

## СОПОСТАВЛЕНИЕ МЕТОДОВ ФИЛЬТРАЦИИ В ЗАДАЧАХ СТАТИСТИЧЕСКОЙ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ ПРИ ОЦЕНИВАНИИ ПАРАМЕТРОВ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИСТЕМ

А. А. Сытник, Н. В. Раевский, К. Н. Ключка, С. Ю. Протасов

*Черкасский государственный технологический университет*

Поступила в редакцию 13.02.2013 г.

**Аннотация.** Произведен сравнительный анализ наиболее распространенных алгоритмов калмановского типа, применяемых для оценивания параметров радиолокационных систем.

**Ключевые слова:** оптимальная фильтрация, оценивание параметров, фильтр Калмана, навигационные системы, вектор состояния.

**Annotation.** Comparative analysis of the most common Kalman type algorithms used for the estimation of nonlinear radar systems parameters is made.

**Keywords:** optimal filtering, parameter estimation, Kalman filter, navigation systems, state vector.

### ВВЕДЕНИЕ

Статистическое оценивание представляет собой операцию приписывания системе некоторого численно выраженного состояния на основе искаженных шумом наблюдений некоторой функции состояния системы или функции ее параметров. Оценивание называется оптимальным, если в основе его лежит минимизация некоторого критерия. Зачастую в качестве такого критерия используется среднеквадратическое значение ошибки оценивания [1–3].

Наиболее значительный вклад в создание эффективной процедуры вычисления оценки состояния внесен в результате разработки алгоритма Калмана и его последующих модификаций в контексте применения в нелинейных моделях [4–7].

Исходя из этого, относительно существующего ряда подходов для оценивания параметров систем, в основе которых заложен принцип калмановской фильтрации, целесообразным является проведение сравнительного анализа базовых подходов и оценка их по тем или иным критериям с целью получения количественных и качественных характеристик базовых алгоритмов.

Обладание информацией о количественных и качественных характеристиках позволяет на уровне проектирования систем оценивания с определенной долей вероятности предполагать,

насколько тот или иной алгоритм будет затратным и реализуемым применительно к выбранной аппаратной части.

В качестве критериев оценки наиболее значимыми являются временные показатели и показатели точности.

Временные показатели свидетельствуют о том, насколько трудоемким является тот или иной алгоритм для вычислительного процессора (это особенно важно, когда речь идет о процессорах, применяемых в навигации, автомобилестроении, где используются специализированные процессоры, не обладающие мощностью и преимуществами процессоров персональных компьютеров). Показатели точности, в свою очередь, являются качественной характеристикой работы большинства алгоритмов оценивания, так как они напрямую свидетельствуют, насколько оптимально предложенный алгоритм или подход в решении той или иной задачи решает возложенные на него функции.

Поэтому, целью данной работы является сравнительный анализ наиболее распространенных алгоритмов калмановского типа, применяемых для оценивания параметров систем.

Одной из наиболее распространенных методик для оценивания параметров систем является расширенный фильтр Калмана (extended Kalman filter). В качестве объекта, являющегося классическим примером нелинейной системы, которая характеризуется рядом параметров, рассмотрим следующую задачу (рис. 1).

© Сытник А. А., Раевский Н. В., Ключка К. Н., Протасов С. Ю., 2013

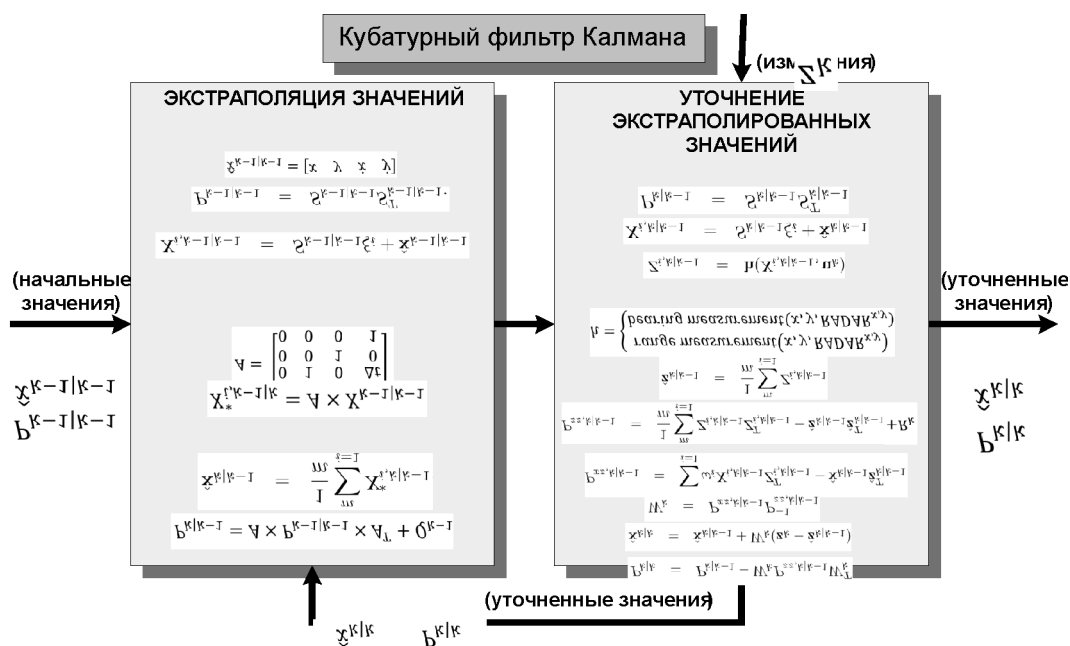


Рис. 1. Общий алгоритм оценки параметров движения цели с помощью кубатурного фильтра Калмана

Задача, представленная на рис. 1, реализует процедуру измерения дальности и азимута в определенные моменты времени с помощью двухкоординатной РЛС (рис. 2).

Для проведения анализа кубатурного фильтра в части показателей точности также было проведено оценивание системы расширенным фильтром Калмана. Анализ в части временных характеристик и показателей точности позволит сделать вывод о преимуществах и недостатках того или иного подхода при идентичных для

обеих процедур условиях. Задача оценивания расширенным фильтром Калмана подобна задаче на рис. 2 и детально рассмотрена в [5].

На основе проведенных измерений (рис. 2) проводится оценка четырех параметров: две координаты местоположения цели и две составляющих ее скорости. Данная задача является классической в части описания систем.

Результаты оценивания траектории движения объекта фильтром Калмана приведены на рис. 3.

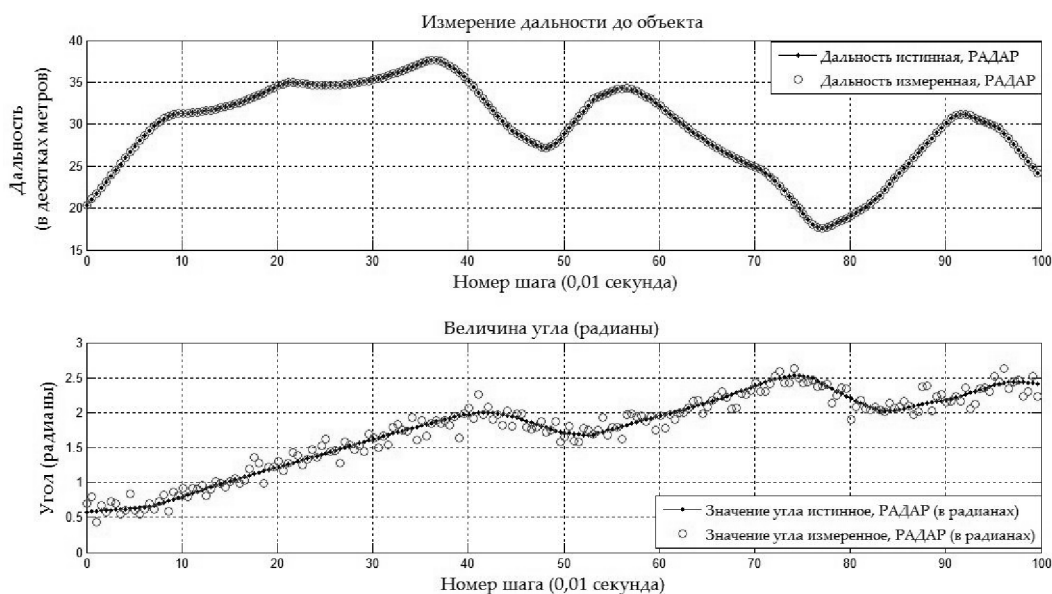


Рис. 2. График изменения измеренных значений угла и дальности до объекта



Рис. 3. Оценка траектории движения объекта

На рис. 4–5 приведены результаты оценивания текущих значений координат и соответствующих им значений скорости.

Также было реализовано сглаживание оценок с помощью алгоритма Рауча–Тюнга–Штрибеля (в данном случае – линейного, т.к. с некоторой долей вероятности оцененную систему можно считать линеаризованной).

Дискретный сглаживающий фильтр Калмана, известный также как сглаживающий алгоритм Рауча–Тюнга–Штрибеля (RTS, Rauch–

Tung–Striebel-smoother), может быть применен для постобработки результатов оцененных фильтром Калмана параметров линейной системы. Целью сглаживания является улучшение показателей точности.

Классическая интерпретация любого из семейства фильтров Калмана отличается от сглаживающего алгоритма направлением развития рекурсии вдоль траектории движения объекта: в классическом фильтре рекурсия развивается от точки старта до конечной точки,

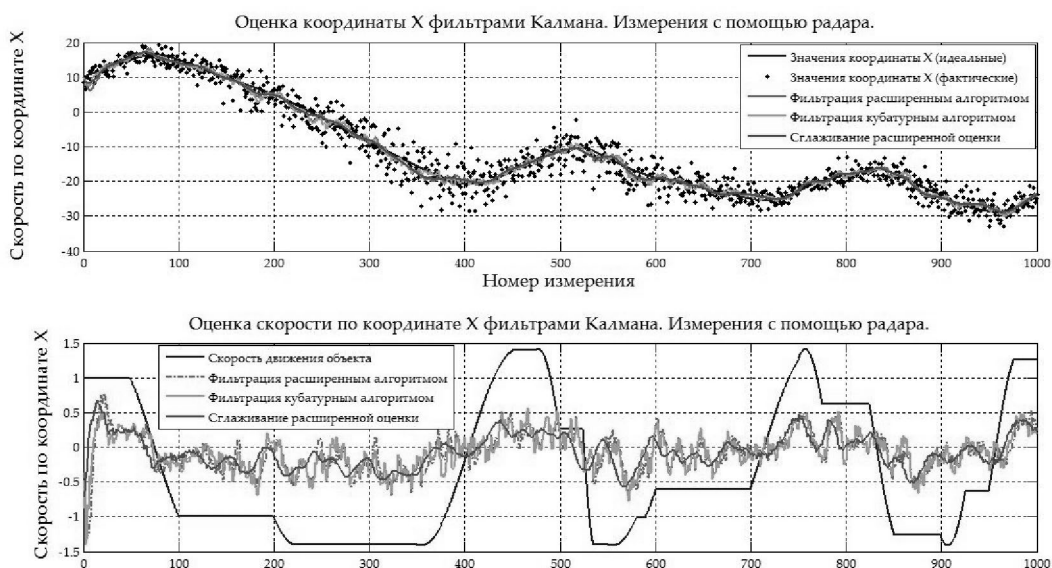


Рис. 4. Графики оценок значений координат по X и соответствующих значений скорости

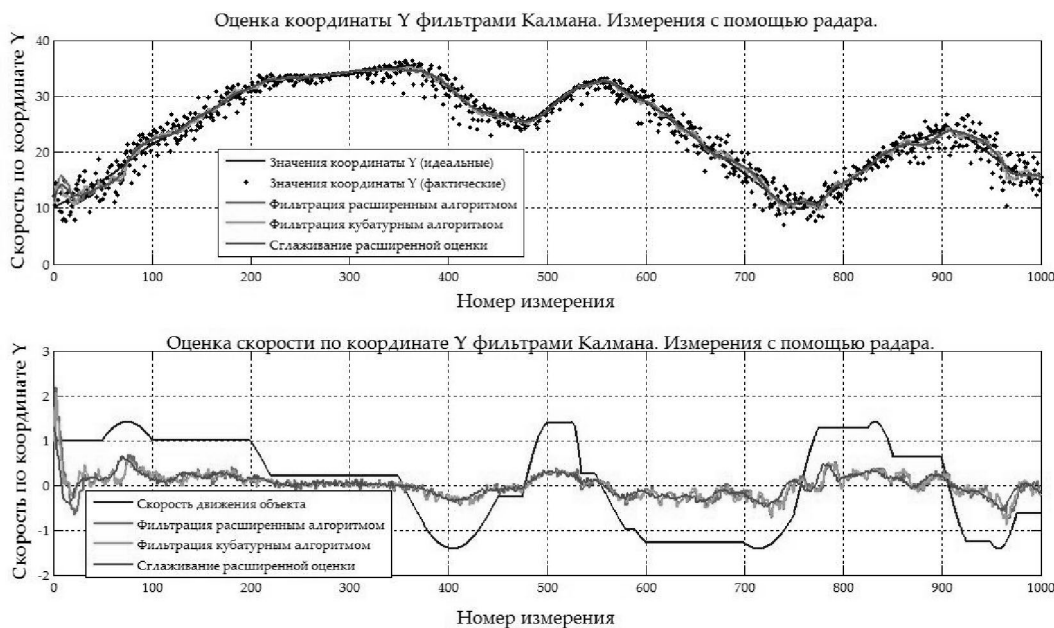


Рис. 5. Графики оценок значений координат по Y и соответствующих значений скорости

в сглаживающем фильтре рекурсия развивается в обратном направлении – от конечной точки до точки старта.

Модель сглаживающего фильтра в вероятностной интерпретации:

$$p(x_k / y_{1:T}) = N(x_k / m_k^s, P_k^s). \quad (1)$$

Сглаженные значения вектора состояния  $m_k^s$  и ковариации  $P_k^s$  вычисляются с помощью следующих уравнений [8, 9]:

$$\begin{cases} m_{k+1}^- = A_k \times m_k, \\ P_{k+1}^- = A_k \times P_k \times A_k^T + Q_k, \end{cases} \quad (2)$$

$$C_k = P_k \times A_k^T \times [P_{k+1}^-]^{-1}, \quad (3)$$

$$\begin{cases} m_k^s = m_k^- + C_k \times [m_{k+1}^s - m_{k+1}^-], \\ P_k^s = P_k^- + C_k \times [P_{k+1}^s - P_{k+1}^-] \times C_k^T, \end{cases} \quad (4)$$

где  $m_k^s, P_k^s$  – сглаженные оценки вектора состояния системы и ковариации на шаге  $k$ ;  $m_k, P_k$  – оценки, полученные фильтром на шаге  $k$ ;  $m_{k+1}^-, P_{k+1}^-$  – предсказанные значения вектора состояния системы и ковариации на шаге  $k+1$ ;  $C_k$  – матрица, которая позволяет судить о том, какая величина коррекции необходима сглаженным значениям на этом шаге.

Среднеквадратические ошибки оценивания и сглаживания, дисперсии оценок параметров движения, а также показатели точности оценивания скоростных параметров объекта приведены на рис. 6–7 и в табл. 1.

Также были проведены оценки каждого из двух представленных фильтров Калмана (кубатурного и расширенного, а также корень-квадратного кубатурного фильтра) в части времени, которое затрачивается на один цикл

Таблица 1

Статистические оценки параметров движения и показатели точности оценивания скоростных параметров объекта

Тип фильтра	Дисперсия оценки местоположения	Дисперсия оценки скорости	Временной показатель, с
EKF	0.89477	0.69750	0.0768
CKF	0.75467	0.68642	0.5206
SR-CKF	0.75467	0.68642	0.4800
EKF (RTS)	0.48148	0.66754	0.0000768
CKF (RTS)	0.29295	0.65667	0.0005206
SR-CKF (RTS)	0.29295	0.65667	0.0004800

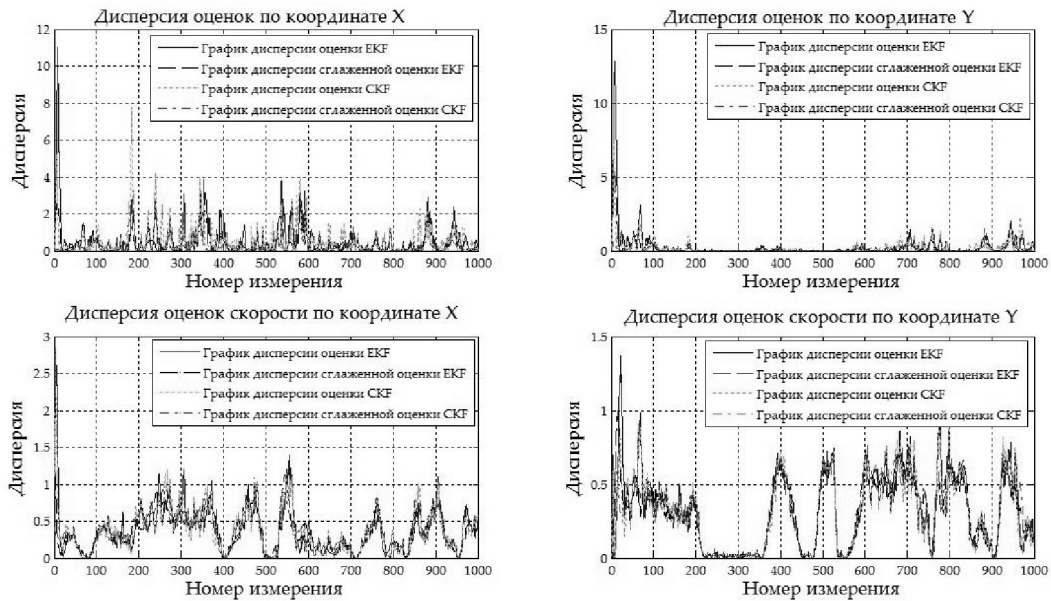


Рис. 6. Графики дисперсий оценок координат и скоростей движения по этим координатам

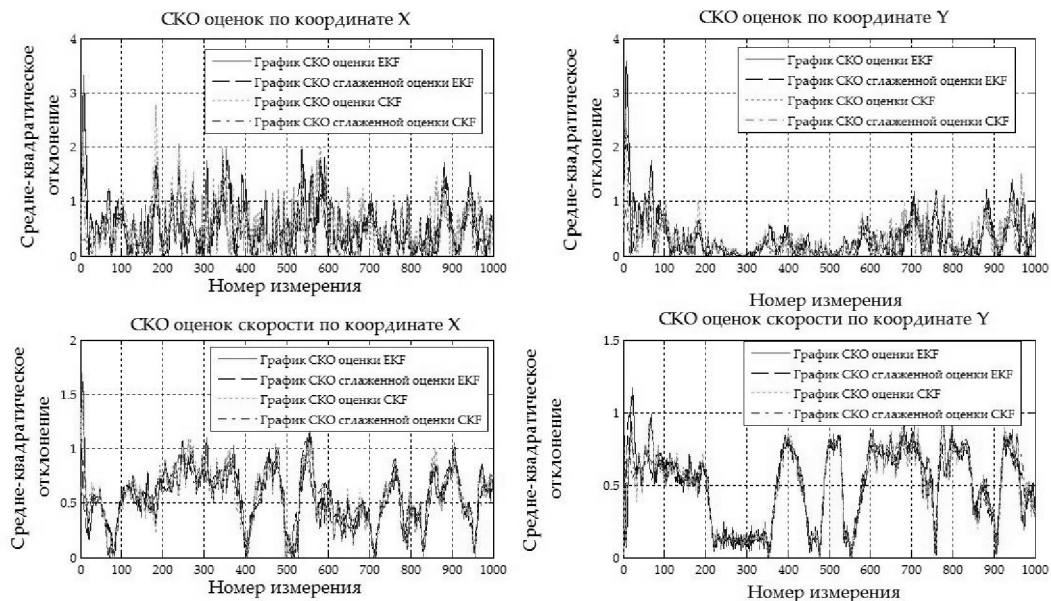


Рис. 7. Графики SKO оценок координат и скоростей движения по этим координатам

**predict-update.** Количество циклов ограничено количеством точек и может варьироваться в зависимости от предъявляемых требований. Сумма времен всех циклов даст искомое значение времени, необходимое для временных оценок заданной траектории движения объекта. Временные показатели приведены в табл. 2.

Графики изменения временных показателей при проведении процедур оценивания приведены на рис. 8.

Полученные временные значения позволяют оценить следующие параметры:

- время, затрачиваемое процессором устройства для выполнения каждого шага (для обоих фильтров);
- среднее время выполнения операции (среднее арифметическое времен всех циклов);
- максимальное и минимальное значение для каждого из фильтров, необходимое для выполнения одного цикла **predict-update**.

Временные показатели оценок заданной траектории движения объекта

Тип фильтра	Общее время, затрачиваемое на обработку измерений, в секундах	Среднее время, затрачиваемое на обработку одного цикла, в секундах
.ЕКФ	0.0768	0.0000768
СКФ	0.5206	0.0005206
SR-СКФ	0.4800	0.0004800

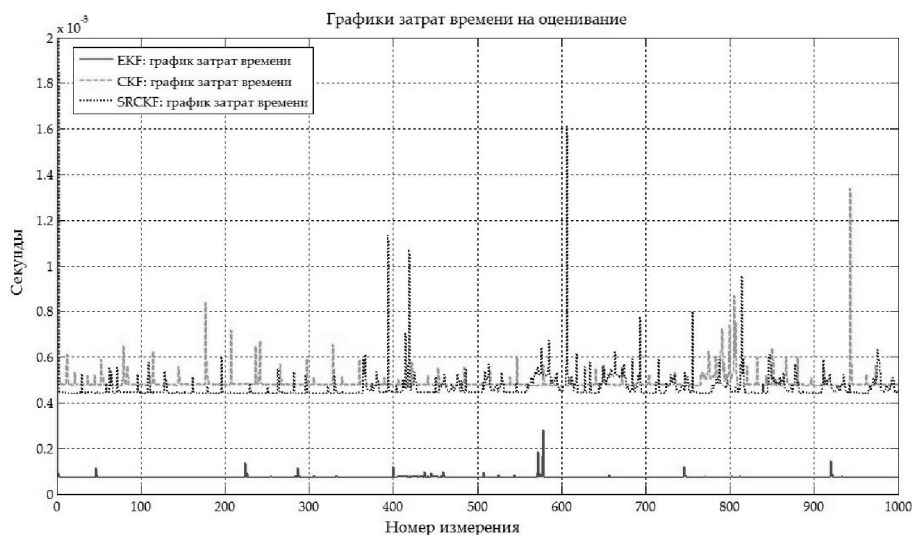


Рис. 8. Оценка скорости движения цели

## ВЫВОДЫ

Проведен сравнительный анализ двух алгоритмов, в основе которых заложен калмановский подход, и которые применяются для оценивания параметров систем. В качестве объектов исследования были выбраны кубатурный фильтр Калмана и расширенный.

Целью проведения исследований в виде сравнительного анализа было выяснение характеристик точности обоих фильтров при использовании для оценивания параметров нелинейной системы – радара, измеряющего угол и дальность до объекта.

Как видно из полученных результатов (рис. 8, табл. 1–2), расширенный фильтр Калмана обладает лучшими временными показателями при проведении оценивания.

При этом, кубатурный фильтр Калмана показывает лучшие показатели в части точности. Таким образом, с учетом современных тенденций в части развития номенклатуры современных вычислительных средств, оптимизации их архитектур, время, затрачиваемое на выполнение операций, не является критическим показателем в пользу отказа от дан-

ного алгоритма при его точностных преимуществах.

Следовательно, использование кубатурных фильтров Калмана является перспективным при оценивании параметров систем.

Использование же расширенного фильтра Калмана рекомендуется в том случае, если есть критические требования к вычислительной нагрузке на аппаратную часть всего устройства в целом.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Балакришнан А. В. Теория фильтрации Калмана. Пер. с англ., – М.: Мир, 1988. – С. 71–156.
2. Zarchan Paul. Fundamentals of Kalman Filtering. A Practical Approach, Second Edition: AIAA, 2005.
3. Welch Greg, Bishop Gary. An Introduction to the Kalman Filter. – University of North Carolina at Chapel Hill, Department of Computer Science, 2001.
4. Ribeiro Maria Isabel. Kalman and Extended Kalman Filters: Concept, Derivation and Properties. – Institute for Systems and Robotics, Lisboa, Portugal, 2004.
5. Arasaratnam Ienkaran, Haykin Simon. Cubature Kalman Filters. – IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 47, No. 3, May 2009.

6. *Haykin Simon. Cognitive Dynamic Systems: Course of Lectures.* – McMaster, University Hamilton, Ontario, Canada, 2009.

7. *Arasaratnam Ienkaran, Haykin Simon. Cubature Kalman Filtering for Continuous-Discrete Systems: Theory and Simulations.* – IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 58, No. 10, October 2010.

**Сытник Александр Алексеевич** – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой электротехнических систем Черкасского государственного технологического университета. E-mail: sytnyk\_a@mail.ru

**Раевский Николай Владимирович** – кандидат технических наук, доцент кафедры электротехнических систем Черкасского государственного технологического университета. E-mail: chdtu-cherkasy@ukr.net

**Ключка Константин Николаевич** – кандидат технических наук, доцент кафедры электротехнических систем Черкасского государственного технологического университета. E-mail: ux0cx@ukr.net

**Протасов Сергей Юрьевич** – кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры электротехнических систем Черкасского государственного технологического университета. E-mail: protasov\_sergey@mail.ru

8. *Mohinder S. Grewal, Angus P. Andrews. Kalman Filtering: Theory and Practice using Matlab, Second Edition.* – Wiley & Sons Interscience, 2001. – P. 114–165.

9. *Hartikainen Jouni, Särkkö Simo. Optimal filtering with Kalman filters and smoothers: A Manual for Matlab Toolbox EKF/UKF.* – Helsinki University of Technology, Finland, 2005. – P. 8–9.

**Sytnik Alexander Alexeevich** – Cherkassy state technological university, Cherkassy. The Department of electrical engineering's systems; Head the Department; Cand. of Eng. Sc.; Associate Professor. E-mail: sytnyk\_a@mail.ru

**Rayevskiy Nikolay Vladimirovich** – Cherkassy state technological university, Cherkassy. The Department of electrical engineering's systems; Cand. of Eng. Sc.; Associate Professor. E-mail: chdtu-cherkasy@ukr.net

**Klyuchka Konstantin Nickolaevich** – Cherkassy state technological university, Cherkassy. The Department of electrical engineering's systems; Cand. of Eng. Sc.; Associate Professor. E-mail: ux0cx@ukr.net

**Protasov Sergey Yuryevich** – Cherkassy state technological university, Cherkassy. The Department of electrical engineering's systems; Cand. of Eng. Sc.; senior teacher. E-mail: protasov\_sergey@mail.ru