

УДК. 621.338.27:537.221

DOI 10.36910/10.36910/6775-2313-5352-2026-28-12

<sup>1</sup>Яценко І. В., ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-5131-8930><sup>2</sup>Антонюк В. С., ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-0690-2411><sup>1</sup>Ващенко В. А., ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0003-0722-9353><sup>1</sup>Колінько С.О., ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-0234-8655><sup>1</sup>Бутенко Т. І., ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0003-3065-5772><sup>1</sup>Цибулін В. В., ORCID ID: <http://orcid.org/0000-0002-2805-572X><sup>1</sup>Черкаський державний технологічний університет, м. Черкаси, Україна<sup>2</sup>Національний технічний університет України «КПІ ім. Ігоря Сікорського», м. Київ, Україна

## ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕСУ ОПЛАВЛЕННЯ ОПТИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ПРИЛАДІВ ПРИ ПОВЕРХНЕВІЙ ЕЛЕКТРОННО-ПРОМЕНЕВІЙ ОБРОБЦІ

*При електронно-променевої обробці оптичних елементів приладів рухомими стрічковими електронними потоками (СЕР) важливе практичне значення має прогнозування оптимальних значень глибини рідкої ванни, які не призводять до змін їх форми та розмірів. В зв'язку з цим актуальними є постановка й розв'язання задачі про математичне моделювання процесу оплавлення оптичних матеріалів, оброблюваних рухомим СЕР. Розроблено та досліджено математичні моделі оплавлення оптичних елементів приладів з оптичного скла марок К8, К108 та ін. різної геометричної форми (оптичні пластини, прямокутні бруски та ін.) та розмірів, враховуючи температурні залежності теплофізичних властивостей оптичного матеріалу (об'ємної теплоємності, коефіцієнта теплопровідності), рухомим СЕР при багатоцикловій та одноцикловій обробці в залежності від сукупності його параметрів (струму електронного потоку, прискорювальної напруги, відстані від оброблюваної поверхні, швидкості переміщення електронного потоку та часу обробки). Це дозволяє більш точно розраховувати розподіли температури уздовж поверхні й по глибині розплаву та максимальної товщини оплавленого шару оброблюваного елемента для різних значень керованих параметрів СЕР та визначати допустимі діапазони їх зміни, перевищення яких призводить до порушення площинності оброблюваної поверхні оптичних елементів, порушенню їх геометричної форми, погіршення метрологічних характеристик оптичних приладів та, у кінцевому підсумку, до відмови приладів на їх основі.*

**Ключові слова:** електронно-променевої технологія, оптичне скло, стрічковий електронний потік, методи теорії теплопровідності.

**Постановка проблеми.** При аналізі технологічних режимів електронно-променевого полірування виробів мікрооптики, оптоелектроніки й ін. важливе практичне значення має вміння прогнозувати допустимі значення глибини розплаву, що утворюється на поверхні виробів з оптичних матеріалів (оптичне скло К8, К108 та ін.) в залежності від різних режимів обробки (сукупності параметрів СЕР: струму електронного потоку  $I_e$  (мА), прискорювальної напруги  $U_e$  (кВ), відстані від оброблюваної поверхні  $l$  (м), швидкості переміщення електронного потоку  $V$  (м/с) та часу обробки  $\tau$  (с)). Це пов'язано з тим, що при виникненні, наприклад, глибокої ванни рідкого розплаву на поверхні виробів (більше ніж 200...300 мкм), що обробляються електронним потоком, виникає істотне розтікання розплаву матеріалу по поверхні, що призводить до порушення їх геометричної форми. В результаті, це призводить до браку таких виробів. У зв'язку з цим важливого практичного значення набувають постановка й розв'язання задачі математичного моделювання процесу оплавлення оптичних елементів приладів при їх електронно-променевої обробці. Цей процес розглядатимемо при наступних режимах обробки: багатоцикловий (скануючий) рух стрічкового електронного потоку по поверхні пластини кінцевої товщини (нестационарний режим), а також одноцикловий рух вздовж поверхні прямокутного бруска великої товщини (квазістационарний режим) [1-5, 9, 10].

**Аналіз останніх досліджень.** Нині є достатня кількість робіт по поверхневому та глибокому оплавленню різних матеріалів зовнішніми джерелами термовпливу (локальний кондуктивний або конвективний нагрів, радіаційне випромінювання) [2,3]. Однак кількість досліджень по оплавленню оптичних матеріалів рухомими джерелами теплового впливу вельми обмежена. При цьому не досліджено вплив виду обробки матеріалів рухомим джерелом

(багатоцикловий (скануючий) або одноцикловий рух джерела вздовж оброблюваної поверхні) на основні характеристики процесу їх оплавлення (розподіл температури по товщині та вздовж поверхні елемента, швидкість оплавлення та товщину оплавленого шару та ін.). Практично відсутні дані по впливу керованих параметрів СЕП на вказані вище характеристики оплавлення розглядуваного оптичного скла (К8, К108, К208 та ін.), яке широко використовується у різних оптико-електронних приладах [5,8]. Не визначено допустимі діапазони зміни параметрів СЕП, перевищення яких призводить до порушення площинності оброблюваної поверхні оптичних елементів, порушенню їх геометричної форми та, у кінцевому підсумку, до відмови приладів на їх основі.

**Мета роботи.** Метою роботи є розробка математичних моделей процесу оплавлення оптичних елементів рухомих СЕП для різних типів технологічних операцій (багатоцикловий та одноцикловий рух СЕП уздовж оброблюваної поверхні елемента), розрахунок основних характеристик цього процесу та визначення допустимих діапазонів зміни керованих параметрів СЕП, що не допускають глибокого оплавлення оптичних елементів, яке призводить до погіршення метрологічних характеристик приладів, аж до виходу їх з ладу.

**Викладення основного матеріалу.** Математична модель процесу оплавлення оптичних пластин. Розглянемо режим обробки пластини багатоцикловим (скануючим) СЕП. При цьому на її поверхню буде поступати рівномірно розподілений тепловий потік. Встановлюється температура  $T_n$  поверхні, яка визначається з наступних умов [1, 5, 7]:  $T^* = (0,9...0,95) \cdot T_n$ ,  $T^* = (0,9...0,95) \cdot T_n$  – температура текучості (рідкого стану) оптичного матеріалу, яка визначається з експериментально встановлених залежностей  $\eta(T)$  ( $\eta$  – в'язкість розплаву оптичного матеріалу): наприклад, для скла К-8 значення  $T^* = 1400$  К (рис. 1).

Так як глибина зони термічного впливу  $\delta \ll H$  та  $\delta > B, L$  ( $H, B, L$  – товщина, ширина і довжина пластини відповідно), то маємо одновимірність розповсюдження тепла углиб пластини, що відповідає  $\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial y} = 0$ . Рівняння математичної моделі задачі, що розглядається, є нелінійним рівнянням теплопровідності з граничними умовами IV роду, при цьому теплообмін на нижній стороні пластини не впливає на температурне поле в пластині. Так як електронно-променева обробка відбувається у вакуумі, то нехтуємо тепловтратами за рахунок конвекції і випромінювання [1, 6 - 9]:

$$C_V(T) \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda(T) \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right), \quad t > 0, \quad z > 0, \quad (1)$$

$$T|_{z=0} = T_n, \quad t \geq 0, \quad (2)$$

$$T|_{z=\xi(t)} = T^*, \quad t \geq 0, \quad (3)$$

$$-\lambda(T) \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=\xi(t)} = \lambda_n \cdot \rho \cdot \frac{d\xi}{dt}, \quad t \geq 0, \quad (4)$$

де  $\xi(t)$  – змінна товщина оплавленого шару ( $\xi(0) = 0$ );  $\lambda_n$  – прихована теплота фазового переходу;  $\rho$  – густина розплаву оптичного матеріалу.

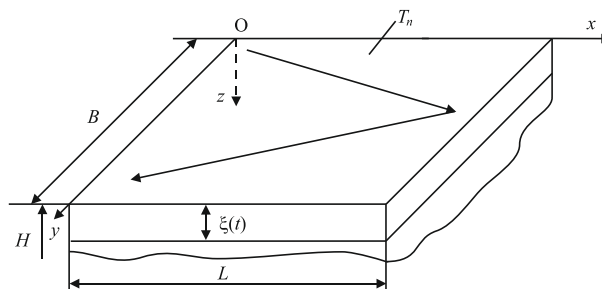


Рисунок 1 – Схема поліровки оптичної пластини при багатоцикловому русі СЕП

З врахуванням емпіричної залежності теплофізичних властивостей оптичного матеріалу від температури (об'ємної теплоємності  $C_V(T) = C_{V0} \cdot T^{\nu}$ , коефіцієнта теплопровідності

$\lambda(T) = \lambda_0 \cdot T^\nu$ , де  $C_{\nu 0}$ ,  $\lambda_0$  – емпіричні константи [1, 10, 11]) рівняння (1) – (4) перетворюються до вигляду:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = a_0^2 \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}, \quad t > 0, \quad 0 < z < \zeta(t), \quad (5)$$

$$\theta|_{z=0} = \varphi, \quad t \geq 0, \quad (6)$$

$$\theta|_{z=\zeta(t)} = 0, \quad t \geq 0, \quad (7)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial z} \right|_{z=\zeta(t)} = A \cdot \frac{d\zeta}{dt}, \quad t \geq 0, \quad (8)$$

де 
$$\theta = T^{\nu+1} - T^{*\nu+1}, \quad A = -\frac{\lambda_n \rho \cdot (\nu+1)}{\lambda_0}, \quad a_0^2 = \frac{\lambda_0}{C_{\nu 0}}, \quad \varphi = T_n^{\nu+1} - T^{*\nu+1}. \quad (9)$$

У вказаній задачі (5) – (8) вимагається визначити закони руху фронту плавлення ( $\zeta(t)$ ,  $\frac{d\zeta(t)}{dt}$ ) та функцію  $\theta(z, t)$ . Для розв'язання задачі (5) – (8) використовуємо методи теорії інтегральних перетворень у областях з межами, що рухаються [1, 3, 5, 10].

В результаті одержуємо наступне рішення початкової задачі:

$$T(z, t) = \left\{ T^{*\nu+1} - \frac{2a_0^2 \beta \lambda_n \rho \cdot (\nu+1)}{\pi \lambda_0} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{n} \cdot e^{-\left(\frac{\pi n a_0}{\beta}\right)^2} \cdot \int_0^{\frac{\pi n a_0}{\beta}} e^{a_0^2 \cdot u^2} \cdot \sin(\beta u) du + \frac{2 \cdot (T_n^{\nu+1} - T^{*\nu+1})}{\pi n} \cdot \left( 1 - e^{-\left(\frac{\pi n a_0}{\beta}\right)^2} \right) \right] \cdot \sin\left(\frac{\pi n z}{\beta \sqrt{t}}\right) \right\}^{\frac{1}{\nu+1}}, \quad 0 < z < \beta \sqrt{t}, \quad (10)$$

$$\zeta(t) = \beta \sqrt{t}, \quad \frac{d\zeta}{dt} = \frac{\beta}{2 \sqrt{t}} \quad (11)$$

де  $\beta$  знаходиться з наступного трансцендентного рівняння

$$\frac{\varphi}{A \cdot a_0 \sqrt{\pi}} = \beta \cdot e^{a_0^2 \beta^2} \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{\beta}{2a_0}\right). \quad (12)$$

Обмежившись першими  $N$  членами ряду і вважаючи  $T^* = 0,925 \cdot T_n$ , одержуємо наступний вираз для профілю температури по глибині розплаву, що утворюється на поверхні оптичної пластини при поліровці її скануючим СЕП:

$$T(z, t) = \left\{ T^{*\nu+1} - \frac{2a_0^2 \beta \lambda_n \rho \cdot (\nu+1)}{\pi \lambda_0} \cdot \sum_{n=1}^N \left[ \frac{1}{n} \cdot e^{-\left(\frac{\pi n a_0}{\beta}\right)^2} \cdot \int_0^{\frac{\pi n a_0}{\beta}} e^{a_0^2 \cdot u^2} \cdot \sin(\beta u) du + \frac{2 \cdot T^{*\nu+1} (1,081^{\nu+1} - 1)}{\pi n} \cdot \left( 1 - e^{-\left(\frac{\pi n a_0}{\beta}\right)^2} \right) \right] \cdot \sin\left(\frac{\pi n z}{\beta \sqrt{t}}\right) \right\}^{\frac{1}{\nu+1}}, \quad 0 < z < \beta \sqrt{t}. \quad (13)$$

*Математична модель процесу оплавлення прямокутних брусків.* Постановка даної задачі полягає в такому: розглядається процес формування на поверхні зони обробки розплаву, обсяг якого з часом може змінюватися, прямуючи до деякого квазістаціонарного стану. Утворення рідкої фази здійснюється джерелом теплоти (рухомий СЕП), яке має нормальний розподіл густини теплового впливу  $q_n(x)$  й переміщується з постійною швидкістю  $V$  уздовж поверхні

прямокутного бруска великої товщини, що є основним виробом різних інтегрально-оптичних мікросхем (рис. 2).

Крім цього, для використовуваних на практиці діапазонів зміни швидкостей руху СЕП ( $V = 0...0,1$  м/с процес електронно-променевої обробки оптичних елементів близький до квазістаціонарного (критерій Пекле  $Pe = \frac{V \cdot B}{4a_0^2} \ll 1$ ) [1, 7].

Також, як й у випадку пластини, нехтуючи теплообміном на нижньому боці бруска, конвективними й радіаційними тепловтратами, для математичного опису температурних полів у розглянутому прямокутному бруску маємо таке квазістаціонарне нелінійне рівняння теплопровідності з граничною умовою II роду [1, 7, 11, 12]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \lambda(T) \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \lambda(T) \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right] - C_V(T) \cdot V \cdot \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad (14)$$

$$-\lambda(T) \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} = q_n(x), \quad (15)$$

$$T \rightarrow T_0, \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right), \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right) \rightarrow 0 \quad \text{при } x \rightarrow \pm\infty, z \rightarrow +\infty. \quad (16)$$

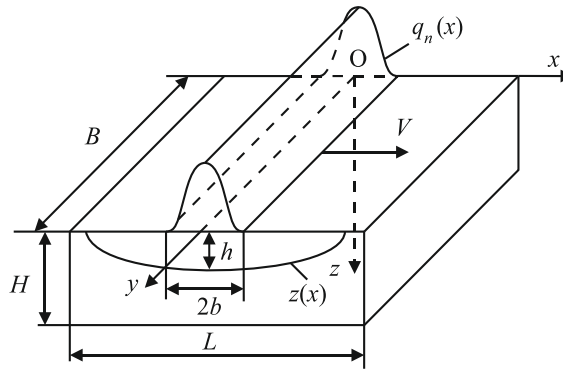


Рисунок 2 – Схема полірування оптичного прямокутного бруска при одноцикловому русі СЕП ( $\frac{\partial T}{\partial x} \neq 0, \frac{\partial T}{\partial y} = 0, \frac{\partial T}{\partial z} \neq 0, \frac{\partial T}{\partial t} = 0$ , тому що глибина проникнення теплової хвилі  $\delta \gg B, \delta \ll H, L$ ):

$2b$  – ширина рухомого джерела тепла;  $B, H, L$  – ширина, товщина й довжина бруска;  
 $z(x)$  – рівняння координатної лінії початку утворення рідкої фази

З використанням отриманих результатів експериментальних досліджень щодо зондування СЕП для  $q_n(x)$  маємо такий вираз:

$$q_n(x) = \frac{I_n \cdot V_y}{B} \cdot \sqrt{\frac{k_0(I_n, l)}{\pi}} \cdot \frac{e^{-k_0(I_n, l) \cdot x^2}}{\text{erf}[b(I_n, l) \cdot \sqrt{k_0(I_n, l)}]}, \quad (17)$$

$$k_0(I_n, l) = 9,367 \cdot 10^7 - 7,8598 \cdot 10^8 \cdot l - (5,1 \cdot 10^4 - 1,3 \cdot 10^5 \cdot l) \cdot I_n, \quad (18)$$

$$b(I_n, l) = \frac{1,73}{\sqrt{k_0(I_n, l)}}, \quad (19)$$

З врахуванням залежностей  $C_V(T)$  та  $\lambda(T)$  [1, 7, 12] та використовуючи методи інтегральних перетворень Фур'є по координатах  $x$  та  $y$  [7], отримуємо такий вираз для розподілу температури уздовж поверхні й по глибині розплаву, що утворюється на поверхні оптичного прямокутного бруска при впливі на нього рухомого СЕП:

$$T(x, z) = \left\{ T_0^{v+1} + \frac{(v+1) \cdot I_n \cdot V_y \cdot \sqrt{k_0(I_n, l)} \cdot e^{-\frac{Vx}{2a_0^2}}}{2\pi^2 \cdot \lambda_0 \cdot \text{erf}(b(I_n, l) \cdot \sqrt{k_0(I_n, l)})} \cdot \int_{-b(I_n, l)}^{b(I_n, l)} K_0 \left[ \frac{V}{2a_0^2} \cdot \sqrt{(x-\xi)^2 + z^2} \right] \cdot e^{-k_0(I_n, l) \cdot \xi^2} d\xi \right\}^{\frac{1}{v+1}}, \quad (20)$$

де  $K_0$  – циліндрична функція уявного аргументу нульового порядку другого роду [7].

Виключаючи режими глибокого оплавлення оброблюваних прямокутних елементів, тобто приймаючи  $h \ll 2b$  ( $h(x)$  – глибина оплавлення елемента), одержуємо таке подання функції  $K_0(y)$ :

$$K_0(y) \approx -\ln y = -\left[ \ln\left(\frac{V}{2a_0}\right) + \frac{1}{2} \cdot \ln((x - \xi)^2 + z^2) \right]. \quad (21)$$

Підставляючи (21) у (20), одержуємо такий вираз для розподілу температури уздовж поверхні й по глибині розплаву невеликої товщини:

$$T(x, z) = \left\{ T_0^{v+1} + \frac{(v+1) \cdot I_L \cdot V_y \cdot \sqrt{k_0(I_L, l)} \cdot e^{-\frac{Vx}{2a_0}}}{2\pi^2 \cdot \lambda_0 \cdot \operatorname{erf}(b(I_L, l) \cdot \sqrt{k_0(I_L, l)})} \cdot \int_{-b(I_L, l)}^{b(I_L, l)} \left[ \ln\left(\frac{V}{2a_0}\right) + \frac{1}{2} \cdot \ln((x - \xi)^2 + z^2) \right] \cdot e^{-k_0(I_L, l) \xi^2} d\xi \right\}^{\frac{1}{v+1}}. \quad (22)$$

З отриманої формули (22) по координатній лінії початку утворення рідкої фази

$$T^* = T(z, x)|_{z=h} \quad (23)$$

визначається товщина оплавленого шару  $h(x)$ . Розглянемо максимальну товщину оплавленого шару  $h_m$  й вплив на неї параметрів СЕП, тому що це дасть змогу визначити допустимі діапазони їхньої зміни (відразу для всієї оброблюваної поверхні бруска), які не дозволяють у процесі полірування розглядуваних брусків перевищувати гранично допустимі значення  $h = h^*$ , що призводять до зміни геометричної форми оброблюваних виробів і, врешті-решт, до їхнього відбраковування. З огляду на (22) і (23), для величини  $h_m$  одержуємо такий вираз:

$$T^* = T(0, z)|_{z=h_m}, \quad (24)$$

де

$$T(0, z) = \left\{ T_0^{v+1} + \frac{(v+1) \cdot I_L \cdot V_y \cdot \sqrt{k_0(I_L, l)}}{2\pi^2 \cdot \lambda_0 \cdot \operatorname{erf}(b(I_L, l) \cdot \sqrt{k_0(I_L, l)})} \cdot \int_{-b(I_L, l)}^{b(I_L, l)} \left[ \ln\left(\frac{V}{2a_0}\right) + \frac{1}{2} \cdot \ln(z^2 + \xi^2) \right] \cdot e^{-k_0(I_L, l) \xi^2} d\xi \right\}^{\frac{1}{v+1}}. \quad (25)$$

*Розрахунки впливу параметрів СЕП на глибину оплавлення пластин та брусків з оптичного скла, вибір допустимих режимів поверхневого оплавлення.* По отриманим формулам (10) – (13) з використанням стандартних пакетів прикладних програм [1] для оптичного скла К8, що широко використовуються на практиці, були проведені розрахунки розподілів температури по глибині розплаву, товщини оплавленого шару та законів руху розділу фаз.

*Результати розрахунків для пластини при багатоциклового русі.* В результаті проведених розрахунків (рис. 3 – 6) було встановлено, що температура розплаву незалежно від його глибини із збільшенням часу обробки пластини зростає і виходить на плато, тобто спостерігається квазістаціонарний режим оплавлення пластини ( $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$  при  $t \geq 0,5 \dots 0,6$  с). При цьому температура по глибині розплаву (до 300 мкм) зменшується: наприклад, для часів обробки пластини  $t = 0,1 \dots 0,5$  с температура розплаву зменшується у 1,1...1,2 разу. Що стосується оплавленого шару, то він на поверхні пластини формується протягом перших десятих часток секунди і далі істотно збільшується із зростанням часу обробки: наприклад, при збільшенні  $t$  від 0,1 до 0,6 с значення  $y$  зростають у 3 рази. При цьому швидкість оплавлення поверхні пластини із збільшенням часу її обробки спочатку різко зменшується (при збільшенні  $t$  від 0,01 с до 0,4 с значення  $\frac{dy}{dt}$  зменшуються у 6,5 разу), а потім цей процес істотно сповільнюється (при збільшенні  $t$  від 0,4 с до 0,6 с значення  $\frac{dy}{dt}$  зменшуються вже у 1,2 разу).

Таким чином, при багатоциклової електронній обробці пластини (нестационарний режим) на її поверхні за лічені частки секунди ( $t = 0,1 \dots 0,2$  с) утворюється розплавлений шар великої товщини (до 300...400 мкм), тобто при одночасному оплавленні відразу всієї оброблюваної

поверхні пластини (при багатоцикловому русі СЕП створюється аналог рівномірно розподіленого теплового впливу уздовж всієї оброблюваної поверхні) допустимими є наступні

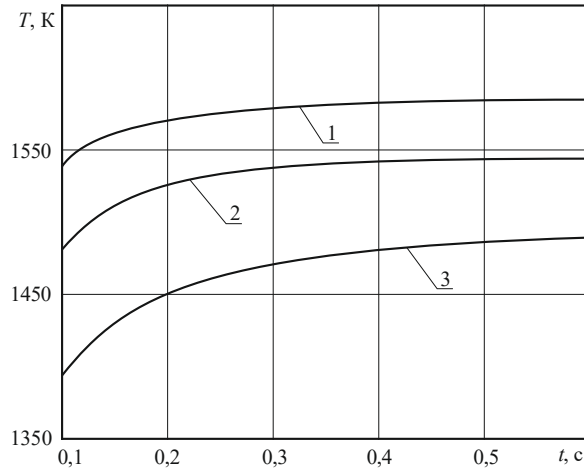


Рисунок 3 – Зміна температури розплаву на різних відстанях від поверхні пластини залежно від часу її обробки скануючим СЕП ( $a_0^2 = 6 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $\lambda_0 = 0,068 \text{ Вт/м} \cdot \text{К}^{n+1}$ ,  $\nu = 0,479$ ,  $T^* = 1400 \text{ К}$ ,  $\rho = 2,52 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ ,  $\lambda_n = 1,7 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$ ,  $\beta = 1,06 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}^{1/2}$ ): 1 –  $z = 50 \text{ мкм}$ ; 2 –  $z = 100 \text{ мкм}$ ; 3 –  $z = 300 \text{ мкм}$

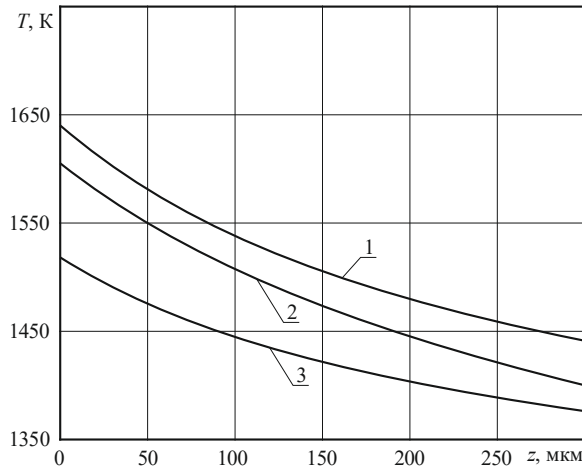


Рисунок 4 – Зміна температури по глибині розплаву для різних часів обробки пластини скануючим СЕП: 1 –  $t = 0,5 \text{ с}$ ; 2 –  $t = 0,3 \text{ с}$ ; 3 –  $t = 0,1 \text{ с}$ ; (решта позначень аналогічна рис. 3)

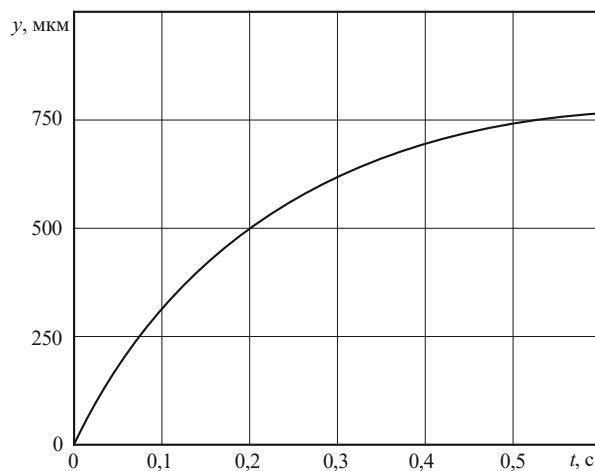


Рисунок 5 – Залежність товщини оплавленого шару від часу обробки пластини скануючим СЕП (решта позначень аналогічна рис. 3)

діапазони зміни часу її електронної обробки:  $t < 0,05 \dots 0,1$  с, оскільки в цьому випадку на поверхні пластини формується розплавлений шар товщиною не більше 100...200 мкм, який не призводить до порушення площинності поверхні пластини, утворення напливів і т. ін., і, зрештою, до порушення геометричної форми виробів і до їх відбраковки.

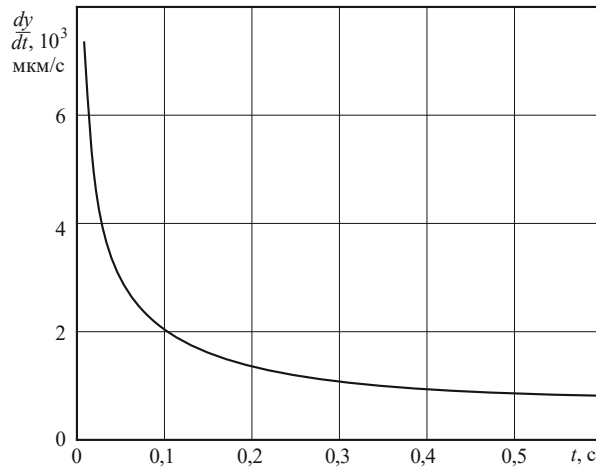


Рисунок 6 – Залежність швидкості оплавлення поверхні пластини від часу її обробки скануючим СЕП (решта позначень аналогічна рис. 3)

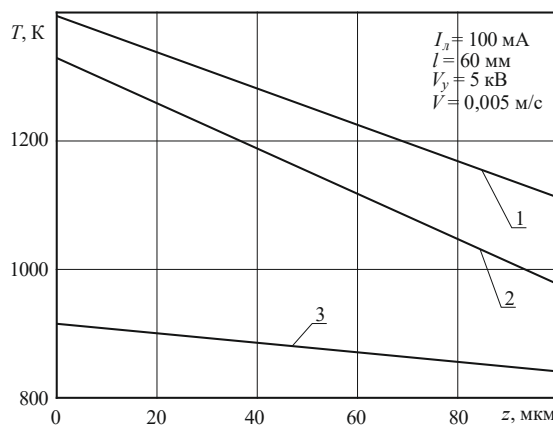


Рисунок 7 – Розподіл температури по глибині прямокутного елемента, оброблюваного СЕП при його одноцикловому русі ( $T_0 = 823$  К,  $a_0^2 = 6 \cdot 10^{-7}$  м<sup>2</sup>/с,  $\lambda_0 = 0,068$  Вт/м·К <sup>$\nu+1$</sup> ,  $\nu = 0,479$ ):  
1 –  $x = -100$  мкм; 2 –  $x = 0$  мкм; 3 –  $x = 100$  мкм

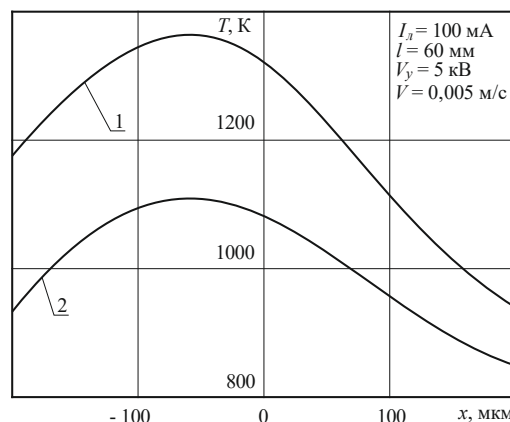


Рисунок 8 – Розподіл температури в напрямку руху СЕП уздовж оброблюваної поверхні прямокутного елемента: 1 –  $z = 10$  мкм; 2 –  $z = 100$  мкм (інші позначення аналогічні рис. 7)

Результати розрахунків для бруска при одноцикловому русі СЕП. За отриманими формулами (22) і (24) з використанням стандартних пакетів прикладних програм [1] для

оптичного скла К8 були проведені розрахунки розподілу температури уздовж поверхні й по глибині розплаву, максимальної товщини оплавленого шару й впливу на них керування

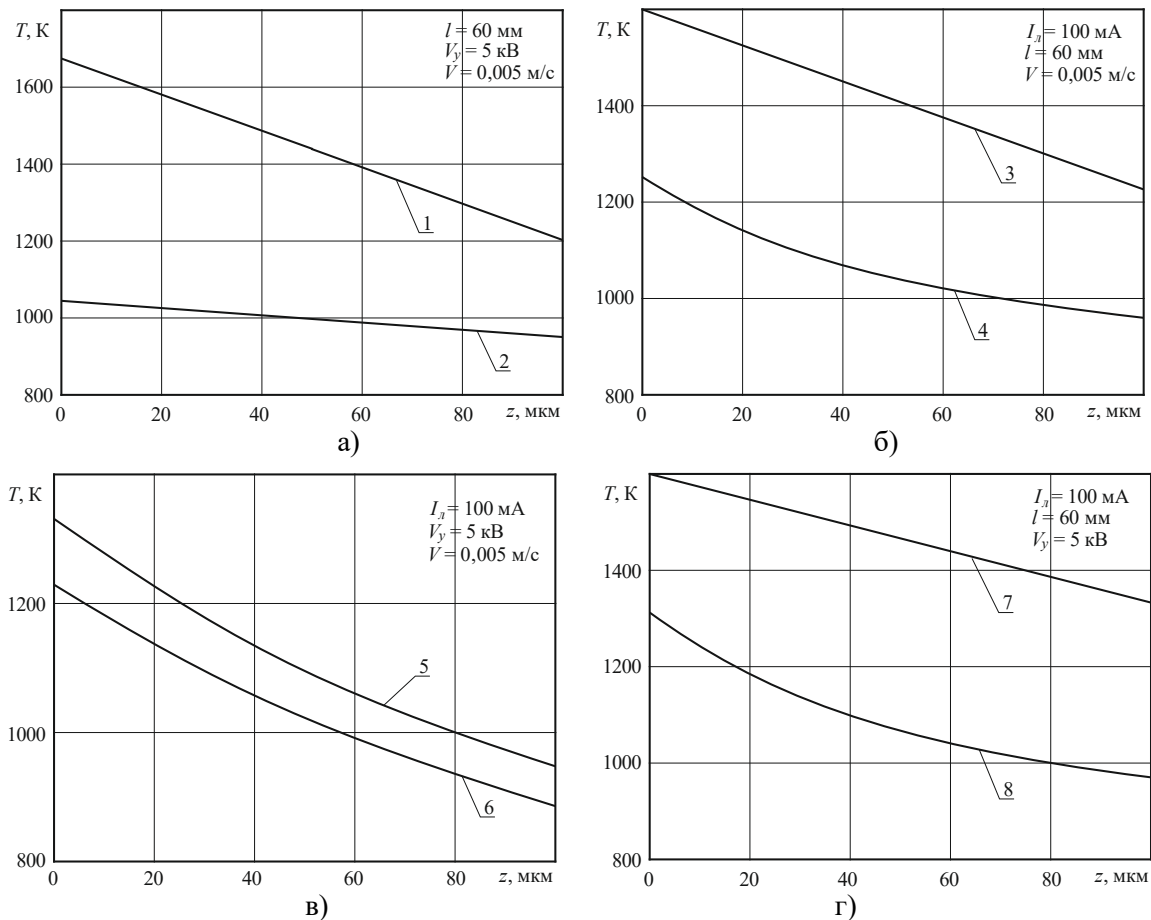


Рисунок 9 – Вплив параметрів СЕП на розподіл температури по глибині оброблюваного прямокутного елемента ( $x = 0$ ): а) – вплив струму електронного потоку  $I_n$  (1 –  $I_n = 300$  мА, 2 –  $I_n = 50$  мА); б) – вплив прискорювальної напруги  $V_y$  (3 –  $V_y = 8$  кВ, 4 –  $V_y = 4$  кВ); в) – вплив відстані від оброблюваної поверхні  $l$  (5 –  $l = 60$  мм, 6 –  $l = 80$  мм); г) – вплив швидкості переміщення електронного потоку  $V$  (7 –  $V = 0,002$  м/с, 8 –  $V = 0,005$  м/с)

параметрів СЕП (рис. 7 – 11). Із поданих результатів розрахунків по розподілах температури уздовж поверхні й по глибині оброблюваного оптичного бруска випливає, що для різних точок поверхні температура зі збільшенням глибини (уздовж осі  $Oz$ ) зменшується, а в напрямку руху СЕП (уздовж осі  $Ox$ ) має максимум  $T_{max}$ , величина якого істотно залежить від параметрів СЕП (наприклад, збільшення  $I_n$  від 50 мА до 300 мА й  $V_y$  від 4 кВ до 8 кВ приводить до збільшення  $T_{max}$  відповідно в 1,6 й 1,3 разу, а збільшення  $l$  від 60 мм до 80 мм й  $V$  від 0,002 м/с до 0,005 м/с приводить уже до зменшення  $T_{max}$  відповідно в 1,1 й 1,2 разу) і зміщена від центра джерела теплового впливу ( $x = 0$ ) у бік, протилежний руху СЕП (на відстанях 50...80 мкм для досліджених діапазонів зміни параметрів СЕП). Таким чином, при одноцикловій електронній обробці брусків (квазістаціонарний режим оплавлення) розплавлений шар максимальної товщини утворюється ліворуч від центра рухомого СЕП ( $x = 0$ ) на відстанях порядку 50...80 мкм; при цьому розходження між  $T_{max}$  і  $T|_{x=0}$  не перевищують 5...8 %, що дозволяє в межах зазначеної похибки визначати величину  $h_m$  по координатній лінії початку утворення рідкої фази (див. формулу (24)). Зіставлення результатів розрахунків по температурі в центрі СЕП з експериментальними даними показує, що розходження між ними не перевищують 10...12 %. Аналіз результатів розрахунків залежностей  $h_m = f(I_n, V_y, l, V)$  показує, що на величину  $h_m$  найбільший вплив справляють параметри  $I_n$  і  $V$ : так, при  $I_n > 300...400$  мкм й  $V < 10^{-3}...2 \cdot 10^{-3}$  м/с значення  $h_m$  можуть уже значно перевищувати 100...200 мкм (у кілька разів). Зіставлення результатів розрахунків залежностей  $h_m$  від параметрів СЕП з експериментальними даними показує, що розходження між ними не перевищують 10...15 %. Одержуємо, що при технологічних процесах полірування оптичних брусків рухомим СЕП мають існувати їх гранично допустимі режими (сукупності критичних

значень параметрів СЕП), недотримання яких призводить до відбраковування виробів. Так, зокрема для оптичного скла К8 допустимими режимами полірування є такі сукупності параметрів СЕП:  $I_n < 300$  мА,  $V > 10^{-3}$  м/с,  $V_y = 4...8$  кВ,  $l = 60...80$  мм.

Отримані результати розрахунків повністю відповідають даним технологічних експериментів по відпрацюванню процесів фінішного полірування виробів мікрооптики, інтегральної й волоконної оптики [5, 9, 11, 12].

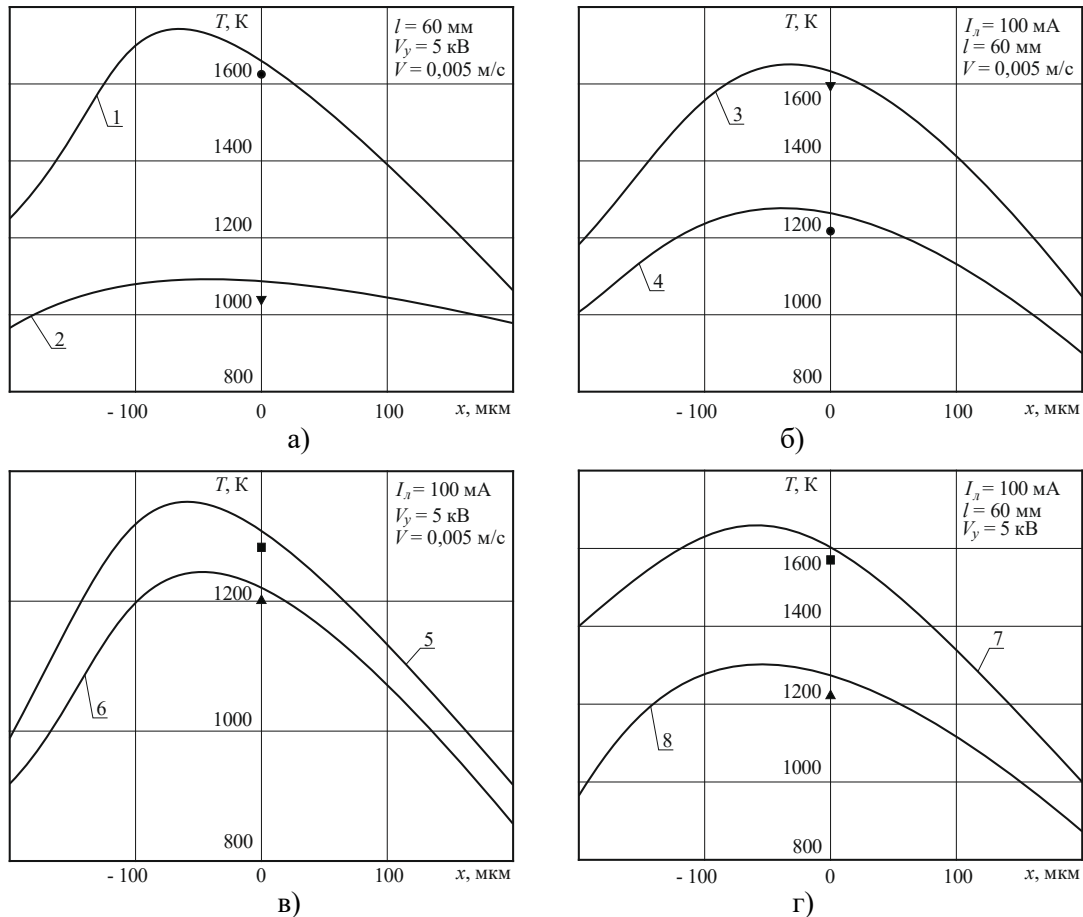
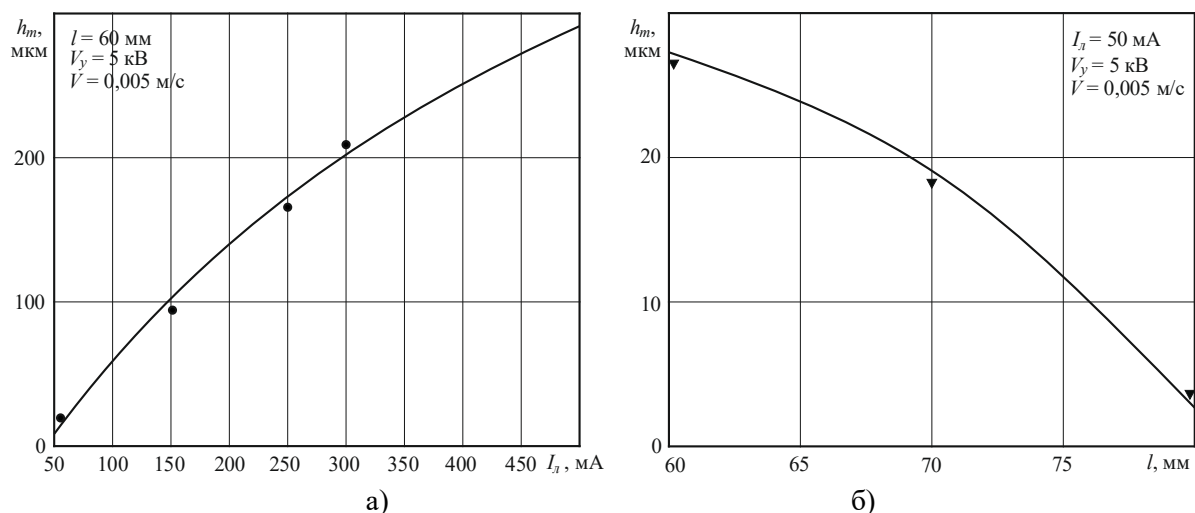


Рисунок 10 – Вплив параметрів СЕП на розподіл температури уздовж оброблюваної поверхні прямокутного елемента ( $z = 0$ ): а) – вплив струму електронного потоку  $I_n$  (1 –  $I_n = 300$  мА, 2 –  $I_n = 50$  мА); б) – вплив прискорювальної напруги  $V_y$  (3 –  $V_y = 8$  кВ, 4 –  $V_y = 4$  кВ); в) – вплив відстані від оброблюваної поверхні  $l$  (5 –  $l = 60$  мм, 6 –  $l = 80$  мм); г) – вплив швидкості переміщення електронного потоку  $V$  (7 –  $V = 0,002$  м/с, 8 –  $V = 0,005$  м/с); ●, ■, ▲, ▼ – експериментальні дані.



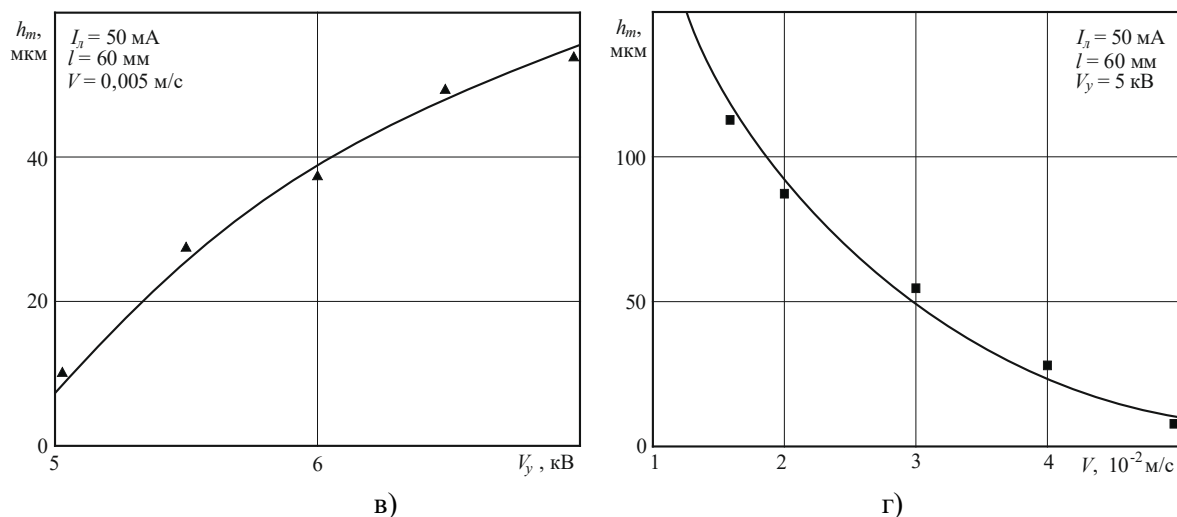


Рисунок 11 – Вплив параметрів СЕП на максимальну товщину оплавленого шару  $h_m$ , що утворюється на поверхні прямокутного елемента при його електронній обробці: а) – вплив струму електронного потоку  $I_a$ ; б) – вплив відстані від оброблюваної поверхні  $l$ ; в) – вплив прискорювальної напруги  $V_y$ ; г) – вплив швидкості переміщення електронного потоку  $V$ ; ●, ■, ▲, ▼ – експериментальні дані.

**Висновки.** Розроблено та досліджено математичні моделі процесу оплавлення оптичних елементів рухомих СЕП, що враховують, на відміну від існуючих:

– результати зондування СЕП, які зв'язують його енергетичні характеристики (густина теплового впливу, час обробки) з керованими параметрами електронно-променевої установки (струмом променя, прискорювальною напругою, відстанню до оброблюваної поверхні, швидкістю переміщення СЕП);

– режими руху СЕП вздовж поверхні оптичного елемента (багатоцикловий, одноцикловий);

– геометричну форму та розміри елемента, а також температурні залежності теплофізичних властивостей оптичного матеріалу (об'ємної теплоємності, коефіцієнта теплопровідності), що дозволяє більш точно розраховувати температурні поля у оптичних елементах;

Проведено розрахунки розподілів температури по товщині оптичних елементів та вздовж їх поверхонь для різних значень керованих параметрів СЕП та визначено допустимі діапазони їх зміни, перевищення яких призводить до погіршення метрологічних характеристик приладів аж до їх відмов.

#### Інформаційні джерела

1. Ващенко В. А., Яценко І. В., Лега Ю. Г., Кириченко О. В. Основи електронної обробки виробів з оптичних матеріалів : монографія. Київ: Наукова думка, 2011. 562 с.
2. Daniel Malacara Handbook of Optical Engineering: handbook. Boca Raton: CRC Press, 2001. 550 p. <https://doi.org/10.1201/9780203908266>
3. ДСТУ ISO 10110-8:2018. Оптика та оптичні прилади. Розроблення креслеників оптичних елементів та систем. Частина 8. Текстура поверхні, шорсткість і хвилястість (ISO 10110-8:2010, IDT). Київ: ДП «УкрНДНЦ», 2018.
4. Eichmeier, Joseph and Thumm Vacuum electronics: Components and devices: book. Berlin, Heidelberg: Springer, 2008. 552 p. DOI:[10.1007/978-3-540-71929-8](https://doi.org/10.1007/978-3-540-71929-8)
5. Sun H., Ruan Y., Cao Q., Bai L., Xu J. Efficient large-area polishing of fused silica surfaces based on inductively coupled plasma // Applied Surface Science. 2024. DOI: 10.1016/j.apsusc.2024.161308.
6. Arun K. Varshneya, Helmut A. Schaeffer Processing, Properties, and Applications of Glass and Optical Materials: book. New Jersey: John Wiley and Sons. Inc., 2012. 254 p. ISBN-10: 1118273745, ISBN-13: 978-1118273746
7. Andrei D. Polyandin and Alexander V. Manzhirov Handbook of Mathematics for Engineers and Scientists: handbook. Boca Raton: Chapman and Hall CRC, 2006. 1543 p. DOI:[10.1201/9781420010510](https://doi.org/10.1201/9781420010510)

8. Marvin J. Weber Handbook of Optical Materials: handbook. Boca Raton, Florida: CRC Press., 2003. 536 p. <https://doi.org/10.1201/9781315219615>
9. Chkhalo N. I., Churin S. A., Mikhaylenko M. S., Pestov A. E., Polkovnikov V. N., Salashchenko N. N., Zorina M. V. Ion-beam polishing of fused silica substrates for imaging soft x-ray and extreme ultraviolet optics // Applied Optics. 2016. Vol. 55, No. 6. P. 1249–1256. DOI: 10.1364/AO.55.001249.
10. Yatsenko I. V., Antonyuk V. S., Vashchenko V. A., Kyrychenko O. V., Tishchenko O. M. Regularities of Influence of Electron-beam Technology Modes on the Performance Characteristics of Optical Elements // J. Nano-Electron. Phys. 2019. Vol. 11, No. 2. P. 02014. DOI: 10.21272/jnep.11(2).02014
11. Yatsenko I. V., Antonyuk V. S., Vashchenko V. A., Gordienko V. I., Kolinko S. O., Butenko T. I. Determination of Optimal Modes of Electron-Beam Micro-Treatment of Surfaces in Optic Elements // J. Nano-Electron. Phys. 2022. Vol. 14, No. 4. P. 04012. DOI: 10.21272/jnep.14(4).04012
12. Effect of ion beam etching on surface/subsurface structural defect evolution in fused silica optics // Optical Materials. 2021. Vol. 116. Art. 111096. DOI: 10.1016/j.optmat.2021.111096.

UDC 621.338.27:537.221

<sup>1</sup>Yatsenko I., <sup>2</sup>Antonyuk V., <sup>1</sup>Vashchenko V., <sup>1</sup>Kolinko S., <sup>1</sup>Butenko T., <sup>1</sup>Tsybulin V.

<sup>1</sup>Cherkasy State Technological University, Ukraine

<sup>2</sup>National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute named after Igor Sikorsky", Ukraine

#### RESEARCH OF MATHEMATICAL MODELS OF THE FUSION PROCESS OF OPTICAL ELEMENTS OF DEVICES DURING SURFACE ELECTRON BEAM TREATMENT

*When processing optical elements with moving band electron flows (BEF), it is of great practical importance to predict optimal values of the liquid bath depth that do not lead to changes in their shape and dimensions. In this regard, the formulation and solution of the problem of mathematical modeling of the melting process of optical materials processed by a moving BEF are relevant. Mathematical models of melting optical elements of devices made of optical glass of grades K8, K108, etc. of various geometric shapes (optical plates, rectangular bars, etc.) and sizes have been developed, taking into account the temperature dependences of the thermo-physical properties of the optical material (volumetric heat capacity, thermal conductivity coefficient), by a moving BEF during multi-cycle and single-cycle processing depending on the set of its parameters (electron flux current, accelerating voltage, distance from the processed surface, electron flux movement speed, and processing time). This allows us to more accurately calculate the temperature distributions along the surface and along the depth of the melt and the maximum thickness of the melted layer of the processed element for different values of the controlled BEF parameters and to determine the permissible ranges of their changes, exceeding which leads to a violation of the flatness of the processed surface of optical elements, a violation of their geometric shape, a deterioration in the metrological characteristics of optical devices and, ultimately, to the failure of devices based on them.*

**Keywords:** electron beam technology, optical glass, band electron flow, methods of thermal conductivity theory.

---

Дата першого надходження  
статті до видання  
16.01.2026 р.

Дата прийняття статті  
до друку  
27.02.2026 р.

Дата  
оприлюднення  
30.05.2026 р.