

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**ЧЕРКАСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

Кваліфікаційна наукова  
праця на правах рукопису

**Зорін Олександр Сергійович**

**УДК 681.518.3:519.233**

**ДИСЕРТАЦІЯ**

**МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ АДАПТИВНОГО ВИЯВЛЕННЯ СИГНАЛІВ НА  
ФОНІ НЕГАУСОВИХ ЗАВАД В ІНФОРМАЦІЙНО – ВИМІРЮВАЛЬНИХ  
СИСТЕМАХ**

152 – метрологія та інформаційно-вимірювальна техніка

15 – автоматизація та приладобудування

Подається на здобуття наукового ступеня доктора філософії

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

\_\_\_\_\_ **О.С.Зорін**

Науковий керівник

**Палагін Володимир Васильович,**

доктор технічних наук, професор

Черкаси – 2026

## АНОТАЦІЯ

**Зорін О.С. Моделі та методи адаптивного виявлення сигналів на фоні негаусових завад в інформаційно – вимірювальних системах. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.**

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 152 – метрологія та інформаційно-вимірювальна техніка (15 автоматизація та приладобудування). – Черкаський державний технологічний університет, Міністерство освіти і науки України, Черкаси, 2026.

У дисертаційній роботі вирішено науково-технічне завдання підвищення ефективності систем виявлення біполярних дискретних RZ-сигналів в інформаційно-вимірювальних системах (ІВС) при адитивній взаємодії з негаусовими завадами на основі реалізації моментно-кумулянтних моделей досліджуваних випадкових величин та синтезу адаптивних поліноміальних розв’язувальних правил, оптимальних за адаптованим моментним критерієм якості перевірки статистичних гіпотез. Це дозволяє забезпечити високу завадостійкість каналів зв’язку в умовах апіорної невизначеності щодо виду та параметрів закону розподілу завад. Отримані результати використано при розробці методів та алгоритмів статистичної обробки сигналів і програмних засобів комп’ютерного моделювання процесів функціонування ІВС на фоні негаусових завад.

У роботі відзначено, що застосування традиційних підходів до дослідження та розробки систем обробки сигналів в ІВС має ряд обмежень, пов’язаних зі складністю алгоритмічної реалізації та значними вимогами до обчислювальних ресурсів. Це ускладнює побудову ефективних програмно-алгоритмічних засобів статистичної обробки сигналів у каналах зв’язку ІВС. Додаткові труднощі виникають у випадках, коли завади мають негаусовий характер, що призводить до відхилення їх статистичних характеристик від класичної гаусової моделі. За таких умов традиційні методи обробки сигналів, що базуються на використанні гаусових щільностей розподілу ймовірностей та відповідних ймовірнісних критеріїв якості, втрачають ефективність або потребують значного ускладнення алгоритмів реалізації. Це обумовлює необхідність застосування альтернативних підходів до

статистичного опису випадкових процесів та синтезу розв'язувальних правил, для задач виявлення сигналів у ІВС.

Сучасні дослідження показують, що для розв'язання задач обробки сигналів на фоні негаусових завад перспективним є підхід, заснований на використанні моментно-кумулянтного опису випадкових величин. Такий підхід передбачає використання моментів та кумулянтів для опису статистичних властивостей досліджуваних процесів і дозволяє адекватно враховувати відхилення їх розподілів від гаусової моделі. Використання моментно-кумулянтного представлення забезпечує можливість ефективного статистичного опису негаусових процесів та створює передумови для побудови алгоритмів виявлення сигналів при їх адитивній взаємодії із завадами у каналах зв'язку ІВС. Це дозволяє формувати ефективні розв'язувальні правила (РП) для задач виявлення сигналів на фоні негаусових завад.

Запропоновано новий підхід до побудови математичних моделей адитивної суміші RZ-сигналів та негаусових випадкових величин, що базується на використанні моментно-кумулянтного опису статистичних характеристик. Застосування такого підходу дозволяє враховувати відхилення розподілів від гаусової моделі та параметри асиметрії, та ексцесу досліджуваного випадкового процесу. Запропоновані моделі створюють теоретичну основу для синтезу ефективних розв'язувальних правил адаптивного виявлення сигналів при функціонуванні автоматизованої ІВС на фоні негаусових завад.

У роботі показано, що відношення правдоподібності при перевірці статистичних гіпотез може бути представлене у вигляді поліноміального розв'язувального правила, оптимальні коефіцієнти якого визначаються на основі моментного критерію якості. Проведено адаптацію моментного критерію якості для багатоальтернативної перевірки статистичних гіпотез. На основі адаптованого критерію розроблено методи синтезу нелінійних алгоритмів виявлення сигналів на фоні негаусових завад, які забезпечують підвищення ефективності прийняття рішень у каналах зв'язку ІВС.

На основі запропонованих моделей і розроблених методів синтезовано лінійні та нелінійні розв'язувальні правила адаптивного виявлення сигналів,

досліджено їх властивості та отримано характеристики ефективності при впливі негаусових завад різних типів. Показано, що використання нелінійної обробки вибіркового значень та врахування статистик вищих порядків негаусових процесів у вигляді коефіцієнтів асиметрії та ексцесу, на відміну від відомих методів, орієнтованих на гаусові моделі завад, забезпечує підвищення ефективності виявлення сигналів.

Зокрема, це проявляється у зменшенні значення моментного критерію якості розв'язувального правила та відповідному зменшенні ймовірностей помилок першого і другого роду порівняно з результатами, отриманими для гаусових моделей завад. Запропоновані нелінійні розв'язувальні правила забезпечують підвищення ефективності прийняття рішень у задачах адаптивного виявлення сигналів на фоні негаусових завад у каналах зв'язку ІВС.

Представлено розроблені на основі результатів дисертаційного дослідження програмні засоби комп'ютерного моделювання процесів адаптивного виявлення сигналів на фоні негаусових завад у каналах зв'язку ІВС. Реалізацію імітаційної моделі виконано в середовищі Matlab/Simulink, що дозволило побудувати структурну схему каналу зв'язку ІВС з формуванням адитивної суміші RZ-сигналів і негаусової завади та реалізувати алгоритми їх адаптивної обробки. У межах моделі реалізовано формування RZ-сигналів, генерацію негаусових завад, оцінювання статистичних характеристик сигналу та завади, а також реалізацію поліноміальних РП виявлення сигналів. Проведене комп'ютерне моделювання дозволило дослідити ефективність синтезованих алгоритмів та підтвердити доцільність використання нелінійних поліноміальних РП для підвищення ефективності виявлення сигналів на фоні негаусових завад у каналах зв'язку ІВС.

Автором розроблено програмний комплекс, структура та набір модулів якого забезпечують комп'ютерне моделювання процесів виявлення сигналів при адитивній взаємодії RZ-сигналів та негаусових завад різних типів. Ефективність програмних модулів підтверджено шляхом проведення обчислювальних експериментів. На модельних прикладах виконано апробацію розроблених

програмних засобів та досліджено ефективність застосування синтезованих алгоритмів виявлення сигналів.

*Наукова новизна* дисертаційної роботи полягає у створенні математичних моделей адитивної суміші RZ-сигналів та негаусових випадкових величин, методів математичного моделювання процесів обробки сигналів в ІВС на основі моментно-кумулянтного представлення статистичних характеристик випадкових процесів та розробки адаптованого моментного критерію якості багатоальтернативної перевірки статистичних гіпотез, які на відміну від існуючих підходів дозволяють забезпечити адекватний опис негаусових завад та підвищити точність процесів обробки сигналів в автоматизованих інформаційно-вимірювальних системах.

*Практична значущість* отриманих результатів полягає у можливості використання розроблених математичних моделей, методів та алгоритмів для підвищення ефективності виявлення сигналів у каналах зв'язку ІВС при функціонуванні на фоні негаусових завад. Запропоновані адаптивні поліноміальні РП можуть бути використані при розробці алгоритмічного забезпечення систем обробки сигналів. Розроблений програмний комплекс комп'ютерного моделювання, реалізований у середовищі Matlab/Simulink, дозволяє досліджувати ефективність алгоритмів адаптивного виявлення RZ-сигналів та може застосовуватися для проектування і дослідження ІВС, що працюють в складних завадових умовах.

**Ключові слова:** інформаційно-вимірювальні системи, RZ-сигнали, негаусові завади, адаптивне виявлення сигналів, оцінювання параметрів сигналів, моментно-кумулянтний опис, адаптований моментний критерій якості, поліноміальні розв'язувальні правила, статистична обробка сигналів, комп'ютерне моделювання.

## ABSTRACT

**Zorin O.S. Models and Methods for Adaptive Signal Detection in Non-Gaussian Noise in Information-Measurement Systems. – Qualification scientific work as a manuscript.**

Dissertation for the degree of Doctor of Philosophy in specialty 152 – Metrology and Information-Measuring Technology (15 Automation and Instrumentation). – Cherkasy State Technological University, Ministry of Education and Science of Ukraine, Cherkasy, 2026.

The dissertation solves the scientific and technical problem of increasing the efficiency of bipolar discrete RZ-signal detection systems in information-measurement systems (IMS) under additive interaction with non-Gaussian noise. This is achieved through the implementation of moment-cumulant models of the investigated random variables and the synthesis of adaptive polynomial decision rules, which are optimal according to the adapted moment quality criterion for testing statistical hypotheses. This ensures high noise immunity of communication channels under conditions of a priori uncertainty regarding the type and parameters of the noise distribution law. The results obtained were used in the development of methods and algorithms for statistical signal processing and software tools for computer modeling of IMS functioning processes in non-Gaussian noise.

The work notes that the application of traditional approaches to the research and development of signal processing systems in IMS has several limitations related to the complexity of algorithmic implementation and significant requirements for computational resources. This complicates the construction of effective software and algorithmic tools for statistical signal processing in IMS communication channels. Additional difficulties arise when noise is non-Gaussian in nature, which leads to a deviation of its statistical characteristics from the classical Gaussian model. Under such conditions, traditional signal processing methods based on the use of Gaussian probability density functions and corresponding probabilistic quality criteria lose their effectiveness or require significant complication of implementation algorithms. This necessitates the use of alternative approaches to the statistical description of random processes and the synthesis of decision rules for signal detection tasks in IMS.

Modern research shows that to solve signal processing problems in non-Gaussian noise, an approach based on the moment-cumulant description of random variables is promising. This approach involves using moments and cumulants to describe the

statistical properties of the investigated processes and allows for adequately accounting for the deviations of their distributions from the Gaussian model. The use of moment-cumulant representation provides the possibility of effective statistical description of non-Gaussian processes and creates the preconditions for constructing signal detection algorithms under their additive interaction with noise in IMS communication channels. This allows for the formation of effective decision rules (DR) for signal detection tasks in non-Gaussian noise.

A new approach is proposed for constructing mathematical models of the additive mixture of RZ-signals and non-Gaussian random variables, based on the use of moment-cumulant description of statistical characteristics. The application of such an approach allows for accounting for the deviations of distributions from the Gaussian model as well as the skewness and kurtosis parameters of the investigated random process. The proposed models create a theoretical basis for the synthesis of effective decision rules for adaptive signal detection during the operation of an automated IMS in non-Gaussian noise.

The work shows that the likelihood ratio in statistical hypothesis testing can be represented as a polynomial decision rule, the optimal coefficients of which are determined based on the moment quality criterion. The moment quality criterion has been adapted for multialternative statistical hypothesis testing. Based on the adapted criterion, methods have been developed for the synthesis of nonlinear signal detection algorithms in non-Gaussian noise, which provide an increase in the efficiency of decision-making in IMS communication channels.

Based on the proposed models and developed methods, linear and nonlinear decision rules for adaptive signal detection have been synthesized, their properties investigated, and efficiency characteristics obtained under the influence of various types of non-Gaussian noise. It is shown that the use of nonlinear processing of sampled values and the inclusion of higher-order statistics of non-Gaussian processes in the form of skewness and kurtosis coefficients, unlike known methods oriented toward Gaussian noise models, ensures an increase in signal detection efficiency.

In particular, this is manifested in a decrease in the value of the moment quality criterion of the decision rule and a corresponding reduction in the probabilities of type I and type II errors compared to the results obtained for Gaussian noise models. The proposed nonlinear decision rules provide an increase in the efficiency of decision-making in tasks of adaptive signal detection in non-Gaussian noise within IMS communication channels.

The software tools for computer modeling of adaptive signal detection processes in non-Gaussian noise within IMS communication channels, developed based on the dissertation research results, are presented. The implementation of the simulation model was carried out in the Matlab/Simulink environment, which allowed for the construction of a block diagram of the IMS communication channel with the formation of an additive mixture of RZ-signals and non-Gaussian noise, and the implementation of algorithms for their adaptive processing. Within the model, the formation of RZ-signals, generation of non-Gaussian noise, estimation of the statistical characteristics of the signal and noise, as well as the implementation of polynomial DRs for signal detection, are realized. The conducted computer modeling allowed for investigating the efficiency of the synthesized algorithms and confirming the feasibility of using nonlinear polynomial DRs to increase signal detection efficiency in non-Gaussian noise within IMS communication channels.

The author has developed a software package whose structure and set of modules provide computer modeling of signal detection processes under the additive interaction of RZ-signals and various types of non-Gaussian noise. The effectiveness of the software modules has been confirmed through computational experiments. The developed software tools were tested on model examples, and the efficiency of the synthesized signal detection algorithms was investigated.

The scientific novelty of the dissertation research lies in the creation of mathematical models for the additive mixture of RZ-signals and non-Gaussian random variables, methods for mathematical modeling of signal processing in IMS based on the moment-cumulant representation of the statistical characteristics of random processes, and the development of an adapted moment quality criterion for multialternative statistical hypothesis testing. Unlike existing approaches, these allow for an adequate



description of non-Gaussian noise and increase the accuracy of signal processing in automated information-measurement systems.

The practical significance of the results obtained lies in the possibility of using the developed mathematical models, methods, and algorithms to increase the efficiency of signal detection in IMS communication channels when operating in non-Gaussian noise. The proposed adaptive polynomial DRs can be used in the development of algorithmic software for signal processing systems. The developed software package for computer modeling, implemented in the Matlab/Simulink environment, allows for investigating the efficiency of adaptive RZ-signal detection algorithms and can be applied to the design and research of IMS operating in complex noise conditions.

**Keywords:** information-measurement systems, RZ-signals, non-Gaussian noise, adaptive signal detection, signal parameter estimation, moment-cumulant description, adapted moment quality criterion, polynomial decision rules, statistical signal processing, computer modeling.

#### Список опублікованих праць за темою дисертації:

– *статті у наукових фахових виданнях України, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації:*

1. В.В.Палагін, О.А.Палагіна, Т.В.Воробкало, С.С.Мартиненко, О.С.Зорін. Моделі та методи обробки сигналів на фоні корельованих ексцесних процесів // Вісник НТУУ “КПІ”. Серія Радіотехніка, Радіоапаратобудування, 2025, 101, С. 6–17. DOI: 10.20535/RADAP.2025.101.6-17 URL: <https://radap.kpi.ua/radiotechnique/article/download/2093/1618/6752>. ISSN 2310-0389. Фахове видання категорії А (включене до: Web of Science, DOAJ, Index Copernicus, OCLC WorldCat, EBSCO, НБУ, Bielefeld Academic Search, oai.org.ua, Ulrich’s Periodicals Directory, «Джерело» ІПІ НАНУ).

*Особистий внесок автора полягає у розробці математичних моделей та методів поліноміального виявлення сигналів на фоні асиметрично-ексцесних негаусових завад, синтезі поліноміальних розв’язувальних правил на основі адаптованого моментного критерію та проведенні комп’ютерного моделювання*

*ефективності запропонованих методів. Обсяг особистого внеску автора становить 0,3 друк. арк.*

2. Палагін, В.В. і Зорін, О.С. 2023. Моделі та методи розрізнення RZ-сигналів в інформаційно-вимірювальних системах на фоні асиметричних негаусових завад. Вісник Вінницького політехнічного інституту. 4 (Серп. 2023), 78–86. DOI: <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2023-169-4-78-86>. URL: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/vvpi\\_2023\\_4\\_12](http://nbuv.gov.ua/UJRN/vvpi_2023_4_12). ISSN 1997-9266. Фахове видання категорії Б (включене до: Index Copernicus International, Google Scholar і реферується в Українському реферативному журналі «Джерело»).

*Особистий внесок автора полягає у розробці математичних моделей RZ-сигналів та методів їх розрізнення в інформаційно-вимірювальних системах при функціонуванні на фоні асиметричних негаусових завад, формуванні алгоритмів статистичної обробки сигналів та проведенні комп'ютерного моделювання ефективності запропонованих методів. Обсяг особистого внеску автора становить 0,3 друк. арк.*

3. Палагін В.В, Палагіна О.А., Зорін О.С. Комп'ютерне моделювання системи обробки шумових сигналів на фоні негаусових завад / В.В. Палагін, Палагіна О.А., Зорін О.С., // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Технічні науки: зб. наук. праць – Кам.-Подільський: Кам.-Подільський нац. ун-т ім. Івана Огієнка, 2017. – Вип. 16. – С. 104-113. DOI: <https://doi.org/10.32626/2308-5916.2017-16.104-113>, ISSN 2308-5916, URL: <https://mcm-tech.kpnu.edu.ua/article/view/121837/116825>. Фахове видання категорії Б (включене до: Bielefeld Academic Search Engine, Citefactor, Cosmos Impact Factor, Crossref, JIFACTOR, General Impact Factor (GIF), Google Академія, InfoBase Index, International Citation Index OF JOURNAL IMPACT FACTOR & INDEXING, OpenAIRE, PKP Index, ResearchBib, Scientific Indexing Services (SIS), WorldCat, Наукова періодика України НБУВ).

*Особистий внесок автора полягає у розробці математичних моделей сигналів та негаусових завад, формуванні алгоритмів статистичної обробки вибірових значень та проведенні комп'ютерного моделювання процесів виявлення*

сигналів на фоні негаусових завад. Обсяг особистого внеску автора становить 0,2 друк. арк.

4. В.Палагін, О.Палагіна, О. Зорін. 2015. Синтез алгоритмів розрізнення шумових сигналів при прийомі даних на фоні асиметричних негаусових завад / В.Палагін, О.Палагіна, О. Зорін // Вісник Черкаського державного технологічного університету. Серія Технічні науки. – Черкаси: ЧДТУ, 2015. – № 2. – С. 5 – 12. URL: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vchdtu\\_2015\\_2\\_3](http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vchdtu_2015_2_3). ISSN 2306-4412. Фахове видання категорії Б (включене до: Google Scholar, Index Copernicus, Національна бібліотека України імені В. І. Вернадського).

*Особистий внесок автора полягає у розробці математичних моделей сигналів та асиметричних негаусових завад, синтезі алгоритмів статистичного розрізнення сигналів та проведенні аналізу ефективності запропонованих алгоритмів. Обсяг особистого внеску автора становить 0,2 друк. арк.*

**– статті у іноземних виданнях, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації:**

5. Smirnov, D., Zorin, O., Palahina, E., Ivchenko, O., Palahin, V. (2024). Development of Moment Quality Criterion and Polynomial Methods for Signals Detection and Distinction in Non-Gaussian Noise. In: Faure, E., et al. Information Technology for Education, Science, and Technics. ITEST 2024. Lecture Notes on Data Engineering and Communications Technologies, vol 221., pp.368–381, Springer, Cham. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-031-71801-4\\_27](https://doi.org/10.1007/978-3-031-71801-4_27), ISSN 2367-4512, URL: [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-71801-4\\_27](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-71801-4_27).

**Видання індексується в наукометричній базі Scopus.**

*Особистий внесок автора полягає у розробці поліноміальних розв’язувальних правил для задач виявлення та розрізнення сигналів на фоні негаусових завад, формуванні статистик на основі моментного представлення випадкових процесів та проведенні комп’ютерного моделювання ефективності запропонованих методів. Обсяг особистого внеску автора становить 0,2 друк. арк.*

6. Volodymyr Palahin, Oleksandr Zorin. Models and Methods for RZ-signals distinction in non-Gaussian noise for information-measurement systems. Journal of

Electrical Engineering Vol. 75, No. 5, 2024, pp. 372-382. DOI: <https://doi.org/10.2478/jee-2024-0045>. ISSN 13353632 URL: <https://reference-global.com/article/10.2478/jee-2024-0045?tab=download>. **Видання індексується в наукометричній базі Scopus.**

*Особистий внесок автора полягає у розробці математичних моделей RZ-сигналів та асиметричних негаусових завад, синтезі поліноміальних розв'язувальних правил для задачі розрізнення сигналів, а також у проведенні комп'ютерного моделювання ефективності запропонованих методів в інформаційно-вимірювальних системах. Обсяг особистого внеску автора становить 0,4 друк. арк.*

**– наукові праці, що засвідчують апробацію матеріалів дисертації:**

7. Palahin V.V., Palahina O.A., Ivchenko O.V., Zorin O.C. Methods of Signal Processing in Correlated non-Gaussian Noise // X International Scientific-Practical Conference Physical and Technological Problems of Transmission, Processing and Storage of Information in Infocommunication Systems 15-17 May 2025, Chernivtsi, Ukraine, ISBN 978-966-423-971-1. URL: <https://drive.google.com/drive/folders/1WtGHyXGLooQgBSCqNW32qOV0mj0-bQr8>

*Особистий внесок автора полягає у розробці методів статистичної обробки сигналів на фоні негаусових завад, формуванні математичних моделей сигналів та завад і проведенні аналізу ефективності запропонованих методів. Обсяг особистого внеску автора становить 0,2 друк. арк.*

8. Палагін В.В., Зорін О.С., Вербицький О.А., Передача даних в інформаційно-вимірювальних системах біполярними дискретними RZ-сигналами на фоні ексцесних негаусових завад // Вісімнадцята міжнародна науково-практична конференція «Інтегровані інтелектуальні робототехнічні комплекси» (ІРТК-2025) 20-21 травня 2025 року. URL: [https://education.khai.edu/conferences/published/iirtk-2025\\_compressed.pdf](https://education.khai.edu/conferences/published/iirtk-2025_compressed.pdf).

*Особистий внесок автора полягає у розробці математичних моделей передачі даних в інформаційно-вимірювальних системах із використанням біполярних дискретних RZ-сигналів на фоні ексцесних негаусових завад,*

*формуванні алгоритмів статистичної обробки сигналів та проведенні аналізу ефективності запропонованих методів. Обсяг особистого внеску автора становить 0,2 друк. арк.*

9. Зорін О.С., Методи підвищення ефективності обробки RZ - сигналів на фоні негаусових завад в інформаційно-вимірювальних системах (IBC) // 19-та Міжнародна науково-технічна конференція "Перспективи телекомунікацій" Збірник тез конференції. К.: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2025. – С. 55-57. URL: <https://conferenc-journal.its.kpi.ua/>

*Особистий внесок автора полягає у розробці методів підвищення ефективності обробки RZ-сигналів в інформаційно-вимірювальних системах при функціонуванні на фоні негаусових завад, формуванні математичних моделей сигналів та проведенні аналізу ефективності запропонованих методів. Обсяг особистого внеску автора становить 0,2 друк. арк.*

10. Зорін О.С., Палагін В.В. Моделювання системи розрізнення RZ-сигналів в Matlab/Simulink на фоні асиметрично-ексцесних негаусових завад // Сімнадцята міжнародна науково-практична конференція «Інтегровані інтелектуальні робототехнічні комплекси» (ІПРТК-2024), 21–22 травня 2024 р., Київ, Україна. – С. 178–180.

*Особистий внесок автора полягає у побудові моделі системи розрізнення RZ-сигналів у середовищі Matlab/Simulink при функціонуванні на фоні асиметрично-ексцесних негаусових завад, формуванні алгоритмів статистичної обробки сигналів та проведенні комп'ютерного моделювання ефективності запропонованого підходу. Обсяг особистого внеску автора становить 0,2 друк. арк.*

11. D.Smirnov, V.Chepurnoha, O.Zorin, A.Honcharov, E.Palahina, V.Palahin. The Methods of Joint Signal Discrimination and Parameters Estimation in non-Gaussian Noise // IEEE 4th International Conference on Advanced Trends in Information Theory, ATIT 2022, Kyiv, pp. 23-27. DOI: <https://doi.org/10.1109/ATIT58178.2022.10024190> URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/10024190/references#references>. ISBN: 979-8-3503-3262-9. Видання індексується в наукометричній базі Scopus.

*Особистий внесок автора полягає у розробці методів статистичного розрізнення сигналів та оцінювання їх параметрів на фоні негаусових завад, формуванні поліноміальних розв'язувальних правил та проведенні комп'ютерного моделювання ефективності запропонованих методів. Обсяг особистого внеску автора становить 0,1 друк. арк.*

12. Зорін О.С., Моделі та методи розрізнення RZ-сигналів на фоні асиметрично-ексцесних негаусових завад // 28-й Міжнародний молодіжний форум «Радіоелектроніка та молодь у XXI столітті». 36. Матеріалів форуму. Т.4. – Харків: ХНУРЕ. 2024. – С. 16-18. UPL: <https://openarchive.nure.ua/server/api/core/bitstreams/3a4ec353-cef5-4281-b6d2-b7e6b0ceeed/content>

*Особистий внесок автора полягає у розробці математичних моделей та методів розрізнення RZ-сигналів при функціонуванні інформаційно-вимірювальних систем на фоні асиметрично-ексцесних негаусових завад, формуванні алгоритмів статистичної обробки сигналів та проведенні аналізу ефективності запропонованих методів. Обсяг особистого внеску автора становить 0,2 друк. арк.*

13. Volodymyr Palahin, Olena Palahina, Daniil Smirnov, Oleksandr Zorin. Polynomial Methods and Algorithms for Signals Detection and Distinction in Non-Gaussian Noise // «Modern Problems of Mathematical Modelling, Forecasting, and Optimization» in memory of the Honorary Professor of the Kamianets-Podilskyi National University, Dr. Sc., Prof., Cor. member NAPSU Anatoliy Fedorovich VERLAN. с.66-68. URL: [https://cs.kpnu.edu.ua/wp-content/uploads/2024/07/optima\\_2024-tezdop\\_1.pdf](https://cs.kpnu.edu.ua/wp-content/uploads/2024/07/optima_2024-tezdop_1.pdf)

*Особистий внесок автора полягає у розробці поліноміальних методів і алгоритмів виявлення та розрізнення сигналів на фоні негаусових завад, формуванні статистик на основі моментного представлення випадкових процесів та проведенні аналізу ефективності запропонованих методів. Обсяг особистого внеску автора становить 0,2 друк. арк.*

14. Daniil Smirnov, Oleksandr Zorin, Elena Palahina, Volodymyr Palahin. Development of Moment Quality Criterion and Polynomial Methods for Signals Detection and Distinction in Non-Gaussian Noise // VII Міжнародна науково-практична конференція “Інформаційні технології в освіті, науці й техніці” ІТОНТ-2024, с.195-196. URL: [https://knsa.chdtu.edu.ua/wp-content/uploads/2024/06/Conference-Proceedings-ITEST-2024\\_25\\_06.pdf](https://knsa.chdtu.edu.ua/wp-content/uploads/2024/06/Conference-Proceedings-ITEST-2024_25_06.pdf)

*Особистий внесок автора полягає у застосуванні моментного критерію якості перевірки статистичних гіпотез та оцінювання його ефективності в задачах виявлення сигналів на фоні негаусових завад та становить 0,1 друк. арк.*

15. Зорін О.С., Палагін В.В. Передача даних в інформаційно-вимірювальних системах біполярними дискретними RZ-сигналами на фоні асиметричних негаусових завад // Шістнадцята міжнародна науково-практична конференція «Інтегровані інтелектуальні робототехнічні комплекси» (ІРТК-2023) 23-24 травня 2023 року Київ, Україна, 154-156с.

*Особистий внесок автора полягає у розробці математичних моделей передачі даних в інформаційно-вимірювальних системах із використанням біполярних дискретних RZ-сигналів при функціонуванні системи на фоні асиметричних негаусових завад, формуванні алгоритмів статистичної обробки сигналів та проведенні аналізу ефективності запропонованих методів. Обсяг особистого внеску автора становить 0,2 друк. арк.*

16. Зорін О.С., Палагін В.В. Адаптивна система прийому даних біполярними дискретними сигналами в інформаційно-вимірювальних системах на фоні асиметричних негаусових завад // Інформаційні технології та комп'ютерне моделювання: матеріали міжнародної науково-практичної конференції, 6–8 липня 2023 р., Івано-Франківськ. – Івано-Франківськ, 2023. – С. 181–182. URL: <https://er.chdtu.edu.ua/bitstream/ChSTU/4652/1/zbirnuk-2023.pdf>

*Особистий внесок автора полягає у розробці математичної моделі адаптивної системи прийому даних біполярними дискретними сигналами в інформаційно-вимірювальних системах при функціонуванні системи на фоні асиметричних негаусових завад, формуванні алгоритмів статистичної обробки*

*сигналів та проведенні аналізу ефективності запропонованого підходу. Обсяг особистого внеску автора становить 0,1 друк. арк.*

17. Зорін О.С., Сумісне розрізнення сигналів та оцінювання їх параметрів на фоні негаусових завад в системах прийому дискретних сигналів // V Всеукраїнська науково-технічної конференції «Комп'ютерні технології: інновації, проблеми, рішення», м. Житомир, 01–02 грудня 2022 р. – Житомир: Житомирська політехніка, 2022. – С. 330-331. UPL: <https://conf.ztu.edu.ua/wp-content/uploads/2023/02/povnyy-tekst.pdf>.

*Особистий внесок автора полягає у розробці методів сумісного розрізнення сигналів та оцінювання їх параметрів при функціонуванні систем прийому дискретних сигналів на фоні негаусових завад, формуванні статистичних алгоритмів обробки сигналів та проведенні аналізу ефективності запропонованого підходу. Обсяг особистого внеску автора становить 0,1 друк. арк.*

18. V.Palahin, J.Juhár, O. Zorin, D.Viediarnikov, E. Palahina. Computer Modeling of Noise Signals Proccesing System in non-Gaussian Noise // IEEE 38th International Conference on Electronics and Nanotechnology (ELNANO-2018), April 24-26, 2018, pp.658-662.DOI:10.1109/ELNANO.2018.8477442/ URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8477442>. ISBN: 978-1-5386-6384-4. **Видання індексується в наукометричній базі Scopus.**

*Особистий внесок автора полягає у розробці математичних моделей сигналів та негаусових завад, побудові алгоритмів комп'ютерного моделювання системи обробки сигналів та проведенні аналізу ефективності запропонованих підходів. Обсяг особистого внеску автора становить 0,1 друк. арк.*

19. Палагін В.В., Зорін О.С. Моделювання систем передачі даних шумовими негаусовими сигналами з ексцесною модуляцією // Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації: матеріали міжнародної наукової конференції, присвяченої 100-річчю Національної академії наук України та 100-річчю Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка, 18–20 квітня 2018 р., Кам'янець-Подільський. – Кам'янець-



Подільський, 2018. – С. 28–29. UPL: [https://cs.kpnu.edu.ua/wp-content/uploads/2019/11/tezy\\_2018.pdf](https://cs.kpnu.edu.ua/wp-content/uploads/2019/11/tezy_2018.pdf).

*Особистий внесок автора полягає у розробці математичної моделі системи передачі даних шумовими негаусовими сигналами з ексцесною модуляцією, формуванні алгоритмів статистичної обробки сигналів та проведенні аналізу ефективності запропонованого підходу. Обсяг особистого внеску автора становить 0,1 друк. арк.*

20. Зорін О.С., Палагін В.В., Палагіна О.А. Моделювання системи передачі даних шумовими негаусовими сигналами з асиметричною модуляцією у віртуальному середовищі MATLAB (Simulink) // Обробка сигналів і негауссівських процесів: праці VI Міжнародної науково-практичної конференції, присвяченої пам'яті проф. Ю.П. Кунченка. – Черкаси: ЧДТУ, 2017. – С. 215–217. UPL: <https://chdtu.edu.ua/files/fet/OSNP2017.pdf>

*Особистий внесок автора полягає у побудові моделі системи передачі даних шумовими негаусовими сигналами з асиметричною модуляцією у середовищі MATLAB/Simulink, формуванні алгоритмів статистичної обробки сигналів та проведенні аналізу ефективності запропонованого підходу. Обсяг особистого внеску автора становить 0,1 друк. арк.*

21. Палагін В.В. Синтез алгоритмів розрізнення шумових сигналів при передачі даних на фоні негаусових завад / Палагін В.В., Зорін О.С. // Праці V Міжнародної науково-практичної конференції «Обробка сигналів і негауссівських процесів», присвяченої пам'яті професора Ю.П.Кунченка: Тези доповідей. – Черкаси: ЧДТУ, 2015. – с.126-128.

*Особистий внесок автора полягає у розробці алгоритмів розрізнення шумових сигналів при передачі даних на фоні негаусових завад, формуванні математичних моделей сигналів та проведенні аналізу ефективності запропонованих методів. Обсяг особистого внеску автора становить 0,2 друк. арк.*

## ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ.....	20
ВСТУП.....	21
РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ МЕТОДІВ ВИЯВЛЕННЯ СИГНАЛІВ ТА ОЦІНЮВАННЯ ЇХ ПАРАМЕТРІВ НА ФОНІ НЕГАУСОВИХ ЗАВАД В ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНИХ СИСТЕМАХ .....	30
1.1 Аналіз задач математичного моделювання процесів виявлення сигналів на фоні завад в інформаційно-вимірювальних системах.....	31
1.2 Методи опису випадкових величин і процесів.....	40
1.3 Ймовірнісні критерії якості перевірки статистичних гіпотез та їх застосування.....	46
1.4 Аналіз моментних критеріїв якості перевірки статистичних гіпотез .....	54
1.5 Огляд статистичних методів оцінювання параметрів сигналів.....	58
1.6 Висновки.....	62
РОЗДІЛ 2. МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ ВИЯВЛЕННЯ ТА СУМІСНОГО ОЦІНЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ СИГНАЛІВ НА ФОНІ НЕГАУСОВИХ ЗАВАД	64
2.1 Побудова структури адаптивного виявлення сигналів та оцінювання їх параметрів на фоні завад .....	64
2.2 Математичні моделі негаусових випадкових процесів в задачах виявлення сигналів.....	67
2.3 Побудова методу та алгоритмів сумісного оцінювання параметрів негаусових завад при використанні методу моментів .....	85
2.4 Моментний критерій якості мінімуму верхньої границі ймовірностей помилок .....	93
2.5 Адаптація моментного критерію якості для багатоальтернативної перевірки статистичних гіпотез.....	100
2.6 Висновки.....	107

РОЗДІЛ 3. СИНТЕЗ ТА АНАЛІЗ ПОЛІНОМІАЛЬНИХ АЛГОРИТМІВ ВИЯВЛЕННЯ RZ СИГНАЛІВ НА ФОНІ НЕГАУСОВИХ ЗАВАД.....	109
3.1 Синтез та аналіз поліноміальних алгоритмів виявлення сигналів на фоні асиметричних негаусових завад .....	109
3.2 Синтез поліноміальних алгоритмів виявлення сигналів на фоні асиметрично-ексцесних негаусових завад.....	122
3.3. Синтез поліноміальних алгоритмів виявлення сигналів на фоні ексцесних негаусових завад.....	130
3.5. Висновки .....	141
РОЗДІЛ 4. ПРОГРАМНІ ЗАСОБИ КОМП'ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ АДАПТИВНОГО ВИЯВЛЕННЯ СИГНАЛІВ ТА ОЦІНЮВАННЯ ЇХ ПАРАМЕТРІВ В ІНФОРМАЦІЙНО – ВИМІРЮВАЛЬНИХ СИСТЕМАХ НА ФОНІ НЕГАУСОВИХ ЗАВАД.....	143
4.1 Практична реалізація методів оцінювання та виявлення RZ-сигналів на фоні негаусових завад у середовищі Matlab/Simulink.....	143
4.2 Комп'ютерне моделювання поліноміальних алгоритмів оцінювання та виявлення RZ-сигналів при функціонуванні ІВС на фоні негаусових завад....	146
4.3 Аналіз ефективності алгоритмів оцінювання та виявлення RZ-сигналів при функціонуванні ІВС на фоні негаусових завад .....	165
4.4 Висновки .....	174
ВИСНОВОК.....	177
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	180
ДОДАТКИ.....	191

## ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

- АЦП – аналого-цифрового перетворення
- ВП– випадкові процеси
- ВВ – випадкові величини
- ІВС – інформаційно-вимірювальні системи
- МНК – метод найменших квадратів
- ММП – метод максимальної правдоподібності
- ОДЗ – область допустимих значень
- РП – розв’язувальне правило
- AUC – (англ. Area Under Curve) площа під кривою
- RZ – (англ. Return-to-Zero) повернення до нуля
- ROC – (англ. Receiver Operating Characteristic) робоча характеристика приймача

## ВСТУП

Системи обробки та виявлення сигналів є важливою складовою сучасних інформаційно-вимірювальних систем, що застосовуються у задачах діагностики, контролю, управління та моніторингу технологічних процесів. Одним із ключових елементів таких систем є канал зв'язку, через який здійснюється передавання вимірювальної інформації від первинних перетворювачів до пристроїв обробки та прийняття рішень. Зі зростанням вимог до точності, надійності та швидкодії інформаційно-вимірювальних систем ускладнюються умови функціонування каналів зв'язку, що безпосередньо впливає на ефективність процесів обробки та виявлення сигналів.

Важливим напрямом удосконалення інформаційно-вимірювальних систем є не лише розвиток технічних засобів вимірювання та передачі даних, а й розробка ефективних методів обробки сигналів у каналах зв'язку. Застосування математичного та комп'ютерного моделювання дозволяє досліджувати процеси передавання та обробки сигналів з урахуванням випадкової природи випадкових процесів, а також особливостей функціонування каналів зв'язку інформаційно-вимірювальних систем на фоні складних негаусових завад.

Побудова систем виявлення сигналів у каналах зв'язку інформаційно-вимірювальних систем зазвичай ґрунтується на класичних підходах теорії перевірки статистичних гіпотез, які не накладають жорстких обмежень на форму розподілу випадкових величин (ВВ). На практиці при синтезі алгоритмів обробки сигналів найчастіше використовується гаусова модель завад, що зумовлено її математичною зручністю та добре розвиненим аналітичним апаратом.

Разом з тим у реальних умовах функціонування інформаційно-вимірювальних систем передавання сигналів здійснюється каналами зв'язку на фоні завад складної фізичної природи. Вплив різноманітних дестабілізуючих чинників, зокрема електромагнітних перешкод, комутаційних процесів у електронних пристроях та перехідних явищ у лініях передачі, призводить до формування завад, статистичні характеристики яких можуть істотно відрізнятися від гаусової моделі ВВ. Випадкові процеси (ВП) у каналах передачі вимірювальної

інформації доцільно описувати негаусовими моделями ВП і ВВ, що ускладнює застосування традиційних методів обробки сигналів та потребує розробки більш ефективних алгоритмів виявлення сигналів при функціонуванні систем на фоні негаусових завад.

Застосування класичних підходів до опису ВВ, що базуються на використанні щільності ймовірності розподілу ВВ, характеристичних функцій та інших імовірнісних характеристик, при дослідженні та розробці систем обробки негаусових ВП має суттєві обмеження. Такі обмеження пов'язані з високою алгоритмічною складністю відповідних методів та зростанням вимог до обчислювальних ресурсів. Це ускладнює створення ефективних програмно-апаратних засобів обробки сигналів у інформаційно-вимірювальних системах, особливо в умовах реального часу.

Крім того, використання традиційних методів обробки сигналів, що ґрунтуються на ймовірнісних критеріях якості, таких як критерій Байєса або критерій максимальної правдоподібності, передбачає наявність апіорної інформації про щільність розподілу ВВ. У випадку функціонування систем на фоні негаусових завад така інформація часто є невідомою або складною для аналітичного опису. Це істотно ускладнює застосування класичних підходів до побудови ефективних алгоритмів виявлення сигналів у каналах передачі інформаційно-вимірювальних систем (ІВС).

Сучасні дослідження показують, що для обробки негаусових процесів перспективним є підхід, який базується на використанні статистик вищих порядків, зокрема моментів та кумулянтів, для опису статистичних характеристик ВВ. Такий підхід дозволяє з достатньою точністю описувати статистичні властивості негаусових ВП без необхідності явного задання щільності розподілу.

Використання моментно-кумулянтного опису дає змогу ефективно враховувати особливості негаусових завад, зокрема їх асиметрію та ексцес, що характерно для багатьох практичних задач обробки сигналів у інформаційно-вимірювальних системах. Це створює передумови для побудови ефективних алгоритмів оцінювання параметрів та виявлення сигналів при функціонуванні

систем на фоні негаусових завад, а також сприяє зменшенню обчислювальної складності відповідних алгоритмів обробки сигналів.

Для адекватного опису негаусових випадкових процесів, що виникають у каналах передачі вимірювальної інформації ІВС, доцільно використовувати моментно-кумулянтні моделі, які базуються на застосуванні статистик вищих порядків. Використання таких моделей потребує проведення додаткових теоретичних і практичних досліджень, спрямованих на розробку ефективних методів опису статистичних характеристик негаусових ВП і ВВ.

Зокрема, актуальним є розроблення математичних моделей на основі сумісних моментів та кумулянтів, що дозволяють більш повно враховувати особливості статистичної структури негаусових процесів. На основі таких моделей можлива адаптація моментного критерію перевірки статистичних гіпотез для його застосування у задачах багатоальтернативної перевірки статистичних гіпотез при синтезі поліноміальних розв'язувальних правил (РП) виявлення сигналів.

Проблемам розробки математичних моделей та методів обробки випадкових процесів присвячено значну кількість наукових праць. Вагомий внесок у розвиток теорії статистичної обробки сигналів зробили такі вчені, як Harry L. Van Trees, Wilbur B. Davenport, Steven M. Kay, Dennis Middleton, Callyampudi Radhakrishna Rao, Bernard Picinbono та інші дослідники. Значний розвиток ці напрямки отримали також у працях вітчизняних учених, зокрема Я.П. Драгана, Ю.П. Кунченка, В.А. Тихонова, Я.Д. Ширмана, М.І. Шлезінгера, Л.С. Сікори, Б.Г. Марченка, І.М. Яворського та інших.

Питання дослідження та практичного застосування методів обробки негаусових випадкових процесів знайшли відображення у наукових роботах сучасних дослідників, серед яких В.С. Берегун, Т.В. Воробкало, О.С. Гавриш, А.В. Гончаров, С.В. Заболотній, О.В. Івченко, О.І. Красильников, Ю.Г. Лега, С.С. Мартиненко, В.В. Палагін, С.М. Первунінський, В.А. Тихонов, В.А. Чепинога, В.В. Філіпов та інші. У цих роботах розглядаються різні підходи до опису та обробки негаусових випадкових процесів, що виникають у каналах передачі інформації, у тому числі в інформаційно-вимірювальних системах.

Отже, актуальною науково-технічною задачею є розробка моделей та методів математичного і комп'ютерного моделювання процесів адаптивного виявлення сигналів у каналах зв'язку ІВС при їх функціонуванні на фоні негаусових завад. Розв'язання цієї задачі спрямоване на підвищення ефективності обробки та виявлення сигналів у каналах передачі вимірювальної інформації сучасних ІВС.

Підхід до вирішення поставленої задачі передбачає розробку математичних моделей суміші дискретних RZ-сигналів і негаусових завад на основі моментно-кумулянтного представлення ВП, адаптацію моментного критерію якості для багатоальтернативної перевірки статистичних гіпотез та синтез лінійних і нелінійних поліноміальних розв'язувальних правил (РП) для реалізації адаптивного виявлення сигналів у каналах передачі інформаційно-вимірювальних систем. Реалізація такого підходу дозволяє підвищити ефективність обробки та виявлення сигналів у системах контролю, діагностики та моніторингу при їх функціонуванні на фоні негаусових, зокрема асиметричних, ексцесних та асиметрично-ексцесних завад.

### **Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.**

Науковий напрямок дисертаційної роботи відповідає планам науково-дослідних робіт, які проводилися в Черкаському державному технологічному університеті. Дослідження виконані відповідно до науково-дослідних робіт: «Моделі, методи та засоби сумісного виявлення сигналів та оцінювання їх параметрів на фоні негаусових завад», номер державної реєстрації 0122U201835; «Методи адаптивного виявлення сигналів в умовах неповної визначеності негаусівських завад», номер державної реєстрації 0123U105373, де автор був виконавцем окремих розділів.

**Метою дисертаційної роботи** є підвищення ефективності функціонування інформаційно-вимірювальних систем шляхом синтезу адаптивних поліноміальних алгоритмів виявлення дискретних RZ сигналів на основі реалізації моментно-кумулянтних моделей досліджуваних випадкових процесів та формування адаптованого моментного критерію якості багатоальтернативної перевірки статистичних гіпотез для побудови ефективних методів обробки сигналів.



Для досягнення зазначеної мети передбачає виконання наступних завдань:

- проведення аналізу наукових та практичних досліджень щодо особливостей використання RZ-сигналів при функціонуванні ІВС в складних заводських умовах та застосування моделей і методів обробки негаусових випадкових процесів в задачах багатоальтернативної перевірки статистичних гіпотез при моментно-кумулянтному представленні випадкових величин;
- синтез математичних моделей негаусових ВП в умовах адитивної взаємодії RZ-сигналів і негаусових завод на основі статистик вищих порядків для їх представлення;
- адаптація моментного критерію якості багатоальтернативної перевірки статистичних гіпотез для розробки поліноміальних методів виявлення сигналів при адитивній взаємодії з негаусовими заводами;
- синтез та аналіз ефективності обчислювальних алгоритмів виявлення сигналів на фоні негаусових завод при застосуванні сумісних методів оцінювання їх параметрів;
- розробка програмних засобів та імітаційних моделей комп'ютерного моделювання для експериментального дослідження ефективності систем адаптивної обробки сигналів на фоні негаусових завод.

**Об'єкт дослідження** — процеси виявлення RZ-сигналів на фоні негаусових завод у системах прийому та обробки даних ІВС.

**Предмет дослідження** — математичні моделі RZ-сигналів та негаусових випадкових величин на основі статистик вищих порядків, адаптований моментний критерій якості багатоальтернативної перевірки статистичних гіпотез та адаптивні алгоритми поліноміальної обробки сигналів.

**Методи дослідження.** Методологічною основою наукового дослідження є методи теорії ймовірності та математичної статистики (для дослідження і опису ВП та побудови їх математичних моделей), методи математичного аналізу (для адаптації моментного критерію якості для багатоальтернативної перевірки статистичних гіпотез), методи теорії обробки сигналів та теорії перевірки статистичних гіпотез (для синтезу поліноміальних РП виявлення сигналів у

каналах зв'язку інформаційно-вимірювальних систем). Для дослідження ефективності запропонованих методів використовувались методи математичного та комп'ютерного моделювання процесів виявлення сигналів.

**Наукова новизна проведеного дослідження** полягає у розробці моделей та методів математичного моделювання процесів адаптивного виявлення дискретних RZ-сигналів на фоні негаусових завад в інформаційно-вимірювальних системах. Запропоновані методи базуються на використанні моментно-кумулянтного представлення випадкових процесів, адаптації моментного критерію якості багатоальтернативної перевірки статистичних гіпотез та застосуванні поліноміальних розв'язувальних правил для побудови ефективних алгоритмів адаптивної обробки сигналів. Основні отримані результати полягають в наступному:

*Вперше розроблено:*

- математичні моделі суміші RZ-сигналів та негаусових асиметричних, ексцесних і асиметрично-ексцесних випадкових величин на основі моментно-кумулянтного представлення, які на відміну від існуючих моделей враховують інформативні параметри вищих порядків та забезпечують повноту опису досліджуваних випадкових процесів, що дозволило адаптувати моментний критерій якості для багатоальтернативної перевірки статистичних гіпотез та синтезувати поліноміальні розв'язувальні правила виявлення сигналів у каналах зв'язку інформаційно-вимірювальних систем;

- методи синтезу лінійних та нелінійних поліноміальних розв'язувальних правил адаптивного виявлення RZ-сигналів на фоні негаусових завад, які на відміну від існуючих методів, орієнтованих на гаусові моделі завад, базуються на використанні статистик вищих порядків та оптимальні за адаптованим моментним критерієм якості для багатоальтернативної перевірки статистичних гіпотез, що забезпечує підвищення ефективності виявлення сигналів у системах зв'язку ІВС.

*Удосконалено:*

- моментний критерій якості перевірки статистичних гіпотез шляхом його адаптації для задач багатоальтернативного виявлення сигналів на основі

використання моментів і кумулянтів вищих порядків, що дозволило підвищити точність прийняття рішень при обробці багаторівневих сигналів на фоні негаусових завад.

*Отримали подальший розвиток:*

— методи статистичної адаптивної обробки сигналів у каналах зв'язку інформаційно-вимірювальних систем, що базуються на використанні моментно-кумулянтного опису випадкових процесів та поліноміальних розв'язувальних правил, що дозволяє підвищити ефективність виявлення сигналів у складних завадових умовах.

**Практичне значення отриманих результатів** полягає в можливості використання розроблених математичних моделей, методів та алгоритмів для підвищення ефективності виявлення багаторівневих сигналів на фоні негаусових завад у каналах зв'язку ІВС з меншими ймовірностями помилок першого і другого роду у порівнянні з відомими результатами.

Запропоновані адаптивні поліноміальні РП можуть бути використані при розробці алгоритмічного забезпечення систем обробки сигналів.

Розроблений програмний комплекс комп'ютерного моделювання, реалізований у середовищі Matlab/Simulink, дозволяє досліджувати ефективність алгоритмів виявлення RZ-сигналів та може застосовуватися для проектування і дослідження ІВС, що працюють в складних завадових умовах.

**Особистий внесок здобувача.**

Основні результати дисертаційної роботи відображені в наукових працях автора. Усі теоретичні та практичні результати, що становлять основний зміст роботи і виносяться на захист, отримані автором самостійно та опубліковані у 21 науковій праці.

У всіх роботах, опублікованих у співавторстві, особистий науковий внесок здобувача є таким: у роботі [1] розроблено математичні моделі та методи поліноміального виявлення сигналів на фоні ексцесних негаусових завад, синтезовано поліноміальні розв'язувальні правила та проведено комп'ютерне моделювання ефективності запропонованих методів; у роботі [2] сформовано

математичні моделі RZ-сигналів та розроблено методи їх виявлення в каналах зв'язку інформаційно-вимірювальних систем на фоні асиметричних негаусових завад; у роботі [3] розроблено математичні моделі сигналів та негаусових завад, сформовано алгоритми статистичної обробки вибірових значень та проведено комп'ютерне моделювання процесів виявлення сигналів; у роботі [4] синтезовано алгоритми статистичного виявлення сигналів на фоні асиметричних негаусових завад та проведено аналіз ефективності запропонованих алгоритмів; у роботі [5] розроблено поліноміальні розв'язувальні правила для задач виявлення сигналів на фоні негаусових завад, сформовано алгоритми на основі моментного представлення випадкових процесів та проведено комп'ютерне моделювання ефективності запропонованих методів; у роботі [6] розроблено математичні моделі RZ-сигналів та асиметрично - ексцесних негаусових завад, синтезовано поліноміальні розв'язувальні правила для задачі виявлення сигналів та проведено дослідження ефективності запропонованих методів в інформаційно-вимірювальних системах, побудовано алгоритми комп'ютерного моделювання системи обробки сигналів та проведено аналіз ефективності запропонованих підходів.

У роботах [7–21], що відображають апробацію результатів дисертації, особистий внесок автора полягає у розробці математичних моделей RZ-сигналів і негаусових завад, формуванні алгоритмів статистичної обробки сигналів, синтезі методів виявлення сигналів, а також у проведенні комп'ютерного моделювання та аналізу ефективності запропонованих підходів.

**Апробація результатів дисертації.** Основні положення та результати досліджень доповідалися на наукових конференціях: V Міжнародній науково-практичній конференції «Обробка сигналів і негаусівських процесів», присвяченій пам'яті проф. Ю.П. Кунченка (м. Черкаси, 2015 р.); Міжнародній науковій конференції «Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації» (м. Кам'янець-Подільський, 2018 р.); Міжнародній науково-практичній конференції «Інтегровані інтелектуальні робототехнічні комплекси» (м. Київ, 2017, 2023–2025 рр.); Міжнародній науково-практичній конференції

«Інформаційні технології та комп'ютерне моделювання» (м. Івано-Франківськ, 2023 р.); Міжнародному молодіжному форумі «Радіoeлектроніка та молодь у ХХІ столітті» (м. Харків, 2024 р.); Міжнародній науково-практичній конференції «Modern Problems of Mathematical Modelling, Forecasting, and Optimization» (м. Кам'янець-Подільський, 2024 р.); Міжнародній науково-практичній конференції «Information Technology for Education, Science, and Technics (ITEST-2024)» (м. Черкаси, 2024 р.); Міжнародній науково-технічній конференції «Перспективи телекомунікацій» (м. Київ, 2025 р.); Міжнародній науково-практичній конференції «Physical and Technological Problems of Transmission, Processing and Storage of Information in Infocommunication Systems» (м. Чернівці, 2025 р.); Всеукраїнській науково-технічній конференції «Комп'ютерні технології: інновації, проблеми, рішення» (м. Житомир, 2022 р.).

Публікації. За матеріалами дисертаційного дослідження опубліковано 21 наукову працю, у тому числі: 1 статтю у фаховому виданні України категорії «А», 3 статті у фахових виданнях України категорії «Б», 2 статті в іноземних періодичних виданнях, що індексуються в наукометричній базі Scopus, та 15 матеріалів доповідей у всеукраїнських і міжнародних конференціях.

**Структура і обсяг дисертації.** Дисертаційна робота складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел із 117 найменувань та додатків. Загальний обсяг дисертації становить 204 сторінки, з них 158 сторінок основного тексту. Робота містить 47 рисунків та 3 таблиці.

## **РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ МЕТОДІВ ВИЯВЛЕННЯ СИГНАЛІВ ТА ОЦІНЮВАННЯ ЇХ ПАРАМЕТРІВ НА ФОНІ НЕГАУСОВИХ ЗАВАД В ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНИХ СИСТЕМАХ**

Сучасні інформаційно-вимірювальні системи (ІВС) широко застосовуються у технічних, наукових та виробничих задачах для отримання, обробки та передавання інформації про стан досліджуваних об'єктів і процесів. Ефективність функціонування таких систем значною мірою визначається точністю оцінювання параметрів вимірювальних сигналів та надійністю їх виявлення у каналі зв'язку ІВС при функціонуванні на фоні випадкових завад. Так як у більшості практичних задач вимірювальна інформація передається каналами зв'язку та піддається впливу різноманітних випадкових факторів, що призводить до спотворення сигналів і ускладнює процес прийняття рішень [1-5].

Однією з ключових задач теорії ІВС є задача статистичної обробки сигналів, отриманих з каналу зв'язку, яка включає оцінювання параметрів випадкових процесів (ВП) та виявлення корисних сигналів [1, 5]. У більшості ІВС вимірювальна інформація передається каналами зв'язку, які з'єднують вимірювальні перетворювачі, модулі обробки та системи прийняття рішень [4, 6]. Під час передавання сигналу каналом зв'язку на нього впливають різноманітні завади, що призводить до спотворення параметрів сигналу та ускладнює процес його відновлення [2, 7]. У загальному випадку сигнал на виході каналу зв'язку може бути представлений як адитивна суміш корисного сигналу та завади [1, 5].

При функціонуванні реальних ІВС завади в каналі зв'язку часто мають негаусовий характер розподілу ВВ, причиною цього можуть бути імпульсні електромагнітні перешкоди, нелінійні властивості електронних компонентів, вплив зовнішніх середовищ, а також складна структура сигналів і каналів передачі інформації [8-9]. У таких умовах статистичні характеристики ВП можуть істотно відрізнятися від гаусової моделі, що проявляється у наявності асиметрії, підвищеного ексцесу та важких хвостів щільності розподілу ймовірностей [9-11].

Наявність негаусових завад призводить до того, що класичні методи виявлення сигналів, оптимальні для гаусових моделей, можуть втрачати свою ефективність. Зокрема, це проявляється у збільшенні ймовірностей помилок прийняття рішень та зниженні завадостійкості системи [8, 10, 12]. У зв'язку з цим актуальною науковою задачею є розробка та дослідження статистичних методів оцінювання та виявлення сигналів, здатних ефективно працювати при функціонуванні системи на фоні негаусових завад [13-16].

### **1.1 Аналіз задач математичного моделювання процесів виявлення сигналів на фоні завад в інформаційно-вимірювальних системах**

Інформаційно-вимірювальні системи призначені для отримання, передачі та опрацювання інформації про параметри об'єктів дослідження [1-7]. Такі системи широко застосовуються у задачах моніторингу, технічної діагностики, дистанційного контролю, телеметрії та автоматизованого управління технологічними процесами. Функціонування ІВС передбачає послідовне виконання етапів формування вимірювального сигналу, передачі вимірювальної інформації каналами зв'язку та подальшого опрацювання отриманих даних.

У сенсорній підсистемі ІВС (рис. 1.1) відбувається перетворення фізичних параметрів об'єкта дослідження у вимірювальний сигнал [4, 7]. Далі здійснюється формування даних вимірювань та їх передача до підсистеми опрацювання через канал зв'язку. У підсистемі опрацювання даних реалізуються алгоритми статистичного аналізу сигналів, у результаті яких формується оцінка параметрів сигналу або приймається рішення щодо його реалізації.

Сучасні інформаційно-вимірювальні системи використовують різноманітні технічні засоби для передачі сигналів, зокрема телеметричні контролери, мережеві шлюзи, інтерфейсні плати цифрових потоків та модеми передачі даних. У багатьох випадках передача вимірювальної інформації здійснюється через цифрові канали зв'язку з використанням потоків типу E1 або T1, у яких застосовуються лінійні коди AMI або HDB3, які мають RZ – подібну форму сигналу [17, 18].

У практичних системах виявлення дискретних сигналів застосовуються як апаратні засоби, зокрема компаратори та D-тригери, так і широкий спектр алгоритмічних підходів до обробки сигналів. До класичних методів належать оптимальні приймачі, кореляційні та узгоджені фільтри, методи максимальної правдоподібності, робастні методи, спектральні та часово-частотні підходи і сучасні методи на основі машинного навчання [19–33].

Незважаючи на різноманіття зазначених підходів, більшість із них має суттєві обмеження при функціонуванні на фоні негаусових завад. Класичні методи орієнтовані переважно на гаусову модель завад, що обмежує їх ефективність у випадку асиметричних та ексцесних розподілів. Класичні підходи на практиці найчастіше використовують гаусову модель завади через її математичну зручність та можливість отримання аналітичних розрахунків [1, 7, 19-21, 23-23]. Адаптивні методи характеризуються залежністю від швидкості збіжності та можуть втрачати стійкість при зміні статистики сигналу, тоді як методи машинного навчання, незважаючи на високу адаптивність, характеризуються відсутністю явного аналітичного зв'язку між параметрами сигналу та прийнятим рішенням, а також потребують значних обсягів навчальних даних [31-33].

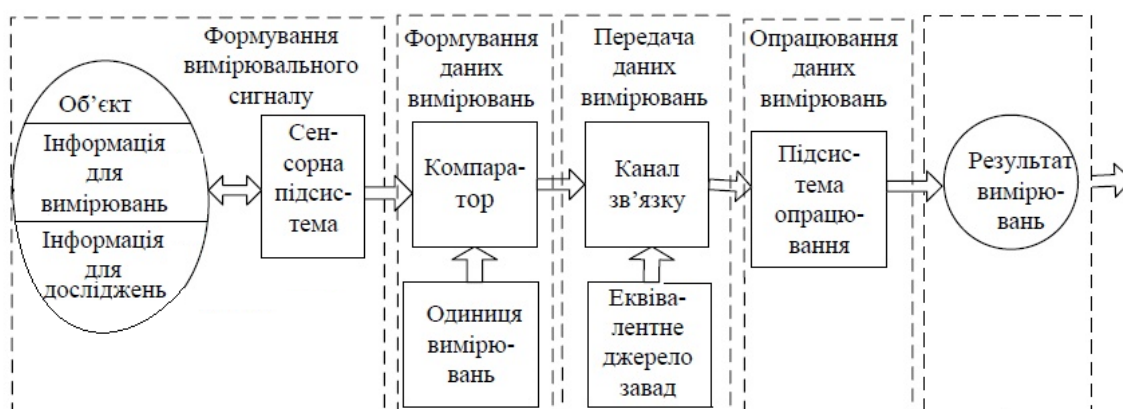


Рисунок 1.1 – Етапи обробки сигналів в ІВС

Приклади технічних систем, які використовуються для передачі сигналів у каналах зв'язку інформаційно-вимірювальних систем, наведено в таблиці 1.1 [7].



Канал зв'язку являє собою сукупність технічних засобів між джерелом повідомлення та його споживачем. Пристрої, що входять до складу каналу зв'язку, призначені для забезпечення передачі повідомлення до споживача з максимально можливою точністю. Для цього сигнали піддаються певним перетворенням відповідно до заданих алгоритмів, зокрема кодуванню, модуляції та іншим видам обробки. Залежно від типу сигналів канали зв'язку поділяються на неперервні та дискретні [4, 7, 16].

Таблиця 1.1 – Приклади систем передачі сигналів у каналах зв'язку інформаційно-вимірювальних систем

<i>Технічна система</i>	<i>Призначення в ІВС</i>	<i>Тип сигналів</i>	<i>Основні джерела завад</i>
<i>SIP/E1 Media Gateway</i>	<i>Передача вимірювальної інформації між вузлами систем моніторингу та керування</i>	<i>Цифрові сигнали E1 (AMI, HDB3)</i>	<i>Імпульсні електромагнітні завади, джитер синхронізації, перехресні завади</i>
<i>Sangoma A101</i>	<i>Інтерфейсна плата підключення цифрових потоків у телеметричних системах</i>	<i>Цифрові сигнали E1/T1 (AMI, HDB3)</i>	<i>Імпульсні завади, флуктуації параметрів каналу, міжсимвольні спотворення</i>
<i>M-2E1-Eth-2DSLbis</i>	<i>Передача потоків E1 по двопровідних кабельних лініях</i>	<i>Цифрові лінійні сигнали E1 (AMI, HDB3)</i>	<i>Перехресні завади, імпульсні електромагнітні завади, неоднорідності лінії</i>
<i>Siemens SIPROTEC 7SD610</i>	<i>Пристрій релейного захисту та телеметрії в енергетичних системах</i>	<i>Цифрові телеметричні сигнали, потоки E1</i>	<i>Індустріальні електромагнітні завади, комутаційні завади</i>

Перетворення повідомлення у сигнал, придатний для передачі каналом зв'язку, здійснюється у вигляді операцій форматування, кодування та модуляції. Кодування полягає у перетворенні повідомлення у послідовність кодових символів, кожному з яких відповідає певна кодова комбінація. Модуляція, у свою чергу, полягає у перетворенні цих символів у сигнали, придатні для передачі каналом зв'язку.

У результаті перетворення неперервного повідомлення формується послідовність дискретних сигналів, які можуть розглядатися як числові значення у відповідній системі числення. Ці значення перетворюються у кодові комбінації електричних сигналів, що передаються лініями зв'язку. У разі використання носія постійного струму формується послідовність імпульсів, яка при необхідності може модулюватися гармонійними коливаннями, утворюючи послідовність радіоімпульсів.

При реальних умовах функціонування ІВС вимірювальні сигнали передаються каналами зв'язку до підсистем обробки даних та прийняття рішень, під час передачі сигналів каналом зв'язку вони піддаються впливу випадкових дестабілізуючих завад, що призводить до їх спотворення, як наслідок, ускладнює процес подальшої обробки інформації. У зв'язку з цим однією з важливих задач теорії ІВС є задача статистичної обробки інформації, отриманої з каналу зв'язку, яка включає оцінювання параметрів випадкових процесів та виявлення корисних сигналів на фоні завад [4, 7, 8, 9, 11, 13].

Загальна структура ІВС (рис. 1.2) включає підсистеми вимірювання, перетворення, передавання та обробку інформації [4, 7]. Первинна інформація про стан досліджуваного об'єкта формується за допомогою вимірювальних перетворювачів, після чого сигнал піддається підсиленню, фільтрації та аналого-цифровому перетворенню (АЦП).

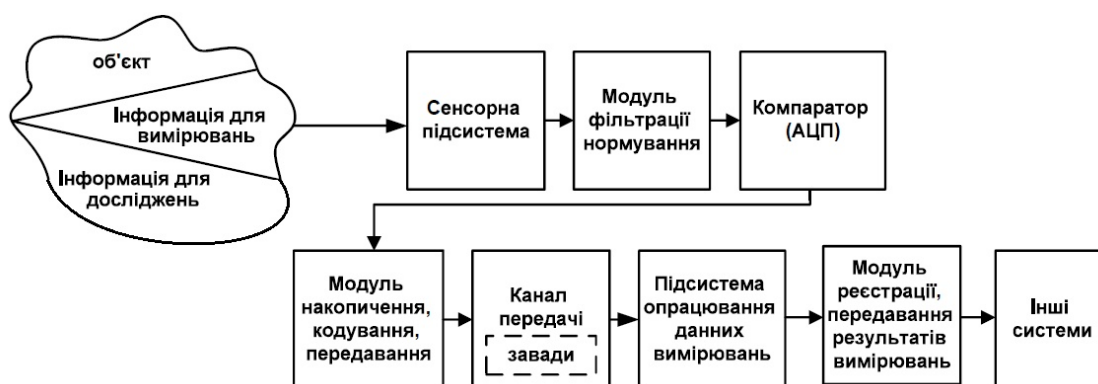


Рисунок 1.2 – Узагальнена структурна схема ІВС

Отримані цифрові дані передаються каналами зв'язку до підсистем обробки інформації та прийняття рішень, саме на цьому етапі сигнал піддається впливу завад і спотворень, що значною мірою визначає ефективність подальшої обробки інформації.

Однією з основних проблем функціонування ІВС є наявність завад, які виникають у каналах передачі інформації. Джерелами таких завад можуть бути теплові шуми електронних компонентів, електромагнітні перешкоди, атмосферні впливи, а також різноманітні випадкові процеси (ВП) у середовищі поширення сигналів. У багатьох практичних випадках статистичні характеристики цих завад відрізняють від гаусової моделі, що призводить до появи так званих негаусових завад [9-14]. Наявність негаусових властивостей завади істотно впливає на ефективність методів статистичної обробки сигналів і потребує застосування спеціальних підходів до їх математичного опису та обробки. У зв'язку з цим важливим є аналіз характеристик систем передачі інформації, які визначають якість приймання сигналів у каналі зв'язку. До таких характеристик належать показники якості дискретних систем зв'язку, узагальнену структуру яких наведено на рис. 1.3. [7].



Рисунок 1.3 – Основні показники якості дискретних систем зв'язку

У загальному вигляді модель системи передачі даних наведено на рис. 1.4., яка відображає основні функціональні елементи систем передачі інформації та може використовуватися як узагальнена схема для аналізу процесів передачі даних. Разом з тим, дана модель не враховує всіх можливих процесів обробки інформації, що виконуються під час її передачі від джерела повідомлення до споживача.

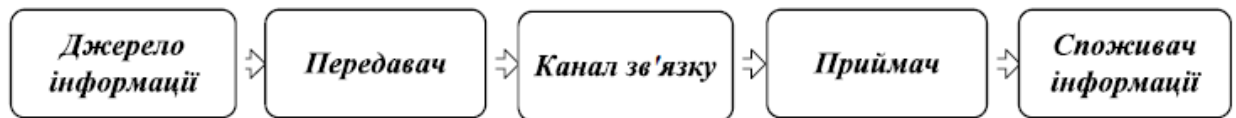


Рисунок 1.4 – Узагальнена схема передачі даних в ІВС

Доповнення даної моделі ІВС представлено у вигляді структурної схеми на рис. 1.5. У цій моделі відображено основні функціональні етапи перетворення інформації в процесі її передачі від джерела до одержувача інформації [7]. Джерело інформації формує повідомлення, яке після кодування перетворюється у послідовність кодових символів. Далі здійснюється кодування каналу зв'язку, яке забезпечує підвищення завадостійкості передавання даних.

Після цього сигнал надходить до передавача, де відбувається перетворення послідовності кодових символів у сигнал  $s(t)$ , який придатний для передачі каналом зв'язку. Під час передачі каналом зв'язку сигнал піддається впливу завад  $n(t)$ , унаслідок чого на виході каналу формується сигнал  $\xi(t)$ , що містить як корисну складову, так і завадову компоненту.

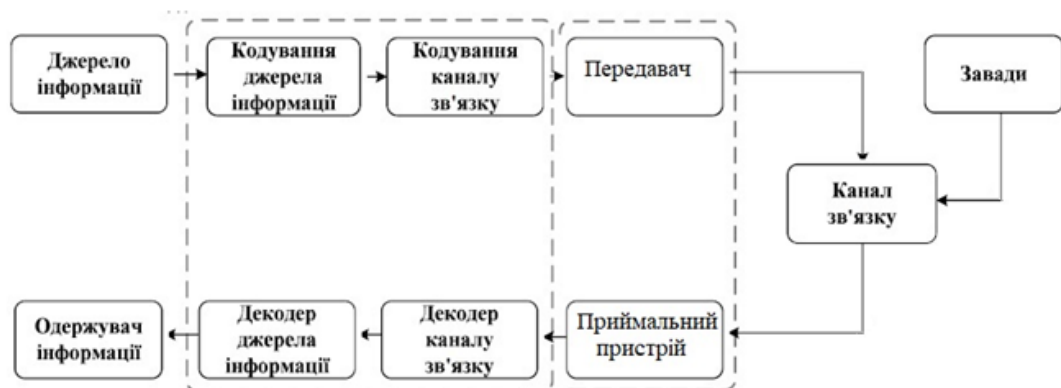


Рисунок 1.5 – Структурна схема передачі даних в ІВС

На приймальній стороні сигнал проходить послідовні етапи демодуляції, декодування каналу зв'язку та декодування джерела інформації, після чого відновлене повідомлення надходить до одержувача інформації. Така структурна схема дозволяє наочно представити процеси формування, передавання та приймання сигналів у ІВС.

Слід зазначити, що проблеми, які виникають під час передачі сигналів в ІВС, незалежно від фізичної природи каналу зв'язку (радіоканали, оптичні канали, дротові лінії зв'язку тощо), а також під час подальшої обробки прийнятої інформації, мають багато спільних рис. Це пояснюється тим, що в усіх випадках сигнал піддається впливу завад і спотворень, що потребує використання подібних математичних моделей сигналів і методів обробки.

У загальному випадку сигнал на вході підсистеми обробки інформації може бути представлений у вигляді адитивної суми корисного сигналу та завади:

$$\xi(t) = s(t) + n(t),$$

де  $s(t)$  – корисний сигнал,  $n(t)$  – завада.

Оскільки корисний сигнал і завада мають випадковий характер, сигнал  $\xi(t)$  доцільно розглядати як ВП, статистичні властивості якого визначають особливість подальшої його обробки. У більшості задач обробки сигналів у каналах зв'язку є визначення наявності або відсутності корисного сигналу на фоні завад [1, 6]. Такі задачі розв'язуються за допомогою перевірки статистичних гіпотез [1, 6, 14-16]. У найпростішому випадку задача виявлення сигналу може бути подана у вигляді перевірки двох альтернативних гіпотез:

$$H_0: \xi(t) = n(t),$$

$$H_1: \xi(t) = s(t) + n(t),$$

де гіпотеза  $H_0$  – відповідає відсутності корисного сигналу, а гіпотеза  $H_1$  – його наявності. Прийняття рішення щодо однієї з цих гіпотез здійснюється на основі обробки вибірових значень ВП  $\xi(t)$ , що спостерігається на вході приймального пристрою.

У сучасних системах передачі даних інформація часто передається у вигляді дискретних сигналів. Серед різних типів сигналів значного поширення набули імпульсні сигнали з поверненням до нуля Return-to-Zero (RZ) рис. 1.6 [4, 6, 17, 18].

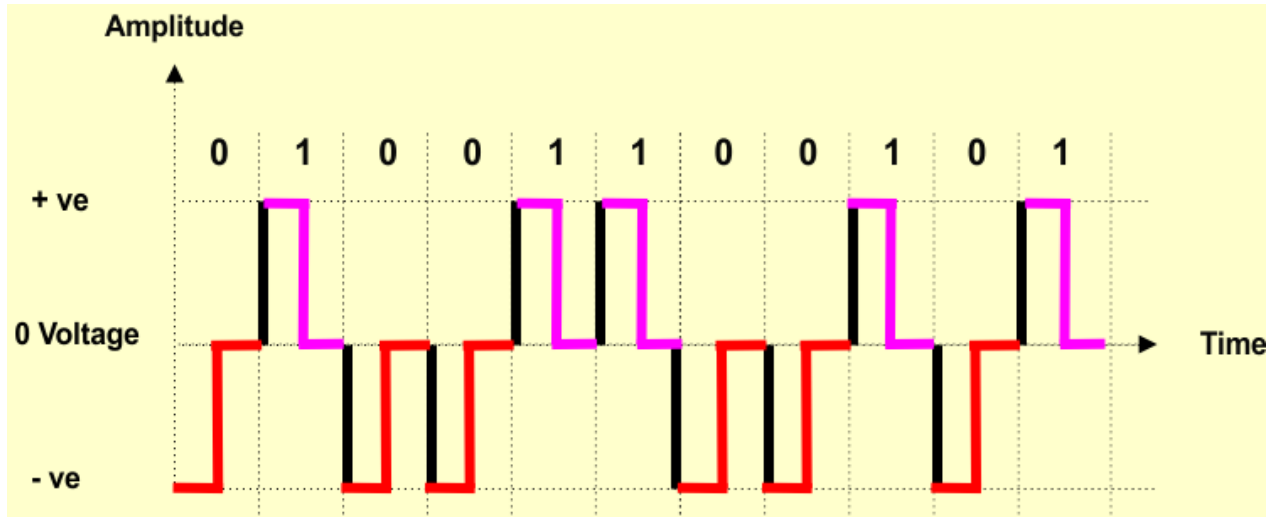


Рисунок 1.6 – Осцилограма біполярного RZ-сигналу (АМІ-подібного кодування)

Особливістю таких сигналів є те, що протягом кожного тактового інтервалу сигнал повертається до нульового рівня. Це дозволяє покращити умови синхронізації у системах цифрового зв'язку та зменшити вплив міжсимвольних спотворень [16, 17].

У загальному вигляді RZ-сигнал може бути представлений у вигляді:

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k g(t - kT),$$

де  $a_k$  – передані символи інформаційної послідовності,  $g(t)$  – форма елементарного імпульсу,  $T$  – тривалість тактового інтервалу.

У випадку двійкової передачі символи  $a_k$  можуть приймати два значення  $\pm a_k$ , що відповідають різним інформаційним станам. Тоді сигнал, що спостерігається у каналі зв'язку, може бути представлений у вигляді:

$$\xi(t) = \pm a + n(t),$$

де  $a$  – амплітуда інформаційного сигналу.

У задачах обробки сигналів у каналах зв'язку ІВС на основі аналізу реалізацій ВП  $\xi(t)$  розв'язують дві основні групи задач: оцінювання параметрів сигналів та виявлення сигналів на фоні завад. Задача виявлення полягає у прийнятті рішення про наявність або відсутність корисного сигналу у ВП  $\xi(t)$ . Тобто рішення щодо прийняття однієї з гіпотез  $H_0$  або  $H_1$  здійснюється на основі обробки вибірових значень ВП  $\xi(t)$ . Ефективність такого рішення визначається ймовірностями помилок першого та другого роду розв'язувального правила (РП), а також загальними критеріями якості прийняття рішень [1, 6, 14-16].

Поряд із задачею виявлення важливе місце займає задача оцінювання параметрів сигналів. Це пов'язано з тим, що ефективність роботи алгоритмів виявлення значною мірою залежить від знання статистичних та енергетичних характеристик сигналів і завад. У багатьох практичних задачах це такі параметри: амплітуда сигналу, дисперсія завади або інші статистичні характеристики ВП, які є невідомими або можуть змінюватися під час функціонування системи. Тому для забезпечення ефективної роботи алгоритмів виявлення сигналів необхідно попередньо виконувати оцінку параметрів на основі обробки ВП  $\xi(t)$  [1, 6, 8, 13-16].

У практичних задачах обробки сигналів оцінювання їх параметрів виконується на основі обробки вибірових значень ВП  $\xi(t)$ , отриманих у процесі спостереження на інтервалі часу  $T$ , яка може бути представлена у вигляді вектора вибірових значень:

$$\vec{\xi} = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_i),$$

де  $\xi_i$  — вибірові значення ВП  $\xi(t)$ , отримані у моменти часу  $t_i, i=1,2,\dots,N$ .

Задача статистичної обробки сигналів у каналах зв'язку ІВС зводиться до аналізу вибірових значень ВП, що спостерігається на вході приймальної підсистеми. На основі цієї вибірки виконуються оцінка параметрів сигналів і завад, а також приймається рішення щодо наявності або відсутності корисного сигналу. Ефективність розв'язання цих задач значною мірою залежить від адекватності

опису математичної моделі сигналів та завад, яка використовується при побудові алгоритмів обробки інформації.

У реальних умовах функціонування ІВС завади, що виникають у каналах зв'язку, можуть мати складну статистичну природу. У багатьох практичних випадках їх характеристики відрізняються від гаусової моделі, що призводить до появи негаусових ВП. Наявність таких завад істотно впливає на характеристики систем виявлення сигналів і ускладнює процес статистичної обробки інформації [9-17].

Отже ефективність функціонування ІВС значною мірою визначається статистичними характеристиками сигналів і завад у каналах зв'язку, а також алгоритмами їх статистичної обробки. У зв'язку з цим, одним із важливих етапів дослідження є побудова адекватних математичних моделей ВП, що описують сигнали та завади, а також розробка методів і алгоритмів статистичної обробки сигналів для підвищення ефективності функціонування ІВС в складних завадових умовах [7-14].

## **1.2 Методи опису випадкових величин і процесів**

При розробці алгоритмів обробки сигналів в інформаційно-вимірювальних системах для опису випадкових процесів традиційно широко використовуються математичні моделі, що ґрунтуються на гаусовому законі розподілу [1, 5, 6, 34-37]. Застосування таких моделей дає змогу використовувати класичний апарат теорії ймовірностей і математичної статистики, що істотно спрощує як аналітичний опис стохастичних процесів, так і синтез оптимальних алгоритмів оцінювання та виявлення сигналів на фоні завад [1, 6, 32]. Зокрема, для гаусових ВП повний статистичний опис забезпечується першими двома моментами — математичним сподіванням та дисперсією, що значно зменшує обчислювальну складність задач аналізу й оптимізації [23, 34].

Однак, при функціонуванні системи на фоні негаусових завад, класичні гаусові моделі не завжди забезпечують адекватний опис реальних завадових впливів [4, 7, 9–14]. Це насамперед стосується індустриальних, атмосферних і



навмисних активних завад, а також окремих типів пасивних завад, зокрема зумовлених багатопроменевим поширенням та відбиттям сигналів від поверхні моря або землі [8-16]. Для таких впливів характерні істотні відхилення від нормального закону розподілу, зокрема наявність асиметрії, «важких хвостів», наявність імпульсного характеру. Використання класичних гаусових моделей у подібних умовах призводить до неповного опису статистичних властивостей ВП і, як наслідок, до зниження ефективності алгоритмів обробки сигналів [9-14].

Додатковим джерелом негаусових процесів є нелінійні перетворення сигналів у трактах ІВС, які можуть суттєво змінювати форму розподілу результативних випадкових величин і процесів навіть за гаусового характеру вхідних сигналів [2, 4, 7]. У таких випадках аналітичне визначення функції щільності розподілу ймовірностей миттєвих значень сигналів, як правило, є складним або практично неможливим [8, 9, 23]. Тому для опису негаусових ВП широко застосовуються узагальнені статистичні характеристики, зокрема моменти вищих порядків, квазімоменти та кумулянти, які дозволяють враховувати тонку структуру розподілів і статистичні залежності [14, 38-42].

У радіотехніці, системах автоматичного керування, гідроакустиці, цифрових системах зв'язку та інформаційно-вимірювальних системах поширеним є подання випадкових процесів або послідовностей у вигляді суми

$$\xi = \alpha + \bar{\xi},$$

де  $\alpha$  - детермінована складова, що відповідає математичному сподіванню процесу, а  $\bar{\xi}$  - центрована флуктуаційна складова, яка в загальному випадку має негаусовий закон розподілу. Така модель дозволяє роздільно аналізувати регулярну та випадкову компоненти сигналу й є зручною для подальшого статистичного аналізу.

Надалі зазначене подання використовується в дисертаційній роботі при розробці алгоритмів оцінювання параметрів негаусових випадкових послідовностей, а також під час синтезу методів виявлення сигналів у каналах зв'язку ІВС. При цьому точність і ефективність запропонованих методів істотно залежать від обраного способу опису випадкових процесів та повноти урахування їхніх статистичних особливостей.

Найповніший опис скалярної випадкової величини  $\xi$  забезпечує функція розподілу  $F_\xi(x)$ , що визначається як ймовірність того, що  $\xi$  набуде значення, меншого за дійсне число  $x$ :

$$F_\xi(x) = P(\xi < x).$$

Випадкова величина (ВВ)  $\xi$  називається такою, що має щільність розподілу  $p_\xi(x)$ , якщо існує інтегрована функція  $F_\xi(x)$ , для якої для всіх  $x$  виконується рівність [19]:

$$F_\xi(x) = \int_{-\infty}^x p_\xi(u) du.$$

Функція  $F_\xi(x)$  є неперервною, тому  $F'_\xi(x) = p_\xi(x)$ . Функція розподілу і щільність розподілу є повним статистичним описом випадкової величини  $\xi$  [1, 6, 37].

Зазвичай і щільність розподілу, і функція розподілу залежать від вектора параметрів  $\vec{\vartheta} = \{\vartheta_1, \vartheta_2, \dots, \vartheta_q\}$ , який набуває значень у деякій області  $\vec{\Theta} = \{a_1 < \vartheta_1 < b_1, a_2 < \vartheta_2 < b_2, \dots, a_q < \vartheta_q < b_q\}$   $q = 1, 2, \dots$ . За умови  $q = 1$  параметр  $\vec{\vartheta}$  є скалярним, а при  $q \geq 2$  він стає векторним; при цьому елемент  $\vartheta_i$  відповідає  $i$ -тій складовій векторного параметра.

Залежність щільності розподілу від параметра  $\vec{\vartheta}$  позначатимемо як:  $p_\xi(x/\vec{\vartheta})$ ,  $x \in (c, d)$   $\vec{\vartheta} \in \vec{\Theta}$ , де межі інтервалу  $(c, d)$  можуть мати як кінцеву величину, так бути і нескінченними.

Будь-яка щільність розподілу ймовірностей повинна задовільнити дві умови:

$$1. \quad p_\xi(x/\vec{\vartheta}) \geq 0 \text{ для } \forall x \in (c, d) \text{ і } \forall \vec{\vartheta} \in \vec{\Theta},$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} p_\xi(x/\vec{\vartheta}) dx = 1 \text{ для } \forall \vec{\vartheta} \in \vec{\Theta}.$$

Іноді в статистичних задачах трапляються випадки, коли спостереження самої ВВ  $\xi$  неможливе, а спостерігаються лише ВВ  $\eta_i$ ,  $i = 1, 2, \dots$ , що визначаються як певні дійсні функції  $\phi_i(\cdot)$  від величини  $\xi$

$$\eta_i = \phi_i(\xi), i = 1, 2, \dots \quad (1.1)$$

У такому випадку наявність щільності розподілу ВВ  $\xi$  дає змогу обчислити математичне сподівання ВВ (1.1).

$$\Psi_i(\vec{\vartheta}) = E\eta_i = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_i(x) p_{\xi}(x/\vec{\vartheta}) dx, \quad i = 1, 2, \dots \quad (1.2)$$

Математичні сподівання  $\Psi_i(\vec{\vartheta})$  в загальному випадку є функціями від параметра  $\vec{\vartheta}$ .

Якщо функції  $\phi_i(\xi)$  представлені у вигляді степеневих функцій  $\phi_i(\xi) = \xi^i$ , то математичні сподівання цих функцій будуть дорівнювати:

$$\alpha_i(\vec{\vartheta}) = E\xi^i = \int_{-\infty}^{\infty} x^i p_{\xi}\left(\frac{x}{\vec{\vartheta}}\right) dx. \quad i = 1, 2, \dots$$

Функції  $\alpha_i(\vec{\vartheta}), i = 1, 2, \dots$ , що залежать від параметра  $\vartheta$ , називаються моментами випадкової величини  $\xi^i$  порядку  $i$ .

Для певних функцій  $\phi_i(\xi)$  нескінченна послідовність математичних сподівань  $\Psi_i(\vec{\vartheta})$  може повністю характеризувати ВВ  $\xi$  та бути еквівалентним поданням її ймовірнісного розподілу. Однак, якщо за відомою щільністю розподілу  $p_{\xi}(x/\vec{\vartheta})$  математичні сподівання  $\Psi_i(\vec{\vartheta})$  визначаються однозначно, то, навпаки, значення нескінченної послідовності функцій  $\Psi_i(\vec{\vartheta})$  загалом не дають можливості відновити невідому щільність розподілу. При моментному описі ВВ  $\xi$  можна навести приклади різних щільностей розподілу, що мають однакові моменти всіх порядків (так звана проблема моментів [14, 42]). За умови, що моменти однозначно визначають щільність розподілу  $p_{\xi}(x/\vec{\vartheta})$ , то нескінченна послідовність моментів повністю характеризує ВВ  $\xi$  і є тотожною поданням через щільність розподілу.

Зазначимо, що не кожен розподіл має моменти довільного порядку. Проте для будь-якого розподілу, навіть такого, для якого деякі моменти не існують, завжди можна підібрати функції  $\phi_i(\xi)$ , для яких існують математичні сподівання (1.1), тобто інтеграли у виразі (1.2) збігаються.

Характеристична функція є ще одним засобом для повного опису випадкової величини:

$$f_{\xi}(u/\vec{\vartheta}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} p_{\xi}(x/\vec{\vartheta}) e^{jux} dx,$$

яка залежить від параметра  $\vec{\vartheta}$ . Зворотнє перетворення від  $f_{\xi}(u/\vec{\vartheta})$  має вигляд:

$$p_{\xi}(x/\vec{\vartheta}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f_{\xi}(u/\vec{\vartheta}) e^{-jux} du. \quad (1.3)$$

Інтеграл у правій частині (1.3) не завжди виражається через елементарні функції і не завжди має збіжність. Попри це, описані перетворення дають підстави розглядати характеристичну функцію як тотожне представлення щільності розподілу [1, 6, 34-37].

Оскільки характеристична функція є повним описом ВВ, то інформація про неї дозволяє обчислити моменти будь-якого порядку за умови їх існування

$$\alpha_r(\vec{\vartheta}) = j^{-r} \left[ \frac{d^r}{du^r} f_{\xi}(u/\vec{\vartheta}) \right]_{u=0}, r = 1, 2, \dots$$

В свою чергу, нескінченна послідовність моментів, якщо вони існують, дозволяє визначити характеристичну функцію ВВ:

$$f_{\xi}(u/\vec{\vartheta}) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\alpha_k(\vec{\vartheta})}{k!} (ju)^k.$$

Розрахунок моментів за відомою характеристичною функцією широко застосовується в різноманітних прикладних задачах. Водночас, за наявності характеристичної функції, також можливо легко визначити математичні сподівання (1.2) від ВВ (1.1). Підставивши в (1.2) замість  $p_{\xi}(x/\vec{\vartheta})$  вираз (1.1) і змінюючи порядок інтегрування, отримуємо:

$$\Psi_i(\vec{\vartheta}) = E\phi_i(\xi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{g}_i^*(u) f_{\xi}(u/\vec{\vartheta}) du,$$

де  $\tilde{g}_i(u)$  - перетворення Фур'є від функції  $g_i(u)$ , зірочкою позначена комплексно сполучена функція.

Разом з тим, методи цього класу характеризуються значною обчислювальною складністю та потребують точної апіорної інформації про функцію розподілу досліджуваних процесів, що не завжди можливо забезпечити в реальних умовах.

Вони демонструють високу ефективність у випадку процесів із наперед відомими законами розподілу, наприклад нормальним, проте їх застосування ускладняється при аналізі складних або змінних сигналів.

**Полігаусові моделі ВП.** Одним із перспективних напрямів опису ВП є використання полігаусових моделей, у межах яких складні розподіли апроксимуються сумою кількох гаусових компонент. Такий підхід дає змогу відтворювати розподіли зі складною структурою та є ефективним при моделюванні змішаних сигналів і завад. Водночас полігаусові моделі характеризуються значною кількістю параметрів, необхідних для адекватного опису ВП, що призводить до зростання обчислювальної складності. Крім того, їх застосування потребує попереднього визначення параметрів моделі, що ускладнює використання таких підходів у системах реального часу [43].

**Марківські моделі.** Одним із підходів до опису ВП є використання марківських моделей, які дозволяють враховувати часову залежність між послідовними відліками сигналу [44-46]. Такі моделі ефективно застосовуються у задачах розпізнавання мовлення, обробки зображень та телекомунікаційних системах. Їх основною перевагою є можливість відтворення часової структури сигналів і завад. Разом з тим застосування цього підходу обмежується припущенням про марківський характер досліджуваного процесу. Крім того, для надійного оцінювання параметрів марківських моделей зазвичай потрібні значні обсяги експериментальних даних, що може ускладнювати їх використання на практиці.

У цілому, статистичні методи мають низку важливих переваг, зокрема гнучкість при моделюванні випадкових процесів, можливість синтезу оптимальних алгоритмів прийняття рішень та широкий спектр практичних застосувань. Водночас їх використання пов'язане з певними обмеженнями, серед яких значні вимоги до обчислювальних ресурсів, необхідність наявності апіорної інформації про сигнали та завади, а також складність реалізації в системах реального часу. Зазначені фактори зумовлюють необхідність подальшого розвитку та

вдосконалення статистичних методів, призначених для розв'язання задач виявлення сигналів в ІВС.

**Моментно-кумулянтні моделі.** Одним із ефективних підходів до опису негаусових випадкових процесів є використання моментно-кумулянтних моделей. Даний підхід ґрунтується на представленні статистичних властивостей процесу через систему моментів і кумулянтів, що дозволяє адекватно враховувати параметри негаусової ВВ. Порівняно з методами, які потребують явного задання функції розподілу, моментно-кумулянтний опис характеризується меншою залежністю від обчислювальних ресурсів і є більш зручним для практичного застосування. Водночас точність такого опису визначається кількістю використаних моментів і кумулянтів. Завдяки цьому моментно-кумулянтний підхід широко застосовується в задачах виявлення слабких сигналів у зашумлених каналах зв'язку, особливо у випадках, коли сигнали та завади мають складну статистичну структуру [14-17, 38-42].

### **1.3 Ймовірнісні критерії якості перевірки статистичних гіпотез та їх застосування**

У задачах виявлення сигналів на фоні негаусових завад в ІВС особливу роль відіграють методи прийняття рішень, які ґрунтуються на ймовірнісних критеріях якості. Ймовірнісні критерії якості визначаються як функції, що залежать від ймовірностей помилок першого та другого роду. Вони мають чітке математичне обґрунтування та зрозуміле фізичне тлумачення.

Формально, такі критерії є функціоналами, побудованими на основі розв'язувальних функцій  $f(\vec{x})$ , і їхні значення змінюються залежно від вибору цих функцій. Для деяких розв'язувальних функцій відповідні функціонали досягають мінімальних значень. Такі функції, які є екстремумами функціоналу, розглядаються як оптимальні розв'язувальні функції для заданого критерію якості.

В межах ймовірнісних критеріїв якості оптимальними розв'язувальними правилами (РП) є ті, що базуються на порівнянні відношення правдоподібності з певним порогом. Іншими словами, екстремумом у цьому випадку виступає сума

відношення правдоподібності та визначеного порогового значення. Однак, ймовірнісні критерії не дозволяють отримати розв'язувальні функції у вигляді рядів, оскільки ймовірності помилок не можуть бути виражені через невизначені коефіцієнти цих рядів.

Основні типи задач математичної статистики передбачають дослідження фізичного явища або технічного об'єкта, математична модель яких описується ВП  $x(t)$  з частково невідомими характеристиками. Відносно цих невідомих параметрів формуються несумісні гіпотези  $H_0, H_1, \dots, H_m$ , завдання яких полягає у виборі однієї з них на основі аналізу реалізації ВП  $X(t)$  у часовому інтервалі  $0 - T$ . Другий тип задач математичної статистики полягає в оцінюванні невідомих параметрів розподілу ймовірностей ВП  $X(t)$  на основі аналізу його реалізації  $x(t)$  на інтервалі часу  $(0 - T)$ .

На практиці ці задачі математичної статистики - перевірка гіпотез і оцінювання параметрів - зазвичай розглядаються окремо. Водночас у загальній теорії статистики така відокремленість не є обов'язковою. Проте в деяких випадках необхідно враховувати їх взаємозв'язок і формувати задачу у вигляді комплексного підходу, що поєднує перевірку гіпотез та оцінювання параметрів ВВ.

Процес синтезу алгоритмів прийняття рішення завжди передбачає вибір критерію якості, оскільки без цього формування задача синтезу втрачає сенс. Побудова оптимального алгоритму передбачає знаходження екстремального значення обраного критерію якості. Водночас алгоритм, оптимальний за одним критерієм, може виявитися неоптимальним за інший. Критерій якості також застосовується для порівняння різних алгоритмів, включаючи як оптимальні, так і неоптимальні варіанти, а також для оцінки квазіоптимальних алгоритмів, отриманих шляхом евристичних підходів або спрощення структури оптимального алгоритму.

Вибір критерію якості алгоритму прийняття рішення визначається повнотою наявних апіорних даних. У деяких випадках критерій якості може мати векторний характер, коли алгоритм повинен відповідати кільком одночасним вимогам.

Розглянемо задачу перевірки гіпотез. Нехай на інтервалі спостереження  $(0, T)$  спостерігається випадковий сигнал  $\xi_i(t)$ ,  $i = 0, 1$ , який являє собою адитивну суміш постійного корисного сигналу  $a$  та  $\eta(t)$  – завади:  $\xi_0(t) = \eta(t)$ ,  $\xi_1(t) = a + \eta(t)$ . З випадкових сигналів  $\xi_i(t)$ ,  $i = 0, 1$  отримуємо вектор значень вибірки  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ . На основі результатів обробки цих значень необхідно прийняти рішення про реалізацію гіпотези  $H_1$ , що відповідає прийому корисного сигналу  $a$ , або рішення про реалізацію гіпотези  $H_0$ , що характеризує наявність адитивної завади. Для цієї бінарної (одно альтернативної) задачі перевірки гіпотез при застосуванні будь-якого правила вибору рішення можливі два типи помилок: помилка першого роду  $\alpha$  та помилка другого роду  $\beta$  рис 1.7 [1, 6, 14, 47-49].

Умовні ймовірності, що виникають у контексті задачі перевірки статистичних гіпотез, називаються ймовірностями помилок першого і другого роду відповідно (1.6).

$$\alpha = P\{\gamma_1|H_0\} = \int_{x_1} W(x|H_0) dx, \beta = P\{\gamma_0|H_1\} = \int_{x_0} W(x|H_1) dx. \quad (1.6)$$

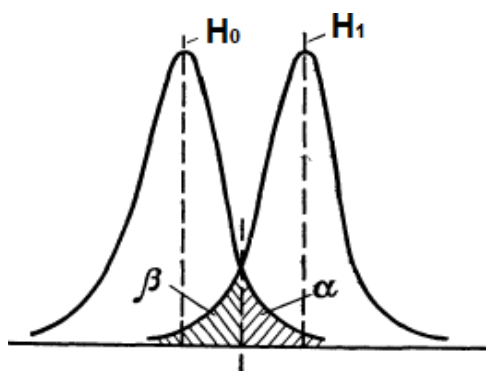


Рисунок 1.7 – Представлення ймовірностей помилок першого й другого роду в задачах перевірки статистичних гіпотез

Зазначені ймовірності безпосередньо залежать від вибору розв’язувальної функції  $f(x)$ . У цьому випадку критерії, що ґрунтуються на ймовірностях помилок, можуть бути подані у вигляді деякої функції  $F(\alpha, \beta)$ , яка визначається значеннями ймовірностей помилок першого та другого роду. Отже, оптимальною розв’язувальною функцією  $f(x)$  за критерієм  $F(\alpha, \beta)$  слід вважати таку функцію, яка забезпечує екстремальне значення (мінімум або максимум) відповідного



функціонала  $F(\alpha, \beta)$ . Критерії вибору розв'язувальних правил, що базуються на аналізі ймовірностей помилок, у теорії виявлення сигналів прийнято називати ймовірнісними критеріями.

**Ймовірнісний критерій вибору розв'язувальних правил - критерій Байєса.** У разі, коли про появу гіпотез  $H_0$  і  $H_1$  відомі лише ймовірності помилок  $\alpha$  і  $\beta$ , критерій якості вибору РП може задаватися функцією, що враховує ці ймовірності:

$$F_1(\alpha, \beta) = \alpha + \beta. \quad (1.7)$$

Отже, функціонал  $F_1(\alpha, \beta)$  визначається як сума ймовірностей помилок першого та другого роду. Очевидно, що як розв'язувальну функцію доцільно обирати таку, яка мінімізує значення  $F_1(\alpha, \beta)$ , тобто забезпечує мінімальну сумарну ймовірність помилкових рішень [1, 6, 50, 51].

Оптимальним розв'язувальним правилом за критерієм (1.7) є правило, згідно з яким рішення приймається шляхом порівняння відношення правдоподібності з певним пороговим значенням:

$$\frac{p(\vec{x}/H_1)}{p(\vec{x}/H_0)} > 1, \quad (1.8)$$

де  $p(\vec{x}/H_i)$ ,  $i=0,1$  - спільна щільність розподілу вибірових випадкових величин  $\vec{x}$  при гіпотезі  $H_0$  і  $H_1$ . Ліва частина нерівності (1.8) називається відношенням правдоподібності, а права частина порогом. Отже, оптимальне РП зводиться до порівняння відношення правдоподібності з порогом.

На практиці замість розв'язувального правила (1.8) часто використовують його еквівалентну форму, яка має такий вигляд:

$$\log \frac{p(\vec{x}/H_1)}{p(\vec{x}/H_0)} > 0. \quad (1.9)$$

У подальшому часто використовуватимемо різні еквівалентні РП, тому доцільно визначити, що саме слід розуміти під еквівалентними РП:

$$\phi_i(\vec{x}) \stackrel{>}{<} 0, \quad i = \overline{1, r}.$$

Еквівалентні РП — це такі правила, які, хоча й мають різні аналітичні вирази, але все одно приводять до однакових результатів у процесі прийняття рішень.

Будемо називати еквівалентними РП такі правила, для яких ймовірності помилок першого та другого роду збігаються, тобто:  $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_r$ ,  $\beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_r$ . Аналогічно, розв'язувальної функції, що відповідають таким правилам, також будемо вважати еквівалентними. Це означає, що аналітична форма правил може відрізнятися, однак вони дають однакові результати щодо якості прийняття рішень.

РП (1.8) і (1.9), є еквівалентними. У подальшому, окрім строгої еквівалентності, використовуватимемо також поняття асимптотичної еквівалентності РП.

РП  $\phi_1(\vec{x}) \stackrel{>}{<} 0$  називається асимптотично еквівалентним розв'язувальному правилу  $\phi(\vec{x}) \stackrel{>}{<} 0$ , якщо при  $n \rightarrow \infty$  ймовірності помилок першого та другого роду  $\alpha_1$  і  $\beta_1$ , що відповідають правилу  $\phi_1(\vec{x})$ , прямують відповідно до ймовірностей помилок  $\alpha$  і  $\beta$  для правила  $\phi(\vec{x})$ . Тобто має виконуватися умова

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_1 = \alpha, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \beta_1 = \beta.$$

Поява гіпотез  $H_0$  та  $H_1$  має випадковий характер, і в багатьох практичних задачах можливе задання апріорних ймовірностей їх реалізації —  $q$  та  $p$  відповідно, де  $p + q = 1$ . У такому разі як критерій якості розв'язувального правила доцільно використовувати середнє значення ймовірностей помилок, яке визначається як:

$$F_2(\alpha, \beta) = q\alpha + p\beta. \quad (1.10)$$

Критерій (1.10) у теорії статистичних рішень та виявлення сигналів відомий як **критерій ідеального спостерігача** [6]. Оптимальним РП за цим критерієм є правило, яке мінімізує значення функціонала  $F_2(\alpha, \beta)$ , тобто забезпечує мінімальну середню ймовірність помилкового рішення, і має такий вигляд:

$$\frac{p(\vec{x}/H_1)}{p(\vec{x}/H_0)} > \frac{q}{p}. \quad (1.11)$$

Таким чином, у даному випадку оптимальне РП також зводиться до порівняння відношення правдоподібності з пороговим значенням, однак величина порога відрізняється від відповідного порогового значення, отриманого у першому випадку (1.8). При цьому на практиці замість розв'язувального правила вигляду (1.11) часто використовують його еквівалентну форму, яка має такий вигляд:

$$\log \frac{p(\vec{x}/H_1)}{p(\vec{x}/H_0)} > \log \frac{q}{p}, \quad (1.12)$$

або

$$\log \frac{p(\vec{x}/H_1)}{p(\vec{x}/H_0)} - \log \frac{q}{p} > 0. \quad (1.13)$$

У практичних задачах теорії статистичних рішень наслідки помилок першого та другого роду, як правило, є різними за своєю значущістю. Для врахування цих наслідків у розгляд вводиться функція втрат  $\Pi_{i,j}$ , яка характеризує втрати, що виникають у разі правильного або помилкового прийняття тієї чи іншої гіпотези. Очевидно, що як критерій якості розв'язувального правила доцільно використовувати середні втрати, обчислені для обраної розв'язувальної функції  $f(\vec{x})$ . У такому випадку величина середніх втрат (середній ризик) визначається виразом:

$$R(\alpha, \beta) = q\Pi_{00} + p\Pi_{11} + q(\Pi_{01} - \Pi_{00})\alpha + p(\Pi_{10} - \Pi_{11})\beta.$$

Функція  $R(\alpha, \beta)$  називається середнім ризиком, а відповідний критерій - критерієм Байєса. Оптимальним РП за цим критерієм також є порівняння

відношення правдоподібності з порогом, при цьому поріг відрізняється від порога, отриманого за критерієм ідеального спостерігача. Встановлено, що в цьому випадку оптимальне РП має вигляд:

$$\begin{array}{c} H_1 \\ \frac{p(\tilde{x}/H_1)}{p(\tilde{x}/H_0)} > \frac{q(\Pi_{01} - \Pi_{00})}{p(\Pi_{10} - \Pi_{11})} \\ H_0 \end{array} \quad (1.14)$$

Найбільш поширеним є еквівалентне РП такого виду:

$$\begin{array}{c} H_1 \\ \log \frac{p(\tilde{x}/H_1)}{p(\tilde{x}/H_0)} > \log \frac{q(\Pi_{01} - \Pi_{00})}{p(\Pi_{10} - \Pi_{11})} \\ H_0 \end{array},$$

або

$$\begin{array}{c} H_1 \\ \log \frac{p(\tilde{x}/H_1)}{p(\tilde{x}/H_0)} - \log \frac{q(\Pi_{01} - \Pi_{00})}{p(\Pi_{10} - \Pi_{11})} > 0 \\ H_0 \end{array}.$$

Відзначимо, що зазвичай вважається, що  $\Pi_{00} = \Pi_{11} = 0$  і тому середній ризик дорівнює

$$R(\alpha, \beta) = q\Pi_{01}\alpha + p\Pi_{10}\beta.$$

Відповідно змінюється і РП. З аналізу наведених критеріїв випливає, що, по-перше, оптимальне РП у всіх розглянутих випадках зводиться до порівняння відношення правдоподібності з певним пороговим значенням, яке визначається апріорною інформацією щодо ймовірностей реалізації гіпотез та елементами матриці втрат. Таким чином, для будь-якого критерію оптимальності ключову роль відіграє саме відношення правдоподібності [1, 6, 47-52].

По-друге, у загальному випадку оптимальне РП може бути подано у вигляді:

$$\gamma(\vec{x}) - K_0 \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} 0,$$

де  $\gamma(\vec{x})$ - деяка функція, що залежить від вибірових значень, а  $K_0$  - величина, яка також залежить від вибірових значень.

**Ймовірнісний критерій Неймана - Пірсона** базується на ймовірностях помилок  $\alpha$  і  $\beta$ , та не враховує апріорної інформації про ймовірності появи гіпотез  $H_0$ ,  $H_1$  і матриці втрат. Однак для врахування різних наслідків помилок першого і другого роду РП формується так, щоб одна з ймовірностей помилки дорівнювала заданому значенню  $\rho$ , а інша при цьому була мінімальною. Зазвичай, згідно з критерієм Неймана–Пірсона, обирається таке РП  $f(\vec{x})$ , яке забезпечує мінімально можливу ймовірність помилки другого роду за умови, що ймовірність помилки першого роду дорівнює заданому значенню  $\rho$ , тобто:

$$\alpha = \rho, \quad \beta = \min_{f(\vec{x})} \beta.$$

Оптимальне РП і в даному випадку зводиться до порівняння відношення правдоподібності з певним порогом, тобто:

$$f(\vec{x}) = \frac{p(\vec{x}/H_1)}{p(\vec{x}/H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} C, \quad (1.15)$$

де поріг  $C$  визначається з умови, що ймовірність помилки першого роду дорівнює заданому значенню  $\rho$ , тобто:

$$p[f(\vec{x}) \geq C/H_0] = \int_c^\infty W_0(y) dy = \rho,$$

де  $W_0(y)$  - функція щільності розподілу відношення правдоподібності за умови, що реалізувалася гіпотеза  $H_0$ .

Зазначимо, що під час застосування критерію Неймана–Пірсона для побудови РП виникає складне завдання вибору оптимального порога  $C$ . Це зумовлено тим, що для його визначення потрібно знати щільність розподілу

відношення правдоподібності за умови реалізації гіпотези  $H_0$ , тобто щільність  $W_0(y)$ . Знаходження цієї щільності розподілу у випадку вибірки з негаусового розподілу є досить складним, а відтак ускладнюється й визначення порога  $C$ , який задовольняє рівність (1.15) [52-55].

Ймовірнісні критерії якості широко використовуються при розв'язанні численних прикладних задач. Їх розвиток і впровадження стали предметом досліджень як вітчизняних, так і зарубіжних науковців [1, 6, 47-55].

Слід зауважити, що класична теорія перевірки статистичних гіпотез не встановлює обмежень щодо вибору типу розподілу. Однак на практиці найчастіше застосовують гаусові моделі розподілів, що зумовлено зручністю їх математичного опису для задач синтезу та аналізу систем. Для гаусових моделей сигналів і завад за допомогою ймовірнісних критеріїв якості отримано низку важливих теоретичних і практичних результатів [1, 6, 50-55].

Водночас застосування ймовірнісних критеріїв якості для інших типів розподілів, які не належать до гаусових, пов'язане з рядом як математичних, так і практичних труднощів [8, 9, 10, 12]. У зв'язку з цим результати, отримані для гаусових моделей сигналів і завад, можуть виявитися неефективними або неоптимальними, якщо реальні процеси не відповідають нормальному закону розподілу. Це зумовлює необхідність створення та вдосконалення нових методів і підходів, здатних коректно враховувати особливості розподілів, що відрізняються від гаусових випадкових процесів [13 -15].

#### **1.4 Аналіз моментних критеріїв якості перевірки статистичних гіпотез**

У задачах статистичної обробки даних, виявлення сигналів, побудова ефективних критеріїв якості перевірки гіпотез є одним із ключових напрямів розвитку сучасної теорії статистичних рішень. Традиційно такі критерії формуються на основі ймовірнісних характеристик ВВ, що ґрунтуються на щільності розподілів [1, 6, 14]. Однак, як свідчать численні дослідження, альтернативний підхід до опису ВП може базуватися на використанні моментно-кумулянтного опису. Ці характеристики дають змогу узагальнено описувати

властивості ВВ навіть у випадках, коли аналітичний вираз щільності розподілу є невідомим або складним для практичного використання.

Метод моментно-кумулянтного опису знайшов своє відображення в ряді робіт як вітчизняних, так і зарубіжних науковців [9, 14, 38-42 та ін.]. Водночас слід зазначити, що попри наявність потужного математичного апарату, застосування моментно-кумулянтних підходів у практичних задачах виявлення сигналів залишається обмеженим. Зокрема, труднощі виникають під час побудови статистик прийняття рішень, які здатні ефективно враховувати властивості реальних випадкових процесів у системах прийому та обробки інформації.

У зв'язку з цим особливої актуальності набуває розробка теоретичних засад та методів побудови статистик прийняття рішень, що ґрунтуються на моментно-кумулянтному описі ВВ. Такий підхід відкриває можливості для формулювання нових ефективних правил прийняття рішень, орієнтованих на ВП з негаусовими законами розподілу [9-14].

Розглянемо загальний підхід до побудови моментних критеріїв якості. Ймовірнісні критерії якості вибору РП представляють собою певні функції від ймовірностей помилок першого та другого роду. Вони добре обґрунтовані з математичної точки зору і зрозумілі з фізичної. Формально, з математичної точки зору, ймовірнісні критерії якості є певними функціоналами від розв'язувальних функцій. Для різних розв'язувальних функцій  $f(\vec{x})$  ці функціонали набувають різних значень. При цьому для деяких функцій значення функціоналів є мінімальними. Ці функції, які називають екстремальними функціонала, приймаються як оптимальні розв'язувальні функції для обраного критерію якості. Як було показано в підрозділі 1.3, для ймовірнісних критеріїв оптимальними РП є ті, в яких здійснюється порівняння відношення правдоподібності з певним порогом, тобто екстремаллю виступає сума відношення правдоподібності та заданого порога. Однак, ймовірнісні критерії не дозволяють знаходити розв'язувальні функції у вигляді різних рядів, оскільки неможливо виразити ймовірності помилок через невизначені коефіцієнти цих рядів.

Моментні критерії за своєю суттю є простішими порівняно з ймовірнісними критеріями. Вони ґрунтуються не на ймовірностях помилок, а являють собою певні функціонали від простіших числових ймовірнісних характеристик розв'язувальної функції, а саме - від математичного сподівання та дисперсії розв'язувальної функції при гіпотезі та альтернативі [13, 14, 15, 47-50]. Ці числові характеристики є функціоналами від розв'язувальної функції, оскільки для різних розв'язувальних функцій відповідні числові характеристики набувають різних значень. Відтак і моментні критерії, як функції від цих характеристик, у цілому також виступають функціоналами від розв'язувальної функції. Задача полягає в тому, щоб побудувати такі функціонали, екстремалі яких співпадали б (або асимптотично співпадали) з екстремалами ймовірнісних критеріїв, тобто, іншими словами, щоб оптимальні РП, отримані з умови мінімуму моментних критеріїв, зводилися до порівняння відношення правдоподібності з тими самими порогами, які виходять з мінімуму ймовірнісних критеріїв. Розглянемо деякі із них.

**Критерії верхніх границь ймовірностей помилок (критерій  $Ku$ ).** Класичний критерій верхніх границь ймовірностей помилок ( $Ku$ ) будується на основі нерівності Чебишева, та має вигляд [56-56]:

$$Ku1(G, E) = \frac{G_0[\gamma] + G_1[\gamma]}{\{E_1[\gamma] - E_0[\gamma]\}^2},$$

де  $E_1, E_0, G_0, G_1$  - математичне сподівання та дисперсія РП при гіпотезі  $H_i, i=0,1$ . Цей критерій є зручним для синтезу РП, і базується на мінімізації верхніх границь ймовірностей помилок першого та другого роду, що визначаються на основі застосування моментно-кумулянтного опису ВВ.

**Критерій асимптотичної нормальності (критерій  $Yu$ )** застосовується до РП, які є асимптотично нормальними та статистично спроможними [58]. Його побудова ґрунтується на припущенні, що розв'язувальна функція при великій вибірці розподілена нормально. У цьому випадку ймовірності помилок наближено виражаються через функції нормального розподілу. Критерій визначається функціоналом:



$$Yu(E, G) = \frac{(G_0^{0.5} + G_1^{0.5})^2}{(E_1 - E_0)^2},$$

де  $G_1, G_2$  – дисперсія РП,  $E_1, E_2$  – математичне сподівання РП при гіпотезах  $H_1$  і  $H_0$ .

Цей критерій дозволяє враховувати асимптотичні значення ймовірностей помилок першого та другого роду без потреби у точному знанні щільностей розподілу, що є перевагою при роботі з негаусовими сигналами та завадами. Відомо, що у певних випадках оптимальні РП, отримані за критерієм  $Yu$ , збігаються з класичними правилами, побудованими за відношенням правдоподібності.

**Моментний критерій якості типу Неймана–Пірсона (критерій  $KuP$ ).** Критерій  $KuP$  є модифікацією критерію Неймана–Пірсона, що забезпечує можливість побудови оптимальних РП без точного знання щільностей розподілу [59-60]. При цьому одна з ймовірностей помилок фіксується, а друга мінімізується згідно з заданим критерієм. Аналітичний вираз функціонала має вигляд:

$$KuP(E, G) = \frac{\frac{G_0}{(1-C)^2} + \frac{G_1}{C^2}}{[E_1 - E_0]^2},$$

де  $E_0, E_1$  – математичні сподівання РП,  $G_0, G_1$  – дисперсії РП, при гіпотезах  $H_0$  і  $H_1$  а  $C$  – параметр ( $C \in (0, 1)$ ), що задає фіксоване значення для однієї з ймовірностей помилок.

Застосування цього критерію дозволяє синтезувати РП, близькі до оптимальних у сенсі класичного критерію Неймана–Пірсона, але без потреби в точному знанні щільностей розподілів відношення правдоподібності. Такий підхід є особливо ефективним для обробки негаусових завад, оскільки аналітичне визначення відповідних щільностей розподілу є неможливе, або потребує значних обчислювальних ресурсів.

Моментні критерії якості перевірки статистичних гіпотез дозволяють ефективно будувати РП в умовах невизначеності та за наявності негаусових завад. Розглянуті критерії  $Ku$ ,  $Yu$  та  $KuP$  забезпечують різні підходи до оптимізації, що

дає змогу гнучко адаптувати методику синтезу РП до конкретних практичних умов. У подальших дослідженнях основна увага буде приділятися критерію  $K_u$  як базовому інструменту моментно-кумулянтного підходу до побудови РП, тоді як критерії  $Y_u$  та  $K_{uP}$  розглядаються як альтернативні засоби для синтезу оптимальних РП [58-60].

### 1.5 Огляд статистичних методів оцінювання параметрів сигналів

Для забезпечення ефективної роботи РП необхідною умовою є наявність апіорної інформації про параметри завади, а також характеристик корисного сигналу. У зв'язку з цим потрібно оцінювати параметри ВП.

**Метод максимальної правдоподібності (ММП)** відіграє одну з ключових ролей у теорії оцінювання параметрів, оскільки ґрунтується на описі ВВ через функцію щільності ймовірності, яка є найбільш інформативною характеристикою її статистичних властивостей. Такий підхід історично став основним у статистичному аналізі [61-62].

Нехай задано незалежну вибірку  $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , отриману з сукупності випадкової величини  $\xi$ , яка є сумішшю корисного сигналу та завади. Припустимо, що спільна щільність ймовірності вибірки  $\vec{x}$  залежить від деякого векторного параметра  $\vec{\vartheta}$ , тобто:  $p\left(\frac{\vec{x}}{\vec{\vartheta}}\right) = \prod_{i=1}^n p\left(\frac{x_i}{\vec{\vartheta}}\right)$ .

Функція:  $L(\vec{\vartheta}) = p\left(\frac{\vec{x}}{\vec{\vartheta}}\right)$ , розглянута як функція від параметра  $\vec{\vartheta}$  при фіксованій вибірці  $\vec{x}$ , вона називається функцією правдоподібності.

Метод максимальної правдоподібності полягає у виборі такої оцінки невідомого параметра  $\vec{\vartheta}$ , при якій функція правдоподібності досягає свого максимального значення. Тобто, в якості оцінки параметра  $\vec{\vartheta}$ , приймається розв'язок рівняння:  $L\left(\vec{\vartheta}\right) = \max_{\vec{\vartheta}} L(\vec{\vartheta})$ .

Перевагою методу максимальної правдоподібності є те, що за умови виконання регулярних умов оцінки ММП збігаються з істинними значеннями

параметрів і при цьому мають найменшу можливу дисперсію серед усіх незміщених оцінок, досягаючи межі Крамера–Рао.

Якщо вибіркові значення є незалежними, але мають різні розподіли, то спільна щільність розподілу визначається як добуток індивідуальних щільностей кожного елемента вибірки, тобто:

$$p(x_1, x_2, \dots, x_n / \vec{\vartheta}) = \prod_{v=1}^n p_v(x_v / \vec{\vartheta}).$$

У такому разі оцінка параметра визначається як розв’язок наступної системи рівнянь:

$$\sum_{v=1}^n \frac{d}{d\vec{\vartheta}_i} \ln p_v(x_v / \vec{\vartheta}) \Big|_{\vec{\vartheta} = \vec{\vartheta}} = 0, i = \overline{1, q}.$$

Доведено, що асимптотично при  $n \rightarrow \infty$  дисперсія оцінки скалярного параметра прямує до величини, оберненої інформації Фішера.

Метод максимальної правдоподібності є універсальним і не накладає обмежень на типи щільностей розподілу. Однак, для негаусових розподілів виникають складнощі з побудовою ефективних алгоритмів оцінювання та їх практичною реалізацією.

**Метод найменших квадратів** є одним із перших методів оцінювання параметрів, запропонований К. Гаусом у 1804 році [1, 6, 63-65]. Нехай задано вибірку  $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  з незалежних випадкових величин  $\xi$ , які мають різні моменти першого порядку  $\alpha_{1v}(\vec{\vartheta})$  де  $v = \overline{1, n}$ . Згідно з методом найменших квадратів, оцінка невідомого параметра  $\vec{\vartheta} \in \Theta$  визначається як значення параметра, при якому досягається мінімум суми квадратів різниць між кожним спостереженням та його математичним сподіванням, тобто мінімум функції:

$$S(\vec{\xi}; \vec{\vartheta}) = \sum_{v=1}^n [\xi_v - \alpha_{1v}(\vec{\vartheta})]^2.$$

Якщо функції  $\alpha_{1v}(\vec{\vartheta})$  диференційовані за кожною складовою векторного параметра:

$$\left| \frac{d\alpha_{1v}(\vec{\vartheta})}{d\vartheta_m} \right| < \infty, \forall \vec{\vartheta} \in \vec{\Theta}, m = \overline{1, q}, v = \overline{1, n},$$

для визначення оцінок за методом найменших квадратів необхідно розв'язати систему рівнянь:

$$\frac{d}{d\vartheta_m} S(\vec{\xi}; \vec{\vartheta}) = \sum_{v=1}^n [\xi_v - \alpha_{1v}(\vec{\vartheta})] \frac{d}{d\vartheta_m} \alpha_{1v}(\vec{\vartheta})|_{\vec{\vartheta}=\vec{\hat{\vartheta}}} = 0, m = \overline{1, q}.$$

Метод найменших квадратів широко використовується в прикладних статистичних задачах, оскільки навіть за умови невеликих обсягів вибірки він забезпечує оптимальні властивості: дає незміщені оцінки, які є лінійними функціями від спостережень та характеризуються мінімальною дисперсією. Недоліком методу найменших квадратів є те, що при наявності негаусової завади виникають труднощі з застосуванням цього методу, що пов'язано зі складністю обробки негаусових щільностей розподілу.

**Метод моментів.** У задачах обробки сигналів за складних умов, зокрема за наявності негаусових завад, важливою є здатність оцінювати параметри сигналів і характеристики завад. Одним із підходів до такої оцінки є метод моментів, запропонований К. Пірсоном, суть якого полягає у прирівнюванні емпіричних моментів до відповідних теоретичних параметрів [38-42].

Метод моментів базується на порівнянні теоретичних моментів розподілу з емпіричними, що обчислюються на основі наявної вибірки. Його основна ідея полягає у прирівнюванні емпіричних моментів до відповідних теоретичних характеристик випадкової величини — таких як математичне сподівання, дисперсія, коефіцієнти асиметрії та ексцесу — з подальшим визначенням невідомих параметрів розподілу. Кількість моментів відповідає кількості невідомих параметрів, що підлягають оцінюванню.

Нехай задана вибірка  $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  з незалежних випадкових величин  $\xi_i$ , які мають однакову, але невідому щільність розподілу  $f(x; \theta)$ , що залежить від

вектора параметрів  $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_r)$ . Припустимо, що для  $f(x; \theta)$  існують моменти до  $r$ -го порядку включно. Згідно методу моментів, оцінювання параметрів  $\theta$  зводиться до розв'язання системи рівнянь:

$$\hat{m}_k(\theta) = \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v^k, k = 1, 2, \dots, r,$$

де  $\hat{m}_k(\theta) = E[X^k]$  — теоретичний момент  $k$ -го порядку, виражений через параметри  $\theta$ , а права частина є відповідним вибірковим моментом. У загальному випадку така система може бути нелінійною і розв'язується чисельно. Отриманий розв'язок  $\hat{\theta} = (\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_r)$  приймається як оцінка параметрів.

Метод моментів має такі переваги:

- простота реалізації та обчислювальна ефективність;
- не вимагає повного знання розподілу, що є значною перевагою порівняно з іншими методами, такими як метод максимальної правдоподібності, який вимагає припущення про конкретний розподіл.

- метод моментів є особливо корисним для оцінювання параметрів складних моделей сигналів і завад, зокрема у випадках, коли пряма реалізація іншими методами ускладнена або неможлива через відсутність аналітичного виразу функції правдоподібності, що характерно для негаусових законів розподілу.

До недоліків методу слід віднести:

- невисоку ефективність (у сенсі дисперсії оцінок) у порівнянні з методом максимальної правдоподібності;
- проблеми при використанні на малих вибірках або в присутності вибіркових аномалій;

Метод моментів знайшов широке застосування у прикладних задачах обробки сигналів, зокрема для оцінювання статистичних характеристик завад. У випадку негаусових завад з високим ексцесом метод моментів дозволяє відновити значущі статистичні параметри, як-от:

- математичне сподівання (перший момент),
- дисперсію (другий центральний момент),

- коефіцієнт асиметрії (третій центральний момент),
- коефіцієнт ексцесу (четвертий центральний момент).

Ці характеристики можуть бути використані як вхідні дані для побудови РП у задачах виявлення сигналів на фоні негаусових завад.

## 1.6 Висновки

Надійність та ефективність роботи сучасних ІВС значною мірою визначається якістю каналу зв'язку, який у реальних умовах піддається впливу численних дестабілізуючих чинників. Серед таких чинників особливу загрозу становлять завади негаусового характеру, що виникають, зокрема, при багатопроменевому поширенні сигналів, проходженні через неоднорідні середовища, або внаслідок флуктуацій параметрів самого каналу зв'язку. Такі завади характеризуються значними відхиленнями від нормального закону розподілу, включаючи високі значення дисперсії, асиметрії та ексцесу завади.

Аналіз сучасних методів виявлення та оцінювання характеристик сигналів на фоні негаусових завад в ІВС показує, що класичні статистичні підходи, базуються на припущенні про нормальний закон розподілу ВВ, виявляються неефективними в умовах реальної роботи таких систем.

Одним із перспективних напрямів підвищення ефективності роботи ІВС є використання біполярних дискретних RZ-сигналів, які завдяки своїй специфічній структурі забезпечують підвищену стійкість до міжсимвольної інтерференції та завад. Для підвищення ефективності виявлення таких сигналів на фоні негаусових завад пропонується застосування методу статистичної обробки ВП, який враховує вищі кумулянтні коефіцієнти розподілу ВП.

Було показано доцільність використання моментно-кумулянтного опису випадкових процесів для побудови ефективних РП у задачах виявлення сигналів на фоні негаусових завад. Зокрема, моментні критерії якості перевірки статистичних гіпотез дозволяють уникнути складного аналітичного опису щільності розподілу, що робить їх придатними для практичного використання в умовах апріорної невизначеності.

Проте для практичного застосування такого підходу необхідним є вирішення низки теоретичних і прикладних задач, пов'язаних із побудовою відповідних математичних моделей, синтезом РП на основі моментних критеріїв якості, а також розробкою програмних засобів для реалізації таких алгоритмів у середовищі цифрової обробки сигналів.

## РОЗДІЛ 2. МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ ВИЯВЛЕННЯ ТА СУМІСНОГО ОЦІНЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ СИГНАЛІВ НА ФОНІ НЕГАУСОВИХ ЗАВАД

### 2.1 Побудова структури адаптивного виявлення сигналів та оцінювання їх параметрів на фоні завад

Проблема адаптивного виявлення сигналів та одночасного оцінювання їх параметрів на фоні завад є однією з ключових при розробці та експлуатації сучасних ІВС [66-77]. Надійність та ефективність функціонування ІВС значною мірою визначається станом каналу зв'язку, який у реальних умовах піддається впливу численних дестабілізуючих чинників. Оскільки статистичні характеристики завадового середовища можуть бути апріорно невідомими або нестационарними (змінюватися у часі), виникає необхідність застосування методів, здатних до динамічної адаптації системи [1, 4, 7, 14-16].

Адаптивне виявлення сигналів передбачає синтез такої структури обробки, яка здатна при надходженні даних автоматично перелаштовувати параметри розв'язувальних процедур на основі поточних оцінок параметрів корисного сигналу та завади. В основі запропонованого підходу лежить концепція інтеграції двох функціональних підсистем:

- **підсистема оцінювання:** призначена для формування статистичних оцінок параметрів сигналів та завад у реальному часі;
- **підсистема прийняття рішення:** реалізує оптимальний алгоритм виявлення, адаптований до поточного завадового фону за обраним критерієм якості (моментний критерій верхньої границі ймовірності помилок – критерій  $K_u$ ).

Особлива складність реалізації такої структури в умовах негаусових завад полягає у необхідності переходу від класичних лінійних методів обробки до нелінійних розв'язувальних правил. Оскільки негаусові процеси неможливо описати лише першими двома моментами (математичним сподіванням та дисперсією), підсистема оцінювання має здійснювати моніторинг параметрів



форми розподілу, таких як коефіцієнти асиметрії та ексцесу. Це дозволяє ідентифікувати специфічні особливості завадового фону - наприклад, наявність імпульсних викидів або асиметричних флуктуацій - та швидко корегувати функціонал відношення правдоподібності. Таким чином, адаптація перетворюється з простого регулювання порогу на процес гнучкої перебудови самої структури алгоритму обробки відповідно до поточної статистичної ситуації.

Інтегрований підхід до побудови ІВС забезпечує ефект, де результати оцінювання параметрів стають опорними даними для підвищення завадостійкості процедур виявлення. Використання спільних алгоритмів оцінювання-виявлення дозволяє мінімізувати динамічні похибки, що виникають через нестационарність каналів передачі вимірювальної інформації. У результаті, така двоконтурна структура забезпечує стабільність метрологічних характеристик ІВС навіть за умов інтенсивної дії завад з "важкими хвостами" розподілів, де традиційні гаусові моделі втрачають працездатність. Це створює надійну базу для подальшого синтезу стійких поліноміальних алгоритмів, що є критично важливим для систем автоматичного моніторингу та управління.

Пропонується загальна структура адаптивного виявлення сигналів та оцінювання їх параметрів, представлена на рис.2.1.

Загальний процес адаптивного виявлення в ІВС описується наступною послідовністю (рис. 2.1):

1. джерело повідомлення (ІВС) формує первинну інформацію для передачі по каналу зв'язку;
2. перетворювач повідомлення здійснює його кодування або модуляцію у форму, придатну для каналу зв'язку;
3. передавач генерує корисний сигнал та випромінює його в канал;
4. канал зв'язку вносить дестабілізуючі завади, які в загальному випадку мають негаусовий характер;
5. приймач виділяє адитивну суміш сигналу та завади, спрямовуючи її до системи адаптивного виявлення;

6. модуль оцінювання параметрів виконує аналіз вхідної реалізації та обчислює вектор статистичних характеристик: математичне сподівання ( $a$ ), дисперсію ( $\chi_2$ ), а також коефіцієнти асиметрії ( $\gamma_3$ ) та ексцесу ( $\gamma_4$ );
7. поліноміальні алгоритми виявлення використовують ці оцінки для корекції вагових коефіцієнтів розв'язуваних функцій, що дозволяє винести рішення про наявність конкретного сигналу в умовах апіорної невизначеності;
8. відновлений корисний сигнал після прийняття рішення надходить до одержувача.

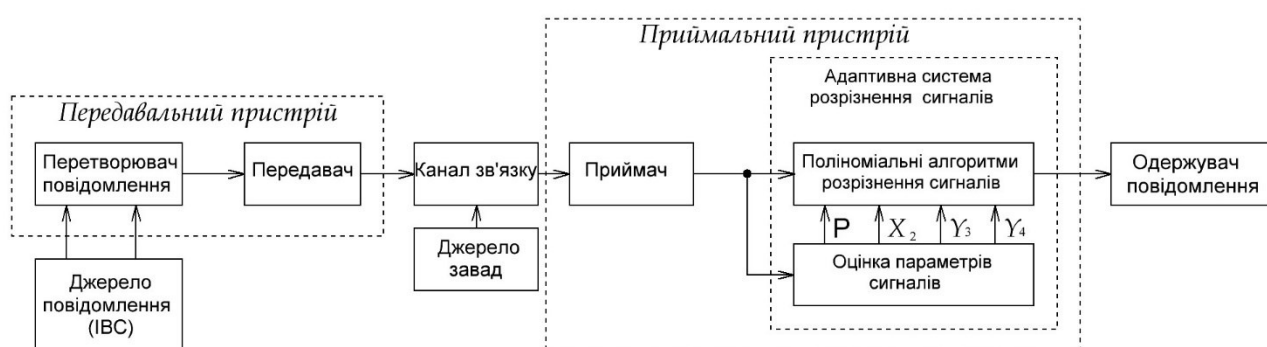


Рисунок 2.1 – Структурна схема системи адаптивного виявлення сигналів та оцінювання їх параметрів в ІВС на фоні негаусових завад

Запропонована структура (рис. 2.1) забезпечує не лише гнучке реагування на зміну параметрів каналу зв'язку, але й дозволяє проводити одночасну оптимізацію процесів виявлення сигналів. Це створює передумови для побудови високоефективних адаптивних приймальних пристроїв, здатних працювати на фоні негаусових завад та ускладнених сценаріях передачі інформації.

Для реалізації запропонованого підходу необхідно розробити адекватні математичні моделі для обробки негаусових випадкових процесів, побудувати методи та алгоритми сумісного оцінювання їх параметрів, адаптувати моментний критерій якості для задач багатоальтернативної перевірки гіпотез, що в подальшому дозволить проводити синтез поліноміальних РП виявлення сигналів на фоні негаусових завад.

Таким чином, розроблена структура забезпечує не лише гнучке реагування на зміну параметрів каналу, але й дозволяє проводити спільну оптимізацію процесів виявлення та оцінювання параметрів сигналів. Це створює теоретичне обґрунтування для побудови адаптивних ІВС, здатних ефективно функціонувати на фоні негаусових завад у складних завадових сценаріях.

## **2.2 Математичні моделі негаусових випадкових процесів в задачах виявлення сигналів**

У задачах виявлення та оцінювання сигналів в ІВС традиційно використовується математичний апарат щільностей ймовірностей розподілу. Класичні методи синтезу РП базуються на точному знанні умовних щільностей розподілу ВВ  $p(x | H_0)$  та  $p(x/H_1)$ , що дозволяє формувати оптимальні критерії якості вибору РП. Проте при синтезі алгоритмів системи при функціонування на фоні негаусових завад повний аналітичний опис щільності ймовірності розподілу часто є невідомим або надмірно складним. Для імпульсних, асиметричних чи ексцесних завад щільність може мати громіздку форму, що ускладнює отримання компактних аналітичних виразів для РП [28, 34-37].

Крім того, навіть при наявності аналітичної моделі щільності розподілу її параметри можуть істотно змінюватися в реальних умовах функціонування ІВС, що призводить до нестійкості роботи алгоритмів. У таких умовах використання повної щільності розподілу є практично ускладненим, оскільки її аналітичний вигляд може бути невідомим або надмірно складним. Водночас для розв'язання задач синтезу алгоритмів обробки сигналів часто достатньо інформації про обмежений набір статистичних характеристик випадкового процесу. Це обґрунтовує доцільність переходу до альтернативного опису ВВ, менш чутливого до повної форми розподілу.

Альтернативний підхід до опису негаусових ВП ґрунтується на моментно-кумулянтному представленні ВВ що забезпечує врахування їхніх статистичних властивостей [14, 38-42]. На відміну від класичних моделей, які ґрунтуються переважно на використанні другого моменту (дисперсії), даний підхід передбачає

залучення моментів і кумулянтів вищих порядків, що суттєво розширює функціональні можливості алгоритмів обробки сигналів та підвищує їх ефективність при функціонуванні системи на фоні негаусових завад. Це забезпечує можливість адекватного опису асиметрії, ексцесу та інших відхилень від гаусової моделі, які істотно впливають на ефективність процесу обробки сигналів і визначають доцільність використання моментно-кумулянтного опису при функціонуванні системи на фоні негаусових завад.

Застосування моментно-кумулянтного опису дозволяє враховувати складні нелінійні взаємодії між складовими сигналу та завади, а також відобразити тонку структуру розподілу, яка не зводиться лише до середнього значення та дисперсії. Використання кумулянтів вищих порядків забезпечує отримання додаткової інформації про статистичну природу процесу, що особливо важливо при функціонуванні системи на фоні негаусових завад.

Такий підхід підвищує точність і завадостійкість алгоритмів виявлення та оцінювання параметрів сигналів, оскільки дозволяє формувати розв'язувальні правила з урахуванням реальних статистичних характеристик завади. Крім того, моментно-кумулянтне представлення спрощує побудову аналітичних моделей у задачах виявлення сигналів, забезпечуючи узгодженість між теоретичним описом ВП та практичною реалізацією алгоритмів обробки.

Варто зазначити, що, незважаючи на наявність напрацювань щодо застосування моментно-кумулянтного підходу до опису ВП, залишаються невирішеними питання розробки алгоритмів виявлення RZ-сигналів при функціонуванні системи на фоні негаусових завад. Зокрема, недостатньо дослідженими є методи побудови РП, орієнтованих на врахування специфічної часово-амплітудної структури RZ-сигналів (рис. 2.2) та вищих статистичних характеристик суміші сигналу та негаусової завади.

Як видно з рис. 2.2, RZ-сигнал характеризується імпульсним поданням бітів із поверненням до нульового рівня в межах кожного тактового інтервалу, що призводить до нерівномірного розподілу енергії в часі. При адитивній взаємодії з негаусовою завадою суміш набуває складних статистичних властивостей, зокрема

зсуву, асиметрії та підвищеного ексцесу, які не можуть бути повністю охарактеризовані моментом другого порядку. Це зумовлює необхідність побудови математичної моделі RZ-сигналу та завади з застосування моментно-кумулянтного опису [38-42].

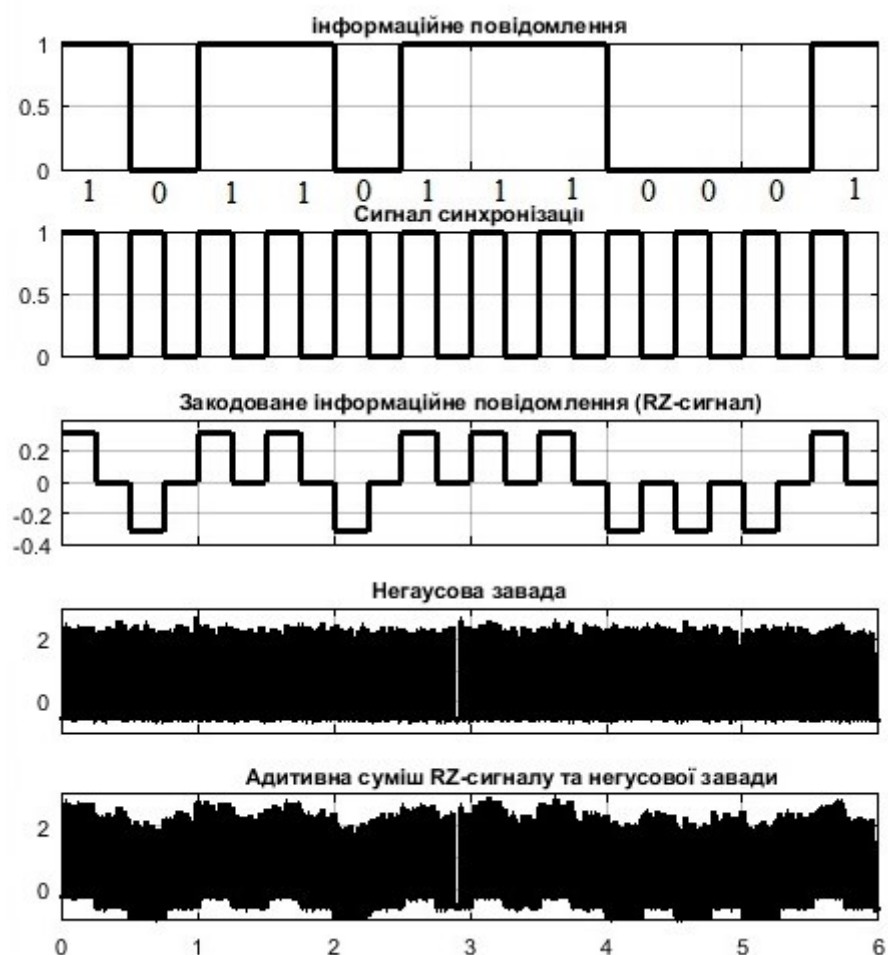


Рисунок 2.2 – Представлення процесу передачі дискретних сигналів за допомогою RZ сигнал при адитивній взаємодії з негаусовою завадою

Існуючі підходи до обробки RZ-сигналів переважно базуються на класичних енергетичних та спектральних методах, ефективність яких базується на моменті другого порядку (дисперсією BB) та середньою потужністю сигналу [78-83]. Така орієнтація на момент другого порядку є прийнятною для гаусової моделі завади, однак є недостатньою при функціонуванні системи на фоні негаусових завад, де суттєвий вплив мають моменти та кумулянти вищих порядків. Такий підхід є обґрунтованим у випадку гаусових моделей завади, однак в умовах

функціонування системи на фоні негаусових завад він не забезпечує повного врахування статистичної структури процесу.

Розглянемо моментно-кумулянтний опис ВП. Нехай  $\xi$  – ВВ із щільністю ймовірності розподілу  $p(\xi)$ . Тоді початковий момент  $i$ -го порядку визначається виразом:

$$m_i = E(\xi^i) = \int_{-\infty}^{\infty} \xi^i p(\xi) dx.$$

У подальшому статистичні характеристики ВП в роботі описуються через моменти (та кумулянти) вибірових значень, отриманих на інтервалі спостереження, без урахування статистичної (міжвідлікової) залежності. Це дозволяє зосередитися на впливі негаусових властивостей, що проявляються через моменти та кумулянти вищих порядків.

У межах задач виявлення RZ – сигналів доцільно розглядати типи ВВ.

- Гаусова модель ВВ (або нормальний розподіл) – це фундаментальна статистична модель, яка описує розподіл ймовірностей безперервної ВВ [1, 6, 8]. Вона є основою багатьох методів у статистиці, машинному навчанні та обробці сигналів.

Головна ідея моделі полягає в тому, що більшість значень зосереджена навколо середнього арифметичного, а ймовірність відхилення від нього симетрично спадає в обидва боки рис. 2.3.

Щільність розподілу описується наступним аналітичним виразом:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}.$$

Характеристики розподілу:

$\mu$  – Математичне сподівання, визначає центр "купола" (середнє значення).

$\sigma^2$  – Дисперсія, визначає ширину "купола". Чим більша дисперсія (або середньоквадратичне відхилення  $\sigma$ ), тим більш розмитим і плоским буде графік рис. 2.3.

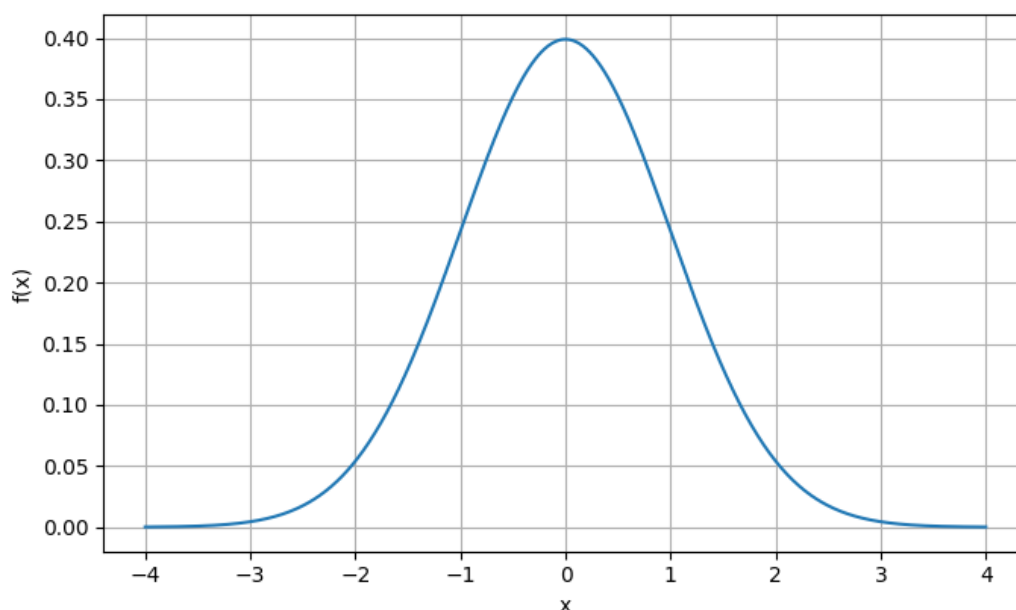


Рисунок 2.3 – Графік щільність розподілу Гаусової моделі ВВ

Зазначимо, що для гаусової моделі ВВ статистичний опис повністю визначається першими двома моментами – математичним сподіванням  $\mu = E(\xi)$  та дисперсією  $\sigma^2 = E\{(\xi - \mu)^2\}$ . При цьому всі кумулянти вищих порядків дорівнюють нулю. Саме тому при припущенні про гаусовий ВП достатнім є використання характеристик першого та другого порядку, тоді як при функціонуванні системи на фоні негаусових завад виникає необхідність урахування моментів і кумулянтів вищих порядків.

Негаусові завади є поширеним явищем у реальних умовах функціонування телекомунікацій та ІВС, що робить їх врахування важливим етапом у задачах обробки та виявлення сигналів. Це пояснюється тим, що класичні моделі не завжди здатні коректно описати статистичну поведінку завад у практичних умовах [1, 6, 7, 9-16, 38-42].

Зауважимо, що у задачах виявлення сигналів при функціонуванні системи на фоні негаусових завад застосування моментно-кумулянтних моделей для опису досліджуваних процесів потребує подальшого теоретичного узагальнення та розробок. З метою спрощення постановки задачі доцільно використати класифікаційний підхід, який передбачає введення певних класів кумулянтів з

урахуванням їх спільних властивостей. Для спрощення поставленої задачі доцільно використати класифікацію досліджуваних процесів, що ґрунтується на аналізі структури кумулянтів звичайної характеристичної функції та їх спільних властивостей. У межах такого підходу вводяться певні класи кумулянтів, які відображають характер відхилення розподілу від гаусової моделі та дозволяють систематизувати негаусові ВВ за ознаками наявності або відсутності кумулянтів відповідних порядків.

Кумулянти, що виникають при розкладі звичайної характеристичної функції в ряд, можуть бути впорядковані за певними класами залежно від їх наявності, відсутності або домінування у статистичному описі ВВ. Такий підхід дозволяє виділити групи розподілів зі спільними структурними властивостями щільності ймовірності та характерними наборами кумулянтів.

Для опису випадкових процесів у задачах виявлення сигналів та оцінювання їх параметрів була використана класифікація так званих перфорованих негаусових ВВ, запропонована професором Кунченком Ю.П. [14, 58]. Згідно цієї класифікації в роботі розглядається такий клас випадкових процесів, як асиметричні, ексцесні та асиметрично-ексцесні, які відповідають різним типам щільностей розподілів випадкових величин з подібними характеристиками. У межах цієї класифікації моментні та кумулянтні моделі формуються лише на основі частини кумулянтів із повного їх набору, що потенційно відповідає реальному ВП. Іншими словами, статистичний опис здійснюється через вибірккову підмножину кумулянтів, тоді як інші вважаються нульовими або такими, що не впливають істотно на властивості моделі. Такий підхід забезпечує спрощення аналітичного опису та дозволяє цілеспрямовано враховувати саме ті негаусові характеристики, які є визначальними для побудови РП у задачах виявлення сигналів.

Перфорована ВВ – це така ВВ, для якої при кумулянтному описі частина кумулянтів третього та вищих порядків є ненульовими, частина дорівнює нулю, а інші можуть набувати довільних значень. Інакше кажучи, спектр кумулянтів такої ВВ має «перфоровану» структуру, коли окремі порядки відсутні, тоді як інші зберігають суттєвий внесок у статистичний опис.



Відповідно до прийнятої класифікації, розрізняють асиметричні, ексцесні та асиметрично-ексцесні негаусові ВВ таб.2.1. Для асиметричних моделей характерним є ненульовий третій кумулянт (або коефіцієнт асиметрії), для ексцесних – відмінний від нуля четвертий кумулянт (ексцес), тоді як асиметрично-ексцесні моделі поєднують обидві властивості (ексцес та асиметрію). Дослідження зазначених типів негаусових ВВ та їх впливу на ефективність побудови РП наведені в роботах [15-16, 84-104].

Таблиця 2.1. Класифікація близьких до гаусових ВВ

Клас випадкових величин	Вид	Тип I	Тип II	Тип III	Тип IV
Асиметричні	1	$\gamma_3 \neq 0$	$\gamma_3 \neq 0,$ $\gamma_5 \neq 0$		
	2	$\gamma_5 \neq 0$			
Ексцесні	1	$\gamma_4 \neq 0$	$\gamma_4 \neq 0,$ $\gamma_6 \neq 0$		
	2	$\gamma_6 \neq 0$			
Асиметрично-ексцесні	1		$\gamma_3 \neq 0,$ $\gamma_4 \neq 0$	$\gamma_3 \neq 0, \gamma_4 \neq 0, \gamma_5 \neq 0$	$\gamma_3 \neq 0, \gamma_4 \neq 0, \gamma_5 \neq 0,$ $\gamma_6 \neq 0$
	2		$\gamma_3 \neq 0,$ $\gamma_6 \neq 0$	$\gamma_3 \neq 0, \gamma_4 \neq 0, \gamma_6 \neq 0$	
	3		$\gamma_4 \neq 0,$ $\gamma_5 \neq 0$	$\gamma_3 \neq 0, \gamma_5 \neq 0, \gamma_6 \neq 0$	
	4		$\gamma_5 \neq 0,$ $\gamma_6 \neq 0$	$\gamma_4 \neq 0, \gamma_5 \neq 0, \gamma_6 \neq 0$	

Зазначимо, що в даній роботі дослідження обмежуються використанням перших чотирьох кумулянтних коефіцієнтів, тобто  $\mu, \chi_2, \gamma_3, \gamma_4$ . Усі кумулянти

вищих порядків  $\gamma_n$ ,  $n \geq 5$ , в межах прийнятої моделі або вважаються такими, що дорівнюють нулю, або не фіксуються та можуть набувати довільних значень. Така постановка відповідає перфорованому опису ВВ і забезпечує збереження основних негаусових властивостей через урахування асиметрії та ексцесу при одночасному зменшенні складності аналітичних перетворень і синтезу РП.

- **Асиметричні ВП.** Цей клас ВП характеризується відсутністю ексцесу розподілу відносно середнього значення. Асиметричні ВП можуть мати як додатну, так і від'ємну асиметрію, що проявляється у зміщенні розподілу в бік більших або менших значень. Така властивість істотно впливає на їхні статистичні характеристики та ускладнює застосування класичних методів обробки сигналів, заснованих на припущенні про гаусовий характер ВП, статистичний опис повністю визначається першими трьома моментами – математичним сподіванням  $\mu = E(\xi)$ , дисперсією  $\chi_2 = \sigma^2 = E\{(\xi - \mu)^2\}$ , та асиметрією ВВ  $\chi_3 = E\{(\xi - \mu)^3\}$ , часто зручно вводити безрозмірні кумулянти, які називаються кумулянтними коефіцієнтами  $\gamma_r(\xi) = \chi_r(\xi)/\chi_2^{r/2}(\xi)$ , тоді коефіцієнт асиметрії буде визначатися з виразу:  $\gamma_3(\xi) = E\{(\xi - \mu)^3\}/\chi_2^{3/2}(\xi)$ .

- **Ексцесні ВП.** Цей тип ВП характеризується підвищеним або зниженим значенням ексцесу порівняно з гаусовим розподілом. Зокрема, ВП з додатним ексцесом відзначаються наявністю «важких хвостів» та підвищеною ймовірністю значних відхилень від середнього значення, що є характерним для імпульсних завад. Натомість завади з від'ємним ексцесом мають більш згладжений розподіл і меншу концентрацію значень поблизу середнього значення. Статистичний опис повністю визначається першими двома та четвертим моментами, математичним сподіванням  $\mu = E(\xi)$ , дисперсією  $\chi_2 = \sigma^2 = E\{(\xi - \mu)^2\}$ , та ексцесом ВВ  $\chi_4 = E\{(\xi - \mu)^4\}$ , коефіцієнт асиметрії буде визначатися з виразу:  $\gamma_4(\xi) = E\{(\xi - \mu)^4\}/\chi_2^{4/2}(\xi)$ .

До такого типу ВВ належить розподіл Лапласа (подвійний експоненціальний розподіл) використовується для опису ВВ із підвищеною концентрацією значень поблизу математичного сподівання та «важкими хвостами» порівняно з

нормальним розподілом [1, 6, 105]. Він є симетричним відносно параметра зміщення та характеризується додатнім ексцесом.

Застосування:

- моделювання імпульсних електромагнітних завад середньої інтенсивності;
- опис похибок вимірювання з підвищеною концентрацією малих відхилень і відносно важкими хвостами;
- моделювання залишкових похибок після фільтрації;
- обробка зображень (моделі шуму при компресії);
- системи зв'язку з імпульсними перешкодами невеликої потужності.
- У задачах виявлення сигналів розподіл Лапласа є зручним для аналізу ефективності поліноміальних РП при додатному коефіцієнті ексцесу  $\gamma_4 > 0$ .

Графік щільності розподілу наведений на рис. 2.4 та описується наступним аналітичним виразом:

$$f(x) = \frac{1}{2b} \exp\left(-\frac{|x - \mu|}{b}\right),$$

де  $\mu$  – математичне сподівання,  $b > 0$  – параметр масштабу,  $x$  – значення випадкової величини.

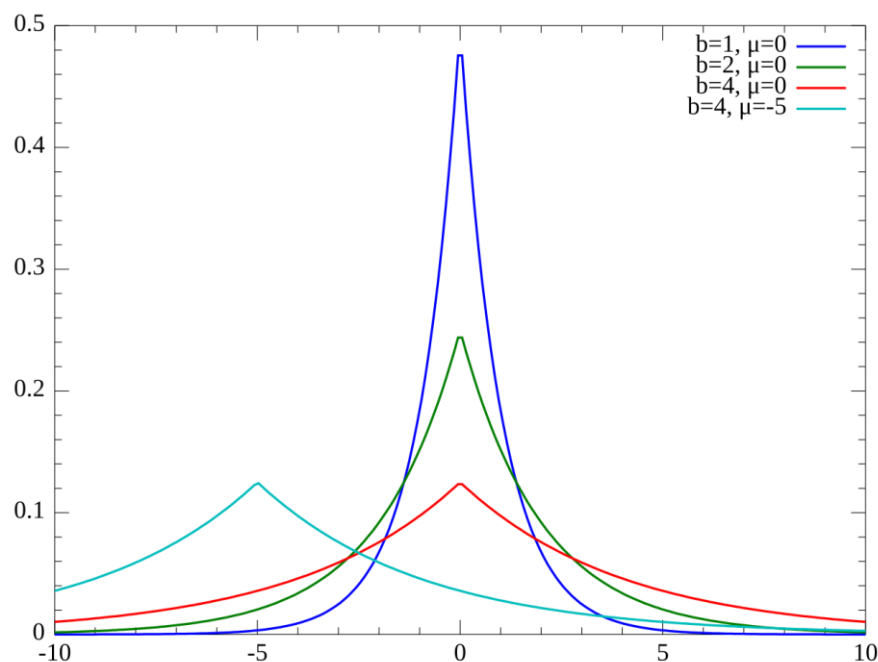


Рисунок 2.4 – Графік щільності розподілу Лапласа

Основні характеристики розподілу:

$M[X] = \mu$  – математичне сподівання;

$D[X] = 2b^2$  – дисперсія;

$\gamma_3 = 0$  – коефіцієнт асиметрії;

$\gamma_4 = 3$  – коефіцієнт ексцесу.

- **Асиметрично-ексцесні ВВ.** Цей тип завад поєднує ознаки асиметрії розподілу та відхилення значення ексцесу від нуля. Статистичний опис повністю визначається першими чотирьома моментами, математичним сподіванням  $\mu = E(\xi)$ , дисперсією  $\chi_2 = \sigma^2 = E\{(\xi - \mu)^2\}$ , асиметрією ВВ  $\chi_3 = E\{(\xi - \mu)^3\}$ , та ексцесом завади  $\chi_4 = E\{(\xi - \mu)^4\}$ . До такого типу ВВ належить наступні типи розподілу ВВ:

- **Розподіл Релея**, названий на честь Вільяма Струтта (лорда Релея) [106-108], описує розподіл модуля двовимірного випадкового вектора:

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2},$$

де  $X$  та  $Y$  — незалежні нормально розподілені випадкові величини з однаковими параметрами.

Застосування:

- моделювання амплітуд сигналів у багатопроменевих радіоканалах;
- опис флуктуацій огинаючої шумового процесу;
- аналіз завмирань у мобільному та бездротовому зв'язку;
- статистичний опис відбитих сигналів у радіолокації;
- моделювання завад у вимірювальних трактах при квадратичному детектуванні;
- у задачах для дослідження роботи системи при асиметричних завадах.

Щільність розподілу описується наступним аналітичним виразом:

$$f(x; \sigma) = \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}, \quad x \geq 0,$$

де  $\sigma > 0$  – параметр масштабу.

Основні характеристики розподілу:

$E[X] = \sigma\sqrt{\pi/2} \approx 1.253$  – математичне сподівання;

$D(X) = (4 - \pi/2)\sigma^2 \approx 0.429\sigma^2$  – дисперсія;

$\gamma_3 = 2\sqrt{\pi}(\pi - 3)/(4 - \pi)^{3/2} \approx 0.631$  – коефіцієнт асиметрії;

$\gamma_4 = -6\pi^2 - 24\pi + 16/(4 - \pi)^2$  – коефіцієнт ексцесу.

На графіку рис. 2.5 зображено функцію щільності розподілу Релея для різних значень параметра  $\sigma$ . Як можна помітити, зі збільшенням  $\sigma$  розподіл стає більш "розмитим", а його пік зміщується вправо і стає нижчим.

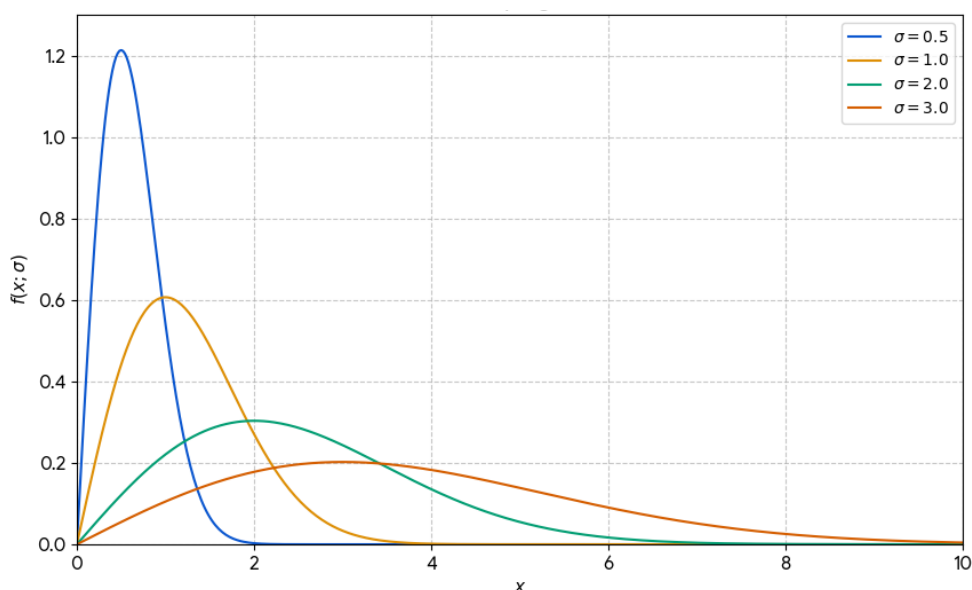


Рисунок 2.5 – Графік щільності розподілу Релея для різних значень параметра  $\sigma$

• **Гамма-розподіл** – це універсальний двопараметричний неперервний розподіл, який широко використовується в теорії надійності, телекомунікаціях (моделювання затримок) та метеорології [109-110]. Він є узагальненням декількох інших важливих розподілів: експоненціального, Ерланга та хі-квадрат.

Застосування:

- опис енергетичних параметрів сигналів;
- моделювання потужності шумових процесів;
- статистичний аналіз часу між подіями;
- опис розподілу енергії у радіолокаційних та телекомунікаційних системах;
- моделювання асиметрично-ексцесних завад з керованими параметрами.

Перевага гамма-розподілу полягає у можливості незалежного керування асиметрією та ексцесом через параметр форми  $k$ , що важливо при побудові моментних критеріїв якості.

Графік щільності розподілу наведений на рис. 2.6 та описується наступним аналітичним виразом:

$$f(x; k, \theta) = \frac{x^{k-1} e^{-\frac{x}{\theta}}}{\theta^k \Gamma(k)}, \quad x > 0,$$

де  $\Gamma(k)$  – гамма-функція Ейлера.

Гамма-розподіл зазвичай визначається двома параметрами:

$k$  – параметр форми;

$\theta$  – параметр масштабу.

Основні характеристики розподілу:

$E[X] = k\theta$  – математичне сподівання;

$D(X) = k\theta^2$  – дисперсія;

$\gamma_3 = 2/\sqrt{k}$  – коефіцієнт асиметрії;

$\gamma_4 = 6/k$  – коефіцієнт ексцесу.

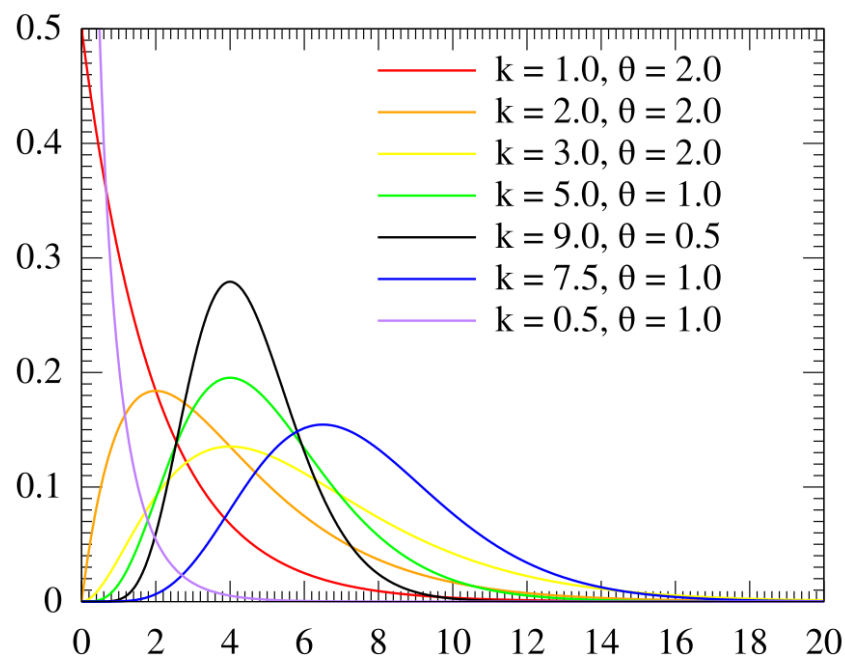


Рисунок 2.6 – Графік щільності Гамма розподілу для різних значень параметра  $k$

- **Експоненціальний розподіл** є одним із базових негаусових розподілів, який застосовується для опису додатних ВВ, зокрема часу до настання події, інтервалів між імпульсами або тривалості ВП [111-112]. У задачах аналізу завад він використовується для моделювання амплітуд імпульсних або однобічних флуктуаційних впливів.

Графік щільності розподілу наведений на рис. 2.7 та описується наступним аналітичним виразом:

$$f(x; \lambda) = \begin{cases} \lambda \exp(-\lambda x), & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases},$$

де  $\lambda > 0$  – параметр інтенсивності (обернений до математичного сподівання).

Основні характеристики:

$E[X] = 1/\lambda$  – математичне сподівання;

$D(X) = 1/\lambda^2$  – дисперсія;

$\gamma_3 = 2$  – коефіцієнт асиметрії;

$\gamma_4 = 6$  – коефіцієнт ексцесу.

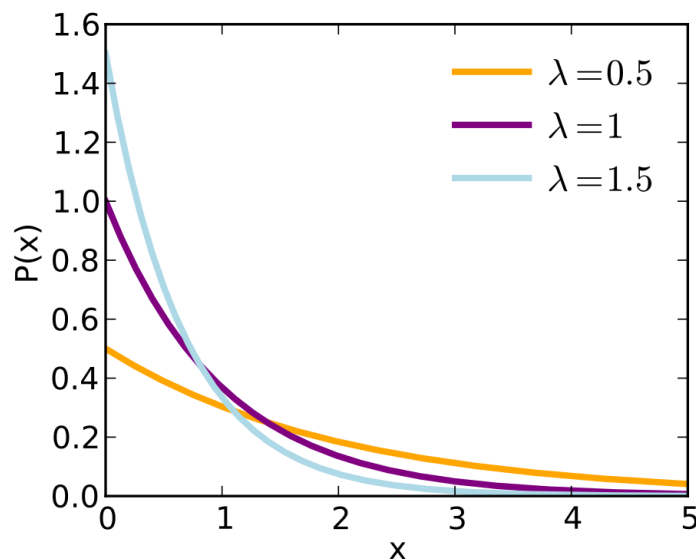


Рисунок 2.7 – Графік щільності експоненціального розподілу при різних  $\lambda$  – параметрах інтенсивності

Розглянуті типи негаусових ВП відображають різні форми відхилення реальних ВП від класичної гаусової моделі завади. З позицій статистичного опису

такі відхилення проявляються у зміні форми щільності ймовірностей розподілу, зокрема у зміні ширини центральної частини розподілу, «поведінки хвостів», ступеня концентрації ймовірності поблизу середнього значення та характеру спадання функції розподілу. Саме ці властивості визначають значення моментів вищих порядків і, відповідно, впливають на побудову моментних критеріїв та поліноміальних РП при функціонуванні системи на фоні негаусових завад. З урахуванням зазначеного перейдемо до постановки задачі виявлення сигналів.

**Постановка задачі.** Нехай на інтервалі спостереження  $(0, T)$  спостерігаються випадкові сигнали  $\xi_i(t)$ ,  $i = 0, 1, 2$ , які являють собою адитивну суміш постійних корисних сигналів  $\xi_1(t) = a_1 + \eta(t)$ ,  $\xi_2(t) = -a_2 + \eta(t)$ , та  $\xi_0(t) = \eta(t)$  – негаусової завади з нульовим математичним сподіванням та дисперсією  $\chi_2$ . З випадкових сигналів  $\xi_i(t)$  формується вектор вибірових значень  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ .

На основі результатів обробки вектора вибірових значень необхідно прийняти рішення про реалізацію однієї з трьох гіпотез:

- $H_1$  – корисний постійний сигнал  $a_1$  присутній, спостерігається адитивна суміш постійного корисного сигналу  $a_1$  та  $\eta(t)$  – негаусової завади;
- $H_2$  – корисний постійний сигнал  $-a_2$  присутній, спостерігається адитивна суміш постійного корисного сигналу  $-a_2$  та  $\eta(t)$  – негаусової завади;
- $H_0$  – характеризує відсутністю корисних сигналів та наявністю тільки  $\eta(t)$  – негаусової завади.

Кожен сигналу, який приймається, описується моментно-кумулянтним описом, який являє собою послідовність моментів  $m_i[\{0, \chi_{i2}, \gamma_{i3}, \dots, \gamma_{il}\}]$ , де  $\gamma_{i3}, \dots, \gamma_{il}$  – кумулянтні коефіцієнти, які описують ознаки негаусової завади  $\eta(t)$ .

Така постановка задачі виникає в системах, де існує чітке знання про корисний сигнал, який необхідно виявити на фоні завад, наприклад RZ-сигнал [17-18]: застосовуються у тих галузях, де важлива висока точність відновлення часової структури сигналу та зниження впливу між символної інтерференції. Їх використовують у таких системах:



### **Телекомунікаційні системи зв'язку.**

У волоконно-оптичних лініях передачі даних, де RZ-кодування забезпечує кращу синхронізацію приймача з передавачем. У системах, що працюють із високими швидкостями передачі інформації, де важливо уникати накопичення міжсимвольної інтерференції.

### **Мобільний та супутниковий зв'язок.**

Для передачі цифрових потоків у складних каналах зв'язку, де наявні флуктуації фази та завади, а коротша тривалість імпульсу зменшує ймовірність спотворення.

### **Біомедичні вимірювальні системи.**

У пристроях збору та передачі біосигналів (наприклад, у кардіографії чи нейрофізіології), де потрібна висока завадостійкість та точна ідентифікація імпульсів.

### **Радіотехнічні та вимірювальні комплекси.**

У системах цифрового радіозв'язку й радіолокації, де важливо чітко виявлення імпульсів на фоні шумів.

У інформаційно-вимірювальних системах, де проводиться аналіз сигналів на фоні негаусових завад.

### **Криптографія та захищені канали.**

Використовуються в оптичних квантових комунікаціях (наприклад, у схемах квантового розподілу ключів), де імпульсні структури формуються за принципом RZ для зручності ідентифікації фотонів.

### **Комп'ютерні інтерфейси та цифрові системи.**

У внутрішніх шинах передачі даних у деяких апаратних архітектурах, коли необхідна синхронізація за тактовими імпульсами та висока стійкість до спотворень.

Для подальшої розробки алгоритму виявлення сигналів необхідно визначити ймовірнісні характеристики вхідних даних для кожної з розглянутих гіпотез. Оскільки прийняття рішення базується на аналізі ВВ, ключову роль відіграють їхні

початкові моменти, які повністю описують модель завади та її взаємодію з корисним сигналом.

У випадку використання **гаусової моделі завади** початкові моменти досліджуваної випадкової величини при гіпотезі  $H_0$  (наявність лише завади) матимуть наступний вигляд:

$$m_1^{(0)} = 0, m_2^{(0)} = \chi_2, \quad (2.1)$$

де  $\chi_2$  – дисперсія негаусової завади.

Початкові моменти для сигналів  $\xi_1(t), \xi_2(t)$  при реалізації гіпотез  $H_1, H_2$  матимуть вигляд:

$$m_1^{(1)} = a_1, m_2^{(1)} = a_1^2 + \chi_2, m_1^{(2)} = -a_2, m_2^{(2)} = a_2^2 + \chi_2. \quad (2.2)$$

Для синтезу ефективного алгоритму виявлення сигналів у складних завадових умовах недостатньо знати лише середнє значення та дисперсію. Якщо система функціонує на фоні асиметричної негаусової завади, її повний статистичний опис потребує залучення моментів вищих порядків. Це дозволяє врахувати коефіцієнт асиметрії, який безпосередньо впливає на форму розподілу імовірностей та, як наслідок, на порогові рівні прийняття рішень.

Виходячи з моделі асиметричного ВП, початкові моменти до 4-го порядку для сигналу  $\xi_0(t)$  при реалізації гіпотези  $H_0$  матимуть вигляд:

$$m_1^{(0)} = 0, m_2^{(0)} = \chi_2, m_3^{(0)} = \gamma_3 \chi_2^{3/2}, m_4^{(0)} = 3\chi_2^2, \quad (2.3)$$

де  $\gamma_3$  – коефіцієнт асиметрії завади. Тоді початкові моменти до 4-го порядку при прийомі сигналу  $\xi_1(t)$  при реалізації гіпотези  $H_1$  приймуть вигляд:

$$m_1^{(1)} = a_1, m_2^{(1)} = a_1^2 + \chi_2, m_3^{(1)} = a_1^3 + 3a_1\chi_2 + \gamma_3\chi_2^{3/2}, \quad (2.4)$$

$$m_4^{(1)} = a_1^4 + 6a_1^2\chi_2 + 4a_1\gamma_3\chi_2^{3/2} + 3\chi_2^2.$$

Початкові моменти до 4-го порядку при прийомі сигналу  $\xi_2(t)$  при реалізації гіпотези  $H_2$  матимуть вигляд:

$$m_1^{(2)} = -a_2, m_2^{(2)} = a_2^2 + \chi_2, m_3^{(2)} = -a_2^3 - 3a_2\chi_2 + \gamma_3\chi_2^{\frac{3}{2}}, \quad (2.5)$$

$$m_4^{(2)} = a_2^4 + 6a_2^2\chi_2 + 4a_2\gamma_3\chi_2^{3/2} + 3\chi_2^2.$$

У випадку функціонування системи на фоні асиметрично-ексцесної негаусової завади, для коректного синтезу моментного критерію та подальшої побудови поліноміальних РП необхідно визначити початкові моменти до четвертого порядку. На відміну від гаусової моделі, у даному випадку статистичний опис завади не обмежується лише дисперсією, а додатково враховує коефіцієнти асиметрії та ексцесу, що характеризують відхилення форми розподілу від нормального закону.

У цьому випадку початкові моменти до 4-го порядку для сигналу  $\xi_0(t)$  при реалізації гіпотези  $H_0$  матимуть вигляд:

$$m_1^{(0)} = 0, m_2^{(0)} = \chi_2, m_3^{(0)} = \gamma_3\chi_2^{3/2}, m_4^{(0)} = (3 + \gamma_4)\chi_2^2, \quad (2.6)$$

де  $\gamma_3, \gamma_4$  – коефіцієнт асиметрії та ексцесу завади. Початкові моменти до 4-го порядку при прийомі сигналу  $\xi_1(t)$  при реалізації гіпотези  $H_1$  матимуть вигляд:

$$m_1^{(1)} = a_1, m_2^{(1)} = a_1^2 + \chi_2, m_3^{(1)} = a_1^3 + 3a_1\chi_2 + \gamma_3\chi_2^{3/2}, \quad (2.7)$$

$$m_4^{(1)} = a_1^4 + 6a_1^2\chi_2 + 4a_1\gamma_3\chi_2^{3/2} + 3\chi_2^2 + \gamma_4\chi_2^2.$$

Та початкові моменти до 4-го порядку для сигналу  $\xi_2(t)$  при реалізації гіпотези  $H_2$  матимуть вигляд:

$$m_1^{(2)} = -a_2, m_2^{(2)} = a_2^2 + \chi_2, m_3^{(2)} = -a_2^3 - 3a_2\chi_2 + \gamma_3\chi_2^{3/2}, \quad (2.8)$$

$$m_4^{(2)} = a_2^4 + 6a_2^2\chi_2 - 4a_2\gamma_3\chi_2^{3/2} + 3\chi_2^2 + \gamma_4\chi_2^2.$$

У випадку ексцесної негаусової завади (симетричної, тобто  $\gamma_3 = 0$ ) початкові моменти відрізняються від наведених вище. Для синтезу поліноміальних РП при ексцесній негаусовій заваді необхідно збільшити степінь поліному до  $S=3$  тому моменти для синтезу РП запишемо до 6-го порядку.

Для сигналу  $\xi_0(t)$  при реалізації гіпотези  $H_0$ , яка відповідає відсутності корисного сигналу, тобто спостерігається лише негаусова завада і мають наступний вигляд:

$$m_1^{(0)} = m_3^{(0)} = m_5^{(0)} = 0, m_2^{(0)} = \chi_2, m_4^{(0)} = (3 + \gamma_4)\chi_2^2, \quad (2.9)$$

$$m_6^{(0)} = (15 + 15\gamma_4)\chi_2^3.$$

Початкові моменти до 6-го порядку для сигналу  $\xi_1(t)$  при реалізації гіпотези  $H_1$  матимуть вигляд:

$$m_1^{(1)} = a_1, m_2^{(1)} = a_1^2 + \chi_2, m_3^{(1)} = a_1(a_1^2 + 3\chi_2), m_4^{(1)} = a_1^4 + 6a_1^2\chi_2 + 3\chi_2^2 + \gamma_4\chi_2^2, m_5^{(1)} = a_1(a_1^4 + 10a_1^2\chi_2 + 15\chi_2^2 + 5\gamma_4\chi_2^2), \quad (2.10)$$

$$m_6^{(1)} = a_1^6 + 15a_1^4\chi_2 + 45a_1^2\chi_2^2 + 15a_1^2\gamma_4\chi_2^2 + 15\chi_2^3 + 15\gamma_4\chi_2^3.$$

Початкові моменти до 6-го порядку для сигналу  $\xi_2(t)$  при реалізації гіпотези  $H_2$  матимуть вигляд:

$$m_1^{(2)} = -a_2, m_2^{(2)} = a_2^2 + \chi_2, m_3^{(2)} = -a_2(a_2^2 + 3\chi_2), m_4^{(2)} = a_2^4 + 6a_2^2\chi_2 + 3\chi_2^2 + \gamma_4\chi_2^2, m_5^{(2)} = -a_2(a_2^4 + 10a_2^2\chi_2 + 15\chi_2^2 + 5\gamma_4\chi_2^2), \quad (2.11)$$

$$m_6^{(2)} = a_2^6 + 15a_2^4\chi_2 + 45a_2^2\chi_2^2 + 15a_2^2\gamma_4\chi_2^2 + 15\chi_2^3 + 15\gamma_4\chi_2^3.$$

У даній роботі проведено розробку нових моментно-кумулянтних моделей адитивної суміші RZ-сигналів та негаусових ВВ, орієнтованих на адекватний опис реальних заводових процесів в ІВС. На основі побудованих моделей синтезовано нові методи виявлення сигналів із використанням моментного критерію якості перевірки статистичних гіпотез [15-16, 84, 88-104]. На відміну від класичних підходів, що спираються переважно на гаусову апроксимацію та використання лише моментів до другого порядку, запропоновані методи забезпечують урахування тонкої структури негаусових ВП за рахунок залучення кумулянтів та моментів вищих порядків.

Такий підхід є особливо актуальним для задач виявлення RZ-сигналів в каналах ІВС, де статистичні властивості завод істотно відрізняються від нормального закону розподілу ВВ. У роботі моментно-кумулянтний опис використовується для синтезу поліноміальних стохастичних РП, призначених для виявлення RZ-сигналів при функціонуванні системи на фоні асиметричних,

ексцесних та асиметрично-ексцесних негаусових завад. Це дозволить підвищити завадостійкість ІВС та забезпечити більш точне врахування статистичних особливостей завадового середовища.

### **2.3 Побудова методу та алгоритмів сумісного оцінювання параметрів негаусових завад при використанні методу моментів**

Процес прийому та обробки сигналів в ІВС суттєво ускладнюються за наявності негаусових завад, оскільки класичні методи оцінювання параметрів, синтезовані для нормальних моделей, втрачають свою оптимальність. Зокрема, метод максимальної правдоподібності (ММП) вимагає апріорного знання точного аналітичного виразу щільності розподілу ймовірностей завади, що в реальних умовах експлуатації ІВС часто є недоступним. Водночас метод найменших квадратів (МНК) забезпечує найкращі оцінки лише за умов відповідності завади гаусовому закону, а за наявності негаусових флуктуацій (зокрема, імпульсних викидів) його ефективність різко знижується. У ситуаціях, коли статистичні характеристики процесу суттєво відхиляються від нормального закону, виникає необхідність застосування підходів, що базуються на використанні моментів та кумулянтів вищих порядків.

Одним з ефективних інструментів для оцінки параметрів негаусових процесів є метод моментів, який базується на використанні оцінок моментів і кумулянтів негаусової завади. Цей метод дозволяє отримувати узгоджені оцінки параметрів навіть у випадках, коли аналітична форма щільності ймовірності невідома або складна для використання. У задачах сумісного оцінювання параметрів завади та корисного сигналу метод моментів забезпечує можливість побудови алгоритмів, що враховують асиметрію, ексцес та інші статистичні особливості негаусових розподілів.

У загальному випадку система рівнянь має вигляд:

$$\begin{cases} m_1(\vec{\vartheta}) - \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v \Big|_{\vec{\vartheta}=\vec{\hat{\vartheta}}} = 0, \\ m_2(\vec{\vartheta}) - \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v^2 \Big|_{\vec{\vartheta}=\vec{\hat{\vartheta}}} = 0, \\ \dots\dots\dots \\ m_r(\vec{\vartheta}) - \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v^r \Big|_{\vec{\vartheta}=\vec{\hat{\vartheta}}} = 0. \end{cases}$$

Розв'язання системи рівнянь щодо невідомих параметрів дозволяє отримати відповідні оцінки.

Між початковими моментами негаусової випадкової величини та її кумулянтами існує зв'язок, який до 4-го порядку має вигляд [14, 42, 86, 87]:

$$\alpha_1(\vec{\vartheta}) = \alpha;$$

$$\alpha_2(\vec{\vartheta}) = \chi_2 + \alpha^2;$$

$$\alpha_3(\vec{\vartheta}) = \chi_2^{1,5} \gamma_3 + 3\chi_2 \alpha + \alpha^3;$$

$$\alpha_4(\vec{\vartheta}) = \chi_2^2(\gamma_4 + 3) + 4\chi_2^{1,5} \gamma_3 \alpha + 6\alpha^2 \chi_2 + \alpha^4.$$

Розглянемо задачу сумісного оцінювання параметрів  $\chi_2$ ,  $\gamma_3$  і  $\gamma_4$ . Припустимо, що математичне сподівання негаусової випадкової величини дорівнює нулю, тобто  $\alpha = 0$ . За цієї умови система рівнянь набуває вигляду:

$$\begin{cases} \alpha_2(\vec{\vartheta}) - \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v^2 \Big|_{\vec{\vartheta}=\vec{\hat{\vartheta}}} = 0, \\ \alpha_3(\vec{\vartheta}) - \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v^3 \Big|_{\vec{\vartheta}=\vec{\hat{\vartheta}}} = 0, \\ \alpha_4(\vec{\vartheta}) - \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v^4 \Big|_{\vec{\vartheta}=\vec{\hat{\vartheta}}} = 0. \end{cases}$$

Підставивши значення відповідних початкових моментів, можна записати остаточну систему рівнянь, з якої обчислюються оцінки шуканих параметрів:

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\chi}_2 = \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v^2, \\ \hat{\gamma}_3 = \frac{\frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v^3}{\left( \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v^2 \right)^{1,5}}, \\ \hat{\gamma}_4 = \frac{\frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v^4}{\left( \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v^2 \right)^2} - 3. \end{array} \right. \quad (2.12)$$

Структурна схема, що реалізує систему рівнянь (2.12) для сумісного оцінювання параметрів  $\chi_2$ ,  $\gamma_3$  і  $\gamma_4$  показана на рис. 2.8. Вона складається з елементарних обчислювальних блоків, що виконують підсумовування вибірових значень різних ступенів, множення на відповідні коефіцієнти та операції віднімання.

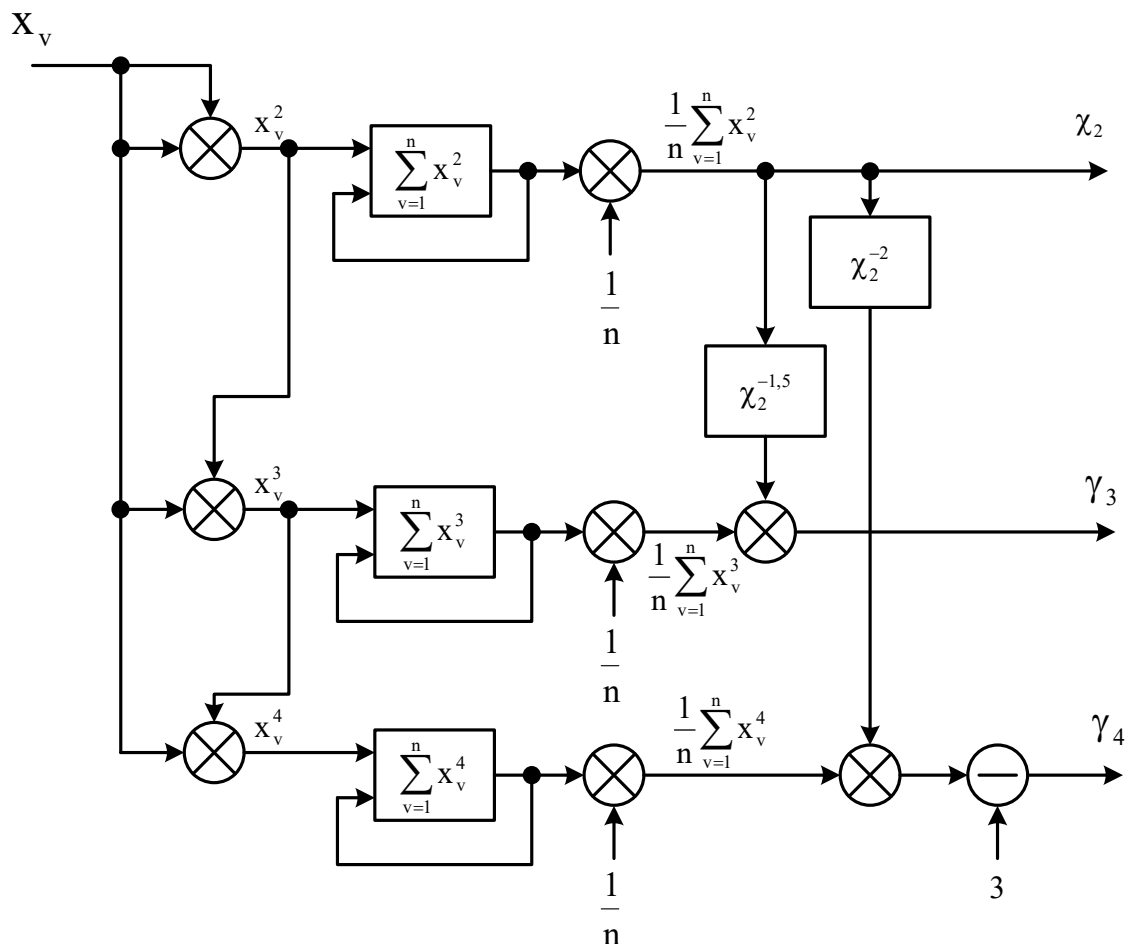


Рисунок 2.8 – Структурна схема сумісного оцінювання параметрів  $\chi_2$ ,  $\gamma_3$  та  $\gamma_4$  асиметрично-ексцесної негаусової завади

У випадку, коли математичне сподівання негаусової випадкової величини відрізняється від нуля  $\alpha \neq 0$ , система рівнянь для сумісного оцінювання параметрів  $\alpha$ ,  $\chi_2$  і  $\gamma_3$  асиметричної негаусової величини 1-го типу 1-го виду матиме наступний загальний вигляд:

$$\begin{cases} \alpha(\hat{\vartheta}) - \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v \Big|_{\vec{\vartheta}=\vec{\hat{\vartheta}}} = 0, \\ \alpha_2(\hat{\vartheta}) - \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v^2 \Big|_{\vec{\vartheta}=\vec{\hat{\vartheta}}} = 0, \\ \alpha_3(\hat{\vartheta}) - \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v^3 \Big|_{\vec{\vartheta}=\vec{\hat{\vartheta}}} = 0. \end{cases} \quad (2.13)$$

Після підстановки початкових моментів система рівнянь прийме остаточний вигляд:

$$\begin{cases} \hat{\alpha} = \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v, \\ \hat{\chi}_2 = \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v^2 - \left( \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v \right)^2, \\ \hat{\gamma}_3 = \frac{\frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v^3 - 3 \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v \left( \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v^2 - \left( \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v \right)^2 \right) - \left( \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v \right)^3}{\left( \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v^2 - \left( \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v \right)^2 \right)^{1,5}}. \end{cases} \quad (2.14)$$

Структурна схема, що реалізує систему рівнянь (2.14) для сумісного оцінювання параметрів  $\alpha$ ,  $\chi_2$  і  $\gamma_3$  наведена на рис. 2.9. Вона побудована на основі типових обчислювальних вузлів: суматорів для накопичення вибірових значень, блоків множення та віднімання, а також блоків піднесення до степені. Практична реалізація такої структури не потребує спеціалізованих модулів, усі операції зводяться до стандартних арифметичних дій над вибіровими значеннями, тому схему досить легко реалізувати в Matlab/Simulink, а також на DSP/мікроконтролері або ПЛІС.



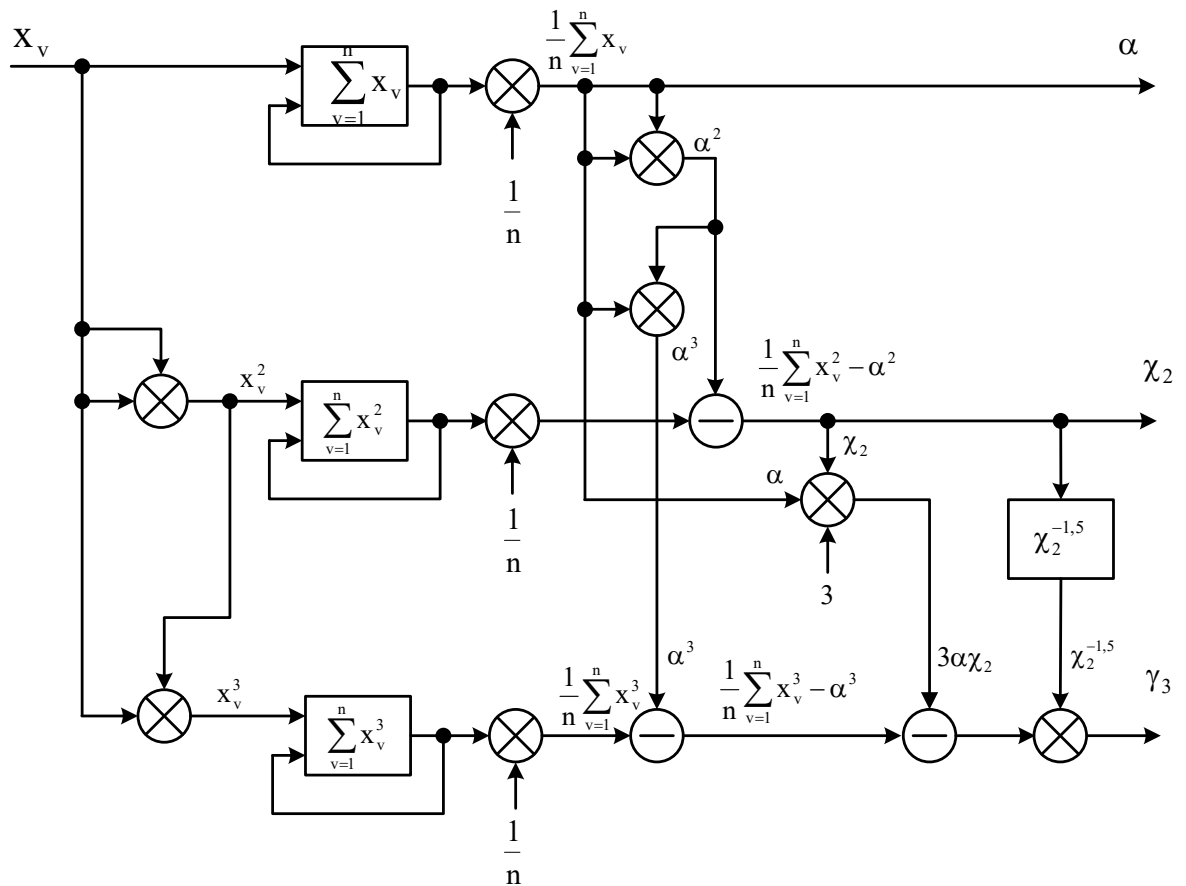


Рисунок 2.9 – Структурна схема сумісного оцінювання параметрів  $\alpha$ ,  $\chi_2$  і  $\gamma_3$  асиметричної випадкової величини

Для проведення сумісної оцінки параметрів ексцесної випадкової величини 1-го типу 1-го виду з ненульовим математичним сподіванням система рівнянь для оцінки параметрів  $\alpha$ ,  $\chi_2$  і  $\gamma_4$  у загальному випадку набуває такого вигляду:

$$\begin{cases} \alpha(\hat{\vartheta}) - \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v \Big|_{\vec{\vartheta}=\vec{\hat{\vartheta}}} = 0, \\ \alpha_2(\hat{\vartheta}) - \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v^2 \Big|_{\vec{\vartheta}=\vec{\hat{\vartheta}}} = 0, \\ \alpha_4(\hat{\vartheta}) - \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v^4 \Big|_{\vec{\vartheta}=\vec{\hat{\vartheta}}} = 0. \end{cases}$$

Після відповідної підстановки система рівнянь набуває остаточного вигляду:

$$\hat{\alpha} = \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v,$$

$$\hat{\chi}_2 = \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v^2 - \left( \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v \right)^2,$$

$$\hat{\gamma}_4 = \left( \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v^2 - \left( \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v \right)^2 \right)^{-2} \left[ \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v^4 - 4 \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v \left( \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v^3 - \right. \right.$$

$$\left. - 3 \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v \left( \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v^2 - \left( \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v \right)^2 \right) - \left( \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v \right)^3 \right)$$

$$\left. - -6 \left( \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v \right)^2 \left( \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v^2 - \left( \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v \right)^2 \right) - \left( \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v \right)^4 \right] - 3. \quad (2.15)$$

Структурна схема реалізації наведеної вище системи рівнянь (2.15) для сумісного оцінювання параметрів  $\alpha$ ,  $\chi_2$  і  $\gamma_4$  показана на рис. 2.10 і, аналогічно до попередньої схеми, не викликає труднощів у технічній реалізації.

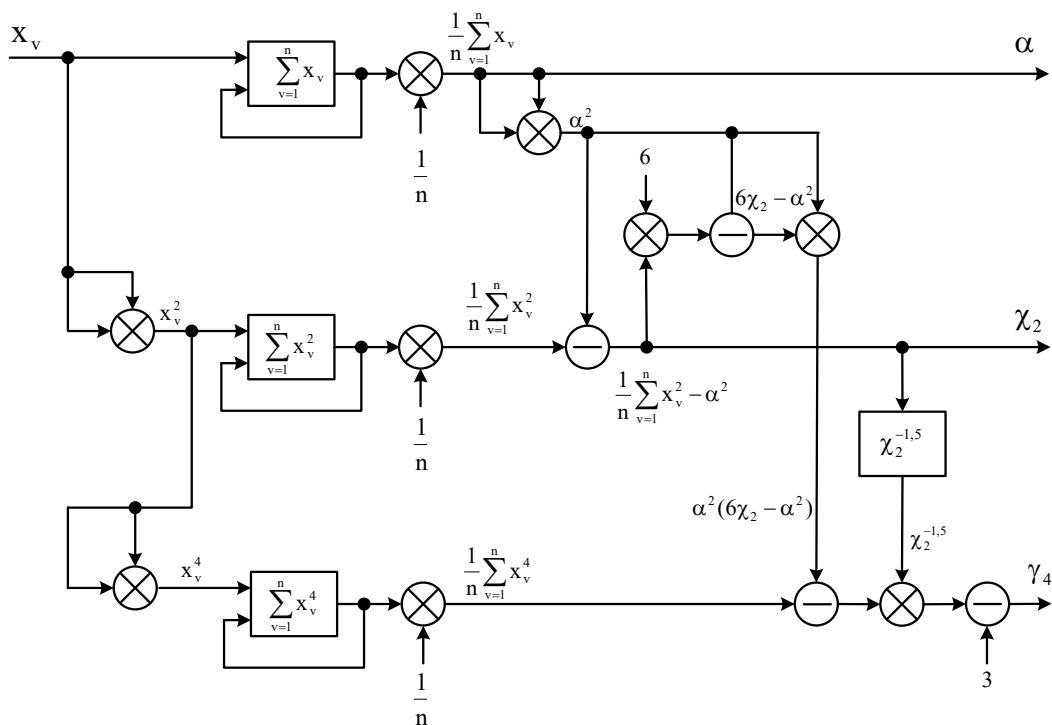


Рисунок 2.10 – Структурна схема сумісного оцінювання параметрів  $\alpha$ ,  $\chi_2$  і  $\gamma_3$  ексцесної завади

Здійснюючи аналогічний підхід, отримаємо систему рівнянь для сумісної оцінки параметрів  $\alpha$ ,  $\chi_2$ ,  $\gamma_3$  і  $\gamma_4$  асиметрично-ексцесної негаусової завади з ненульовим математичним сподіванням, яка матиме вигляд:

$$\begin{aligned}\hat{\alpha} &= \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v, \\ \hat{\chi}_2 &= \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v^2 - \left( \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v \right)^2, \\ \hat{\gamma}_3 &= \frac{\frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v^3 - 3 \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v \left( \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v^2 - \left( \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v \right)^2 \right) - \left( \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v \right)^3}{\left( \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v^2 - \left( \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v \right)^2 \right)^{1,5}}, \quad (2.16) \\ \hat{\gamma}_4 &= \left( \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v^2 - \left( \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v \right)^2 \right)^{-2} \left[ \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v^4 - \right. \\ &4 \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v \left( \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v^3 - 3 \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v \left( \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v^2 - \left( \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v \right)^2 \right) - \left( \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v \right)^3 \right) - \\ &\left. 6 \left( \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v \right)^2 \left( \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v^2 - \left( \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v \right)^2 \right) - \left( \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x_v \right)^4 \right] - 3.\end{aligned}$$

Структурна схема, що реалізує систему рівнянь (2.16) для сумісного оцінювання параметрів  $\alpha$ ,  $\chi_2$ ,  $\gamma_3$  і  $\gamma_4$  асиметрично-ексцесної негаусової величини методом моментів, наведена на рис. 2.11.

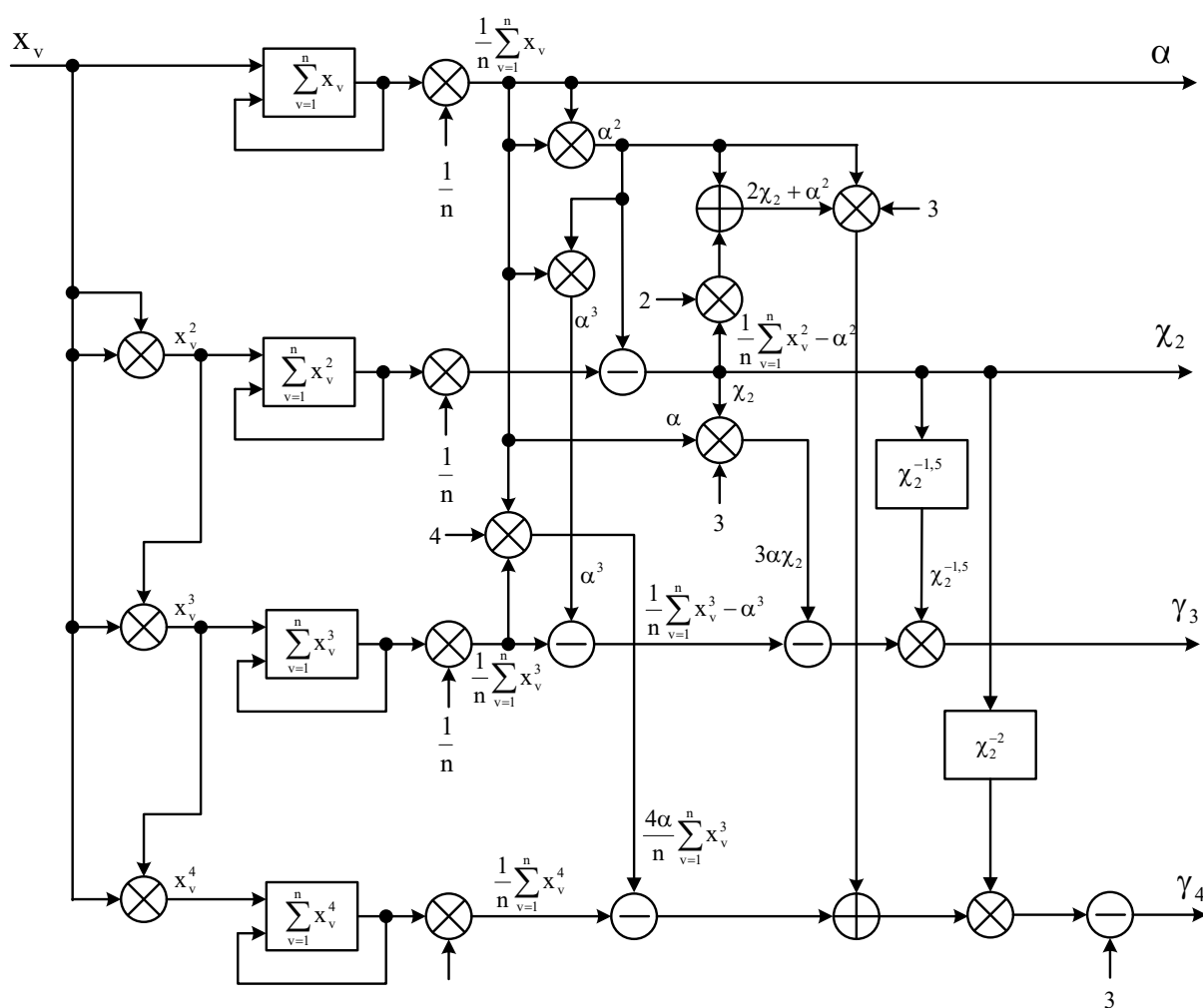


Рисунок 2.11 – Структурна схема сумісного оцінювання параметрів  $\alpha$ ,  $\chi_2$ ,  $\gamma_3$  і  $\gamma_4$  асиметрично-ексцесної негаусової завади

Застосування запропонованих алгоритмів спільного оцінювання параметрів негаусових завад відкриває широкі можливості для їх подальшого застосування у задачах обробки сигналів, зокрема при роботі алгоритмів виявлення сигналів на фоні негаусових завад. Впровадження алгоритмів оцінки у алгоритми виявлення сприяє покращенню точності виявлення сигналів, зменшенню ймовірності помилкових спрацьовувань та підвищенню надійності роботи ІВС. Крім того, така інтеграція є важливою складовою адаптивних систем обробки сигналів, що здатні автоматично підлаштовуватися під змінні умови завад.

## 2.4 Моментний критерій якості мінімуму верхньої границі ймовірностей помилок

Одна із ключових задач при синтезі алгоритмів виявлення сигналів на фоні негаусових завад є мінімізація ймовірностей прийняття помилкових рішень. Для досягнення цієї мети застосовується моментний критерій якості, який базується на мінімізації верхніх границь ймовірностей помилок першого та другого роду (критерій  $Ku$ ) [113, 114]. Застосування цього критерію дозволяє побудувати РП, які здатні забезпечити виявлення сигналів навіть в умовах апріорної невизначеності статистичних характеристик завади. Такий підхід є особливо важливим при функціонуванні ІВС, де надійність роботи каналу зв'язку ІВС значною мірою залежить від точності прийняття рішень.

Для впровадження алгоритмів обробки сигналів у реальних системах необхідно здійснювати перехід від неперервного опису сигналу до його дискретного представлення. У такому випадку сигнал  $\xi(t)$  подається у вигляді дискретної вибірки  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , сформованої в моменти часу  $t_v$ . Тоді реалізацію гіпотез  $H_0$  та  $H_1$  можна подати у наступному вигляді:

$$H_1: \xi_v = s_v(\alpha_k) + \eta_v(\gamma_k),$$

$$H_0: \xi_v = \eta_v(\gamma_k), v = \overline{1, n}.$$

де  $s_v(\alpha_k)$  – корисний сигнал, який описується параметрами  $\alpha_k$ ,  $\eta_v(\gamma_k)$  – негаусова ВВ яка описується кумулянтними коефіцієнтами  $\gamma_k$ .

Для розв'язання поставленої задачі використаємо класичний апарат теорії перевірки статистичних гіпотез. Згідно з методом виявлення сигналів Байєса, оптимальне РП забезпечує мінімізацію середнього ризику. У цьому випадку достатня статистика для перевірки гіпотез  $H_0$  та  $H_1$  визначається у вигляді відношення правдоподібності і має вид:

$$\Lambda(X) = \frac{P(X | H_1)}{P(X | H_0)}. \quad (2.17)$$

У більшості практичних застосувань відношення правдоподібності використовується для випадку нормального закону розподілу, де воно набуває зручної аналітичної форми. Проте для негаусових ВВ отримання розв'язку у вигляді (2.17) істотно ускладняється через складність структури щільності розподілу. Тому доцільним є використання альтернативних підходів, зокрема представлення відношення правдоподібності у вигляді степеневого полінома [14, 84, 85, 114].

З цією метою розглянемо можливість розкладу логарифма відношення правдоподібності у стохастичні ряди з подальшим використанням отриманого представлення для синтезу РП, оптимальних за одним із моментних критеріїв якості. На відміну від класичного підходу, що базується на функціях щільності розподілу, у даному випадку опис процесів здійснюється через математичне сподівання та дисперсію РП.

Нехай при гіпотезі  $H_0$  спостерігається випадкова величина  $x$  з функцією щільності розподілу  $P(X | H_0)$ , а при гіпотезі  $H_1$  -  $P(X | H_1)$ . Припустимо, що обидві щільності є неперервними функціями аргументу  $X$ . У такому випадку функція, побудована на їх основі, також буде неперервною за  $x$  і може бути подана у вигляді:

$$f(x) = \ln \left( \frac{P(X | H_1)}{P(X | H_0)} \right).$$

Слід зазначити, що функція  $f(x)$  розглядається як неперервна функція в класичному сенсі математичного аналізу. За таких умов у загальному випадку можна припустити існування системи функцій  $\varphi_i(x)$  та відповідних сталих коефіцієнтів  $k_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , функція  $f(x)$  може бути представлена у вигляді нескінченного ряду - суми добутків коефіцієнтів  $k_i$  на функції  $\varphi_i(x)$ .

$$f(x) = \sum_{i=1}^{\infty} k_i \varphi_i(x) + k_0. \quad (2.18)$$

Очевидно, що множина таких функцій та відповідних коефіцієнтів є ненульовою. Це випливає з першої та другої теорем Вейєрштрасса про наближення

функцій, згідно з якими в ролі системи функцій  $\varphi_i(x)$  можуть виступати як степеневі функції  $\varphi_i(x) = x^i$  так і тригонометричні функції  $\varphi_i(x) = \sin(i\omega x)$ ,  $\varphi_i(x) = \cos(i\omega x)$ . Якщо ж система функцій є лінійно незалежною та утворює базис, то для широкого класу функцій  $f(x)$  можливе представлення у вигляді ряду (2.18).

У випадку, коли аргумент  $x$  є випадковою величиною, то й функція  $f(x)$  також стає ВВ. Відповідно, права частина виразу (2.18), яка визначає розклад  $f(x)$  також є ВВ. Таким чином, ряд (2.18) слід розглядати як стохастичний.

Нехай при гіпотезі  $H_k$  спостерігається випадковий вектор  $\mathbf{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , який характеризується функцією щільності розподілу  $P(\mathbf{X} | H_k)$ , причому ця функція є неперервною за своїми аргументами.

$$P(\mathbf{X} | H_k) = \prod_{v=1}^n P_v(x_v | H_k), k = 0, 1.$$

яка є неперервною за кожною зі змінних  $x_v$ . Тоді функція:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \ln \frac{P(\mathbf{X} | H_1)}{P(\mathbf{X} | H_0)} = \sum_{v=1}^n \ln \frac{P_v(x_v | H_1)}{P_v(x_v | H_0)}, \quad (2.19)$$

також є неперервною за кожною змінною  $x_v$ . З урахуванням рівняння (2.19) можна зробити висновок про існування такої системи функцій  $\varphi_i(x_v)$  та відповідних коефіцієнтів  $k_{iv}$ , для яких виконується відповідне розкладання в ряд:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = k_0 + \sum_{v=1}^n \sum_{i=1}^{\infty} k_{iv} \varphi_i(x_v), \quad (2.20)$$

де  $k_0 = \sum_{v=1}^n k_{0v}$ .

Ряд (2.20) у наведеному вигляді є звичайним функціональним рядом у сенсі математичного аналізу.

На практиці як правило, використовують не нескінченні ряди, а їх скінченні наближення - багаточлени (поліноми) з обмеженою кількістю членів виду:

$$f_{sn}(X) = k_0 + \sum_{v=1}^n \sum_{i=1}^s k_{iv} \varphi_i(x_v), \quad (2.21)$$

де  $x_v$  — ВВ, (2.21) називають узагальненим стохастичним поліномом степені  $s$  розмірності  $n$ .

Будемо вважати, що РП формуються в класі стохастичних поліномів скінченної степені виду (2.21). При цьому коефіцієнти  $k_{iv}$  визначатимемо з умови мінімуму відповідного моментного критерію якості вибору РП. Тобто, пропонується метод перевірки статистичних гіпотез, який ґрунтується на використанні стохастичних поліномів скінченної степені.

Поліном виду (2.21), як функція від вибірових значень, може розглядатися як апроксимація логарифма відношення правдоподібності та може використовуватися як РП  $\Lambda(X)$  при перевірці статистичних гіпотез.

$$\Lambda(X)_{sn} = k_0 + \sum_{v=1}^n \sum_{i=1}^s k_{iv} \varphi_i(x_v) \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} 0.$$

У випадку використання степеневих перетворень вибірових значень РП для неоднаково розподілених відліків набуває відповідної поліноміальної форми.

$$\Lambda(X)_{sn} = k_0 + \sum_{i=1}^s \sum_{v=1}^n k_{iv} x_v^i \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} 0. \quad (2.22)$$

У випадку однаково розподілених вибірових значень (наприклад, відліків постійного або повністю відомого сигналу) оптимальні коефіцієнти РП не залежать від номера відліку. У цьому випадку РП набуває спрощеного вигляду:

$$\Lambda(X)_{sn} = k_0 + \sum_{v=1}^n k_i \sum_{i=1}^s x_v^i \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} 0. \quad (2.23)$$

В загальному випадку у виразах (2.22) та (2.23) порівняння повинно здійснюватися не з нульовим значенням, а з деяким порогом. Оскільки коефіцієнт



$k_0$  є невизначеним на етапі синтезу структури РП, відповідний поріг може бути включений до складу коефіцієнта  $k_0$  без зміни форми РП.

Розв'язувальні правила виду (2.20) та (2.21) називають правилами, представленими у вигляді узагальненого стохастичного полінома розмірності  $n$ , якщо існують такі коефіцієнти  $k_0$  та  $k_{iv}$ , за яких зазначене РП є еквівалентним порівнянню логарифма відношення правдоподібності з деяким пороговим значенням.

Залишається відкритим питання визначення коефіцієнтів РП  $k_0$  та  $k_{iv}$ . Раніше було показано, що РП у вигляді порівняння логарифма відношення правдоподібності з певним порогом є оптимальним за багатьма відомими ймовірнісними критеріями. Це означає, що таке правило забезпечує мінімальне значення відповідного функціонала критерія якості. Тобто логарифм відношення правдоподібності забезпечує мінімум відповідного обраного критерію якості. Невизначені коефіцієнти  $k_{iv}$  в узагальнених поліномах (2.22) та (2.23) доцільно визначати з умови мінімуму обраного критерію якості, що забезпечує оптимальність відповідного РП.

Попри очевидність зазначеного підходу до визначення коефіцієнтів  $k_{iv}$ , його безпосереднє застосування у межах класичних ймовірнісних критеріїв якості є утрудненим. Це пов'язано з тим, що такі критерії формуються через функції щільності розподілу та ймовірності помилок, які не завжди допускають явне представлення через коефіцієнти поліноміального РП.

У зв'язку з цим для використання поліноміальних РП при перевірці статистичних гіпотез необхідно адаптувати критерії вибору РП таким чином, щоб вони, з одного боку, зберігали зв'язок із відомими й добре дослідженими ймовірнісними критеріями, а з іншого - дозволяли виразити критерій якості безпосередньо через невизначені коефіцієнти  $k_{iv}$ . Тоді мінімізація такого критерію якості за коефіцієнтами  $k_{iv}$  забезпечує можливість їх визначення у явному вигляді. Зазначеним вимогам відповідають моментні критерії якості, які базуються на використанні математичного сподівання та дисперсії РП і продемонстрували свою ефективність при розв'язанні широкого класу практичних задач.

Як уже зазначалося, для розв'язання задачі визначення коефіцієнтів РП запропоновано підхід, що ґрунтується на застосуванні та подальшій адаптації моментного критерію якості перевірки статистичних гіпотез [113, 114]. Розглянемо побудову відповідного критерію якості.

Нехай задано деяке РП:

$$f(\vec{x}) = \chi(\vec{x}) - K_0 \begin{matrix} H_0 \\ > \\ < \\ H_0 \end{matrix} 0, \quad (2.24)$$

де  $\chi(\vec{x})$  є функцією вибірових значень з вибірки  $\vec{x}$  а константа  $K_0$  вибрана так, що:

$$\begin{aligned} M_0 &= M(f(\vec{x})/H_0) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\vec{x}) p(\vec{x}/H_0) dx < 0, \\ M_1 &= M(f(\vec{x})/H_1) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\vec{x}) p(\vec{x}/H_1) dx > 0. \end{aligned} \quad (2.25)$$

У цьому випадку  $M_0$  та  $M_1$  - це математичні сподівання розв'язувальної функції  $f(x)$  при гіпотезах  $H_0$  та  $H_1$  відповідно. Для ймовірності помилки першого роду можна записати наступну послідовність нерівностей:

$$\begin{aligned} \alpha &= P[f(\vec{x}) \geq 0 \mid H_0] = P[f(\vec{x}) - M_0 \geq -M_0 \mid H_0] \leq \\ &\leq P(|f(\vec{x}) - M_0| \geq |M_0| \mid H_0) \leq \frac{G_0}{M_0^2} = \alpha_0, \\ G_i &= \int_{-\infty}^{\infty} [f(\vec{x}) - M_0]^2 p(\vec{x} \mid H_i) d\vec{x}, i = 0, 1. \end{aligned} \quad (2.26)$$

де  $G_0$  та  $G_1$  - це дисперсії розв'язувальної функції  $f(x)$  при гіпотезі  $H_0$  та альтернативі  $H_1$  відповідно.

Остання нерівність у виразі (2.26) випливає з нерівності Чебишева. Для ймовірності помилки другого роду можна записати подібну послідовність нерівностей.

$$\begin{aligned} \beta &= P[f(\vec{x}) < 0 \mid H_1] = P[-f(\vec{x}) > 0 \mid H_1] = P[-f(\vec{x}) + M_1 > M_1 \mid H_1] \leq \\ &\leq P(|f(\vec{x}) - M_1| > |M_1| \mid H_1) \leq \frac{G_1}{M_1^2} = \beta_0. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Отже, за допомогою нерівностей (2.26) та (2.27) встановлюється верхня границя ймовірностей помилок першого та другого роду.

Використовуючи отримані співвідношення, для критерію  $F_1(\alpha, \beta)$  можна записати таку нерівність:

$$F_1(\alpha, \beta) = \alpha + \beta \leq \alpha_0 + \beta_0 = \frac{G_0}{M_0^2} + \frac{G_1}{M_1^2} = \Phi_1(G, M). \quad (2.28)$$

Права частина в (2.28) залежить від математичного сподівання та дисперсії РП при гіпотезах  $H_0$  та  $H_1$ .

Щоб виконувалися нерівності (2.25), константу  $K_0$  у виразі (2.24) можна обирати по-різному. У цьому випадку візьмемо:

$$K_0 = -\frac{1}{2} (E_0 + E_1), \quad (2.29)$$

де  $E_i$  — математичне сподівання функції  $\gamma(\vec{x})$  при гіпотезах  $H_0$  та  $H_1$ .

В даному випадку:

$$M_0 = -\frac{1}{2} (E_1 - E_0), \quad M_1 = \frac{1}{2} (E_1 - E_0),$$

і якщо  $(E_1 - E_0) > 0$ , то умови (2.25) автоматично виконуються, а якщо  $(E_1 - E_0) < 0$ , тоді необхідно змінити знак функції  $\gamma(\vec{x})$  на протилежний.

Для константи  $K_0$  вигляду (2.29) функція:

$$\Phi_1(G, M) = Ku(G, E), \quad (2.30)$$

де

$$Ku(G, E) = \frac{G_0[\gamma] + G_1[\gamma]}{\{E_1[\gamma] - E_0[\gamma]\}^2}. \quad (2.31)$$

У виразі (2.31) величини  $G_i$  та  $E_i$  є функціоналами від  $\gamma(\vec{x})$ , отже, й  $Ku(G, E)$  також є функціоналом від  $\gamma(\vec{x})$ ,  $Ku(G, E) = Ku[\gamma]$ .

Функціонал (2.31) приймається за критерій якості вибору РП виду (2.24) і вважається найкращим те правило, яке при  $K_0$ , що дорівнює (2.24), мінімізує за всіма можливими  $\gamma(\vec{x})$  функціонал  $Ku[\gamma]$ . Цей критерій називають критерієм

мінімуму функціонала  $Ku[\gamma]$  або скорочено - критерій  $Ku$ , критерій  $Ku$  є моментним критерієм.

Критерій  $Ku$  має чіткий фізичний зміст. Як оптимальну розв'язувальну функцію обирають ту, для якої відстань між математичними сподіваннями розв'язувальної функції при гіпотезах  $H_0$  та  $H_1$  є максимальною, а сума їх дисперсій при цьому - мінімальною.

## 2.5 Адаптація моментного критерію якості для багатоальтернативної перевірки статистичних гіпотез

При функціонуванні систем виявлення сигналів на фоні негаусових завад виникають задачі, що потребують застосування багатоальтернативної перевірки статистичних гіпотез. Подібні задачі характерні при функціонуванні ІВС, коли необхідно визначити, який із кількох можливих сигналів присутній на вході приймального пристрою, або підтвердити відсутність сигналу.

Класичним підходом до розв'язання таких задач є використання критеріїв якості, серед яких важливе місце займає критерій верхньої границі ймовірностей помилок (критерій  $Ku$ ). Виконаємо адаптацію моментного критерію верхньої границі ймовірностей помилок, який базується на мінімізації верхніх границь ймовірностей помилок першого та другого роду поліноміальних РП.

Для адаптації даного критерію для перевірки  $N$  статистичних гіпотез сформуємо постановку задачі. Нехай на інтервалі спостереження  $(0, T)$  на вхід приймального пристрою ІВС надходять випадкові сигнали  $\xi_i(t)$ ,  $i = 1, N$ . Прийняті сигнали  $\xi_i(t)$  являють собою адитивну суміш  $\xi_i(t) = s_i(t) + \eta_i$ , де  $s_i(t)$  корисний сигнал, і  $\eta_i(t)$  – негаусова випадкова завада. З випадкових сигналів  $\xi_i(t)$  отримуємо вектор вибірових значень  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ . На основі результатів обробки необхідно прийняти рішення про реалізацію відповідної гіпотези, тобто рішення про прийом корисного сигналу  $s_i(t)$ , який підлягає розрізненню.

Кожному сигналу, який приймається, відповідає моментно-кумулянтний опис, представлений у вигляді кінцевої послідовності моментів  $m_i(\{\alpha_{i1}, \alpha_{i2}, \dots, \alpha_{il}\}, \{0, \chi_{i2}, \gamma_{i3}, \gamma_{i4}, \dots, \gamma_{il}\})$ , де  $\alpha_{i1}, \alpha_{i2}, \dots, \alpha_{il}$  - початкові моменти,

які описують ознаки корисного сигналу,  $\chi_{i2}, \gamma_{i3}, \gamma_{i4}, \dots, \gamma_{il}$  - кумулянтні коефіцієнти, які описують ознаки негаусової завади  $\eta_i$ .

Розглянемо загальний випадок наявності  $N$  гіпотез, які будуть виконуватися при прийомі корисного сигналу  $s_i(t)$ . Замінивши час спостереження  $t$  відліками  $v$ , отримаємо їх дискретні значення для відповідних гіпотез,

$$H_i: \xi_{iv} = s_{iv}(\alpha_k) + \eta_{iv}(\gamma_k),$$

$$H_0: \xi_{0v} = \eta_{iv}(\gamma_k), \quad i = \overline{1, N-1}, k = \overline{0, n},$$

де  $s_{iv}(\alpha_k)$  -  $i$ -тий сигнал з параметрами  $\alpha_k$ ;  $\eta_{iv}(\gamma_k)$  - негаусова випадкова величина, яка має параметри у вигляді кумулянтів  $\gamma_k$ .

Для вирішення поставленої задачі адаптуємо моментний критерій якості верхніх границь ймовірностей помилок (п. 2.4) таким чином, щоб його можна було використовувати при багатоальтернативній перевірці статичних гіпотез.

Питання виявлення сигналів на фоні завад детально опрацьоване в науковій літературі, що підтверджується розвиненою теорією та великою кількістю публікацій. Згідно з класичним ймовірнісним підходом (п.1.3), оптимальний Байєса алгоритм виявлення сигналів визначається з умови мінімізації середнього ризику.

$$R = \sum_{j=0}^N \sum_{i=0}^N P_{ij} p_j P(\gamma_i | H_j),$$

де  $P_{ij}$  - елементи матриці втрат,  $p_j P(H_j)$  - ймовірність появи гіпотез  $H_j$ ,  $P(\gamma_i | H_j)$  - ймовірність помилок прийняття рішень про подію  $\gamma_i$  при реалізації гіпотези  $H_j$ . Оптимальний алгоритм виявлення сигналів представляється у вигляді:

$$p_i P(X | H_i) = \max_{j=\overline{0, N}} \{p_j P(X | H_j)\}, \quad i = \overline{0, N}, \quad (2.32)$$

Для розв'язання поставленої задачі достатньо використовувати мінімально достатню статистику у вигляді скалярної функції від вектору вибірових значень  $\mathbf{X}$ , що відповідає відношенню правдоподібності  $\Lambda(\mathbf{X})_i = P(\mathbf{X} | H_i) / P(\mathbf{X} | H_0)$ .

Згідно з критерієм максимуму апостеріорної ймовірності, рішення про передачу сигналу  $s_i(t)$  (реалізація гіпотези  $H_i$ ) приймається у випадку, коли ця гіпотеза має найбільшу апостеріорну ймовірність:

$$\ln \Lambda(X)_i + \ln p_i = \max_{j=0, \overline{N}} \{ \ln \Lambda(X)_j + \ln p_j \}, \quad \Lambda(X)_j p_j / p_0 \geq 1,$$

а рішення про відсутність корисних сигналів (реалізується гіпотеза  $H_0$ ) приймається у випадку, якщо  $\Lambda(X)_j p_j / p_0 < 1, j = 1, \overline{N}$ .

Розв'язання подібних задач здебільшого здійснюється при нормальному законі розподілу ВВ. У разі коли розподіл ВВ відрізняється від нормального закону розподілу, визначити щільності розподілу стає проблематично, що ускладнює побудову РП виду (2.32). У такій ситуації доцільно скористатися методом, який полягає в розкладанні відношення правдоподібності перевірки статистичних гіпотез  $H_m$  і  $H_r$  в стохастичний поліном кінцевої степеня  $s$ . При простих матрицях втрат і рівноймовірній появі гіпотез приймає вигляд:

$$(\Lambda)_{sn}^{(mr)} = \sum_{i=1}^s k_i^{(mr)} \sum_{v=1}^n x_v^i + k_0^{(mr)} \begin{matrix} H_m \\ > \\ H_r \end{matrix} > 0, r, m = \overline{0, N-1}, r \neq m, \quad (2.33)$$

де коефіцієнти  $k_i^{(mr)}$  і  $k_0^{(mr)}$  ( $i = \overline{1, s}$ ) які знаходяться за заданим критерієм якості. При застосуванні стохастичного полінома виду (2.33) у задачах багатоальтернативної перевірки статистичних гіпотез його коефіцієнти  $k_i^{(mr)}$  мають визначатися так, щоб, з одного боку, забезпечувалась мінімізація ймовірностей помилок РП, а з іншого - враховувався взаємозв'язок між гіпотезами, що перевіряються,  $H_m$  і  $H_r$ .

Для побудови узагальнених РП та відповідного критерію якості у випадку перевірки  $N$  гіпотез розглянемо задачу виявлення кількох статистичних гіпотез. Нехай на вхід системи надходить випадковий сигнал  $\xi(t)$ . Розглянемо загальний випадок, коли обробці підлягає вибірка  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  об'ємом  $n$ , сформована з послідовності незалежних та однаково розподілених ВВ, на основі цієї вибірки приймається рішення про виконання однієї з трьох статистичних гіпотез:

$\xi(t) = S_1(t) + \eta(t)$  - прийнятий корисний сигнал  $S_1(t)$  і виконується гіпотеза  $H_1$ ;

$\xi(t) = S_2(t) + \eta(t)$  - прийнятий корисний сигнал  $S_2(t)$  і виконується гіпотеза  $H_2$ ;

$\xi(t) = \eta(t)$  - виконується гіпотеза  $H_0$  яка відповідає відсутності корисного сигналу та прийому лише негаусової завади, що характеризується кінцевою послідовністю моментів і кумулянтів.

Тоді для розв'язання поставленої задачі про виконання однієї з гіпотез можна навести такі системи рівнянь:

Таблиця 2.2 - Логічні умови виконання гіпотез  $H_0, H_1$  та  $H_2$ .

Виконується гіпотеза $H_1$	Виконується гіпотеза $H_2$	Виконується гіпотеза $H_0$
$\begin{cases} \Lambda(\mathbf{X})^{(10)} > 0 \\ \Lambda(\mathbf{X})^{(21)} < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} \Lambda(\mathbf{X})^{(20)} > 0 \\ \Lambda(\mathbf{X})^{(21)} > 0 \end{cases}$	$\begin{cases} \Lambda(\mathbf{X})^{(10)} < 0 \\ \Lambda(\mathbf{X})^{(20)} < 0 \end{cases}$

де  $\Lambda(\mathbf{X})^{(10)}, \Lambda(\mathbf{X})^{(20)}$  – розв'язувальні функції РП перевірки гіпотез  $H_1$  і  $H_2$  та альтернативі  $H_0$ ,  $\Lambda(\mathbf{X})^{(21)}$  – розв'язувальна функція перевірки однієї з двох гіпотез  $H_2$  або  $H_1$ .

При дискретизації сигналу  $\xi(t)$  за часовими відліками  $v$ , за умови незалежності вибірових значень, з виразу (2.33) одержуємо три РП, що реалізують систему рівнянь, яка у випадку перевірки трьох гіпотез має наступний вигляд:

$$\begin{aligned} (\Lambda)_{sn}^{(10)} &= \sum_{i=1}^s k_i^{(10)} \sum_{v=1}^n x_v^i + k_0^{(10)} \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \begin{matrix} H_1 \\ H_0 \end{matrix}, \\ (\Lambda)_{sn}^{(20)} &= \sum_{i=1}^s k_i^{(20)} \sum_{v=1}^n x_v^i + k_0^{(20)} \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \begin{matrix} H_1 \\ H_0 \end{matrix}, \end{aligned} \quad (2.34)$$

$$(\Lambda)_{sn}^{(21)} = \sum_{i=1}^s k_i^{(21)} \sum_{v=1}^n x_v^i + k_0^{(21)} \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \begin{matrix} H_2 \\ H_1 \end{matrix},$$

де поріг  $k_0^{(mr)}$  вибирається як середнє значення математичних сподівань РП  $E_m^{(mr)}$  і  $E_r^{(mr)}$  при реалізації гіпотези  $H^{(m)}$  і  $H^{(r)}$  відповідно:

$$k_0^{(mr)} = -\frac{1}{2} \left( E_m^{(mr)} + E_r^{(mr)} \right) = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^s k_i^{(mr)} \sum_{v=1}^n \left( m_i^{(m)} + m_i^{(r)} \right),$$

$$m, r = 0, 2, m \neq r. \quad (2.35)$$

Оптимальні коефіцієнти РП (2.34)  $k_i^{(mr)}$  знаходяться з мінімуму критерію якості:

$$K_u(E, G)^{(mr)} = \frac{G_m^{(mr)} + G_r^{(mr)}}{\left[ E_m^{(mr)} E_r^{(mr)} \right]^2}, m, r = \overline{0, N-1} \quad m \neq r, N = 3, \quad (2.36)$$

який, за аналогією з викладеним у пункті 2.4, у загальному випадку представляє собою суму верхніх границь ймовірностей помилок першого та другого роду РП для перевірки гіпотез  $H^{(m)}$  та  $H^{(r)}$  відповідно.

У виразі (2.36)  $G_m^{(mr)}, G_r^{(mr)}$  – дисперсії РП,  $E_m^{(mr)}, E_r^{(mr)}$  – математичні сподівання розв’язувальної функції  $(\Lambda)_{sn}^{(mr)}(X)$  (2.34) при гіпотезах  $H^{(m)}$  та  $H^{(r)}$  і мають вигляд:

$$E_m^{(mr)} = n \sum_{i=1}^s k_i^{(mr)} m_i^{(m)}, E_r^{(mr)} = n \sum_{i=1}^s k_i^{(mr)} m_i^{(r)}, \quad (2.37)$$

$$G_m^{(mr)} = n \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^s k_i^{(mr)} k_j^{(mr)} F_{(i,j)}^{(m)}, G_r^{(mr)} = n \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^s k_i^{(mr)} k_j^{(mr)} F_{(i,j)}^{(r)}, \quad (2.38)$$

де  $m_i^{(r)}, m_i^{(m)}$  – початкові моменти  $i$ -го порядку ВВ  $\xi F_{(i,j)}^{(r)}, F_{(i,j)}^{(m)}$  – центровані корелянти ВВ  $\xi (i, j)$  -го порядку при гіпотезах  $H^{(m)}$  та  $H^{(r)}$  і знаходяться за виразом:

$$F_{(i,j)}^{(m)} = m_{(i+j)}^{(m)} + m_i^{(m)} m_j^{(m)}, \quad F_{(i,j)}^{(r)} = m_{(i+j)}^{(r)} + m_i^{(r)} m_j^{(r)}. \quad (2.39)$$



Невідомі коефіцієнти  $k_i^{(mr)}$ , які мінімізують функціонал (2.36), знаходяться з розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\sum_{j=1}^s k_j^{(mr)} [F_{(i,j)}^{(r)} + F_{(i,j)}^{(m)}] = m_i^{(m)} - m_i^{(r)}, \quad i = \overline{1, s}. \quad (2.40)$$

Розглядаючи три наведені вище системи рівнянь (2.34), що використовуються для прийняття рішень щодо реалізації відповідної гіпотези, напишемо узагальнений вираз для сумарної величини верхньої границі ймовірностей помилок першого та другого роду для трьох РП перевірки гіпотез  $H_0$ ,  $H_1$  і  $H_2$ :

$$Ku(E, G)_{sn} = \frac{G_{1sn}^{(10)} + G_{0sn}^{(10)}}{(E_{1sn}^{(10)} - E_{0sn}^{(10)})^2} + \frac{G_{2sn}^{(20)} + G_{0sn}^{(20)}}{(E_{2sn}^{(20)} - E_{0sn}^{(20)})^2} + \frac{G_{2sn}^{(21)} + G_{1sn}^{(21)}}{(E_{2sn}^{(21)} - E_{1sn}^{(21)})^2}.$$

Для визначення кожної зі складових даного виразу необхідно визначати оптимальні коефіцієнти  $k_i^{(mr)}$ , знайдені з (2.40).

Прийmemo функціонал (2.36) за критерій якості вибору РП виду (2.33) і будемо вважати найкращим те правило, яке при  $k_0^{(mr)}$  виду (2.35) і  $k_i^{(mr)}$ , знайдених з (2.40) мінімізує праву частину (2.36). Цей критерій назвемо адаптованим моментним критерієм якості верхніх границь ймовірностей помилок для багатоальтернативної перевірки статистичних гіпотез.

При такому використанні поліноміального методу оптимального вибору РП в задачах виявлення сигналів на фоні завад, загальна структура вибору гіпотези має наступний вигляд:

$$\begin{aligned} H_m: \max_{m=1, N-1} \left\{ \sum_{i=1}^s k_i^{(m0)} \sum_{v=1}^n x_v^i + k_0^{(m0)} \right\} &> 0; \\ H_0: \max_{m=1, N-1} \left\{ \sum_{i=1}^s k_i^{(m0)} \sum_{v=1}^n x_v^i + k_0^{(m0)} \right\} &< 0; \end{aligned} \quad (2.41)$$

$$\sum_{i=1}^s k_i^{(m0)} \sum_{v=1}^n x_v^i + k_0^{(m0)} > \sum_{i=1}^s k_i^{(r0)} \sum_{v=1}^n x_v^i + k_0^{(r0)}, \quad r, m = 1, \overline{N-1}, r \neq m.$$

Для оцінки отриманих РП для виявлення сигналів на фоні завад введемо величину, що характеризує загальну суму верхньої границі ймовірностей помилок при гіпотезах  $H_m, H_r$  при обробці  $N$ -ї кількості РП.

$$Ku(E, G) = \sum_{r=0}^{N-1} \frac{G_m^{(mr)} + G_r^{(mr)}}{[E_m^{(mr)} - E_r^{(mr)}]^2}, m, r = \overline{0, N-1}, m \neq r. \quad (2.42)$$

Якщо оптимальні коефіцієнти РП (2.34) обрані з розв'язання системи алгебраїчних рівнянь (2.40), то для них виконується наступна умова:

$$I_{Ku_{sn}}^{(mr)} = n \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^s k_j^{(mr)} k_i^{(mr)} [F_{(i,j)}^{(m)} + F_{(i,j)}^{(r)}] = n \sum_{i=1}^s k_i^{(mr)} (m_i^{(m)} - m_i^{(r)})$$

$$m, r = \overline{0, N-1}, m \neq r. \quad (2.43)$$

Помножимо праву та ліву частину кожного  $i$ -го рівняння (2.33) на  $k_i$  та підсумуємо по  $i$  від 1 до  $s$ , також помноживши ліву та праву частину рівняння на отримаємо рівність:

$$n \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^s k_j^{(mr)} k_i^{(mr)} [F_{(i,j)}^{(m)} + F_{(i,j)}^{(r)}] = n \sum_{i=1}^s k_i^{(mr)} (m_i^{(m)} - m_i^{(r)}),$$

яка збігається з (2.32).

Величину  $I_{Ku_{sn}}^{(mr)}$  прийемо за кількість здобутої інформації з вибірки обсягом  $n$  про розрізнення гіпотез  $H^{(m)}$  та  $H^{(r)}$  за допомогою РП у вигляді стохастичного полінома степеня  $s$  виду (2.34), з оптимальними коефіцієнтами за моментним адаптованим критерієм якості верхніх границь ймовірностей помилок для багатоальтернативної перевірки статистичних гіпотез.

Для оптимальних коефіцієнтів РП (2.34), знайдених з розв'язання системи рівнянь (2.40) критерій якості (2.36) для багатоальтернативної перевірки

статистичних гіпотез є зворотною величиною кількості інформації, що видобувається з вибірових значень про розрізнення гіпотез і має вигляд:

$$I_{\text{Ku sn}}^{(\text{mr})} = \frac{1}{Ku(E, G)^{(\text{mr})}} = n \sum_{i=1}^s k_i^{(\text{mr})} (m_i^{(m)} - m_i^{(r)}), \quad m, r = \overline{0, N-1}, \quad m \neq r.$$

Зокрема, для наведеного вище прикладу, загальна кількість інформації, що видобувається про розрізнення гіпотез « $H_0-H_1$ », « $H_0-H_2$ », « $H_1-H_2$ » при використанні поліноміального РП степені  $s$  буде мати вигляд:

$$\begin{aligned} I_{\text{Ku sn}}^{(\text{mr})} &= \frac{1}{Ku(E, G)^{(\text{mr})}} = \\ &= n \sum_{i=1}^s \left[ k_i^{10} (m_i^{(1)} - m_i^{(0)}) + k_i^{20} (m_i^{(2)} - m_i^{(0)}) + k_i^{21} (m_i^{(2)} - m_i^{(1)}) \right]. \end{aligned}$$

## 2.6 Висновки

Другий розділ присвячено дослідженню моделей та методів виявлення та сумісного оцінювання параметрів сигналів на фоні негаусових завад в ІВС. Проведений аналіз дозволив сформулювати комплексний підхід до розв'язання задач обробки сигналів на фоні завад, які можуть характеризуватися негаусовими статистичними характеристиками. Основна увага зосереджена на розробці теоретичних основ, які забезпечують високу ефективність і надійність запропонованих рішень для подальшого практичного застосування у дисертаційному дослідженні.

Розроблена структура адаптивного виявлення сигналів на фоні завад та оцінювання їх параметрів із можливістю врахування особливості негаусових характеристик завади, що значно підвищує точність і надійність обробки сигналів при функціонуванні ІВС. Ця структура спирається на глибоке розуміння статистичних властивостей завади, забезпечуючи її адаптивність до різноманітних умов функціонування та гнучкість у застосуванні. Запропоновані математичні моделі опису та оцінювання параметрів негаусових ВП створюють надійну

теоретичну основу для врахування статистичних характеристик завад у задачах виявлення сигналів.

Запропоновані методи є універсальними, що дозволяє їх адаптувати для широкого спектра задач, пов'язаних із обробкою сигналів на фоні завад з різними характеристиками, забезпечуючи високу точність і адекватність прийняття рішення. Значна увага приділена розробці методу та алгоритмів сумісного оцінювання параметрів сигналів і завад на основі методу моментів. Підхід забезпечує ефективне врахування статистичних властивостей завад, що сприяє підвищенню точності оцінювання навіть у умовах статистичної невизначеності.

Запропоновано моментний критерій якості, який ґрунтується на мінімізації верхньої границі ймовірностей помилок. Цей критерій дозволяє оптимізувати процеси виявлення сигналів, мінімізуючи ймовірності помилок першого та другого роду, що забезпечує високу надійність прийняття рішень. Адаптація цього критерію для задач багатоальтернативної перевірки статистичних гіпотез значно розширює можливості його застосування. Це дозволяє ефективно обробляти складні сценарії, де необхідно одночасно розрізняти кілька гіпотез, що є особливо актуальним для функціонування ІВС із підвищеними вимогами до точності та надійності каналу зв'язку.

Отримані результати формують міцну теоретичну основу для подальшого розвитку методів обробки сигналів, зокрема для синтезу поліноміальних алгоритмів виявлення сигналів, які будуть детально розглянуті в наступному розділі. Проведені дослідження відкривають перспективи для створення ефективних і стійких алгоритмів, здатних працювати в умовах негаусових завад, що має велике значення для сучасних ІВС, де точність і надійність є ключовими вимогами.

### РОЗДІЛ 3. СИНТЕЗ ТА АНАЛІЗ ПОЛІНОМІАЛЬНИХ АЛГОРИТМІВ ВИЯВЛЕННЯ RZ СИГНАЛІВ НА ФОНІ НЕГАУСОВИХ ЗАВАД

#### 3.1 Синтез та аналіз поліноміальних алгоритмів виявлення сигналів на фоні асиметричних негаусових завад

На основі запропонованих математичних моделей обробки негаусових ВП і адаптації моментного критерію якості для багатоальтернативної перевірки статистичних гіпотез в даному розділі дисертаційної роботи проведемо синтез поліноміальних алгоритмів виявлення сигналів і проведемо порівняльний аналіз їх ефективності з відомими результатами.

##### 3.1.1 Синтез поліноміальних РП при степені поліному $s=1$

Розглянемо побудову РП при степені полінома  $S = 1$  для виявлення постійних сигналів на фоні асиметричних негаусових завад в ІВС. Такий тип завади описуються лише першими трьома початковими кумулянтними коефіцієнтами. Згідно поставленої задачі математичне сподівання негаусової завади дорівнює нулю, її характеристики визначаються дисперсією  $\chi_2$  та третім кумулянтним коефіцієнтом асиметрії  $\gamma_3$ . Для його побудови скористаємося загальним РП, представленим в (2.34), де оптимальні коефіцієнти знаходяться з мінімуму моментного критерію  $Ku(E, G)$  (2.36).

При степені полінома  $S = 1$  РП (2.34) буде мати наступний загальний вид:

$$\Lambda(X)_{1n}^{(i0)} = k_1^{(i0)} \sum_{v=1}^n x_v + k_0^{(i0)} \begin{matrix} H_i \\ > \\ < \\ H_0 \end{matrix} 0, i = 1, 2, \quad (3.1)$$

$$\Lambda(X)_{1n}^{(21)} = k_1^{(21)} \sum_{v=1}^n x_v + k_0^{(21)} \begin{matrix} H_2 \\ > \\ < \\ H_1 \end{matrix} 0.$$

Початкові моменти досліджуваних ВВ  $\xi_i(t)$  наведені в п.2.2. При реалізації гіпотези  $H_0$  вони описуються виразом (2.1), тоді як для сигналів  $\xi_1(t), \xi_2(t)$  при реалізації гіпотез  $H_1, H_2$  виразом (2.2).

Центровані корелянти визначаються з виразу (2.39) при реалізації гіпотез  $H_0, H_1, H_2$  і матимуть вигляд відповідно:

$$F_{(1,1)}^{(0)} = \chi_2, F_{(1,1)}^{(1)} = \chi_2, F_{(1,1)}^{(2)} = \chi_2.$$

Коефіцієнти  $k_1^{(i0)}$  для РП (3.1) знаходяться з розв'язання рівнянь (2.40). І вони матимуть наступний вид:

$$k_1^{(i0)} [F_{(1,1)}^{(0)} + F_{(1,1)}^{(i)}] = m_1^{(i)} - m_1^{(0)}, k_1^{(21)} [F_{(1,1)}^{(1)} + F_{(1,1)}^{(2)}] = m_1^{(2)} - m_1^{(1)}, i = 1, 2.$$

Поріг  $k_0^{(21)}$  і  $k_0^{(i0)}$  знаходиться згідно (2.17):

$$k_0^{(i0)} = -\frac{p_i}{4}, i = 1, 2; k_0^{(21)} = \frac{1}{4}(p_1 - p_2); k_1^{(10)} = \frac{\sqrt{p_1}}{2\sqrt{\chi_2}}; k_1^{(20)} = -\frac{\sqrt{p_2}}{2\sqrt{\chi_2}};$$

$$k_1^{(21)} = -\frac{\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2}}{2\sqrt{\chi_2}}.$$

Математичне сподівання і дисперсія РП (3.1), згідно (2.37) та (2.38), приймуть вигляд:

$$E_0^{(i0)} = 0; E_1^{(i0)} = \frac{p_i}{2}; E_1^{(21)} = -n \frac{1}{2} \sqrt{p_1} (\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2});$$

$$E_2^{(21)} = n \frac{1}{2} (\sqrt{p_1} \sqrt{p_1} + \sqrt{p_2});$$

$$G_0^{(i0)} = G_1^{(i0)} = G_2^{(i0)} = \frac{np_i}{4}, G_1^{(21)} = G_2^{(21)} = n \frac{1}{4} (\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2, i = 1, 2.$$

Тоді РП (3.1) приймуть кінцевий вигляд:

$$\Lambda(X)_{1n}^{(10)} = \frac{\sqrt{p_1}}{2\sqrt{\chi_2}} \sum_{v=1}^n x_v - \frac{p_1}{4} \begin{matrix} H_1 \\ > \\ H_0 \\ < \end{matrix} 0,$$

$$\Lambda(X)_{1n}^{(20)} = -\frac{\sqrt{p_2}}{2\sqrt{\chi_2}} \sum_{v=1}^n x_v - \frac{p_2}{4} \begin{matrix} H_2 \\ > \\ H_0 \end{matrix} < 0,$$

$$\Lambda(X)_{1n}^{(21)} = -\frac{\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2}}{2\sqrt{\chi_2}} \sum_{v=1}^n x_v - \frac{1}{4}(p_1 - p_2) \begin{matrix} H_2 \\ > \\ H_1 \end{matrix} < 0, \quad (3.2)$$

де  $p_i = \frac{a_i^2}{\chi_2}$ ,  $i = 1, 2$  – відношення потужності корисного сигналу  $a_i$  до дисперсії адитивної негаусової завади  $\chi_2$ .

Ефективність таких РП визначається через критерій якості  $Ku(E, G)$  (2.18) перевірки статистичних гіпотез, який характеризує суму верхніх границь ймовірностей помилок першого та другого роду та має остаточний вигляд:

$$Ku(E, G) = \frac{1}{n(p_1 + \sqrt{p_1}\sqrt{p_2} + p_2)}. \quad (3.3)$$

Слід зазначити, що зі зменшенням значення критерію (3.3) зменшується й сума верхніх границь ймовірностей помилок першого та другого роду для синтезованих РП (3.2).

Для оцінки ефективності синтезованих РП (3.2) також застосовують показник кількості здобутої інформації, при розрізненні гіпотез  $H_0$ ,  $H_1$  та  $H_2$  р з вибірки розміру  $n$ . Він є обернено пропорційним значенню критерію якості (3.3) і має вигляд:

$$I_{Ku \ 1n} = n(p_1 + \sqrt{p_1}\sqrt{p_2} + p_2). \quad (3.4)$$

Синтезовані РП (3.2) визначатимемо як лінійні, оскільки оброблювані ним вибіркові значення  $x_v$ , які входять у вираз, не підносяться до степені.

Зазначимо що синтезовані РП (3.2) не враховують негаусові характеристики розподілу вибірових значень, оскільки під час його побудови були використані лише початкові моменти першого та другого порядку (математичне сподівання і дисперсія), які не враховують характеристик негаусового розподілу. В наслідок цього підвищимо степінь РП до  $S=2$ , аби забезпечити можливість урахування

негаусових характеристик ВП шляхом використання статистик вищих порядків, зокрема коефіцієнтів асиметрії та ексцесу.

### 3.1.2 Синтез поліноміальних розв'язувальних правил при степені поліному $s=2$

У попередньому підрозділі дисертаційної роботи було розглянуто приклад синтезу алгоритмів РП при степені полінома  $S=1$ , які враховують лише перші два початкові моменти і відповідають гаусовій моделі ВП. Однак у реальних умовах при функціонуванні ІВС часто виникає необхідність врахування негаусових характеристик ВП в каналі зв'язку [1, 2, 4, 5, 7]. Для врахування цих характеристик проведемо побудову РП при степені полінома  $S=2$ . Такий підхід забезпечує врахування моментів до четвертого порядку, що робить можливим опис асиметричних негаусових ВП, що відповідають даній постановці задачі. У загальному випадку РП при  $S=2$  мають вигляд:

$$\Lambda(X)_{2n}^{(i0)} = k_1^{(i0)} \sum_{v=1}^n x_v + k_2^{(i0)} \sum_{v=1}^n x_v^2 + k_0^{(i0)} \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \begin{matrix} H_i \\ H_0 \end{matrix}, \quad i = 1, 2, \quad (3.5)$$

$$\Lambda(X)_{2n}^{(21)} = k_1^{(21)} \sum_{v=1}^n x_v + k_2^{(21)} \sum_{v=1}^n x_v^2 + k_0^{(21)} \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \begin{matrix} H_2 \\ H_1 \end{matrix}.$$

Для визначення невідомих коефіцієнтів РП (3.5) використаємо апіорні статистичні характеристики асиметричного негаусового ВП. Початкові моменти до 4-го порядку для сигналу  $\xi_0(t)$  при реалізації гіпотези  $H_0$  матимуть вигляд (2.3), при прийомі сигналу  $\xi_1(t)$  при реалізації гіпотези  $H_1$  (2.4), при прийомі сигналу  $\xi_2(t)$  при реалізації гіпотези  $H_2$  (2.5)

Центровані корелянти  $F_{(i,j)}^{(r)}, F_{(i,j)}^{(m)}$  визначаються з виразу (2.39) при реалізації гіпотези  $H_0$ , матимуть вигляд:

$$F_{(1,1)}^{(0)} = \chi_2, F_{(1,2)}^{(0)} = F_{(2,1)}^{(0)} = \gamma_3 \chi_2^{3/2}, F_{(2,2)}^{(0)} = 2\chi_2^2,$$



при гіпотезі  $H_1$ :

$$F_{(1,1)}^{(1)} = \chi_2, F_{(1,2)}^{(1)} = F_{(2,1)}^{(1)} = 2\sqrt{p_1}\chi_2^{3/2} + \gamma_3\chi_2^{3/2},$$

$$F_{(2,2)}^{(1)} = 2\chi_2^2 + 4p_1\chi_2^2 + 4\sqrt{p_1}\gamma_3\chi_2^2,$$

та при гіпотезі  $H_2$ :

$$F_{(1,1)}^{(2)} = \chi_2, F_{(1,2)}^{(2)} = F_{(2,1)}^{(2)} = -2\sqrt{p_1}\chi_2^{3/2} + \gamma_3\chi_2^{3/2},$$

$$F_{(2,2)}^{(2)} = 2\chi_2^2 + 4p_1\chi_2^2 - 4\sqrt{p_1}\gamma_3\chi_2^2.$$

Коефіцієнти поліноміальних РП (3.5)  $k_1^{(i0)}, k_2^{(i0)}, i = 1, 2$  та  $k_1^{(21)}, k_2^{(21)}$  знаходяться з рішення системи рівнянь (2.22) і відповідно при степені  $S=2$  мають наступний вигляд:

$$\begin{cases} k_1^{(i0)} [F_{(1,1)}^{(0)} + F_{(1,1)}^{(i)}] + k_2^{(i0)} [F_{(1,2)}^{(0)} + F_{(1,2)}^{(i)}] = m_1^{(i)} - m_1^{(0)} \\ k_1^{(i0)} [F_{(2,1)}^{(0)} + F_{(2,1)}^{(i)}] + k_2^{(i0)} [F_{(2,2)}^{(0)} + F_{(2,2)}^{(i)}] = m_2^{(i)} - m_2^{(0)}, \end{cases} i = 1, 2, \quad (3.6)$$

$$\begin{cases} k_1^{(21)} [F_{(1,1)}^{(1)} + F_{(1,1)}^{(2)}] + k_2^{(21)} [F_{(1,2)}^{(1)} + F_{(1,2)}^{(2)}] = m_1^{(2)} - m_1^{(1)} \\ k_1^{(21)} [F_{(2,1)}^{(1)} + F_{(2,1)}^{(2)}] + k_2^{(21)} [F_{(2,2)}^{(1)} + F_{(2,2)}^{(2)}] = m_2^{(2)} - m_2^{(1)}. \end{cases}$$

Для розв'язання даних систем рівнянь (3.6) застосуємо метод Крамера, тоді:

$$k_1^{(i0)} = \frac{\Delta_1^{(i0)}}{\Delta^{(i0)}}; k_2^{(i0)} = \frac{\Delta_2^{(i0)}}{\Delta^{(i0)}}; k_1^{(21)} = \frac{\Delta_1^{(21)}}{\Delta^{(21)}}; k_2^{(21)} = \frac{\Delta_2^{(21)}}{\Delta^{(21)}},$$

де  $\Delta^{(i0)}, \Delta^{(21)}, \Delta_i^{(i0)}, \Delta_i^{(21)}$  визначники матриці системи рівнянь (3.6) і мають наступний вид:

$$\Delta^{(i0)} = \det \begin{bmatrix} [F_{(1,1)}^{(0)} + F_{(1,1)}^{(i)}] & [F_{(1,2)}^{(0)} + F_{(1,2)}^{(i)}] \\ [F_{(2,1)}^{(0)} + F_{(2,1)}^{(i)}] & [F_{(2,2)}^{(0)} + F_{(2,2)}^{(i)}] \end{bmatrix};$$

$$\Delta^{(21)} = \det \begin{bmatrix} [F_{(1,1)}^{(1)} + F_{(1,1)}^{(2)}] & [F_{(1,2)}^{(1)} + F_{(1,2)}^{(2)}] \\ [F_{(2,1)}^{(1)} + F_{(2,1)}^{(2)}] & [F_{(2,2)}^{(1)} + F_{(2,2)}^{(2)}] \end{bmatrix};$$

$$\Delta_1^{(i0)} = \det \begin{bmatrix} m_1^{(i)} - m_1^{(0)} & [F_{(1,2)}^{(0)} + F_{(1,2)}^{(i)}] \\ m_2^{(i)} - m_2^{(0)} & [F_{(2,2)}^{(0)} + F_{(2,2)}^{(i)}] \end{bmatrix};$$

$$\Delta_2^{(i0)} = \det \begin{bmatrix} [F_{(1,1)}^{(0)} + F_{(1,1)}^{(i)}] & [m_1^{(i)} - m_1^{(0)}] \\ [F_{(2,1)}^{(0)} + F_{(2,1)}^{(i)}] & [m_2^{(i)} - m_2^{(0)}] \end{bmatrix};$$

$$\Delta_1^{(21)} = \det \begin{bmatrix} m_1^{(2)} - m_1^{(1)} & [F_{(1,2)}^{(1)} + F_{(1,2)}^{(2)}] \\ m_2^{(2)} - m_2^{(1)} & [F_{(2,2)}^{(1)} + F_{(2,2)}^{(2)}] \end{bmatrix};$$

$$\Delta_2^{(21)} = \det \begin{bmatrix} [F_{(1,1)}^{(1)} + F_{(1,1)}^{(2)}] & [m_1^{(2)} - m_1^{(1)}] \\ [F_{(2,1)}^{(1)} + F_{(2,1)}^{(2)}] & [m_2^{(2)} - m_2^{(1)}] \end{bmatrix}.$$

Після відповідної підстановки та аналітичних розрахунків невідомі коефіцієнти  $k_1^{(i0)}$ ,  $k_2^{(i0)}$ ,  $i = 1, 2$  та  $k_1^{(21)}$ ,  $k_2^{(21)}$  РП набудуть вигляду:

$$k_1^{(10)} = \frac{\sqrt{p_1}(2 + p_1) + p_1\gamma_3}{2\sqrt{\chi_2}(2 + p_1 - \gamma_3^2)}; \quad k_2^{(10)} = -\frac{\sqrt{p_1}\gamma_3}{2(2 + p_1 - \gamma_3^2)\chi_2};$$

$$k_1^{(20)} = \frac{-\sqrt{p_2}(2 + p_2) + p_2\gamma_3}{2\sqrt{\chi_2}(2 + p_2 - \gamma_3^2)};$$

$$k_2^{(20)} = \frac{\sqrt{p_2}\gamma_3}{2(2 + p_2 - \gamma_3^2)\chi_2};$$

$$k_1^{(21)} = \frac{(\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})(2 + (\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2 + (\sqrt{p_1} - \sqrt{p_2})\gamma_3)}{2\sqrt{\chi_2}(2 + (\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2 - \gamma_3^2)};$$

$$k_2^{(21)} = \frac{(\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})\gamma_3}{2(2 + (\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2 - \gamma_3^2)\chi_2}.$$

Так як рішення про виконання гіпотез  $H_i$ ,  $i=0,1,2$  залежить від випадкових вибірових значень  $x_v$ , тоді і результати прийняття рішень будуть випадковими. Тому РП (3.5) характеризується такими параметрами, як математичне сподівання  $E_i$  та дисперсія  $G_i$ . Загальний вигляд виразів представлений в (2.37) – (2.38). Для даного РП ці вирази мають наступний вигляд:

$$E_0^{(10)} = -\frac{\sqrt{p_1}\gamma_3}{2(2+p_1-\gamma_3^2)}; E_1^{(10)} = \frac{p_1(2+p_1)-\sqrt{p_1}\gamma_3}{2(2+p_1-\gamma_3^2)}; E_0^{(20)} = \frac{\sqrt{p_2}\gamma_3}{2(2+p_2-\gamma_3^2)};$$

$$E_1^{(20)} = \frac{p_2(2+p_2)+\sqrt{p_2}\gamma_3}{2(2+p_2-\gamma_3^2)};$$

$$E_1^{(21)} = -\frac{(\sqrt{p_1}+\sqrt{p_2})((2+(\sqrt{p_1}+\sqrt{p_2})^2)\sqrt{p_1}-(1+\sqrt{p_1}\sqrt{p_2})\gamma_3)}{2(2+(\sqrt{p_1}+\sqrt{p_2})^2-\gamma_3^2)};$$

$$E_2^{(21)} = E_1^{(21)} = \frac{(\sqrt{p_1}+\sqrt{p_2})((2+(\sqrt{p_1}+\sqrt{p_2})^2)\sqrt{p_1}+(1+\sqrt{p_1}\sqrt{p_2})\gamma_3)}{2(2+(\sqrt{p_1}+\sqrt{p_2})^2-\gamma_3^2)};$$

$$G_0^{(10)} = \frac{p_1(2+p_1+2\sqrt{p_1}\gamma_3)}{4(2+p_1-\gamma_3^2)}; G_1^{(10)} = \frac{p_1(2+p_1-2\sqrt{p_1}\gamma_3)}{4(2+p_1-\gamma_3^2)};$$

$$G_0^{(20)} = \frac{p_2(2+p_2-2\sqrt{p_2}\gamma_3)}{4(2+p_2-\gamma_3^2)}; G_2^{(20)} = \frac{p_2(2+p_2+2\sqrt{p_2}\gamma_3)}{4(2+p_2-\gamma_3^2)};$$

$$G_1^{(21)} = \frac{(\sqrt{p_1}+\sqrt{p_2})^2(2+(\sqrt{p_1}+\sqrt{p_2})^2-2(\sqrt{p_1}+\sqrt{p_2})\gamma_3)}{4(2+(\sqrt{p_1}+\sqrt{p_2})^2-\gamma_3^2)};$$

$$G_2^{(21)} = \frac{(\sqrt{p_1}+\sqrt{p_2})^2(2+(\sqrt{p_1}+\sqrt{p_2})^2+2(\sqrt{p_1}+\sqrt{p_2})\gamma_3)}{4(2+(\sqrt{p_1}+\sqrt{p_2})^2-\gamma_3^2)}.$$

Поріг  $k_0^{(mr)}$  (2.35) визначається як середнє значення математичних сподівань РП  $E_m^{(mr)}$  і  $E_r^{(mr)}$  при реалізації гіпотез  $H^{(m)}$  і  $H^{(r)}$  відповідно, і при  $S=2$  буде мати вигляд:

$$k_0^{(mr)} = -\frac{1}{2}k_1^{(mr)} \sum_{v=1}^n (m_1^{(m)} + m_1^{(r)}) + k_2^{(mr)} \sum_{v=1}^n (m_2^{(m)} + m_2^{(r)}), m, r = \overline{0,2}, m \neq r,$$

$$k_0^{(21)} = -\frac{1}{2}k_1^{(21)} \sum_{v=1}^n (m_1^{(1)} + m_1^{(2)}) + k_2^{(21)} \sum_{v=1}^n (m_2^{(1)} + m_2^{(2)}). \quad (3.7)$$

Після відповідної підстановки та розрахунків отримаємо остаточний вигляд:

$$k_0^{(i0)} = -\frac{p_i(2+p_i)+2\sqrt{p_i}\gamma_3}{4(2+p_i-\gamma_3^2)}, i = 1,2,$$

$$k_0^{(21)} = \frac{((\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})((2 + (\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2)(\sqrt{p_1} - \sqrt{p_2}) - 2(1 + \sqrt{p_1}\sqrt{p_2})\gamma_3))}{4(2 + (\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2 - \gamma_3^2)}.$$

Отже, синтезовані РП (3.5) є нелінійним і враховують негаусові характеристики ВП через врахування коефіцієнта асиметрії  $\gamma_3$ , а ефективність цих РП можна визначити через значення критерію якості  $Ku(E, G)$  (2.36) або з кількості здобутої інформації  $I_{Ku\ sn}$  (2.43). Даний параметр має остаточний вигляд:

$$I_{2n} = n \frac{1}{2} \left( \frac{p_1(2 + p_1)}{p_1 + 2 + \gamma_3^2} + \frac{(2 + (\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2)(\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2}{2 + (\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2 - \gamma_3^2} + \frac{p_2(2 + p_2)}{p_2 + 2 + \gamma_3^2} \right). \quad (3.8)$$

Варто зазначити, що без врахування коефіцієнта асиметрії  $\gamma_3$  синтезовані РП (3.5) спрощуються до лінійних вигляду (3.1), при цьому вираз  $I_{Ku\ 2n}$  набуває значення  $I_{Ku\ 1n}$ . Обраний підхід дозволяє синтезувати нелінійні поліноміальні РП вищих степенів, у яких враховуються моменти та кумулянти вищих порядків.

### 3.1.3. Аналіз ефективності поліноміальних РП виявлення сигналів на фоні асиметричних негаусових завад

Проведемо аналіз ефективності синтезованих поліноміальних РП при степені полінома  $S=1$  та  $S=2$  для задач виявлення сигналів на фоні асиметричних негаусових завад. Дослідження спрямовано на оцінювання впливу коефіцієнта асиметрії  $\gamma_3$  та відношення сигнал/шум  $p_i$ , на ефективність роботи РП.

Для оцінки ефективності синтезованих РП можна застосувати критерій якості  $Ku(E, G)$ , або кількість добутої інформації про розрізнення гіпотез:  $I_{Ku\ 1n}$  для лінійних РП (3.1) та  $I_{Ku\ 2n}$  для нелінійних РП (3.5). Очевидно, що чим більше значення  $I_{Ku\ 1n}$  або  $I_{Ku\ 2n}$ , тим нижчими будуть значення критерію якості, отже зменшуватимуться ймовірності помилок першого та другого роду. Таким чином, РП з більшою кількістю добутої інформації вважається більш ефективним.

На рис. 3.1 наведено залежність відношення кількості добутої інформації (3.4) про розрізнення трьох гіпотез для гаусової моделі завади до кількості добутої інформації (3.8) для негаусової асиметричної моделі завади від коефіцієнта асиметрії  $\gamma_3$ . З отриманих графіків випливає, що для гаусової моделі завади ( $\gamma_3 = 0$ ) використання нелінійних РП при степені полінома  $S=2$ , не забезпечує зменшення ймовірності помилок, оскільки відношення інформаційних показників дорівнює одиниці  $I_{Ku\ 1n} = I_{Ku\ 2n} = 1$ . Водночас врахування негаусових властивостей процесів, зокрема асиметрії розподілу ( $\gamma_3 \neq 0$ ), дає змогу підвищити кількість добутої інформації при застосуванні нелінійних РП у порівнянні з лінійним РП. Наприклад, для кривої (3) і  $\gamma_3 = 1.41$  при  $p_i = 0.1$  ефективність нелінійних РП у зменшенні ймовірності помилкових рішень під час нелінійної обробки вибірових значень зростає у 5 разів порівняно з лінійним РП, яке є оптимальним для гаусових моделей завад і широко застосовується в багатьох технічних системах.

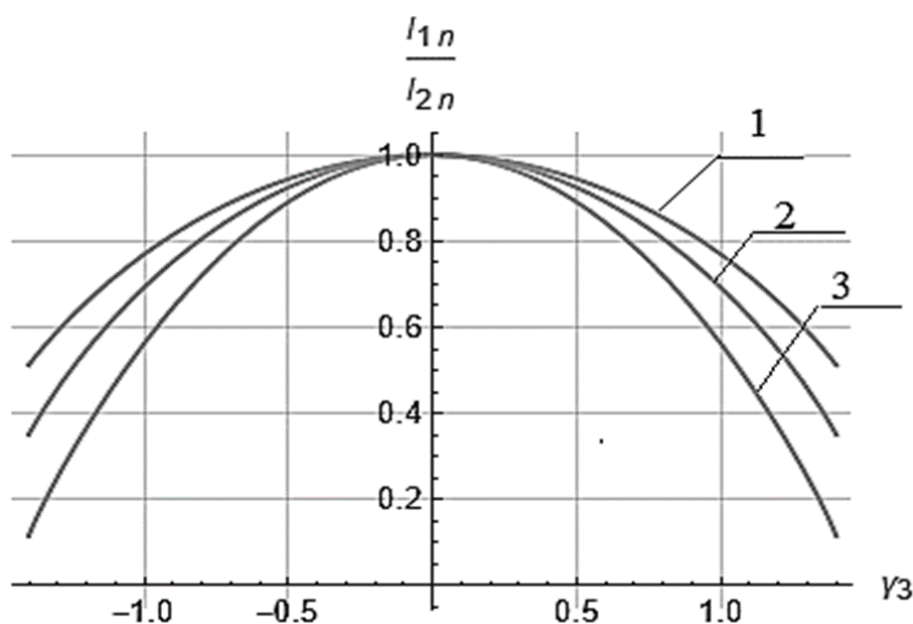


Рисунок 3.1 Залежність кількості добутої інформації про розрізнення гіпотез від  $\gamma_3$  коефіцієнта асиметрії при наступних параметрах: 1)  $p_1 = p_2 = 1$ ; 2)  $p_1 = p_2 = 0,5$ ; 3)  $p_1 = p_2 = 0,1$ .

Результати аналізу підтверджують, що при нульовому значенні коефіцієнта асиметрії ( $\gamma_3 = 0$ ), яке відповідає гаусовій моделі ВП, значення  $I_{Ku\ 1n} = I_{Ku\ 2n}$

збігаються, тобто обидва правила забезпечують однакову ефективність. Це пояснюється з тим, що нелінійне РП при  $S=2$  вироджується в лінійне РП при  $S=1$ , яке не враховує негаусовий розподіл ВП. Водночас при зростанні  $\gamma_3$  спостерігається тенденція до збільшення переваг нелінійних РП: відношення  $I_{Ku\ 1n}/I_{Ku\ 2n}$  стає меншим за одиницю, що свідчить про кращі характеристики нелінійних РП з урахуванням коефіцієнта асиметрії досліджуваних негаусових ВП.

Отже, врахування моментів, що відображають негаусовий характер розподілу ВП, істотно підвищує ефективність процедури виявлення сигналів. Аналіз результатів також показав, що найбільший ефект від застосування нелінійних РП спостерігається при малих значеннях відношення сигнал/шум та граничних значеннях коефіцієнта асиметрії.

При цьому важливим аспектом дослідження статистичних характеристик синтезованих РП є визначення області допустимих значень коефіцієнтів асиметрії  $\gamma_3$  та ексцесу  $\gamma_4$ . Відомо, що ці величини не є незалежними: їхні значення обмежуються умовою [14, 86,87]  $\gamma_3^2 \leq \gamma_4 + 2$ .

Зазначена нерівність визначає область допустимих значень  $(\gamma_3, \gamma_4)$  графік якої наведено на рис. 3.2, у межах якої можливе існування негаусових ВП із заданими параметрами. У випадку коли  $\gamma_4 = 0$ , що відповідає даній постановці задачі, отримаємо  $\gamma_3^2 \leq 2$ , тобто  $-\sqrt{2} \leq \gamma_3 \leq \sqrt{2}$ , що буде визначати межі синтезованих РП.

Важливо зазначити, що залежність відношення  $I_{Ku\ 1n}/I_{Ku\ 2n}$  є симетричною відносно позитивних та негативних значень коефіцієнта асиметрії. Отримані результати демонструють, що позитивний ефект нелінійної обробки зберігається у всьому діапазоні допустимих значень параметра  $\gamma_3$ , що підтверджує універсальність запропонованого підходу.

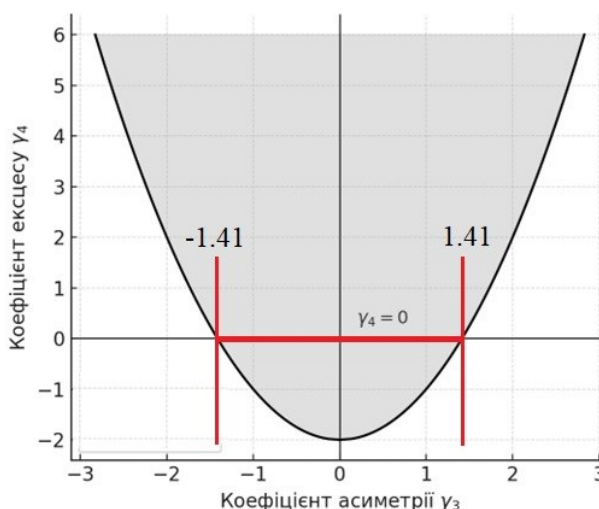


Рисунок 3.2 – Області допустимих значень коефіцієнта асиметрії  $\gamma_3$  при  $\gamma_4 = 0$

Додатковим методом оцінки ефективності виявлення сигналів є аналіз ROC-кривих (Receiver Operating Characteristic), які відображають залежність між ймовірністю хибної тривоги та ймовірністю правильного виявлення [115].

Для комплексного оцінювання ефективності запропонованих алгоритмів виявлення сигналів на фоні негаусових завад застосовується апарат робочих характеристик приймача – ROC-криві (Receiver Operating Characteristic). У задачах перевірки статистичних гіпотез ROC-крива є графічною залежністю ймовірності правильного виявлення сигналу від ймовірності хибної тривоги. Таке представлення дозволяє абстрагуватися від конкретного значення порогу спрацювання і оцінити потенційні можливості синтезованого алгоритму у всьому діапазоні умов функціонування.

Застосування ROC-кривих є критично важливим при порівняльному аналізі класичних «гаусових» та розроблених поліноміальних вирішальних правил. Оскільки негаусові завади часто мають «важкі хвости» розподілу, стандартні алгоритми можуть демонструвати високу ймовірність хибної тривоги при фіксованому порозі. Побудова сімейства ROC-кривих для різних значень відношення сигнал/завада дозволяє наочно продемонструвати перевагу адаптивних методів, що враховують моменти вищих порядків, оскільки їхні графіки будуть розташовані ближче до верхнього лівого кута координатної площини.

Аналіз форми та розташування ROC-кривої дає змогу отримати низку ключових кількісних та якісних показників якості аналізу. Зокрема, кривизна графіка вказує на роздільну здатність системи: чим більша опуклість кривої, тим вищою є статистична відмінність між гіпотезами про наявність та відсутність сигналу. Також важливою метрикою є площа під кривою (AUC — Area Under Curve), яка слугує інтегральним показником ефективності виявлення. Значення AUC близьке до одиниці свідчить про ідеальну роздільну здатність алгоритму, тоді як наближення до діагоналі ( $AUC \approx 0,5$ ) вказує на неефективність алгоритму, при якій виявлення не краще за випадковий вибір.

Крім того, ROC-криві дозволяють розв'язати задачу оптимізації параметрів ІВС відповідно до конкретних експлуатаційних вимог. За результатами аналізу можна визначити оптимальну точку на кривій (робочу точку), що забезпечує компроміс між пропусками сигналу та хибними спрацюваннями для заданого типу негаусової завади. Це особливо актуально для адаптивних систем, де параметри розв'язувального правила повинні динамічно змінюватися залежно від поточних коефіцієнтів асиметрії та ексцесу завадового фону, що безпосередньо відображається на трансформації виду ROC-характеристик.

На представлених графіках (рис. 3.3, а–г) відображено сімейство робочих характеристик приймача (ROC-кривих), що ілюструють залежність ймовірності правильного виявлення (Hit rate) від ймовірності хибної тривоги (False alarm rate). Суцільною синьою лінією позначено характеристику класичного лінійного приймача (оптимізованого для гаусових завад), а червоними точками — результати роботи запропонованого адаптивного поліноміального алгоритму, що враховує моменти вищих порядків.

У даній роботі ROC-криві наведені для випадку асиметрично-ексцесної негаусової завади ( $\gamma_3 \neq 0, \gamma_4 \neq 0$ ). Такий вибір обумовлений тим, що асиметрично-ексцесна завада є найбільш загальною моделлю відхилення від гаусівського закону розподілу ВВ.

Отже, зосередження уваги на аналізі завад із ненульовими коефіцієнтами асиметрії та ексцесу є доцільним, оскільки такі моделі враховують ключові типи



відхилень від нормального закону розподілу. Використання зазначених статистичних характеристик робить ці моделі репрезентативними для широкого класу негаусових процесів. Це дозволяє вважати отримані результати узагальненими щодо ефективності застосування поліноміальних РП в умовах впливу негаусових завад різної природи.

*Порівняння з гаусовою ВВ (рис. 3.3, а):* При нульових значеннях параметрів коефіцієнтів асиметрії та ексцесу ( $\gamma_3 = 0, \gamma_4 = 0$ ), що відповідає нормальному закону розподілу завади, характеристики обох алгоритмів практично збігаються. Це підтверджує коректність синтезованого методу: у граничному випадку гаусової завади він не поступається класичному алгоритму, що свідчить про його універсальність.

*Вплив асиметрії завади (рис. 3.3, б–г):* Із ростом коефіцієнта асиметрії (від 0,5 до 1,0) спостерігається суттєвий розрив між характеристиками. Поліноміальний алгоритм (червоні точки) демонструє значно вищу ймовірність правильного виявлення при одному і тому ж рівні хибної тривоги порівняно з лінійним приймачем. Зокрема:

- при  $\gamma_3 = 0.5$  (рис. 3.3, б) площа під кривою АUC для поліноміального методу помітно зростає;
- при максимальній асиметрії  $\gamma_3 = 1.0$  (рис. 3.3, в, г) перевага стає найбільш вираженою у порівнянні з лінійним приймачем.

Аналіз графіків підтверджує, що ігнорування негаусової природи завади (використання лінійного РП) призводить до суттєвої втрати завадостійкості ІВС. Адаптація РП до параметрів негаусового ВП, який спостерігається, дозволяє системі "компенсувати" негативний вплив асиметрії та ексцесу. Форма ROC-кривих для поліноміального алгоритму на рис. 3.3, в–г свідчить про його високу роздільну здатність: криві зміщуються у верхній лівий кут координатної площини, що є ознакою наближення до потенційної завадостійкості в умовах апіорної статистичної невизначеності.

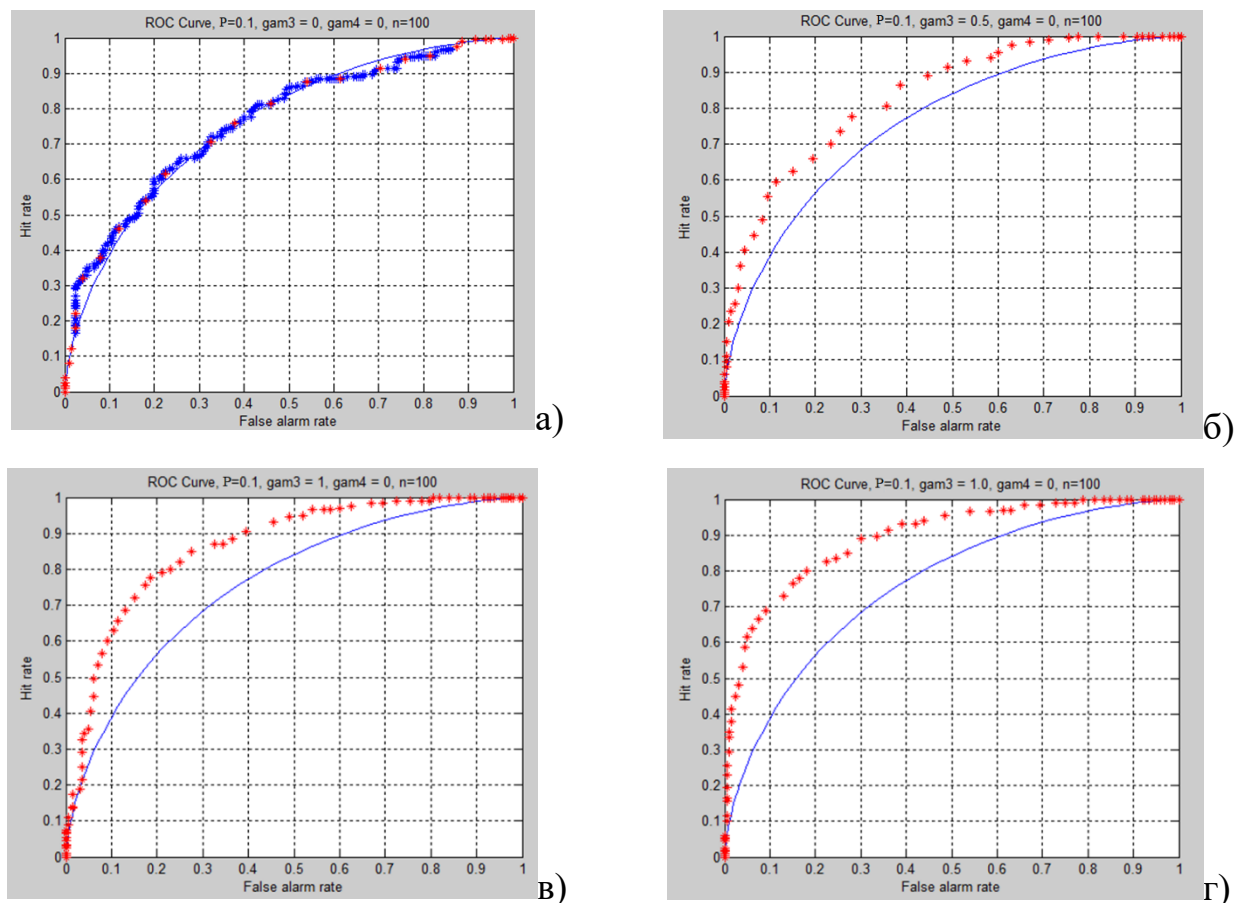


Рисунок 3.3. – Моделювання ROC-кривих при різних параметрах асиметричної негаусової завади ( $\gamma_3 = 0.5, 1, 1.2$ ) при  $n = 100$  в задачі виявлення сигналів

Таким чином, проведений аналіз показує, що врахування асиметрії негаусового ВП у процесі синтезу РП дозволяє суттєво підвищити ефективність виявлення сигналів порівняно з класичними лінійними підходами, оптимальними для гаусових моделей ВП, що підтверджується як кількістю добутої інформації про розрізнення гіпотез, так і результатами аналізу ROC-кривих.

### 3.2 Синтез поліноміальних алгоритмів виявлення сигналів на фоні асиметрично-ексцесних негаусових завад

У даному підрозділі розглянемо синтез поліноміальних алгоритмів виявлення сигналів на фоні асиметрично-ексцесних негаусових завад. Особливістю такого класу завад є наявність ненульових коефіцієнтів асиметрії та ексцесу, що зумовлює відхилення щільності розподілу від гаусового закону та потребує

використання кумулянтних коефіцієнтів цих характеристик. Це дозволить побудувати нелінійні РП, які будуть враховувати вищі порядки статистичних характеристик завади, та забезпечить підвищення ефективності виявлення сигналів у порівнянні з класичними методами.

### **3.2.1 Синтез лінійних поліноміальних розв'язувальних правил при степені поліному $s=1$**

Постановка задачі для даної типу завади буде збігатися з постановкою, представленою в п.3.1. Синтез РП при степені полінома  $S=1$  здійснюється на основі моментів і кумулянтів до другого порядку включно. У даному випадку до уваги беруться математичне сподівання, дисперсія та момент другого порядку, які збігаються з характеристиками, розглянутими у п.3.1.1. Завдяки цьому РП відповідає виразу (3.2).

Ефективність такого РП визначається значенням критерію якості (2.36), що дозволяє оцінити точність прийнятих рішень, або, через кількість інформації, яка є обернена до критерію (2.36). При такому підході лінійне РП є оптимальним лише для гаусової моделі ВП. При функціонуванні системи на фоні негаусових завад, коли статистичні властивості процесу визначаються моментами вищих порядків, його ефективність перестає бути максимальною, що обґрунтовує доцільність застосування поліноміальних РП вищих степенів.

Важливо підкреслити, що збіг отриманого результату з попереднім випадком не є випадковим. Це зумовлено фундаментальною властивістю лінійних РП: вони відображають лише базові статистичні параметри випадкових процесів, тоді як відхилення розподілу від нормального проявляються лише при вищих моментах та кумулянтах. Отже, для будь-якого класу негаусових завад лінійне РП при  $S=1$  не змінює своєї структури й зберігає вигляд, ідентичний до випадку гаусових моделей завади.

Це свідчить про те, що застосування РП при  $S=1$  є лише початковим етапом при синтезі алгоритмів. Для врахування статистичних характеристик, що відображають відхилення розподілу від нормального, необхідно збільшувати

ступінь полінома. Наприклад, при переході до  $S=2$  з'являється можливість використовувати моменти та кумулянти до четвертого порядку включно, що дозволяє враховувати коефіцієнти асиметрії та ексцесу, які є відмінними від нуля та підвищувати ефективність РП.

### 3.2.2. Синтез нелінійних поліноміальних розв'язувальних правил при степені поліному $s=2$

При збільшенні степені полінома РП загального виду (2.34) до  $S=2$ , його запис матиме форму, аналогічну виразу (3.5), оптимальні коефіцієнти якого визначаються з мінімуму моментного критерію  $Ku(E, G)$  (2.36). Для визначення оптимальних коефіцієнтів РП (3.5) використовується апріорна інформація про статистичні характеристики досліджуваної асиметрично-ексцесної негаусової ВВ. У цьому випадку початкові моменти до четвертого порядку для сигналів  $\xi_0(t)$  та  $\xi_1(t), \xi_2(t)$  при реалізації гіпотез  $H_0, H_1$  та  $H_2$  відповідно матимуть вигляд (2.6) – (2.8).

Центровані корелянти визначаються з виразу (2.39) при реалізації гіпотез  $H_0, H_1, H_2$  і матимуть вигляд відповідно:

$$F_{(1,1)}^{(0)} = \chi_2, F_{(1,2)}^{(0)} = F_{(2,1)}^{(0)} = \gamma_3 \chi_2^{3/2}, F_{(2,2)}^{(0)} = 2\chi_2^2 + \gamma_4 \chi_2^2,$$

$$F_{(1,1)}^{(1)} = \chi_2, F_{(1,2)}^{(1)} = F_{(2,1)}^{(1)} = 2\sqrt{p_1} \chi_2^{3/2} + \gamma_3 \chi_2^{3/2},$$

$$F_{(2,2)}^{(1)} = 2\chi_2^2 + 4p_1 \chi_2^2 + 4\sqrt{p_1} \gamma_3 \chi_2^2 + \gamma_4 \chi_2^2,$$

$$F_{(1,1)}^{(2)} = \chi_2, F_{(1,2)}^{(2)} = F_{(2,1)}^{(2)} = -2\sqrt{p_2} \chi_2^{3/2} + \gamma_3 \chi_2^{3/2},$$

$$F_{(2,2)}^{(2)} = 2\chi_2^2 + 4p_2 \chi_2^2 - 4\sqrt{p_2} \gamma_3 \chi_2^2 + \gamma_4 \chi_2^2.$$

Невідомі коефіцієнти  $k_1^{(i0)}$  для нелінійних поліноміальних РП (3.5) знаходяться аналогічно, як і в п.3.1.2 з рішення системи рівнянь (3.6). Поріг  $k_0^{(21)}$ ;  $k_0^{(i0)}$  знаходиться згідно (3.7), розв'язується при застосуванні методу Крамера:

$$k_0^{(10)} = \frac{2\sqrt{p_1}\gamma_3 - p_1(2 + p_1 + \gamma_4)}{4(2 + p_1 - \gamma_3^2 + \gamma_4)}; \quad k_0^{(20)} = -\frac{2\sqrt{p_2}\gamma_3 + p_2(2 + p_2 + \gamma_4)}{4(2 + p_2 - \gamma_3^2 + \gamma_4)};$$

$$k_1^{(10)} = \frac{\sqrt{p_1}(2 + p_1 + \sqrt{p_1}\gamma_3 + \gamma_4)}{2\sqrt{\chi_2}(2 + p_1 - \gamma_3^2 + \gamma_4)};$$

$$k_1^{(20)} = -\frac{\sqrt{p_2}(2 + p_2 - \sqrt{p_2}\gamma_3 + \gamma_4) + p_2\gamma_3}{2\sqrt{\chi_2}(2 + p_2 - \gamma_3^2 + \gamma_4)};$$

$$k_2^{(10)} = -\frac{\sqrt{p_1}\gamma_3}{2\chi_2(2 + p_1 - \gamma_3^2 + \gamma_4)}; \quad k_2^{(20)} = \frac{\sqrt{p_2}\gamma_3}{2\chi_2(2 + p_2 - \gamma_3^2 + \gamma_4)};$$

$$k_0^{(21)} = \frac{(\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2 (2 + (\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2 - 2(\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})\gamma_3 + \gamma_4)}{4(2 + (\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2 - \gamma_3^2 + \gamma_4)};$$

$$k_1^{(21)} = \frac{(\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})(2 + (\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2 + (\sqrt{p_1} - \sqrt{p_2})\gamma_3 + \gamma_4)}{2\sqrt{\chi_2}(2 + (\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2 - \gamma_3^2 + \gamma_4)};$$

$$k_2^{(21)} = \frac{(\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})\gamma_3}{2\chi_2(2 + ((\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2 - \gamma_3^2 + \gamma_4))}.$$

Математичне сподівання і дисперсія РП (3.5), згідно (2.37) та (2.38), приймуть вигляд:

$$E_0^{(10)} = -\frac{\sqrt{p_1}\gamma_3}{2(2 + p_1 - \gamma_3^2 + \gamma_4)}; \quad E_1^{(10)} = \frac{-\sqrt{p_1}\gamma_3 + p_1(2 + p_1 + \gamma_4)}{2(2 + p_1 - \gamma_3^2 + \gamma_4)};$$

$$E_0^{(20)} = \frac{\sqrt{p_2}\gamma_3}{2(2 + p_2 - \gamma_3^2 + \gamma_4)}; \quad E_2^{(20)} = \frac{\sqrt{p_2}\gamma_3 + p_2(2 + p_2 + \gamma_4)}{2(2 + p_2 - \gamma_3^2 + \gamma_4)};$$

$$E_1^{(21)} = -\frac{(\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})\left(-((1 + \sqrt{p_1}\sqrt{p_2})\gamma_3) + \sqrt{p_1}(2 + (\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2\gamma_4)\right)}{2(2 + (\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2 - \gamma_3^2 + \gamma_4)};$$

$$E_2^{(21)} = \frac{(\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})\left((1 + \sqrt{p_1}\sqrt{p_2})\gamma_3 + \sqrt{p_2}(2 + (\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2\gamma_4)\right)}{2(2 + (\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2 - \gamma_3^2 + \gamma_4)};$$

$$\begin{aligned}
G_0^{(10)} &= \frac{p_1(2 + p_1 + 2\sqrt{p_1}\gamma_3 + \gamma_4)}{4(2 + p_1 - \gamma_3^2 + \gamma_4)}; G_1^{(10)} = \frac{p_1(2 + p_1 - 2\sqrt{p_1}\gamma_3 + \gamma_4)}{4(2 + p_1 - \gamma_3^2 + \gamma_4)}; \\
G_0^{(20)} &= \frac{p_2(2 + p_2 - 2\sqrt{p_2}\gamma_3 + \gamma_4)}{4(2 + p_2 - \gamma_3^2 + \gamma_4)}; G_2^{(20)} = \frac{p_2(2 + p_2 + 2\sqrt{p_2}\gamma_3 + \gamma_4)}{4(2 + p_2 - \gamma_3^2 + \gamma_4)}; \\
G_1^{(21)} &= \frac{(\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2 (2 + (\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2 - 2(\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})\gamma_3 + \gamma_4)}{4(2 + (\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2 - \gamma_3^2 + \gamma_4)}, \\
G_2^{(21)} &= \frac{(\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2 (2 + (\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2 + 2(\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})\gamma_3 + \gamma_4)}{4(2 + (\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2 - \gamma_3^2 + \gamma_4)}.
\end{aligned}$$

Для оцінювання ефективності запропонованих нелінійних РП виду (3.5) при розрізненні RZ-сигналів на фоні асиметрично-ексцесних негаусових завад у порівнянні з лінійним РП виду (3.9) можна використати значення критерію якості  $Ku(E, G)$  (2.36), або значення кількості добутої інформації  $I_{Sn}$  з вибірових значень про розрізнення гіпотез  $H_0, H_1, H_2$ , згідно виразу (2.43). З точки зору скорочення обчислень, використаємо кількість здобутої інформації  $I_{Sn}$ , вираз якого матиме вигляд:

$$\begin{aligned}
I_{2n} &= (p_1 + \sqrt{p_1}\sqrt{p_2} + p_2) + \\
&+ \frac{1}{2}\gamma_3 \left( \frac{p_1}{2 + p_1 - \gamma_3^2 + \gamma_4} + \frac{(\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2}{2 + (\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2 - \gamma_3^2 + \gamma_4} + \frac{p_2}{2 + p_2 - \gamma_3^2 + \gamma_4} \right). \quad (3.9)
\end{aligned}$$

### 3.2.3. Аналіз поліноміальних розв'язувальних правил виявлення сигналів на фоні асиметрично-ексцесних негаусових завад

Для оцінки ефективності синтезованих поліноміальних РП використаємо кількість добутої інформації про розрізнення гіпотез  $I_{Sn}$  ( $s = 1, 2$ ), яка характеризує суму ймовірностей помилок першого та другого роду РП для лінійних РП  $I_{1n}$  (3.4) та нелінійних РП  $I_{2n}$  (3.9) в залежності від параметрів досліджуваних ВП, а саме

від параметрів коефіцієнта асиметрії  $\gamma_3$  та ексцесу  $\gamma_4$  негаусової завади, та відношення сигнал шум  $p$ .

Важливим етапом аналізу статистичних характеристик синтезованих РП є визначення області допустимих значень коефіцієнтів асиметрії  $\gamma_3$  та ексцесу  $\gamma_4$ . Ці параметри не є незалежними, оскільки їхні значення обмежуються умовою  $\gamma_3 \leq \pm\sqrt{\gamma_4 + 2}$ . Зазначена нерівність визначає область допустимих значень  $(\gamma_3, \gamma_4)$ , у межах якої можливе існування негаусових ВП із заданими параметрами. На графіку (рис.3.4) показано, що ця область розташована в середині параболи. Саме цей інтервал визначає допустимі границі зміни коефіцієнта асиметрії  $\gamma_3$  та ексцесу  $\gamma_4$  для синтезованих РП.

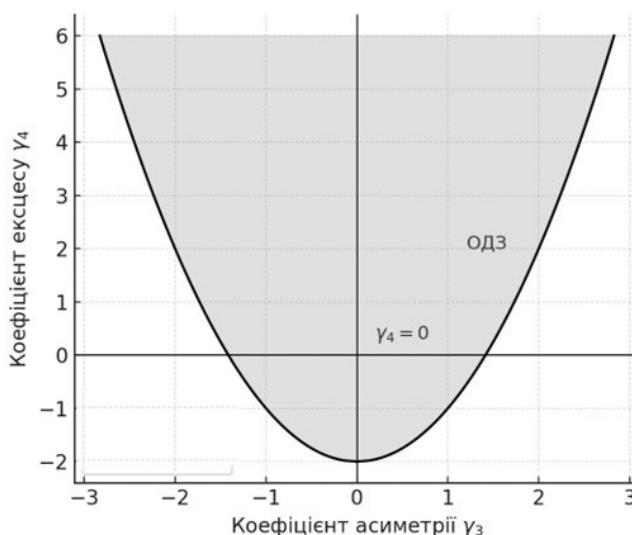


Рисунок 3.4 – Області допустимих значень коефіцієнтів асиметрії  $\gamma_3$  та ексцесу  $\gamma_4$

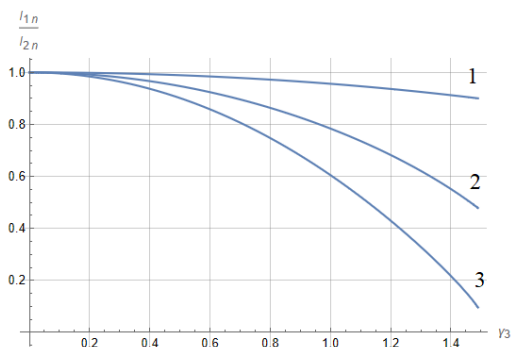
Чим більше значення кількості добутої інформації  $I_{sn}$  ( $s = 1,2$ ), тим ефективніше працює РП з точки зору зменшення значення критерію якості та ймовірностей помилок першого та другого роду. Таким чином, РП з більшим показником добутої інформації розглядається як більш ефективне при розрізненні сигналів на фоні негаусових завад.

Результати дослідження показують, що лінійні РП (3.4) при  $S=1$  збігаються з відомими результатами, отриманими на основі імовірнісного критерію якості при припущенні гаусової моделі завади. У цьому випадку для характеристики ВВ

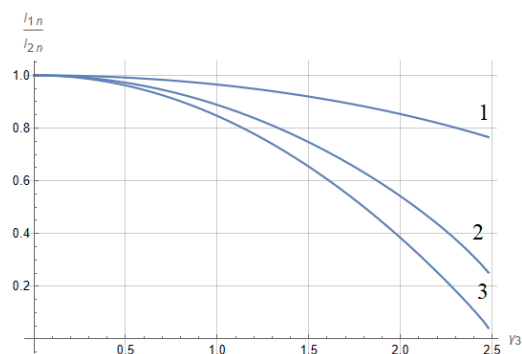
використовуються лише перші два початкові моменти, які описують середнє значення та дисперсію ВВ. Відношення добутої інформації  $I_{1n}/I_{2n}$  з вибірки про розрізнення гіпотез дорівнює 1 для гаусової моделі завади при коефіцієнті асиметрії  $\gamma_3 = 0$  (рис. 3.5).

При урахуванні коефіцієнта асиметрії ВВ ( $\gamma_3 \neq 0$ ) кількість добутої інформації  $I_{2n}$  для нелінійних РП ( $S=2$ ) збільшується у порівнянні з  $I_{1n}$  для відомих лінійних РП (3.4). Це характеризує зменшення ймовірностей помилок першого та другого роду для нелінійних РП (3.9). Наприклад, на рис.3.5 (а) значення ймовірності помилок нелінійних РП зменшується приблизно у 1.25 рази при  $\gamma_3 = 0.631$  та  $\gamma_4 = 0.245$  що відповідає розподілу Релея (при  $p_1 = p_2 = 0.1$ , крива - 3) у порівнянні з лінійним РП. На рис.3.5 (б) це зменшення становить близько 1.42 рази при  $\gamma_3 = 1.41$  та  $\gamma_4 = 4.2$  що відповідає гамма розподілу (при  $p_1 = p_2 = 0.1$ , крива - 3). На рис.3.5 (в) приблизно у 2 рази при  $\gamma_3 = 6$  та  $\gamma_4 = 4.2$  що відповідає експоненційному розподілу (при  $p_1 = p_2 = 0.1$ , крива -3). Аналогічний позитивний ефект підвищення ефективності нелінійної обробки вибірових значень спостерігається й для інших параметрів негаусових завад, що продемонстровано на рис.3.5 (г). Також слід зазначити, що ефективність обробки сигналів зростає зі збільшенням степені полінома РП  $S$ .

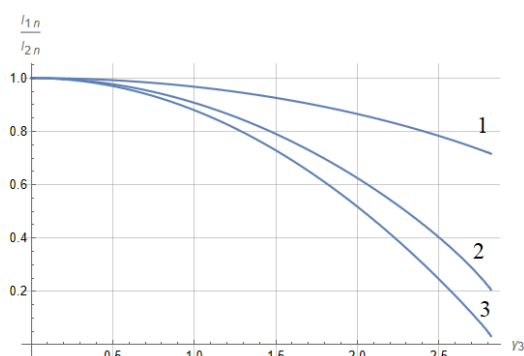




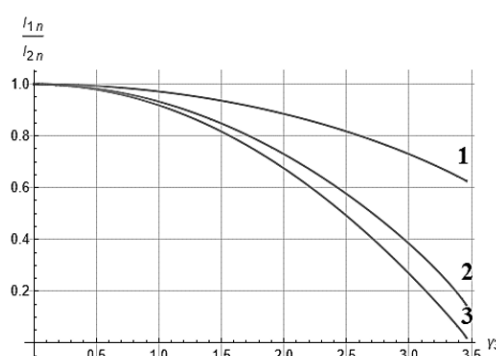
- а)  $\gamma_4 = 0.245$ ; 1)  $p_1 = p_2 = 10$ ;  
2)  $p_1 = p_2 = 0.5$ ; 3)  $p_1 = p_2 = 0.1$ .



- б)  $\gamma_4 = 4.2$ ; 1)  $p_1 = p_2 = 10$ ;  
2)  $p_1 = p_2 = 0.5$ ; 3)  $p_1 = p_2 = 0.1$ .



- в)  $\gamma_4 = 6$ ; 1)  $p_1 = p_2 = 10$ ;  
2)  $p_1 = p_2 = 0.5$ ; 3)  $p_1 = p_2 = 0.1$ .



- г)  $\gamma_4 = 10$ ; 1)  $p_1 = p_2 = 10$ ;  
2)  $p_1 = p_2 = 0.5$ ; 3)  $p_1 = p_2 = 0.1$ .

Рисунок 3.5 – Залежність кількості добутої інформації  $I_{1n}/I_{2n}$  з вибірових значень про розрізнення гіпотез від коефіцієнта асиметрії при використанні поліноміальних РП при асиметрично-ексцесній заваді при різних значеннях коефіцієнта ексцесу  $\gamma_4$  та відношенні сигнал/завада  $p$  ( $n = 100$ )

Таким чином, проведений аналіз підтверджує доцільність використання нелінійних поліноміальних РП при розрізненні сигналів на фоні асиметрично-ексцесних негаусових завад, оскільки вони дозволяють зменшити ймовірності помилок першого та другого роду шляхом врахування моментів третього та четвертого порядків, що підтверджується кількістю добутої інформації про розрізнення гіпотез.

### **3.3. Синтез поліноміальних алгоритмів виявлення сигналів на фоні ексцесних негаусових завад**

У даному підрозділі розглянемо синтез поліноміальних алгоритмів виявлення сигналів на фоні ексцесних негаусових завад. Такі завади мають ненульовий коефіцієнт ексцесу, який відображає ступінь відхилення їхнього статистичного розподілу від нормального закону. Для опису таких завад доцільно використовувати кумулянти до шостого порядку, що дає змогу побудувати нелінійні РП, здатні ефективніше враховувати вплив негаусової ВВ та підвищити ефективність виявлення сигналів порівняно з класичними лінійними методами.

#### **3.3.1 Синтез поліноміальних розв'язувальних правил при степені поліному $s=1, 2$**

Постановка задачі для даного класу завад є аналогічною тій, що наведена в п.3.1. При ексцесній заваді синтез РП при степені поліномів  $S = 1$  та  $S = 2$  не дає нових результатів, оскільки враховуються тільки кумулянти першого й другого порядку, що описують математичне сподівання та дисперсію випадкової величини, і РП набуває форми (3.2). Відповідно усі висновки, наведені в п.3.1 будуть аналогічними і для ексцесної негаусової завади, при синтезі лінійного РП для степені полінома  $S=1,2$ . Ефективність такого РП може бути визначена за критерієм якості (3.4) або через еквівалентну величину - кількість здобутої інформації про розрізнення гіпотез (3.11).

Для урахування параметрів досліджуваного ВП, а саме коефіцієнта ексцесу потрібно підвищити ступінь полінома РП до  $S=3$ . Це дає змогу враховувати початкові моменти до шостого порядку включно та, врахувати статистичні властивості ВП через коефіцієнт ексцесу, значення яких відрізняються від нуля.

### 3.3.2. Синтез поліноміальних розв'язувальних правил при степені поліному $s=3$

Проведемо побудову нелінійних розв'язувальних правил при степені полінома  $S = 3$ , які в загальному випадку мають вигляд:

$$\Lambda(X)_{3n}^{(i0)} = k_1^{(i0)} \sum_{v=1}^n x_v + k_2^{(i0)} \sum_{v=1}^n x_v^2 + k_3^{(i0)} \sum_{v=1}^n x_v^3 + k_0^{(i0)} \begin{matrix} H_i \\ > \\ H_0 \end{matrix} > 0, \quad i = 1, 2,$$

$$\Lambda(X)_{3n}^{(21)} = k_1^{(21)} \sum_{v=1}^n x_v + k_2^{(21)} \sum_{v=1}^n x_v^2 + k_3^{(21)} \sum_{v=1}^n x_v^3 + k_0^{(21)} \begin{matrix} H_2 \\ > \\ H_1 \end{matrix} > 0, \quad (3.10)$$

де оптимальні коефіцієнти РП знаходяться з мінімуму моментного критерію якості  $Ku(E, G)$  (2.18).

Для знаходження невідомих коефіцієнтів РП (3.10) використовується апріорна інформація про статистичні характеристики досліджуваного ексцесного негаусового ВП. У цьому випадку початкові моменти відрізняються від наведених у п. 3.1 та п. 3.2. Початкові моменти до шостого порядку для сигналу  $\xi_0(t)$  при реалізації гіпотези  $H_0$ , що відповідає відсутності корисного сигналу (тобто спостерігається лише негаусова завада), мають вигляд (2.9). Початкові моменти до шостого порядку для сигналу  $\xi_1(t)$  при реалізації гіпотези  $H_1$  матимуть вигляд (2.10), а для сигналу  $\xi_2(t)$  при реалізації гіпотези  $H_2$  вигляд (2.11).

Центровані корелянти визначаються з виразу (2.39) при гіпотезах  $H_0, H_1, H_2$  і матимуть наступний вигляд:

$$F_{(1,1)}^{(0)} = \chi_2, F_{(1,2)}^{(0)} = F_{(2,1)}^{(0)} = F_{(3,2)}^{(0)} = F_{(2,3)}^{(0)} = 0, F_{(2,2)}^{(0)} = 2\chi_2^2 + \chi_2^2\gamma_4, F_{(3,1)}^{(0)} =$$

$$F_{(1,3)}^{(0)} = 3\chi_2^2 + \chi_2^2\gamma_4, F_{(3,3)}^{(0)} = 15\chi_2^2 + 15\chi_2^2\gamma_4,$$

$$F_{(1,1)}^{(1)} = \chi_2, F_{(1,2)}^{(1)} = F_{(2,1)}^{(1)} = 2p_1\chi_2^{3/2}, F_{(1,3)}^{(1)} = F_{(3,1)}^{(1)} = 3\chi_2^2 + 3p_1\chi_2^2 + \gamma_4\chi_2^2,$$

$$F_{(2,2)}^{(1)} = 2\chi_2^2 + 4p_1\chi_2^2 + \gamma_4\chi_2^2, F_{(3,2)}^{(1)} = F_{(2,3)}^{(1)} = 12p_1\chi_2^{5/2} + 6p_1^{3/2}\chi_2^{5/2} + 5p_1\gamma_4\chi_2^{5/2},$$

$$F_{(3,3)}^{(1)} = 15\chi_2^3 + 36p_1\chi_2^3 + 9p_1^2\chi_2^3 + 15\gamma_4\chi_2^3 + 15p_1\gamma_4\chi_2^3,$$

$$\begin{aligned}
F_{(1,1)}^{(2)} &= \chi_2, F_{(1,2)}^{(2)} = F_{(2,1)}^{(2)} = -2p_1\chi_2^{3/2}, F_{(1,3)}^{(2)} = F_{(3,1)}^{(2)} = 3\chi_2^2 + 3p_1\chi_2^2 + \gamma_4\chi_2^2, \\
F_{(2,2)}^{(2)} &= 2\chi_2^2 + 4p_1\chi_2^2 + \gamma_4\chi_2^2, F_{(3,2)}^{(2)} = F_{(2,3)}^{(2)} = -12p_1\chi_2^{5/2} + 6p_1^{3/2}\chi_2^{5/2} + 5p_1\gamma_4\chi_2^{5/2}, \\
F_{(3,3)}^{(2)} &= 15\chi_2^3 + 36p_1\chi_2^3 + 9p_1^2\chi_2^3 + 15\gamma_4\chi_2^3 + 15p_1\gamma_4\chi_2^3.
\end{aligned}$$

Коефіцієнти поліноміальних РП (3.10)  $k_1^{(i0)}, k_2^{(i0)}, k_3^{(i0)}, i = 1, 2$  та  $k_1^{(21)}, k_2^{(21)}, k_3^{(21)}$ , знаходяться з рішення системи рівнянь (2.40) і відповідно при степені  $S=3$  має наступний вигляд:

$$\begin{cases}
k_1^{(i0)} [F_{(1,1)}^{(0)} + F_{(1,1)}^{(i)}] + k_2^{(i0)} [F_{(1,2)}^{(0)} + F_{(1,2)}^{(i)}] + k_3^{(i0)} [F_{(1,3)}^{(0)} + F_{(1,3)}^{(i)}] = m_1^{(i)} - m_1^{(0)} \\
k_1^{(i0)} [F_{(2,1)}^{(0)} + F_{(2,1)}^{(i)}] + k_2^{(i0)} [F_{(2,2)}^{(0)} + F_{(2,2)}^{(i)}] + k_3^{(i0)} [F_{(2,3)}^{(0)} + F_{(2,3)}^{(i)}] = m_2^{(i)} - m_2^{(0)}, \\
k_1^{(i0)} [F_{(3,1)}^{(0)} + F_{(3,1)}^{(i)}] + k_2^{(i0)} [F_{(2,3)}^{(0)} + F_{(2,3)}^{(i)}] + k_3^{(i0)} [F_{(3,3)}^{(0)} + F_{(3,3)}^{(i)}] = m_3^{(i)} - m_3^{(0)}
\end{cases} \quad (3.11)$$

$$\begin{cases}
k_1^{(21)} [F_{(1,1)}^{(1)} + F_{(1,1)}^{(2)}] + k_2^{(21)} [F_{(1,2)}^{(1)} + F_{(1,2)}^{(2)}] + k_3^{(21)} [F_{(1,3)}^{(1)} + F_{(1,3)}^{(2)}] = m_1^{(2)} - m_1^{(1)} \\
k_1^{(21)} [F_{(2,1)}^{(1)} + F_{(2,1)}^{(2)}] + k_2^{(21)} [F_{(2,2)}^{(1)} + F_{(2,2)}^{(2)}] + k_3^{(21)} [F_{(2,3)}^{(1)} + F_{(2,3)}^{(2)}] = m_2^{(2)} - m_2^{(1)}. \\
k_1^{(21)} [F_{(3,1)}^{(1)} + F_{(3,1)}^{(2)}] + k_2^{(21)} [F_{(3,2)}^{(1)} + F_{(3,2)}^{(2)}] + k_3^{(21)} [F_{(3,3)}^{(1)} + F_{(3,3)}^{(2)}] = m_3^{(2)} - m_3^{(1)}
\end{cases}$$

Для розв'язання даних систем рівнянь (3.11) застосуємо метод Крамера, тоді:

$$k_1^{(i0)} = \frac{\Delta_1^{(i0)}}{\Delta^{(i0)}}; \quad k_2^{(i0)} = \frac{\Delta_2^{(i0)}}{\Delta^{(i0)}}; \quad k_3^{(i0)} = \frac{\Delta_3^{(i0)}}{\Delta^{(i0)}};$$

$$k_1^{(21)} = \frac{\Delta_1^{(21)}}{\Delta^{(21)}}; \quad k_2^{(21)} = \frac{\Delta_2^{(21)}}{\Delta^{(21)}}; \quad k_3^{(21)} = \frac{\Delta_3^{(21)}}{\Delta^{(21)}};$$

де  $\Delta^{(i0)}, \Delta^{(21)}, \Delta_i^{(i0)}, \Delta_i^{(21)}$ , визначники матриці системи рівнянь (3.11), які мають наступний вид:

$$\Delta^{(i0)} = \det \begin{vmatrix} [F_{(1,1)}^{(0)} + F_{(1,1)}^{(i)}] & [F_{(1,2)}^{(0)} + F_{(1,2)}^{(i)}] & [F_{(1,3)}^{(0)} + F_{(1,3)}^{(i)}] \\ [F_{(2,1)}^{(0)} + F_{(2,1)}^{(i)}] & [F_{(2,2)}^{(0)} + F_{(2,2)}^{(i)}] & [F_{(2,3)}^{(0)} + F_{(2,3)}^{(i)}] \\ [F_{(3,1)}^{(0)} + F_{(3,1)}^{(i)}] & [F_{(3,2)}^{(0)} + F_{(3,2)}^{(i)}] & [F_{(3,3)}^{(0)} + F_{(3,3)}^{(i)}] \end{vmatrix};$$

$$\Delta^{(21)} = \det \begin{vmatrix} [F_{(1,1)}^{(1)} + F_{(1,1)}^{(2)}] & [F_{(1,2)}^{(1)} + F_{(1,2)}^{(2)}] & [F_{(1,3)}^{(1)} + F_{(1,3)}^{(2)}] \\ [F_{(2,1)}^{(1)} + F_{(2,1)}^{(2)}] & [F_{(2,2)}^{(1)} + F_{(2,2)}^{(2)}] & [F_{(2,3)}^{(1)} + F_{(2,3)}^{(2)}] \\ [F_{(3,1)}^{(1)} + F_{(3,1)}^{(2)}] & [F_{(3,2)}^{(1)} + F_{(3,2)}^{(2)}] & [F_{(3,3)}^{(1)} + F_{(3,3)}^{(2)}] \end{vmatrix};$$

$$\Delta_1^{(i0)} = \det \begin{vmatrix} [m_1^{(i)} - m_1^{(0)}] & [F_{(1,2)}^{(0)} + F_{(1,2)}^{(i)}] & [F_{(1,3)}^{(0)} + F_{(1,3)}^{(i)}] \\ [m_2^{(i)} - m_2^{(0)}] & [F_{(2,2)}^{(0)} + F_{(2,2)}^{(i)}] & [F_{(2,3)}^{(0)} + F_{(2,3)}^{(i)}] \\ [m_3^{(i)} - m_3^{(0)}] & [F_{(3,2)}^{(0)} + F_{(3,2)}^{(i)}] & [F_{(3,3)}^{(0)} + F_{(3,3)}^{(i)}] \end{vmatrix};$$

$$\Delta_2^{(i0)} = \det \begin{vmatrix} [F_{(1,1)}^{(0)} + F_{(1,1)}^{(i)}] & [m_1^{(i)} - m_1^{(0)}] & [F_{(1,3)}^{(0)} + F_{(1,3)}^{(i)}] \\ [F_{(2,1)}^{(0)} + F_{(2,1)}^{(i)}] & [m_2^{(i)} - m_2^{(0)}] & [F_{(2,3)}^{(0)} + F_{(2,3)}^{(i)}] \\ [F_{(3,1)}^{(0)} + F_{(3,1)}^{(i)}] & [m_3^{(i)} - m_3^{(0)}] & [F_{(3,3)}^{(0)} + F_{(3,3)}^{(i)}] \end{vmatrix};$$

$$\Delta_3^{(i0)} = \det \begin{vmatrix} [F_{(1,1)}^{(0)} + F_{(1,1)}^{(i)}] & [F_{(1,2)}^{(0)} + F_{(1,2)}^{(i)}] & [m_1^{(i)} - m_1^{(0)}] \\ [F_{(2,1)}^{(0)} + F_{(2,1)}^{(i)}] & [F_{(2,2)}^{(0)} + F_{(2,2)}^{(i)}] & [m_2^{(i)} - m_2^{(0)}] \\ [F_{(3,1)}^{(0)} + F_{(3,1)}^{(i)}] & [F_{(3,2)}^{(0)} + F_{(3,2)}^{(i)}] & [m_3^{(i)} - m_3^{(0)}] \end{vmatrix};$$

$$\Delta_1^{(21)} = \det \begin{vmatrix} [m_1^{(2)} - m_1^{(1)}] & [F_{(1,2)}^{(1)} + F_{(1,2)}^{(2)}] & [F_{(1,3)}^{(1)} + F_{(1,3)}^{(2)}] \\ [m_2^{(2)} - m_2^{(1)}] & [F_{(2,2)}^{(1)} + F_{(2,2)}^{(2)}] & [F_{(2,3)}^{(1)} + F_{(2,3)}^{(2)}] \\ [m_3^{(2)} - m_3^{(1)}] & [F_{(3,2)}^{(1)} + F_{(3,2)}^{(2)}] & [F_{(3,3)}^{(1)} + F_{(3,3)}^{(2)}] \end{vmatrix};$$

$$\Delta_2^{(21)} = \det \begin{vmatrix} [F_{(1,1)}^{(1)} + F_{(1,1)}^{(2)}] & [m_1^{(2)} - m_1^{(1)}] & [F_{(1,3)}^{(1)} + F_{(1,3)}^{(2)}] \\ [F_{(2,1)}^{(1)} + F_{(2,1)}^{(2)}] & [m_2^{(2)} - m_2^{(1)}] & [F_{(2,3)}^{(1)} + F_{(2,3)}^{(2)}] \\ [F_{(3,1)}^{(1)} + F_{(3,1)}^{(2)}] & [m_3^{(2)} - m_3^{(1)}] & [F_{(3,3)}^{(1)} + F_{(3,3)}^{(2)}] \end{vmatrix};$$

$$\Delta_3^{(21)} = \det \begin{vmatrix} [F_{(1,1)}^{(1)} + F_{(1,1)}^{(2)}] & [F_{(1,2)}^{(1)} + F_{(1,2)}^{(2)}] & [m_1^{(2)} - m_1^{(1)}] \\ [F_{(2,1)}^{(1)} + F_{(2,1)}^{(2)}] & [F_{(2,2)}^{(1)} + F_{(2,2)}^{(2)}] & [m_2^{(2)} - m_2^{(1)}] \\ [F_{(3,1)}^{(1)} + F_{(3,1)}^{(2)}] & [F_{(3,2)}^{(1)} + F_{(3,2)}^{(2)}] & [m_3^{(2)} - m_3^{(1)}] \end{vmatrix};$$

Після відповідної підстановки та аналітичних розрахунків коефіцієнти  $k_1^{(i0)}$ ,  $k_2^{(i0)}$ ,  $k_3^{(i0)}$ ,  $i = 1, 2$  та  $k_1^{(21)}$ ,  $k_2^{(21)}$ ,  $k_3^{(21)}$ , РП набудуть вигляду:

$$\begin{aligned}
k_1^{(10)} &= \frac{\sqrt{p_1} (24(1 + p_1) + (48 + 11p_1) \cdot \gamma_4)}{2(6(4 + 3p_1) + 9(4 + p_1)\gamma_4 - 4\gamma_4^2)\sqrt{\chi_2}}; \\
k_1^{(20)} &= -\frac{\sqrt{p_2} (24(1 + p_2) + (48 + 11p_2)\gamma_4)}{2(6(4 + 3p_2) + 9(4 + p_2)\gamma_4 - 4\gamma_4^2)\sqrt{\chi_2}}; \\
k_2^{(10)} &= \frac{3p_1(p_1 + 2\gamma_4)}{2(6(4 + 3p_1) + 9(4 + p_1)\gamma_4 - 4\gamma_4^2)\chi_2}; \\
k_2^{(20)} &= \frac{3p_2(p_2 + 2\gamma_4)}{2(6(4 + 3p_2) + 9(4 + p_2)\gamma_4 - 4\gamma_4^2)\chi_2}; \\
k_3^{(10)} &= -\frac{\sqrt{p_1}(p_1 + 2\gamma_4)}{(6(4 + 3p_1) + 9(4 + p_1)\gamma_4 - 4\gamma_4^2) \cdot \chi_2^{3/2}}; \\
k_3^{(20)} &= \frac{\sqrt{p_2}(p_2 + 2\gamma_4)}{(6(4 + 3p_2) + 9(4 + p_2)\gamma_4 - 4\gamma_4^2)\chi_2^{3/2}}; \\
k_0^{(21)} &= \frac{(p_1 - p_2)[24 + (\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2(24 + p_1 + 4\sqrt{p_1}\sqrt{p_2} + p_2) + \\
&\quad 4(6(4 + 3(\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2) + \\
&\quad + (48 + 13p_1 + 30\sqrt{p_1}\sqrt{p_2} + 13p_2)\gamma_4^4 \\
&\quad + 9(4 + (\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2)\gamma_4 - 4\gamma_4^2)]}{+9(4 + (\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2)\gamma_4 - 4\gamma_4^2)}; \\
k_1^{(21)} &= -\frac{(\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})(24 + 6(\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2(4 + \sqrt{p_1}\sqrt{p_2}) + \\
&\quad 2(6(4 + 3(p_1 + \sqrt{p_2})^2) + \\
&\quad + (48 + 11p_1 + 34\sqrt{p_1}\sqrt{p_2} + 11p_2)\gamma_4) \\
&\quad + 9(4 + (\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2)\gamma_4 - 4\gamma_4^2)\sqrt{\chi_2}}{+9(4 + (\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2)\gamma_4 - 4\gamma_4^2)}; \\
k_2^{(21)} &= -\frac{3(p_1 - p_2)((\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2 + 2\gamma_4)}{2(6(4 + 3(\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2) + 9(4 + (\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2)\gamma_4 - 4\gamma_4^2)\chi_2}; \\
k_3^{(21)} &= \frac{(\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^3 + 2(\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})\gamma_4}{(6(4 + 3(\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2) + 9(4 + (\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2)\gamma_4 - 4\gamma_4^2)\chi_2^{3/2}}.
\end{aligned}$$

Так як рішення про виконання гіпотез  $H_i$ ,  $i=0,1,2$  залежить від випадкових вибірових значень  $x_v$ , відповідно і результати прийняття рішень будуть випадковими. Тому РП (3.10) характеризується такими параметрами, як математичне сподівання  $E_i$  та дисперсія  $G_i$ . Загальний вигляд виразів представлений в (2.37), (2.38). Для даного РП ці вирази мають наступний вигляд:

$$E_i^{(i0)} = \frac{np_i(p_i(p_i + 21) + (13p_i + 42)\gamma_4 + 24)}{-8\gamma_4^2 + (18(p_i + 4))\gamma_4 + 36p_i + 48};$$

$$E_0^{(i0)} = \frac{n3p_i(2\gamma_4 + p_i)}{-8\gamma_4^2 + 18\gamma_4(p_i + 4) + 36p_i + 48}, \quad i = 1,2;$$

$$E_2^{(21)} = n(k_1^{(21)}m_1^{(2)} + k_2^{(21)}m_2^{(2)} + k_3^{(21)}m_3^{(2)});$$

$$E_1^{(21)} = n(k_1^{(21)}m_1^{(1)} + k_2^{(21)}m_2^{(1)} + k_3^{(21)}m_3^{(1)});$$

$$G_i^{(i0)} = \frac{np_i(24 + p_i(18 + p_i) + (36 + 13p_i)\gamma_4)}{4(6(4 + 3p_i) + 9(4 + p_i)\gamma_4 - 4\gamma_4^2)};$$

$$G_0^{(i0)} = \frac{np_i(p_i(p_i + 18) + (13p_i + 36)\gamma_4 + 24)}{4(-4\gamma_4^2 + (9(p_i + 4))\gamma_4 + 6(3p_i + 4))}, \quad i = 1,2;$$

$$G_2^{(21)} = n\{(k_1^{(21)})^2 F_{(1,1)}^{(2)} + 2k_1^{(21)}k_2^{(21)}F_{(1,2)}^{(2)} + k_1^{(21)}k_3^{(21)}F_{(1,3)}^{(2)} + (k_2^{(21)})^2 F_{(2,2)}^{(2)} +$$

$$+ 2k_2^{(21)}k_3^{(21)}F_{(2,3)}^{(2)} + k_3^{(21)}k_1^{(21)}F_{(3,1)}^{(2)} + (k_3^{(21)})^2 F_{(3,3)}^{(2)}\},$$

$$G_1^{(21)} = n\{(k_1^{(21)})^2 F_{(1,1)}^{(1)} + 2k_1^{(21)}k_2^{(21)}F_{(1,2)}^{(1)} + k_1^{(21)}k_3^{(21)}F_{(1,3)}^{(1)} +$$

$$+ (k_2^{(21)})^2 F_{(2,2)}^{(1)} + 2k_2^{(21)}k_3^{(21)}F_{(2,3)}^{(1)} + k_3^{(21)}k_1^{(21)}F_{(3,1)}^{(1)} + (k_3^{(21)})^2 F_{(3,3)}^{(1)}\}.$$

Остаточний вигляд виразів:  $G_2^{(21)}, G_1^{(21)}, E_1^{(21)}, E_2^{(21)}$ , не наводиться в зв'язку з їх громіздкістю, але при необхідності можна підставити відповідні вирази до рівняння, які наведені вище, що дасть змогу отримати аналітичні вирази кінцевого результату.

Поріг  $k_0^{(mr)}$  (2.35) визначається як середнє значення математичних сподівань РП  $E_m^{(mr)}, E_r^{(r)}$  і при реалізації гіпотез  $H^{(m)}$  і  $H^{(r)}$  при  $S=3$  буде мати вигляд:

$$\begin{aligned}
k_0^{(mr)} = & -\frac{1}{2}k_1^{(mr)} \sum_{v=1}^n \left(m_1^{(m)} + m_1^{(r)}\right) + k_2^{(mr)} \sum_{v=1}^n \left(m_2^{(m)} + m_2^{(r)}\right) + \\
& + k_3^{(mr)} \sum_{v=1}^n \left(m_3^{(m)} + m_3^{(r)}\right), m, r = \overline{0,2}, \quad m \neq r, \\
k_0^{(21)} = & -\frac{1}{2}k_1^{(21)} \sum_{v=1}^n \left(m_1^{(1)} + m_1^{(2)}\right) + \\
& + k_2^{(21)} \sum_{v=1}^n \left(m_2^{(1)} + m_2^{(2)}\right) + k_3^{(21)} \sum_{v=1}^n \left(m_3^{(1)} + m_3^{(2)}\right).
\end{aligned}$$

Після відповідної підстановки та розрахунків отримаємо остаточний вигляд:

$$\begin{aligned}
k_0^{(i0)} = & -\frac{p_i[24 + p_i(24 + p_i) + (48 + 13p_i)\gamma_4]}{4(6(4 + 3p_i) + 9(4 + p_i)\gamma_4 - 4\gamma_4^2)}, i = 1,2; \\
k_0^{(21)} = & \frac{(p_1 - p_2)[24 + (\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2(24 + p_1 + 4\sqrt{p_1}\sqrt{p_2} + p_2) + \\
& + (48 + 13p_1 + 30\sqrt{p_1}\sqrt{p_2} + 13p_2)\gamma_4^4]}{4\left(6\left(4 + 3(\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2\right) + \right. \\
& \left. + 9\left(4 + (\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2\right)\gamma_4 - 4\gamma_4^2\right)}.
\end{aligned}$$

РП виду (3.10) є нелінійним, оскільки до нього входять квадратичні та кубічні значення вибірки ( $\chi_v^2, \chi_v^3$ ) а також вони враховують характеристики негаусової ВВ через коефіцієнт ексцесу  $\gamma_4$ . Отже, синтезовані РП (3.10) є нелінійним і враховують негаусові характеристики ВП через врахування коефіцієнта ексцесу  $\gamma_4$ , а ефективність цих РП можна визначити через значення критерію якості  $Ku(E, G)$  (2.36) або з кількості здобутої інформації  $I_{Ku \text{ sn}}$  (2.43), де даний параметр має остаточний вигляд:

$$\begin{aligned}
I_{3n} = & n \frac{1}{2} \left( \frac{p_1(\gamma_4(13p_1 + 36) + p_1(p_1 + 18) + 24)}{-4\gamma_4^2 + 9\gamma_4(p_1 + 4) + 6(3p_1 + 4)} + \right. \\
& + \frac{(\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2 \left( \gamma_4 \left( 13(\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2 + 36 \right) + (\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^4 + 18(\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2 + 24 \right)}{-4\gamma_4^2 + 9\gamma_4 \left( (\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2 + 4 \right) + 6 \left( 3(\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2})^2 + 4 \right)} \left. \right) +
\end{aligned}$$



$$+ \frac{p_2(\gamma_4(13p_2 + 36) + p_2(p_2 + 18) + 24)}{-4\gamma_4^2 + 9\gamma_4(p_2 + 4) + 6(3p_2 + 4)} \Bigg). \quad (3.12)$$

Варто зазначити, що без врахування коефіцієнта ексцесу  $\gamma_4$  синтезовані РП (3.10) перетворюються до нелінійного РП, однак таке РП буде відрізнятися від лінійного РП, отриманого в п.3.1 (3.1).

Для коректної оцінки ефективності синтезованих РП (3.10) необхідно врахувати ОДЗ параметрів досліджуваної ВВ, зокрема коефіцієнтів асиметрії та ексцесу. Спираючись на класифікацію близьких до гаусових величин, наведену в табл. 2.1 [14, 86, 87], аналіз складних негаусових процесів доцільно спростити шляхом їх розподілу на окремі категорії. У межах цього підрозділу досліджуються виключно ексцесні ВВ (де  $\gamma_4 \neq 0$ , а інші кумулянтні коефіцієнти дорівнюють нулю), що відповідає I типу та I виду ВВ. Таке припущення суттєво полегшує математичні розрахунки та дозволяє наочно продемонструвати переваги нелінійної поліноміальної обробки (3.10) над традиційними лінійними методами.

У даному випадку використаємо нерівність, що встановлює взаємозв'язок між коефіцієнтами асиметрії та ексцесу за умови, що коефіцієнти вищих порядків дорівнюють нулю, тобто  $\gamma_5 = \gamma_6 = 0$ . За цих умов одержимо наступний вираз:

$$(-\gamma_4^2 + 9\gamma_4 + 6)(\gamma_4 + 2) + 12\gamma_3^2(\gamma_4 - 2) - 9\gamma_3^4 > 0.$$

Для ексцесного ВП, за якого коефіцієнт асиметрії дорівнює нулю ( $\gamma_3 = 0$ ), одержуємо кінцевий вираз залежності ОДЗ для коефіцієнта ексцесу  $\gamma_4$ :

$$(-\gamma_4^2 + 9\gamma_4 + 6)(\gamma_4 + 2) > 0. \quad (3.13)$$

Для визначення ОДЗ коефіцієнта ексцесу  $\gamma_4$  побудуємо графік функції (3.13), який зображений на рис. 3.6.

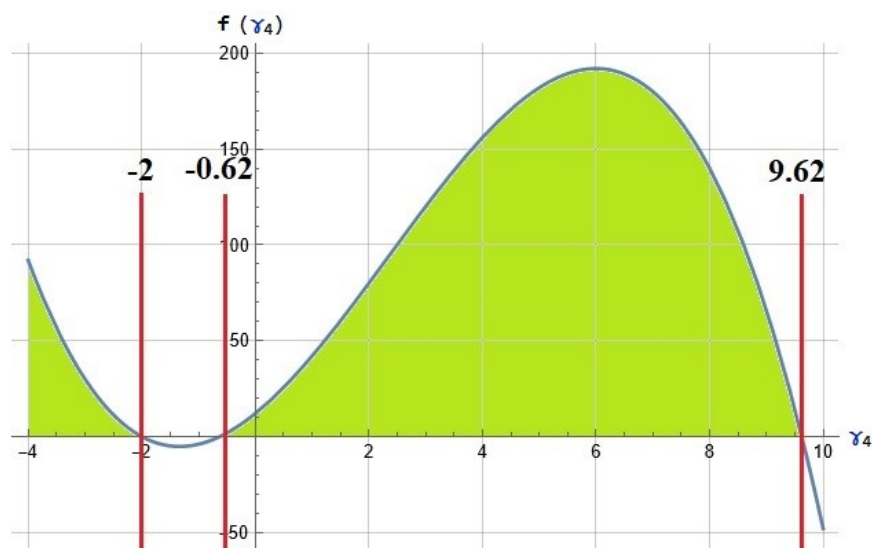


Рисунок. 3.6 – Залежність значення функції  $f(\gamma_4)$  (3.13) від значення коефіцієнта ексцесу  $\gamma_4$

З графіка видно, що функція (3.13) набуває додатних значень у двох інтервалах: при  $\gamma_4 < -2$  та при  $\gamma_4 \in (-0,62; 9,62)$ . Проте необхідно враховувати фундаментальну властивість коефіцієнта ексцесу, теоретична нижня межа якого становить  $\gamma_4 \geq -2$ . У зв'язку з цим, ОДЗ  $\gamma_4 < -2$ , незважаючи на додатність функції, є фізично нереалізовною для ВП і виключається з подальшого розгляду.

В інтервалі  $\gamma_4 \in (-2; -0,62)$  функція набуває від'ємних значень, що свідчить про недоцільність використання даного алгоритму для розподілів із гранично низькими значеннями ексцесу.

Для наочного представлення впливу коефіцієнта ексцесу на форму закону розподілу на рис. 3.7 наведено сімейство щільностей імовірності випадкової величини при різних значеннях  $\gamma_4$ .

Зокрема, крива при  $\gamma_4 = 0$  відповідає гаусовому розподілу. При додатних значеннях  $\gamma_4$  ( $\gamma_4 \in (0; 9,62)$ ) спостерігається гостровершинний розподіл, для якого характерне збільшення пікового значення щільності імовірності. Це свідчить про підвищену ймовірність значних відхилень ВВ.

У випадку від'ємних значень  $\gamma_4$  ( $\gamma_4 \in (-0,62; 0)$ ) формується плосковершинний розподіл, що характеризується зменшенням пікового значення

щільності розподілу та більш рівномірним розподілом імовірності відносно середнього значення.

Таким чином, коефіцієнт ексцесу  $\gamma_4$  визначає ступінь гостровершинності розподілу та є важливою характеристикою при описі негаусових ВВ у задачах обробки сигналів.

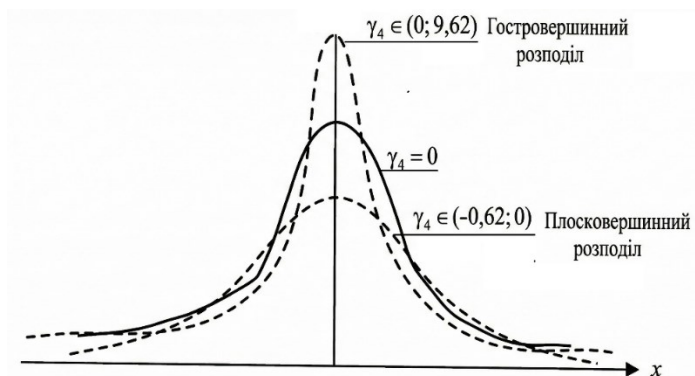


Рисунок 3.7 – Вплив коефіцієнта ексцесу  $\gamma_4$  на форму щільності розподілу ВВ

Таким чином, робочим інтервалом, що забезпечує виконання умов ефективності роботи синтезованих алгоритмів, є діапазон  $\gamma_4 \in (-0,62; 9,62)$ . Цей інтервал зміни коефіцієнта ексцесу продемонстровано на рис 3.6:

- частина області від’ємних значень коефіцієнта ексцесу  $\gamma_4 \in (-0,62; 0)$ , що відповідає плосковершинному розподілу.
- значна частина області додатних значень  $\gamma_4 \in (0; 9,62)$ , що відповідає гостровершинному розподілу із важкими хвостами.

### 3.3.3. Аналіз поліноміальних РП виявлення сигналів на фоні ексцесних негаусових завад

На рис.3.8. наведена залежність відношення кількості добутої інформації  $I_1$  (3.4) про розрізнення трьох гіпотез РП для гаусової моделі завади ( $S = 1$ ) до кількості добутої інформації  $I_3$  (3.12) ( $S = 3$ ) про розрізнення трьох гіпотез РП для негаусової ексцесної моделі завади від коефіцієнта ексцесу  $\gamma_4$  ВВ.

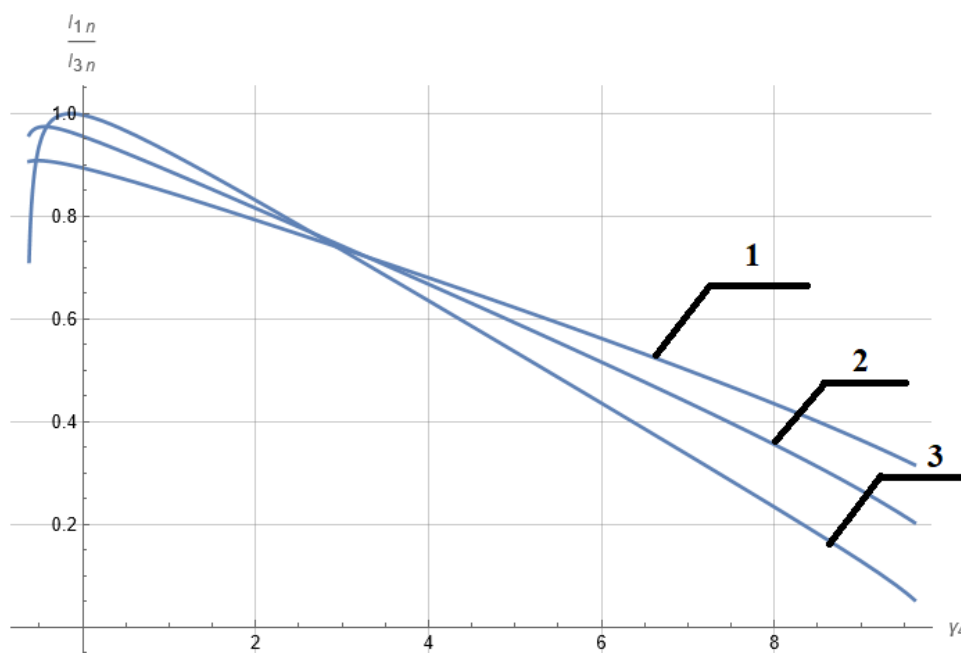


Рисунок 3.8 – Графік залежності кількості добутої інформації  $I_{1n}/I_{3n}$  про розрізнення гіпотез від коефіцієнта ексцесу  $\gamma_4$  при наступних параметрах:

1)  $p_1=p_2=1$ , 2)  $p_1=p_2=0.5$ , 3)  $p_1=p_2=0.1$

З отриманих графіків видно, що для гаусової моделі завад ( $\gamma_4 = 0$ ) нелінійна обробка РП зі степенем полінома  $S = 3$  не дає виграшу у зменшенні ймовірності помилок прийняття рішень, тобто відношення ( $I_{1n}/I_{3n}=1$ ). Водночас, врахування негаусової завади у вигляді коефіцієнта ексцесу ( $\gamma_4 \neq 0$ ) дозволяє суттєво підвищити ефективність нелінійної обробки вибірових значень ( $S = 3$ ) порівняно з класичними гаусовими моделями ( $S = 1$ ). Наприклад, на рис.3.8 для кривих (1-3) і при  $\gamma_4 = 3$  що відповідає розподілу Лапласа, ефективність в зменшенні ймовірності помилкових рішень при нелінійній обробці виявлення сигналів збільшується в 1,42 рази у порівнянні з алгоритмами для гаусових моделей досліджуваних ВП.

Також слід зазначити, що перевага нелінійної обробки над лінійною проявляється переважно в умовах низького відношення сигнал/шум ( $p < 1$ ). Зі зростанням потужності корисного сигналу ефективність обох методів зближується. Це пояснюється зменшенням чутливості РП до відхилень закону розподілу завад від нормального при великих амплітудах корисного сигналу.

### 3.5. Висновки

Обробка сигналів на фоні завад становить складну статистичну задачу, що виникає в широкому колі прикладних систем. Класичні методи для розв'язання такої задачі базуються на основі порівняння відношення правдоподібності з заданим пороговим значенням, яке визначається відповідно до обраного критерію якості і який визначає показник ефективності алгоритмів. Разом з тим, у випадку негаусових ВП практична реалізація таких методів є ускладненою через відсутність апіорної інформації про щільність розподілу, труднощі оцінювання його параметрів. У межах даного розділу запропоновано підхід до математичного опису ВВ, що базується на моментно-кумулянтному описі, використання якого дозволяє враховувати негаусові властивості ВВ при обробці RZ-сигналів.

У роботі запропоновано нові математичні моделі для опису RZ-сигналів у каналі зв'язку ІВС при їх функціонуванні на фоні асиметричних, асиметрично-ексцесних, ексцесних негаусових ВП. Отримані математичні моделі покладено в основу синтезу поліноміальних стохастичних РП, оптимальні коефіцієнти яких визначаються відповідно до адаптованого моментного критерію якості, що ґрунтується на мінімізації верхніх границь імовірностей помилок у задачах багатоальтернативної перевірки статистичних гіпотез.

На основі запропонованого підходу здійснено синтез лінійних і нелінійних РП, виконано аналіз їх ефективності та отримано відповідні кількісні характеристики, що підтверджують ефективність цих правил при обробці негаусових ВП. Установлено, що лінійні РП не враховують специфіку негаусових розподілів ВВ, оскільки їх побудова обмежується використанням лише двох перших моментів, які характеризують математичне сподівання та дисперсію ВП. Водночас, отримані лінійні РП є еквівалентними класичним правилам, синтезованим на основі відношення правдоподібності для гаусових моделей ВВ.

Застосування нелінійної обробки вибірових значень із використанням статистичних характеристик вищих порядків негаусових ВП, зокрема коефіцієнта асиметрії, забезпечує підвищення ефективності задачі виявлення сигналів.

Наприклад, при  $\gamma_3 = 1.41$  та  $p_i = 0.1$  ефективність нелінійних РП зростає приблизно у 5 разів порівняно з лінійним РП. Це підвищення проявляється у зменшенні значення критерію якості РП, а отже, у зниженні ймовірностей помилок першого та другого роду. Кількісна оцінка отриманих результатів здійснювалася шляхом порівняння обсягів інформації, що здобувається з вибірових даних РП, для різних степенів поліноміального РП.

Врахування параметрів негаусових ВП, зокрема коефіцієнтів асиметрії та ексцесу, забезпечує підвищення ефективності нелінійної обробки вибірових значень порівняно з лінійними методами. Використання цих статистичних характеристик при синтезі РП дозволяє краще враховувати негаусові властивості досліджуваних ВП та підвищити ефективність виявлення сигналів. Наприклад, значення ймовірності помилок нелінійних РП зменшується приблизно у 1.25 рази при  $\gamma_3 = 0.631$  та  $\gamma_4 = 0.245$  що відповідає розподілу Релея (при  $p_1 = p_2 = 0.1$ ) у порівнянні з лінійним РП. При  $\gamma_3 = 1.41$  та  $\gamma_4 = 4.2$  зменшення ймовірностей помилок становить близько 1.42 рази що відповідає гамма розподілу (при  $p_1 = p_2 = 0.1$ ). При  $\gamma_3 = 6$  та  $\gamma_4 = 4.2$  приблизно у 2 рази що відповідає експоненційному розподілу (при  $p_1 = p_2 = 0.1$ ).

Зі збільшенням степені поліноміального РП до  $S=3$  підвищується ефективність обробки сигналів на фоні ексцесних негаусових завад, а також відбувається звуження області допустимих значень кумулянтних коефіцієнтів. Водночас це призводить до зростання обчислювальної складності процесів синтезу та реалізації таких РП. Отже, використання даного підходу передбачає досягнення компромісу між рівнем ефективності нелінійної обробки та складністю реалізації алгоритмів поліноміальних РП. Наприклад, при  $p_1=p_2=0.1$  та  $\gamma_4 = 3$  що відповідає розподілу Лапласа, ефективність зменшення ймовірності помилкових рішень при нелінійній обробці сигналів зростає приблизно у 1.42 рази порівняно з алгоритмами, синтезованими для гаусових моделей досліджуваних ВП.

## **РОЗДІЛ 4. ПРОГРАМНІ ЗАСОБИ КОМП'ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ АДАПТИВНОГО ВИЯВЛЕННЯ СИГНАЛІВ ТА ОЦІНЮВАННЯ ЇХ ПАРАМЕТРІВ В ІНФОРМАЦІЙНО – ВИМІРЮВАЛЬНИХ СИСТЕМАХ НА ФОНІ НЕГАУСОВИХ ЗАВАД**

У цьому розділі дисертаційної роботи розглядаються програмні засоби комп'ютерного моделювання процесів адаптивного виявлення сигналів та оцінювання їх параметрів отриманих з каналу зв'язку ІВС при функціонуванні на фоні негаусових завад. Основна увага приділяється практичній реалізації розроблених у попередніх розділах моделей і методів, а також дослідженню їх властивостей та ефективності шляхом експерименту.

Комп'ютерне моделювання є необхідним етапом перевірки адекватності теоретичних результатів, отриманих на основі моментно-кумулянтного опису ВП, та дозволяє врахувати вплив статистичних характеристик негаусових завад, зокрема асиметрії, ексцесу, на якісні та кількісні показники алгоритмів оцінювання і виявлення. Використання програмного середовища Matlab/Simulink забезпечує гнучкі можливості для побудови імітаційних моделей ІВС, реалізації поліноміальних РП та проведення серій обчислювальних експериментів за різних умов спостереження [117].

### **4.1 Практична реалізація методів оцінювання та виявлення RZ-сигналів на фоні негаусових завад у середовищі Matlab/Simulink**

Практична реалізація методів оцінювання параметрів та виявлення RZ-сигналів на фоні негаусових завад є необхідним етапом перевірки працездатності та адекватності теоретичних результатів, отриманих у попередніх розділах дисертаційної роботи. Застосування комп'ютерного моделювання дозволяє дослідити властивості запропонованих алгоритмів в умовах, наближених до реального функціонування ІВС, а також забезпечує можливість зміни статистичних характеристик завад і параметрів корисного сигналу в широких межах.

Для реалізації алгоритмів оцінювання та виявлення сигналів обрано програмне середовище Matlab/Simulink, яке забезпечує зручні засоби для побудови

імітаційних моделей, реалізації чисельних алгоритмів обробки сигналів та проведення серій обчислювальних експериментів. Блокова структура Simulink дозволяє наочно відобразити логіку функціонування ІВС, а також спростити адаптацію окремих елементів моделі без зміни її загальної структури.

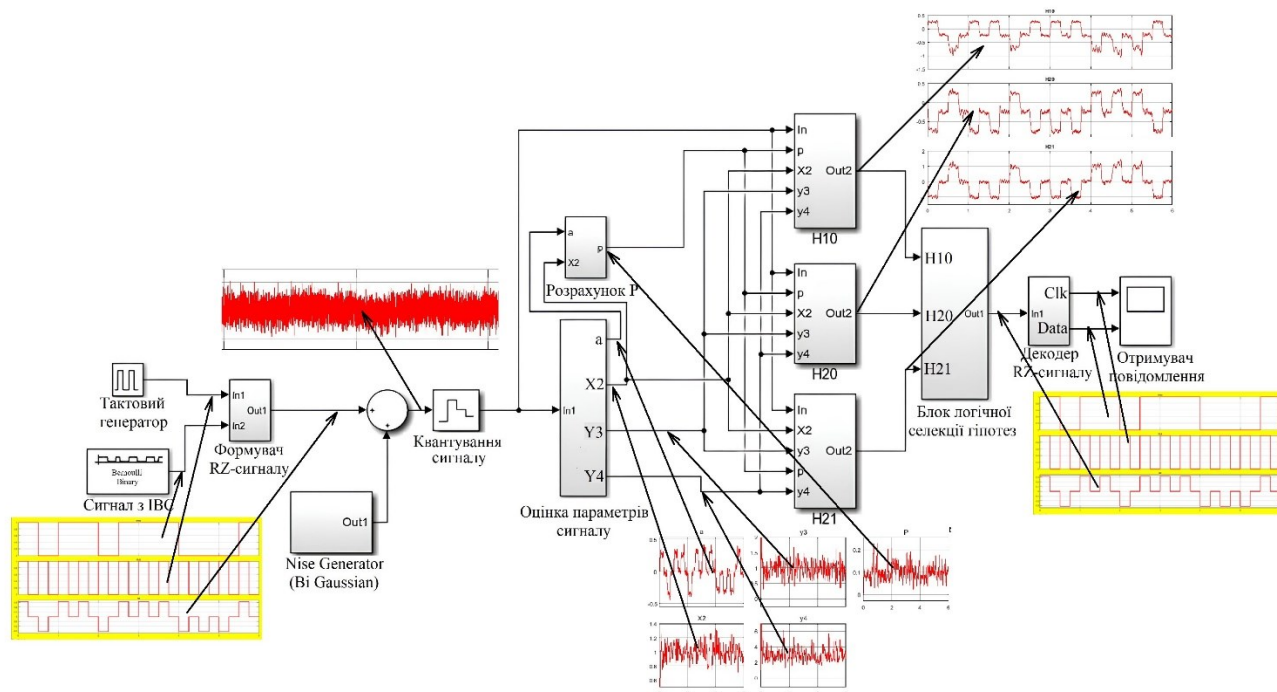


Рисунок 4.1 – Структурна схема реалізації каналу зв'язку ІВС з адаптивною обробкою RZ-сигналів при функціонуванні на фоні негаусових завад

Формування вхідної інформаційної послідовності здійснюється на основі моделі Bernoulli Binary рис. 4.1, що забезпечує генерацію двійкових символів із заданою імовірністю появи логічної одиниці. Отримана послідовність надходить до блоку формування RZ-сигналу, де реалізується перетворення у формат return-to-zero із використанням тактової послідовності. Тактовий генератор задає часову структуру символів і визначає тривалість імпульсів у межах одного тактового інтервалу. Осцилограми сформованого RZ-сигналу наведено на рисунку, що дозволяє простежити характерну наявність повернення сигналу до нульового рівня в кожному тактовому інтервалі.

Для моделювання функціонування системи на фоні негаусових завад використано блок генерації бігаусової випадкової послідовності. Такий підхід



дозволяє формувати заваду з керованими моментними характеристиками, зокрема з відмінним від нуля ексцесом та асиметрією.

Адитивна суміш завади на корисний RZ-сигнал реалізовано у суматорі, після чого отриманий процес піддається квантуванню. Квантування дозволяє наблизити модель до реальних умов цифрових ІВС, у яких обробка здійснюється над дискретними відліками із скінченною розрядністю, при цьому запропоновані алгоритми працюють безпосередньо з вибірковими значеннями сигналу та завади. Осцилограма суміші сигналу та завади демонструє значне спотворення амплітудних рівнів, що ускладнює безпосереднє прийняття рішення без використання статистичних методів.

У блоці оцінки параметрів здійснюється обчислення вибіркових моментів другого, третього та четвертого порядків, які надалі використовуються для формування коефіцієнтів поліноміальних РП. Отримані моментні оцінки дозволяють адаптувати алгоритм до поточних статистичних властивостей процесу без апріорного знання точного закону розподілу.

На основі обчислених моментних характеристик реалізується блок розрахунку параметра  $p$ , що входять до аналітичних виразів поліноміальних РП. Таким чином забезпечується адаптивність системи виявлення при зміні інтенсивності відношення сигнал/шум.

Для перевірки статистичних гіпотез реалізовано три окремі поліноміальні РП, що відповідають попарній перевірці гіпотез  $H_{10}$ ,  $H_{20}$  та  $H_{21}$ . Кожен із блоків формує значення статистики, яке порівнюється з відповідним порогом. Структурно ці підсистеми містять блоки піднесення до степені, множення на коефіцієнти та підсумовування, що відображає аналітичну форму отриманих раніше виразів.

Результати роботи кожного РП надходять до блоку логічної селекції гіпотез, у якому формується остаточне рішення щодо виконання однієї з гіпотез. Сформоване рішення передається до декодера RZ-сигналу, який відновлює інформаційну послідовність та тактовий сигнал, який потім подається на блок «Отримувач повідомлення».

Блок «Отримувач повідомлення» є завершальним елементом моделі каналу зв'язку IBC і виконує функцію кінцевого приймання та використання відновленої інформаційної послідовності. На його вхід надходить декодований після RZ-декодування бітовий потік, сформований відповідно до результатів роботи РП та блока логічної селекції гіпотез.

У межах моделі даний блок реалізує приймання, реєстрацію та відображення відновленого повідомлення. Функціонально він відповідає приймальному пристрою IBC, який використовує відновлені дані для подальшої обробки або передачі на вищий рівень системи керування чи моніторингу.

Таким чином, блок отримувача повідомлення забезпечує логічне завершення процесу обробки сигналу в каналі зв'язку IBC: від формування RZ-сигналу, його передачі на фоні негаусових завад, оцінювання параметрів, адаптивного виявлення та відновлення корисної інформації.

#### **4.2 Комп'ютерне моделювання поліноміальних алгоритмів оцінювання та виявлення RZ-сигналів при функціонуванні IBC на фоні негаусових завад**

У попередньому підрозділі було наведено узагальнену структурну схему реалізації поліноміальних алгоритмів оцінювання та виявлення RZ-сигналів при функціонуванні IBC на фоні негаусових завад. Зазначена схема відображає загальну логіку обробки сигналів та взаємодію основних функціональних блоків без деталізації їх внутрішньої реалізації.

У даному підрозділі здійснюється детальне розкриття наведеної структурної схеми шляхом комп'ютерного моделювання відповідних алгоритмів у середовищі Matlab/Simulink. Розглядається реалізація окремих етапів обробки сигналів, зокрема формування RZ-сигналів, оцінювання моментних характеристик негаусових завад, та побудова адаптивних РП для задач оцінювання та виявлення сигналів. Отримані результати комп'ютерного моделювання дозволяють проаналізувати працездатність запропонованих алгоритмів, а також підтвердити їх ефективність при функціонуванні IBC на фоні негаусових завад.

Формування RZ-сигналів реалізовано у вигляді окремого блока Simulink, внутрішня структура наведена на рис. 4.2. Імітація генерації інформаційного сигналу IBC здійснюється за допомогою бінарного генератора Бернуллі який генерує випадковий сигнал епюри якого наведені на рис. 4.3.

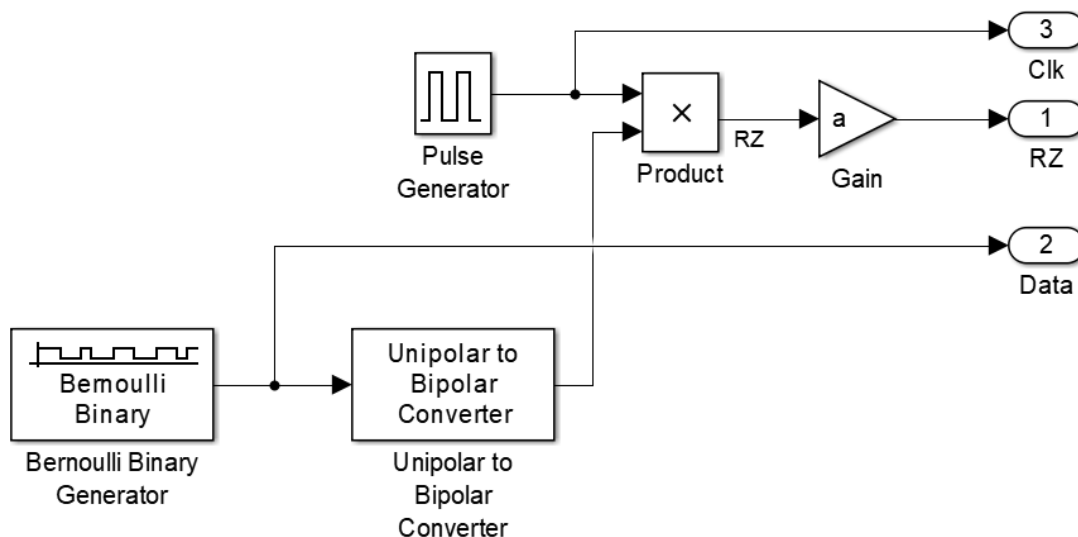


Рисунок 4.2 – Структурна схема блока формування RZ-сигналів IBC

Вихідна послідовність перетворюється за допомогою блока «Unipolar to Bipolar Converter» з одно полярного у біполярний сигнал рис 4.3, що є необхідним для подальшого формування RZ-сигналу в симетричному амплітудному представленні.

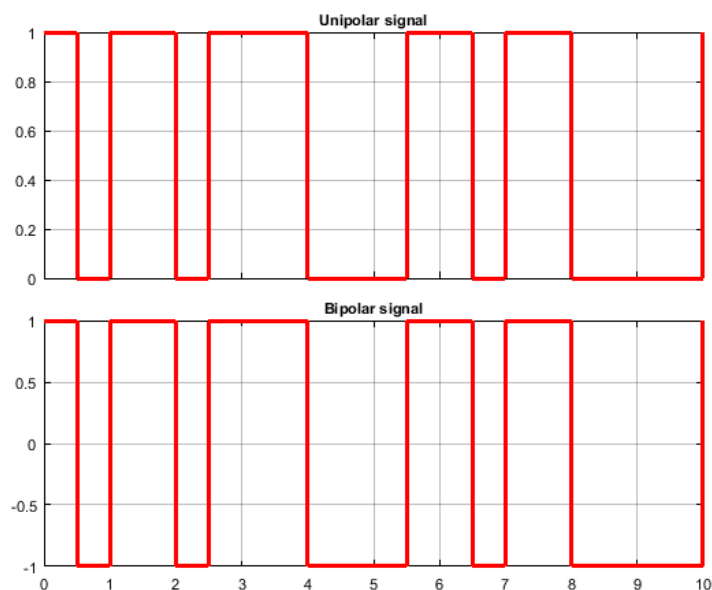


Рисунок 4.3 – Осцилограми сигналів на вході та виході блока перетворення з уніполярного у біполярний формат

Тактова структура RZ - сигналу задається імпульсною послідовністю, сформованою генератором прямокутних імпульсів «Pulse Generator». Створення RZ - сигналу реалізується шляхом перемноження інформаційної послідовності та тактових імпульсів, внаслідок чого формується RZ-сигнал із заданими часовими параметрами. Амплітудне масштабування виконується блоком підсилення сигналу, що дозволяє задати потрібний рівень сигналу та виконати його нормування за потужністю.

Для підтвердження коректності формування сигналів у контрольних точках моделі виконано візуалізацію часових діаграм вихідних сигналів блока. Осцилограми сигналів, що визначає структуру RZ-послідовності, наведена на рис. 4.4. Подані осцилограми дозволяють наочно проілюструвати принцип формування RZ-сигналів у середовищі Simulink та забезпечують контроль відповідності реалізації прийнятій моделі сигналу.

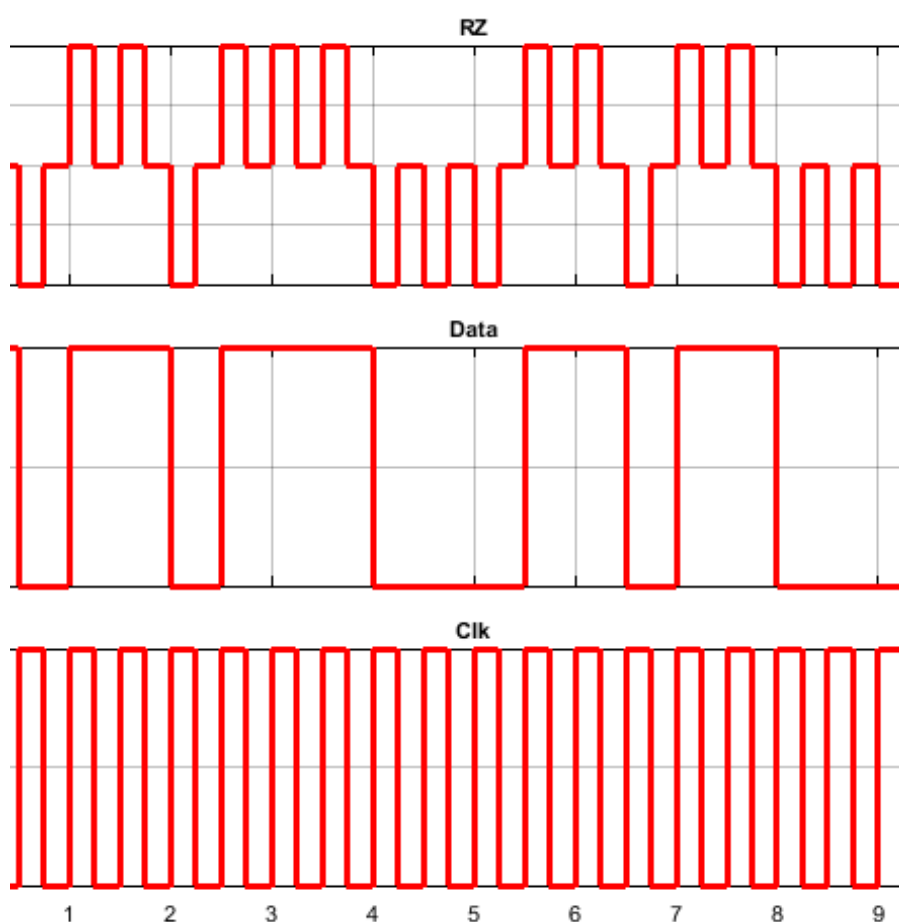


Рисунок 4.4 – Осцилограми сформованого RZ-сигналу на виході блоку, де Data – інформаційне повідомлення, Clk – сигнал синхронізації

Для забезпечення достовірності моделювання каналу зв'язку ІВС, негаусові завади в імітаційній моделі формуються у вигляді випадкових процесів із наперед заданими статистичними характеристиками. Для опису негаусових параметрів використовуються коефіцієнти асиметрії та ексцесу, при цьому міжвідлікова статистична залежність завад не враховується, що відповідає прийнятій у роботі моделі. Адитивна суміш завад реалізується шляхом сумування сформованого RZ-сигналу та завади, після чого їхня сума надходить на блоки оцінювання параметрів і РП.

Розглянемо принцип побудови генератора завад з негаусовим законом розподілу, що характеризується наперед заданими значеннями коефіцієнтів асиметрії та ексцесу. Основними підходами до формування випадкових послідовностей з негаусовим законом розподілу є функціональне перетворення відліків гаусового ВП та побудова полігаусових випадкових послідовностей.

У межах даного дослідження застосуємо модель генератора завад, що базується на формуванні бігаусової випадкової послідовності [116]. Під час побудови генератора задаються статистичні характеристики складових ВП, а саме їх математичні сподівання та дисперсії, а також вагові коефіцієнти, які визначають частку використання вибірових значень кожної складової у загальній послідовності. Структуру бігаусового генератора реалізованого в середовищі Matlab/Simulink показано рис. 4.5.

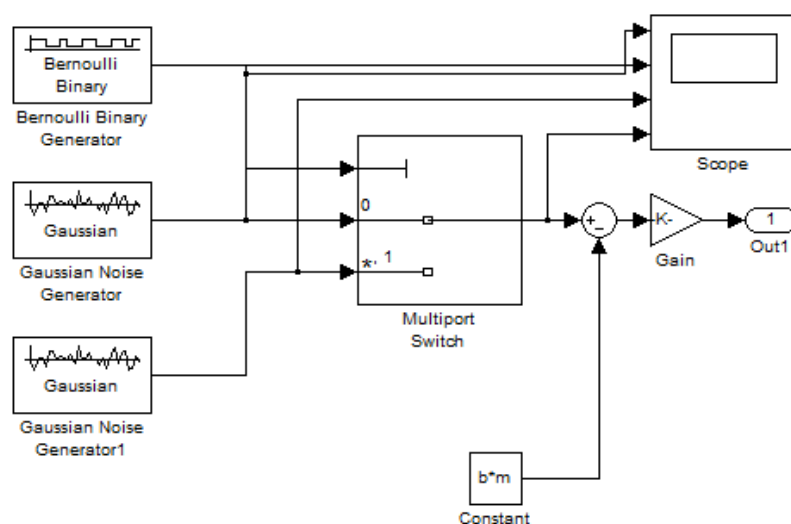


Рисунок 4.5 – Структурна схема бігаусового генератора

Структура схеми передбачає використання двох гаусових генераторів, кожен з яких формує випадкові послідовності відповідно до наперед заданих щільностей імовірнісного розподілу.

$$p_1(x/a_1, \sigma_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1^2}} \exp\left(-\frac{(x - a_1)^2}{2\sigma_1^2}\right),$$

$$p_2(x/a_2, \sigma_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2^2}} \exp\left(-\frac{(x - a_2)^2}{2\sigma_2^2}\right),$$

де  $a_1, a_2$  – математичні сподівання ВП,  $\sigma_1, \sigma_2$  – дисперсії ВП.

Отже, варіюючи параметри зазначених гаусових розподілів, а також відсоток участі кожної складової у формуванні результуючої послідовності, можна забезпечити отримання негаусової вибірки з наперед заданими значеннями коефіцієнтів асиметрії та ексцесу. При цьому параметри гаусових випадкових складових визначаються шляхом розв’язання відповідної системи рівнянь:

$$a = \delta(a_1 - a_2) + a_2,$$

$$\sigma = \delta(1 - \delta)(a_1 - a_2)^2 + \delta(\sigma_1^2 - \sigma_2^2) + \sigma_2^2,$$

$$\gamma_3 = \delta(1 - \delta)(1 - 2\delta)(a_1 - a_2)^3 + 3\delta(1 - \delta)(a_1 - a_2)(\sigma_1^2 - \sigma_2^2),$$

$$\gamma_4 = \delta(1 - \delta)(1 - 6\delta + 6\delta^2)(a_1 - a_2)^4 + 6\delta(1 - \delta)(1 - 2\delta)(a_1 - a_2)^2(\sigma_1^2 - \sigma_2^2) + 3\delta(1 - \delta)(\sigma_1^2 - \sigma_2^2)^2,$$

де  $a_1, a_2$  – математичні сподівання ВП,  $\sigma_1, \sigma_2$  – дисперсії ВП,  $\delta$  - параметр, задається на інтервалі  $[0;1]$  який характеризує внесок кожної зі зміщених гаусових складових у результуючу випадкову послідовність, за умови що:

$$\delta_1 + \delta_2 + \dots + \delta_r = 1.$$

Після визначення параметрів одномоментних гаусових розподілів формуються два гаусові випадкові процеси, які з урахуванням заданих коефіцієнтів об’єднуються в єдину вибірку послідовність:

$$p(x | a, \sigma, \delta) = \frac{\delta}{\sqrt{2\pi\sigma_1^2}} \exp\left(-\frac{(x - a_1)^2}{2\sigma_1^2}\right) + \frac{1 - \delta}{\sqrt{2\pi\sigma_2^2}} \exp\left(-\frac{(x - a_2)^2}{2\sigma_2^2}\right).$$

На рис. 4.6 наведено осцилограму функціонування бігаусового генератора, на якій відображено основні етапи його роботи: формування керувальної послідовності генератором Бернуллі, що задає відсоток змішування гаусових компонентів, генерацію двох гаусових випадкових послідовностей, а також формування результуючої негаусової послідовності.

Запропонований підхід до синтезу генератора негаусових ВП забезпечує формування вибіркокових значень, статистичні властивості яких описуються негаусовим законом розподілу. Можливість керування параметрами негаусових ВП у процесі їх генерації істотно розширює потенціал комп'ютерного моделювання задач виявлення сигналів, у яких необхідно враховувати вплив кумулянтів вищих порядків.

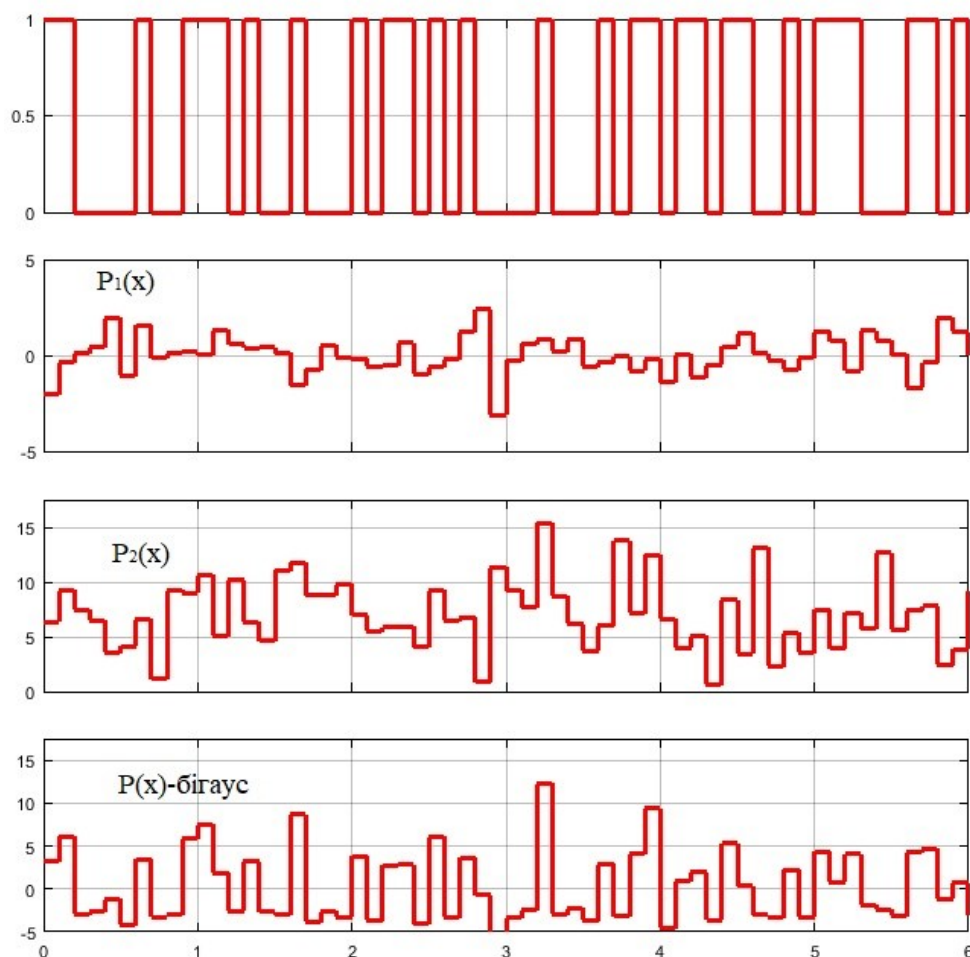


Рисунок 4.6 – Осцилограми роботи бігаусівського генератора

Для оцінки параметрів негаусової ВВ та корисного RZ - сигналу застосуємо алгоритм оцінки параметрів сигналу, який розглянутий у підрозділі 2.3, структурна схема пристрою оцінювання параметрів негаусової завади в середовищі MATLAB/Simulink наведена на рис. 4.7 реалізує систему рівнянь (2.16), що забезпечує обчислення основних статистичних характеристик розподілу негаусової завади, математичного сподівання, дисперсії, коефіцієнтів асиметрії та ексцесу. Отримані моментні характеристики використовуються для адаптації параметрів РП до статистичних властивостей завади.

Структурна схема рис. 4.7 побудовано з використанням базових блоків середовища MATLAB/Simulink, зокрема:

**Math Function** - реалізує операцію піднесення сигналу до відповідної степені;

**Product** - забезпечує множення окремих компонентів;

**Sum** - виконує операції додавання та віднімання;

**Discrete Filter** - здійснює обробку вибірових значень з метою формування статистичних оцінок, необхідних для подальших обчислень;

**Constant** - використовується для задання та збереження коефіцієнтів і параметрів, визначених відповідною системою рівнянь.

Доцільність застосування даного методу обумовлена простотою його практичної реалізації при аналізі складних негаусових розподілів та можливістю ефективного використання в цифрових ІВС.



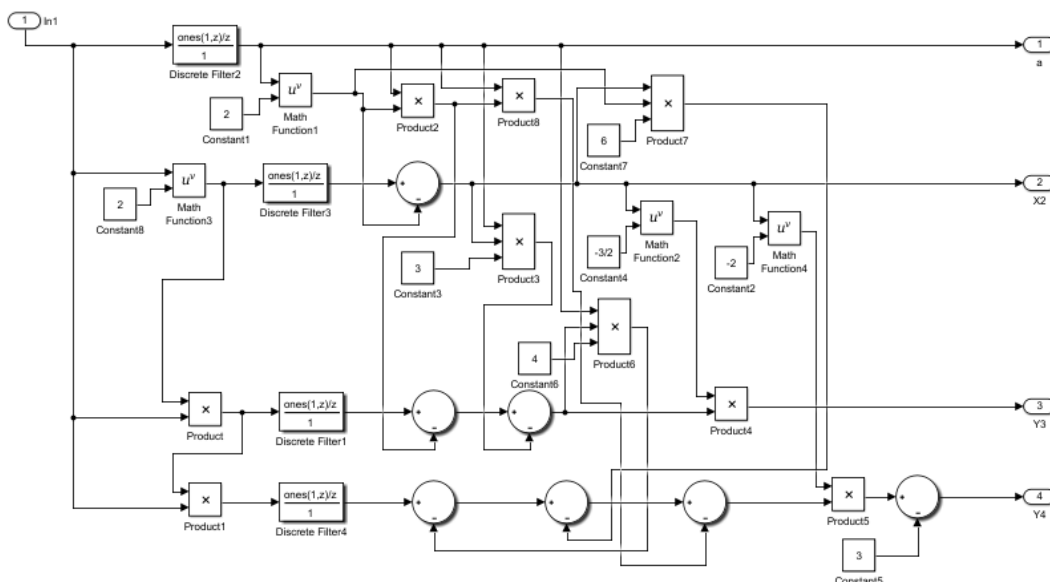


Рисунок 4.7 – Структурна схема пристрою оцінювання параметрів сигналів

У підсистемі «Розрахунок Р» рис.4.1 реалізовано оцінку відношення сигнал/шум. Оцінка здійснюється на основі перших двох моментів, де параметр  $a$  відповідає оцінці математичного сподівання, а  $X2$  – оцінці суміші дисперсії сигналу та завади. Відношення сигнал/шум визначається за співвідношенням  $p = a^2/X2$ , що відповідає класичній моделі адитивної суміші сигналу та завади. Такий підхід дозволяє здійснювати адаптивне налаштування алгоритму без апіорного знання точних статистичних параметрів ВП.

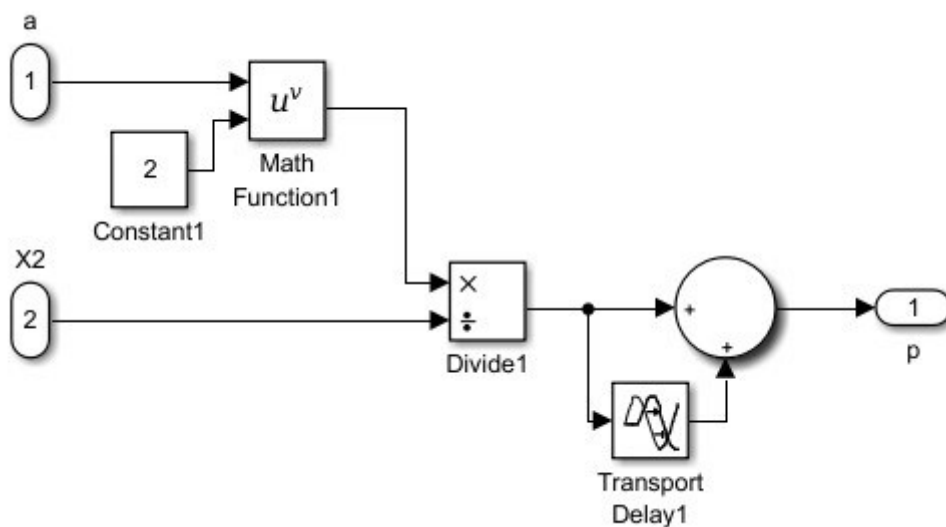


Рисунок 4.8 – Структурна схема адаптивного розрахунку відношення сигнал/шум

Структурна схема адаптивного розрахунку відношення сигнал/шум наведена на рис. 4.8. Вона містить блок піднесення математичного сподівання до квадрату (Math Function), блок ділення (Divide) для нормування відносно дисперсії, а також блоки затримки (Transport Delay) та підсумовування для згладжування оцінки. Блок затримки використовується для формування інерційної (рекурсивної) оцінки параметра «р». Це необхідно для того, щоб у моменти відсутності корисного сигналу оцінка відношення сигнал/шум не дорівнювала нулю. У протилежному випадку виникає провал параметра «р», що призводить до некоректної роботи подальших адаптивних алгоритмів, коефіцієнти яких залежать від цього параметра.

Отримане значення параметра «р» надходить до підсистем формування коефіцієнтів поліноміальних РП. Оскільки аналітичні вирази коефіцієнтів залежать від поточного відношення сигнал/шум, адаптивне оцінювання «р» забезпечує автоматичне перелаштування РП при зміні потужності завади або енергетичних характеристик сигналу. Таким чином досягається узгодження статистичної моделі з фактичними вибірковими даними процесу в кожному інтервалі спостереження.

Алгоритми виявлення постійного сигналу, побудовані на основі отриманих РП в розділі 3, оптимальних за моментним критерієм якості, і можуть бути побудовані у вигляді блок-схеми, наведеної на рис. 4.9. Структурна схема містить суматори, що забезпечують накопичення вибіркових значень  $x_v$ , блоки множення на визначені коефіцієнти  $k_i$ , підсумковий суматор та пороговий пристрій. Результати обробки вхідних вибіркових значень надходять до пристрою порівняння, де зіставляються з пороговим значенням, за результатами якого формується рішення щодо реалізації відповідної гіпотези.

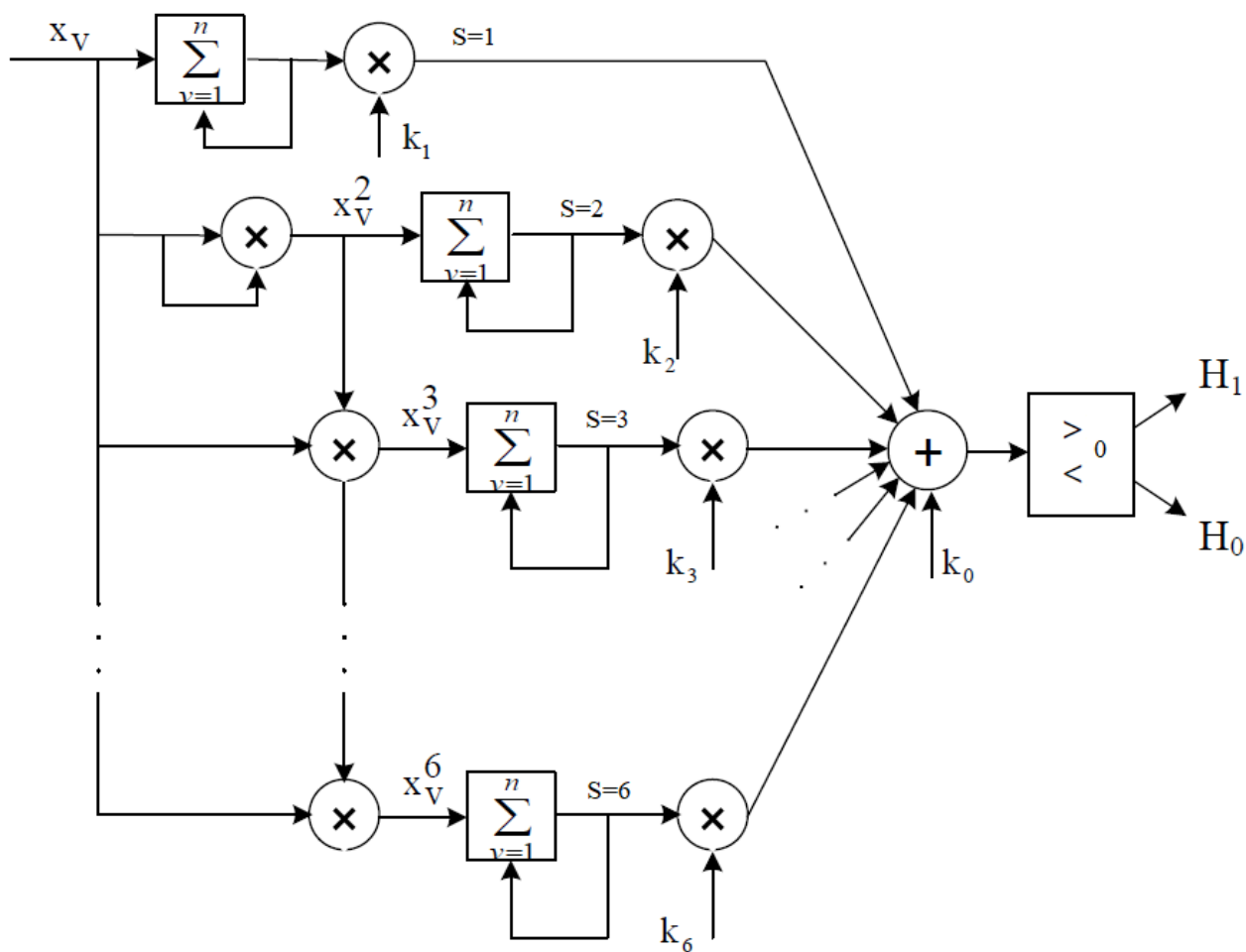


Рисунок 4.9 – Узагальнена структурна схема реалізації поліноміальних РП в MATLAB/SIMULINK

Коефіцієнти  $k_i$  розраховуються в режимі реального часу на основі отриманих оціночних даних і відповідно алгоритм автоматично підлаштовується до відповідного типу завади.

На рис. 4.10 – 4.12 наведено структурні схеми реалізації поліноміальних адаптивних РП при степені полінома  $S=1$  для попарної перевірки гіпотез  $H_1-H_0$ ,  $H_2-H_0$ , а також  $H_2-H_1$ . Кожна схема побудована з базових блоків MATLAB/Simulink і включає операції піднесення вибірових значень до степені, множення на відповідні коефіцієнти полінома, підсумовування та порівняння з пороговим значенням. Алгоритми розрахунку коефіцієнтів поліноміальних РП були отримані в підрозділі 3.1.1 шляхом синтезу РП за моментним критерієм якості. Отримані в

результаті обчислень вирази використовуються для формування алгоритмів прийняття рішень відповідно до заданого РП.

Для функціонування синтезованих алгоритмів на вхід блоків потрібно подати наступні сигнали: In – інформаційне повідомлення (RZ – сигнал + завада), P – відношення сигнал/шум, X2 – дисперсія завади, дані параметри розраховуються на основі оціночних даних.

З метою переходу від попарної перевірки до багатоальтернативної перевірки статистичних гіпотез у роботі застосовано систему логічних умов опис яких наведено у таб.2.2, де кожній гіпотезі відповідає своя комбінація логічних нерівностей, яка визначає прийняття однієї з гіпотез  $H_0$ ,  $H_1$  або  $H_2$ .

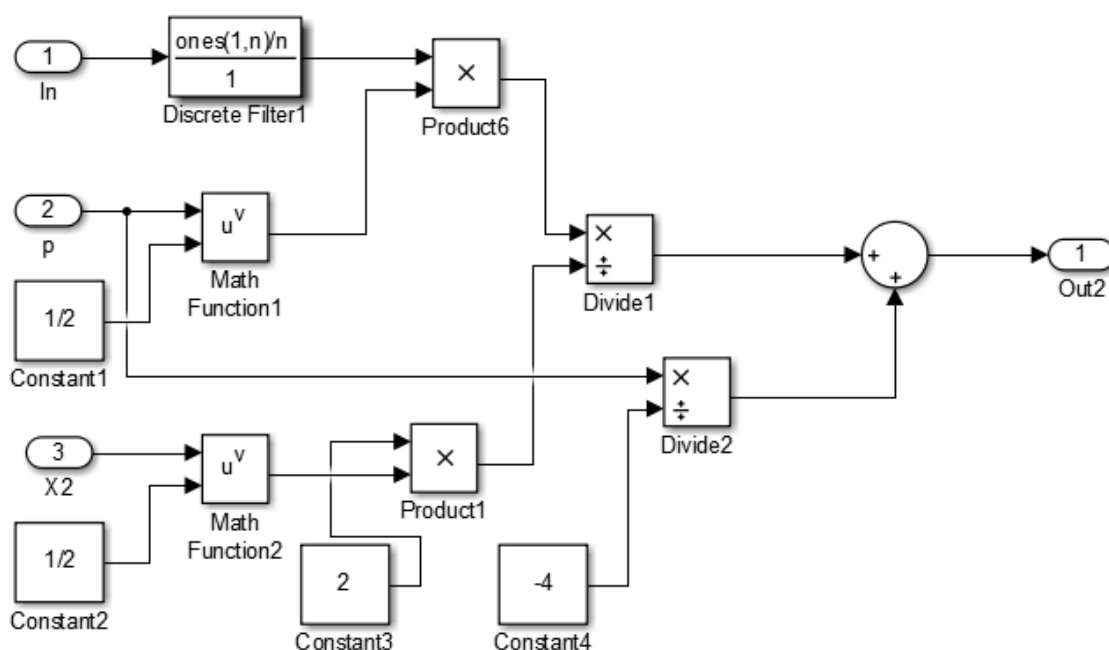


Рисунок 4.10. – Структурна схема реалізації поліноміального адаптивного РП у середовищі MATLAB/Simulink для степені полінома  $S=1$  при перевірці гіпотез  $H_1$  та  $H_0$

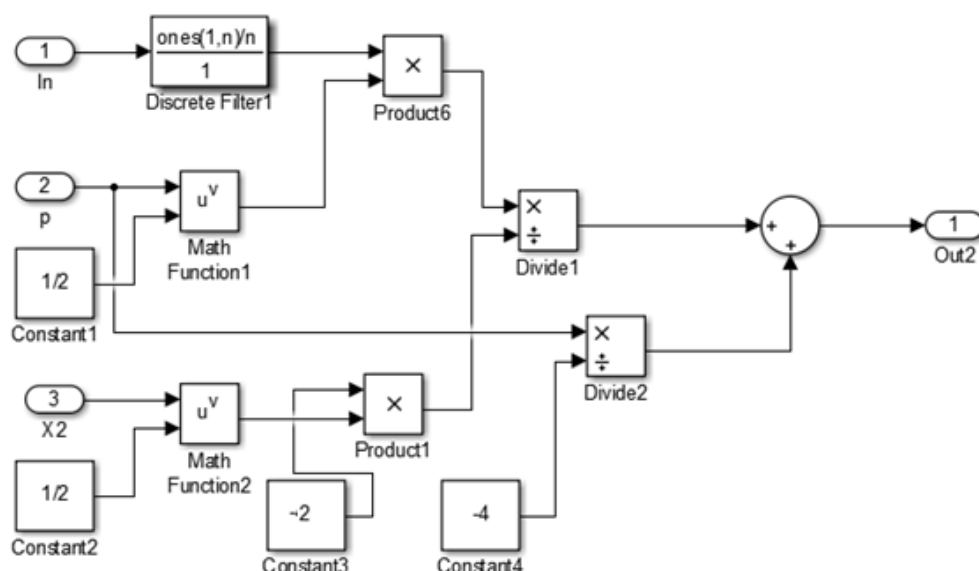


Рисунок 4.11 – Структурна схема реалізації поліноміального адаптивного РП у середовищі MATLAB/Simulink для степені полінома  $S=1$  при перевірці гіпотез  $H_2$  та  $H_0$

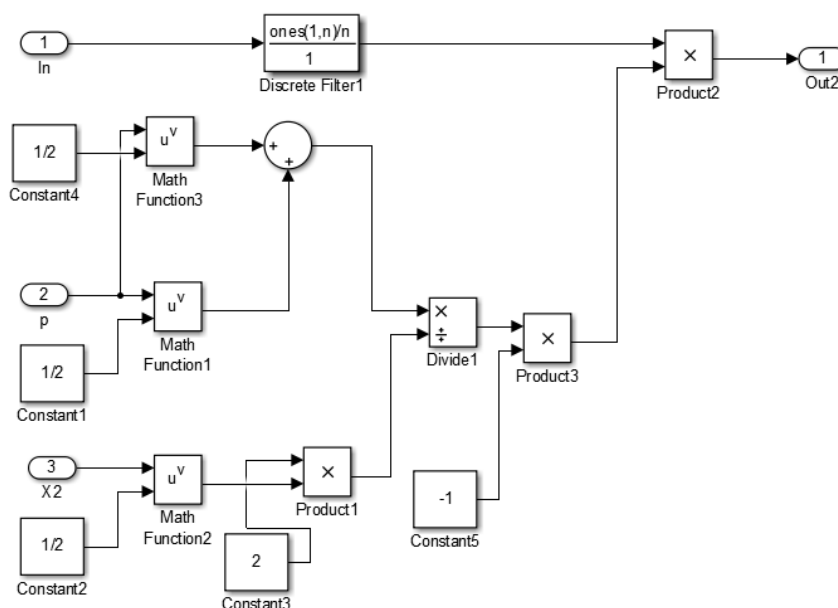


Рисунок 4.12 – Структурна схема реалізації поліноміального адаптивного РП у середовищі MATLAB/Simulink для степені полінома  $S=1$  при перевірці гіпотез  $H_2$  та  $H_1$

На рис. 4.13 наведено структурну схему реалізації системи логічної селекції гіпотез (таб.2.2) для багатоальтернативної перевірки статистичних гіпотез у середовищі MATLAB/Simulink. У схемі використано блоки, обчислення модуля, порівняння з нульовим рівнем, а також логічні оператори AND та NOT. Така

структура забезпечує формування сигналів, які визначають активну гіпотезу, та дає змогу реалізувати багатоальтернативне РП безпосередньо в середовищі імітаційного моделювання, а також відновлення RZ-сигналів після роботи РП.

Запропонований підхід до реалізації багатоальтернативного РП є наочним з точки зору структурної побудови, не потребує складних керувальних алгоритмів та може бути безпосередньо використаний для подальшого комп'ютерного моделювання й експериментального дослідження характеристик виявлення та виявлення сигналів на фоні негаусових завад.

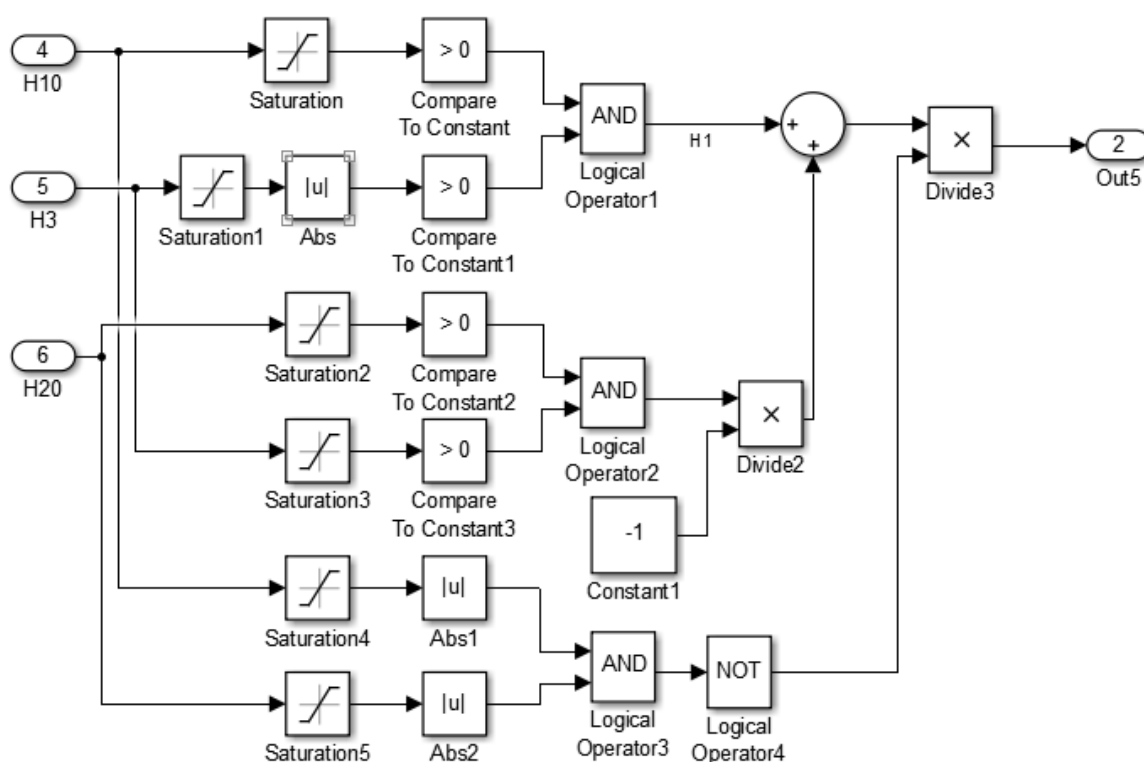


Рисунок 4.13 – Структурна схема реалізації блоку логічної селекції гіпотез для багатоальтернативної перевірки статистичних гіпотез у середовищі MATLAB/Simulink

На рис.4.14 наведено структурну схему реалізації адаптивного поліноміального РП при степені полінома  $S=2$ . Дана схема відповідає випадку нелінійного поліноміального РП (3.5) та використовується для задач виявлення RZ-сигналів при функціонуванні інформаційно-вимірювальної системи на фоні асиметрично-ексцесних негаусових завад. При зануленні коефіцієнта ексцесу

запропонований алгоритм вироджується у алгоритм, синтезований у підрозділі 3.1.2, що відповідає випадку відсутності ексцесних властивостей завади.

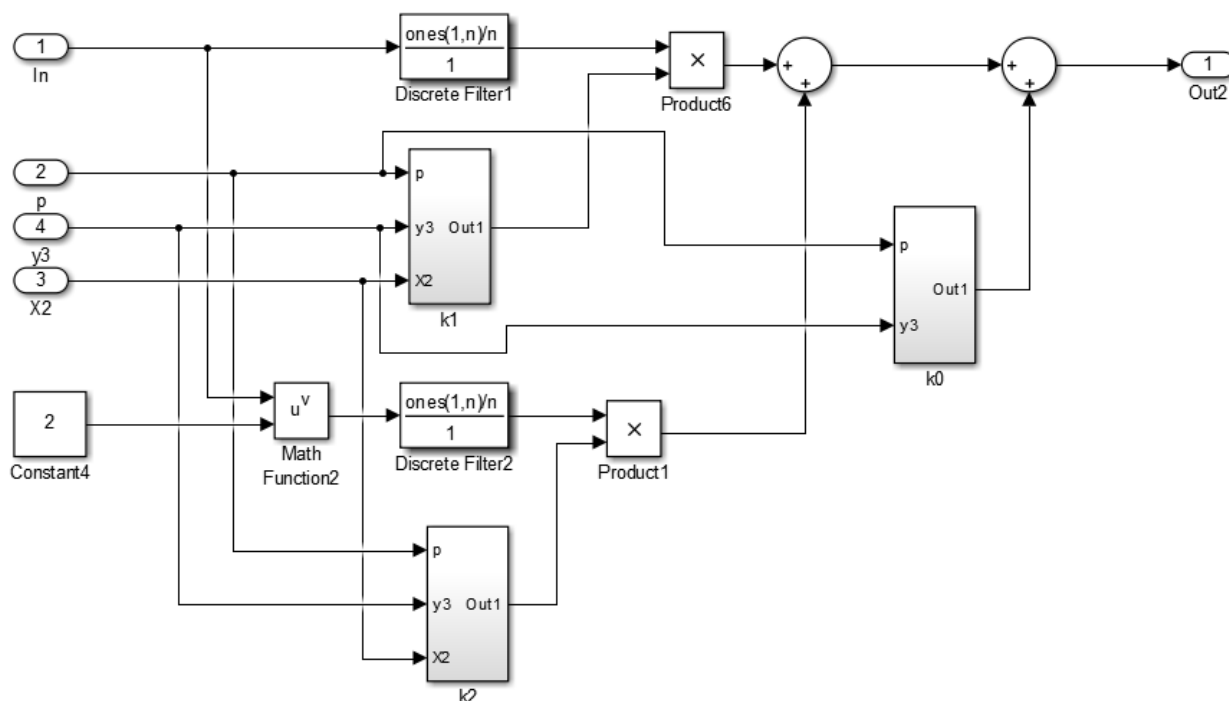


Рисунок 4.14 – Структурна схему реалізації адаптивного поліноміального РП при степені полінома  $S=2$

Блоки на рис. 4.14,  $k_0$ ,  $k_1$ ,  $k_2$  це коефіцієнти РП, на рис 4.15 детально показано алгоритм формування одного з коефіцієнтів полінома, а саме коефіцієнта  $k_1$ , який визначається на основі поточних оцінок моментних характеристик сигналу та завади а розроблена структурна схема відповідає синтезованому алгоритму в підрозділі 3.2.2. Для обчислення коефіцієнта використовуються вибіркові оцінки статистичних параметрів негаусової завади, зокрема  $p$ ,  $y_3$ ,  $y_4$ ,  $x_2$  які надходять на відповідні функціональні блоки схеми.

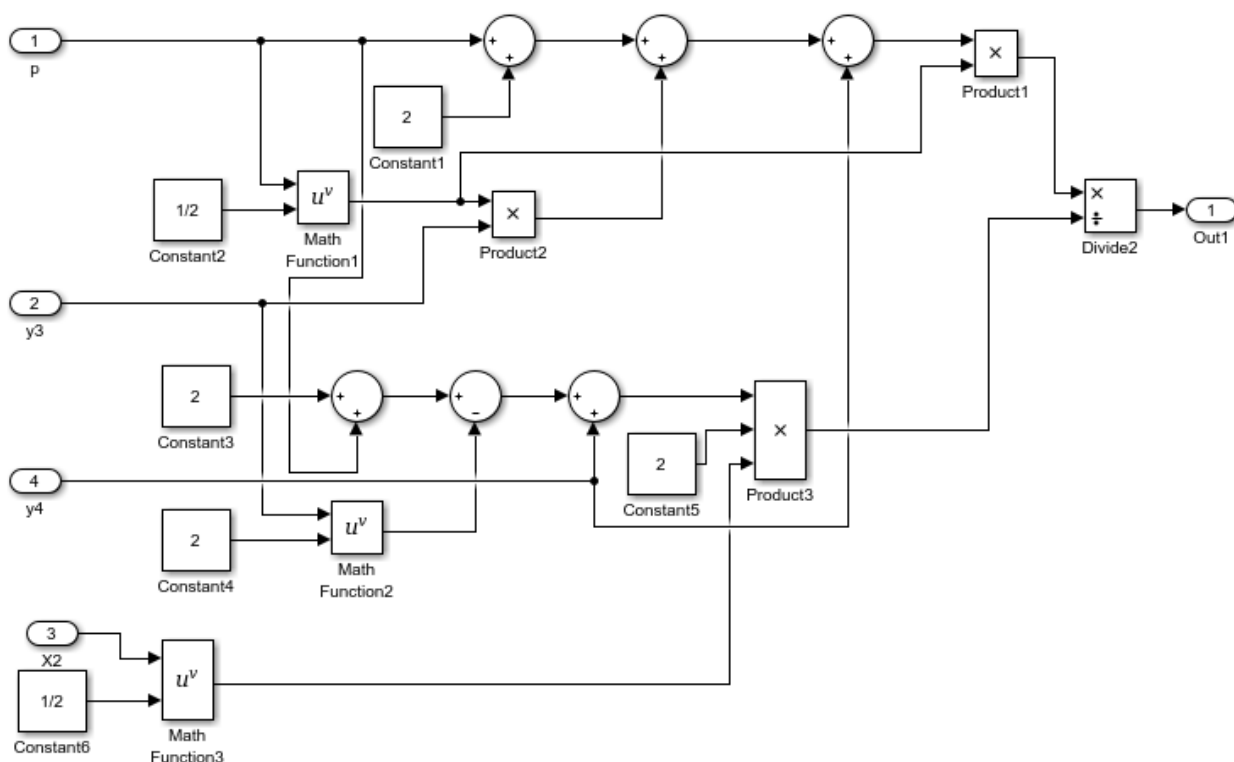


Рисунок 4.15 – Представлення коефіцієнта  $k_1$  у вигляді блоків SIMULINK при перевірці гіпотез  $H_1$  та  $H_0$

Структурна схема рис. 4.15 містить блоки Math Function, що реалізують операції піднесення аргументів до заданої степені, блоки множення та підсумовування, а також операцію нормування результату, реалізовану за допомогою блока ділення. Константні блоки використовуються для задання числових коефіцієнтів, які впливають з аналітичних виразів для коефіцієнта  $k_1$ , отриманих у попередніх підрозділах, а структури коефіцієнтів  $k_2$  та  $k_0$  мають аналогічну побудову і відповідають алгоритмам, які синтезовані в підрозділі 3.2.2.



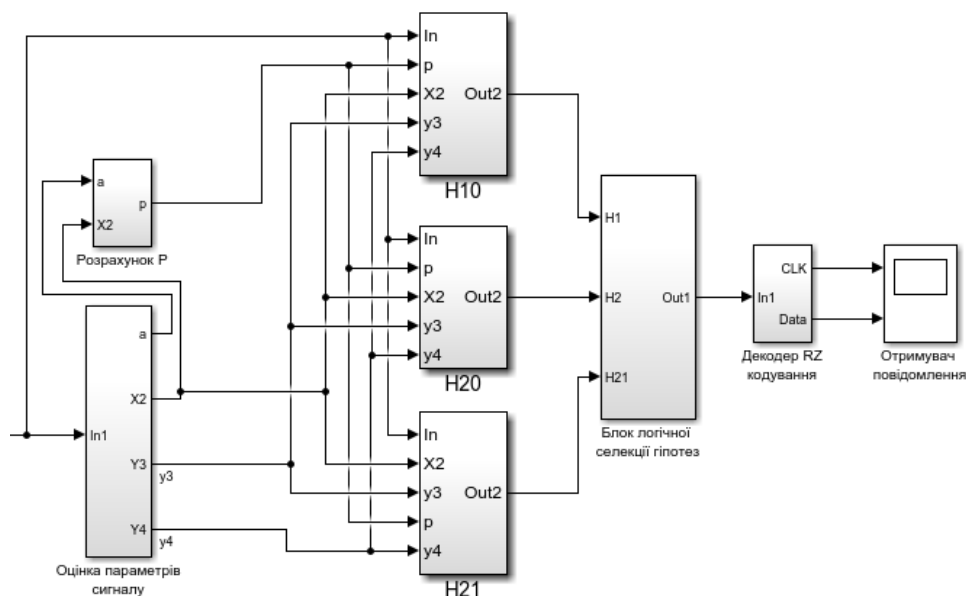


Рисунок 4.16 – Структурна схему реалізації системи адаптивного оцінювання та виявлення сигналів на фоні негаусових завад в ІВС

На рис. 4.16 наведено структурну схему реалізації алгоритму адаптивного оцінювання та виявлення сигналів на фоні негаусових завад в ІВС, схема включає три поліноміальні РП, які призначені для попарної перевірки статистичних гіпотез  $H_1-H_0$ ,  $H_2-H_0$  та  $H_2-H_1$ .

До входів блоків РП (H10, H20, H21) подається квантована суміш сигналу та завади, з якої формується статистична вибірка, а також оціночні значення моментних характеристик  $p$ ,  $y_3$ ,  $y_4$ ,  $x_2$ , на основі яких формуються РП для перевірки гіпотез  $H_i$ , після чого у підсистемі логічної селекції формується підсумкове рішення щодо реалізованої гіпотези. Далі сформований сигнал подається на декодер RZ-сигналу, який здійснює перетворення біполярної імпульсної послідовності у відновлену двійкову інформаційну послідовність.

На рис. 4.17 наведено структурну схему декодера RZ-сигналу. У поданій структурі вхідний сигнал In1 порівнюється з нульовим рівнем (блок Compare To Constant), що дозволяє визначити знак імпульсу та сформувати логічний рівень для входу D тригера. Таким чином реалізується порогове прийняття рішення щодо значення переданого біта.

Блок Abs здійснює взяття сигналу за модулем, тобто формує його абсолютне значення. Це дозволяє перетворити біполярний RZ-сигнал у однополярний за амплітудою та забезпечити відновлення сигналу синхронізації. Через блок Unit Delay формується тактовий сигнал, синхронізований із появою символу, який подається на вхід CLK D-тригера.

D Flip-Flop здійснює фіксацію значення біта в межах тактового інтервалу. На виході Q формується відновлена бітова послідовність Data, а сигнал CLK використовується для синхронізації подальших блоків IBC.

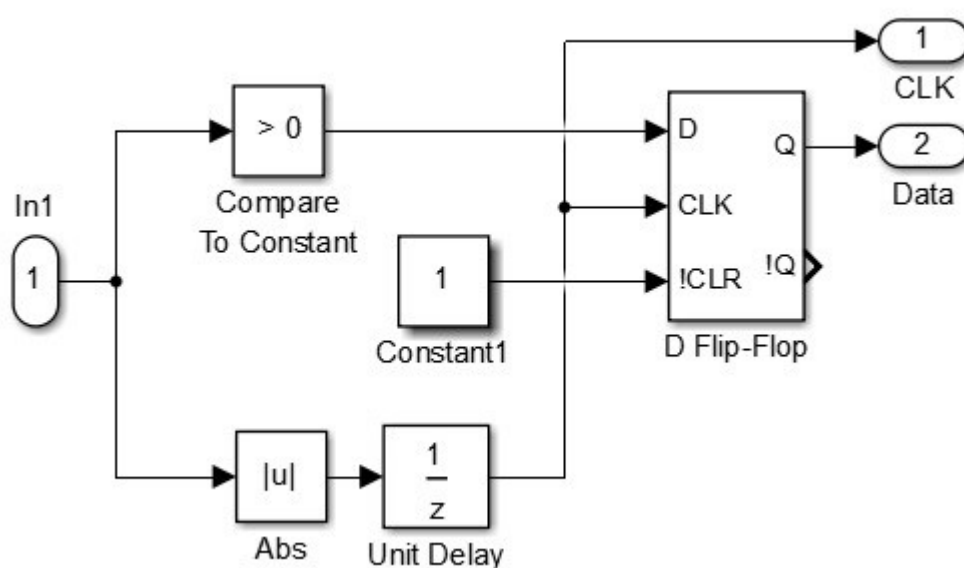


Рисунок 4.17 – Структурна схема декодера RZ сигналу в IBC

Як зазначалося раніше, при степені полінома  $S=1$  та  $S=2$ , РП не забезпечує врахування впливу ексцесу негаусової завади, оскільки відповідні синтезовані коефіцієнти  $k_i$  РП не формують складових, чутливих до коефіцієнта ексцесу. З метою забезпечення чутливості РП до коефіцієнта ексцесу було збільшено ступінь полінома до  $S=3$  синтез якого проведений в підрозділі 3.3.2, що дозволило включити до структури РП додаткові степеневі члени та забезпечити залежність від параметра  $\gamma_4$ .

На рис. 4.18 наведено структурну схему реалізації РП із використанням блока MATLAB Function. Даний підхід відрізняється від попередньої реалізації, де алгоритм формувався шляхом поєднання великої кількості стандартних блоків

Simulink (Math Function, Product, Sum, Discrete Filter тощо). Така блокова реалізація при збільшенні степені полінома суттєво ускладнює структуру схеми та знижує її наочність.

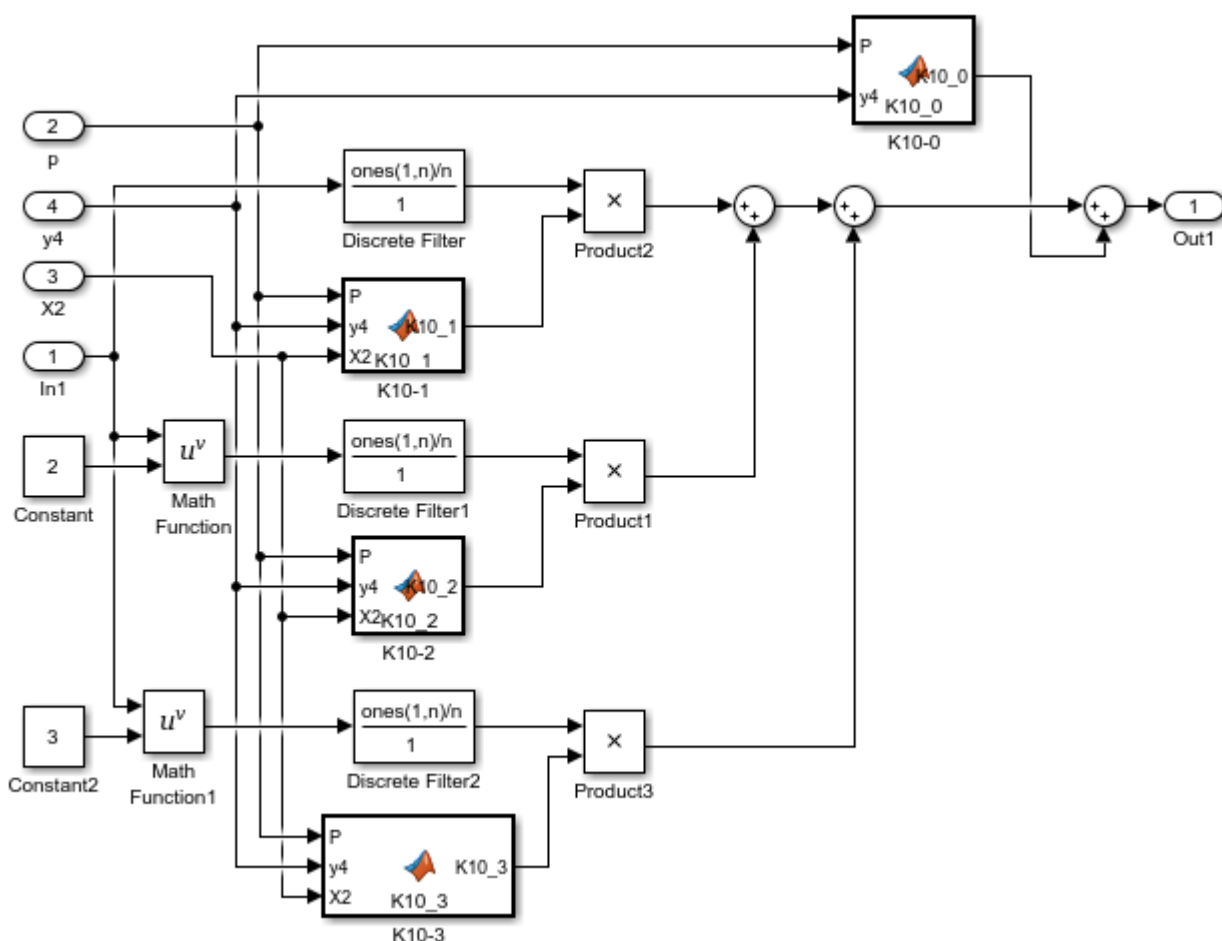


Рисунок 4.18 – Структурна схема реалізації адаптивного РП для гіпотези  $H_{10}$  при  $S=3$ , із використанням блоків MATLAB Function

Використання блоків MATLAB Function дозволяє реалізувати аналітичні вирази безпосередньо у вигляді програмного коду рис. 4.19. У межах одного функціонального блока обчислюються коефіцієнти  $k_i$  поліноміального РП з урахуванням параметрів:  $p, \gamma_4, x_2$ . На входи підсистеми подаються вибіркові значення суміші сигналу та ексцесної негаусової завади, а також оціночні значення характеристик  $p, \gamma_4, x_2$ . Степеневі складові вибірки формуються окремими блоками (Math Function) піднесення до степені, після чого множаться на відповідні коефіцієнти, обчислені в MATLAB Function. Далі всі складові підсумовуються для формування вихідного значення РП. Такий підхід рис. 4.18 забезпечує

компактність структурної схеми, спрощує адаптацію аналітичних виразів та зменшує кількість з'єднань між блоками. Особливо це важливо при збільшенні степені полінома, коли кількість членів статистики суттєво зростає.

```
function K10_1 = K10_1(P,y4,X2)
K10_1 = (sqrt(P).*(24*(1 + P) + (48 + 11*P).*y4)) ./ (2*(6*(4 + 3*P) + 9*(4 + P).*y4 - 4*(y4.^2)).*sqrt(X2));
end
```

Рисунок 4.19 – Реалізація аналітичного виразу для коефіцієнта РП  $k_1^{(10)}$  для гипотези  $H_{10}$  при  $S=3$ , у блоці MATLAB Function

Використання блока MATLAB Function дозволяє мінімізувати структурну схеми РП, зберігаючи при цьому повну відповідність синтезованим алгоритмам. Таким чином, запропонована реалізація створює зручну основу для подальшого дослідження алгоритмів при функціонуванні на фоні негаусових завад.

Практична реалізація приведених схем можлива із використанням сучасних програмних та апаратних засобів, зокрема програмованих логічних інтегральних схем (ПЛІС), цифрових сигнальних процесорів (DSP), мікроконтролерів із розширеними обчислювальними можливостями, а також спеціалізованих програмних комплексів моделювання та цифрової обробки сигналів.

Застосування ПЛІС забезпечує високий рівень паралельних розрахунків, що є особливо важливим при реалізації поліноміальних РП, які передбачають одночасне обчислення степеневих складових вибірових значень. Апаратна реалізація на базі ПЛІС дозволяє мінімізувати затримку обробки та забезпечити роботу в реальному масштабі часу при високих частотах дискретизації.

Використання цифрових сигнальних процесорів є доцільним у випадках, коли необхідна гнучкість алгоритмічної модифікації або реалізація адаптивних процедур оцінювання моментних характеристик. DSP-платформи забезпечують апаратну підтримку операцій множення з накопиченням, що підвищує ефективність реалізації алгоритмів обчислення вибірових моментів, кумулянтів та коефіцієнтів поліноміального РП.

Програмна реалізація у середовищах моделювання, таких як MATLAB та Simulink, дозволяє виконувати попередню верифікацію алгоритмів, дослідження їх завадостійкості на фоні негаусових завад та аналіз впливу параметрів сигналу на ефективність роботи алгоритмів виявлення сигналів. Отримані моделі можуть бути безпосередньо трансформовані у код для ПЛІС або DSP із використанням засобів автоматичної генерації HDL- та C-коду. Таким чином, вибір конкретної платформи реалізації визначається вимогами до швидкодії, енергоспоживання, гнучкості алгоритмічної адаптації та умов функціонування ІВС на фоні негаусових завад.

#### **4.3 Аналіз ефективності алгоритмів оцінювання та виявлення RZ-сигналів при функціонуванні ІВС на фоні негаусових завад**

У даному підрозділі наведено результати моделювання системи виявлення RZ-сигналів при функціонуванні ІВС на фоні негаусових завад. Порівняльний аналіз ефективності алгоритмів здійснюється для поліноміальних РП при степенях  $S = 1$  та  $S = 2$ , а також  $S = 1$  та  $S = 3$ .

Кількість вибірових значень, що використовуються безпосередньо в алгоритмі виявлення, становить  $n = 150$ . Кількість вибірових значень, що застосовуються для оцінювання статистичних характеристик завади та сигналу, становить  $z = 200$ . Таким чином, у моделі чітко розмежовано процедуру оцінювання параметрів завади та процедуру прийняття рішення, що відповідає структурі адаптивного алгоритму та забезпечує його коректне функціонування при роботі на фоні негаусових завад.

Для кожного типу завади попередньо за вибіркою обсягу  $z$  обчислювалися вибірові оцінки математичного сподівання, дисперсії, коефіцієнта асиметрії  $\gamma_3$  та коефіцієнта ексцесу  $\gamma_4$ . Отримані оцінки використовувалися для формування коефіцієнтів поліноміального РП. Після цього за вибіркою обсягу  $n$  реалізовувалося РП.

Осцилограми роботи алгоритмів виявлення RZ-сигналів при степенях поліноміальних РП  $S = 1$ ,  $S = 2$  та  $S = 3$  для різних типів негаусових завад наведено на рис. 4.19 – 4.29. На кожному рисунку верхні осцилограми

відображають інформаційну послідовність (Data) та тактовий сигнал (CLK), нижче подано RZ-сигнал, а також суміш «сигнал + завада». У правій частині рисунків наведено результати роботи алгоритму виявлення сигналів, де зеленими контурами виділено інтервали помилкового прийняття рішення.

На рис. 4.19, 4.20 наведено результати моделювання алгоритмів виявлення RZ-сигналів на фоні негаусової завади з гамма-розподілом, з параметром форми  $k = 2$ . Параметр  $k$  визначає форму гамма-розподілу та безпосередньо впливає на його асиметрію і ексцес; при  $k = 2$  розподіл характеризується коефіцієнтом асиметрії  $\gamma_3 \approx 1,41$  та коефіцієнтом ексцесу  $\gamma_4 \approx 3$ . Такі значення суттєво відрізняються від гаусової моделі завади, що обумовлює зниження ефективності лінійного РП.

У випадку  $S = 1$  РП не враховує вплив вищих моментів розподілу завади, внаслідок чого спостерігаються частіші відхилення від правильного прийняття рішення. Перехід до поліноміального РП зі степенем  $S = 2$  дозволяє врахувати вплив ексцесу та асиметрії розподілу. У результаті кількість помилкового прийняття рішення зменшується приблизно у 1,5 раза.

Осцилограми підтверджують більш стабільну поведінку РП при  $S = 2$ . Отримані результати свідчать про доцільність використання поліноміального РП при  $S = 2$  при умові, коли статистична структура завади описується гамма-розподілом із підвищеною асиметрією та ексцесом.

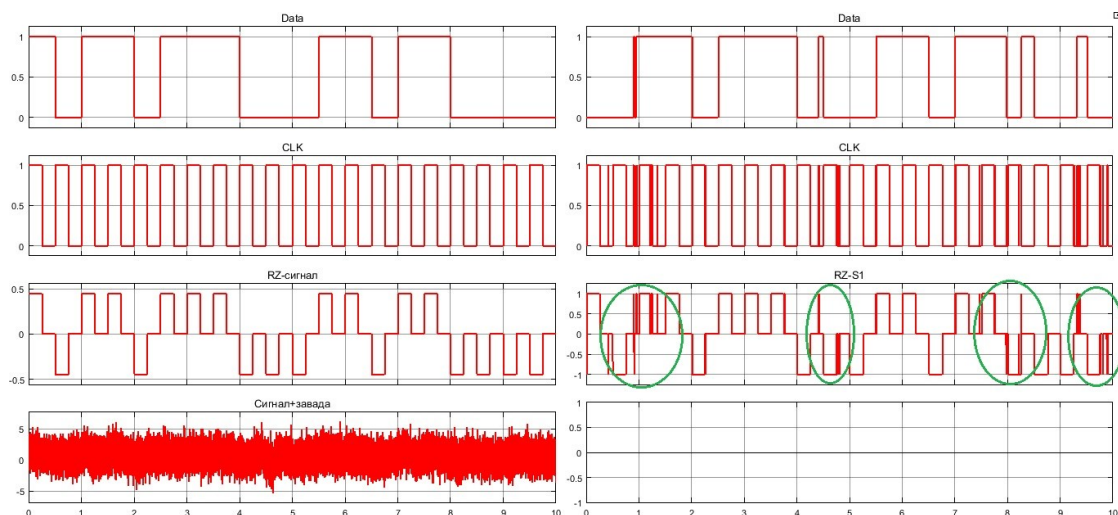


Рисунок 4.19 – Осцилограми роботи алгоритму виявлення RZ-сигналів при  $S = 1$  на фоні гамма-розподіленої завади ( $p = 0.1$ ;  $\gamma_3 = 1,41$ ;  $\gamma_4 = 3$ ;)

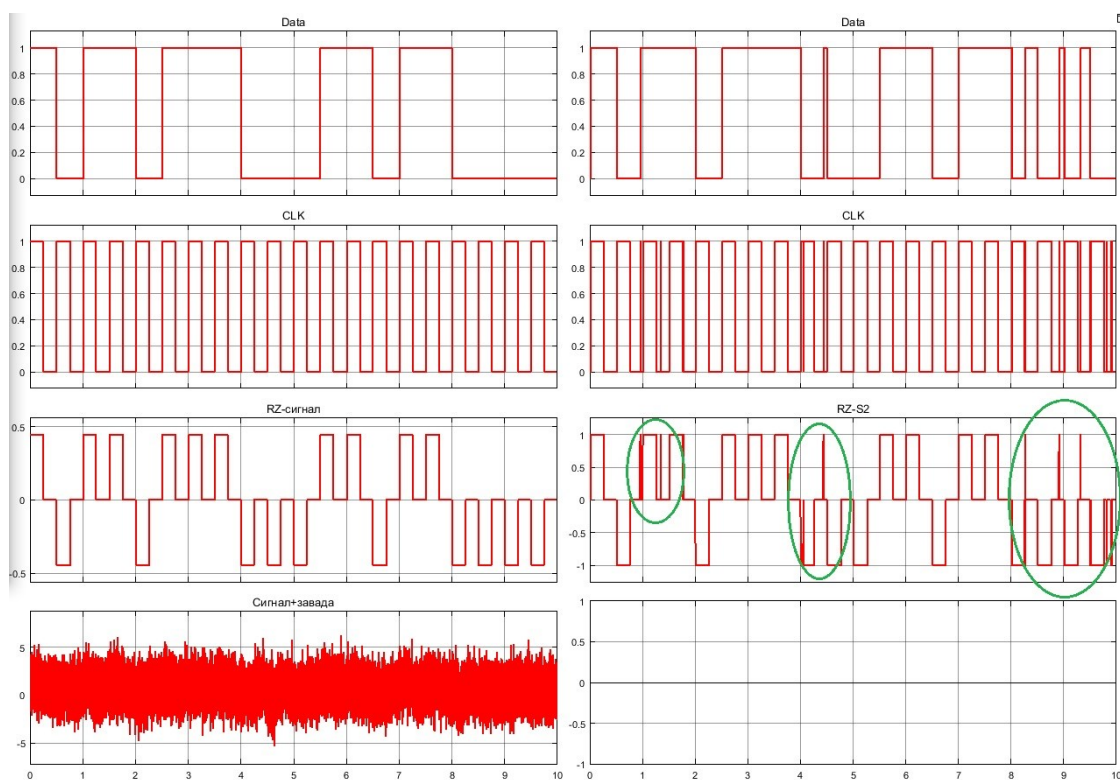


Рисунок 4.20 – Осцилограми роботи алгоритму виявлення RZ-сигналів при  $S = 2$  на фоні гамма-розподіленої завади ( $p = 0.1$ ;  $\gamma_3 = 1,41$ ;  $\gamma_4 = 3$ ;)

Для розподілу Релея (рис. 4.21, 4.22) при  $S=1$  спостерігається збільшення кількості помилкового прийняття рішення порівняно з випадком розподілу Релея,

що зумовлено впливом негаусових властивостей завади. Наявність ненульових значень коефіцієнтів асиметрії та ексцесу призводить до відхилення розподілу завади від гаусової моделі, на яку фактично орієнтоване лінійне РП.

Перехід до поліноміального РП зі степенем  $S = 2$  забезпечує зменшення кількості помилкового прийняття рішення, що підтверджується осцилограмами. Урахування моментів вищих порядків дозволяє частково компенсувати вплив асиметрії та ексцесу, завдяки чому РП демонструє більш стабільну поведінку відносно порогового значення. Це проявляється у зменшенні кількості хибних спрацьовувань та зменшенні кількості неправильного прийняття рішення.

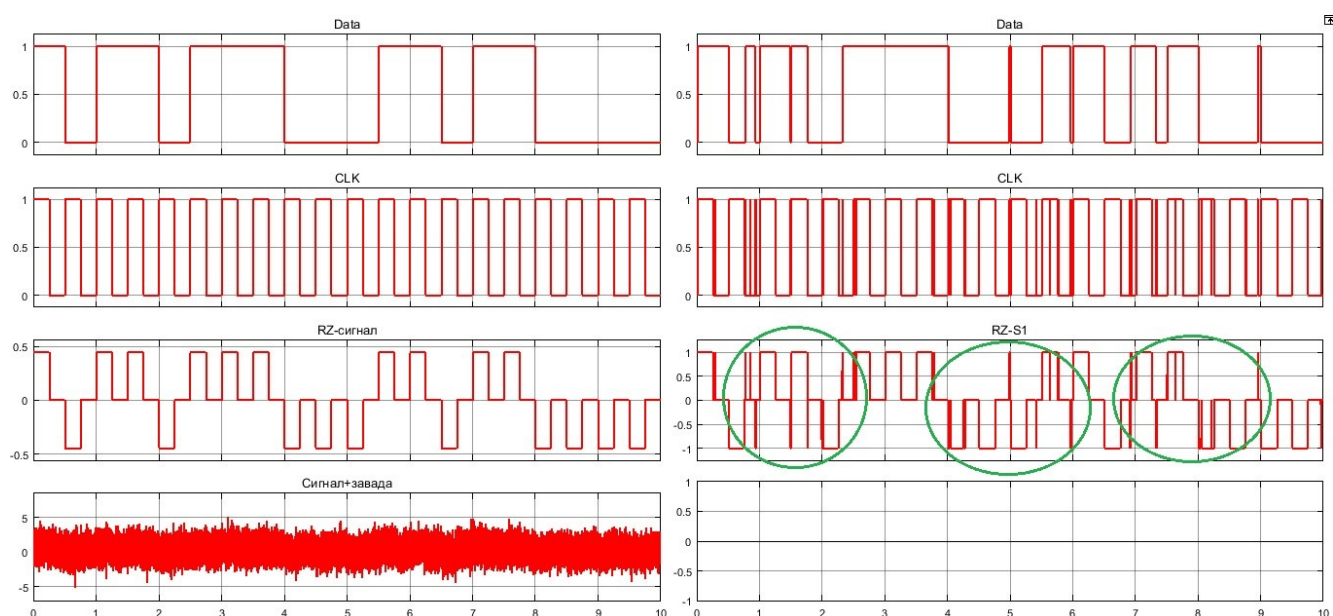


Рисунок 4.21 – Осцилограми роботи алгоритму виявлення RZ-сигналів при  $S = 1$  з розподілом Релея ( $p=0.1$ ;  $\gamma_3 = 0,631$ ;  $\gamma_4 = 0,245$ ;)



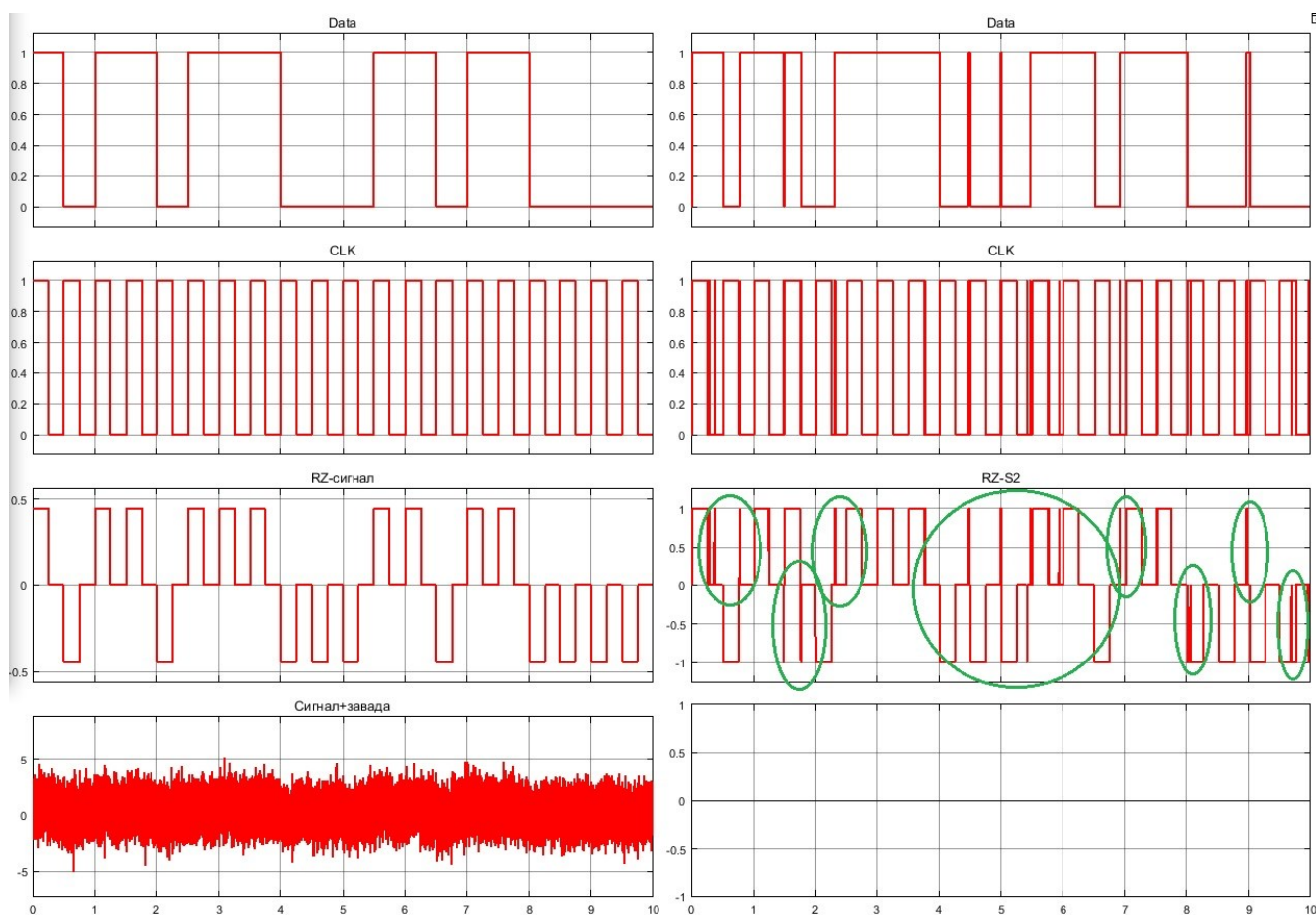


Рисунок 4.22 – Осцилограми роботи алгоритму виявлення RZ-сигналів при  $S = 2$  з розподілом Релея ( $p = 0.1$ ;  $\gamma_3 = 0,631$ ;  $\gamma_4 = 0,245$ ;)

Ефективність алгоритму при переході від  $S = 1$  до  $S = 2$  підвищується приблизно у 1,6 раза. Отриманий результат свідчить про доцільність використання поліноміального РП при степені полінома  $S = 2$  при функціонування системи на фоні завади з розподілом Релея, оскільки навіть відносно невеликі відхилення статистичних характеристик від гаусових призводять до помітного виграшу в завадостійкості.

Більш виражений ефект підвищення ефективності спостерігається у випадку симетричної завади з підвищеним ексцесом, що описується розподілом Лапласа (рис. 4.23, 4.24). Для даного розподілу коефіцієнт асиметрії дорівнює нулю ( $\gamma_3 = 0$ ), тоді як коефіцієнт ексцесу є додатним ( $\gamma_4 \approx 3$ ), що визначає істотне відхилення статистичної структури від гаусової моделі завади.

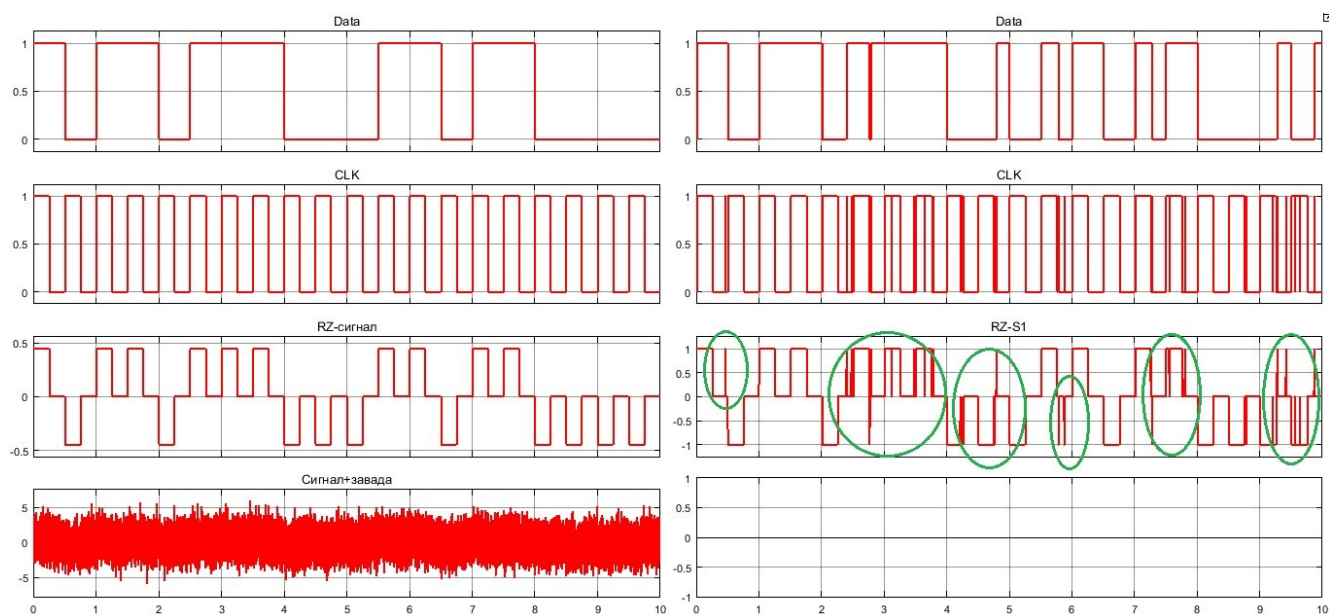


Рисунок 4.23 – Осцилограми роботи алгоритму виявлення RZ-сигналів при  $S = 1$  на фоні завади з розподілом Лапласа ( $p = 0.1$ ;  $\gamma_3 = 0$ ;  $\gamma_4 = 3$ ;)

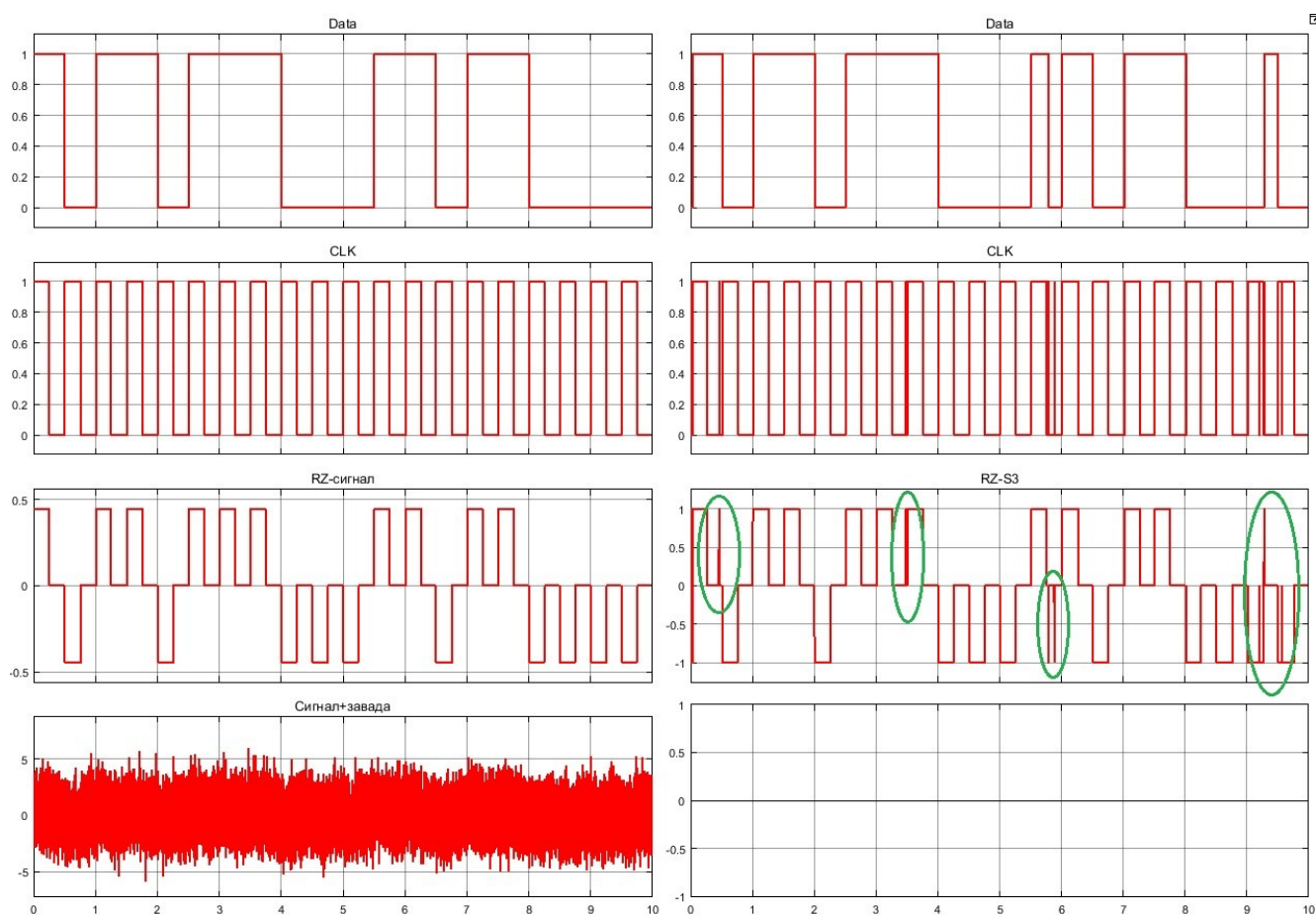


Рисунок 4.24 – Осцилограми роботи алгоритму виявлення RZ-сигналів при  $S = 3$  на фоні завади з розподілом Лапласа ( $p = 0.1$ ;  $\gamma_3 = 0$ ;  $\gamma_4 = 3$ ;)

Для випадку ексцесної завади неможливо синтезувати РП при степенях полінома  $S = 1$  та  $S = 2$  таким чином, щоб вони враховувало ексцесну складову негаусової завади. Так як при  $S = 1$  та  $S = 2$  алгоритм фактично не адаптується до ексцесних властивостей завади. Це підтверджується осцилограмами: при  $S = 1$  фіксується значна кількість інтервалів помилкового прийняття рішення РП. Лише при переході до  $S = 3$  стає можливим урахування кумулянта четвертого порядку, що забезпечує врахування ексцесної складової завади та її впливу на статистичну структуру адитивної суміші сигналу та завади.

Результати моделювання при  $S = 3$  (рис. 4.24) демонструють істотне скорочення кількості помилкового прийняття рішення та більш стабільну роботу РП. Виграш при переході від  $S = 1$  до  $S = 3$  становить близько 2,7 раза.

Для експоненційної завади ( $\gamma_3 \approx 2, \gamma_4 \approx 6$ ) (рис. 4.25, 4.26) у випадку  $S = 1$  спостерігається значна кількість інтервалів помилкового прийняття рішення. Це зумовлено вираженою асиметрією та підвищеним ексцесом розподілу, що призводить до появи великих амплітудних відхилень завади та, відповідно, до некоректного перетину порогового рівня РП. Лінійне РП не враховує моментів вищих порядків, унаслідок чого його чутливість до негаусових властивостей завади є недостатньою.

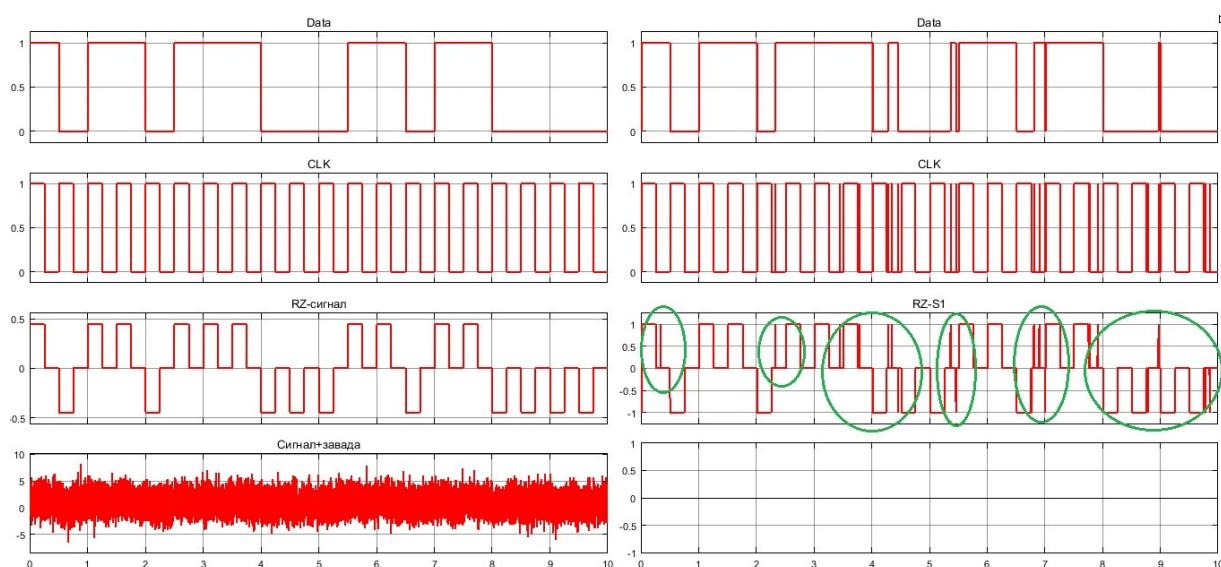


Рисунок 4.25 – Осцилограми роботи алгоритму виявлення RZ-сигналів при  $S = 1$  на фоні експоненційної завади ( $p = 0.1; \gamma_3 = 2; \gamma_4 = 6;$ )

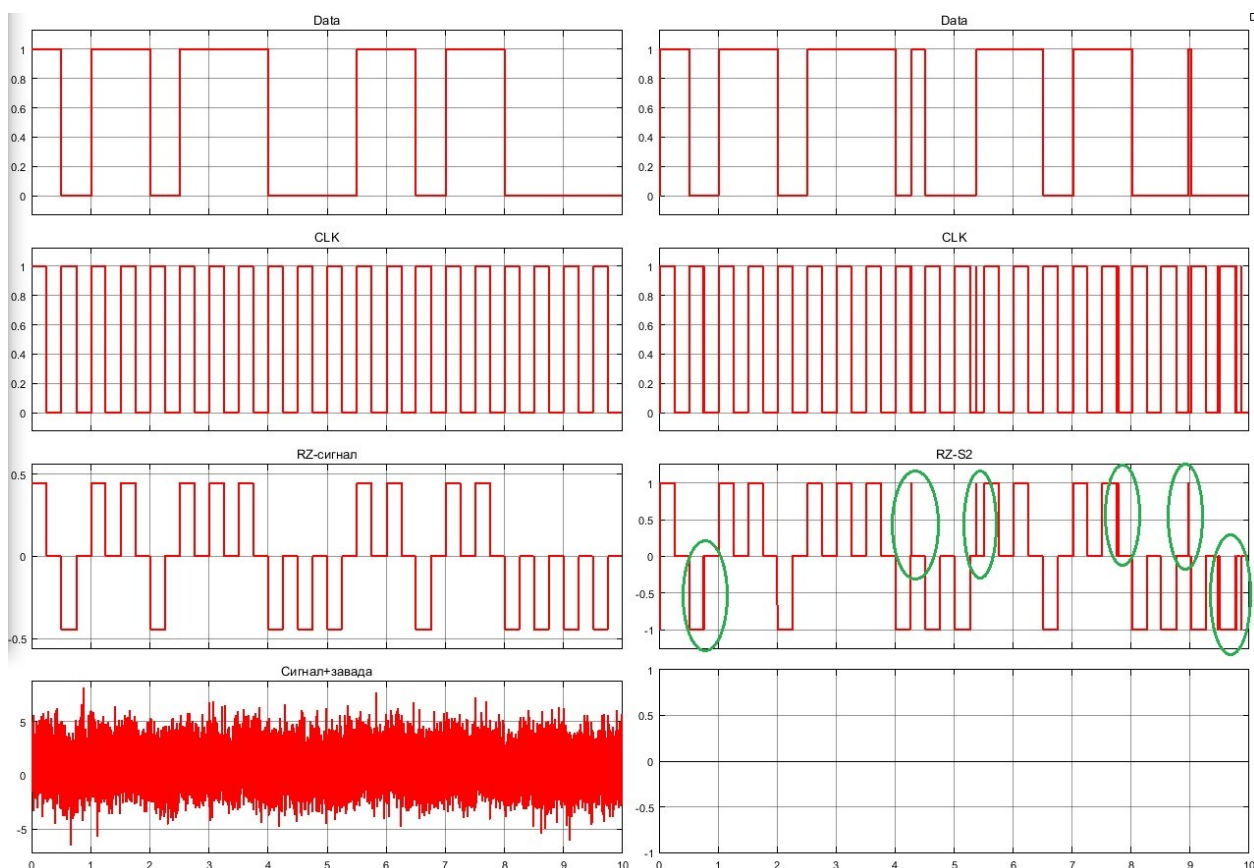


Рисунок 4.26 – Осцилограми роботи алгоритму виявлення RZ-сигналів при  $S = 2$  на фоні експоненційної завади ( $p = 0.1$ ;  $\gamma_3 = 2$ ;  $\gamma_4 = 6$ ;) )

Перехід до поліноміального РП зі степенем  $S = 2$  забезпечує врахування нелінійних складових суміші корисного сигналу та негаусової завади, що підтверджується скороченням кількості помилкових рішень приблизно у 2,1 раза. Отримані результати свідчать, що зі зростанням відхилення статистичних характеристик завади від гаусової моделі ефект стає більш вираженим, а застосування нелінійних РП є доцільним з точки зору підвищення завадостійкості системи виявлення сигналів.

Найбільший вигравш отримано для асиметричної завади з коефіцієнтом асиметрії  $\gamma_3 \approx 1,4$  (рис. 4.27, 4.28). За таких умов лінійне РП ( $S = 1$ ) не забезпечує адекватного врахування асиметрії завади, що призводить до збільшення кількості інтервалів помилкового прийняття рішення. Перехід до поліноміального РП зі степенем  $S = 2$  забезпечує врахування впливу асиметрії розподілу завади на

формування РП. Це приводить до істотного скорочення кількості помилок приблизно у 5 разів порівняно  $S = 1$ .

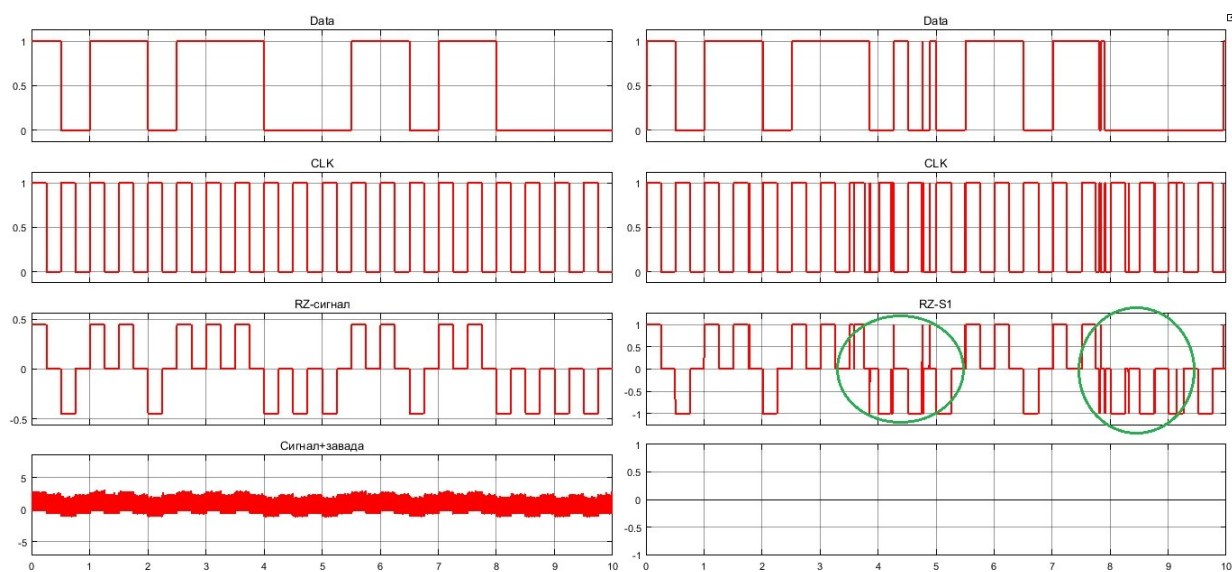


Рисунок 4.27 – Осцилограми роботи алгоритму виявлення RZ-сигналів при  $S = 1$  на фоні асиметричної негаусової завади ( $p = 0.1$ ;  $\gamma_3 = 1.4$ ;) )

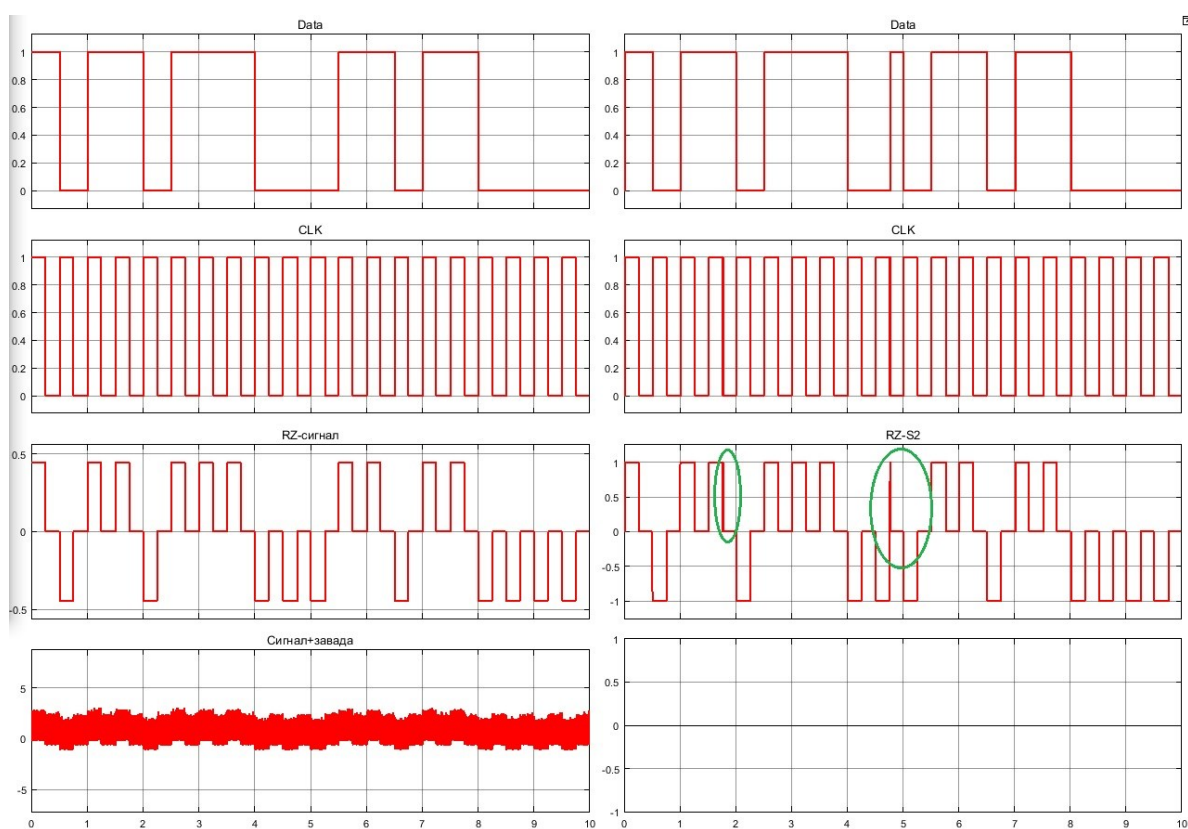


Рисунок 4.28 – Осцилограми роботи алгоритму виявлення RZ-сигналів при  $S = 2$  на фоні експоненційної завади ( $p = 0.1$ ;  $\gamma_3 = 1.4$ ;) )



Отримані результати підтверджують, що при значній асиметрії завади  $\gamma_3 = 1.4$ ; підвищення степені полінома є критично важливим для забезпечення адекватної адаптації алгоритму до статистичних властивостей завади та суттєвого підвищення завадостійкості системи.

Окремо слід розглянути випадок, коли  $\gamma_3 = 0$  та  $\gamma_4 = 0$  (рис. 4.29). Осцилограми показують, що результати при  $S = 1$  та  $S = 2$  збігаються, а кількість помилкових прийнять рішення є однаковою. РП при  $S = 2$  не демонструє переваг порівняно з лінійним РП.

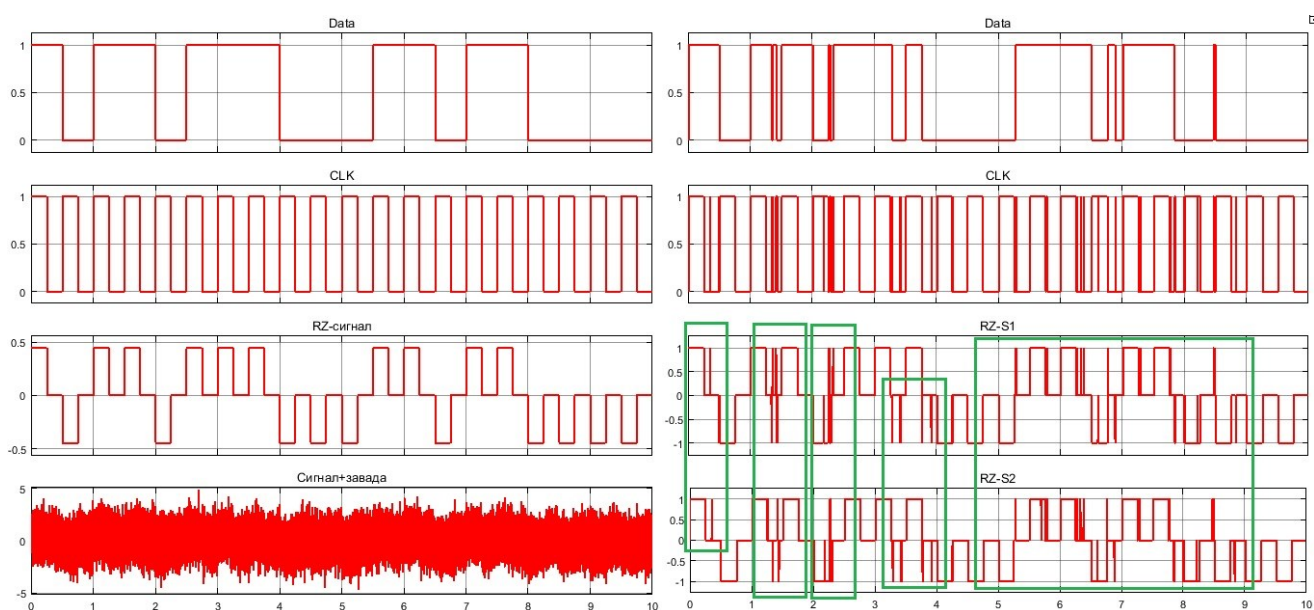


Рисунок 4.29 – Порівняння роботи алгоритмів при  $S = 1$  та  $S = 2$  у випадку  $p = 0.1$ ;  $\gamma_3 = 0$  та  $\gamma_4 = 0$

Це пов'язано з тим що при  $\gamma_3 = 0$  та  $\gamma_4 = 0$  РП зі степенем  $S = 2$  вироджується до лінійного випадку  $S = 1$ . Отже, підвищення степені полінома є доцільним лише за наявності виражених негаусових властивостей завади, коли коефіцієнти асиметрії та ексцесу відмінні від нуля.

#### 4.4 Висновки

В даному розділі дисертаційної роботи розглянуто програмні засоби комп'ютерного моделювання процесів адаптивного виявлення сигналів та

оцінювання їх параметрів у каналі зв'язку ІВС при функціонуванні на фоні негаусових завад. Реалізацію імітаційної моделі виконано в середовищі Matlab/Simulink, що забезпечило можливість побудови структурних схем алгоритмів, дослідження їх працездатності та одержання експериментальних оцінок ефективності.

У підрозділі 4.1 розроблено структурну схему каналу зв'язку ІВС з формуванням адитивної суміші RZ-сигналів та негаусової завади, квантуванням суміші та подальшою адаптивною обробкою. Показано, що блокова архітектура Simulink дозволяє відобразити логіку функціонування системи та забезпечити модифікацію окремих підсистем без зміни загальної структури моделі.

У підрозділі 4.2 виконано детальну реалізацію ключових складових моделі: формування RZ-сигналів, синтез та реалізацію генератора негаусових завад на основі бігаусової моделі, оцінювання статистичних характеристик завади та сигналу, а також реалізацію поліноміальних РП. Реалізовано адаптивне оцінювання відношення сигнал/шум, на основі математичного сподівання та дисперсії, а також коефіцієнта асиметрії та ексцесу, що забезпечує узгодження коефіцієнтів РП з поточними умовами спостереження.

Показано, що збільшення степені полінома призводить до ускладнення структурної схеми при блоковій реалізації, у зв'язку з чим для реалізації РП вищих степенів доцільним є використання блока MATLAB Function. Такий підхід забезпечує компактність моделі, зменшує кількість міжблокових зв'язків і підвищує узгодженість між аналітичними виразами РП та їх програмною реалізацією.

У підрозділі 4.3 проведено комп'ютерне моделювання ефективності алгоритмів виявлення RZ-сигналів, поліноміальних РП зі степенями  $S = 1$  та  $S = 2$ , а також  $S = 1$  та  $S = 3$ . Експериментально визначено, що адекватність роботи системи настає при вибірці обсягом  $z = 200$  для оцінювання статистичних характеристик завади та сигналу, тоді як вибірка обсягу  $n = 150$  безпосередньо у процедурі прийняття рішення. На основі аналізу осцилограм встановлено що

кількість помилок прийняття рішення при переході до РП вищих степенів зменшується що підтверджує ефективність адаптивного підходу.

Експериментальні результати показали, що перехід від  $S = 1$  до  $S = 2$  забезпечує підвищення ефективності виявлення для ряду негаусових завад: для завади з розподілом Релея отримано виграш близько 1,6 рази, для гамма-розподіленої завади ( $k = 2$ ) - близько 1,5 раза, для експоненційної завади - близько 2,1 раза, а для асиметричної завади з  $\gamma_3 \approx 1,4$  - близько 5 разів. Разом з тим встановлено, що для ексцесних симетричних завад типу Лапласа урахування ексцесної складової в межах даної постановки задачі можливе лише при переході до  $S = 3$ , оскільки при  $S = 1$  та  $S = 2$  структура синтезованого РП не включає залежності від кумулянтів четвертого порядку. У цьому випадку перехід від  $S = 1$  до  $S = 3$  забезпечує виграш близько 2,7 раза.

Також показано, що при  $\gamma_3 = 0$  та  $\gamma_4 = 0$  результати для  $S = 1$  та  $S = 2$  збігаються, а РП зі степенем  $S = 2$  фактично вироджується до лінійного РП. Це підтверджує, що підвищення степеня полінома є доцільним лише за наявності негаусових властивостей завади.



## ВИСНОВОК

У дисертаційному дослідженні вирішено актуальне науково-прикладне завдання розробки та реалізації моделей процесів адаптивного виявлення RZ-сигналів на фоні негаусових завад на основі моментно-кумулянтного представлення випадкових процесів, формуванні адаптованого моментного критерію якості для багатоальтернативної перевірки статистичних гіпотез та синтезу поліноміальних розв'язувальних правил. Запропонований підхід забезпечує побудову ефективних адаптивних алгоритмів обробки сигналів в інформаційно-вимірювальних системах. У результаті виконаних досліджень отримано такі теоретичні та практичні результати:

1. На основі аналізу задач оцінювання та виявлення сигналів у каналах зв'язку інформаційно-вимірювальних систем на фоні негаусових завад обґрунтовано підхід до побудови математичних моделей і методів статистичної обробки сигналів, що базується на використанні моментно-кумулянтного представлення випадкових величин та адаптованого моментного критерію якості для багатоальтернативної перевірки статистичних гіпотез для синтезу поліноміальних розв'язувальних правил виявлення біполярних дискретних RZ-сигналів і створенні програмних засобів комп'ютерного моделювання ефективності запропонованих методів.

2. Розроблено математичні моделі адитивної суміші RZ-сигналів та негаусових завад, що дозволяють враховувати статистики вищих порядків випадкових процесів при розв'язанні задач виявлення сигналів в складних завадових умовах.

3. Запропоновано адаптований моментний критерій якості багатоальтернативної перевірки статистичних гіпотез, який використовується для визначення оптимальних коефіцієнтів поліноміальних розв'язувальних правил та дозволяє створити алгоритмічні основи синтезу поліноміальних методів виявлення багаторівневих сигналів на фоні негаусових завад.

4. Запропоновані методи побудови поліноміальних розв'язувальних правил виявлення багаторівневих сигналів на фоні негаусових завад, оптимальних за

адаптованим моментним критерієм якості багатоальтернативної перевірки статистичних гіпотез, що дозволило підвищити точність адаптивного виявлення сигналів в інформаційно-вимірювальних системах у порівнянні з відомими результатами.

У роботі показано, що ефективність синтезованих поліноміальних РП для адаптивного виявлення RZ-сигналів на фоні негаусових завад визначається не лише степенем полінома  $S$ , але й сукупністю параметрів РП, зокрема відношенням сигнал/шум  $p$ , коефіцієнтами асиметрії  $\gamma_3$  та ексцесу  $\gamma_4$  негаусової завади.

На основі результатів комп'ютерного моделювання встановлено, що ефективність обробки сигналів суттєво залежить від типу негаусової завади та врахування статистичних характеристик. Зокрема, при переході від лінійного РП  $S=1$  до нелінійного  $S=2$  досягається підвищення ефективності адаптивного виявлення: для завади з розподілом Релея - приблизно у 1.6 рази, для гамма-розподілу ( $k=2$ ) - у 1.5 рази, для експоненційної завади - у 2.1 рази, а для асиметричної завади з коефіцієнтом асиметрії  $\gamma_3 \approx 1.4$  - до 5 разів.

Показано, що для ексцесних симетричних завад (щільність розподілу Лапласа) врахування коефіцієнта ексцесу  $\gamma_4$  можливе лише при переході до поліноміальних РП третьої степені ( $S=3$ ), що забезпечує підвищення ефективності приблизно у 2.7 рази порівняно з лінійним РП.

Водночас встановлено, що при відсутності негаусових характеристик завади ( $\gamma_3 =, \gamma_4 = 0$ ) результати РП для степені поліномів  $S=1$  та  $S=2$  збігаються, а поліноміальне РП другої степені вироджується до лінійного правила, яке є оптимальним лише для гаусової моделі завад. Це підтверджує, що підвищення степені поліноміальних РП є доцільним лише за наявності негаусових характеристик завади в каналі зв'язку ІВС.

5. Розроблено програмні засоби комп'ютерного моделювання процесів обробки сигналів на фоні негаусових завад, які підтвердили достовірність запропонованих методів та ефективність адаптивної обробки RZ-сигналів у каналах зв'язку ІВС.

Проведені експериментальні дослідження підтвердили теоретичні положення, отримані в роботі, щодо ефективності застосування моментно-кумулянтного підходу до опису ВВ та синтезованих поліноміальних нелінійних РП, оптимальних за адаптованим моментним критерієм якості для багатоальтернативної перевірки статистичних гіпотез.

Практична реалізація запропонованих поліноміальних алгоритмів обробки сигналів є можливою засобами сучасних програмних та апаратних платформ. Зокрема, їх реалізація в середовищі MATLAB/Simulink підтвердила працездатність, структурну узгодженість та придатність до подальшого впровадження в автоматизовану ІВС.

## СПИСОК ВИКОРИСТАХ ДЖЕРЕЛ

1. **Poor H. V.** An Introduction to Signal Detection and Estimation. 2nd ed. New York : Springer, 1994. 398 p.
2. **Майданюк В. П., Петух А. М.** Обробка сигналів : навч. посіб. Вінниця : ВНТУ, 2012. 144 с.
3. **Григоренко І. В., Кондрашов С. І., Григоренко С. М.** Інформаційно-вимірювальні технології та системи : навч. посіб. Харків : НТУ «ХПІ», 2023. 254 с.
4. **Дорожовець М., Мотало В., Стадник Б., Василюк В., Борек Р., Ковальчик А.** Основи метрології та вимірювальної техніки : підручник : у 2 т. Львів : Вид-во Нац. ун-ту «Львівська політехніка», 2005. 1300 с.
5. **Паламар М. І., Стрембіцький М. О., Паламар А. М.** Проектування комп'ютеризованих вимірювальних систем і комплексів : навч. посіб. Тернопіль : ФОП Паляниця В. А., 2018. 148 с.
6. **Van Trees H. L.** Optimum array processing: Part IV of detection, estimation, and modulation theory. Part IV: Optimum Array Processing. New York : John Wiley, 2002. 1470 p.
7. **Бабак В. П., Бабак С. В., Єременко В. С., Куц Ю. В., Щербак Л. М.** Теоретичні основи інформаційно-вимірювальних систем : підручник / за ред. В. П. Бабака. 2-ге вид., перероб. і доп. Київ : Ун-т новітніх технологій ; НАУ, 2017. 496 с.
8. **Калюжний О. Я.** Математичні алгоритми приймання та оброблення сигналів : навч. посіб. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. 302 с. URL: [https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/48420/1/Kaliuzhnyi\\_Posibnyk\\_2022.pdf](https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/48420/1/Kaliuzhnyi_Posibnyk_2022.pdf).
9. **Kassam S.** Signal Detection in Non-Gaussian Noise. New York : Springer-Verlag, 2011. 227 p.
10. **Middleton D.** Non-Gaussian Statistical Communication Theory. New Jersey : Wiley, 2012. 535 p.
11. **Guo G., Mandal M., Jing Y.** A robust detector of known signal in non-Gaussian noise using threshold systems. *Signal Processing*. 2012. Vol. 92, no. 11. Pp. 2676–2688. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2012.04.014>.

12. **Duana F., Chapeau-Blondeau F., Abbott D.** Non-Gaussian noise benefits for coherent detection of narrow band weak signal. *Physics Letters A*. 2014. Vol. 378. Pp. 1820–1824. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2014.04.061>.
13. **Rousseau D., Anand G. V., Chapeau-Blondeau F.** Noise enhanced nonlinear detector to improve signal detection in non-Gaussian noise. *Signal Processing*. 2006. Vol. 86, no. 11. Pp. 3456–3465. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2006.03.008>.
14. **Кунченко Ю. П., Палагін В. В.** Перевірка статистичних гіпотез при використанні поліноміальних вирішальних правил, оптимальних за моментним критерієм суми асимптотичних ймовірностей помилок. *Радіoeлектроніка та автоматика*. 2006. № 3 (34). С. 4–11.
15. **Palahin V., Zorin O.** Models and Methods for RZ-signals distinction in non-Gaussian noise for information-measurement systems. *Journal of Electrical Engineering*. 2024. Vol. 75, no. 5. Pp. 372–382. DOI: <https://doi.org/10.2478/jee-2024-0045>.
16. **Smirnov D., Zorin O., Palahina E., Ivchenko O., Palahin V.** Development of Moment Quality Criterion and Polynomial Methods for Signals Detection and Distinction in Non-Gaussian Noise. *Information Technology for Education, Science, and Technics*. Springer, 2024. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-031-71801-4\\_27](https://doi.org/10.1007/978-3-031-71801-4_27).
17. **Stallings W.** Data and Computer Communications. 10th ed. Pearson, 2013. 901 p.
18. **ITU-T Recommendation G.703.** Physical/Electrical Characteristics of Hierarchical Digital Interfaces. ITU, 2001.
19. **Zhang X., Wu Z.** Linear optical signal processing with optical filters: a tutorial. *Frontiers of Optoelectronics*. 2016. Vol. 9, no. 3. Pp. 377–389.
20. **Krishna H.** Digital signal processing algorithms: number theory, convolution, fast Fourier transforms, and applications. Routledge, 2017. 482 p.
21. **Tan L., Jiang J.** Digital signal processing: fundamentals and applications. Academic Press, 2018. 903 p.
22. **Gentry J. W., Calabrese R. V.** Applications of Condition Numbers A-priori Analysis of Moment Method for Describing Size Distributions. *Particle & Particle Systems Characterization*. 1986. Vol. 3, no. 3. Pp. 104–110.

23. **Roweis S., Ghahramani Z.** A unifying review of linear Gaussian models. *Neural computation*. 1999. Vol. 11, no. 2. Pp. 305–345.
24. **Zoubir A. M., Koivunen V., Ollila E., Muma M.** Robust statistics for signal processing. Cambridge University Press, 2018. 312 p.
25. **Wang X., Zhu F.** Robust recursive estimation for the errors-in-variables nonlinear systems with impulsive noise. *Scientific Reports*. 2025. Vol. 15, no. 1. 6031.
26. **Yang Z., Xie L., Zhang C.** Off-grid direction of arrival estimation using sparse Bayesian inference. *IEEE transactions on signal processing*. 2012. Vol. 61, no. 1. Pp. 38–43.
27. **Eldar Y. C.** Sampling theory: Beyond bandlimited systems. Cambridge University Press, 2015. 810 p.
28. **Poor H. V., Hadjiliadis O.** Quickest detection. Cambridge University Press, 2009. 229 p.
29. **Nikias C. L., Shao M.** Signal Processing with Alpha-Stable Distributions and Applications. New York : Wiley, 1995. 168 p.
30. **LeCun Y., Bengio Y., Hinton G.** Deep learning. *Nature*. 2015. Vol. 521, no. 7553. Pp. 436–444.
31. **Ma M., Li Z., Lin Y., Chen L., & Wang S.** Modulation classification method based on deep learning under non-Gaussian noise. *2020 IEEE 91st Vehicular Technology Conference (VTC2020-Spring)*. IEEE, 2020.
32. **Zhu Y. et al.** Deep Learning–Driven Noise-Adaptive Filtering for Multi-Sensor Fusion under Non-Stationary Noise Environments. *IEEE Internet of Things Journal*. 2026.
33. **He K., He L., Fan L., Deng Y., Karagiannidis G. K., Nallanathan, A.** Learning-based signal detection for MIMO systems with unknown noise statistics. *IEEE Transactions on Communications*. 2021. Vol. 69, no. 5. Pp. 3025–3038.
34. **Shynk J. J.** Probability, random variables, and random processes: theory and signal processing applications. John Wiley & Sons, 2013.

35. **Rajan D.** Probability, random variables, and stochastic processes. *Mathematical Foundations for Signal Processing, Communications, and Networking*. CRC Press, 2017. Pp. 205–244.
36. **Buldygin V. V., Kozachenko I. U.** Metric characterization of random variables and random processes. Vol. 188. American Mathematical Soc., 2000.
37. **Krylov N. V.** Introduction to the theory of random processes. Vol. 43. American Mathematical Soc., 2002.
38. **Yacoub M. D., Bautista J. E. V., Guedes L. G. R.** On higher order statistics of the Nakagami-m distribution. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*. 1999. Vol. 48, no. 3. Pp. 790–794.
39. **Gharieb R. R., Cichoki A., Filipowicz S. F.** Adaptive detection and extraction of sparse signals embedded in colored Gaussian noise using higher order statistics. *Proc. 10th IEEE Workshop on Statistical Signal and Array Processing*. IEEE, 2000.
40. **Sadler B. M., Giannakis G. B., Lii K. S.** Estimation and detection in non-Gaussian noise using higher order statistics. *IEEE Transactions on Signal Processing*. 1994. Vol. 42, no. 10. Pp. 2729–2741.
41. **Shamsunder S., Giannakis G. B.** Detection and parameter estimation of multiple nonGaussian sources via higher order statistics. *IEEE transactions on signal processing*. 2002. Vol. 42, no. 5. Pp. 1145–1155.
42. **Mendel J. M.** Tutorial on higher-order statistics (spectra) in signal processing and system theory: Theoretical results and some applications. *Proceedings of the IEEE*. 1991. Vol. 79, no. 3. Pp. 278–305.
43. **Чепинога А. В.** Аналіз ефективності застосування чисельних методів для пошуку параметрів полігаусових моделей. *Вісник Інженерної академії України*. 2010. № 2. С. 135–139.
44. **Rabiner L. R.** A Tutorial on Hidden Markov Models and Selected Applications in Speech Recognition. *Proceedings of the IEEE*. 1989. Vol. 77, no. 2. Pp. 257–286.

45. **Eddy S. R.** Hidden markov models. *Current opinion in structural biology*. 1996. Vol. 6, no. 3. Pp. 361–365.
46. **Davis M. H. A.** Markov models & optimization. Routledge, 2018.
47. **Banerjee A. et al.** Hypothesis testing, type I and type II errors. *Industrial psychiatry journal*. 2009. Vol. 18, no. 2. Pp. 127–131.
48. **Akobeng A. K.** Understanding type I and type II errors, statistical power and sample size. *Acta Paediatrica*. 2016. Vol. 105, no. 6. Pp. 605–609.
49. **Rothman K. J.** Curbing type I and type II errors. *European journal of epidemiology*. 2010. Vol. 25, no. 4. Pp. 223–224.
50. **Стеценко І. В.** Моделювання систем : навч. посіб. Черкаси : ЧДТУ, 2010. 399 с.
51. **Обод І. І., Заволодько Г. Е., Свид І. В.** Математичне моделювання систем : навч. посіб. / за ред. І. І. Обода. Харків : НТУ «ХПІ», Мадрид, 2019. 268 с.
52. **Hautus, M.J., Macmillan, N.A., & Creelman, C.D.** Detection Theory: A User's Guide (3rd ed.). Routledge. 2021 <https://doi.org/10.4324/9781003203636>
53. **Kay S.M.** Fundamentals of Statistical Signal Processing. Prentice Hall PTR, NJ 2008.
54. **Кропивницька В. Б.** Задача виявлення та критерії прийняття рішень в умовах невизначеності. *Методи та прилади контролю якості*. 2018. № 1 (40). С. 115–121.
55. **Van Trees, H., Bell, K., Tiany, Z.** Detection Estimation and Modulation Theory. Wiley; 2nd edition, New Jersey 2013.
56. **Палагін В. В., Палагіна О. А., Зорін О. С.** Комп'ютерне моделювання системи обробки шумових сигналів на фоні негаусових завад. *Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Технічні науки*. Кам.-Подільський : К-ПНУ ім. Івана Огієнка, 2017. Вип. 16. С. 104–113.
57. **Palahin V., Juhár J., Zorin O. et al.** Computer Modeling of Noise Signals Processing System in non-Gaussian Noise. *IEEE 38th Int. Conf. on Electronics and Nanotechnology (ELNANO-2018)*. 2018. Pp. 658–662.



58. **Кунченко Ю. П., Палагін В. В.** Критерій асимптотичної нормальності перевірки простих статистичних гіпотез. *Праці УНІІРТ*. 1998. № 3. С. 66–70.
59. **Volodymyr Palahin, Jozef Juhár, Serhiy Leleko, Serhiy Polozhaenko, Elena Palahina.** Computer Simulation of Signal Detection in non-gaussian Noise with the Neyman-Pearson Moment Quality Criterion. // 9th International IEEE Conference Dependable Systems, Services and Technologies DESSERT'2018 UKRAINE, KIEV, MAY 24-27, 2018, pp.639-644.
60. **Лелеко С.А, Лега Ю.Г., Палагін В.В.** Поліноміальн виявлячі радіосигналів з флуктуацією амплітуди оптимальні по моментному критерію якості типу неймана-пірсона. Вісник ЧДТУ 2016, №4, стор.12-19.
61. **Bhattacharya P. K.** Maximum likelihood estimation of a change-point in the distribution of independent random variables: general multiparameter case. *Journal of Multivariate Analysis*. 1987. Vol. 23, no. 2. Pp. 183–208.
62. **Ганусяк С. І.** Метод максимальної правдоподібності в задачах захисту радіосигналу управління безпілотних літальних апаратів. *Сучасний захист інформації*. 2020. № 4. С. 12–17.
63. **Koch K. R.** Parameter estimation in linear models. *Parameter estimation and hypothesis testing in linear models*. Berlin : Springer, 1999. Pp. 149–269.
64. **Kessler, L. G., Folsom, R., Royall, R., Forsythe, A., McEvoy, L., Holzer, C. E., ... & Woodbury, M.** Parameter and variance estimation. *Epidemiologic field methods in psychiatry*. 1985. Pp. 327–349.
65. **Andrea M.** Estimating random variables from random sparse observations. *European Transactions on Telecommunications*. 2008. Vol. 19, no. 4. Pp. 385–403.
66. **Mennad A. et al.** Adaptive detection of range-spread target in compound-Gaussian clutter without secondary data. *Digital Signal Processing*. 2017. Vol. 60. Pp. 90–98.
67. **Sklar B.** Digital Communications: Fundamentals and Applications. 2nd ed. New Jersey : Prentice Hall, 2001. 1079 p.
68. **Papoulis A., Pillai S. U.** Probability, Random Variables and Stochastic Processes. 4th ed. New York : McGraw-Hill, 2002.

69. **Bendat J. S., Piersol A. G.** Random Data: Analysis and Measurement Procedures. 4th ed. New York : Wiley, 2010.
70. **Samorodnitsky G., Taqqu M. S.** Stable Non-Gaussian Random Processes. New York : Chapman & Hall, 1994.
71. **McLachlan G., Peel D.** Finite Mixture Models. New York : Wiley, 2000.
72. **Veloni A., Miridakis N., Boukouvala E.** Digital and statistical signal processing. CRC Press, 2018.
73. **Proakis J. G., Salehi M.** Digital Communications. 5th ed. McGraw-Hill, 2008. 1150 p.
74. **Besson O.** Adaptive detection of subspace signals in non-Gaussian noise. *Signal Processing*. 2024. Vol. 217.
75. **Conte E., De Maio A., Ricci G.** Recursive estimation of covariance matrix in compound-Gaussian noise. *IEEE Transactions on Signal Processing*. 2002. Vol. 50, no. 8. Pp. 1908–1915.
76. **Aubry A., De Maio A.** Adaptive Radar Detection and Bearing Estimation in the Presence of Unknown Mutual Coupling. *IEEE Transactions on Signal Processing*. 2022. Vol. 63, no. 8.
77. **Ollila E., Tyler D. E.** Regularized M-estimators of scatter matrix. *IEEE Transactions on Signal Processing*. 2014. Vol. 62, no. 22.
78. **Pan S., Yao J.** Multichannel optical signal processing in NRZ systems based on a frequency-doubling optoelectronic oscillator. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*. 2010. Vol. 16, no. 5. Pp. 1460–1468.
79. **Zhang X., Wu Z.** Linear optical signal processing with optical filters: a tutorial. *Frontiers of Optoelectronics*. 2016. Vol. 9, no. 3. Pp. 377–389.
80. **Kim D. S., Chung B. J., Chung Y. M.** Analysis of AMI communication methods in various field environments. *Energies*. 2020. Vol. 13, no. 19.
81. **Mulgrew B., Grant P., Thompson J.** Digital signal processing: concepts and applications. 2nd ed. 2002.
82. **Candy J. V.** Model-based signal processing. John Wiley & Sons, 2005. 677 p.

83. **Vetterli M., Kovačević J., Goyal V. K.** Foundations of signal processing. Cambridge University Press, 2014.
84. **Палагін В. В., Зорін О. С.** Моделі та методи розрізнення RZ-сигналів в інформаційно-вимірювальних системах на фоні асиметричних негаусових завад. *Вісник Вінницького політехнічного інституту*. 2023. № 4. С. 78–86. DOI: <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2023-169-4-78-86>.
85. **Палагін В. В., Зорін О. С., Вербицький О. А.** Передача даних в інформаційно–вимірювальних системах біполярними дискретними RZ–сигналами на фоні ексцесних негаусових завад. *Інтегровані інтелектуальні робототехнічні комплекси (ІРТК-2025)* : матеріали XVIII міжнар. наук.-практ. конф. (20-21 травня 2025 р.).
86. **Kunchenko Y.** Polynomial Parameter Estimations of Close to Gaussian Random Variables. Aachen : Shaker Verlag, 2002. 396 p.
87. **Кунченко Ю. П.** Поліноміальні оцінки параметрів близьких до гауссівських випадкових величин. Частина 1. Черкаси : ЧІТІ, 2001. 133 с.
88. **Палагін В. В., Палагіна О. А., Воробкало Т. В. та ін.** Моделі та методи обробки сигналів на фоні корельованих ексцесних процесів. *Вісник НТУУ «КПІ». Серія Радіотехніка, Радіоапаратобудування*. 2025. Вип. 101. С. 6–17. DOI: 10.20535/RADAP.2025.101.6-17.
89. **Палагін В. В., Палагіна О. А., Зорін О. С.** Комп'ютерне моделювання системи обробки шумових сигналів на фоні негаусових завад. *Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Технічні науки*. 2017. Вип. 16. С. 104–113. DOI: <https://doi.org/10.32626/2308-5916.2017-16.104-113>.
90. **Палагін В., Палагіна О., Зорін О.** Синтез алгоритмів розрізнення шумових сигналів при прийомі даних на фоні асиметричних негаусових завад. *Вісник Черкаського державного технологічного університету. Серія Технічні науки*. 2015. № 2. С. 5–12.
91. **D. Smirnov, V. Cherpynoha, O. Zorin, A. Honcharov, E. Palahina, V. Palahin.** The Methods of Joint Signal Discrimination and Parameters Estimation in

non-Gaussian Noise. *IEEE 4th Int. Conf. on Advanced Trends in Information Theory (ATIT 2022)*. 2022. Pp. 23–27. DOI: <https://doi.org/10.1109/ATIT58178.2022.10024190>.

92. **V.Palahin, J.Juhár, O. Zorin, D.Viediarnikov, E. Palahina.** Computer Modeling of Noise Signals Processing System in non-Gaussian Noise. *IEEE 38th Int. Conf. on Electronics and Nanotechnology (ELNANO-2018)*. 2018. Pp. 658–662. DOI: 10.1109/ELNANO.2018.8477442.

93. **Palahin V. V., Palahina O. A., Ivchenko O. V., Zorin O. C.** Methods of Signal Processing in Correlated non-Gaussian Noise. *X Int. Sci.-Pract. Conf. Physical and Technological Problems of Transmission, Processing and Storage of Information*. 2025.

94. **Зорін О. С.** Методи підвищення ефективності обробки RZ-сигналів на фоні негаусових завад в інформаційно-вимірювальних системах (ІВС). *Перспективи телекомунікацій : зб. тез 19-ї Міжнар. наук.-техн. конф. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2025. С. 55–57.*

95. **Зорін О. С., Палагін В. В.** Моделювання системи розрізнення RZ-сигналів в Matlab/Simulink на фоні асиметрично-експесних негаусових завад. *Інтегровані інтелектуальні робототехнічні комплекси (ІРТК-2024)*. 2024. С. 178–180.

96. **Зорін О. С.** Моделі та методи розрізнення RZ-сигналів на фоні асиметрично-експесних негаусових завад. *28-й Міжнар. молодіжний форум «Радіoeлектроніка та молодь у XXI столітті»*. Харків : ХНУРЕ, 2024. Т. 4. С. 16–18.

97. **Palahin V., Palahina O., Smirnov D., Zorin O.** Polynomial Methods and Algorithms for Signals Detection and Distinction in Non-Gaussian Noise. *Modern Problems of Mathematical Modelling, Forecasting, and Optimization*. 2024. Pp. 66–68.

98. **Зорін О. С., Палагін В. В.** Передача даних в ІВС біполярними RZ-сигналами на фоні асиметричних негаусових завад. *ІРТК-2023*. Київ, 2023. С. 154–156.

99. **Зорін О. С., Палагін В. В.** Адаптивна система прийому даних біполярними дискретними сигналами в ІВС на фоні асиметричних негаусових

завад. *Інформаційні технології та комп'ютерне моделювання* : матеріали конф. Івано-Франківськ, 2023. С. 181–182.

100. **Зорін О. С.** Сумісне розрізнення сигналів та оцінювання їх параметрів на фоні негаусових завад. *Комп'ютерні технології: інновації, проблеми, рішення*. Житомир, 2022. С. 330–331.

101. **Палагін В. В., Зорін О. С.** Моделювання систем передачі даних шумовими негаусовими сигналами з ексцесною модуляцією. *Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації*. Кам'янець-Подільський, 2018. С. 28–29.

102. **Палагін В. В., Зорін О. С., Палагіна О. А.** Передача інформації шумовими негаусовими сигналами з асиметричною модуляцією. *ІІРТК-2017*. Київ : НАУ, 2017. С. 193–195.

103. **Зорін О. С., Палагін В. В., Палагіна О. А.** Моделювання системи передачі даних у віртуальному середовищі MATLAB (Simulink). *Обробка сигналів і негаусівських процесів*. Черкаси : ЧДТУ, 2017. С. 215–217.

104. **Палагін В. В., Зорін О. С.** Синтез алгоритмів розрізнення шумових сигналів при передачі даних на фоні негаусових завад. *Обробка сигналів і негаусівських процесів*. Черкаси : ЧДТУ, 2015. С. 126–128.

105. **Reed W. J.** The normal-Laplace distribution and its relatives. *Advances in distribution theory, order statistics, and inference*. Boston : Birkhäuser, 2006. Pp. 61–74.

106. **Волох Л.** Порівняльний аналіз основних законів розподілу при дослідженні надійності технічних об'єктів та систем. *Collection of scientific papers «SCIENTIA»*. Sofia, 2023. Pp. 74–76.

107. **Гладкий Е. Г., Перлик В. І.** Способи побудови розподілу максимальної відстані між випадковими нормальними точками на площині. *Технічна механіка*. 2024. № 2. С. 76–91.

108. **Kundu D., Raqab M. Z.** Generalized Rayleigh distribution: different methods of estimations. *Computational statistics & data analysis*. 2005. Vol. 49, no. 1. Pp. 187–200.

109. **Гризо А. А., Невмержицький І. М., Обозовський О. Б.** Узагальнена імовірнісна модель флуктуацій амплітуди відліків нестационарної шумової завади. Системи озброєння і військова техніка. 2010. № 2. С. 104–107.
110. **Khodabina M., Ahmadabadib A.** Some properties of generalized gamma distribution. 2010. Pp. 9–28.
111. **Gupta R. D., Kundu D.** Generalized exponential distribution: different method of estimations. *Journal of statistical computation and simulation*. 2001. Vol. 69, no. 4. Pp. 315–337.
112. **Balakrishnan K.** Exponential distribution: theory, methods and applications. Routledge, 2019.
113. **Elena Palahina, Volodymyr Palahin,** “Signal Detection in Additive-Multiplicative non-Gaussian Noise Using Higher Order Statistics,” in Radioelektronika 2016, 26-th International Conference (19-20 April 2016, Kosice, Slovak Republic), 262-267pp
114. **E.Palahina, M.Gamcová , I.Gladisova, J.Gamec, V.Palahin.** Signals Detection in Correlated non-Gaussian Noise Using Higher-Order Statistics. – Circuits, Systems, and Signal Processing, 2018, 37(4), 1704-1723.
115. **Pepe M. S.** Receiver operating characteristic methodology. *Journal of the American Statistical Association*. 2000. Vol. 95, no. 449. Pp. 308–311.
116. **Чепинога А. В.** Аналіз ефективності застосування чисельних методів для пошуку параметрів полігаусових моделей. *Вісник Інженерної академії України*. 2010. № 2. С. 135–139.
117. **Yang W. Y.** MATLAB/Simulink for digital communication. Won Y. Yang, 2018. 564 p.

## ДОДАТКИ

## ДОДАТОК А

### Акт впровадження результатів роботи «ЗАТВЕРДЖУЮ»

Ректор  
Черкаського державного  
технологічного університету  
Олег ГРИГОР

« — » 30032026 р.



#### ДОВІДКА

про впровадження в навчальний процес

результатів дисертаційної роботи ЗОРИНА Олександра Сергійовича

У дисертаційному дослідженні Зоріна О.С. вирішено актуальне науково-прикладне завдання розробки моделей і методів виявлення сигналів та оцінювання їх параметрів у каналах зв'язку інформаційно-вимірjuвальних систем при функціонуванні на фоні негаусових завад на основі моментно-кумулянтного представлення випадкових процесів із формуванням моментного критерію якості перевірки статистичних гіпотез та синтезом поліноміальних розв'язувальних правил для побудови ефективних методів і алгоритмів статистичної обробки сигналів.

Основні результати дисертаційної роботи застосовуються при викладанні спеціалізованого курсу на кафедрі робототехнічних і телекомунікаційних систем та кібербезпеки «Нелінійні методи обробки сигналів» для студентів освітнього ступеня магістр спеціальності G5 «Електроніка, електронні комунікації, приладобудування та радіотехніка» в Черкаському державному технологічному університеті.

До лекційного курсу включено такі результати, отримані автором:

1. Математичні моделі сигналів і негаусових завад, що описують адитивну взаємодію RZ-сигналів і завад на основі моментно-кумулянтного представлення випадкових процесів, що дозволило сформувати моментний критерій якості перевірки статистичних гіпотез для синтезу поліноміальних розв'язувальних правил виявлення сигналів.
2. Алгоритмічні та структурні рішення систем статистичної обробки сигналів у каналах зв'язку інформаційно-вимірjuвальних систем при функціонуванні на фоні негаусових завад.

Результати дисертаційного дослідження використовуються при проведенні лабораторних занять з дисципліни «Нелінійні методи обробки сигналів», зокрема під час виконання лабораторних робіт з комп'ютерного моделювання процесів виявлення сигналів на фоні негаусових завад.

Для проведення лабораторних робіт розроблено програмний комплекс та набір програмних модулів, що забезпечують комп'ютерне моделювання процесів статистичної обробки та виявлення сигналів на фоні негаусових завад.

Декан факультету  
електронних технологій, автотранспорту  
та машинобудування  
к.т.н., доцент

Завідувач кафедри робототехнічних і  
телекомунікаційних систем та кібербезпеки,  
д.т.н., професор

Андрій ЧОРНИЙ

Володимир ПАЛАГІН



## ДОДАТОК Б

### Список опублікованих праць за темою дисертації:

*– статті у наукових фахових виданнях України, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації:*

1. В.В.Палагін, О.А.Палагіна, Т.В.Воробкало, С.С.Мартиненко, О.С.Зорін. Моделі та методи обробки сигналів на фоні корельованих ексцесних процесів // Вісник НТУУ “КПІ”. Серія Радіотехніка, Радіоапаратобудування, 2025, 101, С. 6–17. DOI: 10.20535/RADAP.2025.101.6-17 URL: <https://radap.kpi.ua/radiotechnique/article/download/2093/1618/6752>. ISSN 2310-0389. Фахове видання категорії А (включене до: Web of Science, DOAJ, Index Copernicus, OCLC WorldCat, EBSCO, НБУ, Bielefeld Academic Search, oai.org.ua, Ulrich’s Periodicals Directory, «Джерело» ІПІ НАНУ).

*Особистий внесок автора полягає у розробці математичних моделей та методів поліноміального виявлення сигналів на фоні асиметрично-ексцесних негаусових завад, синтезі поліноміальних розв’язувальних правил на основі адаптованого моментного критерію та проведенні комп’ютерного моделювання ефективності запропонованих методів. Обсяг особистого внеску автора становить 0,3 друк. арк.*

2. Палагін, В.В. і Зорін, О.С. 2023. Моделі та методи розрізнення RZ-сигналів в інформаційно-вимірювальних системах на фоні асиметричних негаусових завад. Вісник Вінницького політехнічного інституту. 4 (Серп. 2023), 78–86. ISSN 1997-9266. DOI: <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2023-169-4-78-86>. URL: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/vvpi\\_2023\\_4\\_12](http://nbuv.gov.ua/UJRN/vvpi_2023_4_12). Фахове видання категорії Б (включене до: Index Copernicus International, Google Scholar і реферується в Українському реферативному журналі «Джерело»).

*Особистий внесок автора полягає у розробці математичних моделей RZ-сигналів та методів їх розрізнення в інформаційно-вимірювальних системах при функціонуванні на фоні асиметричних негаусових завад, формуванні алгоритмів статистичної обробки сигналів та проведенні комп’ютерного моделювання*

*ефективності запропонованих методів. Обсяг особистого внеску автора становить 0,3 друк. арк.*

3. Палагін В.В, Палагіна О.А., Зорін О.С. Комп'ютерне моделювання системи обробки шумових сигналів на фоні негаусових завад / В.В. Палагін, Палагіна О.А., Зорін О.С., // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Технічні науки: зб. наук. праць – Кам.-Подільський: Кам.-Подільський нац. ун-т ім. Івана Огієнка, 2017. – Вип. 16. – С. 104-113. DOI: <https://doi.org/10.32626/2308-5916.2017-16.104-113>, ISSN 2308-5916, URL: <https://mcm-tech.kpnu.edu.ua/article/view/121837/116825>. Фахове видання категорії Б (включене до: Bielefeld Academic Search Engine, Citefactor, Cosmos Impact Factor, Crossref, JIFACTOR, General Impact Factor (GIF), Google Академія, InfoBase Index, International Citation Index OF JOURNAL IMPACT FACTOR & INDEXING, OpenAIRE, PKP Index, ResearchBib, Scientific Indexing Services (SIS), WorldCat, Наукова періодика України НБУВ).

*Особистий внесок автора полягає у розробці математичних моделей сигналів та негаусових завад, формуванні алгоритмів статистичної обробки вибіркового значень та проведенні комп'ютерного моделювання процесів виявлення сигналів на фоні негаусових завад. Обсяг особистого внеску автора становить 0,2 друк. арк.*

4. В.Палагін, О.Палагіна, О. Зорін. 2015. Синтез алгоритмів розрізнення шумових сигналів при прийомі даних на фоні асиметричних негаусових завад / В.Палагін, О.Палагіна, О. Зорін // Вісник Черкаського державного технологічного університету. Серія Технічні науки. – Черкаси: ЧДТУ, 2015. – № 2. – С. 5 – 12. URL: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vchdtu\\_2015\\_2\\_3](http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vchdtu_2015_2_3). ISSN 2306-4412. Фахове видання категорії Б (включене до: Google Scholar, Index Copernicus, Національна бібліотека України імені В. І. Вернадського).

*Особистий внесок автора полягає у розробці математичних моделей сигналів та асиметричних негаусових завад, синтезі алгоритмів статистичного розрізнення сигналів та проведенні аналізу ефективності запропонованих алгоритмів. Обсяг особистого внеску автора становить 0,2 друк. арк.*

– статті у іноземних виданнях, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації:

5. Smirnov, D., Zorin, O., Palahina, E., Ivchenko, O., Palahin, V. (2024). Development of Moment Quality Criterion and Polynomial Methods for Signals Detection and Distinction in Non-Gaussian Noise. In: Faure, E., et al. Information Technology for Education, Science, and Technics. ITEST 2024. Lecture Notes on Data Engineering and Communications Technologies, vol 221., pp.368–381, Springer, Cham. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-031-71801-4\\_27](https://doi.org/10.1007/978-3-031-71801-4_27), ISSN 2367-4512, URL: [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-71801-4\\_27](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-031-71801-4_27). **Видання індексується в наукометричній базі Scopus.**

*Особистий внесок автора полягає у розробці поліноміальних розв'язувальних правил для задач виявлення та розрізнення сигналів на фоні негаусових завад, формуванні статистик на основі моментного представлення випадкових процесів та проведенні комп'ютерного моделювання ефективності запропонованих методів. Обсяг особистого внеску автора становить 0,2 друк. арк.*

6. Volodymyr Palahin, Oleksandr Zorin. Models and Methods for RZ-signals distinction in non-Gaussian noise for information-measurement systems. Journal of Electrical Engineering Vol. 75, No. 5, 2024, pp. 372-382. DOI: <https://doi.org/10.2478/jee-2024-0045>. ISSN 13353632 URL: <https://reference-global.com/article/10.2478/jee-2024-0045?tab=download>. **Видання індексується в наукометричній базі Scopus.**

*Особистий внесок автора полягає у розробці математичних моделей RZ-сигналів та асиметричних негаусових завад, синтезі поліноміальних розв'язувальних правил для задачі розрізнення сигналів, а також у проведенні комп'ютерного моделювання ефективності запропонованих методів в інформаційно-вимірjuвальних системах. Обсяг особистого внеску автора становить 0,4 друк. арк.*

– наукові праці, що засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

7. Palahin V.V., Palahina O.A., Ivchenko O.V., Zorin O.C. Methods of Signal Processing in Correlated non-Gaussian Noise // X International Scientific-Practical

Conference Physical and Technological Problems of Transmission, Processing and Storage of Information in Infocommunication Systems 15-17 May 2025, Chernivtsi, Ukraine, ISBN 978-966-423-971-1. URL:

<https://drive.google.com/drive/folders/1WtGHyXGLooQgBSCqNW32qOV0mj0-bQr8>

*Особистий внесок автора полягає у розробці методів статистичної обробки сигналів на фоні негаусових завад, формуванні математичних моделей сигналів та завад і проведенні аналізу ефективності запропонованих методів. Обсяг особистого внеску автора становить 0,2 друк. арк.*

8. Палагін В.В., Зорін О.С., Вербицький О.А., Передача даних в інформаційно-вимірювальних системах біполярними дискретними RZ-сигналами на фоні ексцесних негаусових завад // Вісімнадцята міжнародна науково-практична конференція «Інтегровані інтелектуальні робототехнічні комплекси» (ІРТК-2025) 20-21 травня 2025 року. URL: [https://education.khai.edu/conferences/published/iirtk-2025\\_compressed.pdf](https://education.khai.edu/conferences/published/iirtk-2025_compressed.pdf).

*Особистий внесок автора полягає у розробці математичних моделей передачі даних в інформаційно-вимірювальних системах із використанням біполярних дискретних RZ-сигналів на фоні ексцесних негаусових завад, формуванні алгоритмів статистичної обробки сигналів та проведенні аналізу ефективності запропонованих методів. Обсяг особистого внеску автора становить 0,2 друк. арк.*

9. Зорін О.С., Методи підвищення ефективності обробки RZ - сигналів на фоні негаусових завад в інформаційно-вимірювальних системах (IBC) // 19-та Міжнародна науково-технічна конференція "Перспективи телекомунікацій" Збірник тез конференції. К.: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2025. – С. 55-57. URL: <https://conferenc-journal.its.kpi.ua/>

*Особистий внесок автора полягає у розробці методів підвищення ефективності обробки RZ-сигналів в інформаційно-вимірювальних системах при функціонуванні на фоні негаусових завад, формуванні математичних моделей сигналів та проведенні аналізу ефективності запропонованих методів. Обсяг особистого внеску автора становить 0,2 друк. арк.*

10. Зорін О.С., Палагін В.В. Моделювання системи розрізнення RZ-сигналів в Matlab/Simulink на фоні асиметрично-ексцесних негаусових завад // Сімнадцята міжнародна науково-практична конференція «Інтегровані інтелектуальні робототехнічні комплекси» (ПРТК-2024), 21–22 травня 2024 р., Київ, Україна. – С. 178–180.

*Особистий внесок автора полягає у побудові моделі системи розрізнення RZ-сигналів у середовищі Matlab/Simulink при функціонуванні на фоні асиметрично-ексцесних негаусових завад, формуванні алгоритмів статистичної обробки сигналів та проведенні комп'ютерного моделювання ефективності запропонованого підходу. Обсяг особистого внеску автора становить 0,2 друк. арк.*

11. D.Smirnov, V.Chepynoha, O.Zorin, A.Honcharov, E.Palahina, V.Palahin. The Methods of Joint Signal Discrimination and Parameters Estimation in non-Gaussian Noise // IEEE 4th International Conference on Advanced Trends in Information Theory, ATIT 2022, Kyiv, pp. 23-27. DOI: <https://doi.org/10.1109/ATIT58178.2022.10024190> URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/10024190/references#references>. ISBN: 979-8-3503-3262-9. **Видання індексується в наукометричній базі Scopus.**

*Особистий внесок автора полягає у розробці методів статистичного розрізнення сигналів та оцінювання їх параметрів на фоні негаусових завад, формуванні поліноміальних розв'язувальних правил та проведенні комп'ютерного моделювання ефективності запропонованих методів. Обсяг особистого внеску автора становить 0,1 друк. арк.*

12. Зорін О.С., Моделі та методи розрізнення RZ-сигналів на фоні асиметрично-ексцесних негаусових завад // 28-й Міжнародний молодіжний форум «Радіoeлектроніка та молодь у XXI столітті». Зб. Матеріалів форуму. Т.4. – Харків: ХНУРЕ. 2024. – С. 16-18. UPL: <https://openarchive.nure.ua/server/api/core/bitstreams/3a4ec353-cef5-4281-b6d2-b7e6b0ceeeed/content>

*Особистий внесок автора полягає у розробці математичних моделей та методів розрізнення RZ-сигналів при функціонуванні інформаційно-вимірювальних*

*систем на фоні асиметрично-ексцесних негаусових завад, формуванні алгоритмів статистичної обробки сигналів та проведенні аналізу ефективності запропонованих методів. Обсяг особистого внеску автора становить 0,2 друк. арк.*

13. Volodymyr Palahin, Olena Palahina, Daniil Smirnov, Oleksandr Zorin. Polynomial Methods and Algorithms for Signals Detection and Distinction in Non-Gaussian Noise // «Modern Problems of Mathematical Modelling, Forecasting, and Optimization» in memory of the Honorary Professor of the Kamianets-Podilskyi National University, Dr. Sc., Prof., Cor. member NAPSU Anatoliy Fedorovich VERLAN. с.66-68. URL: [https://cs.kpnu.edu.ua/wp-content/uploads/2024/07/optima\\_2024-tezdop\\_1.pdf](https://cs.kpnu.edu.ua/wp-content/uploads/2024/07/optima_2024-tezdop_1.pdf)

*Особистий внесок автора полягає у розробці поліноміальних методів і алгоритмів виявлення та розрізнення сигналів на фоні негаусових завад, формуванні статистик на основі моментного представлення випадкових процесів та проведенні аналізу ефективності запропонованих методів. Обсяг особистого внеску автора становить 0,2 друк. арк.*

14. Daniil Smirnov, Oleksandr Zorin, Elena Palahina, Volodymyr Palahin. Development of Moment Quality Criterion and Polynomial Methods for Signals Detection and Distinction in Non-Gaussian Noise // VII Міжнародна науково-практична конференція “Інформаційні технології в освіті, науці й техніці” ІТОНТ-2024, с.195-196. URL: [https://knsa.chdtu.edu.ua/wp-content/uploads/2024/06/Conference-Proceedings-ITEST-2024\\_25\\_06.pdf](https://knsa.chdtu.edu.ua/wp-content/uploads/2024/06/Conference-Proceedings-ITEST-2024_25_06.pdf)

*Особистий внесок автора полягає у застосуванні моментного критерію якості перевірки статистичних гіпотез та оцінювання його ефективності в задачах виявлення сигналів на фоні негаусових завад та становить 0,1 друк. арк.*

15. Зорін О.С., Палагін В.В. Передача даних в інформаційно-вимірювальних системах біполярними дискретними RZ-сигналами на фоні асиметричних негаусових завад // Шістнадцята міжнародна науково-практична конференція «Інтегровані інтелектуальні робототехнічні комплекси» (ІРТК-2023) 23-24 травня 2023 року Київ, Україна, 154-156с.

*Особистий внесок автора полягає у розробці математичних моделей передачі даних в інформаційно-вимірювальних системах із використанням біполярних дискретних RZ-сигналів при функціонуванні системи на фоні асиметричних негаусових завад, формуванні алгоритмів статистичної обробки сигналів та проведенні аналізу ефективності запропонованих методів. Обсяг особистого внеску автора становить 0,2 друк. арк.*

16. Зорін О.С., Палагін В.В. Адаптивна система прийому даних біполярними дискретними сигналами в інформаційно-вимірювальних системах на фоні асиметричних негаусових завад // Інформаційні технології та комп'ютерне моделювання: матеріали міжнародної науково-практичної конференції, 6–8 липня 2023 р., Івано-Франківськ. – Івано-Франківськ, 2023. – С. 181–182. UPL: <https://er.chdtu.edu.ua/bitstream/ChSTU/4652/1/zbirnuk-2023.pdf>

*Особистий внесок автора полягає у розробці математичної моделі адаптивної системи прийому даних біполярними дискретними сигналами в інформаційно-вимірювальних системах при функціонуванні системи на фоні асиметричних негаусових завад, формуванні алгоритмів статистичної обробки сигналів та проведенні аналізу ефективності запропонованого підходу. Обсяг особистого внеску автора становить 0,1 друк. арк.*

17. Зорін О.С., Сумісне розрізнення сигналів та оцінювання їх параметрів на фоні негаусових завад в системах прийому дискретних сигналів // V Всеукраїнська науково-технічної конференції «Комп'ютерні технології: інновації, проблеми, рішення», м. Житомир, 01–02 грудня 2022 р. – Житомир: Житомирська політехніка, 2022. – С. 330-331. UPL: <https://conf.ztu.edu.ua/wp-content/uploads/2023/02/povnyy-tekst.pdf>.

*Особистий внесок автора полягає у розробці методів сумісного розрізнення сигналів та оцінювання їх параметрів при функціонуванні систем прийому дискретних сигналів на фоні негаусових завад, формуванні статистичних алгоритмів обробки сигналів та проведенні аналізу ефективності запропонованого підходу. Обсяг особистого внеску автора становить 0,1 друк. арк.*

18. V.Palahin, J.Juhár, O. Zorin, D.Viediarnikov, E. Palahina. Computer Modeling of Noise Signals Processing System in non-Gaussian Noise // IEEE 38th International Conference on Electronics and Nanotechnology (ELNANO-2018), April 24-26, 2018, pp.658-662.DOI:10.1109/ELNANO.2018.8477442/ URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8477442>. ISBN: 978-1-5386-6384-4. **Видання індексується в наукометричній базі Scopus.**

*Особистий внесок автора полягає у розробці математичних моделей сигналів та негаусових завад, побудові алгоритмів комп'ютерного моделювання системи обробки сигналів та проведенні аналізу ефективності запропонованих підходів. Обсяг особистого внеску автора становить 0,1 друк. арк.*

19. Палагін В.В., Зорін О.С. Моделювання систем передачі даних шумовими негаусовими сигналами з ексцесною модуляцією // Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації: матеріали міжнародної наукової конференції, присвяченої 100-річчю Національної академії наук України та 100-річчю Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка, 18–20 квітня 2018 р., Кам'янець-Подільський. – Кам'янець-Подільський, 2018. – С. 28–29. UPL: [https://cs.kpnu.edu.ua/wp-content/uploads/2019/11/tezy\\_2018.pdf](https://cs.kpnu.edu.ua/wp-content/uploads/2019/11/tezy_2018.pdf).

*Особистий внесок автора полягає у розробці математичної моделі системи передачі даних шумовими негаусовими сигналами з ексцесною модуляцією, формуванні алгоритмів статистичної обробки сигналів та проведенні аналізу ефективності запропонованого підходу. Обсяг особистого внеску автора становить 0,1 друк. арк.*

20. Зорін О.С., Палагін В.В., Палагіна О.А. Моделювання системи передачі даних шумовими негаусовими сигналами з асиметричною модуляцією у віртуальному середовищі MATLAB (Simulink) // Обробка сигналів і негауссівських процесів: праці VI Міжнародної науково-практичної конференції, присвяченої пам'яті проф. Ю.П. Кунченка. – Черкаси: ЧДТУ, 2017. – С. 215–217. UPL: <https://chdtu.edu.ua/files/fet/OSNP2017.pdf>



*Особистий внесок автора полягає у побудові моделі системи передачі даних шумовими негаусовими сигналами з асиметричною модуляцією у середовищі MATLAB/Simulink, формуванні алгоритмів статистичної обробки сигналів та проведенні аналізу ефективності запропонованого підходу. Обсяг особистого внеску автора становить 0,1 друк. арк.*

21. Палагін В.В. Синтез алгоритмів розрізнення шумових сигналів при передачі даних на фоні негаусових завад / Палагін В.В., Зорін О.С. // Праці V Міжнародної науково-практичної конференції «Обробка сигналів і негауссівських процесів», присвяченої пам'яті професора Ю.П.Кунченка: Тези доповідей. – Черкаси: ЧДТУ, 2015. – с.126-128.

*Особистий внесок автора полягає у розробці алгоритмів розрізнення шумових сигналів при передачі даних на фоні негаусових завад, формуванні математичних моделей сигналів та проведенні аналізу ефективності запропонованих методів. Обсяг особистого внеску автора становить 0,2 друк. арк.*

## ДОДАТОК В

## Псевдокод для генерації негаусових процесів на основі бігаусової моделі

```

function [bb1,dd1,mm1] = sbigauss(g13,g14)
k12=20;
k13=g13*k12^(3/2);
k14=g14*k12^2;
if g13==0 && g14==0
    b1=0.5;
    d1=k12;
    m1=0;
else
    [b1,d1,m1] = solve(['(1-b1)*(b1*m1^2+1)+d1*b1=',num2str(k12)],['b1*(1-b1)*(1-
2*b1)*m1^3+3*b1*m1*(1-b1)*(d1-1)=',num2str(k13)],['b1*(1-b1)*(1-
6*b1+6*b1^2)*m1^4+6*b1*m1^2*(1-b1)*(1-2*b1)*(d1-1)+3*b1*(1-b1)*(d1-
1)^2=',num2str(k14)]);
    b1=double(b1); d1=double(d1); m1=double(m1);
    b1_re=real(b1); b1_im=imag(b1);
    d1_re=real(d1); d1_im=imag(d1);
    m1_re=real(m1); m1_im=imag(m1);
    r1=size(b1);
    for j1=1:r1(1,1)
        if g13>0 i1=r1(1,1)+1-j1;
        else i1=j1;
        end
        if b1_im(i1)==0 && d1_im(i1)==0 && m1_im(i1)==0 && b1_re(i1)>0 &&
b1_re(i1)<1 && d1_re(i1)>0
            bb1=b1_re(i1,:);
            dd1=d1_re(i1,:);
            mm1=m1_re(i1,:);
        end
    end
end
% if isempty(d)~1
%     b=double(b); d=double(d); m=double(m);
%     else fprintf(1,'Розв'язку системи не знайдено')
end
function [bb2,dd2,mm2] = sbigauss(g23,g24)
k22=20;
k23=g23*k22^(3/2);
k24=g24*k22^2;
if g23==0 && g24==0
    b2=0.5;
    d2=k2;
    m2=0;

```

```

else
[b2,d2,m2] = solve(['(1-b2)*(b2*m2^2+1)+d2*b2=',num2str(k22)],['b2*(1-b2)*(1-
2*b2)*m2^3+3*b2*m2*(1-b2)*(d2-1)=',num2str(k23)],['b2*(1-b2)*(1-
6*b2+6*b2^2)*m2^4+6*b2*m2^2*(1-b2)*(1-2*b2)*(d2-1)+3*b2*(1-b)^2*(d2-
1)^2=',num2str(k24)]);
b2=double(b2); d2=double(d2); m2=double(m2);
b2_re=real(b2); b2_im=imag(b2);
d2_re=real(d2); d2_im=imag(d2);
m2_re=real(m2); m2_im=imag(m2);
r2=size(b2);
for j2=1:r2(1,1)
    if g23>0 i2=r2(1,1)+1-j2;
    else i2=j2;
    end
    if b2_im(i2)==0 && d2_im(i2)==0 && m2_im(i2)==0 && b2_re(i2)>0 &&
b2_re(i2)<1 && d2_re(i2)>0
        bb2=b2_re(i2,:);
        dd2=d2_re(i2,:);
        mm2=m2_re(i2,:);
    end
end
end
% if isempty(d)~=1
%     b=double(b); d=double(d); m=double(m);
%     else fprintf(1,'Розвязку системи не знайдено')
end
function [bb3,dd3,mm3] = sbigauss(g33,g34)
k32=20;
k33=g33*k32^(3/2);
k34=g34*k32^2;
if g33==0 && g34==0
    b3=0.5;
    d3=k32;
    m3=0;
else
[b3,d3,m3] = solve(['(1-b3)*(b3*m3^2+1)+d3*b3=',num2str(k32)],['b3*(1-b3)*(1-
2*b3)*m3^3+3*b3*m3*(1-b3)*(d3-1)=',num2str(k33)],['b3*(1-b3)*(1-
6*b3+6*b3^2)*m3^4+6*b3*m3^2*(1-b3)*(1-2*b3)*(d3-1)+3*b3*(1-b3)*(d3-
1)^2=',num2str(k34)]);
b3=double(b3); d3=double(d3); m3=double(m3);
b3_re=real(b3); b3_im=imag(b3);
d3_re=real(d3); d3_im=imag(d3);
m3_re=real(m3); m3_im=imag(m3);
r3=size(b3);
for j3=1:r3(1,1)

```

```

    if g33>0 i3=r3(1,1)+1-j3;
    else i3=j3;
    end
    if b3_im(i3)==0 && d3_im(i3)==0 && m3_im(i3)==0 && b3_re(i3)>0 &&
b3_re(i3)<1 && d3_re(i3)>0
        bb3=b3_re(i3,:);
        dd3=d3_re(i3,:);
        mm3=m3_re(i3,:);
    end
end
end
% if isempty(d)~=1
%     b=double(b); d=double(d); m=double(m);
%     else fprintf(1,'Розвязку системи не знайдено')
end

```