

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЧЕРКАСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Факультет електронних технологій, автотранспорту та
машинобудування

Колінько С.О., Бутенко Т.І., Яценко І.В.

Курс фізики

Електрика

Магнетизм

Навчальний посібник
За редакцією д.т.н., проф. В. А. Ващенко

Черкаси
2026

ББК 531/534
УДК 22.3
П 85

*Рекомендовано до друку
Вченою радою Черкаського державного
технологічного університету,
протокол № __ від __. __.2026 р.*

Автори:

**Колінько Сергій Олександрович,
Бутенко Тетяна Іванівна
Яценко Ірина В'ячеславівна**

Рецензенти:

О. В. Кириченко, д-р техн. наук, професор кафедри пожежної і техногенної безпеки об'єктів та технологій Національного університету цивільного захисту України;

Ю. О. Ляшенко, д-р фіз.-мат. наук, професор кафедри фізики ННІ інформаційних та освітніх технологій Черкаського національного університету ім. Б. Хмельницького.

Колінько С.О. Курс фізики. *Електрика. Магнетизм: навч. посіб.*
П85 / Колінько С.О., Бутенко Т.І., Яценко І.В. / За ред. д.т.н., проф. Ващенко В.А.; М-во освіти і науки України, Черкас. держ. технол. ун-т. – Черкаси: ЧДТУ, 2026. – 66 с.

Навчальний посібник містить виклад явищ електромагнетизму в класичному варіанті, який залишається основним для практичного застосування.

В посібнику введені позначення визначень фізичних величин та основних законів, приділена увага класичним моделям явищ, які лежать в основі теорії електромагнетизму, або мають важливе практичне значення.

Стислий виклад матеріалу полегшить засвоєння навчального курсу студентами інженерних спеціальностей.

Зміст

Передмова		
Розділ 1	Електростатика	
1.1	Взаємодія електрично-заряджених тіл	
1.2	Електричне поле. Напруженість електричного поля	
1.3	Теорема Гаусса	
1.4	Робота сил електростатичного поля.	
1.5	Потенціал електростатичного поля	
1.6	Діелектрики	
1.7	Поляризація діелектриків	
1.8	Теорема Гаусса для електричного поля в діелектриках	
1.9	Сегнетоелектрики	
1.10	П'єзоелектрики	
1.11	Провідники в електростатичному полі	
1.12	Електрична ємність провідників	
1.13	Енергія електричного поля	
Розділ 2	Постійний електричний струм	
2.1	Електричний струм	
2.2	Джерела струму	
2.3	Закон Ома	
2.4	Закон Джоуля-Ленца	
2.5	Рівняння Кірхгофа	
2.6	Класична електронна теорія провідності металів	
2.7	Робота виходу електронів з металу	
2.8	Термоелектронна емісія	
2.9	Явище Пельтьє	
2.10	Явище Зеебека	
2.11	Струм в рідинах і газах	
Розділ 3	Магнітне поле	
3.1	Магнітна індукція	
3.2	Закон Ампера. Сила Лоренца	
3.3	Робота в магнітному полі	
3.4	Контур зі струмом в магнітному полі	
3.5	Закон Біо-Савара-Лапласа	
3.6	Теорема про циркуляцію вектора магнітної індукції	
3.7	Теорема Гауса для магнітного поля	
3.8	Магнітне поле в речовині	
3.9	Напруженість магнітного поля	
3.10	Парамагнетизм	
3.11	Діамагнетизм	

3.12	Феромагнетизм	
3.13	Електромагнітна індукція	
3.14	Енергія магнітного поля	
Розділ 4	Змінний струм	
4.1	Квазістаціонарні струми	
4.2	Струм в колі з активним навантаженням	
4.3	Струм в колі з індуктивним навантаженням	
4.4	Струм в колі з ємнісним навантаженням	
4.5	Струм в колі з послідовним з'єднанням навантажень	
4.6	Потужність в колі змінного струму	
4.7	Електромагнітні коливання	
Розділ 5	Електромагнітне поле	
6.1	Вихрове електричне поле	
6.2	Струм зміщення	
6.3	Рівняння Максвелла	
6.4	Хвильове рівняння	
6.5	Закон збереження енергії електромагнітного поля	
6.6	Досліди Герца	

Передмова

Пропонований навчальний посібник «Курс фізики. Електрика. Магнетизм» базується на лекційному курсі, який на кафедрі фундаментальних дисциплін та прикладного матеріалознавства Черкаського державного технологічного університету викладається студентам різних факультетів всіх форм навчання протягом тривалого часу. Він складений згідно освітньо-професійних програм технічних спеціальностей щодо дисциплін «Фізика» та «Загальна фізика».

У навчальному посібнику розглянуто явища, пов'язані з електромагнітним полем. Поле є важливим для вивчення об'єктом природи і, переважно, визначає властивості тіл. Зручне перетворення енергії при електромагнітних явищах роблять їх незамінними в техніці.

Всі електромагнітні явища зумовлені властивістю більшості мікрочастинок (електронів, протонів та інших) до особливої взаємодії, яка по інтенсивності поступається лише ядерній взаємодії. Мірою такої взаємодії є *електричний заряд*. Подібно до того, як науці досі не відомо, чим зумовлена маса мікрочастинок, так невідомо і чим зумовлений електричний заряд. Але властивості електричного заряду вивчені. Основні властивості електричних зарядів:

1. Електричний заряд завжди пов'язаний з масою спокою частинок і є властивістю речовини. Коли говорять про заряди, мають на увазі тіла з електричними зарядами.

2. Елементарні частинки мають однаковий за величиною електричний заряд $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Будь-який електричний заряд q рівний цілому числу N елементарних зарядів e : $q = Ne$, де $N = 0, 1, 2, 3, \dots$

3. Існує два види електричних зарядів: позитивні (+) і негативні (-). Одноименні заряди відштовхуються, а різноименні – притягуються один до одного.

4. Якщо зарядам різного виду приписати додатні і від'ємні знаки, то *алгебраїчна сума зарядів електрично замкнутої системи зберігається*.

Посібник складається з п'яти розділів: електростатика, постійний електричний струм, магнітне поле, змінний струм, електромагнітне поле. У кожному розділі представлена інформація з відповідної теми, наведено основні закони, формули та визначення. Навчальний матеріал проілюстрований схемами, графіками та рисунками. Зміст посібника дозволяє використовувати його для вивчення матеріалу курсу як під час аудиторних занять, так і при виконанні самостійної роботи. В тексті не наводяться громіздкі математичні викладки, що дозволяє акцентувати увагу на фізичній сутності природних явищ і законів, які їх описують.

Посібник призначений для студентів вищих технічних навчальних закладів, де загальну фізику вивчають упродовж двох семестрів, та для широкого кола читачів, які вивчають фізику самостійно.

1. Електростатика

1.1. Взаємодія електрично заряджених тіл

Сила взаємодії заряджених тіл залежить від величини зарядів, віддалі між тілами, форми тіл. Тому закон взаємодії тіл складний. Єдиний вихід – розглядати тіла як сукупність заряджених матеріальних точок, які називаються *точковими зарядами*.

Закон взаємодії точкових зарядів встановив Ш. Кулон (1785 р.) дослідним шляхом на крутильних вагах (рис. 1.1): на тонкій пружній нитці підвішений легкий стержень з кульками; стержень розміщено горизонтально і він врівноважений; біля нього розміщено кульку, якій можна надавати електричний заряд, як і одній з кульок стержня. Силу взаємодії визначають по куту закручування нитки.

Закон Кулона: сила взаємодії двох нерухомих точкових електричних зарядів пропорційна добутку величин зарядів і обернено пропорційна квадрату відстані між ними:

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2 \vec{r}_{12}}{r_{12}^2 r_{12}}, \quad (1.1)$$

де $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ – електрична стала.

Множник $\frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}$ визначає напрямок дії сили. Одиницею електричного заряду q є кулон (Кл).

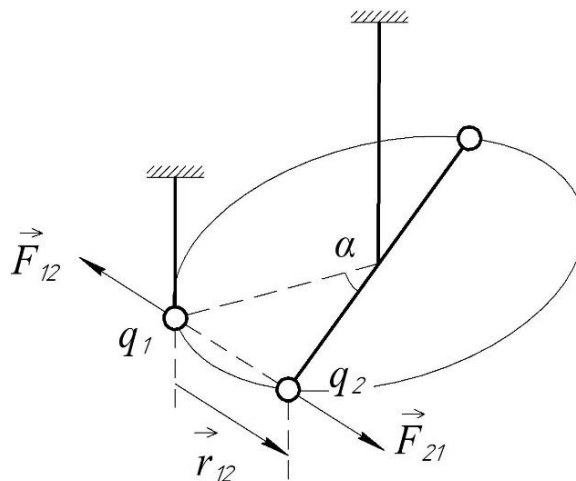


Рисунок 1.1

1.2. Електричне поле. Напруженість електричного поля

Встановлено теоретично і підтверджено експериментально, що взаємодія між зарядженими тілами відбувається через електричне поле. Джерелом електричного поля є електричний заряд. Основна властивість

електричного поля полягає у силувій дії на будь-який інший електричний заряд, який знаходиться в цьому полі. Електричне поле має всі ознаки матеріального об'єкту і поряд з речовиною є видом матерії.

Силовою характеристикою електричного поля є *напруженість електричного поля*:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}. \quad (1.2)$$

У відповідності з формулою (1.2) *напруженість електричного поля це сила з якою електричне поле діє на заряд +1 Кл*. Якщо джерелом електричного поля є точковий заряд q_0 , то модуль напруженості поля обчислюють за формулою:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0}{r^2}. \quad (1.3)$$

Для електричного поля виконується *принцип суперпозиції*: якщо поле створюють декілька точкових зарядів, то напруженість результуючого поля буде рівна векторній сумі напруженостей окремих полів:

$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i. \quad (1.4)$$

Для наочності електричне поле зображують графічно за допомогою ліній напруженості (силових ліній). Це такі лінії, дотичні до яких у кожній точці співпадають з напрямком напруженості електричного поля. Силкові лінії електричного поля незамкнені: вони починаються на позитивних зарядах і закінчуються на негативних. Щільність проведення ліній напруженості пропорційна величині напруженості електричного поля. Найпростіші випадки проведення силових ліній показано на рис. 1.2.

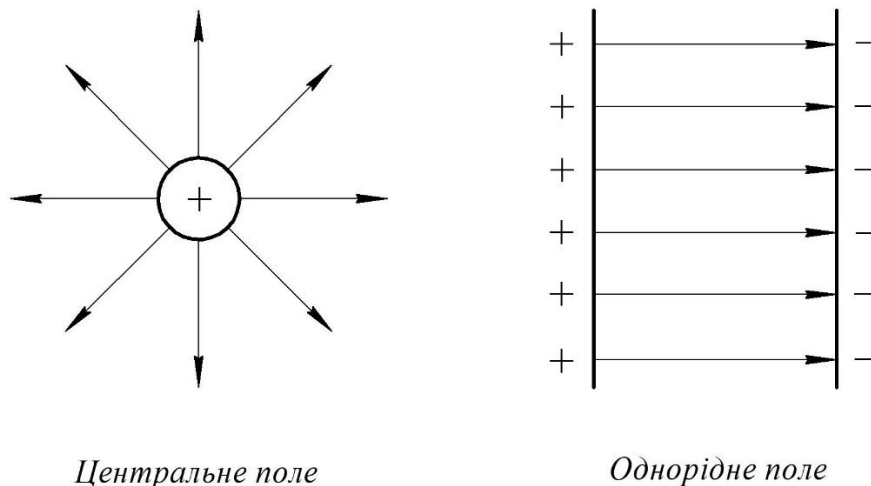


Рисунок 1.2

1.3. Теорема Гаусса

Одна із задач електростатики полягає у розрахунку електричного поля створеного зарядженим тілом. При розв'язанні цієї задачі використовують математичний апарат, який описує властивості векторних полів. Цей апарат називається *векторним аналізом*.

Одним із понять векторного аналізу є *потік вектора*. Напишемо означення *потіку вектора напруженості електричного поля* (рис. 1.3):

$$\boxed{d\Phi = E \cdot \cos\alpha \cdot dS = E_n \cdot dS.} \quad (1.5)$$

$d\Phi$ – потік вектора напруженості E електричного поля через площадку dS ; n – перпендикуляр до площадки.

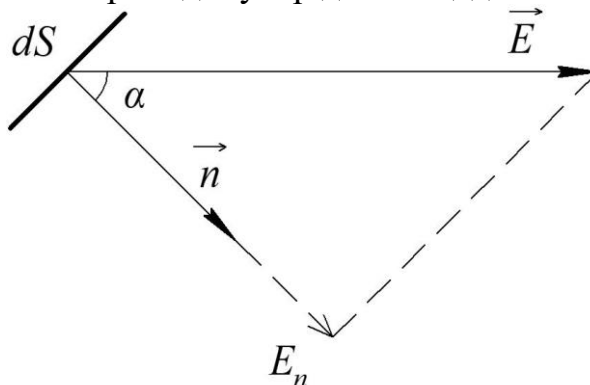


Рисунок 1.3

Потік вектора напруженості електричного поля через довільну замкнену поверхню S обчислюється шляхом інтегрування:

$$\boxed{\Phi = \oint_S E_n dS.} \quad (1.6)$$

Для замкнутої поверхні вибирається нормаль, яка направлена назовні із області, охопленої поверхнею.

Обчислимо потік вектора напруженості електричного поля через сферичну поверхню радіуса r , яка охоплює точковий заряд q , який знаходиться в центрі сфери, (рис. 1.4):

$$\Phi = \oint_S E_n dS = E \oint_S dS = ES = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}.$$

Німецький вчений К. Гаус довів, що отриманий вище результат справедливий для довільної кількості зарядів і не залежить від форми замкненої поверхні.

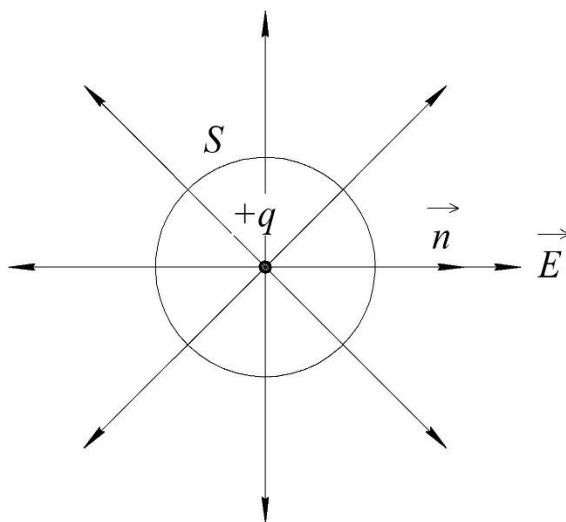


Рисунок 1.4

Теорема Гаусса: потік вектора напруженості електричного поля через замкнену поверхню дорівнює алгебраїчній сумі електричних зарядів всередині цієї поверхні поділений на електричну сталу.

$$\oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_i q_i. \quad (1.7)$$

Приклад 1.

Розглянемо використання теореми Гаусса для розрахунку електричного поля, створеного рівномірно зарядженою нескінченною площиною. При цьому використаємо поняття поверхневої густини заряду:

$$\sigma = \frac{q}{S}. \quad (1.8)$$

Уявну замкнену поверхню виберемо у вигляді циліндра, вісь якого перпендикулярна до площини (рис. 1.5). Напруженість поля E буде перпендикулярною до площини і рівною за величиною на однаковій віддалі від площини.

Для основ циліндра $\cos\alpha = 1$, а для бічної поверхні $\cos\alpha = 0$. Отже:

$$\Phi = 2ES.$$

Величина заряду в циліндрі:

$$q = \sigma S.$$

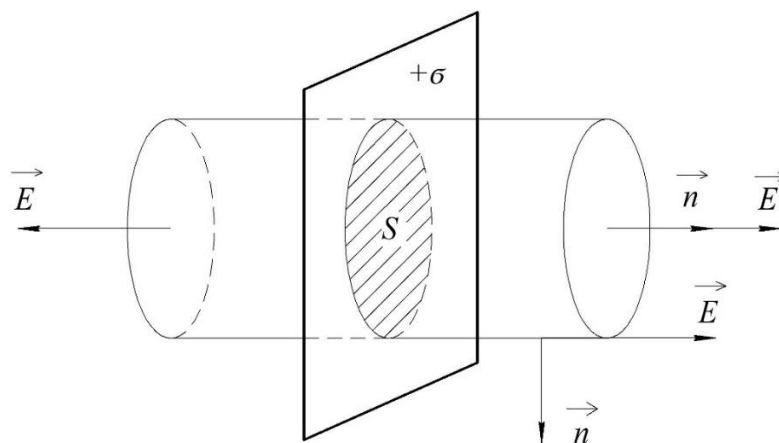


Рисунок 1.5

Записуємо теорему Гаусса:

$$2ES = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}.$$

В результаті:

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}}. \quad (1.9)$$

Тобто, у випадку безмежної площини напруженість поля не залежить від відстані, а саме поле – однорідне.

Приклад 2.

Поле, створене двома нескінченними паралельними різнойменно зарядженими площинами, є результатом суперпозиції полів, створених кожною площиною окремо (рис. 1.6). В області між площинами поля мають однаковий напрямок, тому результуюча напруженість буде рівна

$$\boxed{E = \frac{\delta}{\epsilon_0}}. \quad (1.10)$$

За межами площин поля мають протилежний напрямок, відповідно, напруженість результуючого поля буде рівна нулю.

Приклад 3.

Обчислимо напруженість електричного поля нескінченно довгої рівномірно зарядженої циліндричної поверхні радіусом R . Напруженість, внаслідок осьової симетрії розміщення електричних зарядів, матиме радіальний напрямок і буде залежати від віддалі до осі циліндра.

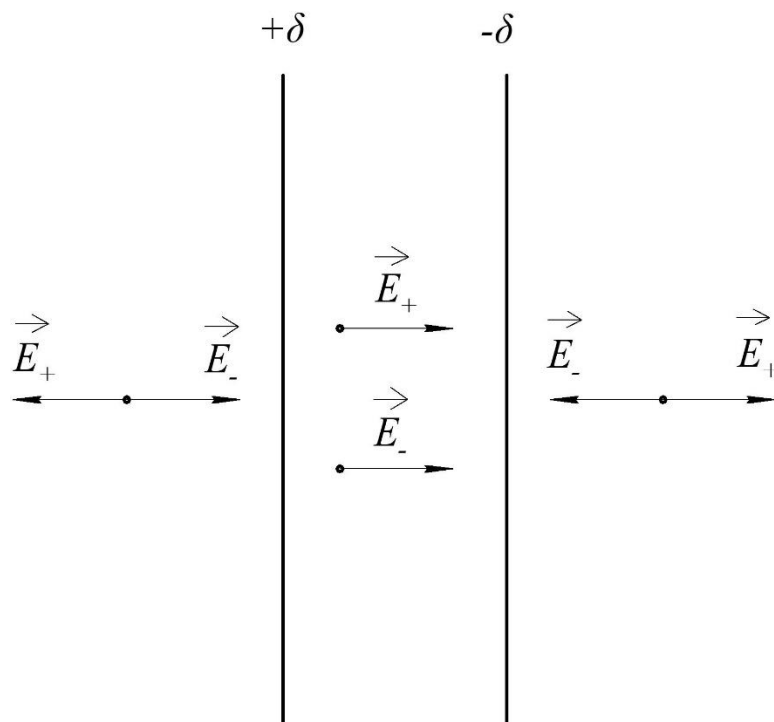


Рисунок 1.6

Уявну замкнену поверхню виберемо у вигляді циліндра висотою l і радіусом r ($r > R$), який коаксіальний зарядженій циліндричній поверхні (рис. 1.6).

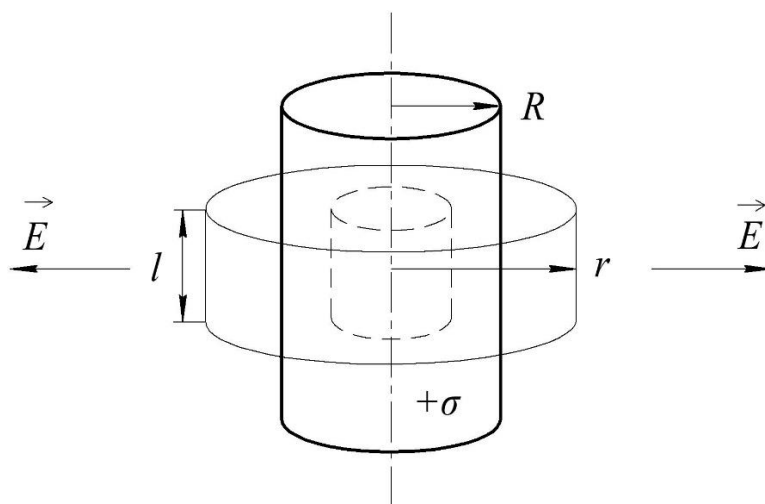


Рисунок 1.7

Для основ циліндра $\cos\alpha = 0$, а для бічної поверхні $\cos\alpha = 1$. Отже:

$$\Phi = E \cdot 2\pi r l.$$

Величина заряду в циліндрі:

$$q = \sigma \cdot 2\pi R l.$$

Запишемо теорему Гауса:

$$2\pi E r l = \frac{2\pi\sigma R l}{\epsilon_0}.$$

В результаті:

$$E = \frac{\sigma R}{\epsilon_0 r}. \quad (1.11)$$

Якщо $r < R$, то в середині уявної замкненої циліндричної поверхні електричні заряди відсутні, тому в області $r < R$ електричне поле відсутнє.

1.4. Робота сил електростатичного поля

Обчислимо роботу по переміщенню точкового заряду q_{np} в електричному полі точкового заряду q (рис. 1.8):

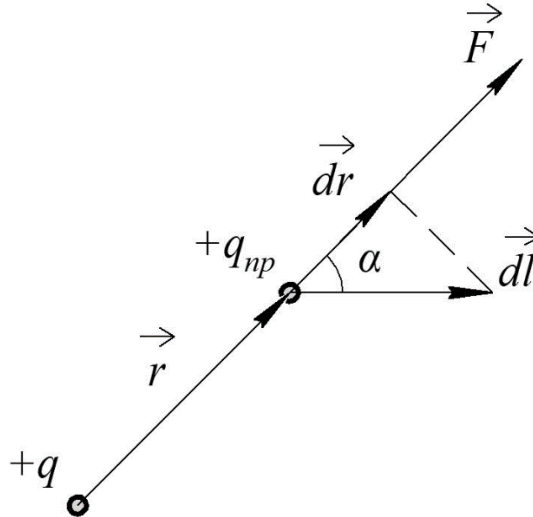


Рисунок 1.8

$$\begin{cases} dA = F \cos \alpha dl \\ F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_{np}}{r^2} \end{cases} \rightarrow dA = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_{np}}{r^2} \cos \alpha dl \rightarrow dA = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_{np}}{r^2} dr.$$

$$A = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_{np}}{r^2} dr = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_{np}}{r_1} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_{np}}{r_2}. \quad (1.12)$$

Із останнього виразу можна зробити висновок, що робота в електростатичному полі визначається початковим і кінцевим положенням точкового заряду і не залежить від траєкторії його руху (електростатичне поле є консервативним). Відповідно, робота по переміщенню електричного заряду вздовж замкненої траєкторії дорівнює нулю. Для одиничного позитивного точкового заряду це можна записати у вигляді рівняння:

$$\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0. \quad (1.13)$$

Вираз (1.13) називають *теоремою про циркуляцію вектора напруженості електричного поля*: *циркуляція вектора напруженості електростатичного поля по замкнутому контуру рівна нулю.*

Роботу сил консервативного поля можна записати як зменшення потенціальної енергії:

$$A = W_1 - W_2.$$

Порівнявши останній вираз із (1.11), отримаємо формулу для обчислення потенціальної енергії точкового заряду q_{np} в полі заряду q :

$$W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q q_{np}}{r}. \quad (1.14)$$

1.5. Потенціал електростатичного поля

Із формули (1.13) випливає, що відношення W/q_{np} визначається лише зарядом q , а, отже,

$$\varphi = \frac{W}{q_{np}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \quad (1.15)$$

є кількісною енергетичною характеристикою поля, яка має назву *потенціал*.

Потенціал φ в будь-якій точці електростатичного поля – це потенціальна енергія заряду $+1\text{Кл}$ поміщеного в цю точку поля.

Потенціал рівний роботі, яку виконують сили поля по переміщенню заряду $+1\text{Кл}$ із даної точки на нескінченність.

Розмірність потенціалу:

$$[\varphi] = \left[\frac{W}{q} \right] = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} = \text{Вольт.}$$

1В – потенціал такої точки поля в якій заряд 1Кл має потенціальну енергію 1Дж .

Якщо поле створюють декілька точкових зарядів, то потенціал результуючого поля буде рівний алгебраїчній сумі потенціалів окремих полів:

$$\varphi = \sum_{i=1}^N \varphi_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{r_i}.$$

Виходячи із означення потенціалу φ сформулюємо фізичний зміст різниці потенціалів.

Різниця потенціалів ($\varphi_1 - \varphi_2$) двох точок електростатичного поля – це робота сил поля по переміщенню заряду $+1\text{Кл}$ із однієї точки поля в іншу. Якщо відома різниця потенціалів двох точок поля, то роботу сил поля по переміщенню довільного заряду можна обчислити за формулою:

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = -q\Delta\varphi. \quad (1.16)$$

Елементарну роботу сил поля по переміщенні заряду можна обчислити двома способами (рис. 1.9):

$dA = -qd\varphi$ і $dA = qE\cos\alpha \cdot dl = qE_l \cdot dl$. Тому,

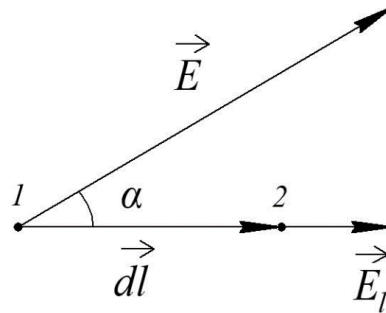


Рисунок 1.9

$$E_l = -\frac{d\varphi}{dl}.$$

Для складових напруженості поля по осям координат маємо:

$$E_x = -\frac{d\varphi}{dx}; \quad E_y = -\frac{d\varphi}{dy}; \quad E_z = -\frac{d\varphi}{dz}.$$

Зв'язок між напруженістю електричного поля і потенціалом записують у вигляді:

$$\vec{E} = -\left(\frac{d\varphi}{dx}\vec{i} + \frac{d\varphi}{dy}\vec{j} + \frac{d\varphi}{dz}\vec{z}\right) = -grad \varphi. \quad (1.17)$$

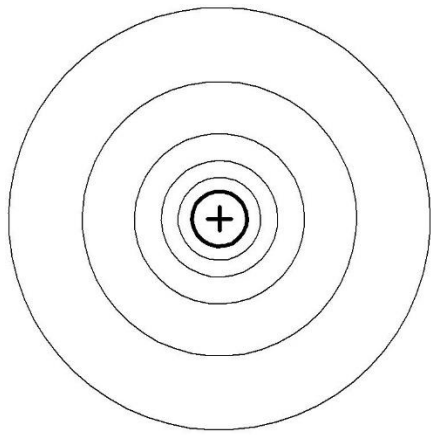
Розподіл потенціалу електростатичного поля у просторі зображують графічно у вигляді *еквіпотенціальних поверхонь*. *Еквіпотенціальна поверхня це геометричне місце точок, у яких потенціал однаковий*. Рівняння еквіпотенціальної поверхні має вигляд:

$$\varphi(x, y, z) = const.$$

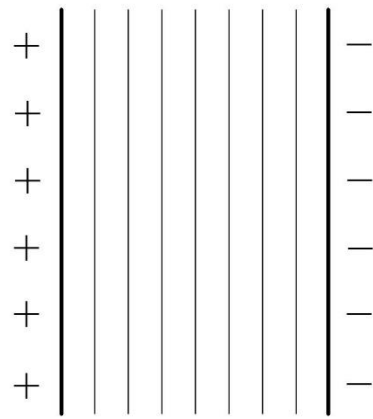
Щільність проведення еквіпотенціальних поверхонь пропорційна величині напруженості електричного поля. Найпростіші випадки проведення еквіпотенціальних поверхонь показано на рис. 1.10.

1.6. Діелектрики

Діелектрик (як і будь-яка речовина) складається з молекул. Молекула, в цілому, електрично нейтральна. Якщо замінити позитивні заряди молекули сумарним зарядом $+q$, і розмістити його в центрі тяжіння позитивних зарядів, а заряд всіх електронів – сумарним негативним зарядом $-q$, який розмістити в центрі тяжіння негативних зарядів, то молекулу можна розглядати як електричний диполь.



Центральне поле



Однорідне поле

Рисунок 1.10

Електричний диполь – сукупність двох однакових за абсолютним значенням і протилежних за знаком точкових зарядів $+q$ і $-q$, розміщених на фіксованій відстані l один від одного (рис. 1.11).

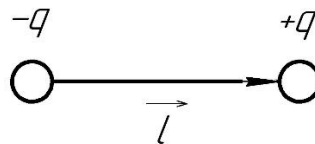


Рисунок 1.11

Величину l називають плечем диполя.

Основною характеристикою диполя є *дипольний момент* – вектор, що чисельно дорівнює добутку заряду на плече і напрямлений від негативного заряду до позитивного:

$$\vec{p} = q\vec{l}.$$

Якщо помістити диполь в однорідне електричне поле \vec{E} , то на заряди $+q$ і $-q$ будуть діяти рівні за величиною, але протилежні за знаком сили $\vec{F}(+)$ і $\vec{F}(-)$ (рис. 1.12). Ці сили розвернуть диполь таким чином, що його дипольний момент і напруженість електричного поля будуть співнаправленими.

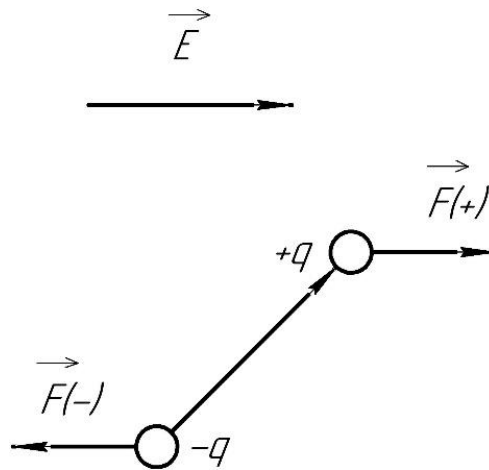


Рисунок 1.12

Орієнтуючись на особливості будови різних молекул діелектрики поділяють на три групи.

Неполярні діелектрики складаються із неполярних молекул. Неполярна молекула має симетричну будову, центри тяжіння позитивних і негативних зарядів молекули збігаються, дипольний момент молекули рівний нулю.

Полярні діелектрики складаються із полярних молекул. Полярна молекула має асиметричну будову, центри тяжіння позитивних і негативних зарядів молекули не збігаються, дипольний момент молекули не рівний нулю.

Іонні діелектрики складаються із молекул, які мають іонну будову. Іонний кристал можна розглядати як систему двох іонних підрешіток з протилежними електричними зарядами.

1.7. Поляризація діелектриків

Поляризація діелектрика – це процес орієнтації дипольних моментів молекул діелектрика у напрямку зовнішнього електричного поля. Розрізняють три види поляризації:

- *електронна* – виникнення індукованого дипольного моменту молекули за рахунок деформації електронних орбіт. Цей механізм пояснює поляризацію неполярних діелектриків;

- *орієнтаційна* – орієнтація дипольних моментів полярних молекул у напрямку електричного поля. Цей механізм поляризації характерний для полярних діелектриків;

- *іонна* – зміщення підрешітки позитивних іонів вздовж поля, а негативних - проти поля, що призводить до виникнення дипольних моментів. Цей механізм реалізується в іонних кристалах.

Коли діелектрик поляризується на його поверхні з'являються некомпенсовані електричні заряди, які називають *зв'язаними* (рис. 1.13).

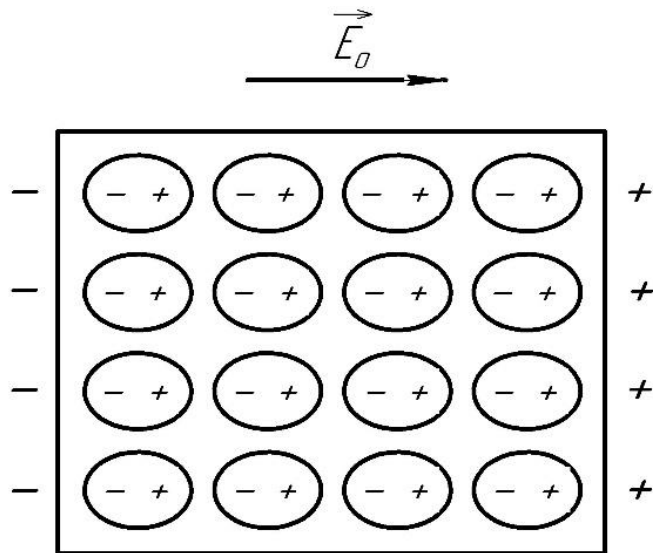


Рисунок 1.13

Отже, всередині діелектрика будуть присутніми два протилежно напрямлених електричних поля: зовнішнє поле \vec{E}_0 і поле, створене зв'язаними зарядами, \vec{E}_1 (рис. 1.14). Зв'язані заряди послаблюють зовнішнє електричне поле

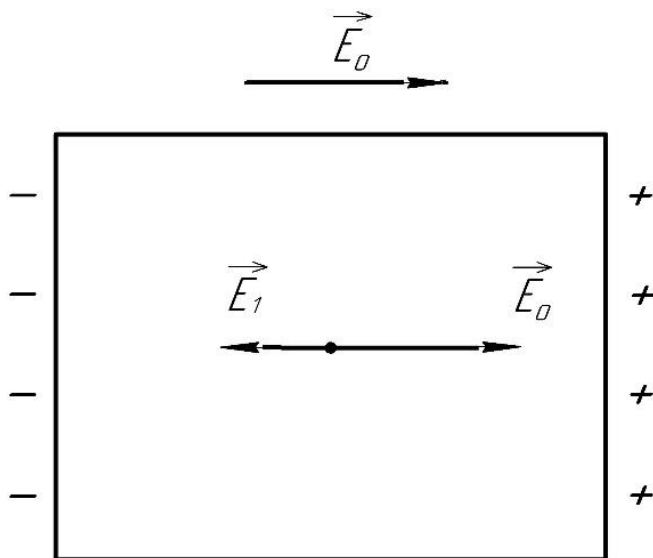


Рисунок 1.14

всередині діелектрика: $E = E_0 - E_1$ і $E < E_0$. Кількісною величиною, яка показує у скільки разів поле E всередині діелектрика менше, ніж зовнішнє поле E_0 є діелектрична проникність ϵ :

$$\boxed{\epsilon = \frac{E_0}{E}}. \quad (1.18)$$

При вимкненні зовнішнього електричного поля поляризація зникає.

1.8. Теорема Гаусса для електричного поля в діелектриках

При переході з вакууму в діелектрик напруженість електричного поля змінюється. Тому, для розрахунку електричних полів зручно замість напруженості електричного поля використовувати таку характеристику електричного поля як *вектор електричного зміщення* \vec{D} , який, для електрично ізотропного середовища, визначається рівнянням:

$$\boxed{\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}}. \quad (1.19)$$

Значення електричного зміщення ($D = \varepsilon_0 E_0$) не змінюється при переході через межу діелектрика і визначається лише вільними зарядами:

$$\begin{cases} D = \varepsilon \varepsilon_0 E \\ E = \frac{E_0}{\varepsilon} \end{cases} \rightarrow D = \varepsilon_0 E_0,$$

де E_0 – напруженість поля у вакуумі, а E – напруженість поля в діелектрику.

Напишемо теорему Гауса для вакууму (1.7):

$$\oint_S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_i q_i \rightarrow \oint_S \varepsilon_0 E_n dS = \sum_i q_i \rightarrow \oint_S D_n dS = \sum_i q_i.$$

Теорема Гауса у вигляді

$$\boxed{\oint_S D_n dS = \sum_i q_i} \quad (1.20)$$

справедлива як для вакууму, так і для діелектрика: *потік вектора зміщення електростатичного поля в діелектрику через довільну замкнену поверхню рівний алгебраїчній сумі вільних електричних зарядів всередині цієї поверхні.*

1.9. Сегнетоелектрики

Існують речовини, у яких поляризація виникає при відсутності зовнішнього електричного поля. Це явище було вперше виявлено у сегнетовій солі, тому речовини з подібними властивостями отримали назву *сегнетоелектриків*.

Сегнетоелектрики відрізняються від інших діелектриків рядом характерних особливостей:

1. Надзвичайно велике значення діелектричної проникності (порядку кількох тисяч).

2. Діелектрична проникність залежить від напруженості електричного поля.

3. При циклічних змінах електричного поля зміна поляризованості діелектрика відстає від зміни електричного поля. *Поляризованість* P – *дипольний момент одиниці об'єму діелектрика*.

Графічна залежність поляризованості P від напруженості поля E має вигляд (рис. 1.15), який називають *петлею гістерезису* (від грецького

«гістерезис» – запізнення). При першому увімкненні поля поляризованість зростає у відповідності з кривою 1, зменшення P іде по кривій 2. При перетворенні E в нуль речовина залишається поляризованою. P_r називають *залишковою поляризованістю*. Лише під дією протилежно напрямленого поля напруженістю E_c поляризованість стає рівною нулю. Напруженість E_c називається *коерцитивною силою*. Подальшій зміні поляризованості відповідає крива 3.

Сегнетоелектриками можуть бути лише кристалічні речовини, причому такі, у яких відсутній центр симетрії. Взаємодія частинок в кристалі сегнетоелектрика приводить до того, що їх дипольні моменти спонтанно (самовільно) орієнтуються в одному напрямку. У виключних випадках однакова орієнтація дипольних моментів розповсюджується на увесь кристал. Зазвичай же в кристалі виникають області, в межах кожної з яких дипольні моменти паралельні один до одного, проте напрямки поляризації областей різні і результуючий момент всього кристалу може бути рівним нулю. Области спонтанної поляризації називають *доменами*. Під дією зовнішнього поля моменти всіх доменів орієнтуються в напрямку зовнішнього поля, що забезпечує високу ступінь поляризації діелектрика.

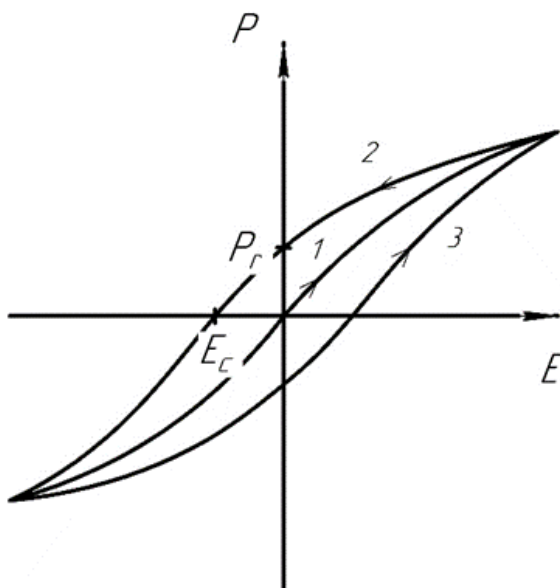


Рисунок 1.15

Завдяки великому значенню діелектричної проникності сегнетоелектрики використовують при виготовленні приладів електроніки, але при цьому слід мати на увазі, що існує температура, при якій сегнетоелектричні властивості втрачаються. Цю температуру називають *точкою Кюрі*. Сегнетова сіль має дві точки Кюрі: $-15\text{ }^{\circ}\text{C}$ і $+22,5\text{ }^{\circ}\text{C}$, причому вона веде себе як сегнетоелектрик лише у вказаному температурному інтервалі. При температурі нижче $-15\text{ }^{\circ}\text{C}$ і вище $+22,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ сегнетова сіль має властивості звичайного діелектрика.

1.10. П'єзоелектрики

В 1880 році брати П'єр і Жак Кюрі виявили, що деякі кристали при стисненні (чи розтягуванні) поляризуються. Це явище одержало назву *прямого п'єзоелектричного ефекту*.

П'єзоелектричний ефект спостерігається у іонних кристалах. Поляризація кристала відбувається внаслідок відносного зміщення підґраток позитивних і негативних іонів при механічній деформації.

Для практичного використання із кристалу вирізають пластинку, а протилежні грані пластинки покривають шаром металу, створюючи плоский конденсатор. При деформації кристалу на такому конденсаторі з'являється електрична напруга.

Обернений п'єзо ефект полягає в деформації кристалу при дії електричного поля. При подачі змінної електричної напруги на металеві обкладки пластинки п'єзоелектрика в ній виникають вимушені механічні коливання. Ці коливання будуть особливо інтенсивними, коли частота змінної напруги співпаде з власною частотою коливань пластинки. Такі налаштовані на резонанс п'єзоелектричні пластинки використовуються, зокрема, для стабілізації частоти генераторів електричних коливань в радіотехніці.

Практичне застосування п'єзо ефекту дуже широке, наприклад: манометри, датчики в автоматиці, мікрофони, випромінювачі і датчики ультразвукових хвиль.

1.11. Провідники в електростатичному полі

Провідником називають речовину, яка містить велику кількість вільних заряджених частинок, завдяки чому речовина добре проводить електричний струм. Прикладом провідників є метали. Завдяки незначній енергії іонізації від кожного атома металу відокремлюється електрон і стає вільним. Вільні електрони узагальнюються кристалом і можуть переміщуватися по кристалу. Металевий кристал можна розглядати як кристалічну ґратку, що складається із позитивно заряджених іонів, занурену у негативно заряджений «електронний газ».

При відсутності електричного поля вільні електрони рівномірно розподілені по всьому об'єму металу. При внесенні металу в зовнішнє електричне поле E_0 вільні електрони будуть переміщуватися під дією сил цього електричного поля. В результаті, на протилежних поверхнях провідника утворяться різнойменні однакові за величиною електричні заряди. Ці заряди називаються *індукованими*. *Явище перерозподілу зарядів провідника в зовнішньому електростатичному полі називається електростатичною індукцією*. Всередині металу напруженість поля стане рівною нулю, оскільки електричне поле E_1 , створене індукованими зарядами, повністю компенсує зовнішнє електричне поле E_0 , ($E_1 - E_0 = 0$) (рис. 1.16).

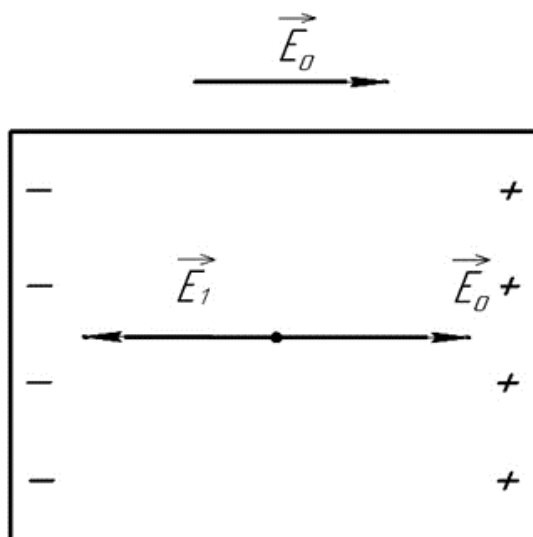


Рисунок 1.16

Явище електростатичної індукції використовують щоб захистити прилади від впливу зовнішніх електростатичних полів. Наприклад, для захисту може бути використана густа металева сітка, яка, до речі, є ефективною при наявності не тільки постійних, але і змінних електричних полів.

1.12. Електрична ємність провідника. Конденсатор

Потенціал φ електричного поля зарядженого провідника пропорційний величині заряду q провідника: $q = C \cdot \varphi$, де коефіцієнт пропорційності C називається *електроємністю провідника*, або просто *ємністю*.

$$C = \frac{q}{\varphi} \quad (1.21)$$

Ємність залежить від форми та розмірів провідника і вимірюється у *фарадах* (Φ). 1Φ – ємність такого провідника, потенціал якого змінюється на $1В$, при наданні цьому провіднику заряду $1Кл$.

Якщо до зарядженого провідника наблизити інше тіло, то на ближній до провідника поверхні тіла (внаслідок електричної індукції, чи поляризації) виникнуть електричні заряди протилежного знаку. Ці індуковані, чи зв'язані заряди зменшать потенціал провідника і, відповідно, збільшать його електроємність. Цей факт було використано для створення *конденсаторів* - пристроїв, які мають велику ємність.

Конденсатор складається із двох металевих обкладок, простір між якими заповнений діелектриком. Обкладкам надають такої форми, щоб електричне поле зарядженого конденсатора було зосереджене між обкладками. Цю умову задовольняють: дві паралельні площини, два коаксіальні циліндри, дві концентричні сфери. Тому, конденсатори поділяють на плоскі, циліндричні і сферичні.

Обкладки конденсатора заряджають однаковими за величиною (q) і протилежними за знаком зарядами. Для будь-якого конденсатора справедлива формула:

$$\boxed{C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}}, \quad (1.22)$$

де C – ємність конденсатора; $(\varphi_1 - \varphi_2)$ – різниця потенціалів між обкладками.

Обчислимо ємність плоского конденсатора, у якого площа пластини S , а відстань між пластинами d . Якщо діелектрична проникність речовини, що знаходиться між пластинами конденсатора ε , а поверхнева густина зарядів на пластинках σ , то напруженість електричного поля конденсатора, враховуючи (1.10), буде рівна:

$$E = \frac{\delta}{\varepsilon\varepsilon_0}.$$

Розглянемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} \varphi_1 - \varphi_2 = Ed \\ E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} \\ q = \sigma S \end{cases} \rightarrow q = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d} \cdot (\varphi_1 - \varphi_2).$$

Отже, ємність плоского конденсатора обчислюється за формулою

$$\boxed{C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}}. \quad (1.23)$$

1.13. З'єднання конденсаторів

Паралельне з'єднання (рис. 1.17).

При паралельному з'єднанні різниця потенціалів ($\varphi_A - \varphi_B$) на обкладках конденсаторів однакова, а заряд батареї конденсаторів рівний сумі зарядів конденсаторів. Згідно з (1.22) отримаємо:

$$\sum_{i=1}^N q_i = (\varphi_A - \varphi_B) \cdot \sum_{i=1}^N C_i \rightarrow \frac{\sum_{i=1}^N q_i}{\varphi_A - \varphi_B} = \sum_{i=1}^N C_i.$$

Отже, ємність батареї конденсаторів з'єднаних паралельно обчислюють за формулою:

$$\boxed{C = \sum_{i=1}^N C_i}. \quad (1.24)$$

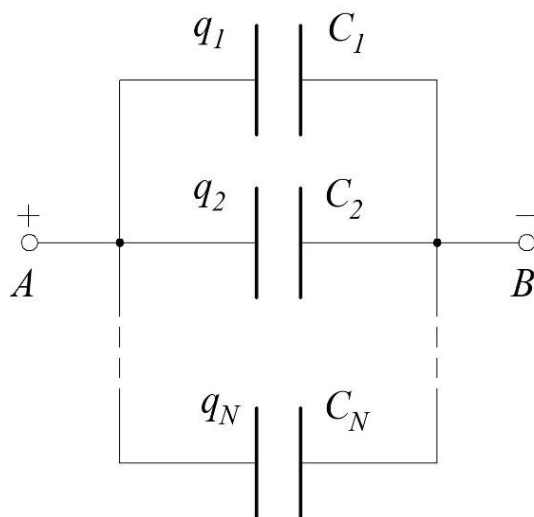


Рисунок 1.17

Послідовне з'єднання (рис. 1.18).

При послідовному з'єднанні заряд на всіх конденсаторах однаковий і рівний заряду батареї, а різниця потенціалів на батареї рівна сумі різниць потенціалів на окремих конденсаторах. Згідно з (1.22) отримаємо:

$$\sum_{i=1}^N \Delta\varphi_i = q \cdot \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i} \rightarrow \frac{\Delta\varphi_{AB}}{q} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}.$$

Отже, ємність батареї конденсаторів з'єднаних послідовно обчислюють за формулою:

$$\boxed{\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i}}. \quad (1.25)$$

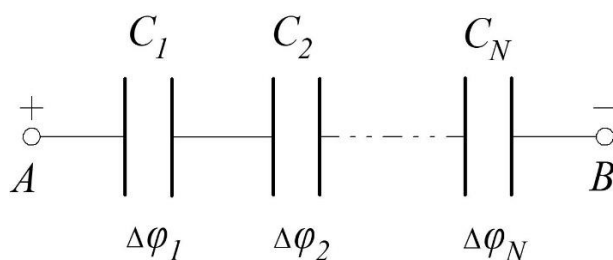


Рисунок 1.18

1.14. Енергія електричного поля

Між обкладками зарядженого конденсатора існує електричне поле. Енергія цього електричного поля рівна роботі, яку потрібно виконати, щоб зарядити конденсатор.

Елементарна робота dA по перенесенню електричного заряду $+dq$ із негативно зарядженої обкладки конденсатора на позитивно заряджену обкладку буде рівна:

$$dA = (\varphi_1 - \varphi_2)dq = \frac{q dq}{C},$$

де $(\varphi_1 - \varphi_2)$ – різниця потенціалів між обкладками конденсатора, C – електрична ємність конденсатора. Обчислимо роботу зовнішніх сил по збільшенню заряду конденсатора від 0 до q :

$$A = \int_0^q \frac{q dq}{C} = \frac{q^2}{2C}.$$

Отже, враховуючи (1.22) електричну енергію зарядженого конденсатора можна обчислити за формулами:

$$\boxed{W = \frac{q^2}{2C} = \frac{C(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{2} = \frac{q(\varphi_1 - \varphi_2)}{2}}. \quad (1.26)$$

Напишемо формулу енергії конденсатора в іншому вигляді:

$$\left\{ \begin{array}{l} W = \frac{C(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{2} \\ C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d} \\ \Delta\varphi = Ed \end{array} \right. \rightarrow W = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} \cdot Sd = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} \cdot V,$$

де V – об'єм конденсатора. Поле в плоскому конденсаторі можна вважати однорідним, а, отже, можна визначити об'ємну густину енергії електричного поля:

$$\boxed{\omega = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{ED}{2}}, \quad (1.27)$$

де враховано (1.19).

2. Постійний електричний струм

2.1. Електричний струм

При створенні в провіднику електричного поля рухомі носії заряду набудуть впорядкованого руху: q^+ – в напрямку напруженості поля, q^- в протилежному напрямку. *Впорядкований рух заряджених частинок називається електричним струмом.* За напрямок струму вибрали напрямок руху позитивно заряджених частинок.

Кількісною характеристикою струму є *сила струму* I – скалярна фізична величина, яка рівна заряду, що протікає через поперечний переріз провідника за одну секунду:

$$\boxed{I = \frac{dq}{dt}}. \quad (2.1)$$

Одиницею сили струму I є *ампер* (А).

В загальному випадку електричний струм може бути нерівномірно розподілений по площі поперечного перерізу провідника. Для більш детального опису струму використовують вектор *густини струму*:

$$\vec{j} = \frac{dI}{dS_{\perp}} \cdot \frac{\vec{v}}{v}, \quad (2.2)$$

де dS_{\perp} - елемент площі перпендикулярний до напрямку швидкості \vec{v} додатних зарядів.

2.2. Джерела струму

Якщо на кінцях провідника створити різницю потенціалів, то переміщення вільних носіїв заряду приведе до вирівнювання потенціалів і струм припиниться. Щоб підтримувати постійний струм, потрібно від кінця провідника з меншим потенціалом переносити позитивні заряди до кінця з більшим потенціалом проти сил електростатичного поля. Це можливо лише за допомогою сил неелектростатичного походження, які називають *сторонніми силами*. Природа сторонніх сил може бути різною. Наприклад, в гальванічних елементах вони виникають за рахунок енергії хімічних реакцій між електродами і електролітами; в генераторі – за рахунок механічної енергії обертання ротора генератора. *Пристрій, який створює і підтримує різницю потенціалів за рахунок роботи сил неелектростатичного походження називають джерелом струму.*

Кількісною характеристикою джерела струму є *електрорушійна сила (ЕРС) \mathcal{E}* :

$$\mathcal{E} = \frac{A}{q}. \quad (2.3)$$

ЕРС – робота сторонніх сил по переміщенню одиничного позитивного заряду.

ЕРС має такий же фізичний зміст, як і різниця потенціалів, тому вимірюється у вольтах. Якщо електричне коло розімкнене, ЕРС джерела рівна різниці потенціалів на його клеммах.

Фізична величина, яка рівна роботі, яку виконують електростатичні і сторонні сили на ділянці кола по переміщенню одиничного позитивного заряду називається напругою U на цій ділянці кола:

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}. \quad (2.4)$$

2.3. Закон Ома

Німецький фізик Г. Ом експериментально встановив важливе співвідношення між силою струму I і напругою U на кінцях провідника:

$$I = \frac{U}{R}. \quad (2.5)$$

Рівняння (2.5) виражає *закон Ома для ділянки кола*, де R – електричний опір провідника. Закон Ома визначає одиницю вимірювання електричного опору:

$$10\text{м} = \frac{1\text{В}}{1\text{А}}.$$

Опір R однорідного лінійного провідника довжиною l і площею поперечного перерізу S обчислюють за формулою:

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (2.6)$$

де ρ – *питомий електричний опір* матеріалу, з якого виготовлений провідник.

Використовуючи (2.5) і (2.6) закон Ома можна записати у іншому вигляді:

$$\frac{I}{S} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{U}{l} \rightarrow \boxed{\vec{j} = \sigma \vec{E}}, \quad (2.7)$$

де \vec{j} – густина струму, \vec{E} – напруженість електричного поля у провіднику. Вираз (2.7) називають *законом Ома в диференціальній формі*.

Якщо електричне коло замкнене (рис. 2.1), то записують *закон Ома для повного кола*:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}, \quad (2.5)$$

де r – внутрішній опір джерела.

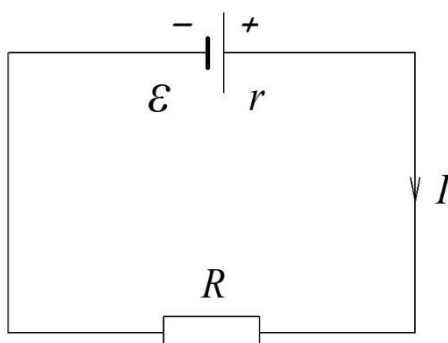


Рисунок 2.1

Дослід показує, що залежність питомого опору від температури описується лінійним законом:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t), \quad (2.8)$$

де α – температурний коефіцієнт опору.

2.4. Правила Кірхгофа

В електричному колі провідники можна з'єднати між собою двома способами: послідовно і паралельно. Правила таких з'єднань наведено на рис. 2.2.

Послідовне з'єднання провідників	Паралельне з'єднання провідників
----------------------------------	----------------------------------

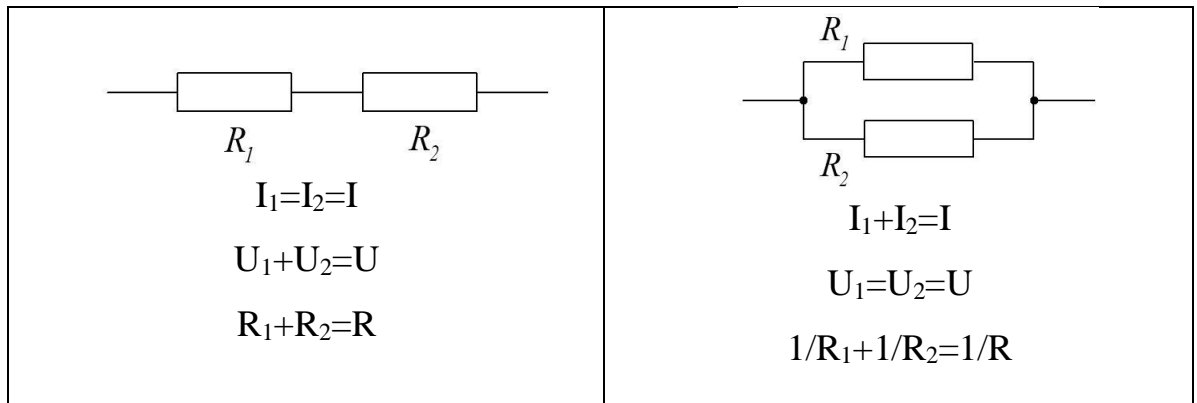


Рисунок 2.2

Використовуючи закон Ома та закон збереження електричного заряду Кірхгоф сформулював два правила, які спрощують розрахунок розгалужених електричних кіл, що містять декілька замкнених контурів.

Перше правило Кірхгофа. *Алгебраїчна сума струмів, які сходяться у вузлі, рівна нулю:*

$$\boxed{\sum_k I_k = 0.} \quad (2.9)$$

Вузлом називається точка розгалуження кола, в якій сходяться не менше ніж три провідника зі струмом. При записі першого правила Кірхгофа використовують правило знаків: струм який тече до вузла додатній, а струм який тече від вузла – від’ємний. Наприклад, для рис. 2.3 перше правило Кірхгофа запишеться так:

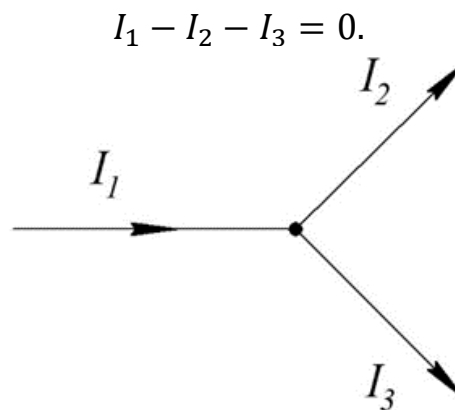


Рисунок 2.3

Друге правило Кірхгофа. Розглянемо контур, який складається із трьох ділянок (рис. 2.4).

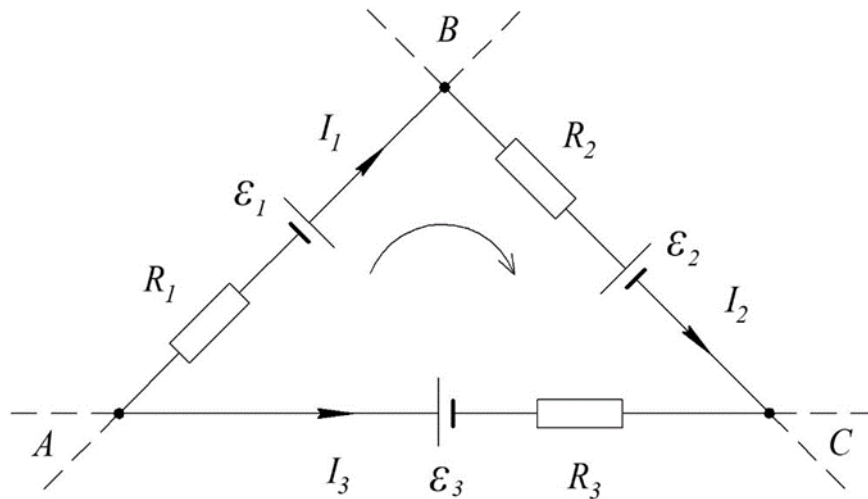


Рисунок 2.4

Виберемо напрямок обходу контуру за годинниковою стрілкою. Напрямок струму вважається додатнім, якщо він співпадає з напрямком обходу контуру. Додатними є джерела струму, які намагаються створити струм у напрямку обходу контуру. Напишемо закон Ома для ділянок контуру:

$$\begin{cases} I_1 R_1 = \varphi_A - \varphi_B + \varepsilon_1 \\ I_2 R_2 = \varphi_B - \varphi_C - \varepsilon_2 \\ -I_3 R_3 = \varphi_C - \varphi_A + \varepsilon_3 \end{cases}$$

При додаванні цих рівнянь потенціали скорочуються:

$$I_1 R_1 + I_2 R_2 - I_3 R_3 = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3.$$

Отримане рівняння виражає *друге правило Кірхгофа* для замкненого контуру:

$$\boxed{\sum_i I_i R_i = \sum_k \varepsilon_k}. \quad (2.10)$$

Під час розрахунку складних електричних кіл із застосуванням правил Кірхгофа необхідно:

1. Вибрати довільний напрямок струмів на всіх ділянках контуру. Дійсний напрямок струму визначається в результаті розв'язання задачі: якщо отримуємо значення струму зі знаком мінус, то дійсний напрямок струму буде протилежним до вибраного.

2. Вибрати напрямок обходу контуру і порівнювати із ним напрямок струмів і напрямок увімкнення джерел струму.

3. Згідно із правилами Кірхгофа написати таку кількість рівнянь, яка буде рівна кількості невідомих величин.

2.5. Робота і потужність струму

Якщо до кінців провідника з електричним опором R прикласти напругу U , то через поперечний переріз провідника за час t протече заряд $q = It$. Враховуючи, що напруга визначається, як робота сил поля по переміщенню одиничного позитивного заряду, роботу струму обчислюють за формулою:

$$A = Uq = UIt = I^2Rt = \frac{U^2}{R}t. \quad (2.11)$$

Робота струму обчислюється у джоулях, а потужність $P = A/t$ – у ватах.

На практиці також використовують позасистемну одиницю роботи струму – кіловат-годину ($\text{кВт}\cdot\text{год}$). $1 \text{ кВт}\cdot\text{год}$ – робота потужністю 1 кВт на протязі 1 години. $1 \text{ кВт}\cdot\text{год} = 1000 \text{ Вт}\cdot 3600 \text{ с} = 3,6\cdot 10^6 \text{ Дж}$.

У випадку, коли металевий провідник нерухомий, вся робота струму іде на нагрівання провідника. Кількість теплоти, яка виділяється при протіканні струму у провіднику визначається законом Джоуля-Ленца:

$$Q = I^2Rt. \quad (2.12)$$

Якщо сила струму змінюється з часом, то кількість теплоти, яка виділяється за час t , обчислюється за формулою:

$$Q = \int_0^t I^2Rdt.$$

2.6. Класична електронна теорія провідності металів

Класична (у розумінні неквантова) електронна теорія провідності металів створена в 1900 р. німецьким фізиком П. Друде. Ідеї Друде розвинув далі Х. Лоренц, створивши досконалішу теоретичну основу. У своїй теорії П. Друде виходив із припущення, що висока електропровідність металів зумовлена великою кількістю носіїв заряду – електронів, які хаотично переміщаються в об'ємі металу. Існування вільних електронів в металах можна пояснити наступним чином: при утворенні кристалічної решітки металу (в результаті зближення ізольованих атомів) валентні електрони, порівняно слабо пов'язані з атомними ядрами, відриваються від атомів металу, стають «вільними» і можуть переміщатися по всьому об'єму. Таким чином, в вузлах кристалічної решітки розташовуються іони металу, а між ними хаотично рухаються вільні електрони, утворюючи своєрідний електронний газ, що володіє, згідно електронної теорії металів, властивостями ідеального газу.

При накладанні зовнішнього електричного поля на металевий провідник крім теплового руху електронів виникає їх впорядкований рух, тобто виникає електричний струм. Розрахунки показують, що середня швидкість упорядкованого руху електронів, значно менша їх швидкості теплового руху. Надзвичайно мала швидкість упорядкованого руху електронів порівняно зі швидкістю їх теплового руху при звичайних температурах пояснюється дуже частими зіткненнями електронів з іонами кристалічної ґратки. Як же узгоджується дуже мала дрейфова швидкість електронів, яка зумовлює електричний струм у металі, з практично миттєвою передачею електричних, наприклад телефонних, сигналів по провідниках на величезні відстані? При замиканні протяжного електричного кола в провіднику створюється

електричне поле, яке поширюється зі швидкістю світла $c = 3 \cdot 10^8$ м/с. З такою швидкістю поширюються будь-які зміни електричного поля. Тому впорядкований рух електронів під дією електричного поля виникає на всій довжині кола практично одночасно з подачею сигналу.

В основу класичної електронної теорії провідності металів покладено такі положення:

1. Метал як кристалічне тверде тіло є системою позитивних іонів і вільних електронів. Кристалічну ґратку утворюють розташовані правильними і жорсткими рядами іони, які здійснюють теплові коливання навколо положення рівноваги (вузлів кристалічної ґратки). В середині іонної ґратки хаотично рухаються електрони, створюючи електронний газ.

2. Електронний газ вважається ідеальним газом, взаємодією між електронами можна знехтувати, враховується тільки взаємодія електронів з іонами ґратки. Електронний газ перебуває в термодинамічній рівновазі з іонною ґраткою.

3. Електронний газ підлягає законам одноатомного ідеального газу.

4. Внаслідок хаотичного руху електронів у разі відсутності електричного поля в металі немає домінуючого напрямку переміщення зарядів. В електричному полі всередині металу на тепловий рух електронів накладається впорядкований рух у напрямі, протилежному до напрямку напруженості поля.

5. Електрон набуває енергії впорядкованого руху під дією зовнішнього електричного поля тільки на шляху вільного пробігу. Між електроном та іоном відбувається непружні зіткнення, і електрон передає іонній ґратці енергію впорядкованого руху, внаслідок чого виділяється джоулева теплота і метал нагрівається.

Основне завдання електронної теорії провідності металів полягає у теоретичному обґрунтуванні основних законів постійного струму, установлених експериментально і поясненні властивостей металів.

Пояснення закону Ома. Спочатку напишемо закон Ома в диференціальній формі, розглянувши провідник циліндричної форми довжиною l і площею поперечного перерізу S :

$$I = \frac{U}{R} \rightarrow I = \frac{El}{\rho \bar{S}} \rightarrow \frac{I}{S} = \frac{E}{\rho} \rightarrow \boxed{\vec{j} = \lambda \vec{E}}, \quad (2.13)$$

де $j = I/S$ – густина струму, $\lambda = 1/\rho$ – питома електропровідність, E – напруженість електричного поля.

Будемо вважати, що вільний електрон знаходиться в однорідному електричному полі напруженістю E . Тоді на електрон діятиме сила eE і він рухатиметься з прискоренням eE/m . На момент зіткнення з іоном решітки електрон набуде швидкості $v_{max} = \frac{eE}{m} \tau$, де τ – середній час вільного пробігу електрона (час між двома послідовними зіткненнями електрона із іонами решітки).

Швидкість електрона з часом збільшується по лінійному закону. Тому середнє значення швидкості напрямленого руху електрона буде рівним половині максимального значення швидкості: $v_{cp} = \frac{eE}{2m} \tau$.

З іншого боку заряд q , який пройшов через поперечний переріз S провідника за час t , – це заряд, що знаходиться в об'ємі $V = S \cdot v_{cp} \cdot t$ (рис. 2.5).

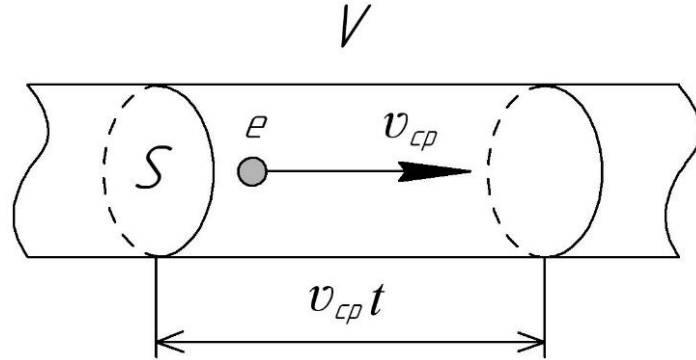


Рисунок 2.5

Тобто, $q = nV = n \cdot S \cdot v_{cp} \cdot t$, де n – концентрація вільних електронів у металі.

Отже:

$$I = \frac{q}{t} = nSv_{cp} = \frac{nSe^2E}{2m} \tau \rightarrow j = \frac{I}{S} = \frac{ne^2\tau}{2m} E,$$

а це і є закон Ома в диференціальній формі, де $\lambda = \frac{nSe^2\tau}{2m}$ – питома електропровідність.

2.7. Робота виходу електронів з металу

Як показує дослід, вільні електрони при звичайних температурах практично не залишають метал. Причиною є наявність в поверхневому шарі металу затримуючого електричного поля, яке перешкоджає вильоту електронів з металу в навколишній вакуум. Розглянемо механізм виникнення затримуючого електричного поля.

В тому місці, яке електрон покинув, виникає надлишковий позитивний заряд і електрон притягується до цього позитивного заряду. Окремі електрони, залишаючи метал, віддаляються від нього на відстані близько атомних і створюють тим самим над поверхнею металу «електронну хмару», щільність якого швидко зменшується з відстанню.

Ця хмара разом з зовнішнім шаром позитивних іонів решітки утворює подвійний електричний шар, який перешкоджає виходу вільних електронів з металу.

Отже, електрон при вильоті з металу повинен подолати затримуюче його електричне поле подвійного шару. Різниця потенціалів $\Delta\phi$ в цьому шарі, визначає роботу виходу A електрона з металу:

$$A = \Delta\phi \cdot e,$$

де e - заряд електрона.

Роботу виходу вимірюють в *електрон-вольтах (eV)*: $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$.

2.8. Термоелектронна емісія

Якщо надати вільним електронам металу енергію, необхідну для виконання роботи виходу, то вони будуть вилітати з металу. Це явище називається *електронною емісією*. *Термоелектронна емісія* – це випускання електронів нагрітими металами. Концентрація вільних електронів в металах досить висока, тому навіть при нормальних умовах внаслідок розподілу електронів за швидкостями деякі електрони мають енергію, достатню для подолання потенціального бар'єру на поверхні металу. З підвищенням температури число електронів, кінетична енергія теплового руху яких більша роботи виходу, зростає і явище термоелектронної емісії стає помітним.

Закономірності термоелектронної емісії можна дослідити за допомогою найпростішої двохелектродної лампи - *вакуумного діода*, який представляє собою відкачаний балон, що містить два електроди: катод k і анод a . В найпростішому випадку катодом служить нитка з тугоплавкого металу (наприклад, вольфраму), яка розігрівається електричним струмом. Анод найчастіше має форму металевого циліндра, що оточує катод.

Якщо діод увімкнути в електричне коло, як це показано на рис. 2.6, то розігрітий катод буде випромінювати електрони і в колі виникне струм. Електричне поле між електродами сприяє перельоту електронів з катода на анод. При зміні полярності батареї B_a струм припиняється, як би сильно катод не розігрівали. Протилежне електричне поле між електродами буде повертати електрони на катод.

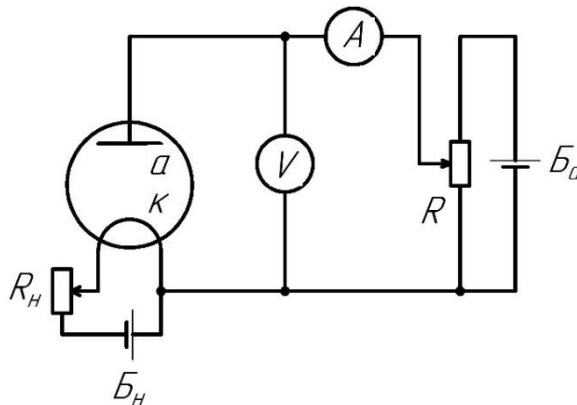


Рисунок 2.6

Якщо підтримувати температуру розжареного катода постійною і зняти залежність анодного струму I_a від анодної напруги U_a , то отримаємо *вольт-амперну характеристику* (рис. 2.7). Як бачимо вона нелінійна, тобто для вакуумного діода закон Ома не виконується. Це пояснюється наявністю біля поверхні катода електронної хмаринки, яка спотворює лінійний розподіл потенціалу електричного поля між електродами.

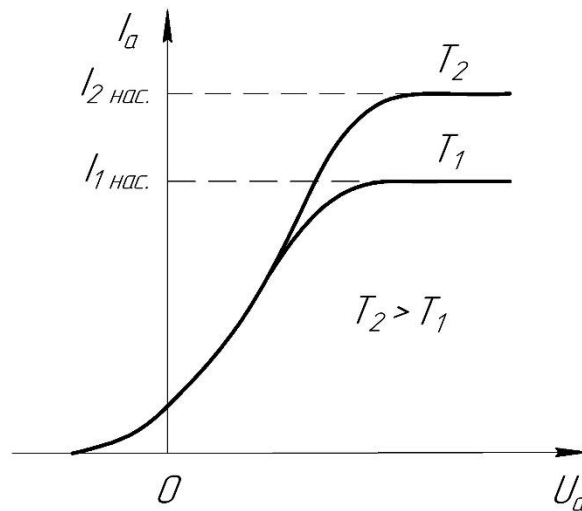


Рисунок 2.7

Залежність термоелектронного струму I від анодної напруги в області малих позитивних значень U_a описується законом трьох других Богуславського-Ленгмюра:

$$I = BU_a^{\frac{3}{2}},$$

де B - коефіцієнт, що залежить від форми і розмірів електродів, а також їх взаємного розташування.

При збільшенні анодної напруги струм зростає до деякого максимального значення, яке називають струмом насичення $I_{нас.}$. Це означає, що практично всі електрони, які залишають катод, досягають анода, тому подальше збільшення електричного поля не може привести до збільшення термоелектронного струму. Струм насичення характеризує емісійну здатність катода. При підвищенні температури катода (T_k) його емісійна здатність зростає.

Явище термоелектронної емісії лежить в основі механізму створення електронного потоку у вакуумі, який використовується в таких приладах як вакуумна електронна лампа, рентгенівська трубка, електронний мікроскоп і т. п. Зокрема, електронний промінь використовують для обробки матеріалів.

3. Магнітне поле

3.1. Магнітна індукція. Закон Ампера

Французький вчений Ампер в 1820 р. відкрив взаємодію між собою провідників, якщо по ним пропустити електричний струм. При цьому співнаправлені струми притягуються один до одного, а протилежно направлені струми – відштовхуються один від одного.

Причина виникнення сил взаємодії полягає в появі навколо провідників зі струмом *магнітного поля*. Джерелом магнітного поля є електричний струм. Наявність магнітного поля проявляється через силову дію на внесені в поле провідники зі струмом.

Магнітна дія нескінченно малого відрізка провідника dl зі струмом залежить від добутку $(I \cdot d\vec{l})$, де I – сила струму, $d\vec{l}$ – вектор, який напрямлений в сторону протікання струму. Цей добуток називають *елементом струму*. Поняття елемента струму в законах магнітної взаємодії відіграє таку ж роль, як і поняття точкового заряду в законах електричної взаємодії.

Здатність магнітного поля викликати появу механічної сили, що діє на елемент струму кількісно характеризується *вектором магнітної індукції* \vec{B} , який є аналогом вектору напруженості електричного поля. Ампер встановив, що сила $d\vec{F}$, з якою магнітне поле діє на елемент струму рівна:

$$\boxed{d\vec{F} = I[d\vec{l}, \vec{B}]}. \quad (3.1)$$

Співвідношення (3.1) носить назву *закон Ампера*. Напрямок сили Ампера визначають за правилами векторного добутку. Модуль сили Ампера обчислюється за формулою:

$$\boxed{dF = IBdlsina}, \quad (3.2)$$

де α – кут між векторами $d\vec{l}$ і \vec{B} . Закон Ампера визначає одиницю вимірювання магнітної індукції:

$$B = \frac{dF}{I dl} \rightarrow [B] = \frac{H}{A \cdot m} = \text{Тл (тесла)}.$$

1 Тл – магнітна індукція такого однорідного магнітного поля, яке діє із силою 1 Н на кожен метр довжини прямолінійного провідника, розміщеного перпендикулярно напрямку поля, якщо по провіднику протікає струм в 1 А .

Магнітне поле зображують лініями магнітної індукції – лініями, дотичні до яких визначають напрямок вектора магнітної індукції.

На рис. 3.1 наведено приклад ліній магнітної індукції поля прямолінійного провідника зі струмом.

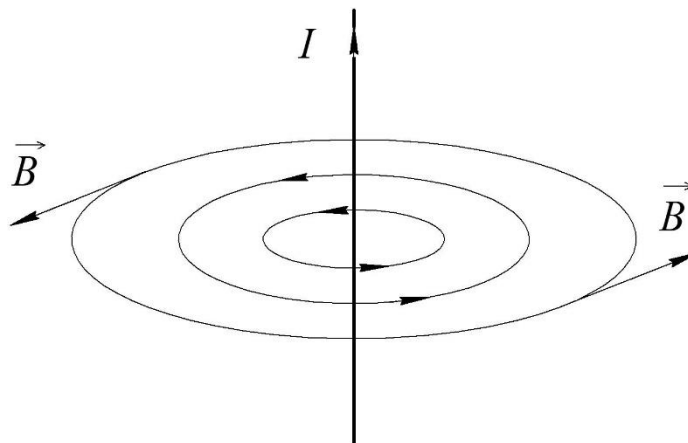


Рисунок 3.1

3.2. Закон Біо-Савара-Лапласа

Закон Біо-Савара-Лапласа – це формула (3.3), яка визначає індукцію поля, створеного елементом струму:

$$\boxed{\vec{dB} = \frac{\mu_0 I [d\vec{l}, \vec{r}]}{4\pi r^3}}, \quad (3.3)$$

де \vec{r} – радіус-вектор проведений від елемента струму до точки спостереження, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{А/м}$ – магнітна стала. Модуль магнітної індукції обчислюється за формулою:

$$\boxed{dB = \frac{\mu_0 I dl \sin\alpha}{4\pi r^2}}, \quad (3.4)$$

де α – кут між векторами $d\vec{l}$ і \vec{r} .

Для магнітного поля, як і для електричного, справедливий *принцип суперпозиції*: якщо магнітне поле створюють кілька елементів струму, то індукція результуючого поля буде рівна векторній сумі індукцій окремих полів:

$$\boxed{\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i}. \quad (3.5)$$

Використовуючи закон Біо-Савара-Лапласа і принцип суперпозиції розраховують конкретні магнітні поля.

Приклад 1.

Магнітне поле прямого струму.

Струм тече по нескінченному тонкому прямолінійному провіднику (рис. 3.2). В довільній точці A , яка віддалена від провідника на відстань R , вектори $d\vec{B}$ від усіх елементів струму мають однаковий напрямок, перпендикулярний до площини рисунка. Тому, додавання векторів $d\vec{B}$ можна замінити додаванням модулів цих векторів.

Із рис. 3.2 видно, що

$$\begin{cases} CD = dl \sin\alpha \\ CD = r d\alpha \end{cases} \rightarrow dl = \frac{r d\alpha}{\sin\alpha}. \quad r = \frac{R}{\sin\alpha}.$$

Вирази для dl і r підставляємо в (3.4) і після тотожних перетворень маємо:

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \sin\alpha d\alpha.$$

Отриманий вираз інтегруємо по всій довжині провідника:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int_0^\pi \sin\alpha d\alpha = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}.$$

Отже, магнітна індукція поля прямого струму

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}} \quad (3.6)$$

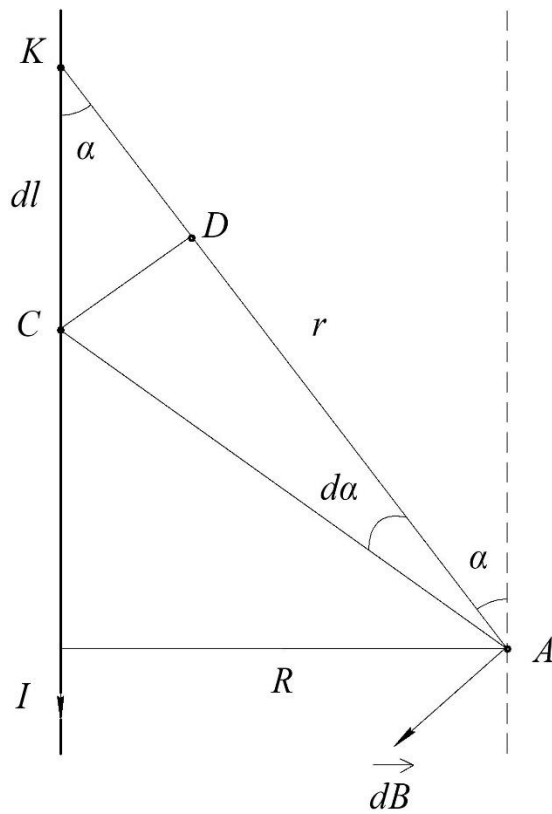


Рисунок 3.2

Приклад 2.

Магнітне поле в центрі колового провідника зі струмом.

Як видно із рис. 3.3 всі елементи струму створюють в центрі кола магнітні поля однакового напрямку, перпендикулярного до площини провідного контуру.

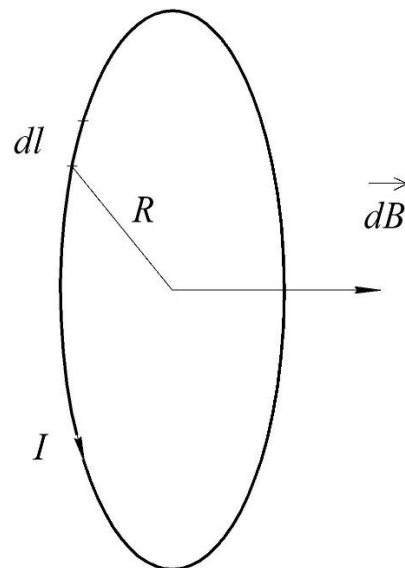


Рисунок 3.3

Тому, додавання векторів $d\vec{B}$ можна замінити додаванням модулів цих векторів.

Врахувавши, що для всіх елементів струму $r = R$, а кут між dl і R рівний 90° , напишемо закон Біо-Савара-Лапласа (3.4):

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} dl.$$

Тоді,

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \int dl = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} 2\pi R = \frac{\mu_0 I}{2R}.$$

Отже, магнітна індукція в центрі колового струму обчислюється за формулою:

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2R}}. \quad (3.7)$$

3.3. Контур зі струмом в магнітному полі

Розглянемо дію магнітного поля на прямокутний контур зі струмом в однорідному магнітному полі (рис. 3.4, а). Площина рамки розташована перпендикулярно до площини рисунка, а вектор магнітної індукції лежить в площині рисунка. Сили ампера F_2 і F_4 лежать в площині рамки і компенсують дію одна одної. Сили F_1 і F_3 не скомпенсовані (рис. 3.4, б) і розвернуть рамку так, що вектор магнітної індукції буде перпендикулярним до площини рамки (рис. 3.4, в). В такому положенні всі сили ампера будуть скомпенсовані, а рамка займе положення стійкої рівноваги.

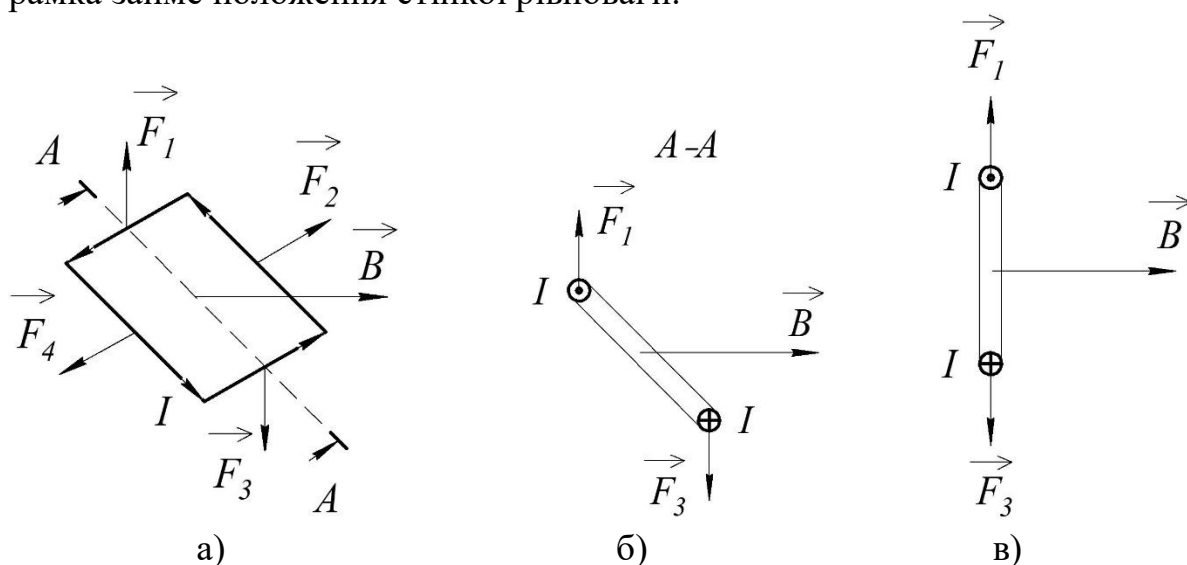


Рисунок 3.4

3.4. Дія магнітного поля на електричний заряд

Магнітне поле діє не лише на провідники зі струмом, а і на окремий електричний заряд, який рухається у магнітному полі. Сила з якою магнітне поле діє на електричний заряд називається *силою Лоренца* і визначається формулою:

$$\vec{F} = q[\vec{v}, \vec{B}], \quad (3.8)$$

де q – величина заряду, v – швидкість заряду, B – магнітна індукція. Напрямок сили Лоренца визначають за правилами векторного добутку.

На рис. 3.5 показана взаємна орієнтація векторів \vec{F} , \vec{v} , \vec{B} для позитивного заряду. Якщо заряд негативний, напрямок сили Лоренца змінюється на протилежний.

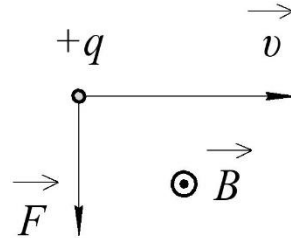


Рисунок 3.5

Модуль сили Лоренца обчислюється за формулою:

$$F = qvB \sin \alpha, \quad (3.9)$$

де α – кут між векторами \vec{v} і \vec{B} .

Як би не змінювався напрямок руху зарядженої частинки, сила Лоренца буде завжди перпендикулярною до швидкості частинки. Отже, сила Лоренца змінює лише напрямок швидкості, не змінюючи швидкість по модулю. Тому, кінетична енергія зарядженої частинки, яка рухається в постійному магнітному полі, не змінюється.

Із формули (3.9) слідує, що на заряджену частинку, яка рухається в однорідному магнітному полі паралельно до ліній магнітної індукції, магнітне поле не діє ($\sin \alpha = 0$).

У випадку, коли $\sin \alpha = 1$, сила Лоренца надаватиме частинці масою m доцентрового прискорення і частинка рухатиметься зі швидкістю v по колу радіусом R :

$$\begin{cases} F = ma \\ F = qvB \\ a = \frac{v^2}{R} \end{cases} \rightarrow qvB = \frac{mv^2}{R} \rightarrow R = \boxed{\frac{mv}{qB}}. \quad (3.10)$$

Обчислимо час T за який частинка проходить одне коло:

$$\begin{cases} T = \frac{2\pi R}{v} \\ R = \frac{mv}{qB} \end{cases} \rightarrow \boxed{T = \frac{2\pi m}{qB}}. \quad (3.11)$$

Якщо швидкість зарядженої частинки напрямлена під гострим кутом до вектора магнітної індукції (рис, 3.6), то її рух можна розглядати, як

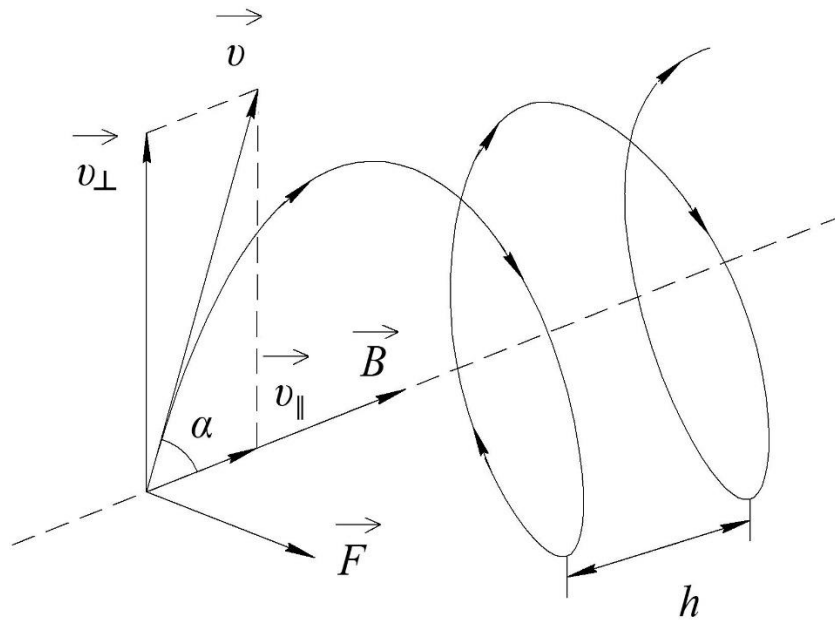


Рисунок 3.6

композицію двох рухів: 1) рівномірного прямолінійного руху в напрямку магнітного поля зі швидкістю $v_{\parallel} = v \cos \alpha$; 2) руху зі швидкістю $v_{\perp} = v \sin \alpha$ по колу в площині, перпендикулярній до поля. Радіус кола можна обчислити за формулою (3.10), замінивши у формулі v на $v_{\perp} = v \sin \alpha$. В результаті частинка рухатиметься по спіралі. Враховуючи (3.11) можна обчислити крок гвинтової лінії:

$$h = v_{\parallel} T = \frac{2\pi m v \cos \alpha}{qB}.$$

Напрямок, в якому закручується спіраль, залежить від знаку електричного заряду частинки.

3.5. Ефект Холла

Якщо металеву пластинку, вздовж якої тече постійний електричний струм, помістити в перпендикулярне до неї магнітне поле, то між гранями, які паралельні до напрямку струму і магнітного поля, виникає різниця потенціалів U_x (рис. 3.7). Це явище, відкрите американським фізиком Е. Холлом, називається *ефектом Холла*.

Ефект Холла можна пояснити за допомогою електронної теорії. Швидкість напрямленого руху електронів v протилежна до напрямку струму. При ввімкненні магнітного поля на електрони починає діяти сила Лоренца $F_L = evB$. Під дією сили Лоренца електрони відхиляються до верхньої грані провідника. Відбувається перерозподіл електричних зарядів і виникає поперечне електричне поле напруженістю E , яке перешкоджає подальшому перерозподілу зарядів. Динамічна рівновага настає при умові рівності

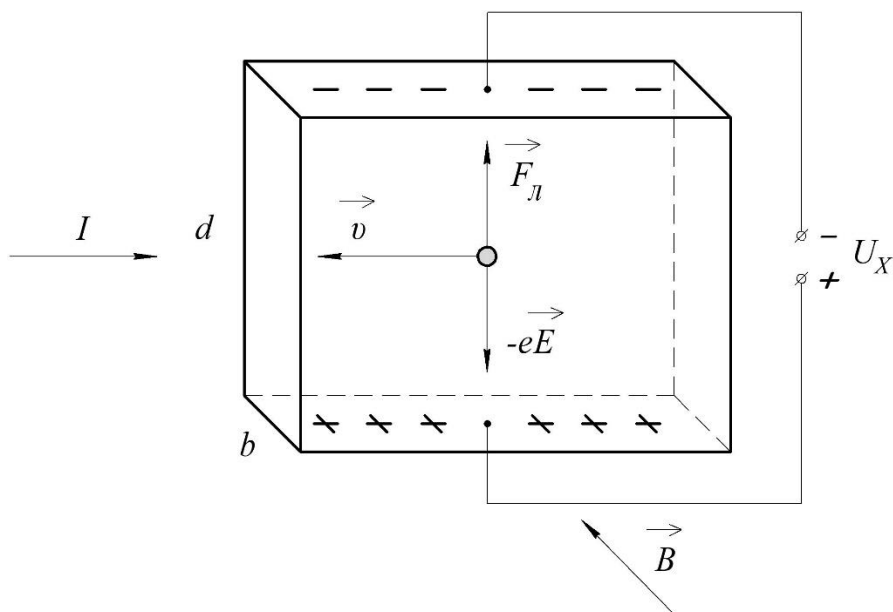


Рисунок 3.7

сили Лоренца $F_L = evB$ силі електричного поля $F_{el} = eE$, тобто $E = vB$. Різниця потенціалів між гранями пластинки $U_x = Ed \rightarrow U_x = vBd$. Класична електронна теорія провідності металів дозволяє виразити швидкість напрямленого руху електронів через силу електричного струму: $I = nevS \rightarrow v = \frac{I}{neS} = \frac{I}{nedb}$, де n – концентрація вільних електронів. Отже, $U_x = \frac{IBd}{nebd} \rightarrow U_x = \frac{1}{ne} \cdot \frac{IB}{b}$. Множник $\frac{1}{ne} = R$ називають постійною Холла. Остаточо,

$$U_x = R \cdot \frac{IB}{b}.$$

Ефект Холла використовують для визначення концентрації вільних носіїв заряду у провіднику, а, також, знаку вільних носіїв заряду у напівпровідниках. На базі ефекту Холла побудовані прилади для вимірювання величини магнітного поля.

3.6. Теорема про циркуляцію вектора магнітної індукції

Циркуляцією вектора \vec{B} по замкненому контуру l називають інтеграл

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \oint_l B_l dl,$$

де dl – елемент контуру, напрямлений вздовж обходу контуру; $B_l = B \cos \alpha$; α – кут між векторами \vec{B} і $d\vec{l}$ (рис. 3.8).

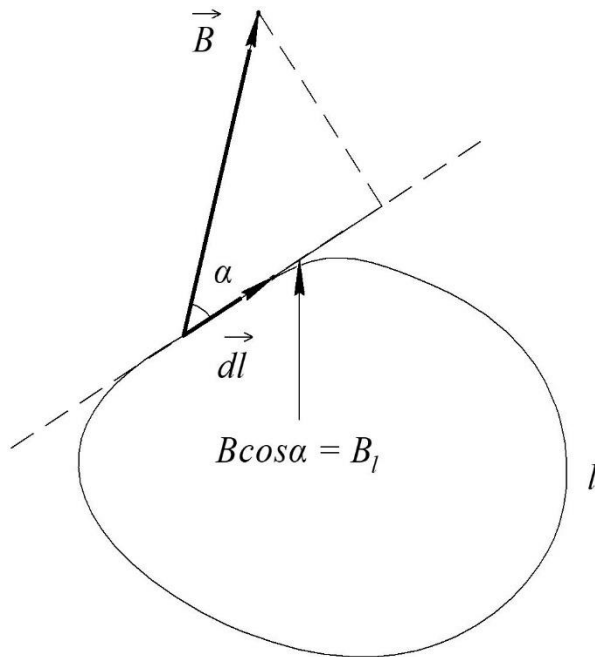


Рисунок 3.8

Теорема про циркуляцію вектора магнітної індукції: циркуляція вектора магнітної індукції по довільному замкненому контуру рівна добутку магнітної сталої на алгебраїчну суму струмів, охоплених цим контуром:

$$\oint_l B_l dl = \mu_0 \sum_k I_k . \quad (3.12)$$

Додатними вважаються струми, напрямки яких пов'язаний з обраним напрямком обходу контуру правилом правого гвинта. Наприклад, для системи струмів, яка зображена на рис. 3.9,:

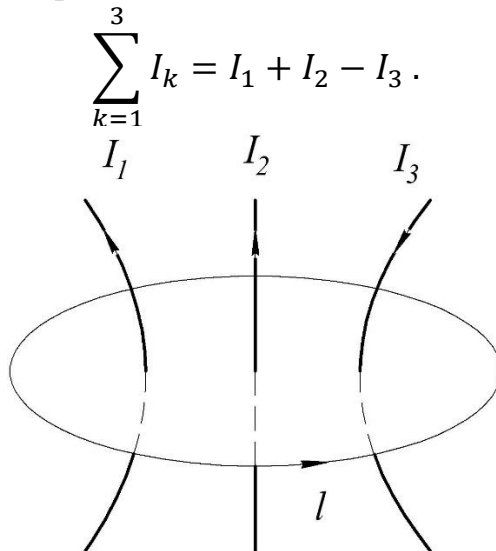


Рисунок 3.9

Приклад.

Магнітне поле прямого струму.

Використаємо теорему про циркуляцію вектора магнітної індукції у випадку, коли поле створює нескінченний прямолінійний провідник зі струмом. Виберемо у якості замкненого контуру коло, віссю симетрії якого є провідник зі струмом (рис. 3.10). Замкнений контур співпадає з лінією магнітної індукції, тому, вектор

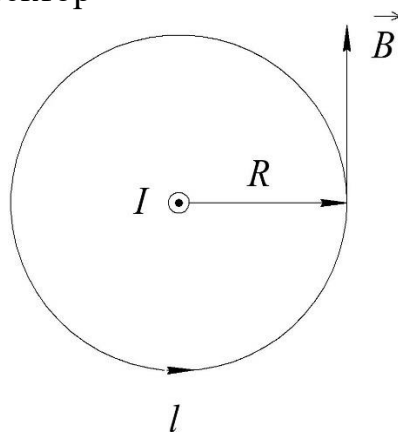


Рисунок 3.10

магнітної індукції в кожній точці контуру однаковий по модулю і дотичний до контуру. Отже, циркуляція вектора магнітної індукції буде рівна:

$$\oint_l B_l dl = \oint_l B dl = B \oint_l dl = B \cdot 2\pi R.$$

Згідно з (3.12), отримаємо:

$$B \cdot 2\pi R = \mu_0 I,$$

тому,

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}.$$

Якщо порівняти вирази (1.13) і (3.12), то можна відмітити принципову різницю між електричним і магнітним полями. Циркуляція вектора напруженості електричного поля вздовж замкненого контуру рівна нулю. Електричне поле є *потенціальним*. Циркуляція вектора магнітної індукції вздовж замкненого контуру не рівна нулю. Таке поле називається *вихровим*.

3.7. Теорема Гауса для магнітного поля

Потоком вектора магнітної індукції (магнітним потоком) через площадку dS (рис. 3.11) називається скалярна фізична величина, яка рівна

$$\boxed{d\Phi = \vec{B} d\vec{S} = B_n dS}, \quad (3.13)$$

де $B_n = B \cdot \cos\alpha$ – проекція вектора магнітної індукції на напрямок нормалі до площадки; $d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$ – вектор, модуль якого рівний dS , а напрямок співпадає з напрямком нормалі до площадки.

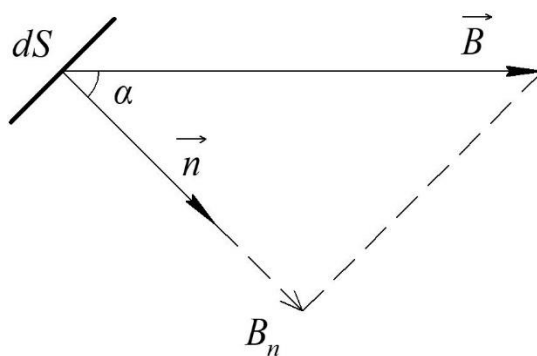


Рисунок 3.11

Потік вектора магнітної індукції через довільну поверхню рівний

$$\Phi = \int_S B_n dS. \quad (3.14)$$

Для однорідного магнітного поля і плоскої поверхні, яка розміщена перпендикулярно до вектора магнітної індукції $\Phi = BS$. Ця формула визначає одиницю вимірювання магнітного потоку *вебер (Вб)*: 1 Вб – магнітний потік через площу 1 м^2 , яка розміщена перпендикулярно однорідному магнітному полю $B = 1 \text{ Тл}$ ($1 \text{ Вб} = 1 \text{ Тл} \cdot \text{м}^2$).

Теорема Гаусса для магнітного поля: потік вектора магнітної індукції через довільну замкнену поверхню рівний нулю:

$$\oint_S B_n dS = 0. \quad (3.15)$$

Ця теорема відображає експериментальний факт відсутності магнітних зарядів і вихровий характер магнітного поля. Лінії магнітної індукції є замкненими.

3.8. Магнітне поле в речовині

Якщо провідник зі струмом перенести із вакууму в речовину, то магнітне поле зміниться. Це пояснюється намагнічуванням речовини. Речовина стає джерелом додаткового магнітного поля.

Для пояснення намагнічування речовини Ампер запропонував гіпотезу, згідно з якою магнітне поле створюють мікроскопічні струми, обумовлені рухом електронів у атомах і молекулах.

Для якісного пояснення магнітних явищ вважатимемо, що електрон в атомі рухається по коловій орбіті. Такий рух зарядженої частинки еквівалентний протіканню колового струму. Магнітна дія замкненого контуру визначається магнітним моментом. *Магнітний момент – це векторна величина, яка чисельно рівна добутку сили струму в контурі на площу контуру:*

$$\vec{p} = IS\vec{n}, \quad (3.16)$$

де \vec{n} – одиничний вектор нормалі до площини контуру (рис. 3.12).

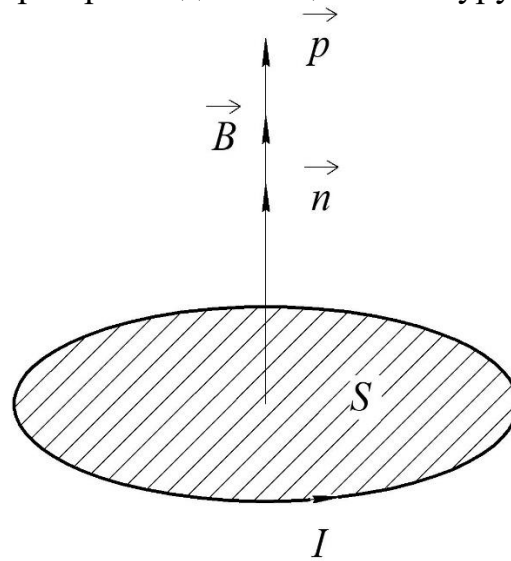


Рисунок 3.12

Отже, електрон, який рухається в атомі по коловій орбіті, має магнітний момент. Магнітний момент атома рівний векторній сумі магнітних моментів його електронів. Магнітний момент молекули рівний векторній сумі магнітних моментів атомів, з яких складається молекула. Магнітному моменту молекули можна поставити у відповідність уявний коловий *молекулярний струм*. Тому, моделлю, яка описує магнітні властивості молекули, є контур зі струмом.

Речовина, яка складається із молекул, що мають відмінний від нуля магнітний момент, називається *парамагнетиком*. При відсутності зовнішнього магнітного поля магнітні моменти молекул орієнтовані хаотично і парамагнетик не створює магнітного поля. Зовнішнє магнітне поле орієнтує магнітні моменти молекул у напрямку поля і парамагнетик намагнічується, підсилюючи зовнішнє магнітне поле: $B = B_0 + B'$, де B – результуюче магнітне поле, B_0 – зовнішнє магнітне поле, B' – магнітне поле парамагнетика. Молекула веде себе у магнітному полі так само, як і контур зі струмом. При вимкненні зовнішнього магнітного поля тепловий хаотичний рух молекул руйнує порядок, і парамагнетик розмагнічується. Безрозмірна величина μ , яка показує у скільки разів магнетик підсилює зовнішнє магнітне поле називається *магнітною проникністю середовища*:

$$\mu = \frac{B}{B_0} \quad (3.17)$$

Порівнюючи векторні характеристики електростатичного і магнітного полів, відмітимо, що аналогом вектора напруженості \vec{E} електростатичного поля є вектор магнітної індукції \vec{B} , оскільки ці вектори визначають силу дію поля і залежать від властивостей середовища. Аналогом вектора електричного зміщення \vec{D} є вектор напруженості магнітного поля \vec{H} , який описує магнітне поле макрострумів:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H} \quad (3.18)$$

де μ_0 – магнітна стала.

Подібно до того, як для кількісного опису поляризації діелектриків використовується поляризованість, для кількісного опису намагнічування магнетиків вводять векторну величину *намагніченість* \vec{J} – *магнітний момент одиниці об'єму речовини*:

$$\vec{J} = \frac{\vec{P}_M}{V} = \frac{\sum \vec{p}_a}{V},$$

де \vec{P}_M – магнітний момент магнетика, \vec{p}_a – магнітний момент атома. Як показує експеримент, в несильних полях намагніченість пропорційна напруженості поля, яке викликає намагнічування:

$$\vec{J} = \chi \vec{H}, \quad (3.19)$$

де χ – магнітна сприйнятливість речовини.

З механічної точки зору електрон, який рухається по коловій орбіті, можна розглядати, як гіроскоп. Тому, при дії на електронну орбіту обертального моменту з боку зовнішнього магнітного поля, виникає прецесія електронної орбіти. Обумовлений прецесією додатковий рух електронів приводить до виникнення індукованого магнітного моменту атома, який направлений протилежно до зовнішнього магнітного поля. Описане вище явище називають *діамагнітним ефектом*, а речовини, які намагнічуються в зовнішньому магнітному полі проти напрямку поля, називаються *діамагнетиками*. Діамагнітний ефект властивий усім речовинам, але діамагнетизм проявляють лише ті речовини, атоми яких не мають власного магнітного моменту. Діамагнетики послаблюють зовнішнє магнітне поле, а їх магнітна проникливість $\mu < 1$.

Феромагнетики – речовини, які, на відміну від пара- і діамагнетиків, залишаються намагніченими при вимкненні зовнішнього магнітного поля. Для феромагнетиків характерні великі значення магнітної проникності і залежність магнітної проникності від величини зовнішнього магнітного поля (рис. 3.13).

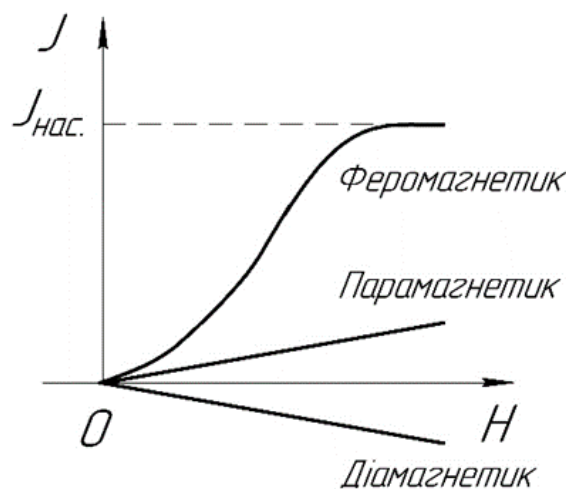


Рисунок 3.13

Характерна особливість феромагнетиків полягає також у тому, що для них залежність J від H визначається передісторією намагнічування феромагнетика. Це явище отримало назву *магнітного гістерезису*. Якщо намагнітити феромагнетик до насичення (точка 1, рис. 3.14), а потім почати

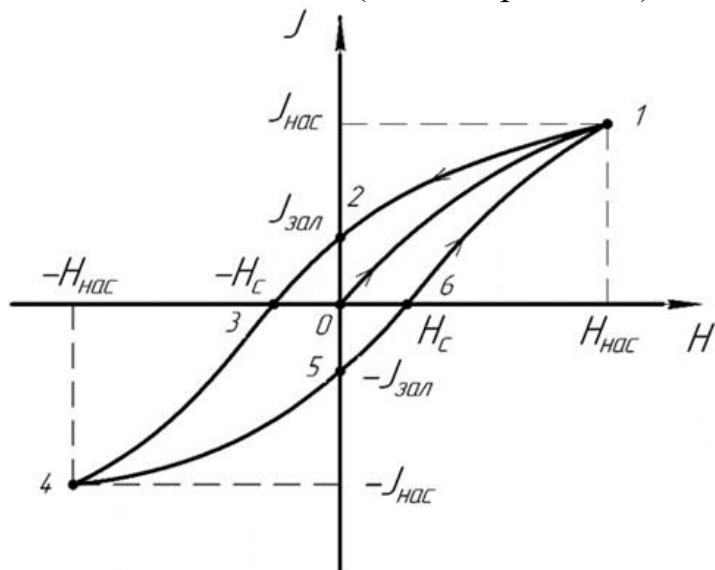


Рисунок 3.14

зменшувати напруженість H зовнішнього магнітного поля, то, як показує дослід, зменшення намагніченості J описується кривою 1-2, що лежить вище кривої 1-0. При $H = 0$ намагніченість не рівна нулю. В феромагнетику спостерігається залишкова намагніченість $J_{зал}$. З наявністю залишкового намагнічування пов'язано існування постійних магнітів. Намагніченість зникає під дією поля H_c , що має напрям, протилежний полю, який викликав намагнічування. Напруженість H_c називається *коерцитивною силою*. При подальшому збільшенні протилежного поля феромагнетик перемагнічується (крива 3-4), і при $H = -H_{нас}$ досягається насичення (точка 4). Потім феромагнетик можна знову розмагнітити (крива 4-5-6) і знову перемагнітити до насичення (крива 6-1).

Таким чином, при дії на феромагнетик змінного магнітного поля намагніченість J змінюється відповідно до кривої 1-2-3-4-5-6-1, яка називається *петлею гістерезису*. Гістерезис призводить до того, що намагнічування феромагнетика не є однозначною функцією H , тобто одному і тому ж значенню H відповідає кілька значень J .

Властивості феромагнетиків пов'язані з їх структурою. Феромагнетик складається з мікроскопічних областей – *доменів*, кожен з яких намагнічений до насичення. При відсутності зовнішнього магнітного поля магнітні моменти окремих доменів орієнтовані хаотично і компенсують один одного, тому результуючий магнітний момент феромагнетика дорівнює нулю і феромагнетик не намагнічений. Зовнішнє магнітне поле орієнтує по полю магнітні моменти не окремих атомів, як це має місце в разі парамагнетиків, а цілих областей спонтанної намагніченості. Тому, з ростом H намагніченість J ,

вже в досить слабких полях, збільшується дуже швидко. При ослабленні зовнішнього магнітного поля до нуля феромагнетики зберігають залишкову намагніченість, тому що тепловий рух не в змозі до кінця зруйнувати впорядкування магнітних моментів настільки великих утворень, якими є домени. Тому і спостерігається явище магнітного гістерезису.

3.9. Циркуляція векторів \vec{B} і \vec{H} в речовині

Теорема про циркуляцію вектора \vec{B} в речовині є узагальненням закону повного струму для магнітного поля у вакуумі (3.12):

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \oint_l B_l dl = \mu_0(I + I'), \quad (3.20)$$

де I – алгебраїчна сума струмів провідності, I' – алгебраїчна сума молекулярних струмів.

Циркуляція вектора магнітної індукції \vec{B} вздовж довільного замкненого контуру l рівна алгебраїчній сумі струмів провідності і молекулярних струмів, охоплених цим контуром і помноженій на магнітну сталу.

Теорема про циркуляцію вектора \vec{H} : циркуляція вектора напруженості магнітного поля вздовж довільного замкненого контуру рівна алгебраїчній сумі струмів провідності, охоплених цим контуром:

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \oint_l H_l dl = I. \quad (3.21)$$

Ця теорема показує, що величина вектора напруженості визначається лише струмами провідності і не залежить від середовища.

3.10. Електромагнітна індукція

Електричний струм породжує навколо себе магнітне поле. Зв'язок магнітного поля зі струмом наштовхнув вчених на думку, про можливість використання магнітного поля для створення електричного струму в провідному замкненому контурі. Правильність такої ідеї в 1831 р. експериментально підтвердив англійський фізик Фарадей, відкривши *явище електромагнітної індукції: в замкненому провідному контурі при зміні магнітного потоку через площу, охоплену цим контуром, виникає індукційний електричний струм.*

Індукційний струм виникає під час зміни: величини магнітного поля; площі, охопленої контуром; орієнтації контуру в магнітному полі. Протікання індукційного струму вказує на наявність в колі електрорушійної сили, яку називають *електрорушійною силою електромагнітної індукції \mathcal{E}_i* . Величина \mathcal{E}_i не залежить від способу зміни магнітного потоку, а визначається лише швидкістю його зміни.

Закон електромагнітної індукції Фарадея: ЕРС \mathcal{E}_i електромагнітної індукції чисельно рівна і протилежна за знаком до швидкості зміни магнітного потоку, який пронизує контур:

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi}{dt} \quad (3.22)$$

Знак мінус в формулі (3.22) є математичним відображенням правила Ленца: індукційний струм в контурі має такий напрямок, що створене ним магнітне поле перешкоджає зміні магнітного потоку, який породжує цей струм. Так, наприклад, при наближенні штабового магніту до замкненого провідного контуру, в контурі виникає індукційний струм, який своєю магнітною дією перешкоджає наближенню магніту (рис. 3.15, а). При віддаленні магніту індукційний струм має протилежний напрямок, а між магнітом і контуром діє сила притягування (рис. 3.15, б). Отже, відбувається перетворення механічної енергії (робота по переміщенню магніту) в енергію електричного струму.

3.11. Індуктивність контуру. Самоіндукція

Електричний струм, який протікає в замкненому контурі, створює магнітне поле. Магнітна індукція цього поля пропорційна силі струму. Відповідно, потік вектора магнітної індукції через площу обмежену цим контуром буде, також, пропорційний силі струму в контурі:

$$\Phi = LI, \quad (3.23)$$

де коефіцієнт пропорційності L називається індуктивністю контуру.

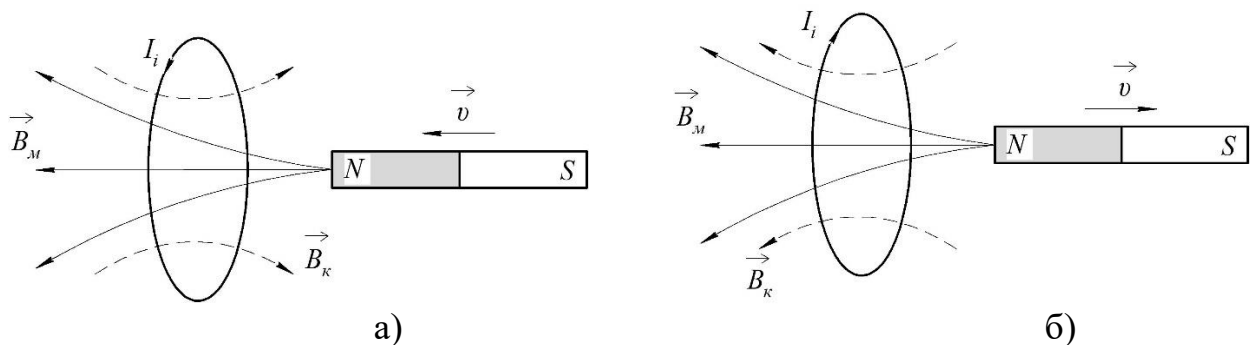


Рисунок 3.15

Індуктивність контуру визначається його розміром і геометричною формою, а, також, магнітними властивостями середовища, в якому контур знаходиться. В цьому розумінні індуктивність контуру можна вважати аналогом електричної ємності провідника, яка також залежить від геометричних параметрів провідника і діелектричної проникності середовища. Формула (3.23) визначає одиницю вимірювання індуктивності *генрі* (Гн):

$$1 \text{ Гн} = 1 \frac{\text{Вб}}{\text{А}}.$$

Зміна сили струму в контурі приводить до зміни магнітного потоку, який пронизує контур, відповідно, в контурі виникає електрорушійна сила індукції. Виникнення *ЕРС індукції в провідному контурі при зміні в ньому сили струму називається самоіндукцією*. Застосуємо до явища самоіндукції закон електромагнітної індукції Фарадея (3.22), врахувавши (3.23):

$$\mathcal{E}_{si} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt} = -L\frac{dI}{dt} \quad (3.24)$$

Як видно із формули (3.24), при зростанні струму, \mathcal{E}_{si} напрямлена назустріч струму і протидіє його зростанню. Якщо струм з часом зменшується, то \mathcal{E}_{si} підтримує згасаючий струм.

3.12. Струми при замиканні і розмиканні кола

Розглянемо електричне коло, яке містить джерело струму з *ЕРС* \mathcal{E} , соленоїд індуктивністю L , резистор опором R , ключ K (рис. 3.16). При замиканні ключа в колі виникне електричний струм, величина якого буде зростати від $I = 0$, до $I = I_0 = \mathcal{E}/R$. Збільшення струму викличе появу *ЕРС самоіндукції* \mathcal{E}_{si} в соленоїді. *ЕРС самоіндукції* буде направлена проти *ЕРС джерела* і перешкоджатиме зростанню струму. Напишемо закон Ома.

$$I = \frac{\mathcal{E} - L\frac{dI}{dt}}{R} \rightarrow IR - \mathcal{E} = -L\frac{dI}{dt} \quad (3.25)$$

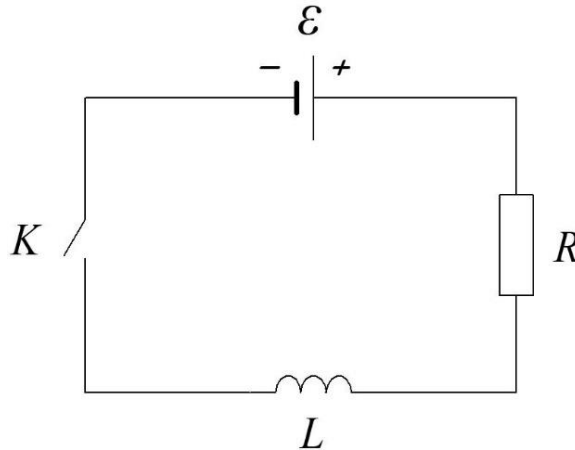


Рисунок 3.16

Перетворимо отримане диференціальне рівняння шляхом заміни змінної.

$$a = IR - \mathcal{E} \rightarrow da = R dI \rightarrow dI = \frac{da}{R}$$

$$\begin{cases} IR - \mathcal{E} = -L\frac{dI}{dt} \\ a = IR - \mathcal{E} \\ dI = \frac{da}{R} \end{cases} \rightarrow -\frac{R}{L} dt = \frac{da}{a}$$

Інтегруючи рівняння отримаємо:

$$-\frac{R}{L} \int_0^t dt = \int_{-\varepsilon}^{IR-\varepsilon} \frac{da}{a} \rightarrow \frac{R}{L} t = \ln \frac{-\varepsilon}{IR-\varepsilon} \rightarrow \frac{R}{L} t = \ln \frac{\varepsilon}{\varepsilon-IR} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{\varepsilon}{\varepsilon-IR} = e^{\frac{R}{L}t} \rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) \rightarrow \boxed{I = I_0 \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)}. \quad (3.26)$$

Функція (3.26) залежності сили струму від часу при замиканні ключа графічно зображена на рис. 3.17 кривою 1.

Розглянемо електричне коло, яке містить джерело струму з ЕРС \mathcal{E} , соленоїд індуктивністю L , резистор опором R , двопозиційний ключ K (рис. 3.18). Під дією ЕРС \mathcal{E} в колі протікає постійний струм $I_0 = \mathcal{E}/R$. В момент часу $t = 0$ ключ переведемо в положення 2. Внаслідок виключення ЕРС \mathcal{E} із електричного кола струм почне зменшуватися, що приведе до виникнення в соленоїді ЕРС самоіндукції \mathcal{E}_{si} , яка буде протидіяти зменшенню струму. Напишемо закон Ома і розв'яжемо отримане диференціальне рівняння.

$$IR = -L \frac{dI}{dt} \rightarrow \frac{dI}{I} = -\frac{R}{L} dt \rightarrow \int_{I_0}^I \frac{dI}{I} = -\frac{R}{L} \int_0^t dt \rightarrow$$

$$\rightarrow \ln \frac{I}{I_0} = -\frac{R}{L} t \rightarrow \boxed{I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}}. \quad (3.27)$$

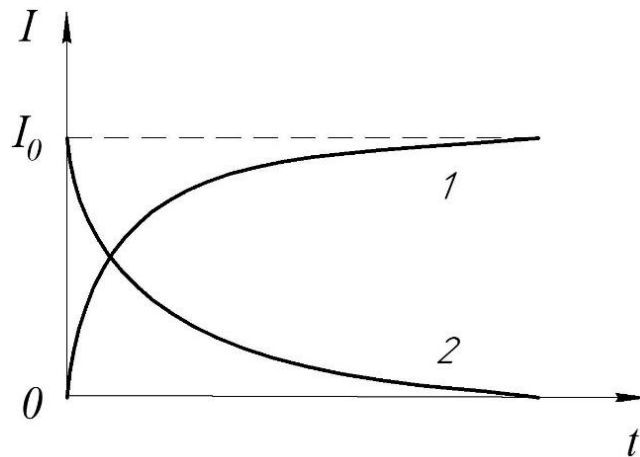


Рисунок 3.17

Функція (3.27) залежності сили струму від часу при перемиканні ключа із положення 1 в положення 2 графічно зображена на рис. 3.17 кривою 2.

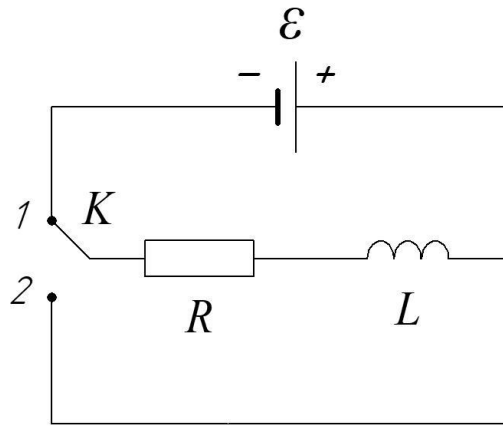


Рисунок 3.18

3.13. Енергія магнітного поля

Напишемо закон Ома для випадку замикання електричного кола (3.25).

$$IR - \varepsilon = -L \frac{dI}{dt} \rightarrow \varepsilon = IR + L \frac{dI}{dt}.$$

Обидві частини рівняння помножимо на $I dt$.

$$\varepsilon I dt = I^2 R dt + L I dI.$$

Проаналізуємо отримане рівняння з точки зору фізичного змісту компонентів рівняння. $\varepsilon I dt$ – повна робота джерела струму; $I^2 R dt$ – робота яка іде на нагрівання провідника; $L I dI$ – робота яка витрачається на збільшення сили струму в соленоїді. Збільшення сили струму в соленоїді відповідає збільшенню магнітного поля в соленоїді, яке, подібно до електричного поля, володіє енергією. Отже, енергію магнітного поля можна обчислити за формулою:

$$W = \int_0^I L I dI = \frac{L I^2}{2}. \quad (3.28)$$

4. Електромагнітні коливання

4.1. Змінний струм

Розглянемо (рис. 4.1) рівномірне обертання ($\omega = const$) провідного контуру площею S в однорідному постійному магнітному полі ($\vec{B} = const$). Магнітний потік через площу S , в будь-який момент часу t буде рівний

$$\Phi = B S \cos \alpha = B S \cos \omega t,$$

де $\alpha = \omega t$ – кут повороту рамки на момент часу t (початок відліку вибрано так, щоб при $t = 0$, $\alpha = 0$).

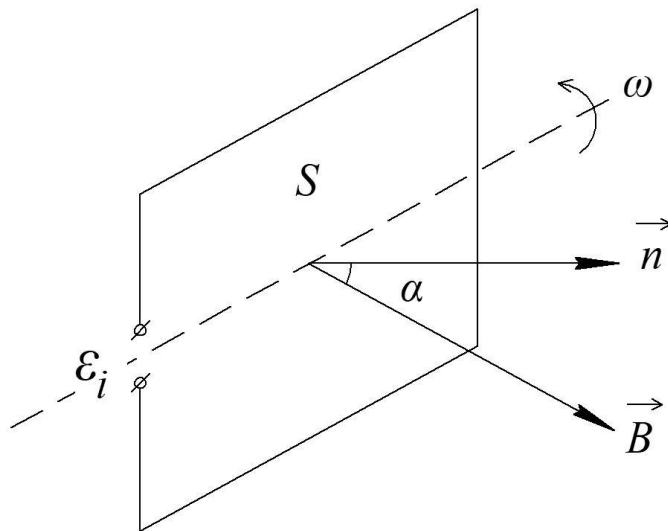


Рисунок 4.1

При обертанні рамки в ній виникне ЕРС індукції

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = BS\omega \sin\omega t = \mathcal{E}_{max} \sin\omega t,$$

яка змінюється з часом по гармонічному закону.

Таким чином, при обертанні провідної рамки в магнітному полі відбувається перетворення механічної енергії в електричну. Відповідний пристрій називається *генератором змінного струму*.

Якщо в електричному колі є генератор змінного струму, то в колі відбуватимуться вимушені електромагнітні коливання. Ці коливання подібні до механічних коливань, які викликані періодичною зовнішньою силою.

Електромагнітні коливання можна розглядати як протікання в колі (яке містить резистор, соленоїд, конденсатор) *змінного струму*. Змінний струм, на відміну від постійного, змінюється з часом по гармонічному закону. Змінний струм називають *квазістаціонарним*, якщо для миттєвих значень такого струму виконується закон Ома.

4.2. Струм в колі з активним навантаженням

Вважатимемо, що в колі (рис. 4.2) протікає змінний струм

$$I = I_0 \sin\omega t.$$

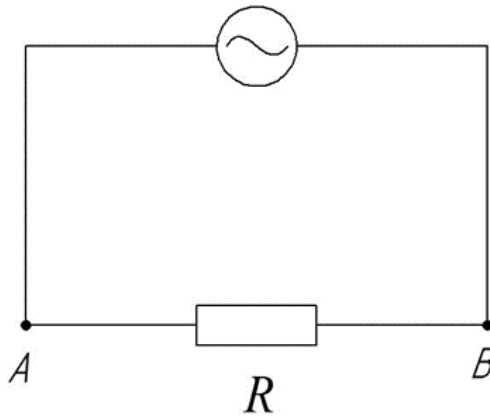


Рисунок 4.2

Скориставшись законом Ома знайдемо напругу U_R на ділянці кола AB :

$$U_R = I(t)R = I_0 R \sin \omega t = U_{0R} \sin \omega t,$$

де $U_{0R} = I_0 R$.

(4.1)

Отже, в колі, яке містить лише активний опір, напруга і струм змінюються *синфазно*, тобто, одночасно досягають максимальних значень і одночасно перетворюються в нуль (рис. 4.3).

В розділі «Механіка» показано, що гармонічні коливання можна зображати за допомогою векторних діаграм. Застосуємо цей спосіб для опису коливань струму і напруги на активному опорі. Виберемо вісь діаграми таким чином, щоб вектор, який зображує коливання струму, був напрямлений вздовж цієї осі і назвем цю вісь *віссю струмів*. Тоді вектор, який зображує коливання напруги, буде напрямлений вздовж осі струму, оскільки різниця фаз між струмом і напругою рівна нулю (рис. 4.4).

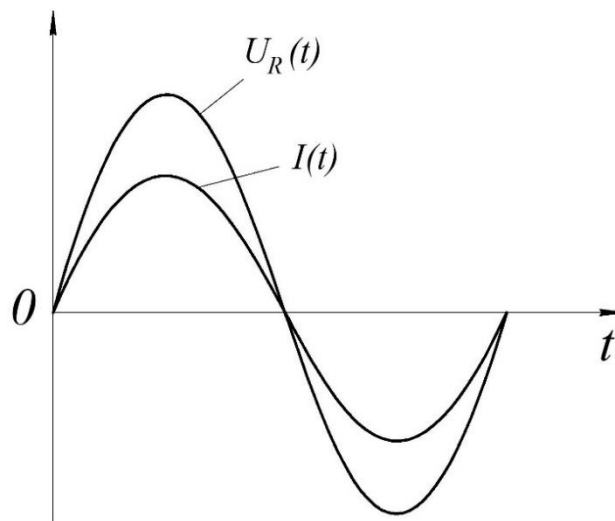


Рисунок 4.3

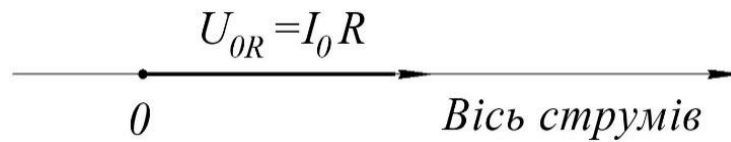


Рисунок 4.4

4.3. Струм в колі з ємнісним навантаженням

Вважатимемо, що в колі (рис. 4.5) протікає змінний струм $I = I_0 \sin \omega t$.

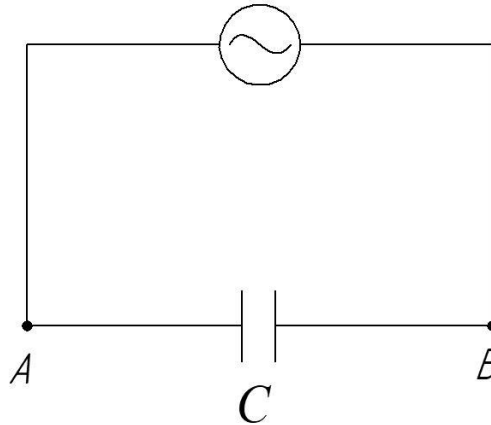


Рисунок 4.5

$$I = \frac{dq}{dt} \rightarrow q = \int_0^t I dt = \int_0^t I_0 \sin \omega t dt = -\frac{I_0}{\omega} \cos \omega t.$$

$$U_C = \frac{q}{C} = -\frac{I_0}{\omega C} \cos \omega t = \frac{I_0}{\omega C} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) = U_{0C} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right).$$

Отже, коливання напруги на конденсаторі відстають по фазі від коливань струму на $\pi/2$ (рис. 4.6).

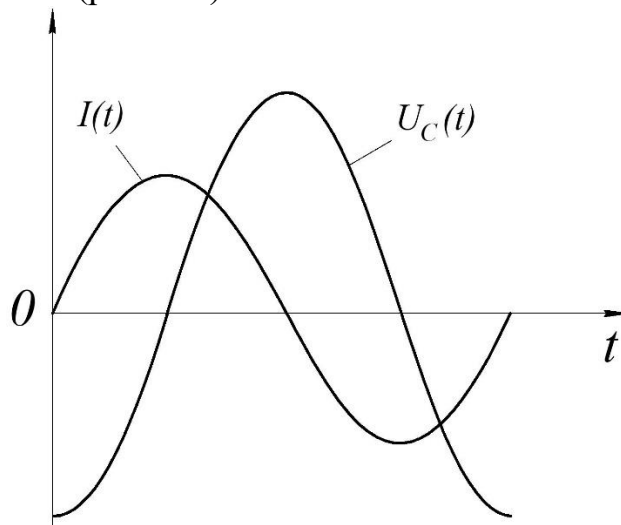


Рисунок 4.6

Порівняємо амплітудне значення напруги на конденсаторі з законом Ома для ділянки кола:

$$\begin{cases} U_{0C} = \frac{I_0}{\omega C} \\ U = IR \end{cases} \rightarrow \boxed{X_C = \frac{1}{\omega C}} \text{ (Ом)}. \quad (4.2)$$

X_C – називають *ємнісним опором*. Для постійного струму $\omega = 0$, відповідно, $X_C = \infty$.

Зобразимо коливання напруги на конденсаторі у вигляді векторної діаграми (рис. 4.7).

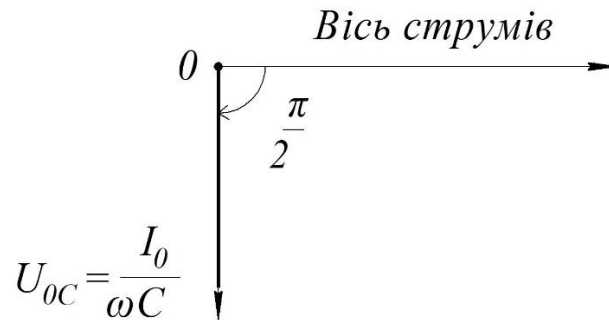


Рисунок 4.7

4.4. Струм в колі з індуктивним навантаженням

Вважатимемо, що в колі (рис. 4.8) протікає змінний струм

$$I = I_0 \sin \omega t.$$

Напишемо закон Ома для ділянки кола, врахувавши *ЕРС* самоіндукції, яка виникає в соленоїді:

$$I = \frac{\Delta \varphi_{AB} - L \frac{dI}{dt}}{R} \rightarrow IR = \Delta \varphi_{AB} - L \frac{dI}{dt}.$$

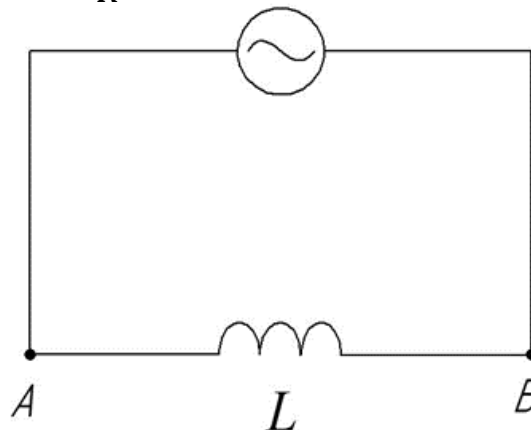


Рисунок 4.8

Якщо знехтувати активним опором соленоїда ($R = 0$), отримаємо рівняння:

$$\Delta \varphi_{AB} = L \frac{dI}{dt} \rightarrow U_L = L \frac{dI}{dt}.$$

Підставимо в останній вираз значення сили струму:

$$U_L = LI_0 \frac{d}{dt} \sin \omega t \rightarrow U_L = I_0 \omega L \cos \omega t \rightarrow U_L = I_0 \omega L \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right).$$

Отже, коливання напруги на індуктивному навантаженні випереджають по фазі коливання струму на $\pi/2$ (рис. 4.9).

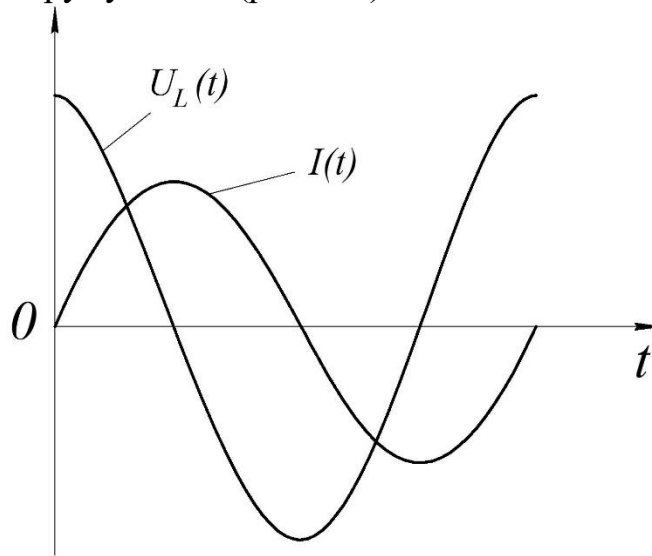


Рисунок 4.9

Порівняємо амплітудне значення напруги на соленоїді з законом Ома для ділянки кола:

$$\begin{cases} U_{0L} = I_0 \omega L \\ U = IR \end{cases} \rightarrow \boxed{X_L = \omega L} (\text{Ом}). \quad (4.3)$$

X_L – називають *індуктивним опором*.

Зобразимо коливання напруги на індуктивному навантаженні у вигляді векторної діаграми (рис. 4.10).

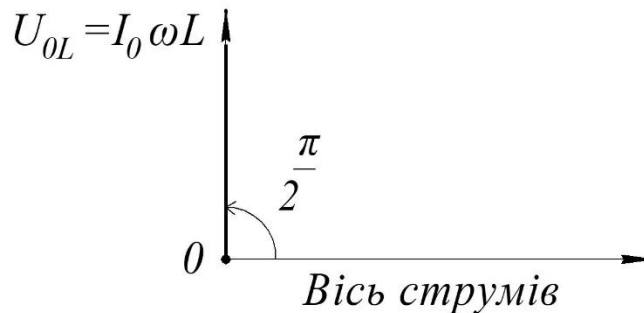


Рисунок 4.10

4.5. Струм в колі з послідовним з'єднанням навантажень

Вважатимемо, що в колі (рис. 4.11) протікає змінний струм

$$I = I_0 \sin \omega t.$$

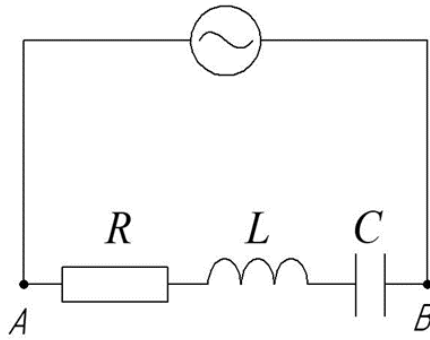


Рисунок 4.11

При послідовному з'єднанні провідників напруги додаються, тому результуюча напруга на ділянці кола AB буде результатом додавання напруг на резисторі, соленоїді і конденсаторі. Кожен із доданків змінюється з часом по гармонічному закону. Для додавання трьох гармонічних коливань застосуємо метод векторних діаграм. Нагадаємо, що для цього вектори, які зображують коливання, потрібно додати. Результуючий вектор і буде нести інформацію про напругу на ділянці AB (рис. 4.12).

Отже, напруга на ділянці AB змінюється за гармонічним законом

$$U = U_0 \sin(\omega t + \varphi).$$

За теоремою Піфагора (рис. 4.12), враховуючи вирази (4.1), (4.2) і (4.3), отримаємо:

$$U_0 = \sqrt{U_{0R}^2 + (U_{0L} - U_{0C})^2} = I_0 \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}. \quad (4.4)$$

Формулу (4.4) називають законом Ома для змінного струму.

$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$ – повний опір кола змінного струму, $\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$ – реактивний опір, R – активний опір.

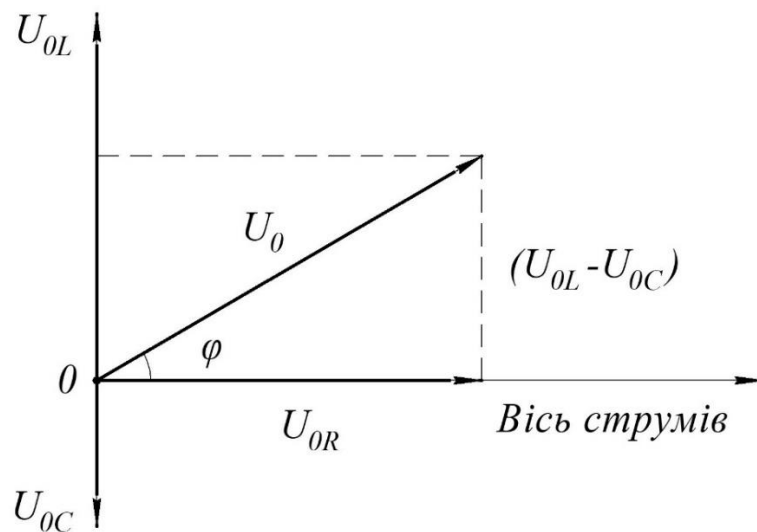


Рисунок 4.12

Різницю фаз φ між коливаннями напруги і сили струму в колі знаходимо із векторної діаграми (рис.4.12):

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{U_{0L} - U_{0C}}{U_{0R}} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \quad (4.5)$$

4.6. Резонанс напруг

Залежність амплітуди вимушених коливань від частоти зовнішньої сили має максимум. Це явище називається *резонансом*, а відповідна частота – *резонансною частотою*. Щоб визначити резонансну частоту ω_0 , потрібно проаналізувати вираз (4.4):

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}.$$

Аналіз показує, що амплітудне значення сили змінного струму досягає максимального значення при умові:

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}. \quad (4.6)$$

Також, під час резонансу

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = 0 \rightarrow \varphi = 0,$$

отже, контур проявляє себе, як чисто активне навантаження.

Цей важливий випадок вимушених коливань називають *резонансом напруг*. Напруга на ділянці AB (рис. 4.1), буде рівна напрузі на активному опорі ($U_{AB} = U_R$). Напруга на реактивному опорі буде рівна нулю, оскільки коливання U_L і U_C відбуваються в протифазі, а

$$|I_0 \omega_0 L| = \left| I_0 \frac{1}{\omega_0 C} \right|.$$

При умові, коли $\omega L = \frac{1}{\omega C} \gg R$, напруги на індуктивному і ємнісному навантаженнях будуть значно переважати величину напруги на ділянці AB , тому, резонанс назвали резонансом напруг.

4.7. Потужність в колі змінного струму

Вважатимемо, що струм і напруга в колі змінного струму змінюються у відповідності із законами:

$$I = I_0 \sin \omega t. \quad U = U_0 \sin(\omega t + \varphi).$$

Тоді, для миттєвого значення потужності отримаємо вираз:

$$P_t = I_0 U_0 \sin \omega t \sin(\omega t + \varphi).$$

Елементарна робота змінного струму –

$$dA = P_t dt = I_0 U_0 \sin \omega t \sin(\omega t + \varphi) dt.$$

Обчислимо роботу, яку виконує змінний струм за період коливань:

$$A_T = I_0 U_0 \int_0^T \sin \omega t \sin(\omega t + \varphi) dt = \frac{1}{2} I_0 U_0 \cos \varphi \cdot T.$$

Відповідно, середнє значення потужності –

$$\boxed{P = \frac{A_T}{T} = \frac{1}{2} I_0 U_0 \cos \varphi}. \quad (4.7)$$

Із векторної діаграми (рис. 4.12) випливає, що

$$U_0 \cos \varphi = U_{0R} = I_0 R,$$

тому,

$$P = \frac{1}{2} I_0^2 R.$$

Таку ж потужність розвиває постійний струм I :

$$P = I^2 R.$$

Порівнявши останні два вирази отримаємо:

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}.$$

Величини

$$I_d = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \quad \text{та} \quad U_d = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$$

називаються, відповідно, *діючими* значеннями струму і напруги у колі змінного струму. Амперметри і вольтметри вимірюють діючі значення струму і напруги.

Враховуючи діючі значення сили струму і напруги, вираз для середньої потужності (4.7) можна записати у вигляді

$$\boxed{P = IU \cos \varphi}, \quad (4.8)$$

множник $\cos \varphi$ називається *коефіцієнтом потужності*. Отже, потужність в колі змінного струму залежить від різниці фаз між коливаннями струму і напруги. Тому, на практиці намагаються збільшити коефіцієнт потужності. Найменше допустиме значення для промислових установок складає 0,85.

4.8. Вільні електромагнітні коливання

Вільні коливання відбуваються за рахунок початково наданої енергії коливальній системі, без подальшого зовнішнього втручання в цю систему. Коливальний контур, в якому відбуваються вільні електромагнітні коливання, складається із конденсатора і соленоїда з'єднаних між собою (рис. 4.13).

Припустимо, що ми, розімкнувши контур, зарядили конденсатор. Між пластинами конденсатора виникне електричне поле, яке буде мати енергію W_E (рис. 4.13, *a*). В момент часу $t = 0$ замкнемо конденсатор на індуктивність. Конденсатор почне розряджатись і в контурі протікатиме струм, а в соленоїді з'явиться магнітне поле з енергією W_M . Через деякий час, який рівний четверті

періоду коливань, конденсатор розрядиться повністю, струм досягне максимального значення, а енергія електричного поля перетвориться в енергію магнітного поля (рис. 4.13, б). Наслідком зникнення електричного поля повинно бути зникнення електричного струму. Проте, зменшення струму викличе появу *ЕРС* самоіндукції на індуктивному навантаженні. *ЕРС* самоіндукції підтримуватиме зникаючий струм до тих пір, поки енергія магнітного поля не перетвориться в енергію електричного поля, а конденсатор не зарядиться (рис. 4.13, в). В подальшому, конденсатор буде знову розряджатися і процес піде у зворотному напрямку (рис. 4.13, з). Через інтервал часу, який рівний періоду коливань, система повернеться у початковий стан (рис. 4.13, д). Якщо уявити ідеальну ситуацію, коли коливальна система не втрачає початково надану їй енергію, то коливання відбуватимуться як завгодно довго.

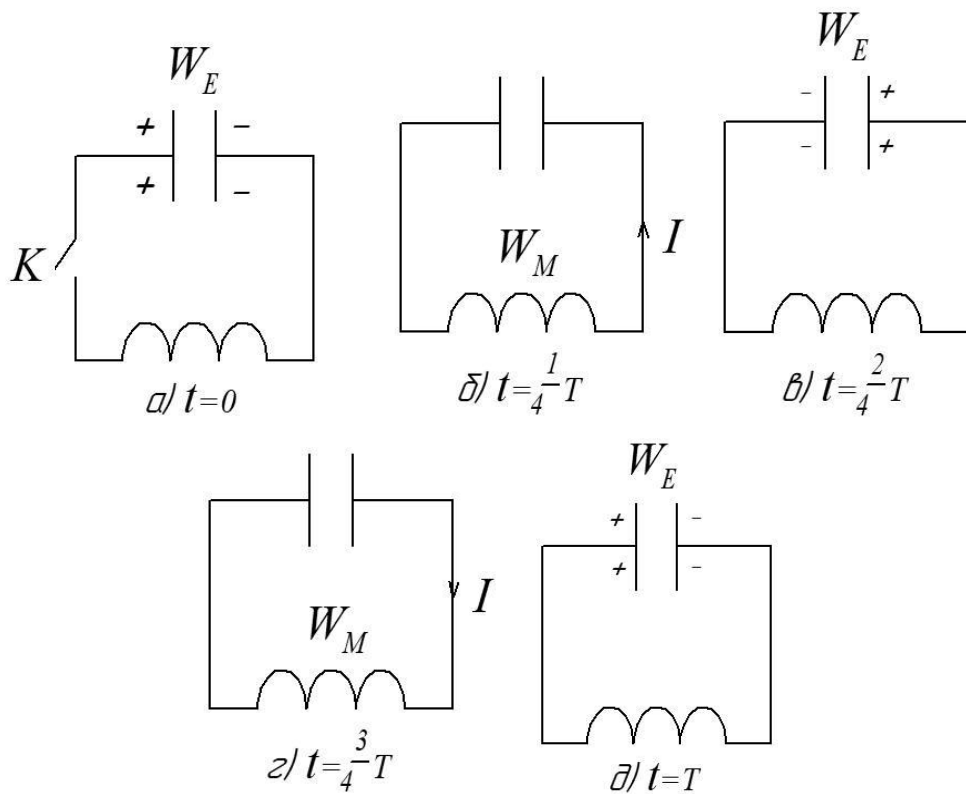


Рисунок 4.13

4.9. Диференціальне рівняння вільних електромагнітних коливань

Напишемо закон Ома для електричного кола зображеного на рис. 4.14, вважаючи, що електричні процеси в контурі квазістаціонарні:

$$I = \frac{U_C - L \frac{dI}{dt}}{R} \rightarrow IR + L \frac{dI}{dt} = U_C .$$

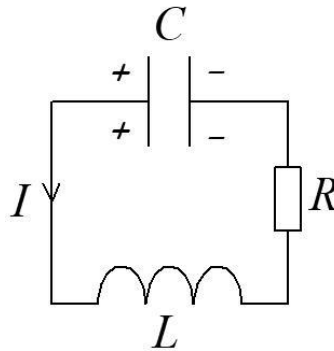


Рисунок 4.14

Для випадку, коли $R = 0$, отримаємо:

$$L \frac{dI}{dt} = U_C. \quad (4.9)$$

Напруга на конденсаторі рівна

$$U_C = \frac{q}{C},$$

а сила струму пов'язана із зарядом конденсатора співвідношенням

$$I = -\frac{dq}{dt}.$$

Мінус в рівнянні свідчить про те, що напрямок електричного струму відповідає зменшенню заряду конденсатора. Підставляючи останні співвідношення в рівняння (4.9) отримаємо диференціальне рівняння для заряду конденсатора у вигляді:

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0.$$

Розділимо обидві частини цього рівняння на L і введемо позначення $1/LC = \omega_0^2$:

$$\boxed{\frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0}. \quad (4.10)$$

Рівняння (4.10) - диференціальне рівняння вільних електромагнітних коливань. Загальний розв'язок цього рівняння є рівнянням гармонічних коливань:

$$\boxed{q = q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)},$$

де q_0 - амплітуда коливань заряду конденсатора з циклічною частотою коливань $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$, яку називають *власною частотою контуру*. Період коливань обчислюється за формулою

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{LC}}. \quad (4.11)$$

Формула (4.11) називається *формулою Томсона*.

Слід відмітити, що електромагнітні коливання описують такими самими математичними рівняннями, як і механічні коливання, тому звертають увагу на аналогію між фізичними характеристиками механічних і електромагнітних коливань. В наведеній нижче таблиці зроблено зіставлення вільних

механічних коливань тягарця на пружині і вільних електромагнітних коливань в коливальному контурі.

Коливання			
Механічні		Електромагнітні	
Диференціальне рівняння	$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2x = 0$	Диференціальне рівняння	$\frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2q = 0$
Маса	m	Індуктивність	L
Жорсткість	k	Обернена величина ємності	$\frac{1}{C}$
Зміщення	x	Заряд	q
Швидкість	v	Сила струму	I
Потенціальна енергія	$\frac{kx^2}{2}$	Енергія електричного поля	$\frac{q^2}{2C}$
Кінетична енергія	$\frac{mv^2}{2}$	Енергія магнітного поля	$\frac{LI^2}{2}$
Період коливань	$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$	Період коливань	$T = 2\pi\sqrt{LC}$

5. Електромагнітне поле

5.1 Вихрове електричне поле

Повернемося до явища електромагнітної індукції і розглянемо наступні логічні міркування. Зміна магнітного поля викликає появу у провідному контурі індукційного струму. Виникнення струму провідності пов'язане із збільшенням енергії вільних носіїв електричного заряду. Але, як відомо, магнітне поле не здатне змінити енергію вільної зарядженої частинки. Енергію заряду може змінити електричне поле. Так в чому ж полягає причина появи *ЕРС* індукції?

Аналізуючи явище електромагнітної індукції Максвелл зробив висновок, що причина появи *ЕРС* індукції полягає у тому, що змінне магнітне поле викликає появу електричного поля, яке, в свою чергу, створює індукційний струм. Однак, електричне поле, яке виникає, не буде електростатичним. Його називають *вихровим електричним полем*. Силкові лінії такого поля замкнені, а робота поля з переміщення заряду по замкненому контуру не рівна нулю. До того ж, вихрове електричне поле є змінним, як і магнітне поле яке його породжує. Отже, сторонніми силами, які створюють індукційний струм, є сили вихрового електричного поля.

Отриманий результат можна виразити в кількісній формі. Згідно із законом електромагнітної індукції Фарадея (3.22)

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

З іншого боку, враховуючи фізичний зміст *ЕРС* індукції,

$$\mathcal{E}_i = \oint_l E_l dl,$$

де E – напруженість вихрового електричного поля. Тому,

$$\boxed{\frac{d\Phi}{dt} = -\oint_l E_l dl.} \quad (5.1)$$

5.2 Струм зміщення

Як відмічалось раніше, змінне магнітне поле породжує вихрове електричне поле. Цим пояснюється той факт, що в замкненому провіднику, який знаходиться в змінному магнітному полі, протікає індукційний струм. Аналізуючи різні електромагнітні процеси Максвелл прийшов до висновку, що існує і обернене явище - зміна електричного поля викликає появу вихрового магнітного поля.

Змінне електричне поле існує, наприклад, між обкладками конденсатора під час його перезарядження. Для цього достатньо увімкнути конденсатор в освітлювальну мережу змінного струму. При цьому в конденсаторі, згідно з Максвеллом, буде існувати магнітне поле, викликане змінним електричним полем. Але, з іншого боку, магнітне поле є обов'язковою ознакою електричного струму. Тому Максвелл назвав змінне електричне поле *струмом зміщення*, на відміну від струму провідності, який обумовлений рухом заряджених частинок.

Згідно з Максвеллом сила струму зміщення рівна силі струму в металевих провідниках, які з'єднують конденсатор з освітлювальною мережею (рис. 5.1).

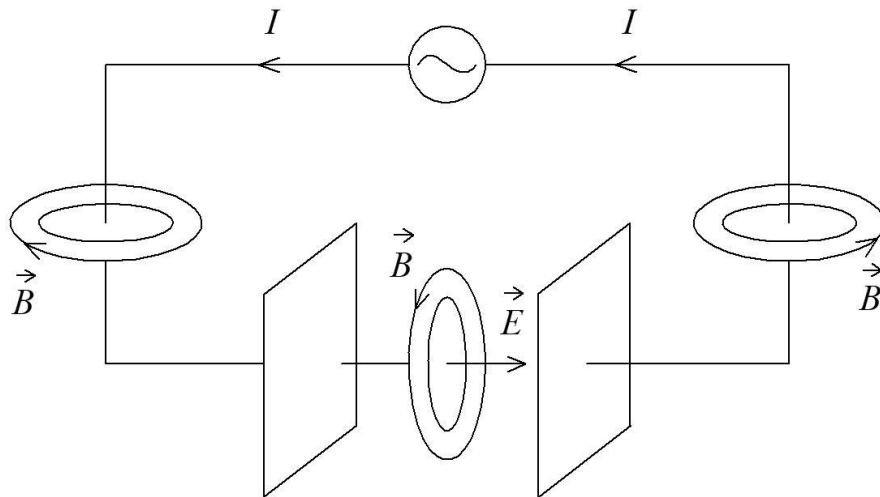


Рисунок 5.1

Знайдемо математичний вираз для струму зміщення.

$$\begin{cases} I = \frac{dq}{dt} \\ q = \int_S \sigma dS \end{cases} \rightarrow I = \frac{d}{dt} \int_S \sigma dS = \int_S \frac{d\sigma}{dt} dS.$$

Але,

$$\begin{cases} E_0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \\ D = \epsilon_0 E_0 \end{cases} \rightarrow \sigma = D,$$

тому,

$$I_{\text{зм}} = \int_S \frac{dD}{dt} dS.$$

Відповідно, для густини струму зміщення маємо:

$$\boxed{\vec{J}_{\text{зм}} = \frac{d\vec{D}}{dt}}. \quad (5.2)$$

5.3 Рівняння Максвелла

Встановлення взаємозв'язку між електричним та магнітним полями дозволило Максвеллу створити теорію електромагнітного поля, яка з єдиної точки зору не тільки пояснила електричні і магнітні явища, а й передбачила існування електромагнітних хвиль. Основою теорії є чотири рівняння, які називають *рівняннями Максвелла для електромагнітного поля*. Розглянемо ці рівняння.

1. Якщо через провідник протікає змінний струм, то в провіднику існує змінне електричне поле. Тому, джерелом магнітного поля навколо провідника

є струм провідності і струм зміщення. Тоді, теорема про циркуляцію вектора напруженості магнітного поля (3.21) набуває більш загального вигляду:

$$\oint_l H_l dl = \int_S \left(j + \frac{\partial D}{\partial t} \right) dS, \quad (5.3)$$

де $\int_S \left(j + \frac{\partial D}{\partial t} \right) dS$ – повний струм.

В залежності від електропровідності середовища і швидкості зміни поля доданки в правій частині рівняння відіграють різну роль. В речовинах, які добре проводять струм (метали) і при низьких частотах, струмом зміщення можна знехтувати, порівняно зі струмом провідності. В речовинах, які погано проводять струм (діелектрики) і при високих частотах, струм зміщення відіграє основну роль.

Рівняння Максвелла (5.3) показує, що магнітне поле може породжуватися, як струмами провідності, так і змінними електричними полями.

2. Напишемо закон електромагнітної індукції Фарадея в інтерпретації Максвелла. З одного боку,

$$\begin{cases} \mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} \\ \Phi = \int_S B_n dS \end{cases} \rightarrow \mathcal{E}_i = -\int_S \frac{\partial B_n}{\partial t} dS.$$

З іншого боку, електрорушійна сила індукції - це робота сил вихрового електричного поля:

$$\mathcal{E}_i = \oint_l E_l dl.$$

Остаточно:

$$\oint_l E_l dl = -\int_S \frac{\partial B_n}{\partial t} dS. \quad (5.4)$$

Рівняння Максвелла (5.4) показує, що змінне магнітне поле породжує вихрове електричне поле та встановлює кількісний зв'язок між змінним магнітним полем і вихровим електричним полем.

3. Теорема Гаусса для електричного поля (1.20):

$$\oint_S D_n dS = \sum_i q_i.$$

Потік вектора зміщення електростатичного поля через довільну замкнену поверхню рівний алгебраїчній сумі вільних електричних зарядів всередині цієї поверхні.

4. Теорема Гаусса для магнітного поля (3.15):

$$\oint_S B_n dS = 0.$$

Потік вектора магнітної індукції через довільну замкнену поверхню рівний нулю.

Між величинами, які входять в рівняння Максвелла існує зв'язок:

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E} \quad (1.19), \quad \vec{B} = \mu_0\mu\vec{H} \quad (3.18), \quad \vec{j} = \lambda\vec{E} \quad (2.13).$$

87\

5.4 Досліди Герца

Із теорії Максвелла випливає існування електромагнітних хвиль. Змінне електричне поле породжує магнітне поле, яке також буде змінним і, в свою чергу, створить змінне електричне поле і т. д. Змінне електромагнітне поле буде поширюватися у просторі з кінцевою швидкістю у вигляді електромагнітної хвилі.

Перші досліди, що підтвердили існування електромагнітних хвиль, були виконані Г. Герцем у 1888 р. Для одержання хвиль Герц використав сконструйований ним вібратор, який складався із двох стержнів розділених іскровим проміжком (рис. 5.2). Вібратор можна розглядати як розімкнений

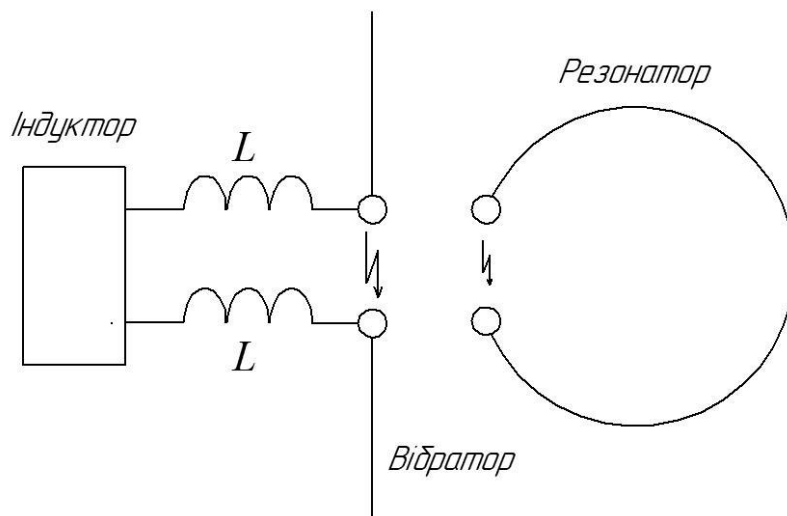


Рисунок 5.2

коливний контур. На вібратор від індукційної котушки (індуктор) подавалась зростаюча напруга. Коли напруга на іскровому проміжку досягала пробивного значення, в проміжку проскакувала іскра, яка замикала коливний контур і у вібраторі виникали вільні затухаючі електромагнітні коливання. За час горіння іскри встигало відбутися велика кількість коливань, які породжували електромагнітну хвилю. Після припинення іскрового розряду контур розмикався і коливання припинялись. Потім індуктор знову заряджав вібратор, виникав іскровий розряд і в контурі знову спостерігались коливання.

Щоб високочастотні струми не проходили через індуктор, послідовно підключалось індуктивне навантаження L .

Для реєстрації електромагнітних хвиль використовувався другий вібратор (резонатор), який налаштовувався на таку ж частоту власних коливань, як і випромінювач хвиль. Коли хвиля досягала резонатора, то в його проміжку проскакувала електрична іскра.

Герц провів ряд експериментальних досліджень і встановив основні властивості електромагнітних хвиль: відбивання, заломлення, інтерференція, поляризація. Досліди Герца підтвердили передбачення теорії Максвелла, що світло - це електромагнітна хвиля.

Як тепер відомо, електромагнітні хвилі, в залежності від довжини хвилі, відрізняються між собою за властивостями. Тому електромагнітні хвилі поділяють на декілька видів. Слід зауважити, що цей поділ достатньо умовний. Шкалу електромагнітних хвиль зобразимо у вигляді таблиці:

<i>Електромагнітні хвилі</i>	<i>Довжина хвиль</i>	<i>Застосування</i>
Радіохвилі	100 км – 0,1 мм	Радіозв'язок, телебачення, радіолокація, стільниковий зв'язок, GPS-навігація, супутниковий зв'язок
Інфрачервоне випромінювання	760 нм – 1-2 мм	Прилади нічного бачення, пульт дистанційного керування, охоронні системи
Видиме світло	400 нм – 760 нм	Різні оптичні прилади: телескоп, мікроскоп, окуляри
Ультрафіолетове випромінювання	10 нм – 400 нм	Дезінфекція, зміцнення імунної системи, швидке затвердіння полімерних матеріалів
Рентгенівське випромінювання	0,01 нм - 100 нм	Діагностика в медицині, дефектоскопія в промисловості, розшифровка кристалічних структур в науці
γ - випромінювання	Менше, ніж 0,05 нм	Променева терапія, стерилізація, діагностика, дефектоскопія, спектроскопія