (y \pm U), P = \%$$

ТЕРМІНИ ТА ВИЗНАЧЕННЯ

Бюджет невизначеності - звіт про невизначеність вимірювань, про складові цієї невизначеності вимірювань, їх розрахунку та об'єднання.

Примітка. Бюджет невизначеності може включати модель вимірювань, оцінки і невизначеності вимірювань, пов'язані з величинами, що входять до моделі вимірювань, коваріації, види застосованих функцій щільності ймовірності, число степенів свободи, тип оцінювання невизначеності вимірювань та коефіцієнт охоплення.

Відносна стандартна невизначеність - відношення стандартної невизначеності до оцінки вимірюваної величини.

Відносна комбінована невизначеність - відношення комбінованої невизначеності до оцінки вихідної величини.

Відносна розширена невизначеність - відношення розширеної невизначеності до оцінки вихідної величини.

Вхідна величина в моделі вимірювань - величина, яка повинна бути виміряна, або величина, значення якої може бути отримано іншим способом, для розрахунку вимірюваного значення вимірюваної величини.

Вихідна величина в моделі вимірювання - величина, виміряне значення якої розраховують, використовуючи значення вхідних величин в моделі вимірювання.

Впливова величина - величина, яка при прямому вимірюванні не впливає на величину, яка фактично вимірюється, але впливає на співвідношення між показами і результатом вимірювання.

Дефініційна невизначеність - складова невизначеності вимірювань, що є результатом обмеженої деталізації в визначенні вимірюваної величини.

Примітка 1. Дефініційна невизначеність є практичний мінімум невизначеності вимірювання при будь-якому вимірюванні даної вимірюваної величини.

Інтервал охоплення - інтервал, який містить сукупність істинних значень вимірюваної величини із заданою ймовірністю, і який заснований на доступній інформації.

Ймовірність охоплення - ймовірність того, що сукупність істинних значень вимірюваної величини знаходиться всередині вказаного інтервалу охоплення

Коефіцієнт охоплення - число більше ніж 1, на яке домножують стандартну невизначеність вимірювань для отримання розширеної невизначеності вимірювань.

Модель вимірювань - математичний зв'язок між всіма величинами, про які відомо, що вони причетні до вимірювання.

Примітка 1. Загальною формою моделі вимірювання є рівняння $f(Y, X_1, \dots, X_n) = 0$, де Y – вихідна величина в моделі вимірювання – є вимірюваною величиною, значення якої повинно бути отримано на основі інформації про вхідні величини в моделі вимірювання X_1, \dots, X_n .

Примітка 2. В більш складних випадках, коли існує дві та більше вихідних величин моделі, ця модель вимірювання буде складатися із декількох рівнянь.

Невизначеність вимірювання [1] - невід'ємний параметр, який характеризує розсіювання значень величини, які приписуються вимірюваній величині на основі використаної інформації.

Примітка 1. Невизначеність вимірювань включає складові, зумовлені систематичними ефектами, такі як, складові, що пов'язані із поправками та приписаними значеннями величини еталонів, а також диференційну невизначеність. Іноді не вводять поправки на оцінювані систематичні ефекти, а замість цього останні розглядаються як складові невизначеності вимірювань.

Примітка 2. Параметром може бути, наприклад, стандартне відхилення, що називається стандартною невизначеністю вимірювань, або половина ширини інтервалу із встановленою ймовірністю охоплення.

Примітка 3. Невизначеність вимірювань охоплює, в загальному випадку, багато складових. Деякі із цих складових можуть бути оцінені за типом А невизначеності вимірювань на основі статистичного розподілу значень величини із серії вимірювань і можуть характеризуватися стандартними відхиленнями. Інші складові, які можуть бути оцінені за типом В невизначеності вимірювань, можуть також характеризуватися стандартними відхиленнями, які оцінюються із функції щільності ймовірності на основі досвіду або іншої інформації.

Оцінювання невизначеності вимірювань по типу А - оцінювання складової невизначеності вимірювань за допомогою статистичного аналізу вимірюваних значень величини, спостережних при певних умовах вимірювання.

Оцінювання невизначеності вимірювань за типом В - оцінювання складової невизначеності вимірювань, визначеної іншим способом, ніж оцінювання невизначеності вимірювань за типом А.

Примітка. Оцінювання ґрунтується на інформації:

- Пов'язаної із значенням величини, що взяті із надійних публікацій;
- Пов'язаної із значенням величини атестованого стандартного зразка;
- Отриманої із сертифікатів калібрування;
- Про дрейф;
- Пов'язаної із класом точності повіреного засобу вимірювання;
- Отриманого із границь, встановлених із особистого досвіду.

Стандартна невизначеність u - невизначеність (непевність), що виражається як стандартне середньоквадратичне відхилення (СКВ).

Сумарна стандартна невизначеність (комбінована) u_c - невизначеність (непевність), що отримується шляхом підсумовування всіх складових стандартних невизначеностей, пов'язаних з вимірюваною величиною.

Сукупне вимірювання - це непряме вимірювання, в якому значення кількох одночасно вимірюваних однорідних величин отримують шляхом розв'язання системи рівнянь, що пов'язують різні сполучення цих величин, які вимірюються прямо чи опосередковано.

Сумісне вимірювання - непряме вимірювання, в якому значення декількох одночасно вимірюваних різнорідних фізичних величин отримують шляхом розв'язання рівнянь, які пов'язують їх із іншими фізичними величинами, що вимірюються прямо чи опосередковано.

Розширена невизначеність U - інтервал навколо результату вимірювання, в межах якого ймовірно розташована більшість розподілу значень, які з достатнім обґрунтуванням можуть бути приписані вимірюваній величині.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ, ПЕРІОДИЧНИХ ВИДАНЬ, ОФІЦІЙНИХ ДЖЕРЕЛ ІНФОРМАЦІЇ В МЕРЕЖІ INTERNET

1. Васілевський О.М. Основи теорії невизначеності вимірювань: підручник / О.М.Васілевський, В.Ю.Кучерук, Є.Т.Володарський. – Вінниця: ВНТУ, 2015. – 230 с.
<https://press.vntu.edu.ua/index.php/vntu/catalog/download/221/405/446-1?inline=1>
2. Guide to expression of uncertainty in measurement: First edition. – ISO. Switzerland, 1993.
3. JCGM 104:2009 Evaluation of measurement data – An introduction to the «Guide to the expression of uncertainty in measurement» and related documents : JCGM 104:2009. – Sevres : JCGM, 2009. – 20 p.
4. JCGM 106:2012. Evaluation of measurement data - The role of measurement uncertainty in conformity assessment/ – Sevres : JCGM, 2009. – 57 p.
5. EA- 4/02 M:2013 Вираз невизначеності вимірювання при калібруванні
6. Поджаренко В.О. Опрацювання результатів вимірювань на основі концепції невизначеності: навч. посіб. / В.О.Поджаренко, О.М.Васілевський, В.Ю.Кучерук. – Вінниця: ВНТУ, 2008. – 128 с.
6. До проблеми впровадження методики оцінки невизначеностей вимірювань А.Д.Скоробу, Б.М.Силошний /Проблеми безпеки атомних електростанцій і Чорнобиля вип.14 2010.
7. Засади оцінювання невизначеності результатів
<https://sites.google.com/site/yakavoska/articles/zasadi>
8. Salicone, Simona. *Measurement uncertainty: an approach via the mathematical theory of evidence*. Springer science & business media, 2007.
9. Buonaccorsi, John P. *Measurement error: models, methods, and applications*. CRC press, 2010.
10. Uncertainty Analysis for Engineers and Scientists: A Practical Guide 1st Edition by [Faith A. Morrison](#) (Author)
11. "Measurement Uncertainty: A Practical Guide for Engineers and Scientists" by L. S. Blakeley.
12. Eurachem/EUROLAB/CITAC/Nordtest/AMC Guide: Measurement uncertainty arising from sampling: a guide to methods and approaches: M H Ramsey and S L R Ellison (Eds): translation of the first edition, 2007 – Kyiv.: LLC "Yurka Liubchenka", 2015. – 156 p.
13. JCGM 200:2012. International vocabulary of metrology — Basic and general concepts and associated terms (VIM) – (JCGM 200:2008 with minor correction) (Published by the OIML as OIML V 2-200:2012 as www.oiml.org/en/publicatons/guides/)Also referred to in present Guide as “VIM3»
14. Настанова Eurachem/EUROLAB/CITAC/Nordtest/AMC "Непевність виміру, пов'язана з відбиранням проби. Настанова з методів та підходів": за ред. М. Ремзі та С. Еллісона: переклад першого видання 2007 р. – К.: ТОВ "Юрка Любченка", 2015. – 156 с.

15. Ellison S L R, Roesslein M, Williams A (eds) (1995) Eurachem Guide: *Quantifying Uncertainty in Analytical Measurement*, Eurachem, 1st edition.
16. ISO/TS 21748:2004 Guidance for the use of repeatability, reproducibility and trueness estimates in measurement uncertainty estimation. ISO, Geneva.

ПЕРЕЛІК НОРМАТИВНОЇ ДОКУМЕНТАЦІЇ

1. ДСТУ-Н 7531-2014 Метрологія. Впровадження концепції невизначеності вимірювання під час випробування з урахуванням вимог ДСТУ ISO_IEC 17025
2. ДСТУ OIML G 19:2018 Роль невизначеності вимірювання під час прийняття рішень про оцінку відповідності в законодавчо регульованій метрології (OIML G 19:2017, IDT)
<http://online.budstandart.com/ua/catalog/document.html?iddoc=81671>
3. ДСТУ-Н 7531:2014 Метрологія. Впровадження концепції невизначеності вимірювання під час випробування з урахуванням вимог ДСТУ ISO/IEC 17025 [Текст]. - Чинний від 2015-02-01. - Київ : Мінекономрозвитку України, 2015. - IV, 4 с. - (Настанова).- Бібліогр.: с.4.
http://www.leonorm.com.ua/Default.php?Page=search&TableNumber=2&nodename=lnbod_S3337
<http://csm.kiev.ua/nd/nd.php?b=1&z=%D0%9E%D0%BF%D1%82%D0%B8&l=220>
<http://online.budstandart.com/ua/catalog/document.html?iddoc=67950>
4. ДСТУ ISO/IEC Guide 98-1:2018 Невизначеність вимірювань. Частина 1. Вступ до подання невизначеності у вимірюванні (ISO/IEC Guide 98-1:2009, IDT) <http://online.budstandart.com/ua/catalog/document.html?iddoc=81668>
5. ДСТУ ISO/IEC Guide 98-3:2018 Невизначеність вимірювань http://online.budstandart.com/ua/catalog/doc-page?id_doc=81669
6. ДСТУ ISO/IEC Guide 98-4:2018 Невизначеність вимірювань http://online.budstandart.com/ua/catalog/doc-page?id_doc=81670
7. ДСТУ ISO/TS 21749:2013 Невизначеність вимірювання в метрологічній практиці. Повторні вимірювання та ієрархічні експерименти (ISO/TS 21749:2005, IDT) <http://online.budstandart.com/ua/catalog/document.html?iddoc=62233>
8. ДСТУ ГОСТ ИСО 5725-6:2005 Точність (правильність і прецизійність) методів та результатів вимірювання. Частина 6. Використання значення точності на практиці (ГОСТ ИСО 5725-6-2003, IDT)
<http://online.budstandart.com/ua/catalog/document.html?iddoc=84938>
17. ДСТУ ГОСТ ИСО 5725-2:2005 Точність (правильність і прецизійність) методів та результатів вимірювання. Частина 2. Основний метод визначення повторюваності і відтворюваності стандартного методу вимірювання (ГОСТ ИСО 5725-2-2003, IDT)
<http://online.budstandart.com/ua/catalog/document.html?iddoc=84968>
18. ДСТУ ГОСТ ИСО 5725-4:2005 Точність (правильність і прецизійність) методів та результатів вимірювання. Частина 4. Основні методи

визначення правильності стандартного методу вимірювання (ГОСТ ИСО 5725-4-2003, IDT) <http://online.budstandart.com/ua/catalog/document.html?iddoc=89958>

19. ДСТУ ГОСТ ИСО 5725-1:2005 Точність (правильність і прецизійність) методів та результатів вимірювання. Частина 1. Основні положення та визначення (ГОСТ ИСО 5725-1-2003, IDT) <http://online.budstandart.com/ua/catalog/document.html?iddoc=72104>

20. ДСТУ ISO 3534-1:2008 Статистика. Словник термінів і позначки. Частина 1. Загальні статистичні терміни та терміни теорії ймовірностей (ISO 3534-1:2006, IDT)

<http://online.budstandart.com/ua/catalog/document.html?iddoc=29186>

Додаток А1

Зразок оформлення титульної сторінки до курсової роботи

Черкаський державний технологічний університет

(повне найменування вищого навчального закладу)

Приладобудування, мехатроніки та комп'ютеризованих технологій

(повна назва кафедри, циклової комісії)

КУРСОВА РОБОТА

З «Похибки та невизначеності вимірювань»

(назва дисципліни)

на тему: «опрацювання результатів вимірювань на основі концепції невизначеності у вимірюваннях»

Студента (ки) _____ курсу _____ групи
напряму підготовки _____
спеціальності _____

_____ (прізвище та ініціали)

Керівник _____

_____ (посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали)

Національна шкала _____

Кількість балів: _____

Оцінка: ECTS _____

Члени комісії _____

(підпис)

(прізвище та ініціали)

(підпис)

(прізвище та ініціали)

(підпис)

(прізвище та ініціали)

м. _____ - 20__ рік

Додаток А2
**Зразок оформлення титульної сторінки для розрахунково-
пояснювальної записки**

Черкаський державний технологічний університет

(повне найменування вищого навчального закладу)

Приладобудування, мехатроніки та комп'ютеризованих технологій

(повна назва кафедри, циклової комісії)

КУРСОВА РОБОТА

Розрахунково - пояснювальна записка

Варіант *********

з «Похибки та невизначеності вимірювань»

(назва дисципліни)

на тему: «опрацювання результатів вимірювань на основі концепції
невизначеності у вимірюваннях»

Студента (ки) _____ курсу _____ групи
напряму підготовки _____
спеціальності _____

(прізвище та ініціали)

Керівник _____

(посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали)

Національна шкала _____

Кількість балів: _____

Оцінка: ECTS _____

Члени комісії _____

(підпис)

(прізвище та ініціали)

(підпис)

(прізвище та ініціали)

(підпис)

(прізвище та ініціали)

м. _____ - 20 __ рік

Додаток АЗ
Технічне завдання на курсову роботу

ТЕМА 2 «ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ ПРЯМИХ ВИМІРЮВАНЬ З ОДНОРАЗОВИМИ СПОСТЕРЕЖЕННЯМИ»

Завдання 2.1 Оцінювання невизначеності результатів прямих одноразових вимірювань

Проводиться вимірювання напруги постійного струму цифровим вольтметром^{1*}. Отримали наступний результат U_x, B

Вимірювання здійснено при температурі довкілля $t_1, ^\circ C$. Активний вхідний опір приладу $R_{вх}, МОм^*$. Відомо, що температурна похибка не перевищує основну на кожні $10^\circ C$ відхилення температури від нормальних умов $20^\circ C$. Крок квантування сигналу q складає одиницю молодшого розряду.

Оцінити невизначеність результату вимірювання. Записати результат вимірювання.

Примітки:

^{1*} на вказаний прилад необхідно знайти технічний паспорт та вписати основні технічні характеристики (основна відносна похибка, робочий діапазон температур, вхідний опір $R_{вх}, МОм$ і т.д) http://www.*****.html;

U_k, B - верхня межа вимірювання приладу - вибирається в залежності від необхідного значення вимірюваної величини.

варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
прилад*	B7-16	B7-20	B7-22A	B7-21	B7-23	B7-27	B7-28	B7-30	B7-35	B7-38
U_x, B	5,246	20,148	30,805	4,019	100,259	101,139	1,279	2,069	80,902	95,249
$t_1, ^\circ C$	27	28	29	30	21	22	23	24	25	26

ТЕМА 3 «ОЦІНЮВАННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ РЕЗУЛЬТАТІВ ПРЯМИХ ВИМІРЮВАНЬ З БАГАТОРАЗОВИМИ СПОСТЕРЕЖЕННЯМИ»

Завдання 3.1 Розрахунок невизначеності вимірювання частоти синусоїдального сигналу

Проводились вимірювання частоти синусоїдального сигналу електричної мережі загального призначення. Показання частотомера^{1*} $f_k, Гц$. Додаткова похибка частотомера не перевищує його основну похибку. Проведено n вимірювань частоти. Температура навколишнього середовища $t_n, ^\circ C$

Оцінити невизначеність результату вимірювання при довірчій ймовірності p . Записати результат вимірювання.

Примітки:

^{1*} на вказаний прилад необхідно знайти технічний паспорт та вписати основні технічні характеристики (основна відносна похибка, робочий діапазон температур, вхідний опір R_{ex} , МОМ і т.д) http://www.*****.html.

варіант	1	2	3	4	5	
^{1*} прилад						
$f_k, \Gamma u$	0	0	0	0	0	
	50.281	49.842	49.222	49.332	49.72	
	1	49.481	48.741	48.911	49.347	
	2	49.79	49.153	49.272	49.666	
	3	49.073	48.197	48.435	48.925	
	4	47.971	46.729	47.15	47.787	
	5	50.522	50.565	50.187	50.176	50.467
	6	50.44	50.319	49.859	49.889	50.213
	7	50.778	51.335	51.213	51.074	51.262
	8	51.596	53.788	54.484	53.936	53.797
	9	50.904	51.713	51.717	51.515	51.654
	10	50.993	51.978	52.07	51.824	51.927
	11	50.931	51.793	51.824	51.609	51.736
	12	50.958	51.873	51.931	51.702	51.819
	13	50.837	51.51	51.446	51.278	51.443
	14	49.978	48.934	48.011	48.272	48.781
	15	50.535	50.604	50.238	50.221	50.507
	16	50.122	49.367	48.589	48.778	49.229
	17	50.848	51.545	51.493	51.319	51.48
	18	50.409	50.227	49.736	49.782	50.118
	19	50.178	49.533	48.811	48.972	49.401
				20	48.835	49.279
			21	49.196	49.599	
			22	51.076	51.265	
					23	50.021
p	0,9	0,99	0,95	0,9	0,99	
$t_n, ^\circ C$	24	25	26	27	28	

варіант	6	7	8	9	10
^{1*} прилад					
$f_k, \Gamma\Omega$	$f =$	$f =$	$f =$	$f =$	$f =$
	0 49.809	0 49.984	0 49.902	0 49.661	0 50.061
	1 49.676	1 49.948	1 49.794	1 49.421	1 49.821
	2 49.79	2 49.979	2 49.887	2 49.627	2 50.027
	3 49.527	3 49.907	3 49.672	3 49.149	3 49.549
	4 49.123	4 49.797	4 49.341	4 48.414	4 48.814
	5 50.074	5 50.057	5 50.12	5 50.144	5 50.544
	6 49.984	6 50.032	6 50.046	6 49.979	6 50.379
	7 50.356	7 50.133	7 50.35	7 50.656	7 51.056
	8 51.255	8 50.379	8 51.086	8 52.292	8 52.692
	9 50.495	9 50.171	9 50.464	9 50.909	9 51.309
	10 50.592	10 50.198	10 50.543	10 51.085	10 51.485
	11 50.524	11 50.179	11 50.488	11 50.962	11 51.362
	12 50.554	12 50.187	12 50.512	12 51.016	12 51.416
	13 50.42	13 50.151	13 50.403	13 50.773	13 51.173
	14 49.476	14 49.893	14 49.63	14 49.056	14 49.456
	15 50.088	15 50.06	15 50.131	15 50.169	15 50.569
	16 49.634	16 49.937	16 49.76	16 49.344	16 49.744
	17 50.433	17 50.155	17 50.414	17 50.797	17 51.197
	18 49.95	18 50.023	18 50.018	18 49.918	18 50.318
	19 49.953	19 49.81	19 49.456	19 49.856	
			20 49.377	20 49.777	
			21 49.583	21 49.983	
				22 51.058	
p	0,95	0,9	0,99	0,95	0,99
$t_n, ^\circ C$	29	30	31	32	33

3.2 Розрахунок невизначеності калібрування платинового термометру опору методом порівняння із зразковим термометром в термостаті

Технічний платиновий термоперетворювач опору типу *** був відкалібрований в одній із точок температурного діапазону методом його порівняння із зразковим термоперетворювачем опору *** в рідинному термостаті.

Результати одночасних вимірювань опору, каліброваного та зразкового термометрів наступні див.табл. вихідних даних.

Визначити сумарну невизначеність результату калібрування технічного термометра.

Примітки:

^{1*} Технічний термоперетворювач опору та зразковий термоперетворювач вибирається відповідно до варіанту. на вказаний прилад необхідно знайти технічний паспорт та виписати основні технічні характеристики (основна відносна похибка, робочий діапазон температур, вхідний опір і т.д) http://*****/.

^{2*} Мультиметр прецизійний
<http://www./Transmille8000SerDMM.pdf>.

варіант	1	2	3	4																																																																																	
термоперетворювач опору ^{1*}	<p>мідний 50М</p> <p>Rt =</p> <table border="1"> <tr><td>(50.02026)</td></tr> <tr><td>50.01958</td></tr> <tr><td>50.01966</td></tr> <tr><td>50.02359</td></tr> <tr><td>50.01935</td></tr> <tr><td>50.0189</td></tr> <tr><td>50.02265</td></tr> <tr><td>50.01992</td></tr> <tr><td>(50.02248)</td></tr> </table>	(50.02026)	50.01958	50.01966	50.02359	50.01935	50.0189	50.02265	50.01992	(50.02248)	<p>мідний 10М</p> <p>Rt =</p> <table border="1"> <tr><td></td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>10.00471</td></tr> <tr><td>1</td><td>10.00937</td></tr> <tr><td>2</td><td>10.00332</td></tr> <tr><td>3</td><td>9.99819</td></tr> <tr><td>4</td><td>10.00005</td></tr> <tr><td>5</td><td>10.0003</td></tr> <tr><td>6</td><td>10.00273</td></tr> <tr><td>7</td><td>10.00447</td></tr> <tr><td>8</td><td>10.00249</td></tr> <tr><td>9</td><td>10.00329</td></tr> </table>		0	0	10.00471	1	10.00937	2	10.00332	3	9.99819	4	10.00005	5	10.0003	6	10.00273	7	10.00447	8	10.00249	9	10.00329	<p>мідний 100М</p> <p>Rt =</p> <table border="1"> <tr><td></td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>100.04596</td></tr> <tr><td>1</td><td>100.04337</td></tr> <tr><td>2</td><td>100.03877</td></tr> <tr><td>3</td><td>100.03909</td></tr> <tr><td>4</td><td>100.03929</td></tr> <tr><td>5</td><td>100.04391</td></tr> <tr><td>6</td><td>100.04119</td></tr> <tr><td>7</td><td>100.04801</td></tr> <tr><td>8</td><td>100.03729</td></tr> <tr><td>9</td><td>100.04432</td></tr> </table>		0	0	100.04596	1	100.04337	2	100.03877	3	100.03909	4	100.03929	5	100.04391	6	100.04119	7	100.04801	8	100.03729	9	100.04432	<p>платиновий 5П</p> <p>Rt =</p> <table border="1"> <tr><td></td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>5.00912</td></tr> <tr><td>1</td><td>5.01239</td></tr> <tr><td>2</td><td>5.01007</td></tr> <tr><td>3</td><td>5.00812</td></tr> <tr><td>4</td><td>4.9995</td></tr> <tr><td>5</td><td>5.0011</td></tr> <tr><td>6</td><td>5.0088</td></tr> <tr><td>7</td><td>5.00987</td></tr> <tr><td>8</td><td>5.00553</td></tr> <tr><td>9</td><td>4.99984</td></tr> <tr><td>10</td><td>5.0004</td></tr> <tr><td>11</td><td>5.00331</td></tr> <tr><td>12</td><td></td></tr> </table>		0	0	5.00912	1	5.01239	2	5.01007	3	5.00812	4	4.9995	5	5.0011	6	5.0088	7	5.00987	8	5.00553	9	4.99984	10	5.0004	11	5.00331	12	
(50.02026)																																																																																					
50.01958																																																																																					
50.01966																																																																																					
50.02359																																																																																					
50.01935																																																																																					
50.0189																																																																																					
50.02265																																																																																					
50.01992																																																																																					
(50.02248)																																																																																					
	0																																																																																				
0	10.00471																																																																																				
1	10.00937																																																																																				
2	10.00332																																																																																				
3	9.99819																																																																																				
4	10.00005																																																																																				
5	10.0003																																																																																				
6	10.00273																																																																																				
7	10.00447																																																																																				
8	10.00249																																																																																				
9	10.00329																																																																																				
	0																																																																																				
0	100.04596																																																																																				
1	100.04337																																																																																				
2	100.03877																																																																																				
3	100.03909																																																																																				
4	100.03929																																																																																				
5	100.04391																																																																																				
6	100.04119																																																																																				
7	100.04801																																																																																				
8	100.03729																																																																																				
9	100.04432																																																																																				
	0																																																																																				
0	5.00912																																																																																				
1	5.01239																																																																																				
2	5.01007																																																																																				
3	5.00812																																																																																				
4	4.9995																																																																																				
5	5.0011																																																																																				
6	5.0088																																																																																				
7	5.00987																																																																																				
8	5.00553																																																																																				
9	4.99984																																																																																				
10	5.0004																																																																																				
11	5.00331																																																																																				
12																																																																																					
зразковий ^{1*}	<p>ETC-100</p> <p>Rt =</p> <table border="1"> <tr><td>(100.03983)</td></tr> <tr><td>100.03954</td></tr> <tr><td>100.03879</td></tr> <tr><td>100.0384</td></tr> <tr><td>100.03913</td></tr> <tr><td>100.039</td></tr> <tr><td>100.03816</td></tr> <tr><td>100.03759</td></tr> <tr><td>(100.03909)</td></tr> </table>	(100.03983)	100.03954	100.03879	100.0384	100.03913	100.039	100.03816	100.03759	(100.03909)	<p>ETC-100</p> <p>Rt =</p> <table border="1"> <tr><td></td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>100.03855</td></tr> <tr><td>1</td><td>100.03717</td></tr> <tr><td>2</td><td>100.03693</td></tr> <tr><td>3</td><td>100.03755</td></tr> <tr><td>4</td><td>100.04077</td></tr> <tr><td>5</td><td>100.03837</td></tr> <tr><td>6</td><td>100.03937</td></tr> <tr><td>7</td><td>100.04289</td></tr> <tr><td>8</td><td>100.03698</td></tr> <tr><td>9</td><td>100.03911</td></tr> </table>		0	0	100.03855	1	100.03717	2	100.03693	3	100.03755	4	100.04077	5	100.03837	6	100.03937	7	100.04289	8	100.03698	9	100.03911	<p>ETC-50 мун А розряд I</p> <p>Rt =</p> <table border="1"> <tr><td></td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>50.02398</td></tr> <tr><td>1</td><td>50.02312</td></tr> <tr><td>2</td><td>50.00795</td></tr> <tr><td>3</td><td>50.01092</td></tr> <tr><td>4</td><td>50.02037</td></tr> <tr><td>5</td><td>50.01709</td></tr> <tr><td>6</td><td>50.01476</td></tr> <tr><td>7</td><td>50.01995</td></tr> <tr><td>8</td><td>50.02263</td></tr> <tr><td>9</td><td>50.02077</td></tr> </table>		0	0	50.02398	1	50.02312	2	50.00795	3	50.01092	4	50.02037	5	50.01709	6	50.01476	7	50.01995	8	50.02263	9	50.02077	<p>ETC-50 мун В розряд I</p> <p>Rt =</p> <table border="1"> <tr><td></td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>50.00925</td></tr> <tr><td>1</td><td>50.00443</td></tr> <tr><td>2</td><td>50.00644</td></tr> <tr><td>3</td><td>50.01347</td></tr> <tr><td>4</td><td>50.00167</td></tr> <tr><td>5</td><td>50.00592</td></tr> <tr><td>6</td><td>50.01255</td></tr> <tr><td>7</td><td>50.01126</td></tr> <tr><td>8</td><td>49.9885</td></tr> <tr><td>9</td><td>49.99296</td></tr> <tr><td>10</td><td>50.00714</td></tr> <tr><td>11</td><td>50.00221</td></tr> </table>		0	0	50.00925	1	50.00443	2	50.00644	3	50.01347	4	50.00167	5	50.00592	6	50.01255	7	50.01126	8	49.9885	9	49.99296	10	50.00714	11	50.00221		
(100.03983)																																																																																					
100.03954																																																																																					
100.03879																																																																																					
100.0384																																																																																					
100.03913																																																																																					
100.039																																																																																					
100.03816																																																																																					
100.03759																																																																																					
(100.03909)																																																																																					
	0																																																																																				
0	100.03855																																																																																				
1	100.03717																																																																																				
2	100.03693																																																																																				
3	100.03755																																																																																				
4	100.04077																																																																																				
5	100.03837																																																																																				
6	100.03937																																																																																				
7	100.04289																																																																																				
8	100.03698																																																																																				
9	100.03911																																																																																				
	0																																																																																				
0	50.02398																																																																																				
1	50.02312																																																																																				
2	50.00795																																																																																				
3	50.01092																																																																																				
4	50.02037																																																																																				
5	50.01709																																																																																				
6	50.01476																																																																																				
7	50.01995																																																																																				
8	50.02263																																																																																				
9	50.02077																																																																																				
	0																																																																																				
0	50.00925																																																																																				
1	50.00443																																																																																				
2	50.00644																																																																																				
3	50.01347																																																																																				
4	50.00167																																																																																				
5	50.00592																																																																																				
6	50.01255																																																																																				
7	50.01126																																																																																				
8	49.9885																																																																																				
9	49.99296																																																																																				
10	50.00714																																																																																				
11	50.00221																																																																																				
$\Delta t, ^\circ C$	$\pm 0,002^\circ C$	$\pm 0,003^\circ C$	$\pm 0,004^\circ C$	$\pm 0,002^\circ C$																																																																																	
Мульти метр ^{*2}	Модель 8081	Модель 8071	Модель 8081	Модель 8071																																																																																	

варіант	5	6	7	8																																																																																																						
термоперетворювач опору I*	мідний 10М	мідний 50М	платиновий 10П	платиновий 50П																																																																																																						
	Rt =	Rt =	Rt =	Rt =																																																																																																						
	<table border="1"> <tr><td></td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>10.0064</td></tr> <tr><td>1</td><td>9.9947</td></tr> <tr><td>2</td><td>10.00366</td></tr> <tr><td>3</td><td>10.00635</td></tr> <tr><td>4</td><td>10.01161</td></tr> <tr><td>5</td><td>9.99814</td></tr> <tr><td>6</td><td>10.00236</td></tr> <tr><td>7</td><td>10.00666</td></tr> <tr><td>8</td><td>10.00521</td></tr> <tr><td>9</td><td>10.00526</td></tr> <tr><td>10</td><td>10.00688</td></tr> </table>		0	0	10.0064	1	9.9947	2	10.00366	3	10.00635	4	10.01161	5	9.99814	6	10.00236	7	10.00666	8	10.00521	9	10.00526	10	10.00688	<table border="1"> <tr><td></td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>50.02372</td></tr> <tr><td>1</td><td>50.01283</td></tr> <tr><td>2</td><td>50.01893</td></tr> <tr><td>3</td><td>50.02665</td></tr> <tr><td>4</td><td>50.01799</td></tr> <tr><td>5</td><td>50.01594</td></tr> <tr><td>6</td><td>50.01619</td></tr> <tr><td>7</td><td>50.02798</td></tr> <tr><td>8</td><td>50.01526</td></tr> <tr><td>9</td><td>50.01389</td></tr> <tr><td>10</td><td>50.02515</td></tr> </table>		0	0	50.02372	1	50.01283	2	50.01893	3	50.02665	4	50.01799	5	50.01594	6	50.01619	7	50.02798	8	50.01526	9	50.01389	10	50.02515	<table border="1"> <tr><td></td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>10.01255</td></tr> <tr><td>1</td><td>10.02349</td></tr> <tr><td>2</td><td>10.0046</td></tr> <tr><td>3</td><td>10.00956</td></tr> <tr><td>4</td><td>10.00948</td></tr> <tr><td>5</td><td>10.02282</td></tr> <tr><td>6</td><td>10.0187</td></tr> <tr><td>7</td><td>9.98097</td></tr> <tr><td>8</td><td>10.01053</td></tr> <tr><td>9</td><td>9.9995</td></tr> <tr><td>10</td><td>9.99917</td></tr> <tr><td>11</td><td>10.0048</td></tr> </table>		0	0	10.01255	1	10.02349	2	10.0046	3	10.00956	4	10.00948	5	10.02282	6	10.0187	7	9.98097	8	10.01053	9	9.9995	10	9.99917	11	10.0048	<table border="1"> <tr><td></td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>50.01256</td></tr> <tr><td>1</td><td>50.02302</td></tr> <tr><td>2</td><td>50.0108</td></tr> <tr><td>3</td><td>50.03855</td></tr> <tr><td>4</td><td>49.99229</td></tr> <tr><td>5</td><td>50.02825</td></tr> <tr><td>6</td><td>50.04134</td></tr> <tr><td>7</td><td>50.0304</td></tr> <tr><td>8</td><td>50.03131</td></tr> <tr><td>9</td><td>50.00984</td></tr> <tr><td>10</td><td>50.00379</td></tr> <tr><td>11</td><td>50.02419</td></tr> </table>		0	0	50.01256	1	50.02302	2	50.0108	3	50.03855	4	49.99229	5	50.02825	6	50.04134	7	50.0304	8	50.03131	9	50.00984	10	50.00379	11	50.02419		
		0																																																																																																								
0	10.0064																																																																																																									
1	9.9947																																																																																																									
2	10.00366																																																																																																									
3	10.00635																																																																																																									
4	10.01161																																																																																																									
5	9.99814																																																																																																									
6	10.00236																																																																																																									
7	10.00666																																																																																																									
8	10.00521																																																																																																									
9	10.00526																																																																																																									
10	10.00688																																																																																																									
	0																																																																																																									
0	50.02372																																																																																																									
1	50.01283																																																																																																									
2	50.01893																																																																																																									
3	50.02665																																																																																																									
4	50.01799																																																																																																									
5	50.01594																																																																																																									
6	50.01619																																																																																																									
7	50.02798																																																																																																									
8	50.01526																																																																																																									
9	50.01389																																																																																																									
10	50.02515																																																																																																									
	0																																																																																																									
0	10.01255																																																																																																									
1	10.02349																																																																																																									
2	10.0046																																																																																																									
3	10.00956																																																																																																									
4	10.00948																																																																																																									
5	10.02282																																																																																																									
6	10.0187																																																																																																									
7	9.98097																																																																																																									
8	10.01053																																																																																																									
9	9.9995																																																																																																									
10	9.99917																																																																																																									
11	10.0048																																																																																																									
	0																																																																																																									
0	50.01256																																																																																																									
1	50.02302																																																																																																									
2	50.0108																																																																																																									
3	50.03855																																																																																																									
4	49.99229																																																																																																									
5	50.02825																																																																																																									
6	50.04134																																																																																																									
7	50.0304																																																																																																									
8	50.03131																																																																																																									
9	50.00984																																																																																																									
10	50.00379																																																																																																									
11	50.02419																																																																																																									
зразковий I*	ETC-25 min A розряд 2	ETC-25 min B розряд 1	ETC-25 min B розряд 1	ETC-25 min B розряд 2																																																																																																						
	Rt =	Rt =	Rt =	Rt =																																																																																																						
	<table border="1"> <tr><td></td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>25.02657</td></tr> <tr><td>1</td><td>25.02689</td></tr> <tr><td>2</td><td>25.02544</td></tr> <tr><td>3</td><td>25.01513</td></tr> <tr><td>4</td><td>25.02181</td></tr> <tr><td>5</td><td>25.01687</td></tr> <tr><td>6</td><td>25.02558</td></tr> <tr><td>7</td><td>25.02031</td></tr> <tr><td>8</td><td>25.01753</td></tr> <tr><td>9</td><td>25.01706</td></tr> <tr><td>10</td><td>25.0183</td></tr> </table>		0	0	25.02657	1	25.02689	2	25.02544	3	25.01513	4	25.02181	5	25.01687	6	25.02558	7	25.02031	8	25.01753	9	25.01706	10	25.0183	<table border="1"> <tr><td></td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>25.01541</td></tr> <tr><td>1</td><td>25.0219</td></tr> <tr><td>2</td><td>25.02525</td></tr> <tr><td>3</td><td>25.02293</td></tr> <tr><td>4</td><td>25.02146</td></tr> <tr><td>5</td><td>25.01758</td></tr> <tr><td>6</td><td>25.01935</td></tr> <tr><td>7</td><td>25.01803</td></tr> <tr><td>8</td><td>25.02074</td></tr> <tr><td>9</td><td>25.02649</td></tr> <tr><td>10</td><td>25.0223</td></tr> <tr><td>11</td><td>25.02397</td></tr> </table>		0	0	25.01541	1	25.0219	2	25.02525	3	25.02293	4	25.02146	5	25.01758	6	25.01935	7	25.01803	8	25.02074	9	25.02649	10	25.0223	11	25.02397	<table border="1"> <tr><td></td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>25.00887</td></tr> <tr><td>1</td><td>25.00282</td></tr> <tr><td>2</td><td>25.00518</td></tr> <tr><td>3</td><td>25.00425</td></tr> <tr><td>4</td><td>25.00638</td></tr> <tr><td>5</td><td>24.99915</td></tr> <tr><td>6</td><td>24.99739</td></tr> <tr><td>7</td><td>25.02734</td></tr> <tr><td>8</td><td>25.00066</td></tr> <tr><td>9</td><td>24.99271</td></tr> <tr><td>10</td><td>25.00903</td></tr> <tr><td>11</td><td>24.99981</td></tr> </table>		0	0	25.00887	1	25.00282	2	25.00518	3	25.00425	4	25.00638	5	24.99915	6	24.99739	7	25.02734	8	25.00066	9	24.99271	10	25.00903	11	24.99981	<table border="1"> <tr><td></td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>25.00659</td></tr> <tr><td>1</td><td>24.99255</td></tr> <tr><td>2</td><td>24.993</td></tr> <tr><td>3</td><td>24.99302</td></tr> <tr><td>4</td><td>24.99928</td></tr> <tr><td>5</td><td>24.99113</td></tr> <tr><td>6</td><td>24.97739</td></tr> <tr><td>7</td><td>25.01443</td></tr> <tr><td>8</td><td>25.01007</td></tr> <tr><td>9</td><td>25.00424</td></tr> <tr><td>10</td><td>24.99389</td></tr> <tr><td>11</td><td>24.99461</td></tr> </table>		0	0	25.00659	1	24.99255	2	24.993	3	24.99302	4	24.99928	5	24.99113	6	24.97739	7	25.01443	8	25.01007	9	25.00424	10	24.99389	11	24.99461
		0																																																																																																								
0	25.02657																																																																																																									
1	25.02689																																																																																																									
2	25.02544																																																																																																									
3	25.01513																																																																																																									
4	25.02181																																																																																																									
5	25.01687																																																																																																									
6	25.02558																																																																																																									
7	25.02031																																																																																																									
8	25.01753																																																																																																									
9	25.01706																																																																																																									
10	25.0183																																																																																																									
	0																																																																																																									
0	25.01541																																																																																																									
1	25.0219																																																																																																									
2	25.02525																																																																																																									
3	25.02293																																																																																																									
4	25.02146																																																																																																									
5	25.01758																																																																																																									
6	25.01935																																																																																																									
7	25.01803																																																																																																									
8	25.02074																																																																																																									
9	25.02649																																																																																																									
10	25.0223																																																																																																									
11	25.02397																																																																																																									
	0																																																																																																									
0	25.00887																																																																																																									
1	25.00282																																																																																																									
2	25.00518																																																																																																									
3	25.00425																																																																																																									
4	25.00638																																																																																																									
5	24.99915																																																																																																									
6	24.99739																																																																																																									
7	25.02734																																																																																																									
8	25.00066																																																																																																									
9	24.99271																																																																																																									
10	25.00903																																																																																																									
11	24.99981																																																																																																									
	0																																																																																																									
0	25.00659																																																																																																									
1	24.99255																																																																																																									
2	24.993																																																																																																									
3	24.99302																																																																																																									
4	24.99928																																																																																																									
5	24.99113																																																																																																									
6	24.97739																																																																																																									
7	25.01443																																																																																																									
8	25.01007																																																																																																									
9	25.00424																																																																																																									
10	24.99389																																																																																																									
11	24.99461																																																																																																									
$\Delta t, ^\circ C$	$\pm 0,005^\circ C$	$\pm 0,006^\circ C$	$\pm 0,007^\circ C$	$\pm 0,008^\circ C$																																																																																																						
Мульти метр ^{2*}	Модель 8071	Модель 8081	Модель 8071	Модель 8081																																																																																																						

варіант	9	10
1* термоперетворювач опору	мідний 10М	мідний 50М
	Rt =	Rt =
	0	0
	0	0
	1	1
	1	1
	2	2
	2	2
	3	3
	3	3
	4	4
	4	4
	5	5
	5	5
6	6	
6	6	
7	7	
7	7	
8	8	
8	8	
9	9	
9	9	
10	10	
10	10	
11	11	
11	11	
12	12	
12	12	
зразковий ^{2*}	<i>ETC-50 тип А розряд 2</i>	<i>ETC-50 тип В розряд 2</i>
	Rt =	Rt =
	0	0
	0	0
	1	1
	1	1
	2	2
	2	2
	3	3
	3	3
	4	4
	4	4
	5	5
	5	5
6	6	
6	6	
7	7	
7	7	
8	8	
8	8	
9	9	
9	9	
10	10	
10	10	
11	11	
11	11	
12	12	
12	12	
$\Delta t, ^\circ C$	$\pm 0,009^\circ C$	$\pm 0,01^\circ C$
Мультиметр ^{2*}	Модель 8071	Модель 8081

3.3 Оцінювання невизначеності вимірювального каналу активності іонів

Моделльне рівняння вимірювального каналу активності іонів складових елементів гумусу в ґрунті з іоноселективним вимірювальним перетворювачем має вигляд [1]:

$$\Delta U = U_0 + \frac{2.3 \cdot R \cdot T}{n_A \cdot F} \cdot \lg \left(a_A + K_c (a_B)^{n_A/n_B} \right) /$$

Оцінити невизначеність вимірювального каналу активності іонів в діапазоні вимірювання D_{min} , D_{max} .

варіант	приклад	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$D_{min} \cdot 10^{-6}, \text{моль} / \text{дм}^3$	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2
$D_{max}, \text{моль} / \text{дм}^3$	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1,	1,2	1,3	1,4	1,5
$\Delta U_{max}, B$	0,188	0,190	0,195	0,2	0,205	2,10	0,215	0,22	0,225	0,23	0,235
$\theta_{U_0}, \text{мВ}$	3	3,01	3,02	3,03	3,04	3,05	3,06	3,07	3,08	3,09	3,1
$\theta_a \cdot 10^{-6}, \frac{\text{моль}}{\text{дм}^3}$	5	5,02	5,03	5,04	5,05	5,06	5,07	5,08	5,09	5,1	5,15
$\theta_t, \frac{\text{мВ}}{^\circ C}$	0,03	визначається із технічних характеристик підсилювача									
$k_t, ^\circ C^{-1}$	10 ⁻⁵										
$\theta_{U_{on}}, B$	±0,02	±0,021	±0,022	±0,023	±0,024	±0,025	±0,026	±0,027	±0,028	±0,029	±0,03
$\Delta t, ^\circ C$	35	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34
підсилювач	К140УДІБ	вибрати самостійно (навести його основні технічні характеристики)									
P, %	95	90	99	95	90	99	95	90	99	95	90

3.4 Оцінювання невизначеності вимірювання довжини штрихової міри

Вимірювання довжини штрихової міри проводилися на державному первинному еталоні одиниці довжини інтерференційним методом. Рівняння вимірювання довжини має вигляд [1]:
$$L = A \cdot \frac{\lambda}{2 \cdot n_b} + \alpha \cdot L_0 \cdot (20 - t) + \Delta L_s.$$

Оцінити невизначеність вимірювання довжини на основі отриманих значень довжини штрихової міри.

варіант	1	2	3	4	5
результат вимірювання, мм	LL =	LL =	LL =	LL =	LL =
	0	0	0	0	0
	1	1	1	1	1
	2	2	2	2	2
	3	3	3	3	3
	4	4	4	4	4
	5	5	5	5	5
	6	6	6	6	6
	7	7	7	7	7
	8	8	8	8	8
	9	9	9	9	9
	10	10	10	10	10
11	11	11	11	11	
12	12	12	12	12	
13	13	13	13	13	13
t, °C	20,047	20,082	20,094	20,045	20,054
p	0,9	0,95	0,99	0,9	0,95
ΔL_s , мкм	0,0281	0,0294	0,0302	0,0305	0,0301
$\theta_b \cdot 10^{-8}$	1,85	1,9	2,2	2,3	2,4
$\theta_\lambda \cdot 10^{-9}$, мкм	6,18	6,184	6,197	6,205	6,201
θ_t , °C	0,0031	0,00285	0,00297	0,0035	0,0037
$\theta_{\Delta L}$, мкм	0,00194	0,00198	0,001999	0,00194	0,00197
A	700000	750000	729000	730000	735000

варіант	6	7	8	9	10
результат вимірювання, мм	LL =	LL =	LL =	LL =	LL =
	0	0	0	0	0
	0 39.999993	0 30.000002	0 24.999996	0 44.999996	0 50.000001
	1 39.999998	1 30.000007	1 24.999995	1 44.999995	1 49.999992
	2 39.999992	2 29.999996	2 24.999992	2 44.999998	2 49.999984
	3 39.999983	3 29.999996	3 24.999995	3 45.000005	3 49.999991
	4 40.000008	4 29.999994	4 25.000006	4 45.000005	4 50.000004
	5 40.000005	5 29.999997	5 25.000005	5 44.999994	5 50.000003
	6 40.000001	6 29.999998	6 25.000004	6 44.999999	6 49.999995
	7 39.999994	7 29.999999	7 24.999995	7 44.999995	7 49.999995
	8 39.999995	8 29.999994	8 24.999998	8 44.999991	8 50.000001
	9 39.999995	9 29.999998	9 25.000008	9 45.000006	9 49.999998
	10 40.000002	10 29.999998	10 25	10 45.000001	10 50.000002
	11 39.999998	11 29.999993	11 24.999998	11 45.000004	11 49.999993
	12 40.000008	12 30	12 24.999998	12 45.000009	12 49.999986
	13 39.999992	13 29.999998	13 25.000002	13 45	13 50.000006
	14 40.000002	14 29.999991	14 25.000003	14 45.000005	14 49.999986
15 40.000003				15 49.999987	
16 40.000011					
t, °C	20,047	20,129	20,141	20,174	20,147
p	0,9	0,95	0,99	0,9	0,95
Δl_s , мкм	0,0281	0,0287	0,0308	0,0304	0,0308
$\theta_b \cdot 10^{-8}$	1,85	3	2,5	3,01	3,025
$\theta_\lambda \cdot 10^{-9}$, мкм	6,18	6,201	9,195	7,159	4,189
θ_t , °C	0,0031	0,003028	0,003012	0,003102	0,003028
$\theta_{\Delta l}$, мкм	0,00194	0,00202	0,0201	0,02014	0,02031
A	700000	871000	805000	740000	712000

3.5 Оцінювання невизначеності вимірювання зусилля

Вимірювання зусилля виконувалося за допомогою ЗВТ, що описується наступним рівнянням перетворення [1]:

$$Q = \frac{4 \cdot R \cdot S_T \cdot h}{U_a \cdot U_M} \cdot \Delta U \cdot N$$

Оцінити невизначеність вимірювання зусилля на основі отриманих значень Q_i , кг.

варіант	1	2	3	4	5					
результат вимірювання	0	12.046	0	15	0	17.061	0	17.935	0	19.914
	1	12.034	1	15.055	1	17.011	1	17.999	1	19.966
	2	11.948	2	15.045	2	17.031	2	18.002	2	20.004
	3	12.003	3	14.855	3	17.044	3	18.017	3	19.961
	4	11.962	4	14.892	4	16.999	4	18.031	4	19.979
	5	12.035	5	15.01	5	17.017	5	18.015	5	20.035
	6	11.991	6	14.969	6	17.01	6	17.957	6	20.014
	7	11.968	7	14.94	7	17.026	7	17.898	7	20.026
	8	11.964	8	15.005	8	16.971	8	18.089	8	19.925
	9	11.974	9	15.039	9	16.958	9	18.061	9	19.928
	10	12.028	10	15.015	10	17.183	10	17.927	10	19.928
	11	11.988	11	15.001	11	16.983	11	18.009	11	19.974
	12	12.004	12	14.962	12	16.923	12	18.107	12	19.915
	13	12.063	13	14.98	13	17.046	13	17.98	13	19.815
	14	11.965	14	14.966	14	16.976	14	17.872	14	20.083
		15	14.993	15	16.928	15	17.911	15	20.051	
$S_T \cdot 10^{-3}$	0,124	0,147	0,128	0,137	0,154					
$\Delta U, B$	0,0658	0,0679	0,0589	0,0596	0,0587					
p	0,9	0,95	0,99	0,9	0,95					
$k = \frac{U_a}{\Delta U}$	масштабний перетворювач (підсилювач) вибрати самостійно та вказати його технічні характеристики									
$U_{зм}, \frac{мкВ}{^{\circ}C}$										
N	50000	55000	60000	65000	70000					
$\theta_{U_M}, мВ$	0,26	0,27	0,28	0,29	0,3					
$\theta_R, кОм$	0,031	0,032	0,033	0,034	0,035					
$t, ^{\circ}C.$	26	27	28	29	30					

варіант	6	7	8	9	10					
результат вимірювання	0	22.01	0	25.034	0	24.965	0	30.043	0	30.058
	1	21.929	1	24.921	1	25.023	1	30.053	1	30.067
	2	21.934	2	24.907	2	24.992	2	30.042	2	30.03
	3	21.938	3	25.032	3	24.957	3	30.012	3	29.982
	4	22.02	4	24.856	4	25.106	4	29.996	4	29.987
	5	21.971	5	24.991	5	24.938	5	30.025	5	30.012
	6	22.092	6	25.031	6	24.915	6	30.02	6	30.073
	7	21.902	7	25.11	7	25.019	7	29.986	7	30.166
	8	22.027	8	24.908	8	24.929	8	29.964	8	30.006
	9	22.031	9	24.971	9	24.979	9	30.023	9	30.048
	10	22.125	10	25.036	10	25.044	10	30.012	10	30.047
	11	21.954	11	25.014	11	24.972	11	29.925	11	30.161
	12	22.039	12	25.015	12	24.955	12	30.063	12	30.126
	13	22.11	13	25.039	13	24.957	13	30.057	13	29.805
	14	21.871	14	25.062	14	25.055	14	30.084	14	30.056
	15	22.093	15	25.07	15	24.949	15	30.065	15	29.963
	16	21.926	16	25.067	16	24.937	16	30.049	16	29.96
		17	25.02	17	25.031	17	29.98	17	30.008	
		18		18	24.963	18	29.993	18	29.941	
		19						19	30.03	
$S_T \cdot 10^{-3}$	0,155	0,201	0,208	0,210	0,215					
$\Delta U, B$	0,0694	0,0725	0,0718	0,07049	0,07217					
p	0,99	0,9	0,95	0,99	0,9					
$k = \frac{U_a}{\Delta U}$	масштабний перетворювач (підсилювач) вибрати самостійно та вказати його технічні характеристики									
$U_{зм},$ мкВ/°C										
N	60000	70000	75000	50000	55000					
$\theta_{U_M}, мВ$	0,28	0,29	0,3	0,31	0,32					
$\theta_R, кОм$	0,033	0,034	0,035	0,037	0,038					
t, °C.	28	29	30	25	26					

3.6 Оцінювання невизначеності комп'ютерно-вимірювальної системи контролю якості електроенергії

Для вимірювального контролю вказаних показників якості ЕЕ потрібно два вимірювальних канали (ВК). Один – для вимірювання частоти змінної напруги, другий – для вимірювання миттєвих значень амплітуди змінного сигналу з подальшим усередненням. При визначенні часових параметрів послідовність перетворень у частотному ВК можна подавати у вигляді [1]:

$$T_x \rightarrow T_x \cdot f_0 \rightarrow N_T$$

T_x - період зміни напруги в електричній мережі, що після масштабування ОП подається на вхід АІN0 мікроконтролера;

f_0 - частота зразкових імпульсів кварцового резонатора (ZQ);

N_T - кількість імпульсів, що заповнили невідомий період T_x

Для визначення параметрів напруги використовується другий вимірювальний канал, який має таку послідовність перетворень [1]:

$$U_x \rightarrow \frac{U_x}{k} \rightarrow \left(\frac{U_x}{k} + \frac{U_0}{2} \right) \rightarrow \frac{\left(\frac{U_x}{k} + \frac{U_0}{2} \right)}{h} \rightarrow N_U,$$

U_x - невідома напруга електричної мережі;

k – коефіцієнт трансформації;

U_0 - опорна напруга АЦП;

h – крок квантування АЦП;

N_U - значення напруги у бінарному коді.

Оскільки дана комп'ютерно-вимірювальна система складається із двох вимірювальних каналів, необхідно оцінити складові невизначеностей окремо за частотним ВК і за ВК напруги.

варіант	1	2	3	4	5
частотний вимірювальний канал					
$\bar{f}_x, Гц$	50				
$f_0, МГц$	7,5	7,7	8,5	9	9,5
$k, \frac{1}{\circ C}$	$\pm 1,15 \cdot 10^{-9}$	$\pm 1,5 \cdot 10^{-9}$	$\pm 1,25 \cdot 10^{-9}$	$\pm 1,3 \cdot 10^{-9}$	$\pm 1,35 \cdot 10^{-9}$
$\Delta_1, мкс$	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75
$t_1, \circ C$	12	13	14	15	16
$t_2, \circ C$	27	25	27	31	28
вимірювальний канал напруги					
$\bar{U}_x, В$	$220_{-15\%}^{+10\%}$				
γ	0,02	0,01	0,1	0,2	0,5
$U_0, В$	5				
n	10				
p	0,9	0,95	0,99	0,9	0,95

варіант	6	7	8	9	10
частотний вимірювальний канал					
$\bar{f}_x, Гц$	50				
$f_0, МГц$	8	8,2	8,5	9,4	9,6
$k, \frac{1}{\circ C}$	$\pm 1,45 \cdot 10^{-9}$	$\pm 1,55 \cdot 10^{-9}$	$\pm 1,6 \cdot 10^{-9}$	$\pm 1,65 \cdot 10^{-9}$	$\pm 1,7 \cdot 10^{-9}$

$\Delta_1, \text{мкс}$	0,5	0,6	0,65	0,7	0,75
$t_1, ^\circ\text{C}$	15	15	16	17	18
$t_2, ^\circ\text{C}$	27	25	27	31	28
вимірювальний канал напруги					
$\bar{U}_x, \text{В}$	$220_{-15\%}^{+10\%}$				
γ	0,02	0,01	0,1	0,2	0,5
$U_0, \text{В}$	5				
n	10				
p	0,99	0,9	0,95	0,99	0,9

ТЕМА 4 «ОБРОБКА РЕЗУЛЬТАТІВ ОПОСЕРЕДКОВАНИХ ВИМІРЮВАНЬ»

Завдання 4.1 Оцінювання невизначеності опосередкованих вимірювань віброприскорення при калібруванні акселерометра

В результаті калібрування п'єзоелектричного акселерометра на верхній межі вимірювання на нього діє еталонне віброприскорення із значенням 1g. При цьому на виході акселерометра за допомогою прецизійного мілівольтметра отримано наступні значення вихідної напруги (мВ).

Оцінити невизначеність вимірювання віброприскорення на основі отриманих значень вихідної напруги.

варіант	1	2	3	4	5
результат вимірювання, мВ	U =	U =	U =	U =	U =
	0	0	0	0	0
	0 0.578	0 0.587	0 0.687	0 0.789	0 0.839
	1 0.566	1 0.58	1 0.68	1 0.783	1 0.833
	2 0.576	2 0.586	2 0.686	2 0.788	2 0.838
	3 0.552	3 0.571	3 0.671	3 0.776	3 0.826
	4 0.516	4 0.549	4 0.649	4 0.758	4 0.808
	5 0.602	5 0.601	5 0.701	5 0.801	5 0.851
	6 0.594	6 0.596	6 0.696	6 0.797	6 0.847
	7 0.628	7 0.617	7 0.717	7 0.814	7 0.864
	8 0.71	8 0.666	8 0.766	8 0.855	8 0.905
9 0.64	9 0.624	9 0.724	9 0.82	9 0.87	
10 0.649	10 0.63	10 0.73	10 0.825	10 0.875	
		11 0.726	11 0.822	11 0.872	
			12 0.823	12 0.873	
				13 0.867	
$S, \text{мВ/Н}$	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9
m, г	25	26	27	28	29
γ	1,5	2	2,5	1	1,5
$\Delta C, \text{нФ}$	82	83	84	85	86

варіант	6		7		8		9		10					
результат вимірювання, мВ	U =	0	0.826	U =	0	0.793	U =	0	0.889	U =	0	0.935		
		1	0.813		1	0.79		1	0.793		1	0.883	1	0.926
		2	0.824		2	0.793		2	0.798		2	0.888	2	0.933
		3	0.798		3	0.786		3	0.786		3	0.876	3	0.917
		4	0.757		4	0.775		4	0.768		4	0.858	4	0.891
		5	0.852		5	0.801		5	0.811		5	0.901	5	0.952
		6	0.843		6	0.798		6	0.807		6	0.897	6	0.946
		7	0.881		7	0.808		7	0.824		7	0.914	7	0.969
		8	0.971		8	0.833		8	0.865		8	0.955	8	1.027
		9	0.894		9	0.812		9	0.83		9	0.92	9	0.978
		10	0.904		10	0.815		10	0.835		10	0.925	10	0.984
		11	0.897		11	0.813		11	0.832		11	0.922	11	0.98
		12	0.9		12	0.814		12	0.833		12	0.923	12	0.982
		13	0.887		13	0.81		13	0.827		13	0.917	13	0.974
		14	0.784	14	0.784	14	0.874	14	0.913					
						15	0.902	15	0.952					
$S, мВ/Н$	3,1		3,3		3,5		3,8		3,9					
$m, з$	30		32		35		37		40					
γ	1,5		2		2,5		1		1,5					
$\Delta C, n\Phi$	87		88		89		90		91					

Додаток А4
Зразок оформлення завдання на курсову роботу

Черкаський державний технологічний університет

Кафедра приладобудування, мехатроніки та комп'ютеризованих технологій

Дисципліна Похибки та невизначеності вимірювань

Напрямок підготовки 17 «Електроніка, автоматизація та електронні комунікації»

Спеціальність 175 «Інформаційно-вимірювальні технології»

Курс 5 Група ІВТ-*** Семестр 9

ЗАВДАННЯ
на курсову роботу студента

Сидоренка Сидора Сидоровича

1. Тема роботи : «опрацювання результатів вимірювань на основі концепції невизначеності у вимірюваннях»

2. Строк здачі студентом закінченої роботи **.**.2024

3. Вихідні дані до роботи - Варіант *****

4. Зміст розрахунково–пояснювальної записки (перелік питань, які підлягають розробці)

Завдання 2.1. Оцінювання невизначеності результатів прямих одноразових вимірювань

Завдання 3.1. Розрахунок невизначеності вимірювання частоти синусоїдального сигналу

Завдання 3.2. Розрахунок невизначеності калібрування платинового термометру опору методом порівняння із зразковим термометром в термостаті

Завдання 3.3. Оцінювання невизначеності вимірювального каналу активності іонів

Завдання 3.4. Оцінювання невизначеності вимірювання довжини штрихової міри

Завдання 3.5. Оцінювання невизначеності вимірювання зусилля

Завдання 3.6. Оцінювання невизначеності комп'ютерно-вимірювальної системи контролю якості електроенергії

Завдання 4.1. Оцінювання невизначеності опосередкованих вимірювань віброприскорення при калібруванні акселерометра

5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень)

6. Дата видачі завдання ***** 2024

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ п/п	Назва етапів курсової роботи	Строк виконання етапів роботи	Примітки
1	Завдання 2.1. Оцінювання невизначеності результатів прямих одноразових вимірювань		
2	Завдання 3.1. Розрахунок невизначеності вимірювання частоти синусоїдального сигналу		
3	Завдання 3.2. Розрахунок невизначеності калібрування платиного термометру опору методом порівняння із зразковим термометром в термостаті		
4	Завдання 3.3. Оцінювання невизначеності вимірювального каналу активності іонів		
5	Завдання 3.4. Оцінювання невизначеності вимірювання довжини штрихової міри		
6	Завдання 3.5. Оцінювання невизначеності вимірювання зусилля		
7	Завдання 3.6. Оцінювання невизначеності комп'ютерно-вимірювальної системи контролю якості електроенергії		
8	Завдання 4.1. Оцінювання невизначеності опосередкованих вимірювань віброприскорення при калібруванні акселерометра		

Студент _____ **Сидоренко С.С.**
(підпис)

Керівник _____ **Трембовецька Р.В.**
(підпис)

«___» _____ р.

Додаток Б

Таблиця Б1 - Функція нормального розподілу (використана функція =НОРМСТРАСП(z))

<i>z</i>	<i>0,00</i>	<i>0,01</i>	<i>0,02</i>	<i>0,03</i>	<i>0,04</i>	<i>0,05</i>	<i>0,06</i>	<i>0,07</i>	<i>0,08</i>	<i>0,09</i>
+0,0	0,5000	0,504	0,5080	0,512	0,5160	0,520	0,5239	0,528	0,5319	0,536
+0,1	0,5398	0,544	0,5478	0,552	0,5557	0,560	0,5636	0,567	0,5714	0,575
+0,2	0,5793	0,583	0,5871	0,591	0,5948	0,599	0,6026	0,606	0,6103	0,614
+0,3	0,6179	0,622	0,6255	0,629	0,6331	0,637	0,6406	0,644	0,6480	0,652
+0,4	0,6554	0,659	0,6628	0,666	0,6700	0,674	0,6772	0,681	0,6844	0,688
+0,5	0,6915	0,695	0,6985	0,702	0,7054	0,709	0,7123	0,716	0,7190	0,722
+0,6	0,7257	0,729	0,7324	0,736	0,7389	0,742	0,7454	0,749	0,7517	0,755
+0,7	0,7580	0,761	0,7642	0,767	0,7704	0,773	0,7764	0,779	0,7823	0,785
+0,8	0,7881	0,791	0,7939	0,797	0,7995	0,802	0,8051	0,808	0,8106	0,813
+0,9	0,8159	0,819	0,8212	0,824	0,8264	0,829	0,8315	0,834	0,8365	0,839
+1,0	0,8413	0,844	0,8461	0,848	0,8505	0,853	0,8554	0,858	0,8599	0,862
+1,1	0,8643	0,866	0,8686	0,871	0,8729	0,875	0,8770	0,879	0,8810	0,883
+1,2	0,8849	0,887	0,8888	0,891	0,8925	0,894	0,8962	0,898	0,8997	0,901
+1,3	0,9032	0,905	0,9066	0,908	0,9099	0,911	0,9131	0,915	0,9162	0,918
+1,4	0,9192	0,921	0,9222	0,924	0,9251	0,926	0,9279	0,929	0,9306	0,932
+1,5	0,9332	0,934	0,9357	0,937	0,9382	0,939	0,9406	0,942	0,9429	0,944
+1,6	0,9452	0,946	0,9474	0,948	0,9495	0,951	0,9515	0,953	0,9535	0,954
+1,7	0,9554	0,956	0,9573	0,958	0,9591	0,960	0,9608	0,962	0,9626	0,963
+1,8	0,9641	0,965	0,9656	0,966	0,9671	0,968	0,9686	0,969	0,9699	0,971
+1,9	0,9713	0,972	0,9726	0,973	0,9738	0,974	0,9750	0,976	0,9761	0,977
+2,0	0,9773	0,978	0,9783	0,979	0,9793	0,980	0,9803	0,981	0,9812	0,982
+2,1	0,9821	0,983	0,9830	0,983	0,9838	0,984	0,9846	0,985	0,9854	0,986
+2,2	0,9861	0,986	0,9868	0,987	0,9875	0,988	0,9881	0,988	0,9887	0,989

+2,3	0,9893		0,9898		0,9904		0,9909		0,9913	
+2,4	0,9918		0,9922		0,9927		0,9931		0,9934	
+2,5	0,9938		0,9941		0,9945		0,9948		0,9951	
+2,6	0,9953		0,9956		0,9959		0,9961		0,9963	
+2,7	0,9965		0,9967		0,9969		0,9971		0,9973	
+2,8	0,9974		0,9976		0,9977		0,9979		0,9980	
+2,9	0,9981		0,9983		0,9984		0,9985		0,9986	
+3,0	0,99865		0,99874		0,99882		0,99889		0,99896	
+3,1	0,99903		0,99910		0,99915		0,99921		0,99926	
+3,2	0,99931		0,99936		0,99940		0,99944		0,99948	
+3,3	0,99952		0,99954		0,99958		0,99961		0,99964	
+3,4	0,99966		0,99969		0,99971		0,99973		0,99975	
+3,5	0,99977		0,99978		0,99980		0,99981		0,99983	

Для від'ємних значень r функція нормального розподілу визначається за допомогою співвідношення $\Phi_1(-z) = 1 - \Phi_1(z)$

Таблиця Б2 - Розподіл Стьюдента $P\left\{|t| < t_p = 2 \int_0^{t_p} s(t; k) dt\right\}$ значення t_p

k	P											
	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	0,95	0,98	0,99
1	0,158	0,325	0,510	0,727	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657
2	0,142	0,289	0,445	0,617	0,816	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	0,137	0,277	0,424	0,584	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841
4	0,134	0,271	0,414	0,569	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
5	0,132	0,267	0,408	0,559	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
6	0,131	0,265	0,404	0,553	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
7	0,130	0,263	0,402	0,549	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499

8	0,130	0,262	0,399	0,546	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,986	3,355
9	0,129	0,261	0,398	0,543	0,703	0,883	1,100	1,383	1,883	2,262	2,821	3,250
10	0,129	0,260	0,397	0,542	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169
11	0,129	0,260	0,396	0,540	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106
12	0,128	0,259	0,395	0,539	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055
13	0,128	0,259	0,394	0,538	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012
14	0,128	0,258	0,393	0,537	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977
15	0,128	0,258	0,393	0,536	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947
16	0,128	0,258	0,392	0,535	0,690	0,865	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921
17	0,128	0,257	0,392	0,534	0,689	0,863	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898
18	0,127	0,257	0,392	0,534	0,688	0,862	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878
19	0,127	0,257	0,391	0,533	0,688	0,861	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861
20	0,127	0,257	0,391	0,533	0,687	0,860	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845
21	0,127	0,257	0,391	0,532	0,686	0,859	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831
22	0,127	0,256	0,390	0,532	0,686	0,858	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819
23	0,127	0,256	0,390	0,532	0,685	0,858	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807
24	0,127	0,256	0,390	0,531	0,684	0,857	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797
25	0,127	0,256	0,390	0,531	0,684	0,856	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787
26	0,127	0,256	0,390	0,531	0,684	0,856	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779
27	0,127	0,256	0,389	0,531	0,684	0,855	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771
28	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,855	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763
29	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,311	1,669	2,045	2,462	2,756
30	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750
∞	0,12566	0,25335	0,38532	0,5244	0,67449	0,84162	1,03643	1,28155	1,64485	1,95996	2,32664	2,57582

Таблиця Б3 - Інтегральна функція χ^2 – розподілу Пірсона. Значення $\chi^2_{k,P}$ для різних k та P

k	P												
	0,01	0,02	0,05	0,10	0,20	0,30	0,50	0,70	0,80	0,90	0,95	0,98	0,99
1	0,0001	0,0006	0,00393	0,0158	0,0642	0,148	0,455	1,074	1,642	2,706	3,841	5,412	6,635
2	0,0201	0,0404	0,103	0,211	0,446	0,713	1,386	2,408	3,219	4,605	5,991	7,824	9,210
3	0,115	0,185	0,352	0,584	1,005	1,424	2,366	3,665	4,642	6,251	7,815	9,837	11,345
4	0,297	0,429	0,711	1,064	1,649	2,195	3,357	4,878	5,989	7,779	9,488	11,668	13,277
5	0,554	0,752	1,145	1,610	2,343	3,000	4,351	6,064	7,289	9,236	11,070	13,388	15,086
6	0,872	1,134	1,635	2,204	3,070	3,828	5,348	7,231	8,558	10,645	12,592	15,033	16,812
7	1,239	1,564	2,167	2,833	3,822	4,671	6,346	8,383	9,803	12,017	14,067	16,622	18,475
8	1,646	2,032	2,733	3,490	4,594	5,527	7,344	9,524	11,030	13,362	15,507	18,168	20,090
9	2,088	2,532	3,325	4,168	5,380	6,393	8,343	10,656	12,242	14,684	16,919	19,679	21,666
10	2,558	3,059	3,940	4,865	6,179	7,267	9,342	11,781	13,442	15,987	18,307	21,161	23,209
11	3,053	3,609	4,575	5,578	6,989	8,148	10,341	12,899	14,631	17,275	19,675	22,618	24,725
12	3,571	4,178	5,226	6,304	7,807	9,034	11,340	14,011	15,812	18,549	21,026	24,054	26,217
13	4,107	4,765	5,982	7,042	8,634	9,926	12,340	15,119	16,985	19,812	22,362	25,472	27,688
14	4,660	5,368	6,571	7,790	9,467	10,821	13,339	16,222	18,151	21,064	23,685	26,873	29,141
15	5,229	5,985	7,261	8,547	10,307	11,721	14,339	17,322	19,311	22,307	24,996	28,259	30,578
16	5,812	6,614	7,962	9,312	11,152	12,624	15,338	18,418	20,465	23,542	26,296	29,633	32,000
17	6,408	7,255	8,672	10,085	12,002	13,531	16,338	19,511	21,615	24,769	27,587	30,995	33,409
18	7,015	7,906	9,390	10,865	12,857	14,440	17,338	20,601	22,760	25,989	28,869	32,346	34,805
19	7,633	8,567	10,117	11,651	12,716	15,352	18,338	21,689	23,900	27,204	30,144	33,687	36,191
20	8,260	9,237	10,851	12,444	14,578	16,266	19,337	22,775	25,038	28,412	31,410	35,020	37,566
21	8,897	9,915	11,591	13,240	15,445	17,182	20,337	23,858	26,171	29,615	32,671	36,343	38,932
22	9,542	10,600	12,338	14,041	16,314	18,101	21,337	24,939	27,301	30,813	33,924	37,659	40,289
23	10,196	11,293	13,091	14,848	17,187	19,021	22,337	26,018	28,429	32,007	35,172	38,968	41,638
24	10,856	11,992	13,848	15,659	18,062	19,943	23,337	27,096	29,553	33,196	36,415	40,270	42,980

25	11,524	12,697	14,611	16,473	18,940	20,867	24,337	28,172	30,675	34,382	37,652	41,566	44,314
26	12,198	13,409	15,379	17,292	19,820	21,792	25,336	29,246	31,795	35,563	38,885	42,856	45,642
27	12,879	14,125	16,151	18,114	20,703	22,710	26,336	30,319	32,912	36,741	40,113	44,140	46,963
28	13,565	14,847	16,928	18,939	21,588	23,647	27,336	31,391	34,027	37,916	41,337	45,419	48,278
29	14,256	15,574	17,708	19,768	22,475	24,577	28,336	32,461	35,139	39,087	42,557	46,693	49,588
30	14,953	16,306	18,493	20,599	23,364	25,508	29,336	33,530	36,250	40,256	43,773	47,962	50,892

Таблиця Б4 - Значення V_α при різних кількостях вимірювань

n	$q = 1 - \alpha$			
	0,1	0,05	0,025	0,01
3	1,406	1,412	1,414	1,414
4	1,645	1,689	1,710	1,723
5	1,731	1,869	1,917	1,955
6	1,894	1,996	2,067	2,130
7	1,974	2,093	2,182	2,265
8	2,041	2,172	2,273	2,374
9	2,097	2,237	2,349	2,464
10	2,146	2,294	2,414	2,540
11	2,190	2,383	2,470	2,606
12	2,229	2,387	2,519	2,663
13	2,264	2,426	2,562	2,714

n

n	$q = 1 - \alpha$			
	0,1	0,05	0,025	0,01
14	2,297	2,461	2,602	2,759
15	2,326	2,493	2,638	2,808
16	2,354	2,523	2,670	2,837
17	2,380	2,551	2,701	2,871
18	2,404	2,557	2,728	2,903
19	2,426	2,600	2,754	2,932
20	2,447	2,623	2,778	2,959
21	2,467	2,644	2,801	2,984
22	2,486	2,664	2,823	3,008
23	2,504	2,683	2,843	3,030
24	2,520	2,701	2,862	3,051
25	2,537	2,717	2,880	3,071