МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЧЕРКАСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Факультет комп'ютеризованих технологій машинобудування та дизайну

МЕХАНІКА

ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ

З ФІЗИКИ

для здобувачів освітнього ступеня “бакалавр”
з технічних спеціальностей

Черкаси 2022

УДК 539
ББК

Затверджено вченою радою ФКТМД,
протокол № 11 від 24.05.2022 р.
згідно з рішенням кафедри фундаментальних дисциплін та прикладного матеріалознавства,
протокол № 7 від 28 квітня 2022 р.

Упорядники: Ващенко В.А., д.т.н., професор
Колінько С.О., к.ф.-м.н., доцент
Бутенко Т.І., к.т.н., доцент

Рецензент: Бондаренко М.О., д.т.н., доцент

Механіка: лабораторний практикум з фізики для здобувачів освітнього ступеня “бакалавр” з технічних спеціальностей. [Електронний ресурс] / [упоряд. : В.А. Ващенко, С.О. Колінько Т.І. Бутенко; М-во освіти і науки України,Черкас. держ. технол. ун-т. – Черкаси : ЧДТУ, 2022. – 49 с.

Лабораторний практикум містить теоретичні матеріали та методичні вказівки до виконання лабораторних робіт з дисципліни “ Фізика”, розділ «Механіка», які можуть бути використані для підготовки та виконання лабораторних робіт при вивченні навчальної дисципліни студентами.

Для студентів та викладачів вищих технічних навчальних закладів.

Навчальне електронне видання
Механіка: лабораторний практикум
з **фізики:**
для здобувачів освітнього ступеня “бакалавр”
з технічних спеціальностей

Упорядники:
Ващенко Вячеслав Андрійович,
Колінько Сергій Олександрович,
Бутенко Тетяна Іванівна

В авторській редакції.

ЗМІСТ

Лабораторна робота № 101

ВИЗНАЧЕННЯ ГУСТИНИ ТВЕРДИХ ТІЛ ПРАВИЛЬНОЇ ГЕОМЕТРИЧНОЇ ФОРМИ

Мета роботи - визначити густину твердих тіл правильної геометричної форми.

Прилади й матеріали: технічні терези, набір важків, штангенциркуль, мікрометр, досліджувані тіла (стальна кулька, мідний або латунний циліндр, стальний паралелепіпед).

Теоретичні відомості

Густиною речовини називається фізична величина, яка чисельно рівна масі речовини об'ємом $\boldsymbol{V}$ = 1 м^3. Згідно з даним означенням густина тіла обчислюється за формулою:

$$\rho = \frac{m}{V}, \tag{101.1}$$

де $\boldsymbol{m}$ – маса тіла; $\boldsymbol{V}$ – об'єм тіла.

Формула (101.1) справедлива лише для однорідних тіл, густина яких стала по всьому об'єму тіла.

В інших випадках, густиною тіла ρ називають границю відношення маси $\boldsymbol{\Delta m}$ елемента тіла до об'єму $\boldsymbol{\Delta V}$ цього елементу:

$$\rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{dm}{dV}.$$

Тут $\boldsymbol{\rho}$ не стала величина, а, як правило, функція координат. Тому масу тіла знаходять шляхом інтегрування:

$$m = \int_V \rho dV,$$

інтеграл береться по всьому об'єму тіла.

Масу тіл при швидкостях дуже малих порівняно зі швидкістю світла можна вважати сталою. Об'єм тіл може змінюватись при нагріванні або деформаціях. Тому густина твердих тіл залежить від температури і діючих на тіло сил.

Для знаходження густини однорідного тіла правильної геометричної форми, визначають його масу шляхом зважування, а об'єм тіла обраховують, попередньо вимірявши його лінійні розміри. Як відомо, об'єм паралелепіпеда $V = abh$, об'єм циліндра $V = \frac{\pi d^2}{4} h$, а об'єм кулі $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{\pi d^3}{6}$.

Тому формули для визначення густини однорідних тіл мають вигляд:

для кулі

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{6m}{\pi d^3};\qquad (101.2)$$

для циліндра

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{4m}{\pi d^2 h};\qquad (101.3)$$

для паралелепіпеда

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{abh}.\qquad (101.4)$$

Ці формули і будуть розрахунковими в даній роботі.

Вимірювання і обробка результатів вимірювання

Зважити кожне тіло на технічних терезах.

Виміряти лінійні розміри тіл, один раз штангенциркулем, другий – мікрометром з точністю, яку допускають вимірювальні прилади. Результати вимірювань записати в таблиці 101.1, 101.2, 101.3.

Визначення густини кулі

Таблиця 101.1

№	Вимірювальний інструмент	m, г	Δm, г	d, мм	Δd, мм	ρ, г/см^3
1	Штангенциркуль					
2	Мікрометр					

Визначення густини циліндра

Таблиця 101.2

№	Вимірювальний інструмент	m, г	Δm, г	d, мм	Δd, мм	h, мм	Δh, мм	ρ, г/см^3
1	Штангенциркуль							
2	Мікрометр							

Визначення густини паралелепіпеда

Таблиця 101.3

№	Вимірювальний інструмент	m, г	Δm, г	a, мм	Δa, мм	b, мм	Δb, мм	h, мм	Δh, мм	ρ, г/см^3
1	Штангенциркуль									
2	Мікрометр									

Підставляючи в розрахункові формули (101.2), (101.3), (101.4) значення усіх виміряних величин, ми знайдемо значення шуканої густини ρ для кожного даного твердого тіла двічі: один раз у випадку вимірювання лінійних розмірів твердих тіл штангенциркулем, другий раз – мікрометром.

Похибки вимірювання густини в усіх випадках треба знаходити як для складної величини, тобто спочатку треба знайти відносну похибку вимірювання за формулами:

для кулі

$$E = \frac{\Delta\rho}{\rho} = \pm\left(\frac{\Delta m}{m} + \frac{3\Delta d}{d} + \frac{\Delta\pi}{\pi}\right);$$

для циліндра

$$E = \frac{\Delta\rho}{\rho} = \pm\left(\frac{\Delta m}{m} + \frac{2\Delta d}{d} + \frac{\Delta h}{h} + \frac{\Delta\pi}{\pi}\right);$$

для прямокутного паралелепіпеда

$$E = \frac{\Delta\rho}{\rho} = \pm\left(\frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta h}{h}\right),$$

де $\Delta m, \Delta d, \Delta h, \Delta a, \Delta b,$ – похибки приладів.

Абсолютну похибку $\Delta\rho$ знайти через відносну за формулою

$$\Delta\rho = E\rho\,.$$

Абсолютну похибку для кожного твердого тіла знаходять двічі: перший раз у випадку вимірювання лінійних розмірів тіла штангенциркулем, другий – мікрометром. Нарешті записують остаточні результати двічі для всіх тіл у такому вигляді:

$$\rho_{шук} = (\rho \pm \Delta\rho)\ \text{г/см}^3.$$

Порівнявши отримані результати з табличними даними, обчислити відносне відхилення експериментальних результатів від табличних значень двічі за формулою

$$E = \frac{\Delta\rho}{\rho_{табл}} 100\% = \frac{\left|\rho_{табл} - \rho\right|}{\rho_{табл}} 100\%$$

<u>Контрольні запитання</u>

1. Що таке маса тіла?
2. Що називається густиною тіла і якими одиницями вона вимірюється?
3. Як залежить густина тіла від температури?
4. Як діє присутність атмосфери на масу й вагу тіла?
5. Що називається вимірюванням величини?
6. Які ви знаєте види похибок?
7. Що називається відносною та абсолютною похибками вимірювання?
8. Чому дорівнює абсолютна похибка при вимірюванні лінійних розмірів лінійкою з міліметровою шкалою, штангенциркулем, мікрометром?

Лабораторна робота № 102

ВИВЧЕННЯ ЗАТУХАЮЧИХ КОЛИВАНЬ

Мета роботи - визначити логарифмічний декремент загасання і коефіцієнт загасання фізичного маятника; визначити залежність амплітуди затухаючих коливань від часу.

Прилади й матеріали: установка для вивчення затухаючих коливань, секундомір.

Теоретичні відомості

Коливання – це обмежені рухи, що повторюються відносно деякого середнього положення, яке в окремому випадку може бути станом рівноваги. Характерною особливістю всіх коливальних рухів є їхня періодичність, тобто регулярна повторюваність через певні однакові проміжки часу, які називаються періодом коливання.

Фізична природа коливань може бути різною, тому розрізняють коливання механічні, електромагнітні та інші. Однак різні коливальні процеси описуються однаковими характеристиками і однаковими рівняннями.

Коливання називаються вільними (або власними), якщо вони здійснюються за рахунок початково наданої енергії при подальшій відсутності зовнішнього впливу на коливальну систему.

Найпростішими серед коливальних рухів є гармонічні коливання, при яких фізична величина змінюється з часом за законом синуса або косинуса.

Нехай матеріальна точка здійснює прямолінійні гармонічні коливання вздовж осі координат x відносно положення рівноваги, взятого за початок координат, під дією пружної (квазіпружної) сили, яка пропорційна зміщенню x точки від положення рівноваги:

$$F_{пр} = -kx,$$

де k – коефіцієнт пружності, у випадку пружини називається жорсткістю; знак "–" означає, що сила пружності напрямлена в бік, протилежний зміщенню x.

За другим законом Ньютона, $\vec{F}_{пр} = m \cdot \vec{a}$. Тому рівняння, яке описує гармонічний рух матеріальної точки, матиме вигляд:

$$ma = -kx.$$

Прискорення можна визначити через зміщення, оскільки прискорення є другою похідною від зміщення

$$a = \frac{d^2x}{dt^2}$$

і рівняння набирає вигляду

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -k \cdot x,$$

або $$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}\cdot x.$$

Величину $\boldsymbol{k/m}$ можна позначити як $\boldsymbol{\omega_0^2}$, і рівняння руху матеріальної точки матиме вигляд

$$\boldsymbol{\frac{d^2x}{dt^2} + w_0{}^2\cdot x = 0}.$$

Розв'язок цього диференціального рівняння гармонічних коливань дається формулою

$$\boldsymbol{x = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0)},$$

де $\boldsymbol{x}$ – відстань коливальної точки від положення рівноваги, її називають зміщенням; $\boldsymbol{A}$ – максимальне зміщення коливальної точки від положення рівноваги, його називають амплітудою коливань; $\boldsymbol{\omega_0 t+\varphi_0}$ – фаза коливань; $\boldsymbol{\varphi_0}$ – початкова фаза коливань в момент часу $\boldsymbol{t}$ = 0; $\boldsymbol{\omega_0}$ – власна колова або циклічна частота гармонічних коливань, яка дорівнює числу кодивань за $\boldsymbol{2\pi}$ секунди..

Будь-які реальні коливальні рухи відбуваються з поступовими втратами енергії коливальною системою, внаслідок чого амплітуда коливань з часом зменшується. Такі коливання називаються затухаючими коливаннями. Розсіювання енергії коливальною системою при затухаючих коливаннях характеризується дією сил опору або сил тертя.

Для механічних коливань, коли швидкість коливального руху невелика, сила опору $\boldsymbol{F_{оп}}$ пропорційна швидкості і напрямлена завжди проти швидкості руху, тобто

$$F_{оп} = -\mathrm{r}\cdot v = -\mathrm{r}\cdot\frac{dx}{dt},$$

де $\boldsymbol{r}$ – коефіцієнт опору; $\boldsymbol{v}$ – швидкість руху. Отже, на тіло, крім квазіпружної сили, діє сила опору. Рівняння динаміки матиме вигляд:

$$m\mathrm{a} = F_{оп} + F_{пр} = -\mathrm{r}v - \mathrm{kx},$$

або

$$m\mathrm{a} = -\mathrm{r}v - \mathrm{kx},$$

.

Поділивши ліву і праву частини цього рівняння на масу $\boldsymbol{m}$ матимемо

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -r\frac{dx}{dt} - \frac{k}{m}\cdot x \qquad (102.1)$$

Позначимо $\boldsymbol{\frac{r}{m} = 2\beta}$, $\boldsymbol{\frac{k}{m} = \omega_0^2}$,

де $\boldsymbol{\beta = \frac{r}{2m}}$ – називають коефіцієнтом загасання;

$\boldsymbol{\omega_0^2 = \frac{k}{m}}$ – циклічна частота вільних коливань.

Тоді рівняння (102.1) матиме вигляд

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -2\beta\frac{dx}{dt} - w_0^2\cdot x$$

(102.2)

В загальному випадку

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta\frac{dx}{dt} + w_0^2 \cdot x = 0, \qquad (102.3)$$

де x– будь-яка величина, що коливається.

Рівняння (102.2) і (102.3) називають <u>диференціальними рівняннями затухаючих коливань</u>.

Розв'язком рівняння (102.2) у випадку малих сил тертя ($\beta^2 << \omega_0^2$), є вираз

$$x = A_0 e^{-\beta t}\cos(\omega t + \varphi_0), \qquad (102.4)$$

де $A = A_0 e^{-\beta t}$ – амплітуда затухаючих коливань; A_0 – амплітуда в момент часу $t = 0$; e – основа натуральних логарифмів, ω – циклічна частота затухаючих коливань, що визначається за формулою:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}\,. \qquad (102.5)$$

Період затухаючих коливань

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}\,. \qquad (102.6)$$

З формули (102.6) видно, що період затухаючих коливань завжди більший від періоду гармонічних (незатухаючих) коливань $T = \dfrac{2\pi}{\omega_0}$.

Рівняння (102.4) є <u>рівнянням затухаючих коливань</u>. На рис.102.1 показаний графік затухаючих коливань (суцільна лінія), описаний аналітично рівнянням (102.4). Штрихові лінії передають закон зміни амплітуди коливань з часом.

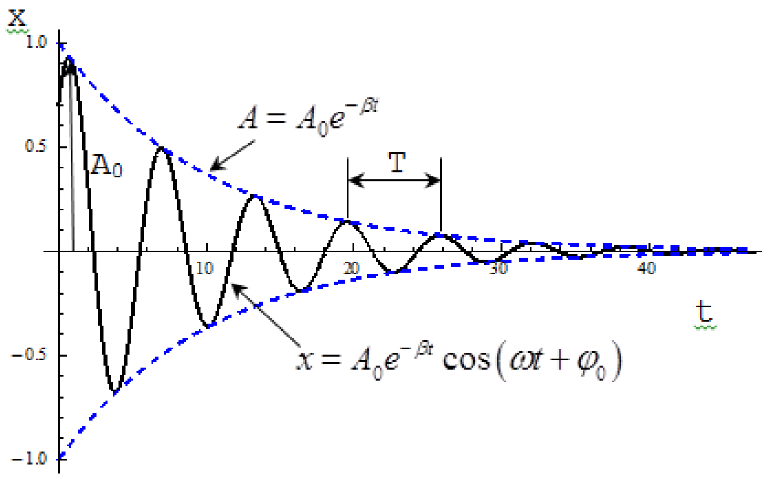


Рисунок 102.1.

Якщо A_t і A_{t+T} – амплітуди коливання, які відповідають моментам часу, що відрізняються на період, то відношення

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{A_t}{A_{t+T}} = \frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+T)}} = e^{\beta T}$$

називають декрементом загасання.

Натуральний логарифм цього відношення називають логарифмічним декрементом загасання λ:

$$\lambda = ln\frac{A_t}{A_{t+T}} = ln\, e^{\beta T} = \beta T\,. \qquad (102.7)$$

Він характеризує швидкість загасання.

Логарифмічний декремент загасання λ можна визначити безпосередньо із спостережень.

Нехай у момент часу t_1

$$A_1 = A_0 e^{-\beta t_1}\,,$$

у момент часу t_2

$$A_2 = A_0 e^{-\beta t_2}\,,$$

Поділивши A_1, на A_2, дістанемо

$$\frac{A_1}{A_2} = e^{-\beta(t_1 - t_2)} = e^{\beta(t_2 - t_1)} = e^{\beta\,\Delta t} = e^{\beta NT} \qquad (102.8)$$

де N - число коливань за час Δt; $T = \frac{\Delta t}{N}$ – середній період коливань маятника. Прологарифмувавши (102.8), матимемо

$$ln\frac{A_1}{A_2} = \beta\, NT\,,$$

звідки

$$\beta = \frac{1}{NT}\, ln\frac{A_1}{A_2}\,. \qquad (102.9)$$

Підставимо значення β у формулу (102.7) і дістанемо середнє значення логарифмічного декремента загасання за час N коливань:

$$\lambda = \frac{1}{N}\, ln\frac{A_1}{A_2}\,. \qquad (102.10)$$

За формулою (102.7) визначаємо середнє значення коефіцієнту загасання маятника

$$\beta = \frac{\lambda}{T}\,. \qquad (102.11)$$

Вимірювання і обробка результатів вимірювань

Установка для вивчення затухаючих коливань - це фізичний маятник (рис. 102.2). У нижній частині стержня маятника знаходиться штифт **O** , на якому можна закріпити диск (або пластину) **D**.

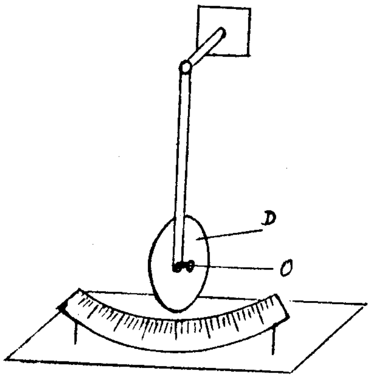


Рисунок 102.2.

Виконання роботи

1. Закріпити штифтом диск **D** на кінці стержня так, щоб його площина була перпендикулярна до шкали вимірювання амплітуди коливань. Це – "маятник з диском".
2. Відхилити маятник з диском від положення рівноваги на десять поділок шкали. В цьому положенні в момент часу $\boldsymbol{t}$ = 0 амплітуда коливань $\boldsymbol{A_0}$ = 10. Відпустити маятник. Спостерігаючи коливання, відмітити за шкалою десять послідовних амплітуд коливань (наприклад справа). Результати вимірювань записати в таблицю 102.1.

Таблиця 102.1

Тривалість коливань	*t*	0	T	2T	3T	4T	5T	6T	7T	8T	9T	10T
Амплітуда коливань маятника з диском	A											
Амплітуда коливань маятника без диска	A											

3. Повторити відповідні виміри амплітуд коливань для маятника, коли площина диска паралельна шкалі вимірювання ("маятник без диска"), і результати вимірювань також записати у таблицю 1.
4. Заміряти секундоміром тривалість $\boldsymbol{N}$ коливань маятника з диском і без диска і обчислити середні значення періодів коливань за формулою $\boldsymbol{T = \frac{\Delta t}{N}}$.

Результати вимірювань і обрахунків записати в таблицю 102.2.

Таблиця 102.2

	Δt, с	N	T, с	λ	β, с$^{-1}$
Маятник з диском					
Маятник без диска					

5. Використовуючи дані таблиці 102.1, обчислити середні значення логарифмічного декремента загасання і коефіцієнта загасання відповідно за формулами (102.10) і (102.11) і, порівнявши результати обрахунків, зробити висновок.
6. За даними таблиці 102.1 побудувати на одному рисунку для двох випадків графіки залежностей амплітуд коливань від часу $A = f(NT)$, відклавши на осі абсцис число цілих періодів. Зробити висновок.

Контрольні запитання

1. Чому реальні коливання загасають з часом?
2. Запишіть диференціальне рівняння вільних загасаючих коливань і його розв'язок.
3. За яким законом змінюється амплітуда затухаючих коливань з часом?
4. Як визначається циклічна частота і період затухаючих коливань?
5. Що називається декрементом загасання, логарифмічним декрементом загасання?
6. Який зв'язок між коефіцієнтом загасання і коефіцієнтом опору?
7. За яких умов рівняння загасаючих коливань перетворюється у рівняння гармонічного коливального руху?
8. Виведіть робочі формули для обрахунку логарифмічного декремента загасання і коефіцієнта загасання?
9. Який маятник називається фізичним?

Лабораторна робота № 103

ВИЗНАЧЕННЯ ПРИСКОРЕННЯ ВІЛЬНОГО ПАДІННЯ ЗА ДОПОМОГОЮ ПОВОРОТНОГО МАЯТНИКА

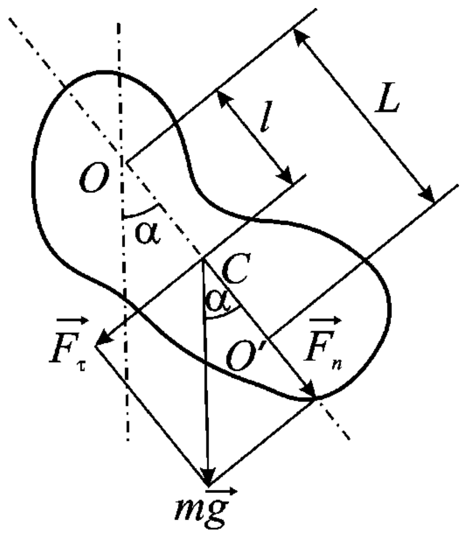
Мета роботи - вивчити гармонічний коливальний рух на прикладі коливань фізичного маятника; визначити прискорення вільного падіння методом поворотного маятника.

Прилади й матеріали: поворотний маятник, секундомір, масштабна лінійка.

Теоретичні відомості

Фізичним маятником називають тверде тіло, здатне здійснювати під дією сили тяжіння коливання навколо нерухомої точки, яка не збігається з його центром мас (рис 103.1). Зрозуміло, що у положенні рівноваги фізичного маятника його центр мас **С** знаходиться на вертикалі з точкою підвісу **О**, але нижче від неї. При відхиленні маятника від положення рівноваги на кут φ виникає обертальний момент M сили тяжіння, плече якої $l' = l\sin\varphi$. Він направлений протилежно до напрямку відхиленя маятника від положення рівноваги. Якщо дією інших сил знехтувати, то основне рівняння динамі ки обертального руху для фізичного маятника набуде вигляду

$$J\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -mgl' = -mgl\sin\varphi, \quad (103.1)$$



де J – момент інерції тіла відносно горизонтальної осі, що проходить через точку підвісу **О** (у даному разі вісь препендикулярна до площини рисунка); m – маса маятника; знак мінус вказує на те, що повертаючий момент сили тяжіння направлений протилежно куту відхилення φ від положення рівноваги відраховується у протилежному напрямі. Для малих кутів відхилення $\sin\varphi \approx \varphi$ і рівняння (103.1) набуває вигляду

$$J\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -mgl\varphi. \quad (103.2)$$

Перепишемо рівняння (103.2) у такій формі:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{mgl}{J}\varphi = 0. \quad (103.3)$$

Підставивши у $\frac{mgl}{J}$ розмірності величин m, g, l і J, дістанемо, що розмірність цього виразу дорівнює розмірності частоти у квадраті. Тому можна зробити таке позначення:

$$\frac{mgr}{J} = \omega_0^2 .$$

Тоді рівняння (103.3) матиме вигляд

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + w_0^2 \cdot \varphi = 0 \qquad (103.4)$$

Рівняння (103.4) – це <u>диференціальне рівняння вільних коливань</u>.

Розв'язком цього рівняння є функція

$$\varphi(t) = \varphi_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \qquad (103.5)$$

де φ_m – амплітуда коливання (максимальне відхилення маятника від положення рівноваги); φ_0 – початкова фаза коливань; $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ – власна циклічна частота маятника.

Із рівняння (103.5) випливає, що при малому значенні φ_m фізичний маятник здійснює гармонічні коливання з циклічною частотою ω_0 (див. (103.4)) і періодом

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}} . \qquad (103.6)$$

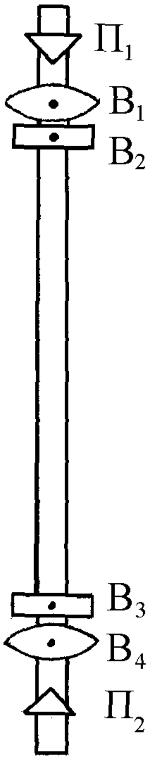


Рис. 103.2

Порівнюючи формулу (103.6) з формулою для періоду коливань математичного маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} ,$$

приходимо до висновку, що величина $\frac{J}{ml}$ має розмірність довжини, тобто

$$\frac{J}{ml} = L . \qquad (103.7)$$

Величину L називають <u>зведеною довжиною фізичного маятника</u>. Отже, математичний маятник матиме такий самий період коливань, як і фізичний маятник, за умови, що його довжина дорівнює зведеній довжині фізичного маятника.

Точка **O** (рис. 103.1), навколо якої коливається фізичний маятник, називається <u>центром обертання</u>. Точка **O′**, що лежить від точки **O** на відстані зведеної довжини L маятника, називається <u>центром коливання</u>. Якщо такий маятник коливатиметься навколо точки **O′**, то центром коливання буде точка **O**, тобто точки **O′** і **O** спряжені. На цьому і грунтується теорія коливань оборотного маятника. Якщо знайти дві спряжені точки **O′** і **O** навколо яких маятник коливатиметься з однаковим періодом, то відстань L = **OO′** буде зведеною довжиною фізичного маятника. Знаючи зведену довжину,можна, користуючись формулою (103.6)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

знайти прискорення вільного падіння g:

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}. \qquad (103.8)$$

Опис установки

Оборотний маятник складається з довгого металевого стержня (рис. 103.2), на якому закріплені дві опорні призми (**П₁** і **П₂**) і вантажі (**В₁**, **В₂**, **В₃**, **В₄**). Опорні призми закріплені на стержні нерухомо і їхні вершини повернуті одна до одної. Вони служать для підвішування маятника на відполіровані площадки з твердого матеріалу, установлені на кронштейні.

Вантажі кріпляться на стержні стопорними гвинтами. Звільнивши відповідний гвинт, вантаж можна переміщувати по стержню. При зміні положення вантажів змінюється і положення центра мас маятника.

Доводиться багато разів превертати маятник і міняти точки закріплення вантажів, поки періоди коливань T_1 і T_2 маятника в прямому і перевернутому положеннях будуть майже однакові. Повної рівності періодів T_1 і T_2 домогтися, звичайно, не вдається.

Оскільки періоди T_1 і T_2 трохи відрізняються один від одного, то відрізняються також зведені довжини L_1 і L_2 в обох положеннях маятника, як це видно з формули (103.8).

Виведення робочої формули

Розмістимо вантажі на маятникові так, щоб відстані від опорних призм до центра мас були різними. Позначимо їх через a_1 і a_2 (рис 103.3). Тоді зведені довжини маятника в прямому і перевернутому положенні визначаються за формулами

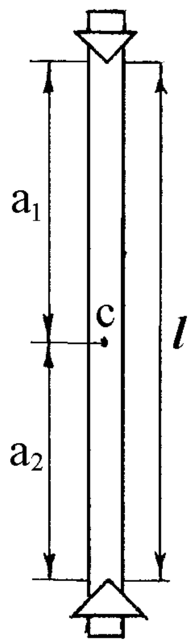


Рис. 103.3

$$L_1 = \frac{J_c + ma_1^2}{ma_1},$$

$$L_2 = \frac{J_c + ma_2^2}{ma_2}.$$

За теоремою Штейнера:

$$J = J_c + ma^2,$$

де J - момент інерції маятника відносно будь-якої осі; J_c - момент інерції маятника відносно осі, що проходить через центр мас і паралельна даній; m - маса тіла; a - відстань між осями.

Скориставшись теоремою Штейнера можна записати:

$$L_1 = \frac{J_c + ma_1^2}{ma_1},$$

$$L_2 = \frac{J_c + ma_2^2}{ma_2}.$$

Підставимо L_1 і L_2 в формулу (103.8), і дістанемо:

$$\left.\begin{aligned} T_1^2 &= \frac{4\pi^2 L_1}{g} = \frac{4\pi^2 \left(J_c + ma_1^2\right)}{gma_1}, \\ T_2^2 &= \frac{4\pi^2 L_2}{g} = \frac{4\pi^2 \left(J_c + ma_2^2\right)}{gma_2}, \end{aligned}\right\}$$

звідки

$$\left.\begin{aligned} 4\pi^2 J_c &= T_1^2 gma_1 - 4\pi^2 ma_1^2, \\ 4\pi^2 J_c &= T_2^2 gma_2 - 4\pi^2 ma_2^2. \end{aligned}\right\}$$

Прирівнявши праві частини й скоротивши на m, знаходимо

$$g = \frac{4\pi^2 \left(a_1^2 - a_2^2\right)}{a_1 T_1^2 - a_2 T_2^2} = \frac{4\pi^2 (a_1 - a_2)(a_1 + a_2)}{a_1 T_1^2 - a_2 T_2^2}.$$

Але $a_1 + a_2 = l$, і формула для визначення прискорення g матиме остаточно такий вигляд:

$$g = \frac{4\pi^2 l(a_1 - a_2)}{a_1 T_1^2 - a_2 T_2^2}. \qquad (103.9)$$

Із формули (103.9) видно, що для визначення прискорення сили земного тяжіння треба експериментально знайти періоди T_1 і T_2 оборотного маятника в обох його положеннях, відстань між вістрями призм l, а також a_1 і a_2.

Вимірювання і обробка результатів вимірювання

Підвісити маятник за одну з призм, відхилити на кут 6..8° і відлічити час t_1 50 коливань. Перевернути маятник і аналогічно знайти час t_2. Якщо проміжки часу 50 коливань в обох положеннях маятника t_1 і t_2 відрізняються більш як на 2..3 с, то, пересуваючи вантажі домогтися того, щоб різниця в часі не перевищувала 2..3 с. Тоді при незмінних положеннях вантажів дослід повторити тричі, як для прямого так і перевернутого положень маятника. Результати вимірювань t_1 і t_2 записати в таблицю 103.1.

Таблиця 103.1

№ п/п	t_1, с	t_2, с	T_1, с	T_2, с	l, м	a_1, м	a_2, м	g, м/с^2
1								
2								
3								
ср. зн.								

Обчислити періоди коливань маятника T_1 і T_2 в прямому і перевернутому положеннях за формулою $T = \frac{t}{N}$ з точністю до двох значущих цифр після коми. Знайти середні значення періодів $T_{1ср}$ і $T_{2ср}$.

Знайти відстань l між вістрями призм за допомогою масштабної лінійки, якщо вона не задана в роботі.

Для визначення положення центра мас маятник кладуть на ребро спеціальної призми і домагаються рівноваги маятника. Положення ребра призми на шкалі стержня маятника і показуватиме положення центра мас оборотного маятника. Заміряти відстань a_1 ($a_2 = l - a_1$). Результати значень a_1 і a_2 записати в таблицю.

Після заповнення звітної таблиці треба знайти за формулою (103.9) середнє значення $g_{ср}$ і середнє значення абсолютної похибки за формулою

$$\Delta g_{ср} = \pm g_{ср}\left(\frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta a_1 + \Delta a_2}{a_1 - a_2} + \frac{\Delta T_1}{T_1}\right).$$

T_1 дуже мало відрізняється від T_2 тому можна прийняти $T_1 \approx T_2$. З цієї формули видно, що абсолютна і відносна похибки будуть тим менші, чим більше різниця $a_1 - a_2$.

Кінцеву відповідь записати у вигляді

$g = (g_{ср} \pm \Delta g_{ср})$.

Точність вимірювання оцінити за формулою

$$E = \frac{\Delta g}{g_{іст}} 100\% = \frac{|g_{іст} - g_{ср}|}{g_{іст}} 100\%.$$

Контрольні запитання

1. Який маятник називається фізичним?
2. Що таке оборотний маятник?
3. Які коливання називаються гармонічними?
4. За яких умов коливання фізичного маятника можна вважати гармонічними?
5. Запишіть диференціальне рівняння вільних коливань маятника і розкажіть, як його одержати з основного рівняння динаміки обертального руху?
6. Запишіть формулу для періоду коливань фізичного маятника.

7. Що називається зведеною довжиною фізичного маятника?
8. Вивести розрахункову формулу для визначення прискорення сили земного тяжіння.
9. Від чого залежить прискорення сили земного тяжіння і чи є воно сталою величиною?
10. Записати теорему Штейнера.

Лабораторна робота № 104

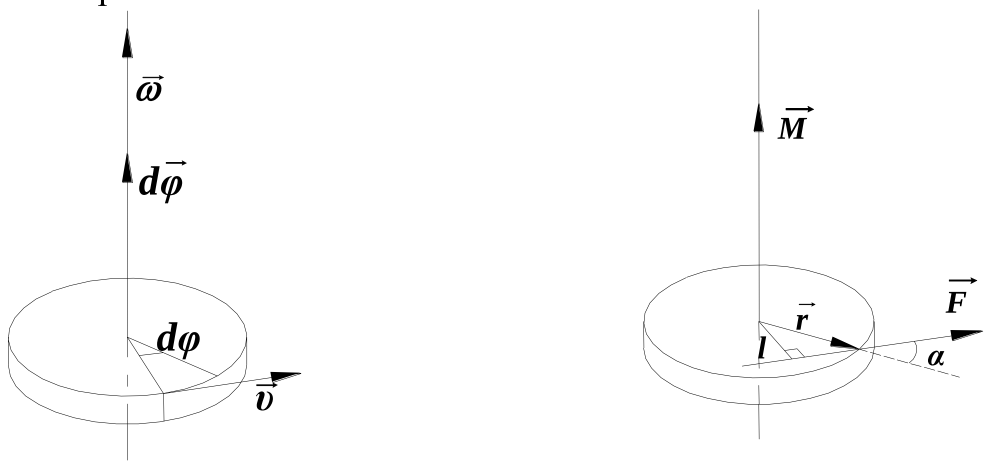
ВИВЧЕННЯ ОСНОВНОГО ЗАКОНУ ДИНАМІКИ ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ ТВЕРДОГО ТІЛА

Мета роботи - перевірити залежність кутового прискорення від моменту сили, яка діє на тіло, та моменту інерції тіла.

Прилади й матеріали: маятник Обербека, штангенциркуль, секундомір, вертикальна шкала, набір тягарців (m_1 = 50 г; m_2 = 100 г).

Теоретичні відомості.

У процесі опису руху тіл, для яких важливі їх розміри та форма, поняття матеріальної точки неприпустиме і тому вводиться інше абстрактне поняття – абсолютно тверде тіло. Абсолютно твердим називають тіло, деформаціями якого за умов даної задачі можна знехтувати, тобто припустити, що в процесі руху тіла взаємне розміщення його частин не змінюється. Рух, при якому різні точки тіла рухаються по колах, центри яких мають спільну вісь обертання, називають обертальним.



а) б)

Рисунок 104.1.

У кінематиці обертання твердого тіла використовують псевдовектори: нескінченно малий кут повороту $d\vec{\varphi}$, кутову швидкість $\vec{\omega}$ та кутове прискорення $\vec{\varepsilon}$. Їх напрям пов'язаний з напрямом обертання тіла й визначається правилом правого гвинта, тобто вектори $d\vec{\varphi}$ і $\vec{\omega}$ напрямлені вздовж осі обертання тіла за поступальним рухом гвинта, якщо гвинт обертається в напрямі обертання тіла (рис 104.1). Вектор $\vec{\varepsilon}$ паралельний $\vec{\omega}$ за прискореного обертання тіла й антипаралельний $\vec{\omega}$ – за сповільненого. Векторну величину, яка дорівнює першій похідній від кута повороту за часом, називають кутовою швидкістю:

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}. \qquad (104.1)$$

Векторну величину, яка характеризує бистроту зміни кутової швидкості називають кутовим прискоренням:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}. \qquad (104.2)$$

У СІ [φ] = 1 рад (радіан); [ω] = 1 рад/с; [ε] = 1 рад/с^2.

Основні динамічні характеристики обертального руху твердого тіла – моменти інерції J, імпульсу $\vec{L}$ та сили $\vec{M}$. Вектори $\vec{L}$ і $\vec{M}$, так само як і $d\vec{\varphi}$, $\vec{\omega}$, $\vec{\varepsilon}$, є псевдовекторами і їх напрям визначається правилом правого гвинта.

Моментом інерції матеріальної точки, що пребуває на деякій відстані від осі обертання, називається добуток маси цієї точки на квадрат відстані від осі обертання, тобто

$$J = mr^2. \qquad (104.3)$$

Моментом інерції тіла відносно деякої осі називається сума моментів інерції всіх його матеріальних точок відносно цієї осі, тобто

$$J = \sum_{i=1}^{n} J_i = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2. \qquad (104.4)$$

Так само, як і маса в разі поступального руху, момент інерції є мірою інертності за обертального руху тіла.

Момент сили – це векторна величина, яка дорівнює векторному добутку радіус-вектора точки прикладання сили $\vec{r}$ на цю силу $\vec{F}$:

$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}]. \qquad (104.5)$$

Згідно з правилом векторного добутку модуль вектора моменту сили

$$M = rF\sin\alpha = Fl, \qquad (104.6)$$

де α – кут між $\vec{F}$ і $\vec{r}$; l – плече сили, $l = r\sin\alpha$.

Напрям $\vec{M}$ перпендикулярний до площини, в якій розміщені $\vec{r}$ та $\vec{F}$, і визначається за правилом правого гвинта (рис 104.1б): напрям $\vec{M}$ збігається з напрямом поступального руху гвинта, що обертається під дією сили $\vec{F}$.

У СІ [J] = 1 кг·м^2; [$\vec{M}$] = 1 Н·м.

Основний закон динаміки обертального руху: кутове прискорення $\vec{\varepsilon}$ тіла, що обертається навколо нерухомої осі, прямопропорційне результуючому моменту $\vec{M}$ зовнішніх сил і обернено пропорційне моменту інерції J тіла:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{J}. \qquad (104.7)$$

Рівняння (104.7) відіграє таку саму роль для опису обертального руху твердого тіла, як і другий закон Ньютона для опису поступального руху ($\vec{F} = m\vec{a}$). Тільки масу m замінено моментом інерції J, лінійне прскорення $\vec{a}$ – кутовим прискоренням $\vec{\varepsilon}$, силу $\vec{F}$ – моментом сили $\vec{M}$.

Із формули (104.7) випливає, що якщо до твердого тіла, момент інерції якого залишається сталою величиною ($\boldsymbol{J}$ = const), прикладати різні обертальні моменти, то

$$\frac{M_1}{\varepsilon_1} = \frac{M_2}{\varepsilon_2} = \frac{M_3}{\varepsilon_3} = const\,, \tag{104.8}$$

а при $\boldsymbol{M}$ = const кутові прискорення обернено пропорційні моментам інерції:

$$J_1\varepsilon_1 = J_2\varepsilon_2 = J_3\varepsilon_3 = const\,, \tag{104.9}$$

Рівності (104.8) і (104.9) дають можливість перевірити основний закон динаміки обертального руху твердого тіла.

Визначення кутового прискорення.

Кутове прискорення руху шківа в даній роботі визначається через тангенційне прискорення точок поверхні шківа

$$\varepsilon = \frac{a_\tau}{r}, \tag{104.10}$$

де $\boldsymbol{r}$ – радіус шківа, на який намотана нитка з тягарцем, а тангенціальне прискорення $\boldsymbol{a_\tau}$ збігається з лінійним прискоренням нитки й тягарця:

$$a_\tau = a\,. \tag{104.11}$$

Лінійне прискорення присутнє у формулі

$$h = \frac{at^2}{2},$$

звідки

$$a = \frac{2h}{t^2}. \tag{104.12}$$

Тоді розрахункова формула набуде вигляду

$$\varepsilon = \frac{2h}{rt^2}. \tag{104.13}$$

Визначення моменту сил обертання.

Обертання шківа з хрестовиною відбувається під дією сили $\boldsymbol{T}$ натягу нитки. Момент сили натягу дорівнює добутку сили на плече. Оскільки нитка є дотичною до поверхні шківа, то плечем тут буде радіус шківа:

$$M = Tr\,. \tag{104.14}$$

Силу $\boldsymbol{T}$ натягу нитки можна визначити за другим законом Ньютона записаного для руху підвішеного до нитки тягарця масою $\boldsymbol{m}$:

$$ma = mg - T\,, \tag{104.15}$$

де $mg - T$ – результуюча сила, що діє на тягарець.

З формул (104.12) і (104.15) дістаємо

$$M = mr\left(g - \frac{2h}{t^2}\right). \tag{104.16}$$

Визначення моменту інерції.

Момент інерції системи складається з моменту інерції J_0 хрестовини (указаний на установці) та моменту інерції чотирьох важків. Момент інерції важка визначається як для матеріальної точки:

$$J_i = m_0 R^2 , \qquad (104.17)$$

де m_0 –маса важка; R – відстань від його центра мас до осі обертання.

Момент інерції приладу обчислюється за формулою:

$$J = J_0 + 4m_0 R^2 . \qquad (104.18)$$

Опис установки

У даній лабораторній роботі використовують прилад, який називається маятником Обербека (рис 104.2). Він складається з хрестовини, що містить чотири стержні з трьома поділками. На стержнях розміщені тягарці з масою m_0, які можуть бути закріплені на трьох різних відстанях від осі обертання, що відповідатиме, згідно (104.18), різним значенням моменту інерції маятника Обербека.

Момент сили, який викликає обертання маятника, створюється натягом $\vec{T}$ нитки, яка намотується на шків радіуса r (r – плече сили $\vec{T}$). До кінця нитки прив'язана підставка, на яку кладуть тягарці масою m_1 і m_2.

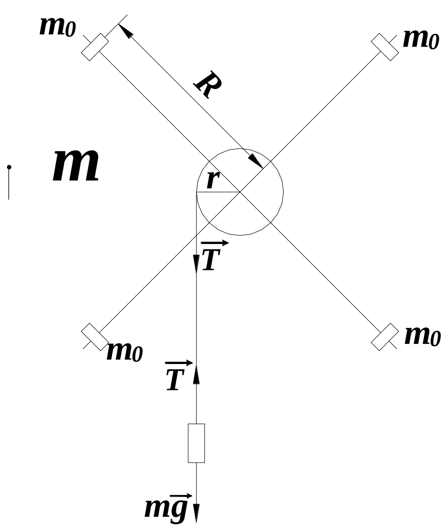


Рис 104.2

Початкове положення тягарців на висоті h, яка вимірюється по вертикальній шкалі, фіксується електромагнітом. При вимиканні електромагніту автоматично вмикається секундомір, а тягарець масою m (m – це маса підставки і тягарця масою m_1 чи m_2) починає опускатися під дією сили тяжіння ($\overrightarrow{F_T} = \overrightarrow{mg}$) і натягу нитки $\vec{T}$. Після проходження тягарцем шляху h секундомір зупиняється автоматично.

Вимірювання і обробка результатів вимірювань.

Завдання 1.

Перевірити співвідношення (104.8). Для цього виміряти час t опускання тягарців з висоти h, при умові фіксованого положення тягарців хрестовини масою m_0 (J=const). Вимірювання виконати для трьох тягарців різної маси m. У кожному випадку вимірювання повторити тричі і знайти середнє $t_{ср}$. За середнім значенням $t_{ср}$ і відомими h, r, m обчислити ε_1, ε_2, ε_3, M_1, M_2, M_3 за формулами (104.13) та (104.16) і перевірити співвідношення (104.8). Дані записати в таблицю 104.1.

$\boldsymbol{J}$=const

Таблиця 104.1

№ п/п	$\boldsymbol{m}$, кг	$\boldsymbol{r}$, м	$\boldsymbol{h}$, м	$\boldsymbol{t_{cp}}$, с	$\boldsymbol{\varepsilon}$, с$^{-2}$	$\boldsymbol{M}$, Н·м	$\frac{\boldsymbol{M}}{\boldsymbol{\varepsilon}}$, кг·м^2
1							
2							
3							

Завдання 2.

Перевірити залежність кутового прискорення $\boldsymbol{\varepsilon}$ хрестовини від її момента інерції $\boldsymbol{J}$ за сталого моменту сил, прикладених до хрестовини ($\boldsymbol{M}$=const), тобто перевірити співвідношення (104.9). Для цього виміряти час опускання тягарця з деякою масою $\boldsymbol{m}$ ($\boldsymbol{M}$=const) з висоти $\boldsymbol{h}$ для трьох різних положень тягарців масою $\boldsymbol{m_0}$ на спицях хрестовини (тобто для $\boldsymbol{R_1}$, $\boldsymbol{R_2}$ і $\boldsymbol{R_3}$). Дослід виконати тричі для кожного положення тягарців масою $\boldsymbol{m_0}$. За відомими $\boldsymbol{h}$, $\boldsymbol{r}$, $\boldsymbol{m_0}$, $\boldsymbol{J_0}$ і виміряними $\boldsymbol{R_1}$, $\boldsymbol{R_2}$ і $\boldsymbol{R_3}$ обчислити $\boldsymbol{\varepsilon_1}$, $\boldsymbol{\varepsilon_2}$, $\boldsymbol{\varepsilon_3}$, $\boldsymbol{J_1}$, $\boldsymbol{J_2}$, $\boldsymbol{J_3}$ за формулами (104.13) та (104.18) а також перевірити співвідношення (104.9). Дані записати в таблицю 104.2.

$\boldsymbol{M}$=const

Таблиця 104.2

№ п/п	$\boldsymbol{m_0}$, кг	$\boldsymbol{J_0}$, кг·м^2	$\boldsymbol{R}$, м	$\boldsymbol{J}$, кг·м^2	$\boldsymbol{h}$, м	$\boldsymbol{t_{cp}}$, с	$\boldsymbol{\varepsilon}$, с$^{-2}$	$\boldsymbol{J\cdot\varepsilon}$, Н·м
1								
2								
3								

Завдання 3.

1. За даними таблиці 104.1 побудувати графік залежності $\boldsymbol{\varepsilon}$ (вертикальна вісь) від $\boldsymbol{M}$ (горизонтальна вісь) і зробити висновок про відповідність або невідповідність отриманої залежності теоретичній, що описується рівнянням (104.7).

2. За графіком залежності $\boldsymbol{\varepsilon}$ від $\boldsymbol{M}$ визначити момент сил тертя (якщо $\boldsymbol{\varepsilon}$ = 0), а за нахилом цього графіка обчислити момент інерції хрестовини $\boldsymbol{J}$ і порівняти отримане значення із знайденим за формулою (104.18).

Контрольні запитання

1. Що називають твердим тілом? Охарактеризуйте обертальний рух твердого тіла.
2. Назвіть основні кінематичні характеристики обертального руху і поясніть їх фізичний зміст.
3. Дати визначення моменту інерції твердого тіла та моменту сил.
4. Сформулюйте основний закон динаміки обертального руху твердого тіла.
5. Виведіть формули, що використовуються для обчислення кутового прискорення хрестовини, моменту сил, що діють на хрестовину, і моменту інерції хрестовини.
6. Як у даній лабораторній роботі можна змінити момент інерції хрестовини і момент сил, що діють на неї?
7. Як за графіком залежності кутового прискорення від моменту сил, прикладених до тіла, обчислити момент інерції?

Лабораторна робота № 105

ВИЗНАЧЕННЯ ДОВЖИНИ ЗВУКОВОЇ ХВИЛІ І ШВИДКОСТІ ПОШИРЕННЯ ЗВУКУ В ПОВІТРІ МЕТОДОМ РЕЗОНАНСУ

Мета роботи: ознайомитися з поняттям стоячої хвилі та визначити експериментально довжину звукової хвилі і швидкість поширення звуку в повітрі.

Прилади і матеріали – звуковий генератор, трубка з поршнем, динамік, мікрофон, осцилограф, лінійка.

Теоретичні відомості.

Механічною хвилею називають процес поширення коливань в пружному середовищі. Пружні сили між частинками середовища – необхідна умова поширення коливань. Як і для всіх механічних рухів, так і для поширення коливань у пружному середовищі основним законом є другий закон Ньютона. Для хвиль він називається хвильовим рівнянням і має вигляд

$$E\left(\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\xi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\xi}{\partial z^2}\right)=\rho\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}. \tag{105.1}$$

де ξ – "ксі" – відхилення частинки середовища від положення рівноваги; (x, y, z) – координати частинки; ρ – густина середовища; E – модуль Юнга.

Ліва частина рівняння являє собою відношення результуючої сили до об'єму малої частини середовища, права – відповідає добуткові маси на прискорення. Розв'язком хвильового рівняння може бути будь-яка функція, необхідно лише, щоб співвідношення між координатами та часом мали вигляд (для напрямку x, наприклад)

$$\xi=f\left(t-\frac{x}{\upsilon}\right), \tag{105.2}$$

де υ – швидкість поширення коливань (фазова швидкість), тобто швидкість поширення процесу відхилення частинок середовища від рівноважного стану. Фазова швидкість визначається пружними властивостями і густиною середовища. Так як будь-яку періодичну функцію можна представити сумою гармонічних функцій (теорема Фур'є), то звичайно, розв'язок хвильового рівняння (105.1) у випадку поширення хвиль в напрямі осі Ox представляють у вигляді

$$\xi(x,t)=A\cos(\omega t-kx), \tag{105.3}$$

і називають рівнянням плоскої хвилі. Воно дає змогу визначити зміщення частинок середовища від положення рівноваги в точці, яка знаходиться на відстані x від джерела коливань в момент часу t. В рівнянні (105.3) $A=\xi_{max}$ –

амплітуда хвилі; $(\omega t - kx)$ – фаза хвилі; $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$ – циклічна частота (T – період коливань); $k = \frac{\omega}{\upsilon} = \frac{2\pi}{T\upsilon} = \frac{2\pi}{\lambda}$ – хвильове число (λ – довжина хвилі).

Наочним параметром хвиль є вигляд хвильових поверхонь – поверхонь з постійною фазою коливань. Найпростіші форми хвильових поверхонь зображені на рис. 105.1.

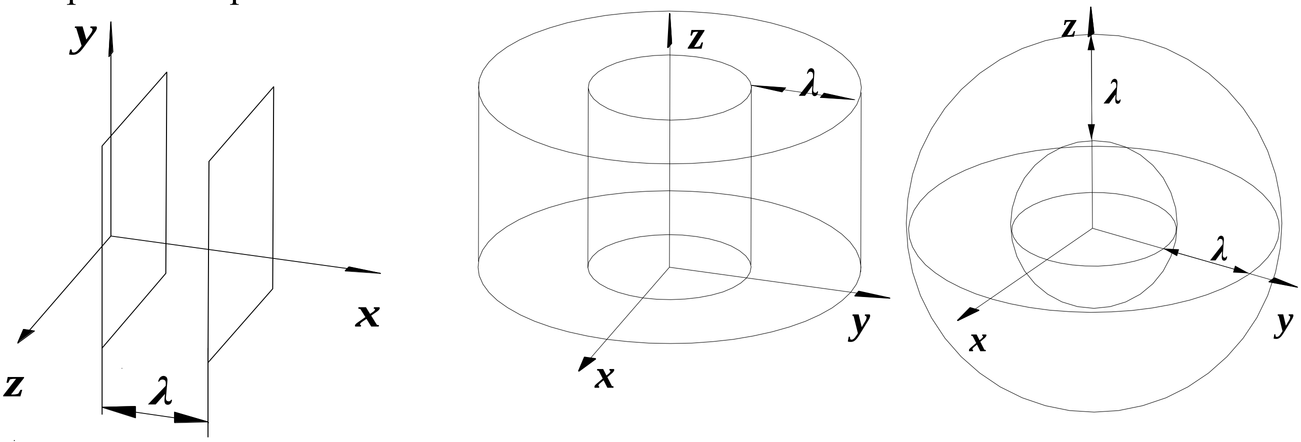


Рисунок 105.1

Зміщення ξ частинок середовища по відношенню до напрямку поширення коливань може бути поздовжнім або поперечним, тому і хвилі називають відповідно поздовжніми або поперечними.

Поздовжні хвилі можуть поширюватися в середовищах, в яких виникають пружні сили при деформації стиску і розтягу, тобто твердих, рідких і газоподібних тілах. Поперечні хвилі можуть поширюватися в середовищі, в якому виникають пружні сили при деформації зсуву, тобто лише в твердих тілах.

Хвилі з частотами 16 Гц$<\nu<$20 000 Гц сприймаються органом слуху людини і називаються <u>звуком</u>; з $\nu<$16 Гц – інфразвуком, з $\nu>$20 000 Гц – ультразвуком. Властивості звуку і звукові властивості середовища вивчає <u>акустика</u>. Суб'єктивними характеристиками звуку є інтенсивність або сила звуку – енергія, яка переноситься звуковою хвилею за одиницю часу через одиницю площі поверхні у перпендикулярному напрямку до неї $I = \left(\frac{\Delta E}{\Delta S \Delta t}\right)_{ср}$, частота коливань та частотний спектр.

Процес поширення звукових хвиль у газах відбувається адіабатично, тобто звукові хвилі у газах поширюються, так швидко, що зумовлені локальні зміни об'єму і тиску в газовому середовищі відбуваються без теплообміну з навколишнім середовищем. На основі цього уявлення Лаплас вивів формулу для розрахунку фазової швидкості поширення звуку у газах, яку можна записати у вигляді

$$\upsilon = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}}, \qquad (105.4)$$

де $\gamma = {C_P}/{C_V}$ – показник адіабати (для повітря γ=1,4); μ – молярна маса газу (для повітря μ = 0,029 кг/моль); R – універсальна газова стала (R = 8,31 Дж/(моль·К)).

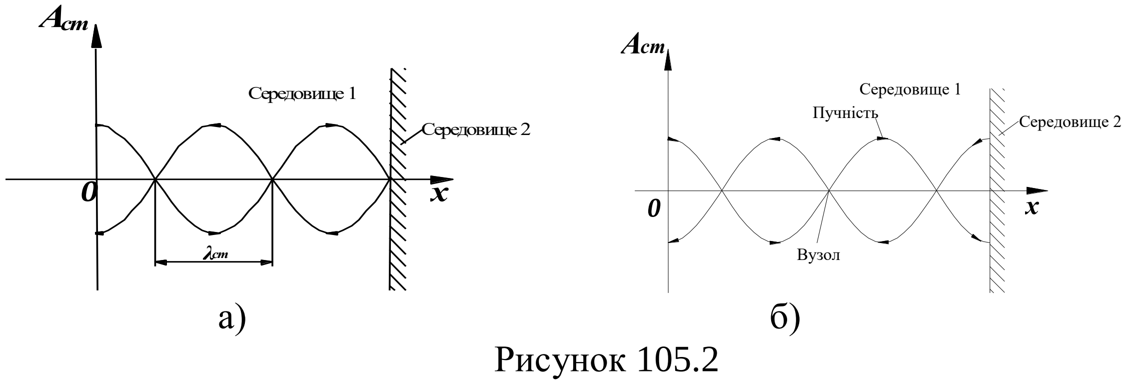
Якщо в середовищі одночасно поширюються кілька хвиль, то частинка середовища здійснює коливання, які є результатом додавання поливань, що створюються в даній точці простору кожною хвилею. Результуюче зміщення частинки середовища і будь-який момент часу дорівнює геометричній сумі зміщень, які здійснює частинка під дією кожної хвилі зокрема.

$$\vec{\xi} = \sum_i \vec{\xi_i}.$$

За певних умов при накладанні двох хвиль амплітуди результуючих коливань різних частинок середовища матимуть неоднакові величини, значення яких з часом не змінюватимуться. В одних місцях хвильового поля коливання підсилюються, в інших – послаблюються. Явище накладання хвиль, при якому амплітуда результуючих коливань різних ділянок середовища з часом не змінюється і в загальному випадку не дорівнює арифметичній сумі амплітуд складових коливань, називають <u>інтерференцією хвиль</u>. Характерною ознакою інтерференції хвиль є існування зон з максимальними і мінімальними амплітудами результуючих коливань. Ці зони чергуються, але не переміщуються.

Для виникнення інтерференційної картини необхідно, щоб хвилі були когерентними, тобто мали незмінну в часі різницю фаз. Джерела когерентних хвиль називають когерентними джерелами. Явище інтерференції властиве хвилям будь-якої природи.

Особливий випадок інтерференції звукових хвиль – інтерференція двох зустрічних хвиль з однаковими частотами і амплітудами. Тоді утворюються так звані <u>стоячі хвилі</u>. На практиці стояча хвиля утворюється при відбиванні хвилі від перешкоди. Падаюча на перешкоду хвиля і біжуча їй на зустріч відбита хвиля, накладаючись одна на одну, дають стоячу хвилю. На рис. 105.2 зображено розподіл амплітуд коливань вздовж осі x, коли джерело коливань знаходиться в точці x_0=0.



а) б)

Рисунок 105.2

Властивості середовищ 1 і 2 визначають фазу відбитої хвилі на границі їх поділу. Якщо хвиля поширюється з менш густого середовища 1 в більш густе середовище 2, в якому фазова швидкість поширення хвиль $\upsilon_1 > \upsilon_2$ (υ_1 – фазова швидкість поширення хвилі у першому середовищі), то вона відбивається від більш густого середовища 2 (перешкоди) так, що її фаза змінюється на π (рис. 105.2,а). Якщо середовище 2 менш густе ($\upsilon_1 < \upsilon_2$), то хвиля відбивається від нього так, що її фаза не змінюється (рис. 105.2,б).

Рівняння плоскої біжучої хвилі у від'ємному напрямку має вигляд

$$\xi_2 = A\cos(\omega t + kx). \tag{105.5}$$

Складемо рівняння падаючої (105.3) і відбитої (105.4) хвиль

$$\begin{aligned} \xi = \xi_1 + \xi_2 = A\cos(\omega t - kx) + A\cos(\omega t + kx) = \\ = 2A\cos kx \cos\omega t = 2A\cos\frac{2\pi x}{\lambda}\cos\omega t. \end{aligned} \tag{105.6}$$

Отримане рівняння є <u>рівнянням стоячої хвилі.</u> Множник $2A\cos\frac{2\pi x}{\lambda}$ – визначає залежність амплітуди коливань від координати; другий співмножник описує гармонічні коливання.

Стоячі хвилі характеризуються точками, коливання в яких відсутнє (ці точки називаються <u>вузлами</u>), і точками, амплітуда коливань в яких максимальна (ці точки називаються <u>пучностями</u>). Коливання в усіх точках стоячої хвилі, які лежать між двома сусідніми вузлами, відбуваються з різними амплітудами, але однаковими фазами. Коливання по різні сторони від вузла відбуваються у протифазі. Відстань між сусідніми вузлами або пучностями називається довжиною стоячої хвилі ($\lambda_{ст}$). Співвідношення довжини біжучої та стоячої хвиль.

$$\lambda = 2\lambda_{ст}. \tag{105.7}$$

<u>Опис установки і теорія методу</u>

Експериментальна установка (рис. 105.3) складається із генератора звукових коливань ЗГ з динаміком Д, електронного осцилографа С1-49 з мікрофоном М, трубки Т (в якій утворюються стоячі хвилі) з рухомим поршнем П.

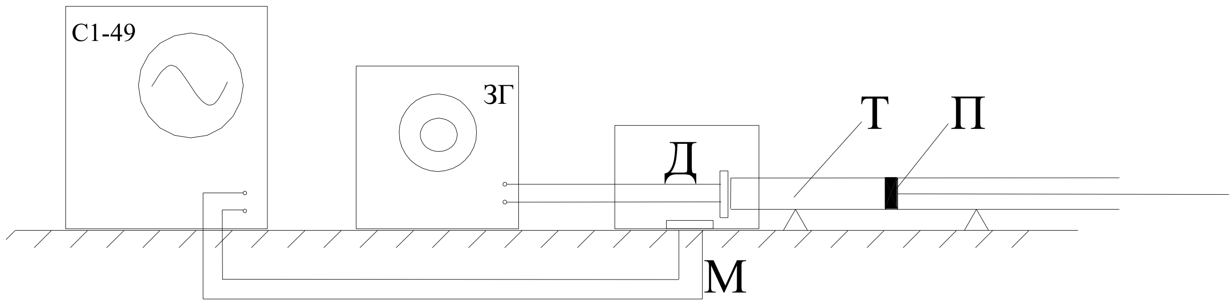


Рисунок 105.3

Джерелом звукової хвилі є динамік Д, а перешкодою, від якої хвиля відбивається, поверхня поршня. При певних умовах в трубці Т виникає акустичний резонанс.

Резонанс – це явище різкого зростання амплітуди вимушених коливань в коливальній системі при наближенні частоти зовнішнього джерела (яке спричинює вимушені коливання) до частоти власних коливань системи.

В даному випадку маємо <u>акустичний резонанс</u>, тобто явище, при якому коливання стовпа повітря в трубці досягає максимальної амплітуди. Це відбувається тоді, коли частота звукових коливань динаміка (зовнішня, вимушуюча сила) наближається до однієї із власних частот повітряного стовпа в трубці. Ця частота називається <u>резонансною частотою</u>.

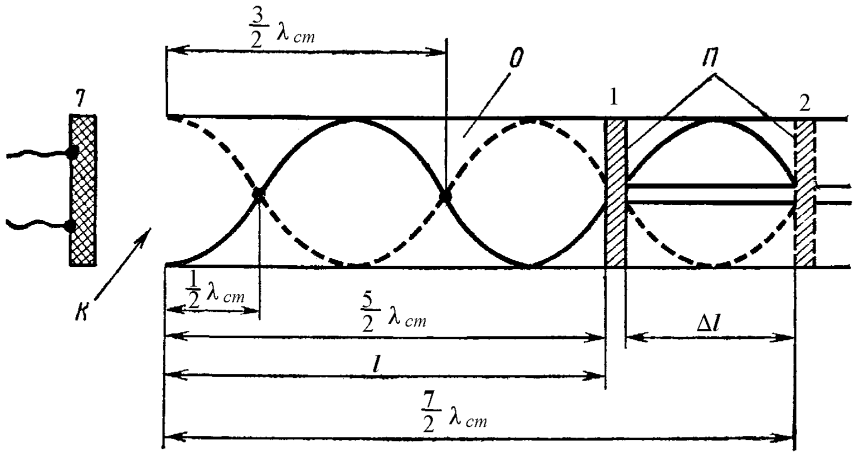
Явище звукового резонансу має місце тільки тоді, коли біля відкритого кінця трубки (рис. 105.4) є пучність, а в місці відбивання падаюча і відбита хвилі утворюють вузол. В такому випадку, відстань між відкритим кінцем порожнини К і поршнем П дорівнює непарному числу півдовжин стоячої хвилі, тобто

$$l_n = (2n - 1)\frac{\lambda_{ст}}{2}, \tag{105.8}$$

де n=1,2,3….

Отже, якщо довжина стовпа повітря l в трубці дорівнює $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{2}$; $\frac{5}{2}$; $\frac{7}{2}$ і т. д. довжини стоячої звукової хвилі, то має місце максимум звукового ефекту – звуковий резонанс. Якщо тільки ця відстань l зміниться при русі поршня, то порушиться співвідношення (105.7), і явище резонансу зникне, тобто звучання стане слабким.

На рис.105.4 на довжині l стовпа повітря в трубці нараховується п’ять половин стоячої хвилі (при n=3).



$$1)\Delta l = \frac{7}{2}\cdot\lambda_{ст} - \frac{5}{2}\cdot\lambda_{ст} = \lambda_{ст} = \frac{\lambda_{біж}}{2}$$

$$2)\Delta l = \frac{5}{2}\cdot\lambda_{ст} - \frac{3}{2}\cdot\lambda_{ст} = \lambda_{ст} = \frac{\lambda_{біж}}{2}$$

Рисунок 105.4

В роботі знаходять відстань Δl між першим і останнім положенням поршня, які відповідають найбільшій гучності звуку в мікрофоні і найсильнішому сигналу на екрані осцилографа. Середнє значення довжини стоячої хвилі обчислюють за формулою

$$\lambda_{cm} = \frac{\Delta l}{n-1} = \frac{l_n - l_1}{n-1}. \qquad (105.9)$$

де n – загальна кількість положень поршня, які відповідають максимальному сигналу на екрані осцилографа. Підставляючи (105.8) в (105.6), знаходимо довжину звукової хвилі при даній частоті звуку

$$\lambda = 2\lambda_{cm} = 2\frac{l_n - l_1}{n-1}. \qquad (105.10)$$

Знаючи довжину звукової хвилі λ і частоту ν, яка задається звуковим генератором, визначають швидкість звукової хвилі в повітрі за формулою

$$\upsilon = \lambda\nu = 2\lambda_{cm}\nu = 2\frac{l_n - l_1}{n-1}\nu. \qquad (105.11)$$

Вимірювання і обробка результатів вимірювання

1. Увімкнути звуковий генератор і осцилограф і дати їм прогрітися протягом 1–2 хв. При цьому регулятор рівня виходу напруги на ЗГ поставити на мінімум.
2. Установити на шкалі звукового генератора частоту, вказану викладачем.
3. Підібрати регулятором виходу напруги зручну для вимірювання гучність.

4. Акуратно (легким дотиком) премістити стержень з поршнем до джерела звуку (динаміка). Повільно висуваючи стержень із труби, знайти перший максимум звучання (на екрані осцилографа спостерігається при цьому максимальне значення амплітуди сигналу) і відповідно до нього l_1 – відстань від джерела звуку до поршня.
5. Висуваючи далі стержень, підрахувати число максимумів звучання. Зупинити стержень з поршнем у положенні останнього максимуму звучання і виміряти довжину висунутого стержня l_n, де n – число помічених максимумів звучання. Дослід повторити тричі, не змінюючи частоту, звукового сигналу. Результати вимірювань записати в таблицю 105.1. За середніми значеннями l_1 і l_n знайти довжину звукової хвилі (105.9) і швидкість поширення звуку в повітрі (105.10).
6. Виконання пунктів 4 і 5 повторити для двох інших частот, вказаних викладачем.
7. Визначити середнє арифметичне значення швидкості звуку в повітрі.
8. Визначити теоретичне $\upsilon_{теор}$ значення швидкості звуку в повітрі при даній температурі за формулою Лапласа (105.4).
9. Знайти точність вимірювання швидкості звуку в повітрі за формулою

$$E = \frac{\Delta\upsilon}{\upsilon_{теор}} 100\% = \frac{\left|\upsilon_{теор} - \upsilon_{ср}\right|}{\upsilon_{теор}} 100\%.$$

10. Побудувати графік $\lambda = f(\nu)$ залежності довжини звукової хвилі від частоти.
11. Зробити висновки.

Таблиця 105.1

№ п/п	l_1, м	l_n, м	n	λ, м	ν, Гц	υ, м/с
1						
2						
3						

Контрольні запитання

1. Що називається звуком, ультразвуком, інфразвуком?
2. Назвіть параметри хвилі і напишіть зв’язок між ними.
3. За якими формулами визначається швидкість поширення хвилі у різних середовищах?
4. Як змінюється швидкість звуку в газі при зміні його температури?
5. Напишіть рівняння плоскої хвилі. Що називається хвильовим числом?
6. Що називається інтерференцією хвиль?

7. Які умови повинні виконуватись для виникнення інтерференційної картини?
8. Виведіть рівняння стоячої хвилі. Поясніть, що таке вузли і пучності стоячої хвилі.
9. Що називається довжиною стоячої і біжучої хвиль?
10. З якими хвилями працювали в даній роботі: поздовжніми, поперечними, плоскими, сферичними?
11. Що називається резонансом, акустичним резонансом?
12. При яких умовах має місце явище звукового резонансу в даній роботі?
13. Напишіть робочі формули для визначення довжини хвилі і фазової швидкості поширення звукової хвилі в повітрі.

Лабораторна робота № 106

ВИЗНАЧЕННЯ МОДУЛЯ ЮНГА ЗА ПРОГИНОМ СТЕРЖНЯ

Мета роботи – визначити модуль Юнга для стального стержня.

Прилади й матеріали: установка для визначення модуля Юнга за деформацією прогину; стальний стержень прямокутного перерізу, штангенциркуль, мікрометр, набір тягарців, масштабна лінійка.

Основні розрахункові формули

При дії зовнішніх сил тверде тіло змінює свою форму і розміри, тобто деформується, а в тілі виникають пружні сили. Якщо після припинення дії сил тіло відновлює свою форму і розміри, то деформацію називають пружною. Якщо ж форма тіла і його розміри не відновлюються, то деформація називається пластичною, або залишковою.

З різноманітних видів деформацій тіла: деформація розтягу, деформація стиску, деформація згину, деформація кручення і деформація зсуву, основними є – деформації розтягу (стиску) і зсуву, всі інші деформації складаються з них.

Розглянемо пружну деформацію на прикладі розтягу дротини (стержня).

Якщо до дротини з початковою довжиною l_0 і площею поперечного перерізу S прикласти силу, то вона видовжиться на величину Δl. Величина $\Delta l = l - l_0$ називається абсолютною деформацією. Абсолютна деформація дротини не дає чіткого уявлення про деформацію дротини під дією сили, бо початкова довжина дротини може бути різною. Деформація дротини повніше характеризується відносною деформацією. Відносною деформацією ε називається величина, яка показує, на скільки змінилась довжина кожної одиниці довжини дротини

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}.$$

Деформація приводить до виникнення в дротині (стержні) пружних сил. Ці сили прийнято характеризувати механічною напругою σ, яку визначають як модуль сили , яка припадає на одиницю площі перерізу тіла:

$$\sigma = \frac{F_\perp}{S}.$$

Значок $\perp$ вказує на те, що сила перпендикулярна до площадки, на яку вона діє.

Англійськй фізик Р. Гук (1635 - 1703) експериментально встановив закон, що для малих (пружних) деформацій відносне видовження ε прямо пропорційне механічній напрузі σ

$$\sigma = E\varepsilon = E\frac{\Delta l}{l_0},$$

де E – називається <u>модулем пружності</u>, або <u>модулем Юнга</u> і залежить від властивостей речовини.

Відносне видовження тіла виражається через модуль Юнга так

$$\frac{\Delta l}{l_0}=\frac{\sigma}{E}=\frac{F}{ES},$$

звідки

$$E=\frac{l_0F}{\Delta lS}.$$

Якщо величина видовження $\Delta l = l_0$, то

$$E=\frac{F}{S}=\sigma,$$

тобто <u>модуль Юнга визначає таку силу, віднесену до одиниці площі (напругу), яка змінює початкову довжину тіла удвоє</u>. Слід підкреслити, що лише гуму можна розтягувати у два рази. Для всіх інших тіл, перш ніж їх довжина збільшиться удвічі, буде перейдена межа міцності і відбудеться їх руйнування.

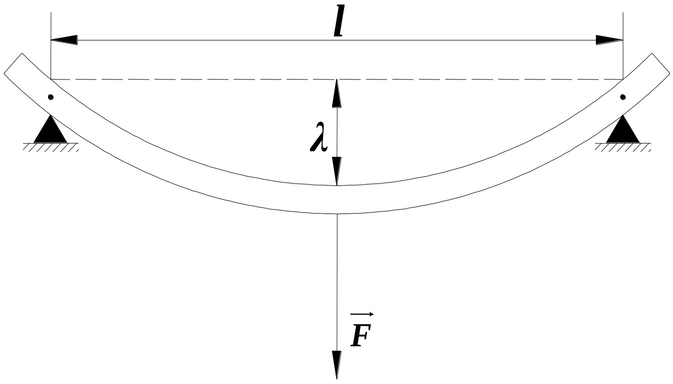


Рис 106.1

Модуль Юнга має велике значення в техніці, тому що дає можливість порівнювати пружні властивості різних речовин (E – таблична величина). Він виражається в паскалях Па.

Існують різні методи визначення модуля пружності. У даній роботі модуль пружності визначається за деформацією згину стержня прямокутного перерізу.

Якщо на середину прямого пружного стержня, вільно покладеного на тверді опори, діє сила $\vec{F}$ (рис 106.1), то стержень згинається. При такому згині верхні шари стержня стискатимуться, нижні – розтягуватимуться, а середній шар, що називається нейтральним, збереже попередню довжину. Переміщення середини стержня λ називається <u>стрілою прогину</u>. Вона тим більша, чим більше навантаження, і залежить від форми й розмірів стержня і його модуля пружності.

Якщо до середини стержня прямокутного перерізу (шириною a, товщиною b, при відстані l між вершинами призм) прикласти силу $\vec{F}$, то стрілу прогину можна обчислити за формулою

$$\lambda=\frac{Fl^3}{4ab^3E},$$

яку дає теорія опору матеріалів. Отже розрахункова формула для визначення модуля Юнга має вигляд:

$$\boldsymbol{E = \frac{Fl^3}{4ab^3\lambda}}, \qquad (106.1)$$

де $\boldsymbol{F = mg}$ – сила тяжіння тягарця.

Опис приладу

Прилад для визначення модуля Юнга за деформацією згину схематично показаний на рис. 106.2. На масивній основі встановлені два стояки, що закінчуються вістрями. Стержень з досліджуваного матеріалу кладуть на стояки. На стержні розміщується платформа для підвішування тягарців. Стріла прогину вимірюється індикатором. Для установки стрілки приладу на нуль повертають рифлену обойму індикатора в будь-який бік доти, доки нульова поділка шкали не опиниться під стрілкою. При навантаженні стержень прогнеться, від чого стрілка індикатора повернеться на кілька поділок. Показ стрілки за шкалою індикатора є величиною стріли прогину при даному навантаженні в поділках шкали (ціна поділки шкали індикатора 0,01 мм). Для зручності відліку на індикаторі є дві шкали. За однією ведуть відлік при обертанні стрілки в один бік, за другою - в протилежний.

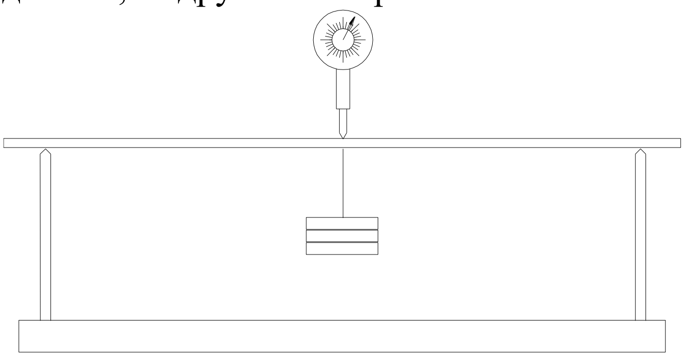


Рис 106.2

Вимірювання і обробка результатів вимірювання

1. Масштабною лінійкою виміряти відстань $\boldsymbol{l}$ між гострими краями призм, з точністю до 1 мм.
2. Виміряти штангенциркулем ширину $\boldsymbol{a}$, а мікрометром товщину $\boldsymbol{b}$ стержня в декількох місцях (мінімум в трьох) і визначити середнє їх значення. Результати вимірювань та розрахунків занести до таблиці 106.1.

Таблиця 106.1

№, п/п	$\boldsymbol{l}$, мм	$\boldsymbol{\Delta l}$, мм	$\boldsymbol{a}$, мм	$\boldsymbol{\Delta a}$, мм	$\boldsymbol{b}$, мм	$\boldsymbol{\Delta b}$, мм
1						
2						
3						
Середнє значення						

3. Надіти на досліджуваний стержень прямокутного перерізу платформу для підвішування тягарців, а сам стержень поставити на вістря стояків так, щоб платформа знаходилась посередині стержня.
4. Установити індикатор таким чином, щоб виступаючий кінець контактного стержня впирався в досліджуваний стержень посередині. При цьому стрілка індикатора мусить повернутись на три-чотири оберти. Рифлену обойму індикатора повернути так, щоб нуль шкали опинився під стрілкою. Цей відлік буде нульовий, тобто планка ще не навантажена.
5. Покласти на платформу тягарець масою 100 г. При цьому на досліджуваний стержень буде діяти сила $F = mg = 0.1 \cdot 9.8 = 0.98$ Н. За шкалою індикатора визначаємо стрілу прогину $\lambda_1 = NC$, де N – кількість поділок, на які відхилилась стрілка при навантаженні платформи; $C = 0.01$ мм/под. – ціна однієї поділки індикатора.
6. Рифлену обойму індикатора повернути так, щоб нуль шкали знову опинився під стрілкою. На платформу покласти ще один тягарець масою 100 г і визначити стрілу прогину λ_1 другий раз.
7. Пункт 6 проробити ще один раз і визначити стрілу прогину λ_1 в третій раз.
8. Зробити досліди в зворотному порядку, послідовно знімаючи з платформи тягарці масою 100 г.
9. Результати вимірювання стріли прогину λ_1 при навантаженні і стріли прогину λ_2 при розвантаженні записати в таблицю 106.2.

Таблиця 106.2

№, п/п	mg, Н	λ_1, м	λ_2, м	$\lambda_{ср}$, м	E, Па
1					
2					
3					
Середнє значення					

Знайти середнє арифметичне значення при вимірюванні λ_1 і λ_2 в кожному конкретному досліді і середнє арифметичне значення при вимірюванні стріли прогину в усіх трьох дослідах.

10. За середнім значенням стріли прогину визначити середнє значення модуля Юнга за формулою (106.1).
11. Середню абсолютну похибку при вимірюванні модуля Юнга обраховувати за формулою

$$\Delta E_{ср} = \pm E_{ср}\left(\frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta g}{g} + 3\frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta a}{a_{ср}} + 3\frac{\Delta b}{b_{ср}} + \frac{\Delta \lambda}{\lambda_{ср}}\right).$$

12. Результати обрахунків записати у вигляді

$$E = E_{ср} \pm \Delta E_{ср}.$$

13. Точність вимірювання записати за формулою

$$\delta = \frac{\Delta E}{E_{табл}} = \frac{|E_{табл} - E_{ср}|}{E_{табл}} \cdot 100\%.$$

Контрольні запитання

1. Що називається деформацією?
2. Перелічіть види пружних деформацій.
3. Які основні характеристики деформації розтягу?
4. Сформулюйте закон Гука.
5. Що називається механічною напругою?
6. Що називається модулем Юнга і який його фізичний зміст?
7. Що таке деформація згину?

Лабораторна робота № 107

ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ ТІЛА МЕТОДОМ КРУТИЛЬНИХ КОЛИВАНЬ

Мета роботи – визначення моменту інерції тіла методом крутильних коливань.

Прилади й матеріали: диск, підвішений на дротині; досліджувані тіла (циліндр і прямокутний стержень та ін.); секундомір; масштабна лінійка.

Теоретичні відомості

Обертальний рух твердого тіла виникає при дії на нього сили, що має момент відносно осі обертання тіла. Якщо вектор сили лежить у площині, перпендикулярній до осі обертання тіла, то числове значення моменту $\boldsymbol{M}$ сили відносно цієї осі дорівнює добутку значення сили на її плече:

$$\boldsymbol{M = Fl}.$$

Основне рівняння динаміки обертального руху тіла:

$$\vec{\boldsymbol{M}} = \boldsymbol{J}\vec{\boldsymbol{\varepsilon}},$$

де $\boldsymbol{J}$ - момент інерції тіла; $\boldsymbol{\varepsilon}$ - кутове прискорення.

Моментом інерції матеріальної точки відносно осі обертання називається добуток її маси на квадрат відстані до даної осі. Момент інерції тіла відносно певної осі дорівнює сумі моментів інерції всіх матеріальних точок тіла відносно цієї осі, та виражається формулою

$$J = \sum_{i=1}^{n} r_i^2 \Delta m_i ,$$

де $\boldsymbol{r}$ - відстань матеріальної точки Δm_i від осі обертання.

Момент інерції характеризує інертність тіла при обертанні. У рівняннях обертального руху значення моменту інерції аналогічне значенню маси в рівняннях поступального руху.

Момент інерції однорідних тіл правильної геометричної форми можна визначити теоретично. Так, для тіла у вигляді суцільного однорідного диска радіусом $\boldsymbol{R}$ і масою $\boldsymbol{m}$ момент інерції відносно осі, що проходить через центр мас перпендикулярно до площини диска

$$J = \frac{1}{2} mR^2 . \qquad (107.1)$$

Для однорідного стержня довжиною $\boldsymbol{l}$ і масою $\boldsymbol{m}$ відносно перпендикулярної до стержня осі, що проходить через середину стержня

$$J = \frac{1}{12} ml^2 . \qquad (107.2)$$

Якщо тіло має складну форму (махове колесо, колінчастий вал, гвинт, тощо), то теоретично визначити його момент інерції важко. У таких випадках момент інерції визначають дослідним способом.

Один з методів експериментального визначення моменту інерції тіла - метод крутильних коливань: якщо яке-небудь тіло підвісити на дротині так, щоб дріт проходив через центр мас тіла, і, закрутивши дротину на невеликий кут φ, відпустити його, то тіло буде робити крутильні коливання. З динамічної точки зору крутильні коливання здійснюються під впливом моменту пружної сили, що протидіє закручуванню дротини. Коли кут закручування малий, момент пружної сили знаходиться в лінійній залежності від кута закручування:

$$M = -C\varphi$$

і крутильні коливання будуть гармонічними.

Коефіцієнт пропорційності C називається коефіцієнтом повертаючого моменту. Він залежить від пружних властивостей і розмірів дроту.

Оскільки при крутильних коливаннях тіла його точки рухаються по дугах кіл, то формула основного закону динаміки для обертального руху запишеться так:

$$J\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -C\varphi, \qquad \text{або} \qquad J\frac{d^2\varphi}{dt^2} + C\varphi = 0. \tag{107.3}$$

Поділивши (107.3) на J і позначивши

$$\frac{C}{J} = \omega_0^2, \tag{107.4}$$

дістанемо

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega_0^2\varphi = 0.$$

Це диференціальне рівняння має розв'язок

$$\varphi(t) = \varphi_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

де φ_{max} – амплітуда коливань; ω_0 – циклічна частота; φ_0 – початкова фаза коливань.

Оскільки $\omega_0 = \dfrac{2\pi}{T}$, то враховуючи (107.4), дістанемо формулу для визначення періоду крутильних коливань:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{J}{C}}. \tag{107.5}$$

Звідси можна знайти момент інерції тіла, підвішеного на дротині

$$J = \frac{T^2 C}{4\pi^2}. \tag{107.6}$$

Опис установки і виведення робочої формули

Установка для визначення моменту інерції методом крутильних коливань - це масивний диск, підвішений до кронштейна на пружній дротині (рис. 107.1). Кінці дротини закріплені нерухомо в точці підвішування і в центрі диска. Тому при повороті диска довкола вертикальної осі, що проходить через його центр, виникає момент пружної сили, протидіючий закручуванню дротини.

Оскільки тіло має форму диска, то його момент інерції визначається за (107.1).

Установимо на диск симетрично осі обертання тіло, момент інерції якого потрібно визначити. Період крутильних коливань системи

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{J + J_x}{C}}\,.$$

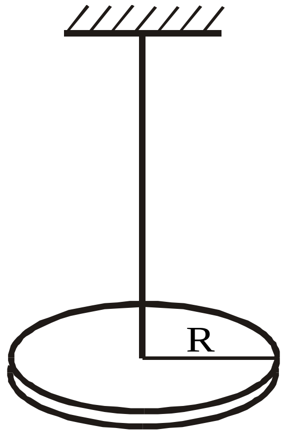


Рис 107.1

Звідси

$$J + J_x = \frac{T_1^2 C}{4\pi^2}\,. \qquad (107.7)$$

Із формули (107.6) коефіцієнт пропорційності C дорівнює

$$C = \frac{4\pi^2 J}{T^2}\,. \qquad (107.8)$$

Підставляючи значення C за формулою (107.8) і значення моменту інерції диска J за формулою (107.1) в формулу (107.7), дістанемо

$$\mathbf{J_x = \frac{m_д R_д^2\left(T_1^2 - T^2\right)}{2T^2}}. \qquad (107.9)$$

Це і є робоча формула для визначення момента інерції досліджуваного тіла. <u>В даній роботі досліджуваним тілом є металевий стержень</u>.

<u>Вимірювання і обробка результатів вимірювання</u>

1. Визначити період T крутильних коливань диска без стержня на ньому. Для цього повернути диск на невеликий кут (близько 10°) і відпустити. Диск почне коливатися. Пропустивши 1 – 2 коливання, в момент досягнення міткою на диску максимального відхилення, пустити в хід секундомір. Замітити час відповідно 20, 30 і 40 повних коливань з точністю до сотих долей секунди і визначити тричі період коливань T за формулою

$$T = \frac{t}{n}.$$

2. Покласти на диск симетрично осі обертання тіло, момент інерції якого невідомий (наприклад, металевий стержень). Визначити період T_1 крутильних коливань усієї системи за методикою, наведеною в п. 1.
3. Результати вимірювань занести до таблиці 107.1.

Таблиця 107.1

№ п/п	n	t, с	T, с	t_1, с	T_1, с	$m_д$, кг	$R_д$, м	$m_{ст}$, кг	$l_{ст}$, м	J, кг/м^3	$J_{теор}$, кг/м^3
1	20										
2	30										
3	40										
Середнє значення											

Обчислити середні значення періодів T і T_1.

4. Радіус диска виміряти за допомогою міліметрової лінійки. Маса диска вказана на робочому місці.
5. За формулою (107.9) визначити значення моменту інерції стержня відносно осі, що проходить через його середину за середніми значеннями періодів T і T_1.
6. Абсолютну похибку вимірювання моменту інерції, стержня обчислити за формулою

$$\Delta J_{ср} = \pm J_{ср}\left(\frac{\Delta m_д}{m_д} + 2\frac{\Delta R_д}{R_д} + 2\frac{T_1\frac{\Delta T_1}{T_2} + \frac{T_1^2}{T^3}\Delta T}{\left(\frac{T_1}{T}\right)^2 - 1}\right).$$

7. Результати обрахунків записати у вигляді

$$J = J_{ср} \pm \Delta J_{ср}.$$

8. Заміряти довжину досліджуваного стержня. Маса стержня вказана на робочому місці. За формулою (107.2) визначити теоретичне значення моменту інерції стержня відносно осі, що проходить через його середину.
9. Визначити точність вимірювання моменту інерції стержня методом крутильних коливань за формулою

$$E = \frac{\Delta J}{J_{теор}} = \frac{\left|J_{теор} - J_{ср}\right|}{J_{теор}} \cdot 100\%.$$

Зробити висновки.

Контрольні запитання

1. Дайте означення моменту інерції твердого тіла?
2. Як аналітично визначити момент інерції диска, кулі, стержня?
3. Що називається моментом сили?
4. Поясніть причини виникнення обертальних коливань?
5. Запишіть диференціальне рівняння руху тіла, що виконує крутильні коливання.
6. Як виводиться розрахункова формула для визначення моменту інерції тіла методом крутильних коливань?
7. В яких одиницях в СІ вимірюється момент інерції, момент сили?

Лабораторна робота № 108

ВИВЧЕННЯ ВЛАСНИХ КОЛИВАНЬ СТРУНИ

Мета роботи – одержання на струні стоячих хвиль, спостереження картини розподілу амплітуд та кількісна перевірка формули для частоти коливань струни.

Прилади і матеріали: пристрій для вивчення власних коливань струни ФПВ-04М.

Теоретичні відомості

Струна являє собою одновимірне пружне середовище. Якщо натягнуту між двома точками струну вивести з положення рівноваги, то вона здійснюватиме коливання різного роду. Процес поширення коливань у пружному середовищі називається біжучою хвилею. Відхилення частинок струни відбувається в напрямку, перпендикулярному до напрямку руху хвилі. Такі хвилі називаються поперечними.

Картина коливань в струні створюється накладанням одна на одну біжучими в різні сторони багаторазово відбитими хвилями і, в загальному випадку, є складною. Однак, при деяких частотах діючої на струну сили в ній створюються стоячі хвилі. Вони утворюються при накладанні двох біжучих, наприклад, вздовж осі x хвиль, які поширюються назустріч одна одній з однаковими частотами і амплітудами. Рівняння хвилі, яка поширюється вздовж додатнього напрямку осі x, і хвилі, яка поширюється їй назустріч, будуть мати вигляд

$$\begin{aligned} y_1 &= A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{\upsilon}\right)\right], \\ y_2 &= A\cos\left[\omega\left(t+\frac{x}{\upsilon}\right)\right]. \end{aligned} \qquad (108.1)$$

Склавши ці рівняння і враховуючи, що хвильове число

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{\upsilon},$$

одержимо рівняння стоячої хвилі:

$$y = y_1 + y_2 = 2A\cos kx \cos \omega t = 2A\cos\frac{2\pi x}{\lambda}\cos\omega t, \qquad (108.2)$$

де y_1 і y_2 – зміщення точок струни від положення рівноваги; А – амплітуда коливань; ω – циклічна частота хвилі; υ – швидкість поширення хвилі, тобто швидкість звуку.

Із рівняння стоячої хвилі (108.2) випливає, що в кожній точці цієї хвилі відбуваються коливання з частотою ω і з амплітудою $A_{cm} = 2A\cos(2\pi x/\lambda)$, яка залежить від координати x точки.

В точках середовища, для яких

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm m\pi \qquad (m = 0,1,2,...), \qquad (108.3)$$

амплітуда коливань досягає максимального значення, яке дорівнює $2A$. Ці точки називаються пучностями стоячої хвилі.

В точках середовища для яких

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm\left(m + \frac{1}{2}\right)\pi \qquad (m = 0,1,2,...), \qquad (108.4)$$

амплітуда коливань дорівнює нулю (A_{cm}=0). Ці точки називаються вузлами стоячої хвилі.

Із виразів (108.3) і (108.4) знаходимо відповідно координати пучностей та вузлів:

$$x_{пуч} = \pm m\frac{\lambda}{2} \qquad (m = 0,1,2,...), \qquad (108.5)$$

$$x_{вузл} = \pm\left(m + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2} \qquad (m = 0,1,2,...). \qquad (108.6)$$

З формул (108.5) і (108.6) випливає, що відстань між двома сусідніми пучностями і двома сусідніми вузлами однакова і дорівнює $\lambda/2$. Ця відстань називається довжиною стоячої хвилі λ_{cm}. Вона дорівнює

$$\lambda_{cm} = \frac{\lambda}{2}.$$

На відміну від біжучої хвилі, всі точки якої здійснюють коливання з однаковими амплітудами, але з запізненням за фазою, всі точки стоячої хвилі між двома вузлами коливаються з різними амплітудами, але з однаковими фазами (в рівнянні (108.2) стоячої хвилі аргумент косинуса не залежить від x). При переході через вузол множник змінює свій знак, тому фаза коливань по різні сторони від вузла відрізняється на π, тобто точки, які лежать по різні сторони від вузла, коливаються в протифазі.

Стоячі хвилі можуть збуджуватися тільки на таких частотах, при яких на довжині l струни вкладається ціле число півхвиль, тобто

$$\boldsymbol{l = n\frac{\lambda}{2}},\tag{108.7}$$

де $\boldsymbol{n}$ – ціле число, що може набувати значень 1, 2, 3, …

Між основними характеристиками хвильового процесу, тобто між частотою , довжиною хвилі та швидкістю її поширення існує функціональний зв'язок, а саме:

$$\boldsymbol{\upsilon = \lambda\nu}.\tag{108.8}$$

З (108.8) знаходимо

$$\boldsymbol{\lambda = \frac{\upsilon}{\nu}}.\tag{108.9}$$

Підставляючи значення $\boldsymbol{\lambda}$ з (108.7) у (108.9), визначаємо частоту коливань струни

$$\boldsymbol{\nu = \frac{n}{2l}\upsilon}.\tag{108.10}$$

Як відомо, швидкість поширення хвилі у твердому тілі залежить від його пружних та інерційних властивостей. Пружні властивості струни залежать від сили $\boldsymbol{T}$ її натягу. Інерційні властивості струни визначаються її лінійною густиною $\boldsymbol{\rho}$. З урахуванням цього формулу для розрахунку швидкості поширення коливань вздовж струни можна записати так:

$$\boldsymbol{\upsilon = \sqrt{\frac{T}{\rho}}}.\tag{108.11}$$

Підставивши (108.11) у (108.10) матимемо робочу формулу для розрахунку частот коливання струни, при яких у струні встановлюються стоячі хвилі:

$$\boldsymbol{\nu = \frac{n}{2l}\sqrt{\frac{T}{\rho}}}.\tag{108.12}$$

Це частота найбільш простих, так званих власних або нормальних коливань струни. Перше нормальне коливання, яке відповідає найбільш низькій частоті і двом вузловим точкам (тобто точкам струни, які залишаються в спокої при даному коливанні), називаються <u>основним тоном</u> власних коливань струни. Всі інші нормальні коливання, які відповідають більш високим частотам і більшому числу вузлових точок, називаються <u>обертонами</u> власних коливань струни.

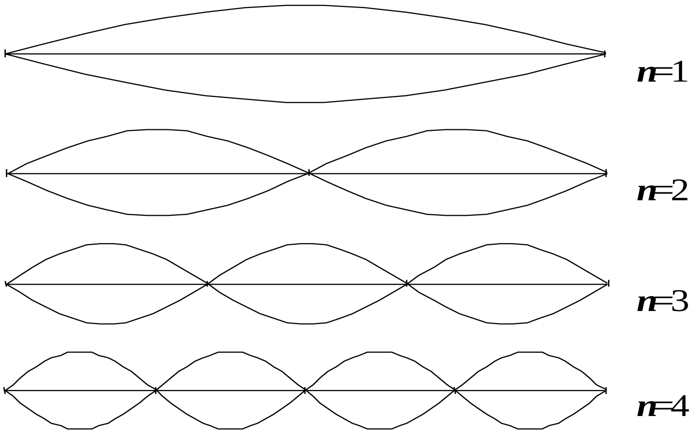


Рис. 108.1

Амплітуди кожного із нормальних коливань струни розподіляються вздовж струни по закону синуса. Вузлові точки – це точки, в яких цей синус перетворюється в ноль. Для основного ($\boldsymbol{n}$=1 на рис 108.1) тону на всій довжині струни вкладається половина періоду синуса (одна півхвиля). Для обертонів, розподіл амплітуд такий, що на довжині струни вкладається дві (при ***n***=2), три (при ***n***=3) і так далі, взагалі, ціле число півхвиль.

Опис приладу

Принцип дії пристрою ФПВ–04М ґрунтується на виникненні періодично змінної сили Ампера, яка діє на струну, що знаходиться в магнітному полі, при протіканні через струну змінного струму.

Картина коливань натягнутої струни створюється накладанням одна на одну біжучими в різні сторони багаторазово відбитими хвилями і в загальному випадку є складною. Однак, при деяких частотах генератора картина стабілізується – в струні утворюється стояча хвиля. Частота, при якій утворюється стояча хвиля, визначається за формулою (108.12).

Пристрій складається із штатива 1 на основі якого укріплено електричний блок 2 (рис. 108.2).

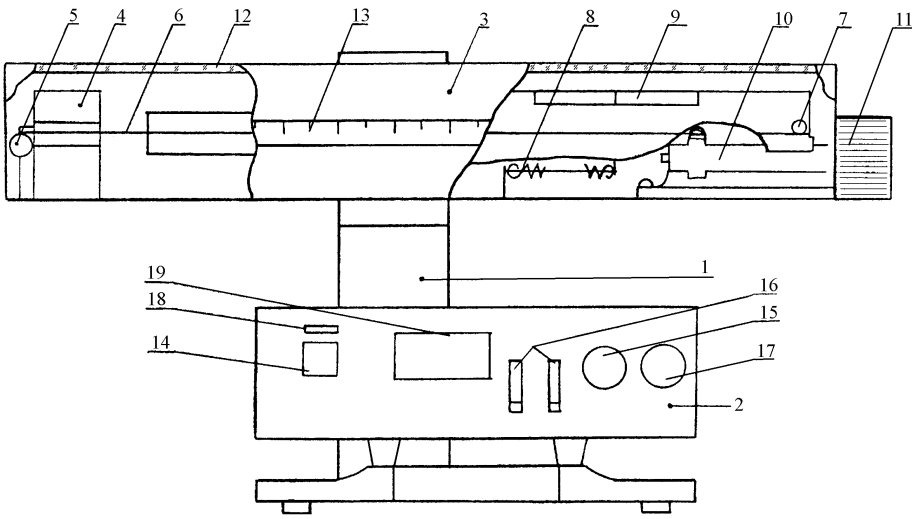


Рис. 108.2

Над електричним блоком закріплено механізм натягу струни 3. До механізму натягу струни входить постійний магніт 4, між полюсами якого через блок 5 натягнута струна 6. Один кінець струни кріпиться до нерухомої клеми 7, а другий через блок до тарировочної пружини 8. Другий кінець пружини механічно зв’язаний з гвинтовим механізмом 10, який призначений для зміни натягу струни. Сила натягу струни вимірюється за шкалою 9. Зміна натягу пружини (а потім і струни) проводиться за допомогою ручки 11. Весь механізм закрито кожухом 12, на лицьовій поверхні якого нанесена шкала 13 для вимірювання довжини півхвиль. Для покращення видимості використовується освітлювач. На передню панель електричного блоку виведено кнопку включення мережі 14, ручку управління частотою звукового генератора 15, кнопки перемикання діапазонів частот генератора 16 (“10-100” і “100-400”, Гц) і ручку регулювання амплітуди вихідного сигналу 17. Крім цього, на передній панелі знаходяться: індикація включення мережі 18 та індикація генератора 19.

Вимірювання і обробка результатів вимірювання

1. Підключити пристрій до мережі 220 В. натиснути кнопку "МЕРЕЖА". Після цього повинні засвітитися цифрова індикація електронного блоку 19 і лампа освітлювача струни.
2. Дати можливість електричному блоку протягом 1-2 хвилин ввійти в режим роботи.
3. Ручку 17 "ВИХІД" на лицьовій панелі електричного блоку повернути вправо до упору.
4. Перед натисканням кнопок перемикання діапазонів частот звукового генератора 16 ручка регулювання частоти генератора повинна бути повернута вліво до упору.

Завдання 1

1. Ручкою 11 встановити силу натягу струни ***T*** за вказівкою викладача (наприклад ***T***=0,1 Н).
2. Натиснути кнопку діапазону частот, "10-100" Гц. Змінюючи частоту генератора в цьому діапазоні за допомогою ручки 15, одержати резонанс на основній частоті (***n***=1).
3. Відлік частоти генератора проводити при максимальній амплітуді коливань за індикатором частоти 19.
4. Збільшуючи далі частоту кратно, за допомогою кнопок перемикання діапазонів частот 16 та ручки регулювання частоти 15 одержати стоячі хвилі, які відповідають ***n***=2, 3 …5.
5. Зробити виміри не менше 3-х разів при інших значеннях сили натягу струни ***T*,** (збільшуючи кожного разу силу натягу струни на 0,1 Н).
6. Результати вимірів записати в таблицю 108.1 і зобразити у вигляді графіка, відкладаючи по осі абсцис значення власних частот коливань струни ***ν***, які розраховані за формулою (108.12), а по осі ординат відповідні значення ***n***. Точки на графіку, які відповідають різним ***T***, слід позначити по-різному.
7. Зробити висновок.

Завдання 2

1. Натиснути кнопку діапазону частот 16 "100-400" Гц. Ручкою регулювання частоти звукового генератора виставити частоту за вказівкою викладача, наприклад 400 Гц.
2. Ручкою 11, зменшуючи силу натягу струни, починаючи від максимальної (за шкалою приладу), знайти такі чотири її значення, при

яких в струні утворюється стояча хвиля. Для кожного із знайдених значень сили натягу записати кількість півхвиль ***n***.

3. Збільшуючи частоту для кожного із чотирьох знайдених значень сили натягу, одержати чітку картину з кількістю півхвиль ***n-1***, ***n-2***, ... ***1***.
4. За формулою (108.12) визначити власну частоту коливань струни.
5. Дані результатів вимірювань та розрахунків записати в таблицю 108.1 і побудувати графік залежності власної частоти коливань струни від сили натягу струни ***T*** (при незмінних значеннях ***n***).
6. Зробити висновок.

Таблиця 108.1

№ п/п	Завдання 1				Завдання 2			
	T, Н	$\nu_{ген}$, Гц	***n***	$\nu_{вл}$, Гц	***T***, Н	$\nu_{ген}$, Гц	***n***	$\nu_{вл}$, Гц
1								
2								
3								
…								

Лінійна густина струни $\rho=1{,}39\cdot 10^{-4}$ кг/м.

Контрольні запитання

1. Що таке стояча хвиля?
2. Запишіть формулу стоячої хвилі.
3. Що називається вузлом (пучністю) стоячої хвилі?
4. Які коливання називаються власними або нормальними?
5. Що називається основним тоном та обертонами власних коливань струни?
6. Що таке струна?
7. Від чого залежить швидкість поширення коливань вздовж струни?
8. Від чого залежить частота коливання струни?

Література

1. Загородній, В. В. Загальна фізика. Механіка / В. В. Загородній. – Київ : НТУУ «КПІ», 2016. – 363 с.
2. Механіка. Молекулярна фізика та термодинаміка: Навч. посібник/ Упоряд. Т.Б.Ткаченко, М.І.Українець, В.В.Калінін, А.І.Рибалка, А.В.Безуглий, А.І.Козарь, С.І.Мельник, В.О.Маслова – Харків; ХТУРЕ, 2000 - 106 с.
3. Фізика. Механіка. Молекулярна фізика. Тестові завдання для студентів: Навчальний посібник. Львів: ЛДУБЖД, 2015. – 274 с.
4. Фізичні основи механіки. Збірник задач, запитань і відповідей: Навчальний посібник: ЛДУ БЖД. – Львів: НТШ. 2013 – 232 с.
5. Фізичний практикум. Частина і. Механіка, молекулярна фізика, електрика та магнетизм. Навчальний посібник / Боровий М.О., Лисов В.І., Козаченко В.В., Цареградська Т.Л., Овсієнко І.В., Жабітенко О.М. – К. , 2017. – 289 с. (*Механіка, молекулярна фізика*).
6. Прямухін В.Є., Колінько С.О. Курс фізики. Механіка. Молекулярна фізика. Навчальний посібник / Під ред. д.т.н., проф. Ващенка В.А. – К.: ТОВ «Маклаут». 2008. – 148 с.