

**МОДЕЛІ ОПТИМАЛЬНОГО ОБСЯГУ ЗАМОВЛЕННЯ ТОВАРІВ У КРЕДИТ З
УРАХУВАННЯМ ПОМИЛОК ПРИЙМАЛЬНОГО КОНТРОЛЮ**

***Анотація.** Розглянуто проблему визначення оптимального обсягу замовлення ресурсів на поповнення запасів із залученням позикових коштів. Запропоновано моделі управління запасами з урахуванням помилок вхідного контролю, в яких дефіцит не покривається або покривається з наступної поставки повністю чи частково. Наведено результати моделювання.*

***Ключові слова:** управління запасами, дефіцит, природний убуток, брак, вхідний контроль.*

***Аннотация.** Рассмотрена проблема определения оптимального объема заказа ресурсов на пополнение запасов с привлечением заемных средств. Предложены модели управления запасами с учетом ошибок входного контроля, в которых дефицит не покрывается или покрывается со следующей поставки полностью или частично. Приведены результаты моделирования.*

***Ключевые слова:** управление запасами, дефицит, естественная убыль, брак, входной контроль.*

***Abstract.** In this paper inventory management problem with permissible delay in payments is discussed. Inventory management models based on incoming inspection errors in which the deficit is not covered or covered with subsequent deliveries wholly or partially are suggested. Numerical examples of modeling results are given.*

***Keywords:** inventory management, deficit, deterioration, defect, incoming inspection.*

1. Вступ

Протягом останнього десятиліття у формуванні валової доданої вартості країни спостерігається постійне збільшення частки роздрібною торгівлі. За досить короткий час з мінімальним втручанням держави торгівля стала однією з найбільш лібералізованих сфер економіки країни. Сьогодні підприємства галузі внаслідок світової економічної кризи, посилення конкуренції, зростання вимог споживачів до якості обслуговування, торговельних і додаткових послуг змушені шукати способи підвищення ефективності своєї діяльності [1].

Складовою процесу функціонування торговельних фірм є кругообіг капіталу із послідовною зміною форм (грошової і товарної), в якому мають місце стадії акумулювання, розміщення та використання. Збереженню стійкого кругообігу капіталу сприяють раціональне залучення позикових ресурсів, підтримка оптимально необхідного рівня ліквідності, достатня доходність та необхідний динамізм функціонуючих вкладень [2]. Капітал, перебуваючи у товарній формі, утворює запаси підприємств. Існування останніх зумовлює виникнення додаткових витрат, пов'язаних зі зберіганням, «замороження» грошових коштів, зниження рентабельності торговельної діяльності тощо. Одним із основних способів обслуговування товарного обігу у разі нестачі обігових коштів є проведення взаємних розрахунків між суб'єктами господарювання на основі кредиту. Більшість існуючих моделей та методів управління запасами орієнтовані на використання суб'єктами господарювання лише власних коштів. Тому проблема визначення моментів часу і обсягів замовлення ресурсів на поповнення запасів при застосуванні зовнішніх джерел фінансування залишається відкритою.

Проблему управління запасами із залученням позикового капіталу вивчають вітчизняні та зарубіжні науковці. Головна увага спрямовується на розгляд моделей економічного обсягу замовлення товарів з відтермінуванням платежу. Вперше таку модель було запропоновано Гоялом С.К. у роботі [3]. Аналогічні моделі, в яких відсотки за депозитом нараховуються на базі ціни реалізації товару, наведено у [4, 5]. Чунг К.Дж. [6], Пасак С.А. [7] формалізували моделі із застосуванням методу дисконтування грошових потоків. У стат-

тях [8–10] досліджено способи задання параметрів попиту та оцінки природного зменшення запасів. Недолік розглянутих моделей полягає у тому, що в них не передбачено врахування результатів вхідного контролю якості продукції, який є обов'язковим етапом процесу постачання.

2. Постановка задачі

Торговельна організація в умовах тимчасової нестачі оборотних коштів планує здійснити запозичення у формі товарного кредиту. Комерційний кредит надається фірмою-виробником продукції і полягає у продажу товару на умовах угоди, що передбачає відтермінування кінцевого розрахунку на термін M під відсоток i_c . Допускається продовження початково встановленого строку позички M на термін N під відсоток i_w . Передача права власності на товари відбувається в момент фізичного отримання товарів покупцем незалежно від часу погашення заборгованості. Продукція, що є предметом договору поставки, здатна втрачати природні властивості, а при її прийманні можуть бути виявлені браковані одиниці. Постачальник зобов'язується усунути недоліки або замінити товарні одиниці з виробничими дефектами (доукомплектувати). Товари з іншими типами невідповідностей реалізовуватимуться підприємством, що кредитується, як вторинна сировина.

Достовірність вхідного контролю якості продукції спотворюється визнанням придатної продукції такою, що має виробничі дефекти; продукції з виробничими дефектами – бездефектною; товарів з виробничими дефектами – товарами з невиробничими дефектами; товарів з невиробничими дефектами – товарами з виробничими дефектами. Припускається, що попит на продукцію є рівномірно розподіленим на інтервалі часу між суміжними поставками, замовлення на поповнення запасів виконується миттєво, може існувати дефіцит.

Необхідно визначити обсяг замовлення товарів для відновлення запасів та тривалість операційного циклу, за яких мінімізуються витрати системи управління запасами.

3. Моделі визначення оптимального обсягу замовлення товарів у кредит

У сучасних наукових джерелах [8–11] поширеною є наступна постановка задачі управління запасами щодо визначення оптимального обсягу замовлення товарів з відтермінуванням платежу. Інтенсивність попиту на продукцію є сталою і складає D одиниць на часовому інтервалі $[0, T]$. Замовлення на поповнення запасів виконується миттєво, дефіцит заборонений. Витрати на зберігання товарів пропорційні середньому обсягу запасів та інтервалу часу їх існування, а витрати на одну поставку є фіксованими. Товар продається за цінами, що діють на момент продажу, і не підлягають зміні надалі при їх збільшенні у продавця. Покупець виконує своє зобов'язання щодо оплати одержаного товару у день закінчення терміну M . Відсотки на суму товару, проданого у кредит, сплачуються за час з моменту його фізичної передачі. Разом з тим позичальник має додаткове джерело доходу у вигляді відсотків від розміщеної на депозиті виручки з реалізації продукції.

Цільова функція мінімізації середніх витрат системи управління запасами є такою [11]:

$$K(T) = \frac{1}{T} \left(A + \frac{h \cdot D \cdot T}{2} + c \cdot i_c \int_{\Omega} D(T-t) dt - p \cdot i_e \left(\int_0^T D t dt + (\Theta - T) \int_0^T D dt \right) \right) \quad (1)$$

або при підстановці співвідношення $1/T = D/Q$ в цільову функцію (1) такою:

$$K(Q) = \frac{A \cdot D}{Q} + \frac{h \cdot D}{2} + c \cdot i_c \int_{\Omega_1} D \left(\frac{Q}{D} - t \right) dt - p \cdot i_e \left(\int_0^{\frac{Q}{D}} D dt + \left(\Theta - \frac{Q}{D} \right) \int_0^{\frac{Q}{D}} D dt \right), \quad (2)$$

де Q – обсяг запасів, T – інтервал часу між суміжними поставками, A – витрати на оформлення замовлення, h – річні витрати, пов'язані зі зберіганням одиниці товару, c – ціна постачання одиниці продукції, i_c – відсоткова ставка по кредиту, p – ціна реалізації одиниці товару, i_e – відсоткова ставка за депозитом, $\Omega = \begin{cases} [M; T], & M \leq T, \\ 0, & M > T, \end{cases}$

$$\Omega_1 = \begin{cases} \left[M; \frac{Q}{D} \right], & M \leq T, \\ 0, & M > T, \end{cases} \quad \Theta = \begin{cases} T, & M \leq T, \\ M, & M > T, \end{cases} \quad \Theta_1 = \begin{cases} \frac{Q}{D}, & M \leq T, \\ M, & M > T, \end{cases} \quad M - \text{тривалість кредитного}$$

періоду.

Цільові функції є двічі неперервно-диференційованими, тому з необхідних умов оптимальності першого порядку отримано такі значення оптимального обсягу замовлення Q :

$$Q^* = \sqrt[3]{-\frac{v}{2} + \sqrt{U}} + \sqrt[3]{-\frac{v}{2} - \sqrt{U}} - \frac{a}{3}, \quad (3)$$

де

$$v = \begin{cases} 2 \left(\frac{a}{3} \right)^3 - \frac{a}{3} \cdot \left(\frac{c \cdot i_c}{p \cdot i_e} \right) - \frac{c \cdot i_c \cdot D \cdot M + A \cdot D^2}{p \cdot i_e}, & M \leq T, \\ 2 \left(\frac{a}{3} \right)^3 - \frac{A \cdot D^2}{p \cdot i_e}, & M > T, \end{cases} \quad U = \left(\frac{r}{3} \right)^3 + \left(\frac{v}{2} \right)^2,$$

$$r = \begin{cases} -\frac{a^2}{3} + \frac{c \cdot i_c}{p \cdot i_e}, & M \leq T, \\ -\frac{a^2}{3}, & M > T, \end{cases} \quad a = \begin{cases} \frac{D \cdot h - i_e \cdot p \cdot M \cdot D}{i_e \cdot p}, & M \leq T, \\ \frac{-D \cdot (i_e \cdot p \cdot M - h/2)}{i_e \cdot p}, & M > T, \end{cases}$$

та значення параметра T :

$$T^* = \begin{cases} \sqrt{\frac{2 \cdot A + D \cdot M^2 (c \cdot i_c - p \cdot i_e)}{D(h + c \cdot i_e)}}, & M \leq T, \\ \sqrt{\frac{2 \cdot A}{D(h + p \cdot i_e)}}, & M > T. \end{cases} \quad (4)$$

В описаному підході виходять з припущення про відсутність товарних втрат, що виникають у процесі зберігання продукції, при їх підготовці до продажу та реалізації, транспортуванні внаслідок усушки, випаровування, розпилу тощо. Такі втрати становлять природне зменшення, якщо зменшення маси і (або) зміна фізико-хімічних властивостей товарно-матеріальних цінностей при збереженні їх якості відбулися у межах норм, встановлених правовими актами. Необхідність даної складової витрат системи управління запасами обґрунтовують автори роботи [10]. До подібних висновків на основі емпіричних дос-

ліджень схилиються в [9]. Дослідники вважають, що швидкість природного зменшення продукції у визначений момент часу пропорційна наявному обсягу запасів, коливанню якого на протязі одного операційного циклу T відповідає диференційне рівняння

$$\frac{dI(t)}{dt} = -D - \theta \cdot I(t), \quad 0 \leq t \leq T = \frac{H}{n}, \quad I(T) = 0 \quad (5)$$

із загальним розв'язком

$$I(t) = \frac{D}{\theta} \left(e^{\theta(T-t)} - 1 \right), \quad 0 \leq t \leq T = \frac{H}{n} \quad (6)$$

та частинним розв'язком при $I(0) = Q$:

$$Q = \frac{D}{\theta} \left(e^{\theta T} - 1 \right), \quad (7)$$

де $I(t)$ – обсяг наявних запасів на момент t , θ – швидкість природного убутку товарів в одиницю часу, H – тривалість планового періоду, n – кількість періодів поповнення і вичерпання запасів.

Із врахуванням втрат від природного зменшення товарів [9]

$$C_D = c \{ I(0) - D \cdot T \} \quad (8)$$

цільова функція мінімізації витрат системи управління запасами набуде вигляду [9]:

$$K(n) = n \left(A + h \int_0^T I(t) dt + C_D + c \cdot \left(i_c \int_{\Omega} I(t) dt + I_w \right) - p \cdot i_e \left(\int_0^T D t dt + (\Theta - T) \int_0^T D dt \right) \right), \quad (9)$$

$$\text{де } \Omega = \begin{cases} [M; T], & M \leq T, \\ 0, & M > T, \\ [M; N], & M < N \leq T, \\ [M; N], & N > T > M, \end{cases} \quad I_w = \begin{cases} i_w \int_N^T I(t) dt, & M < N \leq T, \\ 0, & \text{в інших випадках,} \end{cases} \quad \Theta = \begin{cases} T, & M \leq T, M < N \leq T, \\ M, & M > T, \\ N, & N > T > M, \end{cases}$$

N – строк, на який перенесено виконання кредитних зобов'язань.

У наведеній цільовій функції допускається повторне відтермінування покупцем строку оплати товару, проданого у кредит. Продавець додатково нараховує відсотки на прострочену суму, починаючи з дня, коли повинна була надійти оплата, і закінчуючи днем фактичної сплати.

4. Модель визначення оптимального обсягу замовлення товарів у кредит з урахуванням помилок вхідного контролю

Формалізуємо задачу визначення оптимального обсягу замовлення товарів з урахуванням браку і помилок вхідного контролю. Нехай частка бракованих виробів у замовленій партії товарів складає u відсотків, у тому числі u_R відсотків з виробничими дефектами і u_{SC} відсотків з іншими типами невідповідностей. З огляду на ймовірне здійснення помилок при перевірці якості одержуваної продукції, очікувана кількість товарів з виробничими дефектами становитиме

$$\mathfrak{S} = Q \cdot u - Q \cdot (u_R (1 - \gamma) + u_{SC} \cdot \tau) \cdot \beta + Q \cdot (1 - u) \cdot \alpha, \quad (10)$$

а кількість товарів, які будуть повернені постачальнику для усунення недоліків,

$$Y = Q \cdot (u_R(1-\gamma) + u_{SC} \cdot \tau) \cdot (1-\beta) + Q \cdot (1-u) \cdot \alpha, \quad (11)$$

де α – ймовірність того, що придатну продукцію визнають продукцією з виробничими дефектами, β – ймовірність того, що продукцію з виробничими дефектами визнають бездефектною, γ – ймовірність того, що товари з виробничими дефектами ідентифікують як товари з невиробничими дефектами, τ – ймовірність того, що товари з невиробничими дефектами ідентифікують як товари з виробничими дефектами. Підставимо вирази (10) і (11) у диференціальне рівняння, яке описує коливання обсягу запасів на протязі одного операційного циклу T ,

$$\frac{dI(t)}{dt} = -D - (\theta + u - \Delta) \cdot I(t), \quad 0 \leq t \leq T = \frac{H}{n}, \quad (12)$$

де $\Delta = (u_R(1-\gamma) + u_{SC} \cdot \tau)$.

Визначивши загальний розв'язок

$$I(t) = \frac{D}{\theta + u - \Delta} \left(e^{(\theta + u - \Delta)(T-t)} - 1 \right), \quad 0 \leq t \leq T = \frac{H}{n} \quad (13)$$

та частинний розв'язок при $I(0) = Q$,

$$Q = \frac{D}{\theta + u - \Delta} \left(e^{(\theta + u - \Delta)T} - 1 \right), \quad (14)$$

запишемо цільову функцію моделі, що відповідає поставленій задачі:

$$K(n) = n(A + h \int_0^T I(t) dt + C_D + c \cdot \left(i_c \int_{\Omega} I(t) dt + I_w \right) - p \cdot i_e \left(\int_0^T D t dt + (\Theta - T) \int_0^T D dt \right) - p_{SC} \cdot i_e (u - u \cdot \Delta) \cdot Q \cdot (M - t_s)), \quad (15)$$

де p_{SC} – ціна реалізації одиниці вторинної сировини, $t_s = Q/\lambda$ – тривалість вхідного контролю, λ – швидкість прийому товару.

5. Моделі управління запасами при плануванні дефіциту продукції

До середини минулого століття західні економісти схилилися до думки, що втрачені прибутки від реалізації через відсутність товару значно перевищують видатки, пов'язані із зберіганням запасів. З розвитком нового напрямку досліджень у сфері менеджменту – логістичного менеджменту (логістики) встановлено, що таке твердження не правильне: оцінені бізнесом витрати, зумовлені наявністю надлишкової кількості продукції, зросли до рівня витрат, одержуваних внаслідок її нестачі. Тоді з'явилась нова задача: визначити допустимий рівень дефіциту з позиції економічно ефективного управління запасами [12]. При побудові моделей таких задач розглядаються випадки, коли:

1. За час існування дефіциту покупці не замовляють відсутні товари.
2. За час існування дефіциту частина покупців для задоволення свої потреб звернулися до інших джерел, а отримані замовлення виконуються після надходження чергової партії продукції.
3. За час існування дефіциту звернення покупців до інших джерел для задоволення власних потреб відсутні, а отримані замовлення виконуються після надходження чергової партії продукції.

Адаптуємо модель оптимального обсягу замовлення товарів з урахуванням природного зменшення, браку і помилок вхідного контролю (15) до можливих ситуацій задоволення попиту у разі вичерпання запасів.

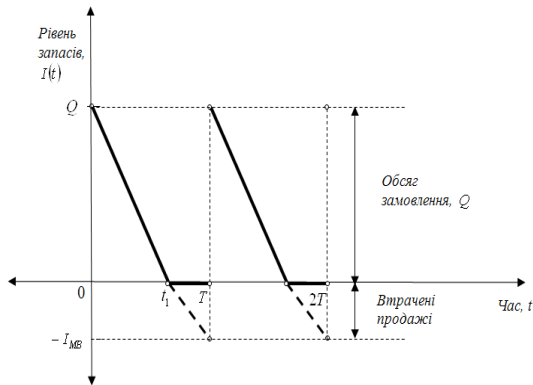


Рис. 1. Графік зміни обсягу запасів при плануванні дефіциту без його покриття

Нехай має місце перший випадок. На інтервалі часу $[0; t_1]$ запас, внаслідок споживання (зі швидкістю D), скоротиться до нуля і, будучи відсутнім протягом $[t_1; T]$, зумовить повну втрату продажів. Нова партія товарів для поповнення запасів надійде, коли максимально допустимий дефіцит досягне рівня I_{BM} . Коливання обсягів запасів (рис. 1) на протязі одного операційного циклу T описується диференціальними рівняннями:

$$\frac{dI(t)}{dt} = \begin{cases} -D - (\theta + u - \Delta) \cdot I(t), & 0 \leq t \leq t_1, \\ -D, & t_1 \leq t \leq T = H/n \end{cases} \quad (16)$$

із розв'язками

$$I(t) = \begin{cases} \frac{D}{\theta + u - \Delta} \left(e^{(\theta + u - \Delta)(t_1 - t)} - 1 \right), & 0 \leq t \leq t_1, \\ -D(t - t_1), & t_1 \leq t \leq T = H/n. \end{cases} \quad (17)$$

Остаточно, для заданих початкових умов $I(0) = I_{MI}$ і $-I(T) = I_{MB}$ отримаємо величину партії замовлення:

$$Q = I_{MI} + I_{MB}, \quad (18)$$

де $I_{MI} = \frac{D}{\theta + u - \Delta} \left(e^{(\theta + u - \Delta)t_1} - 1 \right)$ – максимальний обсяг запасів, $I_{MB} = D(T - t_1)$ – максимально допустимий обсяг дефіциту.

З наведеної залежності визначимо часовий параметр

$$t_1 = T - \frac{e^{(\theta + u - \Delta)T}}{(\theta + u - \Delta)}. \quad (19)$$

Збитки, зумовлені відсутністю запасів,

$$I_{BC} = \pi_B \int_{t_1}^T (-I(t)) dt, \quad (20)$$

де π_B – збитки від втраченого продажу одиниці товару; додамо до видатків на оформлення замовлення, витрат, пов'язаних із зберіганням запасів, плати за користування кредитом і відсотків від розміщення на депозиті доходу з реалізації. Одержимо таку цільову функцію:

$$K(n) = n \left(\begin{array}{l} A + h \int_0^{t_1} I(t) dt + C_D + \pi_B \int_{t_1}^T (-I(t)) dt + c \cdot \left(i_c \int_{\Omega} I(t) dt + I_w \right) - \\ - p \cdot i_e \left(\int_0^{t_1} D t dt + (\Theta - t_1) \int_0^{t_1} D dt \right) - p_{sc} \cdot i_e (u - u \cdot \Delta) \cdot Q \cdot (M - t_s) \end{array} \right), \quad (21)$$

$$\text{де } \Omega = \begin{cases} [M; t_1], & M \leq T, \\ 0, & M > T, \\ [M; N], & M < N \leq T, \\ [M; N], & N > T > M, \end{cases} \quad I_w = \begin{cases} i_w \int_N^{t_1} I(t) dt, & M < N \leq T, \\ 0, & \text{в інших випадках,} \end{cases} \quad \Theta = \begin{cases} t_1, & M \leq T, M < N \leq T, \\ M, & M > T, \\ N, & N > T > M. \end{cases}$$

Розглянемо випадок, коли у разі вичерпання товарних запасів (зі швидкістю D) на інтервалі $[0; t_1]$ частина покупців з метою задоволення своїх потреб протягом $[t_1; T]$ звер-

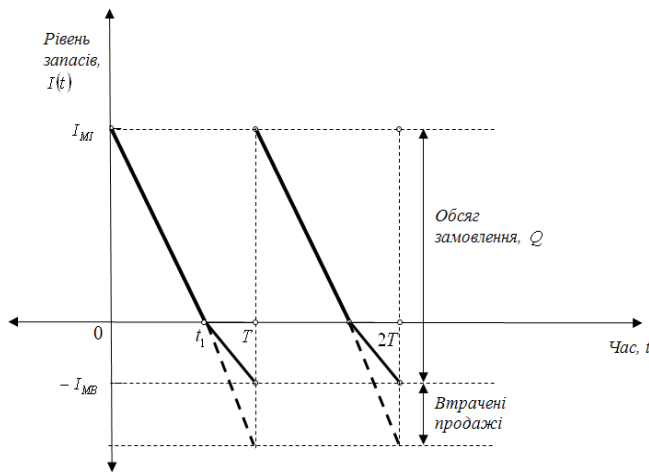


Рис. 2. Графік зміни обсягу запасів при плануванні часткового покриття дефіциту

нуться до інших джерел. Очевидно, що кількість споживачів, згодних відкласти покупку до наступної поставки, буде зменшуватися із збільшенням часу її очікування. Виходячи із припущення, що час постачання товарів безпосереднім споживачам менше часу накопичення замовлень, прогнозований незадоволений попит становитиме $B(t) = 1/(1 + \delta(t_i - t))$, де t_i – момент i -ї поставки, δ – інтенсивність замовлення товарів. Нова поставка відбудеться, коли максимально допустимий дефіцит досягне рівня I_{BM} . Коливанню обсягів запасів (рис.

2) на протязі одного операційного циклу T відповідатимуть диференціальні рівняння:

$$\frac{dI(t)}{dt} = \begin{cases} -D - (\theta + u - \Delta) \cdot I(t), & 0 \leq t \leq t_1, \\ -\frac{D}{1 + \delta(T - t)}, & t_1 \leq t \leq T = H/n \end{cases} \quad (22)$$

із розв'язками

$$I(t) = \begin{cases} \frac{D}{\theta + u - \Delta} \left(e^{(\theta + u - \Delta)(t_1 - t)} - 1 \right), & 0 \leq t \leq t_1, \\ -\frac{D}{\delta} \left(\ln |1 + \delta(T - t)| - \ln |1 + \delta(T - t_1)| \right), & t_1 \leq t \leq T = H/n, \end{cases} \quad (23)$$

звідки при початкових умовах $I(0) = I_{MI}$ і $-I(T) = I_{MB}$ знаходимо величину партії замовлення

$$Q = I_{MI} + I_{MB}, \quad (24)$$

де $I_{MI} = \frac{D}{\theta + u - \Delta} \left(e^{(\theta + u - \Delta)t_1} - 1 \right)$ – максимальний обсяг запасів, $I_{MB} = \frac{D}{\delta} \ln |1 + \delta(T - t_1)|$ – максимально допустимий обсяг дефіциту.

З виразу, за яким розраховується величина партії замовлення, визначимо часовий параметр

$$t_1 = T - \frac{1}{\delta} \left(e^{-\delta/(\theta+u-\Delta)} - 1 \right). \quad (25)$$

Тоді, з урахуванням витрат, зумовлених відтермінуванням продажів,

$$I_{LS} = \pi_L \int_{t_1}^T \left(1 - \frac{D}{1 + \delta(T-t)} \right) dt, \quad (26)$$

де π_L – витрати, зумовлені відтермінуванням продажу одиниці товару, мінімізовувана функція витрат набуде виду

$$K(n) = n(A + h \int_0^{t_1} I(t) dt + C_D + \pi_B \int_{t_1}^T (-I(t)) dt + \pi_L \int_{t_1}^T \left(1 - \frac{D}{1 + \delta(T-t)} \right) dt + \\ + c \cdot \left(i_c \int_{\Omega} I(t) dt + I_w \right) - p \cdot i_e \left(\int_0^{t_1} D dt + (\Theta - t_1) \int_0^{t_1} D dt \right) - p_{sc} \cdot i_e (u - u \cdot \Delta) \cdot Q \cdot (M - t_s). \quad (27)$$

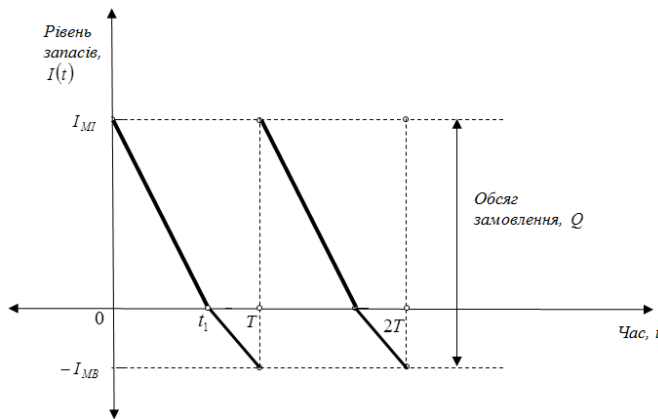


Рис. 3. Графік зміни обсягу запасів при плануванні повного покриття дефіциту

У третьому випадку, у разі вичерпання товарних запасів (зі швидкістю D) на інтервалі $[0; t_1]$, покупці приймуть рішення відтермінувати покупки протягом $[t_1; T]$. Вважаючи, що час постачання товарів безпосереднім споживачам менше часу накопичення замовлень, прогнозований незадоволений попит становитиме $B(t) = 1/(1 + (t_i - t))$, де t_i – момент i -ї поставки. Нова партія товарів для поповнення запасів надійде, коли максимально допустимий дефіцит досягне рівня I_{BM} . Коливанням обсягів запасів

(рис. 3) на протязі одного операційного циклу T відповідатимуть диференціальні рівняння:

$$\frac{dI(t)}{dt} = \begin{cases} -D - (\theta + u - \Delta) \cdot I(t), & 0 \leq t \leq t_1, \\ -\frac{D}{1 + (T-t)}, & t_1 \leq t \leq T = H/n \end{cases} \quad (28)$$

із розв'язками

$$I(t) = \begin{cases} \frac{D}{\theta + u - \Delta} \left(e^{(\theta+u-\Delta)(t_1-t)} - 1 \right), & 0 \leq t \leq t_1, \\ -D \left(\ln |1 + (T-t)| - \ln |1 + (T-t_1)| \right), & t_1 \leq t \leq T = H/n, \end{cases} \quad (29)$$

звідки при початкових умовах $I(0) = I_{MI}$ і $I(T) = I_{MB}$ знаходимо величину партії замовлення

$$Q = I_{MI} + I_{MB}, \quad (30)$$

де $I_{MI} = \frac{D}{\theta + u - \Delta} \left(e^{(\theta + u - \Delta)t_1} - 1 \right)$ – максимальний обсяг запасів, $I_{MB} = D \ln|1 + (T - t_1)|$ – максимально допустимий обсяг дефіциту.

З попередньої формули визначимо часовий параметр

$$t_1 = T - e^{\theta + u - \Delta} + 1. \quad (31)$$

Відповідна задачі цільова функція буде такою:

$$\begin{aligned} K(n) = & n(A + h \int_0^{t_1} I(t) dt + C_D + \pi_B \int_{t_1}^T (-I(t)) dt + \pi_L \int_{t_1}^T \left(1 - \frac{D}{1 + (T - t)} \right) dt + \\ & + c \cdot \left(i_c \int_{\Omega} I(t) dt + I_w \right) - p \cdot i_e \left(\int_0^{t_1} D t dt + (\Theta - t_1) \int_0^{t_1} D dt \right) - \\ & - p_{sc} \cdot i_e (u - u \cdot \Delta) \cdot Q \cdot (M - t_s). \end{aligned} \quad (32)$$

6. Розв'язання задачі визначення оптимального обсягу замовлення товарів

Традиційний метод розв'язання задач управління запасами полягає у застосуванні необхідних умов оптимальності першого порядку [8, 11]. Особливістю формалізованих проблем визначення оптимального обсягу замовлення з можливим дефіцитом на скінчений плановий період є необхідність урахування суб'єктивних (кількість інтервалів поповнення і вичерпання запасів) і статистичних (швидкість градації товарів, швидкість природного зменшення) факторів. Очевидно, що розв'язання задач (9), (15), (21), (27), (32) супроводжується деякими уточненнями результату. Тому пошук оптимальних значень Q^* , T^* здійснимо за допомогою ітераційної процедури [9], що не потребує перевірки додаткових умов на характеристики цільової функції. Метод пошуку визначають такі кроки:

Крок 1. Поки не обчислені значення цільової функції, при всіх можливих n виконувати.

Крок 1.1. Задати кількість інтервалів поповнення і вичерпання запасів $n \geq 1$.

Крок 1.2. Обчислити значення цільової функції $K(T)$.

Крок 2. Вибрати оптимальну кількість інтервалів поповнення і вичерпання запасів n^* таку, щоб

$$K(n^*) = \min \begin{cases} K(n^*), & M \leq T = \frac{H}{n^*}, \\ K(n^*), & M > T = \frac{H}{n^*}, \\ K(n^*), & M < N \leq T = \frac{H}{n^*}, \\ K(n^*), & N > T = \frac{H}{n^*} > M. \end{cases} \quad (33)$$

Крок 3. Підставити n^* у $T^* = \frac{H}{n^*}$ і вирази (14), (18), (24) і (30) для визначення тривалості операційного циклу та для розрахунку величини партії замовлення відповідно.

7. Результати моделювання та їх аналіз

Розглянемо таку задачу. Підприємство, що спеціалізується на розповсюдженні періодичних видань, аналізує стратегію організації постачання на наступні 2 роки, за якої мінімізуються витрати системи управління запасами. Працюючи 360 днів на рік, співробітники підприємства можуть реалізувати 960 примірників деякого журналу, що користується рівномірно розподіленим попитом. Ціна реалізації одного екземпляру становить 7 грн/од., а ціна постачання – 3 грн/од. Передбачається одержання додаткового прибутку у результаті розміщення на депозиті доходу від реалізації за діючою на ринку ставкою 16% річних. На оформлення одного замовлення потрібно витратити 60 грн/од. Зберігання одиниці поліграфічної продукції обійдеться в 1,5 грн/од. за рік. Збитки внаслідок відсутності та відтермінування продажу одиниці товару оцінюються відповідно в 12 грн/од. та 15 грн/од. за рік. Допустима норма товарних втрат, що виникають у процесі реалізації, визначена в розмірі 0,15% від загального обсягу запасів. Очікується, що замовлена партія міститиме 4% бракованих примірників, у тому числі 2% з виробничими дефектами і 2% з іншими типами невідповідностей. Перевірка якості товарів здійснюється зі швидкістю 3000 журналів за одиницю часу. Ймовірності виникнення помилок при перевірці якості одержуваних товарів $\alpha = 0,15$, $\beta = 0,1$, $\gamma = 0,095$, $\tau = 0,1$. Поліграфічна продукція з виробничими дефектами повертається підприємству-постачальнику для заміни, а продукція з іншими типами невідповідностей реалізується як вторинна сировина за ціною 2 грн/од. за примірник. Згідно з договором поставки, укладеним із видавництвом, купівля періодики здійснюється з відтермінуванням кінцевого розрахунку на 30 днів під 18 % річних. Допускається продовження початково встановленого строку позички на 50 днів під 21 % річних. Необхідно визначити оптимальний обсяг однієї поставки, термін, на який здійснюється постачання, та обґрунтувати доцільність існування дефіциту, якщо замовлення надходять з інтенсивністю 0,04 одиниці за одиницю часу.

Результати розв'язання задачі визначення обсягу поставки та тривалості операційного циклу подамо у вигляді табл. 1–5.

Таблиця 1. Визначення обсягу партії поставки та тривалості операційного циклу з урахуванням природного зменшення продукції, що виникає в процесі реалізації

Кредитний випадок	Кількість періодів поповнень і вичерпання запасів, n	Тривалість операційного циклу T , років	Обсяг замовлення Q , од.	Загальні витрати $K(n)$, грн/од.
$M \leq T$	20	0,1	96,724	$1,153 \cdot 10^6$
	21	0,095	92,085	$1,217 \cdot 10^6$
	22	0,091	87,87	$1,281 \cdot 10^6$
$M > T$	25	0,08	77,263	$1,474 \cdot 10^6$
	26	0,077	74,274	$1,538 \cdot 10^6$
	27	0,074	71,508	$1,602 \cdot 10^6$
$M < N \leq T$	10	0,2	194,909	$5,128 \cdot 10^5$
	11	0,182	176,947	$5,768 \cdot 10^5$
	12	0,167	162,017	$6,409 \cdot 10^5$
$N > T > M$	19	0,105	101,855	$1,089 \cdot 10^6$
	20	0,1	96,724	$1,153 \cdot 10^6$
	21	0,095	92,085	$1,217 \cdot 10^6$

У наведеному випадку за 2 роки доцільно здійснити 10 замовлень з періодичністю один раз на 72 дні. Оптимальний обсяг партії поставки 195 примірників. Мінімальні витрати підприємства, пов'язані з управлінням запасами, становитимуть $5,128 \cdot 10^5$ грн/од.

Таблиця 2. Визначення обсягу партії поставки та тривалості операційного циклу з урахуванням природного зменшення продукції, браку і помилок вхідного контролю

Кредитний випадок	Кількість періодів поповнень і вичерпання запасів, n	Тривалість операційного циклу T , років	Обсяг замовлення Q , од.	Загальні витрати $K(n)$, грн/од.
$M \leq T$	20	0,1	96,82	$8,992 \cdot 10^5$
	21	0,095	92,172	$9,492 \cdot 10^5$
	22	0,091	87,95	$9,991 \cdot 10^5$
$M > T$	25	0,08	77,324	$1,149 \cdot 10^6$
	26	0,077	74,331	$1,199 \cdot 10^6$
	27	0,074	71,56	$1,249 \cdot 10^6$
$M < N \leq T$	10	0,2	195,299	$3,999 \cdot 10^5$
	11	0,182	177,269	$4,498 \cdot 10^5$
	12	0,167	162,287	$4,997 \cdot 10^5$
$N > T > M$	19	0,105	101,962	$8,492 \cdot 10^5$
	20	0,1	96,82	$8,991 \cdot 10^5$
	21	0,095	92,172	$9,49 \cdot 10^5$

Якщо враховувати, що частина замовленої продукції виявиться бракованою, а перевірка якості здійснюється з помилками, то при здійсненні 10 замовлень з періодичністю один раз на 72 дні мінімальні витрати підприємства, пов'язані з управлінням запасами, скоротяться на $1,129 \cdot 10^5$ грн/од. і становитимуть $3,999 \cdot 10^5$ грн/од. Оптимальний обсяг партії поставки 195 примірників.

Таблиця 3. Визначення обсягу партії поставки та тривалості операційного циклу при плануванні дефіциту без його покриття з урахуванням природного зменшення продукції, браку і помилок вхідного контролю

Кредитний випадок	Кількість періодів поповнень і вичерпання запасів, n	Тривалість операційного циклу T , років	Обсяг замовлення Q , од.	Загальні витрати $K(n)$, грн/од.
$M \leq T$	20	0,1	217,00	$1,532 \cdot 10^7$
	21	0,095	217,00	$1,608 \cdot 10^7$
	22	0,091	216,00	$1,683 \cdot 10^7$
$M > T$	25	0,08	215,00	$2,0 \cdot 10^7$
	26	0,077	215,00	$2,078 \cdot 10^7$
	27	0,074	215,00	$2,157 \cdot 10^7$
$M < N \leq T$	10	0,2	227,00	$7,825 \cdot 10^6$
	11	0,182	225,00	$8,578 \cdot 10^6$
	12	0,167	224,00	$9,331 \cdot 10^6$
$N > T > M$	19	0,105	218,00	$1,527 \cdot 10^7$
	20	0,1	217,00	$1,606 \cdot 10^7$
	21	0,095	217,00	$1,685 \cdot 10^7$

У разі існування дефіциту, що не буде покриватися при черговій поставці, на систему управління запасами підприємству доведеться витратити $7,825 \cdot 10^6$ грн/од. При цьому необхідно буде здійснити 10 замовлень з періодичністю один раз на 72 дні по 227 примірників.

Таблиця 4. Визначення обсягу партії поставки та тривалості операційного циклу при плануванні дефіциту з його частковим покриттям з урахуванням природного зменшення продукції, браку і помилок вхідного контролю

Кредитний випадок	Кількість періодів поповнень і вичерпання запасів, n	Тривалість операційного циклу T , років	Обсяг замовлення Q , од.	Загальні витрати $K(n)$, грн/од.
$M \leq T$	20	0,1	270,00	$5,03 \cdot 10^6$
	21	0,095	269,00	$5,285 \cdot 10^6$
	22	0,091	268,00	$5,54 \cdot 10^6$
$M > T$	25	0,08	266,00	$6,931 \cdot 10^6$
	26	0,077	265,00	$7,211 \cdot 10^6$
	27	0,074	264,00	$7,49 \cdot 10^6$
$M < N \leq T$	10	0,2	294,00	$2,508 \cdot 10^6$
	11	0,182	290,00	$2,765 \cdot 10^6$
	12	0,167	286,00	$3,023 \cdot 10^6$
$N > T > M$	19	0,105	272,00	$5,252 \cdot 10^6$
	20	0,1	270,00	$5,531 \cdot 10^6$
	21	0,095	269,00	$5,811 \cdot 10^6$

Якщо дефіцит буде частково покриватись з наступної поставки у розрахунку на 10 замовлень з періодичністю один раз на 72 дні, оптимальний обсяг партії поставки збільшиться до 294 примірників. Разом з тим мінімальні витрати підприємства, пов'язані з управлінням запасами, скоротяться майже втричі у порівнянні з випадком, коли дефіцит не покривається, і становитимуть $2,508 \cdot 10^6$ грн/од.

Таблиця 5. Визначення обсягу партії поставки та тривалості операційного циклу при плануванні дефіциту з його повним покриттям та врахуванням природного зменшення продукції, браку і помилок вхідного контролю

Кредитний випадок	Кількість періодів поповнень і вичерпання запасів, n	Тривалість операційного циклу T , років	Обсяг замовлення Q , од.	Загальні витрати $K(n)$, грн/од.
$M \leq T$	20	0,1	449,00	$2,687 \cdot 10^6$
	21	0,095	449,00	$2,826 \cdot 10^6$
	22	0,091	450,00	$2,965 \cdot 10^6$
$M > T$	25	0,08	451,00	$3,409 \cdot 10^6$
	26	0,077	451,00	$3,549 \cdot 10^6$
	27	0,074	452,00	$3,689 \cdot 10^6$
$M < N \leq T$	10	0,2	437,00	$1,296 \cdot 10^6$
	11	0,182	439,00	$1,435 \cdot 10^6$
	12	0,167	441,00	$1,574 \cdot 10^6$
$N > T > M$	19	0,105	448,00	$2,568 \cdot 10^6$
	20	0,1	449,00	$2,708 \cdot 10^6$
	21	0,095	449,00	$2,848 \cdot 10^6$

Якщо дефіцит буде повністю покрито з наступної поставки, то при здійсненні 10 замовлень з періодичністю один раз на 72 дні оптимальний обсяг, замовлений підприємством, збільшиться до 437 примірників, а витрати, пов'язані з управлінням запасами, скоротяться до $1,296 \cdot 10^6$ грн/од.

Таким чином, приведені для заданих початкових умов розрахунки свідчать, що витрати, зумовлені наявністю надлишкової кількості продукції, не досягли рівня витрат, одержуваних внаслідок її нестачі, тобто свідчать про недоцільність існування дефіциту. Витрати підприємства на систему управління запасами будуть мінімальними при здійсненні за 2 роки 10 замовлень з періодичністю один раз на 72 дні по 195 примірників.

8. Висновки

Запропоновано моделі визначення оптимального обсягу замовлення товарів у кредит з урахуванням помилок вхідного контролю, в яких дефіцит не покривається або покривається з наступної поставки повністю чи частково. Сформовані задачі, побудовані на основі суб'єктивних і статистичних факторів, адекватні відображуваним залежностям. Технологія їх розв'язання не потребує перевірки додаткових умов на характеристики цільової функції, що не ускладнює їх практичне застосування при прийнятті управлінських рішень щодо управління запасами.

Перспективним напрямом майбутніх досліджень є розвиток критеріїв оптимальності моделей та введення до розгляду додаткових властивостей логістичного бізнес-середовища.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Тарасюк М. Структурні зрушення у розвитку торгівлі України на сучасному етапі / М. Тарасюк // Товари і ринки. – 2010. – № 1. – С. 17 – 29.
2. Громовик Б.П. Організація та економіка фармації / Б.П. Громовик, С.І. Терещук, І.Л. Чухрай; за ред. Б.П. Громовика, С.І. Терещук. – Вінниця: НОВА КНИГА, 2009. – 816 с.
3. Goyal S.K. Economic order quantity under condition of permissible delay in payments / S.K. Goyal // Journal of Operational Research Society. – 1985. – Vol. 36, N 4. – P. 335 – 338.
4. Shah N.H. A probabilistic order level system when delay in payments is permissible / N.H. Shah // Journal of the Korean Operations Research and Management Science. – 1993. – Vol. 18, N 2. – P. 175 – 183.
5. Aggarwal S.P. Ordering policies of deteriorating items under permissible delay in payments / S.P. Aggarwal, C.K. Jaggi // Journal of Operational Research Society. – 1995. – Vol. 46. – P. 658 – 662.
6. Chung K.J. A theorem on the determination of economic order quantity under conditions of permissible delay in payments / K.J. Chung // Journal of Information and Optimization Science. – 1998. – Vol. 25. – P. 49 – 52.
7. Pathak S. A fuzzy EOQ inventory model with learning effects incorporating ramp-type demand, partial backlogging and inflation under trade credit financing / S. Pathak, S. Sarkar (Mondal) // International Journal of Research in Commerce, IT & Management. – 2012. – Vol. 2. – P. 8 – 18.
8. Rajeswari N. An inventory model for items with two parameter Weibull distribution deterioration and backlogging / N. Rajeswari, T. Vanjikkodi // American Journal of Operations Research. – 2012. – Vol. 2. – P. 247 – 252.
9. Sharma A. Optimal policy for EOQ model with two level of trade credits in one replenishment cycle / A. Sharma, R. Goel, N.K. Dua // American Journal of Operations Research. – 2012. – Vol. 2. – P. 51 – 58.
10. Tripathy C.K. An EOQ model for three parameter Weibull deterioration with permissible delay in payments and associated salvage value / C.K. Tripathy, L.M. Pradhan // International Journal of Industrial Engineering Computations. – 2012. – Vol. 3. – P. 115 – 122.
11. Shah N.H. EOQ in fuzzy environment and trade credit / N.H. Shah, S. Pareek, I. Sangal // International Journal of Industrial Engineering Computations. – 2012. – Vol. 3. – P. 133 – 144.
12. Заяц О.И. Совершенствование моделей удельного дефицита и удельного остатка запаса на складе для решения задач логистического менеджмента / О.И. Заяц, В.М. Макаров, С.В. Такина // Вестник СПбГУ. – 2007. – Сер. 8, Вып. 4. – С. 50 – 72.

Стаття надійшла до редакції 30.07.2012